2

R.P. CLAVDII FRANCISCI MILLIET DECHALES CAMBERIENSIS E SOCIETATE IESV

CVRSVS SEV MVNDVS MATHEMATICVS

TOMVS TERTIVS

COMPLECTENS MVSICAM, PYROTECHNIAM, ASTROLABIA, *Gnomonicam, Astronomiam, Kalendarium, Astrologiam, Algebram, Indiuisibilium methodum, aliásque.*

NVNC PRIMVM IN LVCEM PRODIT.



LVGDVNI,
Ex Officina ANISSONIANA.

M. DC. LXXIV.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

INDEX
TRACTATVVM, LIBRORVM, & Propositionum, quæ in Tomo tertio continentur.

TRACTATVS XXII.
MVSICA:

TRACTATVS XXIII.

PYROTECHNIA.

LIBER PRIMVS

PYROTECHNIÆ.

LIBER II.

De Tormentis bellicis corúmque vsu.

TRACTATVS XXIV.

DE ASTROLABIIS.

LIBER PRIMVS.

De Globo eiúsque vsibus.

E 3 24. Trigon

DE ASTROLABIIS

LIBER II.

De Analemmate.

TRIGONO

Librorum & Propoſitionum.

TRIGONOMETRIA

DE ASTROLABIIS

LIBER III.

Aſtrolabium vniuerſale.

VSVS ASTROLABII.

47. Quanta

Resolutio triangulorum Sphæricorum per Astrolabium vniuersale.

Solutio Triangulorum obliquangulorum.

DE ASTROLABIIS.

LIBER IV.

De Astrolabio Particulari, æquinoctiali.

26. Cuilibet

TRIGONOMETRIA PER Aſtrolabium æquinoctiale.

SEQVITVR SOLVTIO TRIANgulorum obliquangulorum.

DE ASTROLABIIS.

LIBER. V.

De Aſtrolabio Horizontali.

TRACTATVS XXV.

GNOMONICA

Seu de Horologiis.

LIBER PRIMVS.

De Horologiis. directis.

46. In

GNOMONICÆ.

LIBER II.

De variis Horologiorum ſpeciebus.

DE HOROLOGIO.

vniuerſali per eleuationes.

Index Tractatuum

GNOMONICÆ.

LIBER III.

Catoptrica horaria.

GNOMONICÆ.

LIBER IV.

Gnomonica Dioptrica.

TRACTATVS XXVI.

ASTRONOMIA

LIBER PRIMVS.

Quæstiones physicæ de cœlis, & doctrina primi mobilis.

28. Cognitâ

ASTRONOMIÆ.

LIBER II.

De Sole.

ASTRONOMIÆ

LIBER III.

De Luna.

Index Tractatuum

ASTRONOMIÆ

LIBER. IV.

De variis Luminarium accidentibus Parallaxi, refractione, distantia, diametris apparentibus, magnitudine, eclypsibus.

27. Diame

ASTRONOMIÆ.

LIBER. V.

De Stellis Fixis.

TABVLA

Index Tractatuum

ASTRONOMIÆ

LIBER VI.

De tribus superioribus Planetis Saturno Ioue & Marte.

ASTRONOMIÆ.

LIBER VII.

De Venere, & Mercurio.

ASTRONOMIÆ.

LIBER VIII.

TRACTATVS XXVII.

KALENDARIVM.

DE KALENDARIO Gregoriano.

TABVLA Epactarum Expansarum. 627. & 628.

Tabula Epactarum cuilibet sæculo inservientium. 630

56. Cognos

TRACTATVS XXVIII.

ASTROLOGIA.

TRACTATVS XXIX.

ALGEBRA.

Liber Primus.

Ad Æquationem Algebricam, Isagogicus.

Index Tractatuum

ALGEBRÆ

LIBER II.

Præceptorum vsus tam methodo communi quam speciosâ.

ALGEBRÆ

LIBER III.

9. *Praxis*

ALGEBRÆ.

Liber IV.

Varia problemeta æquationum compositarum.

Index Tractatuum

ALGEBRÆ.

LIBER V.

Potestatum Analysis.

ALGEBRÆ

LIBER VI.

Extractio Radicum ex potestatibus affectis.

DE

DE CVBICIS ÆQVATIONIBUS.

ALGEBRÆ.

LIBER VII.

Exempla ſecundum methodum ſpecioſæ Algebræ.

A L G E B R Æ

L I B E R VIII.

Diophanti Exempla.

LIBRI PRIMI DIOPHANTI.

EX DIOPHANTI LIBRO II.

TRACTATVS XXX.

DE INDIVISIBILIBVS

Liber primvs.

De Indiviſibilium Methodo.

5. Parallelo

DE INDIVISIBILIBVS
LIBER II.
De quadratrice linea.

DE INDIVISIBILIBVS
LIBER III.
De Helice seu spirali linea.

TRACTATVS XXXI.

DE SECTIONIBVS CONICIS.

LIBER PRIMVS.

De Parabola.

DEFINITIONES.

L E M M A.

LIBER

LIBER SECVNDVS.

De Ellypsi.

DEFINITIONES.

LIBER TERTIVS

De Hyperbola.

DEFINITIONES.

4. Si

LIBER QVARTVS

De Conicis Sectionibus.

DEFINITIONES.

LEMMA.

Si in figura curuilinea perpendiculares ad aliquam, eam

LIBER QVINTVS

De Sectionibus Cylindricis.

DEFINITIONES.

TOMVS

TOMVS TERTIVS
TRACTATVS XXII.
MVSICA

MVSICES dignitatem, & præstantiam nemo est, qui non agnoscat facile cum eius suauitate omnes mirum in modum, ducantur; ideoque mirum non est, quòd in celebrioribus præcipuisque actionibus, tanquam diuinum quid, adhiberetur: nunquam enim epulari, nuptias celebrare, bellum inire, fœdera sancire, sacrificia offerre sine Musica, apud veteres moris fuit. Tantô autem in honore apud eos fuit, vt tanquam indoctus haberetur, qui Musicam ignoraret.

Musices definitionem facilem trademus; si eam scientiam canendi appositè ad aures demulcendas, asseramus. Ad quod præstandum, cum varietas tam circa tarditatem, & celeritatem, quàm circa grauitatis, & acutiei gradus faciat, vtrumque spectabit hic tractatus. inquiremusque non tantum quid sint sonorum consonantiæ, & quomodo ad demulcendas aures valeant; sed etiam quænam sint illarum causæ physicæ indicabimus. Tractatum hunc in libros non partiar, sed propositionibus simpliciter totam hanc doctrinam comprehendam.

Musica communiter dicitur ad numeros procedere, moduli que numeri sunt, qui harmonici dicuntur, peculiaremque componunt proportionem, seu proportionalitatem, quæ ideo Musica, seu harmonica nuncupatur, eò quòd in consonantiis perfectioribus sæpius inueniatur hæc rationum similitudo. quod quomodo intelligendum sit, videbimus inferiùs. Primò ergo sonos ad certos numeros reuocabimus, vt melius eorum habitudo possit intelligi.

PROPOSITIO I.

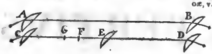
Theorema.

Soni numeris, & lineis explicari possunt.

SOnum hic spectamus, pro vt acutus, & grauis est, quia autem difficillimum est explicare quid sit grauitas, aut toni acuties; difficillimum etiam est numeris exprimere sonorum diuersitatem, aut habitudinem quam soni inter se habere possunt. nam ad hoc necessarium esset communem aliquam mensuram inuenire. Defectu igitur mensuræ alicuius, quâ metiri possimus sonorum grauitatem, ad mensuram corporum ex quorum elisione, aut motu, sonus oritur recurrimus, eumque sonum grauiorem dicimus, qui à corpore longiore, aut maiore oritur; illum verò acutiorem, qui à minore, aut breuiore. ita dicitur Pythagoras, inuenisse rationem quæ, intercedit inter sonum quemcumque, & alium ab eo distantem totâ octauâ, & acutiorem; esseque vt 2 ad 1 seu duplam; dum fabros ferrarios, malleis ferreis incudem pulsantes audiret. cum enim animaduerteret duos sonos, ita conuenire inter se; vt eam consonantiam efficerent, quam vocamus communiter octauam, seu diapason, vtrumque malleum ponderauit, inuenitque vnius mallei grauitatem duplam esse, grauitatis alterius; ex quo determinauit rationem, seu proportionem soni cuiuscumque cum alio acutiori, & totâ octauâ distante, duplam esse, non quòd sonos in seipsis metiri posset, hoc enim impossibile est homini, naturam sonorum vt plurimum ignoranti; sed quod in suis causis eos metiretur, eumque duplum alterius vocaret, qui à causa duplo maiore oriretur. cum ergo corpora sonos efficientia, secundùm magnitudinem suam certam habeant

inter se rationem, quæ sæpe numeris explicari possit, & semper lineis, ideo in eo sensu in quo diximus suprà, sonorum habitudo inter se, & numeris, & lineis exprimi poterit. quod ostendendum erat.

Vt autem meam mentem meliùs aperiam; extendantur duæ chordæ A B, C D æreæ, aut ex intestinis animalium compactæ, æqualis crassitiei, æqualis longitudinis, fulcris aliquibus sustentatæ in A, & B; C, & D, atque ita addu-



cantur, vt similem omninò sonum edant. tum alterutra vt C D. dividatur bifariam supposito fulcro in puncto E; si A B pulsetur; item para CE, aut ED, quæ est subdupla chordæ AB, ex suppositione; certum est experientiâ, quòd sonus editus à parte CE erit acutior totâ, vt vocant, octavâ; ita vt si sonus à chorda A B. prodiens supponatur secundum gradus communes musicos esse, vt, & exponantur reliqui gradus nempe. Vt re mi fa sol re mi fa. sonus inquam ab AB, productus erit primum illud vt, qui vero producetur à CE, aut ED. erit vltimum illud FA, & quia AB ad CE, se habet vt 2 ad 1. ideo dicetur sonus (*vt*) ad sonum vltimum (*FA*) se habere, vt 2 ad 1.

Si verò FD, esset tertia pars lineæ CD, & iugum E: transferretur in F, impelleretur que linea tota AB, ita vt pariter sonum ederet, qui supponatur esse, vt; dico si impellatur linea F D, fore vt edat sonum, qui in serie illa dicitur sol, & quia inter primum illud, vt, & sol, numeratis extremis, sunt quinque gradus, dicetur hæc consonantia, seu habitudo quæ est inter vtrumque illum sonum quinta, seu diapente. quia autem AB ad F D, se habet vt 3, ad 2: dicentur & soni illi eandem habere rationem; cum aliter eos metiri non possimus, & consonantiæ illius ratio, seu proportio esse vt 3. ad 2. Pariter intelligatur auferri ex linea C D, quarta eius pars C G, sitque iugum in puncto G, impellanturque lineæ AB, & GD; dico si sonus à linea A B editus, supponitur primum illud, vt, scalæ musicæ, sonus à linea G D, productus erit primum FA, distans à primo illo vt, diatessaron per quartam. eritque proportio primi toni, vt, ad quartum illum, vt 4, ad 3. quia linea AB, ad lineam GD, eódem modô se habet. ita persequuntur musici. omnes consonantias, easque numeris exhibent quod quô sensu intelligendum sit satis ostendit hæc propositio.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Natura Soni acuti, & grauis.

Nullus à me hic demonstrationem requirat, nam physicum potiùs, quàm mathematicum ago; ideoque probabilitatem non excedam Ne tamen aliquid intentatum relinquam, induhitatam, immò & a multis etiam antiquis relatam experientiam, à nonnullis non creditam, in medium afferam. A veteribus accepimus, quod si duæ citharæ in omnibus concordes, eidem mensæ imponantur, pulsenturque vnius chordæ, alterius chordæ consonæ respondebunt. & vibrari videbuntur. experiétia vt iacet non succedet, nec tremor sensibilis vllus animadvertetur. Quare aliquæ cautiones adhibendæ sunt. primo sit instrumentum longius, quale est lyra communis quam communiter (*basse de Viole*) dicimus, cui duæ aut plures chordæ imponantur, sintque primo duæ quæcumque vnisonæ, v.g. prima & vltima, sintque aliæ intermediæ dissonæ; dico si prima impellatur vehementiùs, fore vt vltima consona moveatur; seu tremorem edat, & sonum, aliis intermediis silentibus, & immotis; quæ si adducantur ad vnisonum pariter vibrabuntur. Idem accidit octavæ, hoc est, si duæ chordæ eidem instrumento impositæ consonent in octava, hoc est vna edat sonum acutiorem, quàm alia, & distantem totâ octavâ; vnâ impulsâ & sonante, alia pariter sonum edet, & sensibiliter ad oculum mouebitur. quod est vsque adeò verum, vt si offeratur mihi maior lyra, cuius chordæ nullô modô, sint concordes; etiam obturatis auribus solô oculorum præsidio me eas ad concordiam reuocaturum spondeam: quod sæpe expertus sum. aliquandiu enim huiusmodi instrumentum præ manibus habui; & cum satis non possem de fidium concordia auribus iudicare, oculos aduocabam; neque vnquam deceptus sum.

Alias item similes referam experientias vnus è nostris symphoniam parabat, volebatque fistulas cum fidiculari organo adhibere, casu accidit vt vltimæ organi chordæ, pinna pauno careret, qui ad sedandum sonum imponitur cum ergo fistulâ caneret, cum pervenit ad sonum consonum illi chordæ, cœpit vibrari hæc chorda, & sonum etiam edere,

Vas vitreum habebam fractum quidem, ita tamen vt partes eius adhuc inuicem adhærerent, hoc habebam mensæ impositum aliquando; cumque cœpissem canere fistulâ, identidem etiam sonum satis vehementem edebat vas vitreum, suspicatus quod res erat, singulos fistulæ tonos, vt vocant percurro, & tandem ad vnicum tantum, cui erat consonum respondere deprehendo.

Item sæpe notaui dum pulsarentur organa, ad aliquas voces non ad omnes tremere scamna, abacos cæteramque supellectilem ligneam.

Ratio autem physica non ex reconditis sympathiæ nescio cuius principiis eruenda est; sed ex aliis indubitatis. Scio esse satis communem apud philosophos opinionem, sonum esse qualitatem quandam, referent etiam forsitan ad hoc vt id probent, aliquod Aristotelis testimonium, sed an physicè, an vero metaphysice locutus sit non inquirent fateor quidem sonum esse qualitatem metaphysicam, per quam scilicet respondebitur ad quæstionem factam, qualis sit res. Si enim quæras quale sit æs campanum, respondebo valde sonorum esse, idem respondebo de metallis aliquibus, an verò propterea fuerit mens Aristotelis accidens aliquod physicum ad explicandum sonum inuehere; esset quæstio longioris moræ. non puto vbique talia accidentia admittenda, licet aliqua putem necessariò concedenda. quidquid tamen sit de mente Aristotelis. & an tale accidens distinctum à motu corporum admittendum sit, videriht quibus est satis otij.

Certum

Certum tamen mihi est nullum sine motu, sonum produci, nullum sine aëris, aut corporum tremore, & vibratione, ita campanæ quamdiu vibrantur, tamdiu sonum conservant, extinguitur autem sonus, si vibrationes sistantur.

Idem dico de fidibus, & chordis quarum vibrationes, etiam oculis notare licet, quæ si panniô, aut digitô comprimantur; omnem etiam sonum desinere necesse est. Licèt autem quoties ex aëris elisione oritur sonus, corporum ipsorum nullæ notentur vibrationes; credibile tamen est, aerem tremere, fateor quidem dum per fistulæ foramen impulsus aër ad lingulam eliditur, aut duo corpora valde dura, & crassa verberantur, sæpe nullum talem tremorem animadverti in ipsis corporibus, in aëre tamen puto negari non posse. Si enim fistulæ sonus tremorem in chordam cymbali, aut in vas vitreum fractum inducit; haud dubie aperte evincitur totum interiectum aërem, eô modô motum fuisse.

Luculenta item est experientia, si scyphi vitrei aquâ semipleni labra, & margines digitô in orbem motô teras, nunquam excitabitur sonus, nisi dum & scyphus ipse, & inclusus liquor, velociùs ad tremorem ita incitabitur, vt subsultet, & foras erumpat. neque verò aliquid efficit, quòd non in quôlibet sonô talis tremor animadvertatur, potest enim esse sensibilis in ordine ad nervos aurium peculiari modô ad id comparatos, licèt aliô sensu minùs ad tremorem dispositô, percipi minime possit. Addo acutiores sonos, nimis concitatas, & vt ita dicam concisas habere vibrationes, & illarum itus, & reditus oculum non distinguere. multò minus discerni poterunt, quæ in aliis corporibus ab aere sic moto imprimuntur præcipue concitatiores. nam de aliis quæ sonum gravem aut efficiunt, aut comitantur, minor est difficultas, cùm manu & oculis notari possint. ita dum ab aliquibus leucis exploduntur tormenta bellica, aut tonitrui fragor in graviorem sonum desinit; cancelli vitrei, & domus tota sæpe concutitur quæ acutiore sonô licet intensiore, nullô modô percellebatur, non quod in vtroque casu vibratus aër ad ædes non appelleret; sed quod vt ita dicam tam vasta corpora cum acutiori sono non concordarent. Accedit quòd successivè tantùm, & non in instanti propagetur sonus, tot impedimenta patiatur; à ventis multum incrementi, aut decrementi accipiat. Si enim sonus non esset concisus aëris, & corporum motus, aut saltem cum motu non propagaretur, quænam vel probabilis excogitari posset ratio, cur successive spatium decurreret, in quo maximam nec satis intellectam difficultatem existimo. vt enim rem ad metaphysicas minutias reducamus, vel sonus eô primo instanti, quô producitur à corpore sonoro, producit alium similem in aëre vicino, vel sequenti tantum instanti; si primum igitur, & sonus ille secundus eodem instanti alium producit, atque ita nulla erit temporis successio, sed tantum ordo quidam dependentiæ contra experientiam.

Si verò sonus, eô primùm instanti quô existit in rerum natura non est idoneus alteri simili producendo, sed hanc vim productivam exerere non potest, nisi priùs vt ita dicam adoleverit. primò quidem hoc gratis fingitur nec apparet vlla ratio, cur hanc vim non habeat, dum primum producitur; est enim idem omnino sonus. Secundò hôc etiam admissô alia longe maior oritur difficultas, ponamus enim sonum à corpore sonoro, ad 10. passus fuisse propagatum, cur sonus in vigesimô passu productus, non producit alium sonum versus corpus sonorum, seu in eo spatio quod inter æs campanum, & sonum illum interiicitur, videmus enim cætera agentia in orbem suos effectus producere. vnde puto certum esse, aut sonum non distingui à vibrationibus aëris, & aliorum corporum, aut certe sine illis non propagari. ideoque cùm motus quilibet successionem dicat, eandem in sonum invehes.

Multa in contrarium afferri possent, quæ an solida sint breviter expedam. Si sonus à vibrationibus aëris, non distingueretur, eæ tantum vibrationes perciperentur, quæ sensum feritêt quô positô, non videtur vllum sufficiens principium ad sonorum distantiam percipiendam, quod enim vibrationes in aure, & tympano productæ originẽ suã ducant, à corpore sonoro viciniore, aut remotiore, non propterea sunt aliæ, cum respectus ad hanc, vel illam causam productivam, nihil ipsis addat, quô potentiam auditivam ad sonum, vt remotum, aut vicinum percipiendum determinent.

Hæc difficultas communis est omnibus, nec magis soluitur in opinione admittente sonum distinctum ab aëris vibratione. nam pariter sonus ille, qui in aure producitur audietur; non ille qui in corpore sonoro, nisi forsitan aliquis contendat sonum in corpore sonoro tantum produci, darique species in toto aëre, quæ illius sint repræsentativæ. Sed primò specierum successionis nulla sufficiens immo nec probabilis ratio excogitari poterit, tam enim carebunt contrariô, quam lumen, aut species visibiles; quæ propterea omnem successionem respuunt. Secundo cur non tantum per lineam rectam, audimus, sed etiam interiectis quibuscumque corporibus sonos percipimus.

Ne tamen omnino hæreamus multa ad distantiæ perceptionem concurrunt, nam sonus quem experientia vt vehementem iam alias ostenderat, si casu aliquo debilitetur à remoto corpore proficisci videbitur. audivi semel tubam quæ non plus quam tribus, aut quatuor passibus distabat, quam semileucâ remotam esse iudicabam. Accidit etiam quotiescumque sonus exit à viciniore corpore, vt multa in eo distinguamus, quæ confunduntur si vlteriùs procedat. Addo sonum in orbem propagari, fierique circulationes maiores seu vndulationes, quarum convexitatem dum ad aurem appellunt potentia percipit. denique aurium geminatio non parum ad distantiæ determinationem conducit.

Quidquid autem sit de illa distantia, neque enim mihi philosophum agere, & singula persequi vacat. quatuor necessariò in sono distinguenda sunt gravitas, & acuties, intensio, & remissio. possum enim demisse loqui, & vocem intendere, & hoc canendo, etiam si in iisdem prorsus tonis insistam: nec propterea vllum in musicam, & concentum errorem inveham. Item in organo musico sunt nonnulli fistularum ordines, vt vocant clamorosi alij verò remissiores, licet prioribus sint consoni, ergo aliud est intensus sonus, aliud acutus, aliud remissus aliud gravis. Existimo ergo sonum gravem esse vibrationem, quæ diuturniori tempore perficitur, eam verò quæ minori absoluitur esse acutiorem. ratio verò huius rei petitur ab experientia, quâ compertum est longiora corpora sonos edere graviores,

breuiora verò acutiores. constat item breuiorum corporum tremorem, ita concisum esse, vt oculis animaduerti non possit, longiorum verò ita lentum, esse vt facile distinguatur. Huc aduocare possumus totam pendulorum scientiam, quarum oscillationes certæ subiacent regulæ. Non est autem difficile in funependulis oscillationum durationes metiri, in quo illud mirandum; eiusdem fdnependuli, aut æque longi, omnes oscillationes breuiores, & longiores, hoc est quæ maiorem sui circuli arcum percurtunt, & quæ breuiorem, isochronas ferè esse, & æquidiuturnas, seu æquali ferè tempore absolui. Ex quo fluxit hæc tam certa temporis mensura, quæ aotomatis horologiis accommodata, mirum ad quam præcisionem ea adducat.

Quamvis autem de corporum vibrationibus, vt fidium, & chordarum non possit adhuc certa institui scientia, cùm earum velocitas ocolorum aciem præteruolet, deducta tamen à pendulis ratione, probabile est, quòd eiusdem corporis, aut vnisoni vibrationes omnes, sint ad sensum isochronæ, & æquidiuturnæ; ex quo facilè explicabimus totum negotium, nempe quid sit grauitas, quid acuties existat; quid esse vnisonum, quid consonum, quid dissonum. Ea eoim corpora vnisona sunt quæ vibrantur tremore æquidiuturno, seu quorum singulæ vibrationes æquali tempore absoluuntur.

Quia verò maiores, & minores eiusdem corporis, aut chordæ, vibrationes æquali fere tempore absoluuntur, ideo siue corpus vehementiùs, siue remissiùs impellatur, sonus tameo æque grauis existet, licèt in priori casu sonus vehementior seu inteusior, in secundo demissior, seu remissior otiatur. Sonus igitur grauis ille est cuius quælibet vibratio plus temporis, vt absoluatur, impendit; acutus cuius oscillatio minori tempore absoluitur, Intensus ille erit cuius vibratio in maiorem sui circuli arcum excurret, ille remissus, qui minorem arcum perficiet.

Hanc hypothesin maxime probat, quod eâ semel positâ facilè omnes experieotias explicet, facilem reddat omnium rationem.

Atque vt periculum faciamus, auspicemur ab ea, quâ duas chordas vnisonas, ita sibi inuicem respondere diximus, vt vnâ vehementius vibrante, alia sensibilem edat sonum, & visibili vibratione intermediis chordis silentibus, & immotis moueatur.

Quod vt melius intelligatur, supponatur funependulum repetitis leuissimis ictibus ad motum incitandum: dupplici modò pereuti potest, vel enim vbi illud leuiter percusseris, expectabis donec totam vibrationem absoluerit, vt secundò percutias;. vel inconcinnè nulloque seruatò ordine; aut certè nullâ eios vibrationum habitâ ratione, illud impelles. si primum etiamsi leuissimè tangas, vel ipsô flatu, illud tandem ad motum sensibilem, & satis vehementem adduces. si secundum; tantùm abest vt sensibiliter moueatur, quinimmo secuodus ictus, motum ex priori cooceptum sistet, & compescet. Idem corporum sunantium vibrationibus explicandum est. chordæ vnisonæ, sunt illæ quarum vibrationes sunt æquidiuturnæ, atque adeò dum vna mouetur, & vibratur vehementiùs; impellit aërem, & aliam etiam chordam, singulisque ictibus singulos impetus in ea producit, quia autem vtriusque vibratiooes sunt æquidiuturnæ; secunda, prioris chordæ vibratio non incipit, priusquam prima alterius chordæ perfecta fuerit, atque adeò secundus ictos non sistit illius motum; sed auget, continuum illius augmentum, quod singulis vibrationibus accedet, tandem motum sensibilem reddet. E contrà verò, si vibratio vnius sit inæqualis alteri, hoc est citiùs finiatur, aut tardiùs, impetus quidem initiô insensibilis producetur, qui secundô tempore destruetur, atque adeò nunquam ad aliquid senso perceptibile perueniet.

Quæ puto ab omoibus percipi posse, cum ex recondito, sympathiæ nescio cuius penu petita non fuerint atque hæc pro vnisonis.

Quia tamen hoc non tantum vnisonis, sed etiam chordis per octauam distantibus, aut per duodecimam, seu per quintam cum octaua, aut etiam per duplicem octauam, & per tertiam maiorem supra duplicem octauam; videndum est quomodo hæc doctrina, huiusmodi consonantiis aptari possit. fateor quidem non ita benè illis succedere, negari tamen quin appareat aliquis motus. cum igitur chorda maior impellitur, & impellit secuodam concordem in octaua, hæc secundâ duas vibrationes absoluit, & in fine secundæ vibrationis præcise prima chorda deouo eam impellit, ideoque non destuit eius motum, nec illi vllò modó obest; Idem dicendum est si secunda chorda tres perageret vibrationes, primâ semel vibrante; aut quater & qoinquies, quæ proportiones consonantias supra recensitas efficiunt, vt ostendemos infrà.

Quia tamen veritatem inquirenti, nihil dissimulare licet, si inuertatur comparatio hoc est si impellatur minor, noo inuenio grauiorem, in octaua licet concordem ad motum sensibilem incitandam. nam si chorda quæ prima percutitur duas vibrationes peragit, interea dum grauis vnicam absoluit, grauior dimidia tantum vibratione mota erit, cum acutior primam perfecerit, atque adeo chordam percutiet contrariâ percussione; sisterque eius motum; Idem dico de aliis acutioribus, si comparentur cum graui.

Respondeo hanc difficultatem esse consonam experientiæ, neque enim impulsâ acutiori chorda ita benè mouetur grauis, ac percussâ graui tremit acutior.

PROPOSITIO III.

Theorema.

De Soni productione.

Quamvis physicum agere, & controuersas quæstiones agitare noo sit animus, quia tamen quæstiones physicæ, quæ in hac materia moueri possunt, noo parum ad intelligeotiam doctrinæ nostræ conferunt, ideo hâc propositione eas delibare volui, & quas iam attigi breuiter concludere.

Dico primo nullum produci sooum, sine corporis sonantis tremore quod innumeris confirmo experimentis, æs campanum percussum tremit, etiam post percussionem, quod oculis, & manu percipere poteris, ita vt sonus, & tremor simul euanescant; sistatur enim pannô, aut manu tremor, sonus etiam peribit. aduoco solam experientiam,

rientiam, licet enim detur patulus sonus, sine tremore per alios sensus perceptibili, hoc non impedit quominus tremat; vnde corpora marime tremula,sonora sunt. fides super cithara alium sonum edit quam in aere puro, ob tremorem totius citharæ. tormentum bellicum explosum etiam tremit.charta dum discinditur tremit. Iam diximus superius scamna,& abacos tremere,dum maiores organorum pyshaulicorum fistulæ canuot.idem dico de Tympano.

Dico secundò hunc corporis sonantis tremorem contiouandum esse per medium, vsque ad aurem vt audiatur Sonos. Hoc primò in sonis vehementibus advertimus, vt dum fit tonitru, dum exploduntur tormenta bellica, etiam in distantia trium, aot quatuor milliariorum, parietes concuti, feoestrarum vitteos cancellos tremere, eo ipse qoo sonum percipimus tempore deprehendimus. expertus sum centies, dum organi pythaulici maiores tubi personarent, aut dum tympanum pulsaretur, aliquem etiam in corpore meo tremorem. dum Lyricines nostri ad concordiam chordas adducunt,si fiat strepitus aliunde, ita vt de earum coocordia satis iudicare non possint, mordent lyrarum manubrium, meliusque sonum audiunt.experimur item si corpus sonans, auribus sit continuom, vt si auribus appendatur, non sonum, sed fragorem percipi. ita surdus prehendens dentibus corpus tremens, sonum se percepisse, gestientis animi signis indicavit.

Secundò sonum cum tempore propagari nemo est qui nesciat, quod argumentum supra explicuimos, pendet sonus à medij agitatiooe. quæ agitatio valde concisa, & vehemens esse debet, & resistere omni ventorum impetui, vt experimur dum tormenta bellica à pluribus leucis exploduntur. hæc successio quæ in omni productione sooi admitti debet, quamvis in parua distantia, non sit tanta vt percipi possit. hæc inquam successio satis indicat aliquem motum localem esse necessarium, quod adhuc est manifestius, eò quòd plures soni se confundant, & impediant, quamvis sæpe possint saltem aliqui præcipue vero consoni sibi invicem non obsistere, experimur enim in fluidis, plurimas circulationes se intersecantes plurimosque motos ferè contrarios, in partibus contiguis.

Addo auris internæ configurationem, quæ partes ad motum paratas habet, id autem superfluum esset, si ad autem motus aliquis, & tremor continuari non deberet. addo tinnitus qoos ex humorum fluxione audimos, aut dum digitus auri imponitur,tunc enim motus qui fiunt in corpore nostro sentiuntur.

Insuper medij fluiditas quantum conferat ad auditionem soni, nemo est qui non experiatur. scio nonnullos velle sonum ad aliqoam distantiam propagari in instanti, ideo quia non advertunt eam successionem. Sed malè; quis enim negabit solem motum non fuisse, aliquô tempore determinatô, Etiamsi tunc notari non possit eios motus. referrem infinita exempla in quibus, ex iis quæ videmus nonnunquam accidere, de aliis quæ notare non possumus iudicium ferimus.

Quæ in contrarium afferri possunt, sunt primò quod trans murum crassissimum audiatur sonos, cum tamen murus non possit ad tremurem excitari per clamorem vnius hominis.vidêda duo sunt primò an cogamur admittere talem tremorem. Secundò an sit probabilis.

Primò certum est dum laxatur tormentum bellicum etiam ad multas leucas, dari in muto tremorem, non tantum auditu, sed etiam tactu perceptibilem.

Secundò campana ingens tenuissima acu perfricata tremit, & sonum edit, tympanum militare tremit,dum adveniunt equites,etiam dum semimilliari distant. nam calculi tympano impositi subsultant, ex quo sequitur totum terræ tractum tremere. idem dico de singulis ictibus mallei in rupe aliqua, qui aliquem illi tremotem inducant. ita cuniculi subterranei detegi solent. multa alia hôc modô referre possem, quæ suadeut oon esse incredibilem aliquem levem etiam, in muris crassioribus tremorem.

Secundò assero non esse necesse, nam sonus non tantùm per lineam rectam propagatur, sed in orbem, vnde per fenestras se se insinuat, & per rimas,addo sufficere ad hoc tremorem materiæ fluidæ intra potos,corporis crassioris inclusæ.

Difficultas item quæ peti potest ex distantia quæ repræseutatur per sonum iam soluta est supra.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Quid sit consonantia.

Antequam consooantiam definiam, eiusque naturam explicem; difficultatem non contemneodam movebo, quam etiamsi omninò soluere non possim, eam tamen movisse non erit inutile, vt sin minus scopum attingam, alius tamen fœliciter eam expliœt, de qua nisi mota fuisset ne ptima forsitan cogitatio succurrisset, Quæritur ergo an duarum chordarum, æquali crassitiei, & æqualitet tensarum vibrationes, se habeant in duratione, sicut chordarum longitudines; an verò longitudines aliam observent proportionem.

Ratio dubitandi petitur ex comparatione; quæ inter funependulorum oscillationes, & fidium, seu nervorum vibrationes potest institui. In funependulis enim certum est, quod durationes oscillationum non servent eandem proportionem, quam funependula. nam durationes seu tempora sunt radices, & longitudines sunt quadrata. hoc est funependulo quadtuplo alterius, vibratio dupla in duratione, & tempore,respondet; quæritur ergo an idem contingat chordis, nempe an chorda alterius quadrupla, vibrationem habeat, ad quam perficiendam duplom tequiratur tempus.

Existimo ergo aliam omninò esse proportionem vibrationum in corporibus sonoris, ac in funependulis. Et primò quidem certum est quod fuerit rota supra facta raciocinio. nam chorda alterius dupla cum illa concordat per octavam, & vnâ motâ; movetur & altera. non moveretur autem si vt in pendulis, ratio durationum sit subdupla rationis longitudinum. ponamus enim chordam longam 100 digitos, ita vibrari vt vibratio intra decem minuta tertia absoluatur,quæ ducentis digitis longa erit, ita vibrabitur, si ra-

tio longitudinum sit duplicata rationis durationum sicut in pendulis accidit, vt eius vibratio duret per 14 minuta tertia & $\frac{2}{7}$, seu $14\frac{2}{7}$ immò facilè probatur durationem vibrationum secundi funependuli, incommensurabilem esse cum durationibus vibrationum primi: ex quo concluditur aut falsam esse explicationem nostram rationemque supra allatam, propter quam ad chordæ motum, alia concors in octava moveatur: aut concludendum est non esse eandem rationem vibrationum chordarum ac funependulorum.

Quæret autem aliquis rationem cur in chordis, alia obseruetur ratio quam in funependulis. primò quidem certum est aliam omnino esse vibrationum causam. nam funependulorum motus à grauitate oritur, fidium autem, & neruorum à tensione partium, & nimia dilatatione. grauitas autem hoc habet, vt nisi obstet mutatio plani, singulis instantibus totidem gradus impetus producat, ex qua continua additione in temporibus minimis; sequitur illud augmentum in descensu, in temporibus sensibilibus æqualibus, & continuis fieri, in ratione duplicatâ temporum. Sequitur item quod si duo grauia moveantur temporibus inæqualibus; spatia percursa erunt in ratione duplicata temporum; & hoc non tantum dum libera sunt; sed etiam dum in planis similiter inclinatis descendunt, quare si duo funependula inæqualis longitudinis, in similibus arcubus suorum circulorum descendunt; erit eorum motus in ratione duplicata temporum, sed vt arcus similes, ita semidiametri: seu longitudo funependulorum; igitur vibrationum similium durationes in funependulis, est duplicata temporum. Sed hæc fusius explicantur in tractatu de motu grauium.

At vero in chordis nullum inuenio tale principium; eorum enim motus oritur à tensione, quæ non producit singulis instantibus singulos impetus similes & æquales; immò quia quo magis mouetur versus medium magis accedit ad situm suum naturalem, ideo minorem semper impetum producet, vnde puto eandem esse rationem durationum vibrationum, atque arcuum quos percurrunt, arcus autem similes, se habent vt radij, & radij sunt longitudines fidium, seu chordarum. Licèt autem non possim à priori probare eandem esse proportionem, durationum vibrationum, quæ longitudinum neruorum suf ficiat mihi ostendisse principium propter quod in funependulis, alia obseruetur proportio, in hac materia deficere; vt deinceps possim assumere chordam, duplò longiorem alia, duplum etiam tempus requirere ad suam vibrationem perficiendam.

Neque verò id omninò gratis assumo, nam licèt in grauium descensu, & experientia, & ratio satis ostendat, spatia decursa, aut longitudines, duplicatam rationem obseruare illius, quam obseruant tempora. hoc est si duo grauia descendant; & primum moueatur per vnum tempus putà minutum; & secundum, per duo minuta, ab hoc secundo spatium decursum quadruplum esse spatij a primo peragrati; si per tria minuta descendat spatium decursum esse noncuplum. Licèt (inquam) hæc ita se habeant in temporibus sensibilibus, & diuisibilibus in infinitas partes, aut certe in multas, vt in mille; si tamen tempus ex indiuisibilibus constaret, alia esset initio motus proportio obseruanda, nempe vt spatia decursa procederent sicut series communis numerorum, hoc est in primo instanti percurreretur vnum spatium in secundo duo, in tertio tria. Sed neque in neruis obseruatur hæc proportio. vnde quia non inuenio vbi pedem figam, sufficiat monuisse difficultatem, & à posteriori probare chordam duplo longiorem, cæteris paribus, duplò diuturniorem habere vibrationem.

Ratio autem quæ me mouet, ad asserendum doctrinam funependulorum non esse in hac materia admittendam; est hæc, quod eiusdem penduli vibrationes minores, multò minus durent quam maiores, in fidibus, & neruis, contrarium accidat. nam si leuiter tantum chorda impellatur, eius sonus tantisper erit grauior: quàm si vehementissime impelleretur, sonus autem grauior ex supradictis oritur ex vibratione diuturniore, & hoc manifestiùs apparet in organo musico, in quo si folles vehementiorem spiritum subministrent, ascendent omnium fistularum soni, ferè semitonio; si verò deficiat flatus, & spiritus, sonum grauiorem edent omnes fistulæ. igitur vibrationes minores, hoc est quæ sunt sui circuli minores arcus, maiori tempore absoluuntur, quam maiores, cùm in funependulis contrarium accidat. Suppositâ ergo ea proportione, nempe quòd cæteris paribus duarum chordarum æqualis crassitiei, & tensionis, vibrationes se habeant in duratione, sicut chordarum longitudines; hoc est chordæ duplæ, vibratio duplum tempus requirat, vt absolutè, facile consonantiarum naturam explicabimus. Sed adhuc experientia nobis constare potest. An hæc ita se habeant. tende chordam prolixam eamque digitò impelle, ita vt suos itus, & reditus patiatur, hus numerare poteris si sit chorda longissima. tum appositò fulcrò eam diuide bifariam, & dimidiæ obserua itus reditúsque, notabis ens esse crebriores duplo. In aliis partibus idem obseruabis, ita vt eadem sit ratio durationum ac chordarum. volo eandem tensionem perseuerare.

Si enim maior tensio fieret, vt si quadruplum pondus eidem chordæ appenderetur, aut contortò claniculo idem præstaretur, posset eadem perseuerante longitudine, percurrere omnes sonos, quibus positis consonantiarum naturam facile explicabimus.

Consonantia nihil est aliud, quàm compositio, seu mistura duorum sonorum, grauis nempe, & acuti qui aurem vniformiter, & suauiter afficiant Et hæc est communis consonantiæ descriptio, in qua requiritur diuersitas sonorum, nempe vt vnus sit alio grauior; nam si essent duo soni æquales & similes diceretur vnisonantia quæ etiam inter consonantias admittitur, vt dum duo homines eiusdem fere ætatis simul canunt, quorum voces non multùm discrepant, qui bassum canet, pro octaua in qua eum superiori conuenire deberet; sæpe in vnisono conueniet, quidquid autem de illo sit; certum est hanc definitionem dari potiùs. per effectum aliquem. quàm per ipsam consonantiæ naturam, quæro enim quid habeant duo soni, vt simul iuncti grati auribus accidant, & consonantiam efficiant; quid alij duo, quorum coniunctionem vix patiuntur aures; eò quòd nimis obstrepant. vnde ex superiori definitione

definitione nihil adhuc puto explicatum, nisi vocis significationem, nempe nos duas chordas consonas appellare, quæ sonos edere possunt, qui simul tempore producti aures demulcent, quare vlteriùs restat aliquid inquirendum.

Dico ergo consonantiam esse productionem simultaneam duorum sonorum, ex vibrationibus duratione commensurabilibus prodeuntium.

Hæc definitio vt benè percipiatur meliùs explicanda est.

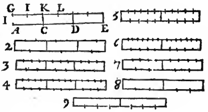
Diximus supra, eiusdem chordæ vibrationes, esse fere æquidiuturnas, & fixas, si ergo duarum chordarum vibrationes ita conveniant, quò ad durationem, vt identidem earum itus, & reditus congruant; vocabitur consonantia. Si verò aut nunquam, aut raro admodum simul incipiant, aut desinant; illæ ingratæ auribus accident. Explicatur autem comparatione factâ cum funependulis. Si enim sint duo funependula, quæ simul moueantur, vel vibrationes vnius cum vibrationibus alterius, ita commensurabuntur; vt identidem simul absoluantur; & simul incipiant, vel ita erunt inæquales in duratione, vt nunquam simul recurrant, si primum simultaneus vtriusque funependuli motus, gratus erit oculis. In secundo verò casu ingratus erit. Idem in hac materia dicendum est, si vibrationes vtriusque chordæ identidem simul desinant, nec sibi invicem contrariæ sint, erit consonantia, sin minus erit dissonantia. Immò puto in dissonantiis, ita dissilire aërem ex inconcinna vibrationum verberatione, vt etiam tympanum offendat, quod experientia satis ostendet, si enim duæ chordæ, aut fistulæ, tonò ab inuicem distantes simul sonum edant; fit sonus aliquis obstreperus, & valde inconcinnus. Notaui item quotiescumque maioris organi fistulæ, ad concordiam revocantur, quando duo non omnino concordant per octavam, accedunt tamen ad concordiam; internoscitur aliqua pugna, dum successiuè quælibet aliam, ad se vt ita dicam trahere nititur, seu ad tonum sibi consonum. Supponatur enim vna esse acutior, quam par sit, alia verò gravior, acutior trahit aliam ad sonum sibi consonum, ideoque evehit alterius tonum, & post pusillum descendunt simul ad tonum graviorem, atque hoc successive accidet quod vocant organistæ, consonantiam pugnare, & certare.

Hàc positâ consonantiæ definitione, facilè definiemus quid sit octava, quid quinta quid quarta, sexta, tertia. Et primò quidem potest proportio vibrationis vnius chordæ in duratione ad vibrationem alterius, vel esse multipla, vel superparticularis, vel superpartiens, vel multipla superparticularis. aut denique multipla superpartiens. hic non vacat omnes istas species proportionum expendere, quæ & alibi explicantur, & in hac materia non multum conducunt. multipla est quoties maior duratio, aliquoties continet minorem præcisè, & nihil aliud; & hæc optima est ad consonantias. non tamen quælibet multipla, sed de quâ auris iudicare possit. hoc est si duratio vibrationis vnius chordæ, duas alterius chordæ vibrationes contineat, seu si interea dum vna vibrabitur semel, altera bis præcisè vibretur; consonabunt in octaua. quia inter vtramque erunt octo voces numeratis extremis, secundum communem divisionem tonorum. Si verò fuerit tripla, concordabunt per duodecimam, seu per quintam supra octavam. Si fuerit quadrupla consonabit per decimam quintam; seu duplicem octauam. Si quintupla per tertiam maiorem supra duplicem octavam. Si sextupla per quintam supra duplicem octauam.

Aliæ verò sunt nimis distantes, vt de illarum concordia auris iudicare possit.

Superparticularis est quoties maior quantitas minorem continet, & insuper vnam eius partem aliquotam. talis est ratio quæ est inter 3, & 2, hoc est si sint duæ chordæ quarum vnâ bis vibrante, alia vibret ter; erit sesquialtera, hoc est maioris vibratio erit sesquialtera, vibrationis alterius, hemiolia; eritque consonantia quam quintam vocamus. 4, ad 3. sequi tertia consonantia diatessaron, seu quarta. 5, ad 4, sesquiquarta ditonus, seu tertia maior. 6 ad 5, sesquiquinta semiditonus, tertia minor. aliæ superparticulares sunt nimis remotæ, quàm vt consonantiam efficiant.

Sequitur superbipartiens quoties maior continet minorem semel, & insuper aliquas eius partes aliquotas, vt 5. ad 3. continet enim semel numerum 3, & insuper duas tertias, ideoque dicitur superbipartiens tertias, & hæc constituit consonantiam sextæ maioris, Hexacordon maius. 8 ad 5. superbipartiens quintas, Hexacordon minus, vt aurem melius hoc subiiciam oculis.



Intelligatur esse tempus, in quo fiunt vibrationes alicuius chordæ; ita vt A C, sit tempus vnius vibrationis, C D alterius, & ita consequenter. eodemque tempore vibretur, & alia chorda, cuius vibrationes sint crebriores, ita vt dum absoluitur prima AC, alia chorda duas perficiat nempe G I, I H, etiam ad oculum videntur istæ vibrationes optime conuenire, & hoc in aliis multiplis, modo non ita distent ab invicem, vt auris de eo vix iudicare possit. Erit hæc octava, vt in prima figura.

Si verò vnâ duas vibrationes patiente, alia tres absoluat, vt in secunda; sicut hæc dispositio oculis ingrata non est in huiusmodi lineis, ita eadem in vibrationibus dispositio non potest auribus ingrata accidere, & hæc consonantiam quam quintam vocamus componit.

Figura Tertia quartam exhibet, vt 4 ad 3. Quarta figura tertiam maiorem vt 5 ad 4. Quinta figura tertiam minorem, vt 5 ad 6. Sexta figura, sextam minorem, vt 8 ad 5. Septima sextam maiorem, vt 5 ad 3. Octaua duodecimam vt 3 ad 1. Nona decimam quintam vt 4 ad 1.

Ex his figuris facile vides omnes istas consonantias esse concinnas, & aptas, ita vt si vibrationes vtriusque chordæ posset oculus distinguere,

distinguere, iudicaremus eas non confusè procedere, sed sibi inuicem respondere.

E contra verò siquis vellet vibrationes chordarum dissonantium inter se comparare, videret confusionem magnam, & talem vt nunquam, aut non nisi rarò admodum conueniant. quod vt in exemplis pateat, inuenitur in tota serie diatonica quam infra explicabimus, quinta falsa, in ea autem ita se habet vna chorda, ad aliam, vt 8, ad $5\frac{5}{8}$, hoc est maiori vibrante quinquies cum quinque octauis, alia vibret octies, vnde non nisi rarò admodum conuenient.

In Tritono autem quæ est quarta falsa, & valde ingrata, maior chorda se habet ad minorem, vt 5 cum $\frac{5}{8}$, ad 4. ideoque vibrationes vix vnquam simul perficientur.

Secunda etiam quæ est dissonantia in proportione quæ est 9. ad 8, aut 10. ad 9 posita est.

Septima vt $7\frac{1}{2}$ ad 4. alia septima vt $12\frac{1}{2}$ ad $7\frac{5}{8}$. Alia item vt 12 ad $6\frac{3}{4}$.

Hemitonium maius, est vt 16 ad 15.

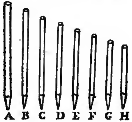
Non persequor autem omnes dissonantias, quia infinitæ sunt; sed tantùm illas recenseo, quæ in communi diatonica serie reperiuntur.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Diuisio consonantiarum.

Quia qui de musica nihil vnquam audiuerit, difficillime istas voces octauæ, tertiæ maioris, & minoris, quintæ, quartæ intelliget, ideo antequam ad consonantiarum diuisionem veniam; aliquid de illarum origine dicendum est. Supponamus instrumentum aliquod octo neruis constans, quorum primus, & vltimus, ita concordent, vt solet chorda aliqua cum sua parte dimidia concordare, vel meliùs sint octo calami, quorum



longior sit duplus minimi. sintque ABCDEFGH, secundum seriem tonorum gratam auribus concordes, quænam autem sit illa series dicetur infrà. volo vt calamus A, sit duplus calami H, habuerunt autem antiqui tale instrumentum substitutis chordis, pro calamis parum interest, consonantia quæ est inter A, & H, dicetur octaua quia numeratis extremis A, ad H, distat octo gradibus, & quia tale instrumentum octo tantum chordis constabat, dicetur hæc consonantia per omnes διαπασῶν, ideoque recepta est hæc vox diapason.

Si comparetur A cum G, dicetur septima, quæ quia est auribus ingrata non dicetur consonantia. in quo est notandum, licet A cum G, nunquam debeat consonare, hoc est nunquam duæ voces quarum vna sonum A imitetur, alia vero sonum G, debeant simul audiri; posse tamen successiue. Si comparetur A, cum F erit exachordon, seu sexta, quia inter A, & F numeratis extremis, sunt 6 chordæ. quia autem non omnes fistulæ æquali interuallô distant ab inuicem, ideo oritur sexta maior & minor. Interuallum quod est inter A, & E vocatur quinta, διάπεντε per quinque, propter eandem rationem. idem dico de interuallo quod est inter D, & H.

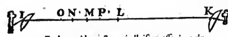
Distantia inter A & D. B, & E; C & F, D & G, E & H vocatur quarta, seu διατεσσάρων per quatuor chordas.

Inter A & C. B & D, C & E, D & F, E & G, F & H, dicitur δίτονος tertia, & quia non æquali omnino interuallô inter se distant hæ chordæ, ideo inuenitur tertia maior quæ δίτονος dicitur; inuenitur, & tertia minor quæ semiditonus dicitur.

Distantia autem quæ est inter vnam chordam, & proxime sequentem dicitur secunda. quia autem vt interualla sint auribus grata non debent esse inter se æqualia; ideo tres sunt species secundarum, est enim tonus maior, tonus minor, & hemitonium maius.

Licèt huiusmodi octo chordæ quarum prima ad vltimam ita se habeat, vt prima eum edat sonum, quem tota aliqua chorda extensa ederet; vltima verò quem eiusdem chordæ dimidium produceret, varie aptari possint; ea tamen dispositio erit optima, in qua plures erunt consonantiæ, hoc est ea in qua non tantum prima cum vltima, sed etiam cum intermediis consonabit, & intermediæ inter se.

Supponatur ergo chorda, aut fistula A, eum edere sonum quem producit tota chorda IK, & fistula, aut chorda H, eum producere quem edit eius dimidium L K, cum se habeant vibrationes sicut chordarum longitudines, interea dum fistula A, semel vibrabitur, fistula H, duplici vibratione mouebitur; atque adeo consonabunt. iam inter A, & H ponenda est, alia chorda quæ cum vtràque consonet. vnde quia A, imitatur sonum totius IK, & H, partis LK, vt alia inter vtramque ponatur, debebit sonus esse acutior quam qui ab IK. & grauior quàm qui ab LK producitur, & debebit neruus apponendus eum edere sonum quem chorda maior quam LK, & minor quam IK producit. quæratur autem fistula quæ concordet cum A per quintam. quia autem ita componitur, vt chorda inferior duas vibrationes perficiat, interea dum acutior & minor tres absoluit: sit ergo I M, tertia pars lineæ I K, & consequenter M K, duæ tertiæ partes; erit ergo chorda I K, ad M K, vt 3 ad duo. ideoque vibratio chordæ I K, in duratione se habebit ad vibrationem MK, vt 3 ad 2. hoc est si vna duret tria minuta, alia perficietur intra duo; quare dum prima duas vibrationes perficiet, nempe intra 6 minuta, secunda tres absoluet. dico si neruus, aut fistula E, eum edat sonum, quem linea MK, concordabit cum neruo A, eâ concordantiâ quam vocauimus diapente. quia autem interea dum I K, duas vibrationes perficit LK quatuor absoluit, & dum IK duas, MK tres absoluit. MK ad LK, seu E ad H, se habebunt vt 3 ad 4. atque adeo concordabunt ea consonantiâ quam vocabimus quartam.



Ex huc vides octauam diuisam esse in quintam, & quartam; ita vt quinta sit propior sono grauiori; nempe ab A ad E, & quarta propior sono acutiori ab E, ad H, si ergo isti tres nerui A, E, H, simul impellerentur optima esset consonantia nihilque ingrati accideret.

PROPOSITIO V.

Theorema.

In diuisione Monochordi, Diatonica, obseruatur proportio harmonica.

Vt autem meliùs omnia intelligi possint, supponenda esset doctrina proportionum, seu proportionalitatum; quàm hic breuiter vt pote alibi explicatam perstringo. Suppono autem rationem esse habitudinem aliquam quantitatum, eiusdem rationis: proportionem autem seu proportionalitatem esse talium rationum similitudinem. vnde in omni proportionalitate requiruntur duæ saltem rationes, seu duæ relationes quantitatum. quælibet autem relatio duo habet extrema, quæ philosophi vocant nomine fundamenti, & termini; nos antecedentis & consequentis. cum ergo proportionalitas sit similitudo relationum, seu rationum; in omni autem similitudine requirantur duo quæ similia sint; necessariæ erunt duæ relationes; quælibet autem relatio suum habet fundamentum, & terminum. igitur in proportionalitate requiruntur aut 4, aut saltem tria extrema. quod primò explicabo exemplô philosophicô. duæ paternitates sunt relationes, & relationes similes: igitur hæc similitudo duas paternitates requirit. quælibet paternitas duos homines inuehit patrem, & filium si ergo dicerem vt Adamus se habet ad Abelem, ita Philippus ad Alexandrum, hæc similitudo denotata per has voces (vt se habet) dicetur proportionalitas. posset tamen dari similitudo paternitatum, seu duæ paternitates, in qua essent tres tantum homines. vt si qui est filius in vna paternitate, esset pater in alia. vt si comparentur, vnus pater & filius. sintque Iesse, Dauid, Salomon. vt se habet Iesse, ad Dauid, ita Dauid, ad Salomonem. isti termini si secundum quantitatem compararentur dicerentur continuè proportionales. Possunt autem duæ illæ rationes, seu relationes ad proportionalitatem requisitæ, variis modis esse similes. primus modus erit si prima quantitas, secundæ tot contineat partes aliquotas quascumque, quot tertia, quartæ similes partes aliquotas continet. vel si sint tantum tres, quot secunda tertiæ similes partes aliquotas continet. vt 2. 4. 3. 6. vel vt 3 ad 6. ita 6 ad 12. & hæc quæ stricta est proportionalitas dicitur geometrica.

Alia item proportionalitas seu similitudo rationum erit quoties maior quantitas in vtraque ratione, seu relatione, eodem aut æquali excessu superabit minorem, vt 2. 4. 6. sicut 4 superat binarium duabus vnitatibus, ita 6 superat numerum 4, duabus vnitatibus hæc similitudo rationum Arithmeticam proportionalitatem constituit.

Tertia denique rationum, seu relationum similitudo, erit quoties, vt se habet maior quantitas ad minimam; ita se habebit excessus maximæ supra mediam, ad excessum mediæ supra minimam, vt 6. 8. 12. rationes 6 ad 8. & 8. ad 12. in ea habent aliquam similitudinem, quod sicut numerus 12 est duplus numeri 6. ita excessus quo 12 superat 8 id est 4, est duplus binarij quô numerus 8, superat numerum 6. & hæc proportionalitas dicitur Harmonica, quia quoties inter duos sonos, aut chordas aliquam aliam constituimus, aptissima erit illa habitudo, quæ prædictam regulam obseruabit.

Vt autem id ostendam in hoc exemplo. consonantia quæ est 3 ad 2, quæ quinta dicitur suauior est ea, quæ inuenitur inter 3 & 4, quam dicimus quartam; quia vt diximus, sæpiùs in prima vibrationes conueniunt. Item dum multos sonus audimus, ad grauiorem omnes alios reuocamus, vnde grauior dicitur basis, & bassus, quasi fundamentum cæterorum, vndè soni aliarum partium semper ad bassum reuocantur. cùm ergo in priori exemplo duæ fistulæ aut chordæ A & H simul canere debent, volumus autem aliam tertiam chordam adiicere, satiùs est vt concordet secundum meliorem consonantiam cum fistula A grauiori; quàm cum fistula H, acutiori; igitur si sit eligendum; concordet cum A vt 3 ad 2, per quintam; & cum H, vt 4, ad 3. per quartam. quod aptius erit ad Harmoniam, quam si per quartam concordet cum A, & per quintam cum H. dico ergo si fistula quæ adjicitur sit media harmonicè, seu secundum proportionalitatem quam explicuimus inter A, & H concordabit cum A per quintam, & cum H per quartam. Si verò fistula aut chorda quæ adjicitur sit media secundum proportionalitatem Arithmeticam; concordabit cum A per quartam, & cum H per quintam quod vt benè intelligatur fistulæ istæ reuocantur ad sonus editos, à variis partibus eiusdem chordæ I K, vt nempe cætera sint paria, nempe eadem crassities, & eadem tensio. reuocetur longitudo lineæ I K ad numeros. & quia numerus 60 plurimas habet partes aliquotas; vt vitentur fractiones. sit linea I K. 60 partium, erit LK 30 partium. sit inueniendus numerus medius harmonicè inter 60, & 30 assero illud esse 40 duas scilicet tertias numeri 60. seu diuisionem bene factam esse in M. nam sicut 60 est duplus numeri 30, ita etiam 20 excessus quô 60. superat 40, est duplus numeri 10, quô 40, superat 30. cum autem I K tota chorda 60 partium, ad M K, 40, sit vt 3 ad 2 erit consonantia diapente. M K verò ad L K, est vt 40 ad 30. seu 4 ad 3 ergo erit consonantia diatessaron, seu quarta. diuisa est ergo tota octaua harmonicè in quintam, & quartam. quod erat ostendendum.

Rursus sit I N quarta pars totius chordæ I K. & consequenter N K contineat tres quadrantes lineæ I K, seu 45. dico diuisam esse octauam in quartam, & quintam; & hoc arithmeticè, hoc est si fiat fistula D, quæ sonum reddat simi-

lem illi quem ederet, chorda NK, si sola pulsaretur, suppositô scilicèt fulcrô, in punctô N. hæc fistula D concordabit. cum A per quartam, & cum L K per quintam. nam erit N K 45. 60 autem ad 45. est vt 4 ad 3. igitur est consonantia quam diatessaron nominamus, 45 autem ad 30. seu N K. ad L K aut D ad H, erit vt 3, ad 2 seu consonantia diapente.

Quia verò si tres numeri exponantur 60. 45. 30 erunt tres numeri arithmeticè proportionales, nam 45 superat quindecim vnitatibus numerum 30, & 60, totidem numerum 45. ideo si octaua diuidatur arithmeticè exurget quarta, & quinta.

Diuidamus primam quintam nempe inter A & E, sitque alia fistula collocanda, quæ si fieri potest cum vtraque concordet. explicuimus autem supra duplicem dari tertiam, maiorem, & minorem. prima est vt 5 ad 4. secunda est vt 6 ad 5. ideoque prima melior est. debet ergo fistula illa quæ erit C, concordare cum A in tertia maiore, & cum E in tertiâ minore. reuoceturque hæc diuisio ad numeros chordæ I K. quæ est 60. & M K 40. quæratur numerus medius harmonicè inter 60. & 45 assumatur linea IO quæ sit quinta pars lineæ I K. eritque IO partium 12. & OK partium 48 assero si fistula C sonum reddat quem edit chorda O K, fore vt concordet cum A secundum tertiam maiorem, & cum E secundum, tertiam minorem, & diuisionem chordæ, fuisse factam harmonicè. nam cum 60, ad 48; sit vt 5, ad 4 clarum est IK ad O K, seu A, ad C concordare per tertiam maiorem. cum vero O K ad N K sit vt 48, ad 40. vt 6, ad 5 erit consonantia, tertia maior. numeri autem 60. 48 40 sunt continuè proportionales harmonicè. nam sicut 60, ad 40, est vt 3, ad 2: ita 12 excessus quô 60 superat 48. est ad 8. excessum quô 48 superat 40.

Si verò eadem quinta arithmeticè diuideretur nempe inter 60. & 40 constitueretur medium arithmeticum nempe 50. 60. cum, 50 esset vt 6 ad 5, tertia minor, 50 ad 40, vt 5 ad 4 tertia maior hæc diuisio non ponitur nisi dum tonos diuidere volumus.

Sicut quintam quæ est inter A & E aut inter I K, M K diuidimus in O, adiectâ scilicèt fistulâ C, ita etiam diuidere possumus quintam quæ est inter D, & H, seu inter N K, & L K. adiectâ fistulâ F. linea N K quæ est 45 ita diuidatur in P, vt N P sit eius pars quinta, nempe 9. & reliqua P K 36. dico N K, ad P K concordare in tertia maiore, & PK, cum LK secundum tertiam minorem. & PK esse mediam harmonicè inter vtramque. nam est 45, ad 36; vt 5, ad 4: ergo tertia maior. 36, autem ad 30; vt 6, ad 5: tertia minor. vt autem 45, ad 30. ita 9, excessus quô 45. superat 30, ad 6 excessum, quô 36 superat 30. quare si fiat fistula F vnisona cum P K, habebimus aliam fistulam concordem cum D, & cum H. assero item fistulam F concordare cum A, in exachordo maiori. nam A, seu I K est 60. & F seu P K est 36, est ergo vt 5 ad 3. ratio exachordi maioris. octaua ergo diuiditur diuisione P in exachordon maius, & tertiam minorem.

E contrà verò fistula C concordabit cum H in exachordo minori, & cum A in tertia maiori. nam cum O K sit 48; & L K 30, & sit 48 ad 30 vt 8, ad 5; erit exachordon minus. vidimus autem A ad C concordare per tertiam maiorem.

Ex prima diuisione octauæ in quintam, & quartam, item ex secunda in quartam & quintam oritur tonus maior. nempe cum NK, sit 45. & M K sit 40, sitque 45 ad 40 vt 9, ad 8. hanc proportionem vocauerunt antiqui tonum. tonus autem non est consonantia. si enim fistula D respondens chordæ N K, caneret simul cum fistula E, respondente diuisioni M K. ingratissimus esset ille concentus.

Interuallum inter A & C sicut inter P, & L nimis magnum est; videamus vtrum subdiuidi possit. sit Iq totius lineæ I K pars 9. dico si fiat fistula B vnisona cum chorda q K, fore vt distet à fistula A vnô tonô. item δυτονον A C diuisum esse harmonicè in B. nam cum A seu chorda I K illi respondens sit 60. & resecta sit nona eius pars I q, reliqua qK 8 eius partes continebit; eritque IK, ad qK vt 9 ad 8 proportio toni. nona autem pars, chordæ sexaginta partium est $6\frac{2}{3}$ quæ si auferantur ex I K, partium 60 restabit q K partium $53\frac{1}{3}$, O K autem erat 48. 60 verò est ad 48; vt 5, ad 4. assero $53\frac{1}{3}$ esse medium proportionale harmonicum inter 60 & 48. quia $6\frac{2}{3}$ excessus quô 60 superat $53\frac{1}{3}$ se habet ad $5\frac{1}{3}$ excessum quô $53\frac{1}{3}$ superat 48, vt 5, ad 4.

Rursus ablatô tonô maiore, ex dytono, asserò restare tonum minorem, nempe fistulam B distare à fistula C, tono minore: seu $53\frac{1}{3}$ se habere ad 48, vt 10, ad 9. nam si fiat 9 ad 10 ita 48. ad quartum inuenietur $53\frac{1}{3}$.

Insuper addo quod si inter A & C constitueretur fistula B media arithmeticè, hæc distaret à fistula A, tonô minore & à fistula C tono maiore. contrariô modô quàm supra acciderit. nam inter 60 & 48 medium proportionale arithmeticum est 54, nam 54 superat 48 sex vnitatibus, & 60 superat 54 pariter 6 vnitatibus. clarum autem quòd sit 60 ad 54 vt 10 ad 9. ratio toni minoris, & 54 ad 48. vt 9 ad 8 ratio toni maioris.

Habemus iam inuentam rationem semitonij maioris, quæ nempe est inter C, 48, & D 45. id est si ad minimos terminos reuocetur erit vt 16 ad 15, eôdem modo diuidatur interuallum vltimum; ita erit 30 ad 32. est autem 36 ad 32 vt 9 ad 8. tonus maior & 32 ad 30 vt 16 ad 15 hemitonium maius.

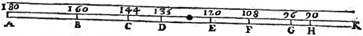
Atque hôc modô exurgit diuisio octauæ in 7 interualla habemusque tonos maiores, minores & hemitonia. item tertiam maiorem, minorem, quartam, quintam, sextam maiorem, minorem. habemus item septimam quæ sicut toni, & hemitonium non est concordantia.

Colliges autem ex his quomodo diuidenda sit chorda, vt quamplurimos tonos musicos, & consonantias exhibeat. deinde cur non in partes æquales diuidatur, aut eandem semper habentes rationem; quia nempe licèt vna cum sequenti concordaret, non tamen ita multæ concordarent inter se, ac in diuisione ista communi.

Itèm notandum est istam diuisionem ita esse naturalem, vt licèt prima fistula cum sequenti non concordet, si simul cum illa canat, nihilominus vna post aliam, optime consentiat,

conseotiat, quod in aliis diuisionibus non accidit, illius autem rei rationem nullam inuenire potui quæ satisfaciat.

Colliges autem rationem quare septem calamis dicatur compacta fistula, item recenseantur septem discrimina vocum in musica, quia nempè octauus calamus, qui cum primo conuenit in octaua, ita illi similis est; vt primus pro illo substitui possit, atque adeò tota octaua septem illis absoluatur.



Supponitur chorda in 180 partes diuisa cuius media tantum pars hic exhibetur.

A B tonus maior 9. ad 8.
B C tonus minor 10. ad 9.
C D hemitonium, maius 16 ad 15.
D E tonus maior 9. ad 8.
E F tonus minor 10. ad 9.
F G tonus maior 9. ad 8.
G H hemit. maius 16. ad 15.
A C. ditonus tertia maior 5. ad 4.
D F ditonus.
E G ditonus.
B D semiditonus 6 ad 5 fere.
C E semiditonus præcise 6 ad 5.
F H semiditonus præcise 6 ad 5.
A D quarta diatessaron 4 ad 3.
B E quarta.
C F quarta.
D G tritonus discordantia vt $5\frac{1}{7}$ ad 4.
A E diapente quinta 3 ad 2.
B F quinta paulo deficiens.
C G quinta præcisa 3 ad 2.
D H quinta 3 ad 2.
A F sexta mai. 5. ad 3.
B G sexta maior.
C H sexta minor 8. ad 5.
A H octaua.

Quæ omnia intelligenda sunt de chordis vsque ad finem lineæ sumptis à puncto diuisionis.

Ex his facile dignoscere potes primò quænam consonantiarum appellatio; quæ etiam appellationis causa. nam primo octaua suam ab octauo numero appellationem habet, quòd secundum hanc diuisionem, illa chorda quæ eum reddit sonum quem dimidia chorda primo assumpta, respectu totius octaua sit. diapente, seu quinta, diatessaron seu quarta. Exachordon minus; exachordon maius, ditonus, semiditonus, seu ditonus diminutus, ab iisdem gradibus, & sedibus denominationem habent.

Octaua diuiditur in quintam & quartam harmonicè, in quartam & quintam arithmeticè. item in hexachordon maius, & tertiam minorem item in exachordon minus, & tertiam maiorem, habet autem tonos maiores tres, minores duos, semitonia maiora duo. dum dico A B esse tonum intelligo comparari lineam A K, cum linea BK, semper vsque ad extremitatem chordæ.

Sexta maior continet duos tonos maiores, duos minores, & hemitonium. sexta minor duos maiores tonos, vnum minorem duo hemitonia. sexta maior diuisione harmonicâ diuiditur in quartam & tertiam maiorem. diuisione Arithmetica, in tertiam maiorem & quartam, ita vt quarta superiorem locum obtineat.

Quinta continet tertiam maiorem, & minorem, & hòc modò diuiditur diuisione harmonicâ, ita vt tertia maior inferiorem locum obtineat. in diuisione verò Arithmeticâ tertia maior superiorem locum obtinet. Continet item quartam cum tono maiori. seu tonum minorem, duos tonos maiores, & hemitonium.

Quarta continet tonum maiorem, tonum minorem, & hemitonium.

Tertia maior continet tonum maiorem & minorem. si diuidatur harmonicè tonus maior erit inferior, & tonus minor superior. si Arithmeticè tonus minor inferior erit, tonus maior superior.

Tertia minor continet tonum maiorem, & hemitonium.

Sunt & aliæ partes, vt semitonia alia, & dieses, apotome quæ, quia diuisio communis octauæ non est eadem modo quo apud antiquos, ideo vt plurimum euanescunt, & inutiles redduntur.

PROPOSITIO VI.

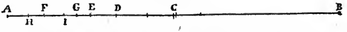
Theorema.

De antiquorum Musica communi, & genere diatonicò.

Quamuis musica ad eam perfectionem quam nunc habet successiue tantùm adducta sit, operæ pretium tamen erit aliquid de antiquorum musica differere; vt intelligantur aliquæ voces, quæ in ea diuisione quæ nunc admittitur, locum non habent.

Antiqui igitur solas consonantias admittebant diapason, diapente, diatessaron. cum igitur diuiderent diapason in quintam, & quartam, ita vt quinta inferiori loco inueniretur, & quarta superiori, seu versus acutiores sonos; quoties nempe diuideretur harmonice eo modo quo diximus. vel arithmeticè & tunc quarta inferiorem locum sibi vendicaret; ideo totam suam musicam his numeris comprehendebant 12. 9. 8. 6. ita vt 12, ad 8 esset quinta. 8. ad 6 esset quarta. 12, ad 9 esset quarta; 9, ad 6 esset quinta. agnoscebant item tonum maiorem 9 ad 8. ex cuius repetitione cætera supplebant interualla, quæ nimis magna videbantur. ex quo multæ aliæ partes oriebantur quas modò, aliter diuisione instituta ignoramus. vt autem quid de antiquis sentiendum sit aperiamus diuidemus chordam aliquam, vt ex eius diuisione totum intelligamus systema antiquorum. non quod vnicâ tantùm vterentur chordâ; sed quòd cùm solius longitudinis chordarum rationem habeamus; suppositâ vnicâ chordâ cuius partes, & soni ab iis prodeuntes cum totâ & eius sonô comparentur; certi esse possimus cætera esse paria, nempe eandem semper esse crassitiem, & tensionem.

Conueniunt omnes primam diuisionem octauæ, seu diapason fuisse in quintam, residuâ quarta.



tâ. vt si tota chorda A B. diuidatur bifariàm in C, sitque tertia eius pats AD. si totius AB sonus comparetur, cum sono, quem edit dimidia pars CB, illi duo soni conuenient in octaua. & se habent chordæ vt a ad 1. si totius autem chordæ sonus, comparetur cum sono partis DB quæ duas tertias continet, erit quinta; DB autem comparata cum CB, conuenit in quarta.

Sit AE quarta pars totius AB. comparetur sonus totius AB cum sono partis EB, quia chordæ se habent vt 4, ad 3 conueoient in quarta. EB autem cum CB. quia se habent vt 3 ad 2 conuenient in quinta. E B autem ad DB se habet vt 9. ad 8. eaurgit igitur tonus qui maior apud nos existit, apud veteres solus agnoscebatur. quare interualla AE DC diuidebant in duos tonos maiores, & aliquid relinquebatur. quare ex linea A B abscindatur pars eius nona quæ sit A F. si pulsetur tota A B, deinde supposito discerniculô in F, FB sonum edat, fuerit factus asceosus per vnum tonum. item si ex FB aufetatur pars nona FG, si sooet sola GB, fiet ascensus per alium tonum maiorem. si autem comparetur GB, cum EB erit ascensus per partem aliquam, quam vocauerunt Leimma, eò quòd ablatis duobus tonis AE, FG, ex quarta A E, relinqueretur G E, est autem ratio GB ad EB vt 19. ad 18. minor ratio, quàm nostri hemitonij maioris, quæ est vt 16 ad 15. siogulos autem tonos diuidebant in hemitonium maius, quod Apotome vocauerunt, & diæsin. hemitonium maius non erat idem cum Leimmate, sed paulo maius vt si fiat vt 17. ad 16 ita AB ad HB, aut F B ad I F. erunt diuisi toni A F, F G in suas apotomes AH, FI. relinquetur autem diæsis HF, IG. erit autem HB, ad FB, vt 17. ad 18. non multum igitur differunt Leimma, diæsis, apotome. Apotome maxima est vt 17 ad 16 deinde diæsis vt 18 ad 17. minimum Leimma vt 19 ad 18. atque hæc sufficere possunt ad genus diatonicum explicandum, puto enim alia genera non inuenta esse, antequam perfectior diuisio inuenta esset.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

De tribus Musices antiquæ generibus.

Fuisse tria Musices genera apud antiquos nemo dubitat. nempe diatonicum, chromaticum, & enharmonicum, quomodo verò se habuerint huiusmodi genera non est ita facile determinare. diatonicum igitur puto dictum, quod tonos non diuideret in suas apotomes, & diæses, sed simpliciter per tonos, & Leimmata procederet. vt si organum pithaulicum construamus in quo non diuideremus tonos, in suas vt vocant fictiones, diatonicum esset vt ipsa vox satis notat. licèt enim post duos tonos, aut tres inueniantur Leimmata, hæc non impediunt quò minus genus diatonicum sit. nam si soli toni adhiberentur, nulla quarta inueniretur, nulla quinta. immò ea tonis maioribus solis octaua constare non potest; ideoque necessariò Leimmata interserenda sunt, quæ respondent distantiæ quæ inuenitur in communi systemate hodie recepto, inter mi & fa, ita vt duo necessariò Leimmata in quâlibet octaua inueniantur. hæc autem Leimmata non continua esse possunt, sic enim turbaretur ordo consonantiarum. sed cum in qualibet octaua inueniantur quinque toni, & duo Leimmata, debent alternatim poni duo toni & vnum Leimma, & tres toni & vnum Leimma.

Systema antiquum duas tantum octauas continebat; voluerunt autem diuidere duas octauas in quatuor tettacorda, quæ quidem si continua essent, hoc est si finis vnius tetrachordi, idem esset ac initium alterius, non perficerentur duæ octauæ. ideo tertium tetrachordon diuisum est à secundo. vel melius quia post primum Leimma sunt duo toni, & post secundum Leimma sunt tres toni, ideo necessarium fuit propter tres tonos consequentes, relinquere vnum tonum qui ad nullum tetrachordon pertineret, & quasi disiungere vnum ab alio, spatiô vnius toni. satiùs fuisset diuidere quamlibet octauam in tettachordon & pentechordon, seu in quartam, & quintam, sed voluerunt seruare suam diuisionem, ex qua sequitur etiam relictô vno tono in medio qui ad nullum tetrachordon pertineret, adhuc defecisse ad duas octauas vnum tonum. vnde chordam aliam adiunxerunt vt essent duæ octauæ integræ eamque προσλαμβανόμενον nominarunt.

MONOCHORDVM DIATONICVM,

Siue naturale.

Tetrachordon. Synemenon.	Nete Symenenon. *Tonus.* Paranete Synemenon. *Tonus.* Trite Synemenon. Hemitonium. *Mese.*

Nete Hyperboleon. *Tonus.* Paranete Hyperboleon. *Tonus.* Trite Hyperboleon.	*Tetrachordon.* *Hyperboleon.*
Hemit. Nete Diezeugmenon. *Tonus.* Paranete Diezeugmenon. *Tonus.* Trite Diezeugmenon. *Hemit.* Paramese.	*Tetrachordon.* *Dezeugmenon.*
Tonus. Mese. *Tonus.* Liehanos Meson. *Tonus.* Parhypate Meson. *Hemit.* Hypate Meson. *Tonus.*	*Tetrachordon.* *Meson.*

Lyehanos

Lichanos Hypaton.
Tonus.
Parhypate Hypaton.
Hemit.
Hypate Hypaton.
Tonus.
Proslamuanomenos.

Tetrachordon. Hypaton.

Superuacaneum puto tationem reddere omnium appellationum. Tetrachordon.inferius quidem Tetrachordon dicitur ptincipalium,quia in. Musica toni grauiores principaliotes sunt, & quod mirum est, licèt acutiores videantur fortiores; si quis tamen à longe musicam audiat, sonos gtauiores priùs audiet, quàm acutiores. in Tetrachordis inferioribus distinctio fit pet principalem ptincipalium. vicinam principali. indicem ptincipalium.hypate autem mediarũ ad vtrumq; Tetrachordon pertinet. diligenter notandum est Tetrachordon Synemenon adiectum esse,& quasi aptatum propter rationem satis manifestam. candem nempe propter quam in musica nostra distinguimus duo quasi genera canendi, quorum vnum b molle dicitur, aliud vero b durum. petitur autem hæc distinctio præcipue ab insttumentis musicis, quæ si solà voce humanà caneremus non esset necessaria, nam fusiùs infra explicabimus, indicasse tamen expediet. In genete diatonico post duos tonos interseritur vnum Leimma seu hemitonium maius. & rursus post tres tonos alterum Leimma ponitur. sunt aliqui cantus compositi pro ea parte systematis in qua post duos tonos est vnum Leimma. quare præcipuè dum instrumenta cum humanà voce aptantur, vt possit iis chordis in quibus post tres tonos interseritur Leimma aptari, diuiditur vnus tonus in hemitonium maius, & minus. quod vt intelligatur ponamus secundum voces in nostra musica vsitatas distantiam à voce M I, ad Fa esse Leimma, seu semitonium maius. & aliquis incipiendo à parhypate meson, velit dicete vt, re, mi, fa. nisi vtatur tetrachordo synemenon hoc non poterit, quia à mese ad paramesen est tonus integer, ideoque recurtendum est ad tetrachordon synemenon. nam à mese ad tertiam synemenon est Leimma,seu semitonium maius, & tunc rursus vsque ad paraneten erit tonus integer. vnde istud tetrachotdon tres habet chotdas easdem aut vnisonas, chotdis tetrachordi diezeugmenon. nempe mesen, paranetem, & netem ideoque in instrumento addendo vnicam nempe triten synemenon, & relinquendo paramesen diezeugmenon, absoluitur illud tetrachordon. vt in organo musico dum canimus per b molle post Amilare. assumimus chordam b mollis, & præterimus chordam b duri,& incidimus in C sol vt fa commune vtrique generi. cætera sunt similia,vtimurque iisdem chordis.

Diuiserunt autem totum systema in tetrachorda, quia ex hac diuisione hoc habetur commodi, vt qui vnum tettachordon intonare didicit, totum systema absoluere possit.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

De genere Chromatico. & Enharmonico.

Hæc duo systemata semper existimata sunt præstantiora genete diatonico, & aliquid subriliotis doctrinæ continete. eòdem autem modô extensa etant; duplicemque octauam adæquabant. in quatuor item tetrachorda diuidebantur, ideoque chotdæ quæ in diatonicu, aut finiunt, aut incipiunt tetrachorda,eædem immobiles perseuerant, in genere chromatico & enharmonico. Solaque differentia fuit, quod chromaticum post hemitunium, vice duorum tonorum, haberet hemitonium minus & semidytonum. ideoquè aliter diuideret quodcumque tetrachordon, nempe in hemitonium maius, hemitonium minus, & semidytonum. si benè rem perpendamus musica nostra quæ videtur esse dyatonica, genus etiam chromaticum comprehendit. ita vt duobus simul vtatur. verum quidem est quod si in organo pythaulico; solis albis tudiculis vteremur;esset diatonicum genus; procedens per duos tonos, & vnum hemitonium, deinde per tres totos, & hemitonium. & tudicula nigra quam vocamus b molle inseruiret tetrachordo adscititio synemenon vt autem ex eo fieret chromaticum,deberet patmula alba quam D la re sol dicimus abiici & pro ea subitinit nigra C. item palmula alba G auferri & substitui nigra F. sic enim fieret vt incipiendo ab Amilare. vsque ad b. esset vnus tonus. deinde ab b ad C. hemitonium maius. à C ad C nigrum hemitonium minus à C ad E semidytonus. ab E ad F hemiton. maius. ab F ad F hemitonium minus. ab F ad A semidytonus. ab A ad b tursus tonus &c. nos retinuimus integrum diatonicum, inseruimus tamen chromaticum; immò auximus chromaticum. quæ omnia videre possumus in organo pythaulico. & optimum est intueri omnia. nam tota musica ibi extensa cernitur.

Enharmonicum alitet procedit nam; singula tetrachotda ita diuidit vt nullus ibi tonus; sed solum dytonus. hemitonium aotem maios diuidit in hemitonium minus seu diæsin maiorem, & diæsin minorem seu enharmonicam.

Quæ omnia vt melius intelligantur; aliquas diuisiones præmittere debemus. hæc duo vltima genera vsitata non sunt nisi post toni maioris & minoris distinctionem. diximus autem supra, facile tonum maiorem inueniri potuisse; est enim excessus quintæ, supra qoartam. inuenta deinde fuit tertia maior, quæ est vt 5, ad 4, ex qoa si auferatur tonus maior, nempe proportio 9. ad 8. restabit tonus minor 10, ad 9. supponatur enim chorda 60, ad 48 se habere vt 5 ad 4. interseratur numerus $53\frac{1}{3}$; ita vt sit eadem ratio 60 ad $53\frac{1}{3}$; quæ 9. ad 8. certum est quod $53\frac{1}{3}$ ad 48. erit vt 10 ad 9. igitur habetur tonos minor. pariter si ex quarta, auferatur dytonus, restabit hemitonium maius. nempe si ex ratione 4 ad 3 auferatur ratio 5, ad 4 restabit 16 ad 15. quod differet à primo illo Leimmate quod erat 19 ad 18: pariter si tono maiori addas hemito-

nium illud maius, habebitur semidytonus seu tertia minor. si auferas semidytonum seu tertiam minorem ex dytono; restabit hemitonium minus seu diæsis maior quare ablato ex tono minori hemitonio maiori, restat hemitonium minus, seu diæsis maior quæ est 55 ad 24. si auferatur autem hæc diæsis maior seu hemitonium minus ex maiori restat diæsis minor seu enharmonica vt 128 ad 125. Comma est excessus quô tonus maior minorem superat estque vt 81 ad 80.

Octaua constat tribus tonis maioribus, duobus minoribus; & duobus hemitoniis.

Exachordon maius constat duobus tonis maioribus duobos minoribus & hemitonio.

Quinta duobus tonis maioribus, vno minore & hemitonio.

Quarta tono maiore, tono minore & hemit.

Tertia maior, tono maiore, & minore.

Tertia minor tono maiore, & hemitonio.

Tonus minor diuiditur in hemitonium maius & minus.

Tonus maior in tonum minorem & comma.

Cæteræ diuisiones sunt parui momenti.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Conuenientia trium Systematum.

Hæc tria genera inter veteres vsitata ita conueniunt, vt habeant aliquas chordas communes nempe primam, secundam, quintam, octauam, nonam, duodecimam, decimam quintam quæ ideo stabiles dicuntur. præterea diatonicum & chromaticum aliquas alias communes habent, quæ propterea dicuntur neutræ.

Vt sunt tertia, sexta, decima, decima tertia. reliquæ mobiles dicuntur.

Procedit diatonicum per duos tonos, & hemitonium, & rursus per tres tonos & hemitonium, & hoc alternatim, inserit tonum minorem inter duos maiores.

Chromaticum genus, procedit per tonum maiorem hemitonium minus quæ duo tonum minorem efficiunt, & per semidytonum, & ita deinceps.

Enharmonicum procedit per tonum maiorem, diæsin maiorem, seu semitonium minus, & diæsin enharmonicam, & dytonum, tum diæsin maiorem minorem, & dytonum, atque ita deinceps.

Suntque hæ diuisiones vocum, secundum antiquos. nostra diuisio diatonica est, inserimus autem semitonium minus ex chromatico. datur enim C & C fict. F & F. fict. G & G fict. neoterici nonnunquam vocem notatam hôc signô X addunt quæ ad enharmonicum spectare videtur.

Credibile est chromaticum, & enharmonicum genera non fuisse omninò separata, à diatonico; ita vt non essent coniuncta cum illo in eodem Instrumento.

TABVLA SYSTEMATVM Antiquorum.

Chordæ seu voces.	Diatonicum.	Chromaticum.	Enharmonicum.
15	Tonus minor.	Semidyton.	Dytonus.
4	Tonus mai.	Hemiton. minus.	Diæsis min.
13	Hemiton. maius.	Hemiton. maius.	Diæsis mai. Dytonus.
12	Tonus min	Semidyton.	Diæsis min.
11	Tonus mai.	Hemit.min.	Diæsis mai.
10	Hemiton. maius.	Hemiton. maius.	Tonus mai. Dytonus.
9	Tonus mai	Tonus mai.	
8	Tonus min.	Semidyton.	Diæsis min.
7	Tonus mai.	Hemit.min.	Diæsis mai. Dytonus.
6	Hemiton. maius.	Hemiton. maius.	
5	Tonus min.	Semidyton.	Diæsis min.
4	Tonus mai.	Hemit min	Diæsis maior.
3	Semiton. maius.	Semiton. maius.	
2	Tonus mai.	Tonus mai.	Tonus maior.
1			

Si quis genus nostrum cum diatonico veterum aptare velit. dicendum est additam nostro vnam chordam. nempe diatonicum vetus incipere ab Amilare, cui additum γ Græcorum.

Notandum autem est genera quæcumque monochordis inscribi solita. nempe diuidi vnam lineam cuius partes, successiuè omnes tonos, vsurpatos in tali genere referrent.

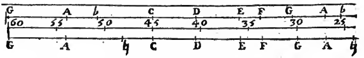
PROPOSITIO X.

Theorema.

De Monochordo naturali Diatonico, eiusque defectibus.

Notandum est; id quod iam suprà notauimus; Monochordum naturale diatonicum, seu systema musicum per duos tonos & hemitonium, & per tres tonos, & hemitonium alternatim procedere. nam omnes soni qui in musicâ adhibentur, in chordam ita transferri possunt, vt eius partes singulos musicæ tonos dicant. Sit enim chorda aliqua partium 60. licet totam non exhibuerimus parum interest si hæc tota pulsetur aliquem sonum producet vocetur ille sonus C. aut C sol vt FA. ab illa si partem decimam auferas, quæ sit, sol la, si supposito fulcro, incipiendo à puncto LA reliquum chordæ nempe partes 54 impellas

Impellas , audietur alius ſonus. diſtantia autem iſtius ſecundi à priori, erit vnius toni. poſui tantum diuiſiones vſque ad octauam , licet ſyſtema commune muſicum adhuc addat 15 voces . hoc eſt fere tres octauas. immò maximum ſyſtema quatuor octauas comprehendat. procedit autem alternis per duos tonos & ſemitonium , per tres tonos , & hemitonium. aliqui autem cantus ſeu cantilenæ volunt tres tonos, & hemitonium , & poſtea duos tonos & hemi. aliæ vero incipiunt à duobus tonis , & hemitonio , exinde tres addunt tonos & hemitonium. quæ fuit ratio diſtinguendi b molle à B duro. non quod quælibet cantilena in quolibet genere cani non poſſit. ſed quod niſi ea diſtinctio fieret; non poſſet cani ſupra inſtrumenta , in vocibus & chordis accommodatis voci humanæ. vt autem meam mentem aperiam, conſideremus vltimam lineam quam B durum nominamus. ſitque aliqua cantilena canenda in inſtrumento , quæ requirat duos tonus & hemitonium, & rurſus tres tonos, & hemitonium. hæc cani poſſet in littera C. in B duro. diceretur enim vt re, tonus, re mi tonus, mi Fa, hemitonium; FA ſol tonus ; ſol la , aut ſol re tonus ; re mi tonus, mi fa hemit. ponamus inſtrumenti chordam C eſſe accommodatiſſimam voci humanæ , & proponi cantilenam quæ contrario ordine procedat nempe requirat tres tonos & hemitonium , & rurſus duos tonos & hemitonium, ſi diuiſionibus eiuſdem B duri vtendum eſſet tantum cani poſſet



in littera F , fierique poſſet vt hæc corda F eſſet nimis alta, ideoque humana vox illi facile accommodari non poſſet. recurrendum eſſet ad diuiſiones B mollis, & vtendum eadem chorda C. vides autem B durum & B molle in omnibus fere conuenire niſi in littera B , in qua B durum tardius ponit ſuum hemitonium maius, & etiam in littera G, differunt enim vnô commate. vtraque autem diuiſio ſiue B mollis , ſiue B duri , in multis deficiunt , ſæpe enim accidit propter diuiſionem tonorum maiorum , & minorum vt conſonantiæ quæ videbantur bonæ deficiant. conſideremus igitur vnam diuiſionem verbi gratia B duri. prima quinta quæ occurrit nempe G D falſa eſt , vno commate non quinta vera , continet tonos maiores duos, vnum minorem & hemitonium maius, hæc autem GD duos tonos minores habet. ſecunda quæ occurrit eſt A♮. quæ bona eſt B F eſt falſa, nemo dubitat CG, DA, E B, FC bonæ ſunt, quare ſi poſſis occurri huic incommodo , quod quinta G D ſit falſa , haud dubie perfectius eſſet ſyſtema.

Pariter ſi rationem habeamus tertiarum minorum , multa inueniemus incommoda nam AC eſt bona tertia minor , conſtans tono maiore & hemitonio , ſed B D falſa eſt quia tonus C D minor eſt. quod ſi interſereremus diuiſiones tonorum quotieſcumque inciperemus à tono minore & deſineremus in hemitonium toni ſequentis toties eſſet falſa tertia minor vt accidit in Gb & accideret in aliis diuiſionibus tonorum maiorum poſt tonos minores poſitorum, aut quoties tonus minor proximus eſt hemitonio maiori.

Sunt igitur duo incommoda nempe defectus vnius commatis in vna quinta ; & defectus in quamplurimis tertiis minoribus. aut etiam aliquando in maioribus.

Huic Incommodo obuiam eunt nonnulli duas chordas in D la re ſol, & G RE ſol ponentes , vt cum libuerit huiuſmodi toni , qui minores ſunt maiores euadant.

Et puto hôc modô poſſe aliquid boni fieri. ſed non vitatur illud incommodum , quod toni maiores ex hemitonio maiore , & hemitonio medio conſtent, minores verò ex hemitonio maiore, & hemitonio minore , quæ differentia aliquam etiam confuſionem parere poteſt. nempe quod aliquando requiri videatur. vt hemitonium maius ſit in ſuperiori loco toni , aliquando in imo quæ omnia ſunt incommoda. vnde aliqui voluerunt vt in quolibet tono duæ fierent diuiſiones, vna quæ hemitonium maius inferiori loco collocaret, vocareturque h molle , in quocumque tono , & littera inueniretur ; alia vero quæ dixſin in inferiori loco poneret. & hoc aliquando in organo muſico vidi in praxin deduc ,cum maximo tamen incommodo. licet in Emila vidi hoc cum maxima vtilitate vſurpatum, vnde opus fuit correctione.

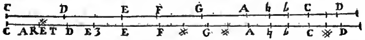
PROPOSITIO XI.

Syſtema commune Guidonis Aretini.

Guido Aretinus Benedictinus monachus , & egregius muſicus , paulo aliter totam muſices methodum concinnauit , quam hac & ſequenti propoſitione , vt vtiliſſimam ad hodiernum canendi modum explicabo. atque hic ſolum ſyſtema eius , diuiſionemque monochordi explicabo. Ille igitur cum videret vnicum tantum deficere comma in vna quinta nempe ea quæ eſt G D , in diuiſione B duri ; & in diuiſione b mollis C G. item propter aliud comma in alio tono minori, plurimas tertias minores nonnihil à veris deficere. hunc primum commatis defectum, ita in omnes quintas diſtribuit , vt re uera , non eſſet ſufficiens diſtantia , inter grauiorem quintæ ſonum, & acutiorem, ſed tam parua eſſet diſtantia vt vix ſenſu percipi poſſit. Et hoc in inſtrumentis præcipue muſicis , nam quia vox facile attolli , aut demitti poteſt , quocumque ſyſtemate propoſitô, ſi quinta non exacta proponatur canenda ; facile cantor eam perfectam reddet , auditâque comparte vocem attollet aut remittet vnô commate ſi neceſſarium fuerit. At verò inſtrumenta muſica, qualia ſunt organa noſtra, immobilia perſeuerant, vnde ſi fuerit error notabilis, immotus, & notabilis perſeuerabit, quare ſatiùs iudicauit inſenſibilem

lem errorem in ſingulas quintas innehere, quam carere vnâ quintâ. vndè in hoc ſyſtemate nulla toni maioris, aut minoris habetur ratio, ſed omnes toni æquales ſunt. difficile enim non fuit reddere tonos æquales; nam cum ditonus ſit vt 5. ad 4 aut ſi velis in maioribus numeris exhibere vt 60 ad 48. ſi quæras numerum medium proportionalem geometrice, habebis quantitatem toni nempe vt 60 ad $53\frac{2}{10}$. ſed adhuc neque maner præciſa ea ratio. quia alteratur quantitas tertiarum maiorum, eò quòd interuallum quintarum nonnihil decurtetur. non poſſum autem id melius exhibere quam oſtendendo modum, quô aptantur fiſtulæ in organo communi pithaulico, quô nempe ad conſonantiam reuocantur. puto enim in abaco illa palmularum, totam vulgarem muſicam, totumque ſyſtema diatonico chromaticum non explicari tantum; ſed etiam oculis ſubjici. non incipiam autem à littera G, ſicut priùs ſed à littera C. hæc enim prima eſt in abaco pithaulico.

In hac figura commune monochordon com-



paro cum monochordo Aretini, ad cuius Ideam organa noſtra Pirhaulica concinnantur, ſoloſque tonos,& hemitonia confero, differoque vlteriores diuiſiones ne confuſionem pariant. prima linea monochordi communis duplicem habet diuiſionem nempe B mollis, & B duri. ita ergo inſtituamus diuiſiones Aretini prima quinta quæ occurrit eſt CG quæ in B duro optima eſt, in B molli deficit vno commate, minuatur tantillolum verbi gratia vnâ quarta parte commatis. ſeconda quinta ſit GD quæ in B duro deficit vno commate incipiendo autem à G Aretini deficeret tantom tribus quadrantibus commatis. fiat ſecunda quinta adhuc non nihil deficiens eritque D aretini vno ſemicommate altius quam par ſit. tertia ſit D A quæ in ſerie B duri cõmunis optima erat fiat paulo minor. ſi haberet totam ſuam extenſionem incipiendo à D aretini attolleret A vno ſemicommate, ſed fiat deficiens erit A nimis altum vna quarta parte commatis. Quinta AE in monochordo communi optima erat. ſi haberet totam ſuam extenſionem quia A aretini eſt nimis altum, nempe vna quarta parte commatis, ſi fiet deficiens erit E in ſuo proprio loco. Quinta EB in linea B duri communis eſt bona, & cum E ſit in ſuo proprio loco vt fiat deficiens B deſcendet vna quarta parte commatis. quinta F C quæ in communi monochordo erat bona, vt fiat deficiens attollit chordam F vna quarta parte commatis. quinta bF quæ optima erat, vt fiat deficiens cum chorda F ſit iam nimis alta vna quarta parte, attollit chordam b mollis dimidio commate. ex quo fieri poteſt hæc tabula.

In proprio loco C & E.

Nimis altæ quartâ parte commatis A, F.

Nimis altæ dimidio commate D, b.

Nimis graues quartâ parte commatis G B.

Iam habemus omnes quintas deficientes quarta parte commatis aut ſaltem circiter. neque enim hic nimium immoror, octauæ autem fiant exactæ, nam vel minimus in octauis defectus ſit, intolerabilis.

Conſideremus modo dytonos ſeu tertias maiores cum C & E ſint in propriis locis tertia CD eſt exacta. pariter cum G b ſint æqualiter nimis graues; erit hæc tertia exacta, idem dico de dytono b D. Item de dytono F A. neque alia tertia maior occurrit ſiſtendo in diatonico, licèt aliæ plures occurrant, recurrendo ad chromaticum, hoc eſt diuidendo tonos in ſua hemitonia.

Examinandæ item ſunt omnes tertiæ minores, ſeu ſemidytoni, prima quæ eſt D F; cum D ſit nimis altum ſemicommate, & F tantum quartâ parte commatis, erit diſtantia deficiens quartâ parte commatis. idem dico de E G, cum enim E ſit in proprio loco, & G. nimis graue quartâ parte commatis; tertia minor E F deficiet vna quartâ parte commatis. ſemidytonus G b, cum G A commune ſit tonus minor & aſcendat A quartâ parte commatis, & G deſcendat quadrantē commatis erit G A ferè tonus maior, ab eo deficiens dimidio commate, b molle nimis altum eſt dimidio commate. quare G b erit tertia minor nimis parua deficiens à vera, quartâ parte commatis. tertia minor bD iuſta eſt. tertia minor bD deficit à vera, quartâ parte commatis, eò quòd C D in ſerie communi eſſet tonus minor.

Iam ad diuiſiones tonorum in ſua hemitonia veniamus. diuidi autem debent CD, DE FA, GA ita autem diuiduntur ſit Eß, b, quinta ex more deficiens quadrante commatis. Item fiat alia quinta in qua b inferiorem locum & F ✱ ſuperiorem obtineat. Item alia in qua F ✱, inferiorem & C ✱ ſuperiorem obtineat. denique vltima quæ ſit C ✱, & G ✱ omnes deficiant quartâ parte commatis. examinandum autem eſt quid ex iis ſequatur.

Primò ſi quæratur quid fiat ex quinta sß. b. cum E ſit in loco proprio & b ſit nimis altum vno ſemicommate erit Eb vna quarta, & inſuper ſemitonium maius, & dimidium comma continebit, & ad perficiendum tonum integrum maiorem qui requiritur erit sß, E hemitonium medium, minus ſemicommate. erat autem ED tonus maior minùs ſemicommate, cum chorda D altior ſit quam par ſit ſemicommate; igitur D, E ß, eſt id quod relinquitur ex tono maiore, ablatô ab eo ſemitonio medio, nempè ſemitonium maius, ſed adhuc hæc quinta facta eſt minor vna quarta parte commatis. igitur DE¢, eſt hemitonium maius cum quadrante commatis, cui ſi addatur CD tonus minor cum dimidio commate erit C E ¢ tertia minor minùs quartâ parte commatis. eſt ergo E ¢, E. hemitonium minus. cum quadrante commatis & D, E ¢ hemitonium maius cum quadrante commatis. & C, E¢, tertia minor deficiens quartâ parte commatis.

Ex quinta B F ✱, ex C, ad G, eſt quinta deficiens quadrante commatis, item ſupponitur æqualis quinta. BF✱. igitur interuallum F ✱, G eſt æquale (ſecundum proportionem loquor) ſpatio BC, cum autem C ſit in proprio loco, & B chorda nimis grauis quadrante commatis, ſitque BC ex natura ſua ſemitonium maius, erit ſpatium F ✱,

F ✱, ſemitonium maius cum quadrante commatis, eſt autem FG tonus medius, cum G deſcendat vno quadrante, & F aſcendat alio item quadrante, erit ergo interuallum F, F ✱; ſemitonium minus cum quadrante commatis. F ✱, A tertia maior deficiens quadrante commatis. interuallum E, F ✱ erit tonus medius. tertia autem minor E b, F ✱ non eſt bona. quia tono medio E F ✱ additur tantum ſemitonium minus Eb, E.

Sit rurſus examinanda quinta F ✱, C ✱ quæ deficit à vera conſueto defectu. ſicut & quinta F C. aut GD, ergo pariter interuallum C C ✱ eſt hemitonium minus cum quadrante commatis, & C✱ D, hemitoniũ maius cum quadrante commatis. Idem oſtendã de interuallis G,G ✱, & G ✱ A.

Interuallum autem G ✱, E b, quod videretur eſſe quinta non eſt, quia interualla G, G ✱, & D, Eb,quæ duo componere debebant vnum tonum, ſunt duo ſemitonia maiora etiam aucta quadrante commatis, vt autem omnia complectamur.

C D eſt tonus medius.
D E tonus medius.
E F hemitonium maius abundans vno commatis quadrante.
F G tonus medius.
G A tonus medius.
A B tonus medius.
A b hemitonium maius abundans vnô quadrante commatis.
b C tonus medius.
B C hemitonium maius abundans vno commatis quadrante.
C C ✱ hemitonium minus abundans vno commatis quadrante.
C ✱, D hemitonium maius abundans quadrante commatis.
D, E b hemitonium minus cum quadrante commatis.
EF hemiton. mai cum quadrante commatis.
F,F✱ hemiton.min cum quadrante commatis.
F✱G hemiton. mai. cum quadrante commatis.
GG✱ hemiton min. cum quadrante commatis.
G ✱,A hemiton mai.cum quadrante commatis.
Ab hemiton.mai.cum quadrante commatis.
b B hemiton. min. cum quadrante commatis.
BC hemiton. maius cum quadrante commatis.

Ex quo vides diæſin attollere ſonum per hemitonium maius abundans, & b molle deprimere ſonum per hemitonium maius abundans. vel ſi velis comparare diæſin, & id quod vocant b molle, cum ſono grauiori antecedente. diſtantia ſoni grauioris ad diæſin eſt per hemitonium minus abundans, & diſtantia toni antec. à b molli eſt hemitonij maioris abundantis, ſeu toni medij.CD, FG, GA diuiduntur per ſuas diæſes,ita vt ſemitonium minus abundans locum inferiorẽ obtineat, & ſemitonium maius ſuperiorem. toni autem medij DE,AB diuiduntur per b molle contrario modo,ita vt hemitonium maius inferiorem locum obtineat. ſemitonium minus ſuperiorem. notæ tamen huiuſmodi diuiſionum aſſignantur chordis inferioribus,quando eſt diæſis, vt dicantur attolli. & quando eſt b molle tribuuntur chordis ſuperioribus, vt dicantur deprimi.

Explicandæ item ſunt aliæ omnes conſonantiæ.

C, E b eſt bona tertia min quia poſt tonum medium ſequitur hemitonium maius abundans.ideoque deeſt illi quadrans commatis vt ſit iuſta.

Tertia minor D F bona eſt deficiens quarta parte commatis.

Tertia minor E ♭, F ✱ non eſt bona. quia EF ✱ eſt tonus medius; ✱♭ E eſt tantum hemiton min.

Tertia min. EG bona eſt. deficiens ex more.

Tertia minor FG ✱ non eſt bona. quia G, G ✱ eſt hemit. minus.

Tertia minor F, ✱ A bona eſt deficiens.

Tertia min. GB bona eſt.

Tertia minor G ✱ B bona eſt.

Tertia minor AC bona eſt.

Tertia minor bC ✱, non eſt bona.

Tertia minor BD bona eſt.

Ex quo deducere potes rationem, cur dum quinta aliqua diuiditur in tertiam maiorem, & minorem, ſi diuiſio cadat in diæſin, tertia minor ſuperiorem locum obtinere debeat.

Tertia mai. CE iuſta eſt.

Tertia mai. C ✱, F non eſt bona quia C ✱, D, EF ſunt ſemitonia maiora abundantia.

Tertia mai. DF✱ bona eſt.

Tertia mai. ✱♭, G bona eſt.

Tertia maior EG✱ bona eſt.

Tertia maior FA bona eſt.

Tertia maior F ✱, b non eſt bona quia F✱G, & AB ſunt ſemitonia maiora.

Tertia maior GB bona eſt.

Tertia maior G ✱ C bona eſt.

Tertia maior bD bona eſt.

Tertia maior B E ♭ non eſt bona.

Quarta CF bona eſt, ſicut C ✱,F ✱; D,G ; E,A; F, b ,F✱,B ; GC, G ✱, C✱ ; A, D ; b,E♭; BE, Eβ, G✱ , non eſt bona.

Quintæ ſunt omnes bonæ præter G✱, Eβ,ideoque ne deſit hæc quinta , palmulam nigram Eβ aliqui in duas diuidunt quarum vna habet notam Eb. alia D ✱, & tunc quinta G ✱, D ✱ bona eſt.

Sextæ maiores CA, DB ; Eb, C:EC✱, FD, GE, G ✱, F ; bG B✱G. bonæ ſunt.

Sextæ maiores malæ G✱, b ; F ✱, Eb ; A F ✱ omnes octauæ bonæ ſunt.

PROPOSITIO XII.

Modus corrigendi vlteriùs Aretini monochordon, ſeu quomodo organa Pythaulica ad concentum reuocentur.

Quamvis Aretini ſyſtema,vt iam ſuperius dixi omnes tonos æquales ſupponat, dum canitur tamen naturaliter , voces , vel pauliſper attolluntur, vel deprimuntur, perfectaſque conſonantias edunt, & exactas , non diminutas. ideoque quæcumque correctio adhibeatur, hæc muſica potius organa , & adhuc non omnia ſpectat , quàm canendi , aut intonandi methodum. nam lyra quæ Gallice *Violon*, dicitur, poteſt facile,vel tantiſper attollere,vel deprimere quemcumque tonum,dum manu ſiniſtræ digitis , chordæ tanguntur. id autem præſtare non poteſt maior lyra. quam item Gallice *Viole* dicimus , eò quod certas & fixas habeat diuiſiones , quæ ad libitum mutari non poſſunt ; multò minus Pythaulicum noſtrum organum aut fidiculare , quod *Eſpinette* dicimus, vtrumque enim habet fixas & ſtatas voces quæ immutabiles ſunt ; ideoque iam ab initio ad concentum & harmoniam adduci debent. & primò quidem methodum aſſignabo , quà organorum Pythaulicorum fiſtulæ ad concentum adduci debeant. vt autem quæ dicturus ſum intelligantur abacum palmularum communium clauocymbalotum, & organorum hic ſubiicio.



Primò ergn omnes fistulæ quæ palmulæ C respondent ad octauam sibi inuicem respondeant. exinde C cum G in qninta concordet, diminutà tamen nonnihil. nam aures eorum qui aut organa, aut clauocymbala ad concentum adducere suscipiunt, debent esse doctæ vt quartam partem commatis percipere possint. Et primo quidem duas fistulas verbi gratia C & G, ita vt C sit grauior, ad perfectam quintam adducunt, deinde fistulam G nonnihil grauiorem reddunt, donec tantisper tremant, soni, & quasi vt ita dicam nonnihil pugnent inter se. omnes igitur fistulas C cum superiori G ad diapente diminutum cogunt. & omnes G ad perfectam octauam. fistulas G cum fistulis D superiori paritet ad diminutum diapente adducunt: & fistnlas D inter se ad octauam. D cum A secundum quintam diminutam concordat, sicut A cum E, E cum B, B cum F ✱ F ✱ cum C ✱. atque ibi sistitur.

Rursus fistula C cum F inferiori concordes in quinta, F cum h. pariter inferinti. b cum Eb pariter grauiori secundum quintam diminutam concordet vt autem subiiciam omnia oculis.

C 5 G. 8 G. 5 D. 8, D 5 A, 8, A 5 E, 8, E 5 B, 8, B 5 F ✱. F ✱ 8, F ✱ 5 C ✱, 8, C ✱ 5 G ✱ F 5 C. b 5 F, E, b.

Quinta autem quæ videretur esse inter G ✱ & E b falsa est. quia diæsis G ✱ attollit sonum supra G, vna diæsi, seu semitonio minore, & Eb attollit D. semitonio maiore; seu quod idem est deprimit E, vna diæsi. Ex quo fit vt nonnulli palmulam E b diuidant in duas quarum vna habet notam D ✱, alia vero notam E b vt hæc quinta non deficiat.

Quod vt intelligas notandum est quoties tonus aliquis diuiditur verbi gratia, interuallum quod est inter D, & E, duplici mndo id fieri posse. cum enim tonus diuidatur in hemitonium maius, & minus, potest fieri vt hemitonium maius, superiorem locum obtineat, & hemitonium minus inferiorem, vt accidit dum inter D & E, ponitur palmula D ✱ vel ita diuidi potest idem interuallum, vt hemitonium maius locum inferiorem obtineat, & minus superiorem quod accidit, si inter D & E ponatur palmula Eh.

Ex quo vides in diuisione toni C, D cum palmula nigra quæ inseritur sit C ✱ attollens sonum C secundnm vnam diæsin diuidi interuallum, ita vt hemitonium minus inferiorem locum obtineat, hoc est à C ad C ✱ est hemitonium minus, à C ✱ ad D est hemitonium mains, à D ad E b, hemitonium maius atque adeo ibi duo hemitonia maiora se sequuntur, & interuallum quod est inter C ✱ & Eb non est tonus sed aliquid maius tono. idem dicendum est de interuallo quod intercedit inter G ✱ & b.

Ex hac notatione colligere potes quotiescumque cantus aliquis transfertur, quod in organo pythaulico satis communiter vsurpatur, hoc est nota quæ verbi gratia, in C dicenda fuerat dicitur in D, vel in E, fieri errorem aliquem nempe diæses assumuntur pro b mollibus, & vicissim b molles pro diæsibus.

Vnde si qois organum paulò perfectius habere vellet in quo perinde esset à quacumqne palmula incipere, hoc est translationes nihil interturbarent. palmulæ nigræ duplicandæ essent, ita vt vna diæsin haberet, alia b molle, atque adeo inter C & D duplex insereretur nempe C ✱ quæ iam est, & Db, inter D & E duplex nempe D ✱ & Eb inter F & G istæ duæ F✱, & G✱ inter G & A istæ duæ G & Ab. denique inter A & B, istæ duæ A ✱ & h.

Si tamen vlterius vellet aliquis defectum corrigere quintarum quæ diminutæ sunt, vt dixi deberet duplex G apponere, nempe vnum, altius alio vno commate ita vt si quæratur quinta quæ est inter C & G. altiori vtendum sit, si vero quærenda sit quinta quæ est inter G & D, inferiori. multæ aliæ in hunc modum correctiones adhibendæ essent, quas exactiùs persequi longum esset, & forsitan inutile, fieret enim nimis difficile istud instrumentum.

PROPOSITIO XIII.

Fistularum organi Pythaulici proportio.

Explicatis consonantiis, & monochordi Aretiniani diuisione, antequam vlterius in musices explicatione procedam, fistularum proportionem quo ad longitudinem exhibebo, cum facile ex eo eruatur. Notandum autem oris seu tubi amplitudinem in fistulis, non multum sonum attollere, aut deprimere, licèt multum faciat ad soni intensionem quod vt explicem notandum est in Pythaulicis organis, esse ordines alios aliis vehementiores, concordet tamen & vnisonos, illæ igitur fistulæ vehementiorem, seu intentiorem sonum edunt, quæ maioris sunt oris, seu cauitatis; cæteris parihus, eæ vero remissiorem sonum producunt quæ sunt graciliores. longitudo autem fistulæ est mensura grauitatis. debet ergo seligi vna fistula quasi basis & fundamentum totius ordinis; immo operæpretium erit, si tonus ve vocant organi sit ad vocem humanam accommodatus, vidi enim aliqua organa eo quod in eo deficerent maxime incommoda. organum autem erit bene ad voces humanas accommodatum si fistula quæ parmulæ C. respondet sit duorum quatuor, vel octo pedum regiorum. & vt mensuram aliquam certam exhibeam sit fistula cuius longitudo ad extremitatem sit A B, præcise, (solius enim resonantis habetur ratio) erit vna ex parmulis C. hæc enim continet semipedem fere. saltem vndecim digitos cum dimidia. quare si ordo fistularum, sit duorum pedum hæc tertiam parmulam C. obtinebit. si sit quatuor pedum, hæc fistula quartæ parmulæ C respondebit. si ordo esset octo pedum hæc fistula A B esset in vltima palmula C.

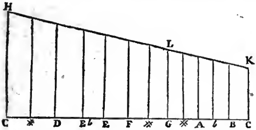
Quæritur autem, data longitudine vnius fistu-

læ



læ assignare longitudinem reliquarum pro toto ordine. Et primo quidem dara hâc fistulâ AB, si quæras grauiorem, quæ sit eius octaua, duplicetur lõgitudo AB, si disdiapason quadruplicetur, si trisdiapason sumatur longitudo AB octies, atque ita deinceps in proportione dupla. si fistulam altiorem per totam octauam desideres; sumatur dimidia AB. atque ita deinceps

Restat vt datis duabus fistulis in octaua concordantibus reliquarum intermediarum longitudinem assignemus exponatur linea C C quæ primo bifariam diuidatur in F. secundo diuidatur



in tres partes sitque C G duæ tertiæ partes.

Diuidatur eadem linea CC in quinque partes eritque C D quinta eius pars & D E alia quinta. linea EC diuidatur in quinque partes, sitque B C illi æqualis, interuallum G B bifariam diuidatur in A. denique interualla C D, F G, G A bifariam diuidantur in ✱. & interualla D E, A B ita diuidantur vt paulo maior sit pars EEb, quam DEb, pariter sit maius bB, quam Ab.

Qui vellet scrupulosius ista persequi linea CC sit diuisa in 810 partes incipiendo à paruo C, erit CB partium 54. Cb 90. CA 150 : CG 214: CG 270; CF✱ 341 CF 405; CE 486. CEb 540; CD 630. CC✱ 726 CC 810. quâ diuisione lineæ CC factâ in mensa aliqua satis longa, excitetur in puncto C perpendicularis C H longitudinis fistulæ grauioris, & in puncto C perpendicularis C K longitudinis fistulæ acutioris per diapason, eritque C K duplo minor quam CH. ducatur linea H K. dico si velis longitudinem fistula G, in puncto G excitetur perpendicularis G L, dico lineam GL esse longitudinem fistulæ G &c, ita de reliquis. si enim intelligatur tũo linea CC, quam H K produci donec concurrant, erit punctum concursûs distans à puncto C distantiâ quæ erit dupla lineæ C C, cum C H sit dupla ipsius C K, eritq; ne totius illius lineæ, quæ pro longitudine monochordi sumitur, linea C G tertia pars, & reliqua erit totius monochordi duæ tertiæ partes, est autem (*per* 4. 6.) vt tota illa linea, ad lineam interceptam inter G & punctum concursûs, ita CH, ad GL; ergò GL continet duas tertias lineæ CH, atque adeo concordabit per quintam. ita ostendam in reliquis perpendicularibus eandem obseruari rationem.

Pro diametro fistularum non est eadem proportio obseruanda; fierent enim grauiores paulo vehementiores, ideoque si longitudo fistulæ CK ad suam diametrum se habeat vt 12 ad vnum; sufficiet vt longitudo CH se habeat ad suam diametrum vt 15 ad vnum aut 14. ideoque minuatur diameter.

Non hic subiicio organi Pythaulici descriptionem, neque enim res est difficilis intellectu si videatur, valde difficilis si tantum figuris planis exhibeatur, neque in his inuenitur aliquid scientificum. vnum tamen monitum velim quod experientiâ me docuit. nempe in minoribus organis sæpe id incommodi inueniri, quod dum gemini folles simul agitantur, plus spiritus, & venti subministretur, quam dum vnicus tantum laborat, ex quo fit vt fistularum soni alterentur, & nonnihil attollantur, è contra vero aliquando deprimantur. Huic incommodo tale remedium adhiberi potest, vt antequam spiritus in organum intromittatur, excipiatur aliquo receptaculô, cuius foramen, quo à receptaculo in organum ingreditur aer, multo minus sit ore vnius follis, ex eo enim fiet vt vnicô folle solô spirante, sufficiens tamen subministretur spiritus, vt pleno foramine in organum intromittatur; quare superueniente alterius follis spiritu, foramen spiritum dispensabit: & moderabitur.

Inuenio autem in Pythaulicis organis, fistulas apertas, clausas, & semiapertas. clausæ sonum fere duplo grauiorem reddunt, quam si in eadem longitudine apertæ essent. tanta autem ordinum diuersitas ex combinatione oritur. Combinatio autem talis est, vt cum ordine quocumque eius octaua educatur, eius quinta, aut duodecima eius dupla octaua. & 17. & hoc mirabile est quod in eo ordine quem cornu dicimus, educitur vnus ordo tanquam fundamentum & basis, eius octaua, duodecima & dupla octaua, & tertia supra duplam octauam quamuis autem quilibet ordo sonum valde tenuem edat; tamen quinque coniuncti, sonum valde clamorosum edant.

PROPOSITIO XIV.

Methodus facilior adducendi, ad concordiam clauocymbala.

Quia Tyrones anguntur maximè, vt clauocymbala ad concordiam adducant, eò quòd non ita facile dijudicare possint, an duæ chordæ, in quinta conueniant, hoc enim aures doctas requirit, vnde dicuntur musici quintam accipere, dum subitascuntur, eò quòd quinta sæpe ipsis bilem moueat, ideo methodum excogitaui facillimam, vt quicumque de vnisono, & de octaua iudicium ferre poterit, clauocymbalum ad concordiam facillime adducet.

Intelligatur prima chorda, seu grauissima quæ est in clauocymbalo diuisa in partes sexagiota, sitque vltimus numerus 60. in ea parte, quæ non tangitur palmulis. tum accipiantur in eadem chorda,, aut in linea ipsi substrata pro C ✱ partes 53 pro D partes 57 $\frac{18}{160}$ seu $\frac{1}{4}$.

E b	50. $\frac{1}{10}$.
E	47 $\frac{3}{4}$.
F.	44. $\frac{9}{20}$.
F ✱	42. $\frac{3}{4}$.
G.	40. $\frac{1}{8}$.
G ✱	37 $\frac{10}{16}$ seu $\frac{5}{8}$.
A	35 $\frac{13}{16}$.
b	33 $\frac{3}{8}$.
B	31 $\frac{21}{32}$.
C	30.
C ✱	28. $\frac{9}{16}$.

Perfecta diuisione mobilem habebis magadem, quæ successiue singulis diuisionibus imponi possit. dum ergo voles omnes verbi gratia chordas quæ C ✱ notantur, ad concordiam vocare, mobilem magadem suppones primæ chordæ in diuisione C ✱, & tunc ea chorda quæ erat C sonum edet qualem chorda C ✱ edere debet, vnde primam chordam C ✱ cum eà, concordare facies in vnisono, reliquas chordas C✱ cum ea in octaua. pariter dum voles chordas D ad concordiam vocare, magadem ad diuisionem D, factam in prima chorda fundamentali C promouebis & primam chordam D, ad vnisonum adduces, reliquas ad octauam.

Hæc diuisio habet quintas diminutas suo semicommate, vt autem videas differentiam inter Aretini systema quale in organis pytaulicis habemus & commune diatonicum sequentem tabulam apposui.

Commune diatonicum.		Diatonicum Aretini.
60	C	60
	C ✱	57 $\frac{98}{160}$ seu $\frac{3}{5}$.
53	D	53 $\frac{5}{8}$.
	E b	50 $\frac{1}{10}$.
48	E	47 $\frac{3}{4}$.
45	F	44 $\frac{9}{20}$.
	F ✱	42 $\frac{3}{4}$.
40	G	40 $\frac{1}{8}$.
	G ✱	37 $\frac{10}{16}$ seu $\frac{5}{8}$.
36	A	35 $\frac{13}{16}$.
	b	33 $\frac{3}{8}$.
32	B	31 $\frac{21}{32}$.
	C	30 $\frac{0}{28}$.
	C ✱	28 $\frac{9}{16}$.

Methodus autem tabulæ conficiendæ, supponit rationem propriam quintæ diminutæ esse vt 160 ad 107 quintæ autem non diminutæ ratio est vt 160 ad 106 $\frac{2}{3}$. Ratio autem quare quintas non perfectas reddamus, petitur ex eo quod si perfectæ redderentur, vna necessariò falsa esset. ponamus enim communem scalam in qua F O G ✱ A o B † C ✱ D o E † F o G ✱ A o B † C. notaui asterisimo tonos minores, charactere o tonos maiores; & cruce † hemitonia. certum est quod quinta perfecta constet duobus tonis maioribus, tonó minore, & hemitonio verbi gratia à littera F, ad C est quinta continens F G tonum maiorem; G A minorem; A B tonum maiorem B C hemitonium, idem dico de quinta A E, & ita de aliis exceptà qointà G D quæ continet duos tonos minores nempe C D, & G A. quare in systemate commoni hæc quinta deficit vnó commate. Seu differentiá qoæ est inter tonum maiorem, & minorem. quæ differentia vt concipiatur si chorda sit partium 90. vt ascēdat tono maiore, sequens segmentum erit partium 80, vt tono minore erit 81 hæc differentia est sensu perceptibilis. vnde satius erit hanc differentiam distribuere, & quasi refundere in omnes quintas, ita vt differentia singularum à perfectis quintis fiat sensu imperceptibilis. est autem quinta perfecta in maximis numeris vt 160 ad 106 $\frac{2}{3}$ quinta falsa deficiens vno commate erit vt 160 ad 108. differentia est quasi quatuor tertiarum, sit ergo quasi quarta pars vnius commatis nempe 106 $\frac{2}{3}$ ad 107 hoc est vt 310 ad 311. quod haud dubie erit insensibile in singulis quintis. Incipiamus à littera F. fiatque F C deprimetur illud C qoarta parte commatis, fiat quinta C G, deprimetur G semicommate, fiat quinta GD, in ea D deprimi deberet tribus quadrantibus commatis; sed quia in systemate antiquo, depressum est commate integro fiet altius, quam sit in antiquo, vno quadrante commatis.

In quinta D A sonus A, erit in eadem sede quam obtinet in systemate communi.

In quinta AE, E deprimetur quarta parte commatis, & in E B, B deprimetur semicommate.

Octauæ omnes iustæ sunt, quintæ omnes diminutæ.

Quartæ altiores vna quarta parte commatis, prima tertia maior cum F sit in sua sede, & F etiam iusta erit.

Tertia C E, cum C deprimatur & E item iusta erit.

Tertia G A cum G depressum sit & A in sua sede erit abundans.

Ita persequi possemus singulas consonantias. Qui volet ista diligentius examinare comparet numeros superioris tabulæ.

PROPOSITIO XV.

De combinatione ordinum fistularum in organis Pitbaulicis.

Organistæ communiter ignorant, quàm varia sit combinatio ordinum fistularum, ita vt in organo decem aut duodecim ordinum, vix possint exhibere nisi decem, aut 12 combinationes, cum tamen

tamen eæ superent trecentas quod mirum alicui forsitan videbitur. quare operæpretium me factum existimavi, si in hac propositione docerem methodum has omnes combinationes inveniendi. ad quod notandum est primò in organo Pythaulico aliquos ordines esse integros, & præcipuos, alios verò esse appendices, & quasi aliorum complementa. Inter præcipuos vnus est quasi fundamentalis, quem communiter Gallicè dicimus (*la Monstre*) ad quem cæteri omnes revocantur. præcipui igitur erunt integri ordines, qui cum fundamentali concordabunt in vnisonó, octavâ, aut duplici octava dixi (integri) quia sunt nonnulli qui licèt in octava concordent cum fundamentali eundem tamen tenorem non observant, sed exacta prima octavâ rursus ab eodem tono incipiunt. hoc est primum C. cum secundo concordant in vnisono, concordare autem deberent in octava. vt si detur ordo cuius vltimum & primum C; seu infimum concordet cum simili C fundamentalis in quadruplici octava, si continuetur ille ordo, superiores eius fistulæ ita erunt acutæ, vt non sint amplius perceptibiles; ideóque prima, secunda, tertia, quarta illius ordinis octavæ similes sunt, seu vnisonæ. hos ordines voco minus præcipuos, cæterorumque complementa. Sunt etiam minus præcipui qui cum fundamentali non concordant in octava vt quinta, duodecima, decimanona. aut concordant in tertia, in decima, decima septima

Prima Regula esto ne in combinationibus ordines minus præcipui soli educantur, cum enim sint cæterorum complementa, sine iis poni non possunt.

Secunda ne quintæ, & tertiæ inferiorem locum obtineant, cum enim tales ordines sint minus præcipui, & auris maxime attendat ad sonum graviorem, gravior debet esse præcipuus.

Tertia, quintæ, & tertiæ ita præcipuis ordinibus iungantur, vt præcipui prævaleant, vnde si quinta educatur, ad minimum duo ordines præcipui cum ea iungantur. & si fieri potest, aliquis ordo qui cum quinta concordet in duodecima, nam duodecima semper suavior est simplici quinta, eo quod simplex quinta sit vt 2. ad 3. at duodecima sit vt 1. ad 3. hoc est multipla. vnde in illa combinatione quam vocamus cornu, hoc est *Cornet* constante quinque ordinibus. solæ multiplæ adhibentur, nempe fundamentalis, eius octava, duodecima; Secunda octaua; & decima septima, sic enim fit vt fundamentali vnicam vibrationem peragente, eius octava duas absolvat, duodecima tres, secunda octava quatuor, & decima quinta quinque. Si adderetur decima nona hæc sex vibrationes absolveret.

Quarta. vix duæ quintæ educantur, nisi illis addantur quatuor ordines fundamentales. in genere observandum est ne ordines minus præcipui prævaleant. offendent enim aures, quia plurimas admiscent secundas, & septimas, quæ nisi aliis obruantur; ingratæ erunt. quod vt in exemplo appareat, ponamus me, educere vnicum fundamentalem ordinem, cum suâ quintâ, ita vt sint æque fortes; ostendo accidere aliquid ingrati, ponamus enim in Musica cani quintam, & demitti duas palmulas, C & G; in palmula C respondet eius sonus proprius in fundamentali, & eius quinta, in ordine quintæ, nempe idem qui est in G fundamentalis. impellendo autem palmulam G in fundamentali respondet eius proprius sonus, & in ordine quintæ exhibebitur sonus quinta altior nempe D. qui cum primo C concordat in nona. hæc autem discordantia obrueretur si duplex aut triplex educeretur fundamentalis.

Vt autem videas quomodo istæ combinationes variari debeant, ponamus me. habere organum duorum ordinum quorum. Primus vocetur A, secundus B, tantum tres fieri poterunt combinationes nempe ordo A solus, B solus, & AB simul educi poterunt. addatur tertius ordo C, qui solus educi poterit, & iungi cum A, vel cum B, vel cum BC ita vt sint septem combinationes A, B, AB. C. AC, BC, ABC. addatur quartus D, qui etiam solus educi poterit, vel iungi cum singulis combinationibus iam factis, fientque combinationes novæ octo. Sunt ergo 15. addatur & quintus E. qui etiam solus educi poterit, vel iungi combinationibus quindecim iam factis, fientque nouæ sexdecim hoc est 31. idem dico si addatur sextus F, qui solus educi poterit vel iungi combinationibus 31. iam factis], fientque combinationes 63. quas hic exhibeo.

A. B, AB, C. AC, BC, ABC. D. AD, BD, ABD CD, ACD, BCD, ABCD E. AE, BE, ABE, CE, ACE, BCE, ABCE, DE, ADE, BDE, ABDE, CDE, ACDE, BCDE, ABCDE. F, AF, BF, ABF, CF, ACF, BCF, ABCF, DF, ADF, BDF, ABDE, CDF, ACDF, BCDF, ABCDF, EF, AEF, BEF, ABEF, CEF. ACEF, BCEF, ABCEF, DEF, ADEF, BDEF, ABDEF, CDEF, ACDEF, BCDEF, ABCDEF. 63.

Quæ quidem ita intelligi debent, vt superiores regulæ non obstent, reiiciendæ enim erunt illæ combinationes in quibus minùs præcipui obtinebunt locum minus præcipuum, aut non prævalebunt.

Vt autem meliùs res tota in exemplo ostendatur proponam organum nostrum, Ecclesiæ nostræ Cambertiensis, quod parvum est, constatque tantum decem ordinibus, habet autem combinationes bonas supra trecentas, combinationes quidem habet 1023. tàm bonas, quam malas, observatis tamen cautionibus supra trecentas invenio quas hic referam. Et primo

Fornitura	A	F	Vigesima secunda fortis.
Fundamentalis	B	G	Vigesima secunda suavis.
Cornu	C	H	Duodecima.
Decima quinta	D	K	Octava suavis.
Quinta	E	L	Burdo.

Soli educi possunt.
B.
D.
K.
L.

Combin. 2.		*Combinationes 3. ordin.*				*Combinationes 4. ordin.*				
B L	LG	KBL	ADL	EGB	HGL	DKBL	GDKB	EDB L	HKDL	HA FL
B K	KG	D BL	GDF	HBL	HGK	FK BL	GDKL	ED KB	HDBL	HAFK
K L	GC	DK B	GAB	HKB	ADK	FDB L	GF BL	ED KL	HD KB	HGBL
B D	GF*	DKL	GAL	HKL	AF B	FDK B	GFK B	EF B L	HDKL	HGKB
D L	BE*	FBL	GAK	HDB	A FL	FDKL	GF KL	EF K B	HF LB	HGDB
D K	BH	FKB	GAD	HDL	AF K	AKBL	GF DB	EF KL	HF KB	HGDL
B F	KH	FK L	G*A F	HDK	A FD	ADBL	GFD L	EF DB	HFK L	HGDK
F D	FL	FDB	EBL	HF B	GK B	ADKB	GFDK	EA BL	HF DB	HG BF
A B	FK	FD L	EKB	H FL	G BL	ADKL	GA BL	EA KB	HF DL	HG FL
A K	AD	FDK	EKL	HFK	GKL	AFB L	GAKB	EA DB	HF DK	HG FK
AF*	GA*	AB L	EDB	H AB	G DB	AFKB	GAKL	EA F B	HABL	HGAK
B G		AKB	EDL	HAL	GDL	AFKL	GAD B	EG BL	HAKB	HG AB
		AKL	EFB	HAK	GDK	AFD B	GADL	EG KB	HAKL	HGAL
		ADB	E B	HG B	GFB	AFDL	GADK	EGKL	HADB	GA FK
					GF L	AFDK	GA F B	EG FB	HADL	
					G FK	GKBL	GA FD	EG AB	HADK	
					GFB	GDBL	EK B L	EG AL	HA FB	
					EAB					

Combinatione quinque ordinum.		
FDKBL	EAFDB	HGDBL
AD KBL	EAFDL	HG DKB
AFKBL	EG KBL	HGDKL
AF DBL	EG DKB	HG FBL
AFDKB	EGD KL	HG FKB
AFDKL	EGFBL	HG FKL
GD KBL	EGFKB	HG FDB
GFKBL	EGFKL	HGFDL
GFDBL	EGFDB	HGFDK
GFD KL	EGABL	HGABL
GA KBL	EGAKB	HGAKB
GA DBL	EG AKL	HGAKL
GAD KL	EG ADB	HGADB
GA DKB	EG ADL	HGADL
GAFBL	E GAFB	HGADK
GA FKB	HDK BL	HGAFB
GAF KL	HFKBL	HGAFL
GAFDB	HFDKB	HGAFK
GAF DK	HF DKL	HGAFB
ED KBL	HFDBL	HGAFL
EFKBL	HA KBL	HGAFK
EFDBL	HAD BL	HGABL
EFDKB	H ADKB	
EFDKL	HADKL	
EAKBL	HAFBL	
EA DBL	HA FKB	
EADKB	HAF KL	
EAD KL	HA FDB	
EAFBL	HA FDL	
EAFKB	HAF DK	
EAFKL	HG KBL	

Cumbinationes sex ordinum.	
AFDKBL	HGAKBL
GFDK BL	HGADBL
GADKBL	HG AD KL
GAFDKB	GAFKBL
GAFDKL	GAFDBL
EF DK BL	HGAFBL
EA FK BL	HGAFKB
EAF DB L	HGAFKL
EAF DKL	HGAFBD
EG DKBL	HGAFDL
EG FD B .	HGADFK
EGFD KB	**Cõb. duræ.**
EGA KBL	EHBLD
EGAD BL	EHBLK
EGA DKB	EHBLA
EGADKL	EHBLG
EGAFBL	EHBLF
EG AFKB	EHBLA
EGAFKL	EHBFA
EGA FDB	EHBGA
EGA FDL	EHBFG
HFDKLB	EHBDK
HADKBL	EHBDF
HAF KBL	EHBDG
HAF DBL	EHBDA
HAFDKB	EHBKG
HAFDKL	EHLDKF
HGDKLB	EHLDKA
HGF KBL	EHBLDA
HG FDKB	EHBLKD
HGLDKF	EHBLDKG
	EHBL DKF
	EHBLDKA

Combin. 7. ordinum.
GA FDKBL
EAFD KBL
EG FDKBL
EGA FKBL
EG AFDBL
EGAF DKB
EGAF DKL
HAFD KBL
HGF DK BL
HGADKBL
HGAFK BL
HGA FDBL
HGAFDKB
HGADFKL

Combinat. 8. ord.
HGADFLBL
EGADFKBL

Combin 9.
ABDEFGHKL

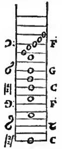
Combin. cornu.
CBL
CL
CB
CBD
CBK
CLK
CBLK
CBLD
CBKG
CBLF
CBL A
CBLFA
CBLFG
CBLKD
CBLKDH
CBLKD E
&c.

PROPO

PROPOSITIO XVI.

De saltu tubæ, & fistularum.

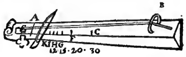
Proponit pater Mersennus, tanquam Problema insolubile saltus tubæ, & fistularum, rem satis mirabilem, ex cuius consideratione, mirum quantum, tota doctrina de vibrationibus corporum confirmari potest. res autem ita se habet, si tuba. longiorque fistula, melius tamen tuba vt pote longior, gradatim vehementius inspiretur, primò ad octauam ascendet sonus, exinde ad diapentes supra prædictam octauam, tum ad diatessaron supra illud diapente, seu ad duplicem octauam, sequitur ascensus per tertiam maiorem, tum per minorem, rursusque saltus per diatessaron, exinde si continuetur inspiratio vehementior fieri; gradatim & per tonos sonus ascendet. Et quod mirum est quantumvis inspirationem moderetis, nunquam tamen intermedias voces effingere poteris quæritur horum ratio.



In fistulis paulò longioribus idem accidit; nam si occlusis omnibus foraminibus, paulò vehementiùs inspires, ascendunt per octauam, exinde per quintam, & aliquando per duplicem octauam. quia tamen non fiunt longiores, alius saltus non inuenitur.

Accidit item in organis, vt fistulæ nonnunquam ad octauam ascendant. horum quæritur ratio.

Vt autem nodum difficilem admodum soluam, aliam suppono experientiam nempe tubæ manualis, seu vt vocant marinæ, quæ tam appositè tubam imitatur. illius compositionem non appono cum sit peruulgata, & trita. extenditur enim neruus crassior, longus septem aut octo pedes, qui ponticello nutanti ex vna parte imponitur, in alia verò extremitate vehementiùs arculo incitatur ad sonum, digito chordam radente. in qoo illud notandum est, digitum radere tantum, & non comprimere chordam; ita vt in duas quasi partes eam diuidat, eà tamen diuisione quæ non impediat quominus vtraque pars suas vibrationes faciat; manifestum igitur est dum digitus chordam diuidit, non tantum eam partem quam arculus impellit sonum edere, sed etiam aliud segmentum resonare, & ponticellum agitare: vnde si ponticellus nutare non possit, & tremere, non reddetur sonus tubæ. digitus ergo totam chordam in duas partes resonantes seorsim diuidit, quæ partes si sint consonæ sonum gratum auribus reddent, si dissonæ ingratum, inter eos autem sonos ille præcipuum locum, sibi vendicat, meliusque percipitur qui ab eo segmento orietur, quod arculus impellit, aliud enim segmentum participatiue tantum; & propter continuitatem cum alio resonat. debet ergo chorda diuidi in partes inter se consonas.



Sit ergo chorda A B partium 60. quæ sonum aliquem edere supponatur, dum impellitur arculo prima, & naturalis diuisio, quæ fieri potest, est si A B diuidatur bifariàm in puncto C. ita vt vtrumque segmentum A C, C B similem sonum edat; tunc autem ascenderit sonus lineæ A C; qui præcipue spectatur vnà octauà. Et segmenta erunt vnisona.

Diuidatur linea A B in tres partes nempe in puncto F, ita vt A F sit partium 20, & F B partium quadraginta, partes AG, FB consonæ erunt, nam F B, est dupla partis AF, & tunc A C, ad AF cuius sonus vehementior est, se habet vt 3 ad 2 quare ascendet secundum quintam.

Diuidatur item A B, in puncto G, ita vt A G sit quarta pars lineæ AB, eritqoe GB segmentum triplum segmenti AG, concordant ergo partes in duodecima, quæ est bona concordantia. si verò attendamus ad solum segmentum AG, illudqoe comparemus cum tota AB, ipsius quadrupla, ascenderit sonus duplici octauâ.

Sit AH partium 12, erit HB partium 48. eruntque concordes illæ partes, cum vna sit alterius quadrupla, nempe disdiapason: si tamen comparetur A H duodecim partium cum tota A B partium 60; se habet vt 5 ad 1, quæ est proportio 17. seu ditoni supra disdiapason. Si vlterius diuideretur in I, K, L, M, N, O, P, etiamsi figura has diuisiones non exprimat.

Sit AI partium 10 eritque. IB, 50, & segmenta vt 5 ad I, nempe proportio decimæ septimæ. seo maioris tertiæ supra disdiapason. segmentum autem AI cum tota AB est vt 1 ad 6 nempe ratio quintæ supra disdiapasoo ascenderit igitur sonus semidytono supra priorem.

Segmentum A K sit partium $7\frac{1}{2}$ & reliquum E K $52\frac{1}{2}$ segmenta se habent vt 7. ad 1. non adeo bona consonantia nempe fere sexta supra duplicem octauam. tota autem chorda A B ad segmentum A I se habet vt 8, ad 1 nempe ascenderit sonus ad triplicem octauam, & supra priorem sonum ascenderit per quartam.

Segmentum A L sit partium $6\frac{1}{2}$, & L B $53\frac{1}{2}$. eruntque segmenta vt 8 ad 1, concordabuntque in triplici octaua. eritque tota A B ad A L vt 9 ad 1. nempe erit tonus maior supra triplicem octauam.

Segmentum A M sit partium 6. & M B 54. eruntque segmenta vt 9. ad 1 debet autem hoc dissonare. si compararetur tota AB ad AL erit vt 10 ad 1 ditonus supra triplicem octauam. sed vt puto hic sonus eritpaulisper in gratus quia partes concordat

concordat vt C ad C C C E. quia tamen est vna secunda post tres octauas seu 22 non vsque adeo aduertitur.

Segmentom AN sit $5\frac{5}{11}$ & NB $54\frac{6}{11}$ segmenta erunt vt 10 ad I oempe concordabunt in dytono supra tres octauas, tota AB ad AN se habebit vt 11 ad I, nempe ascendet sonus paulo plus quam 4. supra triplicem octauam, deficit tamen paulisper, deberet enim esse $10\frac{2}{3}$ ad I. ascendit igitur sonus paulo plus quam hemitooio maiore.

Segmentum AO sit $5\frac{5}{7}$. & reliqoum OB $54\frac{6}{7}$, eruntque segmenta vt $10\frac{1}{2}$ ad I proportio quartæ supra triplicem octauam tota A B ad A O se habebit vt $11\frac{1}{2}$ ad I qoæ est ratio fere quintæ supra triplicem octauam.

Vltimo segmentum AP sit partium $4\frac{8}{13}$, & PB $55\frac{5}{13}$, nempe vt 12 ad I. proportio quintæ supra triplicem octauam tota autem AB ad AP est 13 ad 1 sexta supra triplicem octauam. quæ omnia oculis subiicio.

Diuisio	Minus Segmentum.	Maius Segmentum.	Ratio Segmentorum.	Consonantia Segment.	Ratio totius ad minus Segmentum.	Saltus.
1	30	30	1 ad 1	Vnisonus	2 ad 1	C. C. octaua.
2	20	40	2 ad 1	octaua. C C duodecima	3 ad 1	CCG duodecima.
3	15	45	3 ad 1	C C G.	4 ad 1	C C C. duplex oct.
4	12	48	4 ad 1	Duplex oct. CCC.	5 ad 1	CCCE dytonus cum duplici octaua.
5	10	50	5 ad 1	CCCE ditonus cū dupl. 8.	6 ad 1	CCCG quinta cum duplici 8.
6	$7\frac{1}{2}$	$52\frac{1}{2}$	7 ad 1	CCCF 4. cū dupl. 8.	8 ad 1	CCCC triplex oct.
7	$6\frac{2}{3}$	$53\frac{1}{3}$	8 ad 1	CCCC triplex 8.	9 ad 1	CCCCD tonus cum triplici octaua.
8	6	54	9 ad 1	CCCCD tonus cum tripl. oct.	10 ad 1	CCCCE dytonus supra tres octauas.
9	$5\frac{5}{11}$	$54\frac{6}{11}$	10 ad 1	CCCCE dytonus supra tres octauas.	$10\frac{5}{7}$ ad 1	CCCCF quarta supra tres octauas.
10	$5\frac{5}{7}$	$54\frac{6}{7}$	$10\frac{1}{2}$ ad 1	CCCCF quarta supra 3 octauas.	$11\frac{1}{2}$ ad 1	CCCCG quinta supra tres octauas.
11	$4\frac{8}{13}$	$55\frac{5}{13}$	12 ad 1	CCCCG fere quinta cum 3. oct.	13 ad 1	CCCCA exachordon supra tres octauas.

Ne tamen dissimulem, inuenio aliquid posse fieri inter quintam & sextam diuisionem; si nempe minus segmentum esset $8\frac{1}{2}$. & maius $51\frac{1}{2}$ eorum proportio esset 6 ad 1 nempe quintæ cum duplici octaua, & ratio esset 7 ad 1 nempe fere sextæ supra duplicem octauam.

Possent quidem fieri aliæ diuisiones coosonæ, ante primam diuisionem; nempe si segmentum chordæ, quod tangitur arculô, maius esset reliquô, vt si esset 40, & reliquum 20, optima consonantia inter segmenta intercederet, nempe octaua. tota autem chorda ad illud segmentum quod arculô impellitur, & cuius præcipue sonus auditur vt 3. ad 2 nempe quinta. igitur primus saltus in hac manuali tuba non est octaua; quod vltro fateor, in tuba tamen vera, & fistulis, primus saltus erit octaua, vt patebit ex applicatione istius doctrinæ ad veram tubam. nam facilius diuiditur chorda per medium, quam in alia parte.

Sit igitur salmum tubæ communis, & vera hæc ratio quod dum aëre valde leni, & non incitato, inspiratur tuba, totus aër in tuba inclusus per modum vnius chordæ vibretur, habeatque pro ratione longitudinis suæ, vibrationes certæ & determinatæ durationis. quod manifestum est ex eo quod si fiat breuior tuba, fiat etiam acutior sonus; item si fiant foramina quæ aperiantur; æquiualenter enim decurtatur longitudo tubæ, aut etiam fistulæ. quare indubitatum relinqoitur totum aërem vibrari per modum vnius chordæ, cum idem accidat dum fit breuior quod in chordis, & hoc proportionaliter. dum verò paulò vehementiùs inspiratur tuba, cogitur aër ad celeriorem motum, quem tamen chorda tantæ longitudinis, seu aër præstare non potest, sunt enim chordarum vibrationes, tam determinatæ in duratione, quam funependulorum oscillationes. diuiditur igitur tota hæc chorda per medium, ita vt doo segmeota aëria æqualia, suas vibrationes separatim peragant. diuiditur autem potiùs bifariam, quàm aliô quovis modô, qoia huic diuisioni minus resistit chorda, item debet diuidi in partes consooas, eò quòd impellatur ad motum tota chorda, non potest autem diuidi in partes, ita vt motus vnius, sit contrarius, & quasi sistat motum alterius; item cum pars illa, quæ propior est ori, sit propior motori, si inæqualiter moueri debeant, illa motum incitatiorem habere debebit. vnde vel æqualis erit, vel minor reliquâ. nunquam autem maior, alioquin

alioquin vibrationes tardiores haberet. quibus poſitis ſequitur totam vt ita dicam chordam aëris diuidendam per medium, atque adeò ſingulas partes eundem ſonum, ſed priore acutiorem per octauam. Atque hoc ſe expertum eſſe in aliis materiis, refert Galilæus, cum enim laminam æream, aut ferream aliquando ita tereret, vt eius etiam vibrationes animaduerteret, quotieſcumque motus eius erat concitatior, non tota lamina per modum vnius vibrabatur, ſed diuidebatur vibratio in duas, & tonus aſcendebat per octauam. poſſent in multis aliis materiis fieri experimenta vt ſi neruus longior vehementius ad motum arculô incitaretur, puto nonnunquam aſcenſurum ad octauam. item dum ſcyphi aqua pleni labra digitô teruntur, ſi vehementior ſit motus; aſcendit ſonus ad octauam.

Si adhuc vehementiùs tuba inſpiretur, cogetur ad motum velociorem, quem cum præſtare non poſſit, fiet alia diuiſio conſona, in qua pars illa quæ propior eſt motori, ſeu ori; fiet breuior, fiet ergo talis diuiſio, vt partes ſe habeant vt 2, ad 1 & conſequenter tota ad partem illam quæ magis reſonat, vt 3 ad 1. hoc eſt vt ſonus aliquis ad duodecimam. atque ita dum cogetur tuba ad motum celeriorem, ea pars quæ eſt propior ori, fiet breuior, ita tamen vt alia ſit ipſi conſona, quod fieri non poterit, niſi fiant ijdem ſaltus, quos in manuali tuba deprehendimus.

Proponit item P. Mercennius alia difficilia circa ſonos, verbi gratia quæ ſit cauſa ſonorum acutorum qui percipiuntur cum ſono graui. vt ſi ſonum valde grauem intones, vniſonum illi quem fiſtulæ trium pedum occluſorum aut ſex apertorum edunt, perſeuereſque aliquandiu in eodem tono, audies duos ſonos nempe duodecimam, ſeu diapaſon diapente, & decimam ſeptimam, de duodecima, aſſerit perpetuam duodecimam reſonare in choris, & in craſſioribus violarum chordis, aſſerit item non omnia fiſtularum genera ad octauam primò ſaltu deferri, ſed aliqua ad quintam, alia ad 12. alia ád octauam, quæ quidem fateor eſſe explicatu difficilia; ſed priuſquam eorum cauſam inueſtigem? optimum eſſet experiri, nam experientia comperi, ſæpe hæc quæ vulgo iactantur, non eſſe adeo vera. & de primo quod ſemper duodecima reſonet ſimul cum tono illo grauiori, experiri volui aliquando, nec mihi ſucceſſit experientia. puto tamen aliter non poſſe explicari, niſi per aliquid quod affinitatem habeat cum ſaltu tubæ.

PROPOSITIO XVII.

Fiſtula tribus tantum foraminibus conſtantes.

Circumferuntur fiſtulæ paulo longiores, tribus tantùm foraminibus inſtructæ, quibus tamen omnes ferè cantilenæ etiam quæ ad duodecimam excurrunt facile canuntur. quæritur quomodo id fieri poſſit. facilis eſt ſolutio & præſuppoſito tubarum ſaltu non enim in hac fiſtularum ſpecie, infima voce vtendum eſt, cum ſit nimium difficile ad eam peruenire; ſed ſupponendus eſt primus ſaltus octauæ; vnde occluſis omnibus foraminibus, ſatis vehementer inſpiratur fiſtula, ita vt primo ſaltum ad octauam pertingat. ponatur igitur hæc vox tanquam fundamentalis ſitque Vt, ſi primum foramen aperiatur manendo in eâdem contentione ſpiritûs, reddetur alius ſonus nempe re, appertis duobus dicet mi. & tribus dicet fa occludantur rurſus omnia foramina, & maiori contentione inſpiretur. aſcendet tonus per quintam, nempe ſupra illud vt, dicetque ſol, ſi manente eâdem contentione aperiatur primum foramen erit re ſequens: apertis duobus exurget mi; & apertis tribus fa, vel ſi clauſis omnibus foraminibus vlterius contendas, aſcendet per quartam hoc eſt per octauam illius primi Vt, rurſuſque apertis foraminibus ſequitur re mi fa: habemus ergo in vna fiſtula trium foraminum, ſine vlla interruptione vt, re, mi, fa, ſol, re, mi, fa, re; mi, fa. quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVIII.

Extenſio fiſtularum 6 foraminibus conſtantium, & lateraliter inflatarum

Sunt aliquæ fiſtulæ longiores, quæ lateraliter inflantur eas vocamus germanicas, & Gallicè *vn fifre*, quarum eſt mira extenſio, vt etiam ad vigeſimam vocem perueniant. Eorum diagramma ita à germanis datur littera. A indicat apertum foramen. C. clauſum. S. ſemiclauſum harum diagramma propono



c c c c c c a a c c c c c c a a c c c c
c c c c c a a c c c c c c a a c c c c c
c c c c a a a c c c c c a a a c a c c a
c c c a a a a c c c a a a a c a c a c
c c a a a a a c c a a a a c c c a a c
c a a a a a a c a a a a a c c c a a c

Tanta extenſio in prædictis tubæ ſaltibus fundatur fateor tamen eſſe nonnulla in hoc diagrammate quorum rationem reddere, ſit valde difficile: nolui tamen illa ommittere, vt tam praxi quam Theoriæ ſeruirem, hoc diagramma ita à germanis traditur.



Hoc eſt diagramma fiſtulæ minoris quam Gallice *flajolet* dicimus, quæ vnum etiam aut alterum ſaltum habet.

c c c c c c c c a s s s s
c c c c c c a a a c c c c
c c c c c a c a a c c c a
c c c a a a a a a c c a a
c c a a a a a a a c a a a
c a a a a a a a a a a a a



Hoc diagramma est fistularum communium quod pariter facile intelligitur.

c c c c c c c c c a s a s s
c c c c c c c c a a c c c c
c c c c c c a a a c c c c
c c c c c a a a a c c c a
c c c c a a a a a c c a a
c c c a a a a a a c a a a
c c a a a a a a a a a a a
c a a a a a a a a a a a a





PROPOSITIO XIX.

Guidonis Aretini scala.

Guido Aretinus totum suum systema maximum chordis, seu sonis 22 constans, diuidere voluit in septem bexachorda similia. voco autem similia in quibus hemitonium maius eamdem sedem obtineret. Antiqui suum systema in tetrachorda diuidebant. & hoc consultius, vt facilius addisceretur musica, ita vt qui tetrachordon sciret intonare, totum systema percurreret.

Hæc Aretini hexachorda, non se inuicem sequuntur, sed in aliquo communicant, fitque ab vno in aliud transitus; siue in ascensu, siue in descensu. quia autem duæ sunt series vsitatæ, nempe b molle, & B durum, propter rationem supra allatam, debent esse aliqua hexachorda vtrique seriei communia, dicuntur pertinere ad naturam. nomina quibus singulæ voces efferuntur sunt Vt, Re, mi, fa, Sol, la, excerpta ex hymno sancti Ioannis Baptistæ.

Vt queant laxis, Re sonare fibris.
Mira gestorum, Famuli tuorum.
Solve polluti La bij reatum.

Præponuntur autem litteræ A B,C,D,E,F,G, vt ostendatur conuenientia huius systematis cum antiquo.

Notandum autem distantiam vocis MI ad FA esse hemitonium, cæteræ distantiæ sunt toni, dicitur hæc scala gamma quia incipit à Γ.

		b molle	natura	B quadratum
	ff		fa	
	ee		mi	la
	dd	la	re	sol
	cc	sol	ut	fa
	bb	fa		mi
	aa	mi	la	re
G	g	re	sol	ut
	f	ut	fa	
	e		mi	la
	d	la	re	sol
	c	sol	ut	fa
	b	fa		mi
	a	mi	la	re
G	G	re	sol	ut
	F	ut	fa	
	E	·	mi	la
	D		re	sol
	C		ut	fa
	B			mi
	A			re
G	G			ut

Proprie loquendo duplex est series b mollis vna, B duri altera, intermedia autem dicitur naturæ, vtrique communis. ita vt à B duro in naturam, & à natura in B durum transeundum sit: & pariter si canitur per b molle, à b molli in naturam & à natura in b molle transeundum sit.

Regula generalis. in quacumque serie ascendendum est supra chordam la, transeundum est in seriem vicinam, in chorda re. si autem descendendum sit infra vt, descensus fiat in chorda la.

Incipiamus autem à b duro. sitque ascendendum ab ima chorda vt, vsque ad summum systema dico vt re mi fa, & transeo in seriem naturæ in chorda RE, & dico re mi fa sol & rursus regredior ad B durum in re, nempe in secundo eius hexachordo, & dico re, mi, fa, & assumo denuo re, in serie naturæ, dicendo re, mi, fa, sol denique in b duro dico re mi fa sol la.

Vnde quoties canitur in B duro dicitur vt, re, mi, fa, in serie B duri & re, mi, fa, sol, in serie naturæ & rursus re, mi, fa, in serie B duri. vt constet ordo duorum tonorum & hemitonij & rursus trium tonorum, & hemitonij.

Si verò fiat ascensus in b molli dicitur vt, re, mi,

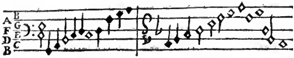
mi,fa,sol,in serie b mollis & re, mi, fa in serie naturæ, rursusque re, mi , fa, sol, in b molli & re, mi, fa, io natura.

Descensus , fit in chorda la, vt, in B duro, dicitur la, sol, fa,mi. & fit transitus in naturam in chorda la.dicendo la,sol,fa.& tursus in B durum dicendo la , sul, fa, mi, la, sol, fa, la, sol, fa, mi, te, vt.

In b molli è contra , dicitur la, sol, fa , & in natura la sol, fa, mi, Atque eæ sunt mutatiooes, quæ rantum tyronihus negotij facessunt.

Notandum autem hæc hexacorda incipere tantum in chordis F , G , & C. vude illæ cordæ dicuntur claues. & solet vna illarum notari vt sciatur quæoam vox in teliquis capienda sit notatur item an in h molli canitur, adiectâ litterâ b. si veto nihil addatur canitur in B duro.

Notandum item in musica singulas lineas & singula intervalla valere , quarum si vel vnam scias , reliquas etiam omnes facilè cognosces quod exemplis manifestum erit.



Sint expositæ quinque lineæ quarum media notam habeat , quæ significat lineam mediam esse chordam F , & omnes notas cuiuscumque valoris quarum caput erit in hac linea media, erit vt vel FA , si in b molli canamus ; Est Vt ; & FA si in duro sequens interuallum ascendendo erit G, linea superiot A interuallum B & suprema linea C. descendendo vero interuallum proximum mediæ lineæ erit E, sequens linea D. exinde interuallum C , & infima lioea B. versemur igitur in B duro ; quæritur quomodo canendum sit cum in chorda B , in serie B duri respoodeat mi,prima nota erit mi,exinda fa;& quia ascendendum est supra la fit transitus io naturam & tertia erit re , mi , fa , & quia relinquitur vacuum interuallum in quo dicendum esset sol , post quod tegrediendum est in B durum dicendo re mi fa. Ex quo vides nullam tationem haberi coloris, aut figuræ notarum , vt pronuncientur.

Sit alia clauis G. cum nota b quæ significat b molle; ergo linea illa secunda, est chorda G. cui in b molli respondet re & inferior in interuallo vt. ita igitur dicendum vt re mi fa sol & fiat transitus in naturam, dicaturque re mi fa, re,mi, fi, sol.re, atque ita de aliis clauihus dicendum est.

Quia tamen difficile est recordari huiusmodi transituum , ita vt multi tædiò affecti deterreantur,ideo recentiores nonnulli septem habent voces diuersas , quæ totam octauam perficiant. eamque methodum vt faciliorem sequenti propositione Explico.
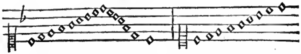
PROPOSITIO XX.

Scala recentiorum.

Recentiorum scala commodior est , septemque voces habet , adiectâ solum vnica post la quæ est si , & hoc benè , vt sicut sunt septem litteræ sint etiam septem voces ipsis tespondentes. duæ sunt series b mollis , & B duri eædem retinentur claues.

Sed vbi vnam notam cognoueris reliquas omnes facile definies , ascendendo semper , eôdem tenore, adiectâ post chordam la, chorda si exinde vt , & rursus te mi &c & ita consequenter, descensu pariter post vt assumes si la. vt autem cognoscas primam vtere claui , & nota seriem, hoc est an iu h molli canatur ; an in duro. tem totam in exemplis ostendam.

		b molle	B durum
	E	si	mi
	D	la	re
	C	sol	ut
	B	fa	si
	A	mi	la
G	G	re	sol
	F	ut	fa
	E	si	mi
	D	la	re
	C	sol	ut
	B	fa	si
	A	mi	la
G	G	re	sol
	F	ut	fa
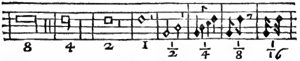


In apposito exemplo clauis (*C, sol, vt*) est in linea infima, versamurque in serie b mollis cuius nota apponitur. igitur nota quæ erit in infima linea erit sol quia C. in b molli habet sol. dico igitur sol & ascendendo, sol la si vt re; mi, fa, sol, la, & descendo per eosdē gradus la, sol, fa mi, re. vt, si la, sol. omnis ergo nota cuius caput est in infima linea erit sol, quæ ver o versabitur in interuallo sequenti erit la, quæcumque inuenietur in secunda linea erit si, & ita deinceps

Si vero versaremur in serie B duri in eadem claui vltima linea haberet vt quia C in B duro habet vt. & consequenter ascendendo pronuntiandum esset vt, re. mi fa. sol, la. si vt, re. Atque hoc modo nulla est opus transitione, sed difficultas in eo est, quod debeant tyrones discere intonare octauam integram, cum in metbodo Aretini, deberent tantum addiscere exachordon, & in antiquo tetrachordon, aut quintam.

PROPOSITIO XXI.

Notarum valor.

Valorem notarum intelligo moram quâ in eodem sono perseuerandum est. nam acutiem, aut grauitatem ostendit linea in qua versatur aliqua nota seu character. moram aotem & tempus quo perseuerare debet, ostendit forma, & color characteris: sunt autem species octo, nempe maxima, longa, breuis, semibreuis, minima semiminima, vnca, semiunca.



Communiter ita se habent, vt antecedens duabus consequentibus æquiualeat. communiter ne plus temporis iis insumatur quam par sit, omnia reuocantur ad communem mensuram siue tactionem, quæ tactio communis duo tempora continet nempe θέσιν, ϗ ἄρσιν. hoc est manus demissionem, & euectionem. semibreuis vni mensuræ integræ æquiualet hoc est eius duratio est æqualis vni mensuræ, seu duobus motibus nempe, demissioni manûs, & euectioni, quibus insistendum est & perseuerandum in eâdem notâ. breuis duabus mensuris æquiualet, longa quatuor, maxima octo. minima semimensuræ seu vni motui hoc est vel demissioni manus, vel euectioni seminima quadranti mensuræ, boc est interea dum eleuatur manus recitantur duæ, & dum deprimitur aliæ duæ. vnca æquiualet octauæ parti mensuræ, seu sunt quatuor in demissione manûs; & aliæ quatuor in eleuatione semiuncæ sunt sexdecim in mensura, atque ista communiter ita se habent, in communi mensura.
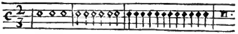
Sunt item & aliqua signa respondentia in duratione superioribus notis, quæ significant, cessandum esse a cantu per vnam, doas, tres mensoras, per semimensuram &c. quando igitur inueniuntur duæ lineæ, duo interualla continentes signum est cessandum esse à cantu per octo mensuras, si vnica sit linea plusquam vnum interuallum contiens est signum cessationis per 4 mensuras, vt vides, si vero linea vnum tantum interuallum peruadat iniungit cessationem per duas mensuras. lineola alteri lineæ perpendiculariter insistens & totum interuallum non continens, significat cessationem per vnam mensuram, aut certe æquiualentem semibreui: si vero infra lineam posita sit cessat per minimá seu semimensuram si. Linea vncum habeat hoc modo compositum, cessat musicus per semiminimam seu quartam partem mensuræ. si vero hôc modò vncus fuerit compositus, cessatio erit per vncam hoc est per octauam partem mensuræ, neque alia iniungitur cessatio.

Mensura autem triplex est communis, tripla maior: & tripla minor, mensura communis duo tempora continet, nempe depressionem manûs vt diximus; & eleuationem; hanc mensuram alij, maioris commodi gratiâ in quatuor tempora diuidunt, ita vt manus depressionem motum à dextera ad sinistram, motum a sinistra ad dexteram, & manus eleuationem & tunc quilibet motus semiminimæ æqualis est. hæc igitur mensura quatuor temporum non differt à mensura communi duorum, valorem autem notarum exposuimus in ordine ad mensuram communem,
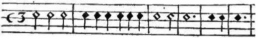
Tripla continet tria tempora, nempe manûs depressionem moram aliquam; & manûs eleuationem; iure autem dubitatur à pluribus an ea tempora sint æqualia, si enim æqualia sunt facilè ad mensuram communem reuocari posset; ideoque multi existimant esse aliquam inæqualitatem in his temporibus, ex qua inæqualitate oriatur aliquis motus, in toto cantu qui sequi non potest in mensura communi, quantumlibet incitatâ, quidquid autem sit de eo,

Tripla maior non differt à minori, sed tantum valor notarum alius est. nam in tripla maiori tres semibreues vnam mensuram adæquant, & consequenter sex minimæ, & duudecim semiminimæ ad eam adæquandam requiruntur. item vna breuis cum puncto, eam augente dimidiâ sui parte æquiualet mensuræ seu vna breuis & vna minima.

Tripla maior



Tripla cōmunis.



In tripla communi tres minimæ percurruntur in mensura, & sex semiminimæ, duodecim vncæ 24 semiuncæ, vna breuis cum puncto, vel vna breuis cum semibreui. item sit vna rotunda nigra quæ simul cum puncto, vel cum semiminima adæquat vnam mensuram.

Cum autem initiò alicuius cantûs, non notatur $\frac{3}{1}$ signum est vtendum mensurà communi, & pariter quoties apponitur hæc nota 3.

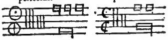
Si post aliquem characterem musicum, additur punctum, toties augendus est valor illius dimidiâ parte notæ cui additur, vt si semibreui addatur punctum, hæc æquiualebit semibreui simul cum minima; si minimæ addatur, hæc æquiualebit minimæ simul cum semiminima & ita deinceps.

Quotiescumque alicui characteri additur hæc nota ♯ toties signum est attollendam vocem vna diæsi plus quam requirat hæc nota, seu si ad organum reuocare velis, signum est esse vnam ex tribus nigris ♯ ♯ ♯. C ♯, F ♯, G ♯ Si verò alicui characteri addatur hæc nota b signum est deprimendam vocem per vnam diæsim, & esse in organo vnam ex duabus nigris E b, vel b, molle.

Multa alia signa in veteribus musicis inueniuntur quæ quia a diuersis diuersimode accepta sunt, ideo tantam confusionem pepererunt, vt vix consentiant. dicam tamen breuiter vt si occurrant talia signa, & characteres eos possimus intelligere. quatuor autem distingui debent nempe modus maior, modus minor, tempus, & prolatio quæ omnia adhuc subdiuiduntur in perfecta, & imperfecta.

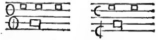
Modus maior perfectus, est cum maxima tribus longis æquiualet; & si nihil aliud addatur cætera suum valorem obtinent; hoc est idem est ac si maximæ punctum adderetur signa illius modi sunt circulus cum tribus lineis duo vel tria interualla peruadentibus.

Modus maior perfectus. Modus maior imperfectus.



Modus maior imperfectus erit, cum vna maxima duabus longis æquiualebit.

Modus minor perfectus ille est in quo longa tribus breuibus æquiualet quo ad durationem, & cum breuis duabus mensuris æqualis sit, longa sex mensuras obtinebit. signum erit duplex circulus sine puncto & vnica linea tria interualla obtinens.

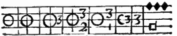


Modus minor perfectus. Modus minor imperfectus.
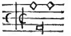
Modus minor imperfectus erit cum longa duabus breuibus æquiualebit signum erit duplex C cum vnica linea duo interualla peruadente.

Tempus perfectum erit cum breuis tres semibreues continebit signum illius erit vnicus circellus vel circellus cum numero 3. vel C cum 3, vel 3.

Tempus imperfectum erit cum vna breuis duas semibreues continebit signa erunt duo C C.



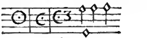
Temporis perfecti signa.



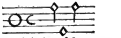
Tempus imperfectum.

Prolatio perfecta ea est in qua semibreuis tribus minimis æqualis est signa circellus cum puncto vel C cum puncto vel 3.

Prolatio imperfecta cum semibreuis duabus minimis æqualis est signa circellus cum C.



Prolatio perfecta.



Prolatio imperfecta.

Hæc tamen signa vix quidquam modò significant; quia tamen in veteribus musicis inueniuntur ideo adhibenda fuerunt, vt intelligerentur. nam in modis imperfectis in tempore imperfecto & pariter prolatione imperfecta, solum inueniuntur mensura communis, modi vero perfecti, tempus perfectum, & prolatio perfecta possunt dici certæ species triplæ; ita vt prima species triplæ ea esset in qua tres essent longæ in vna mensura; & maximæ subintelligeretur additum punctum quod illi adderet dimidium valorem alia species triplæ esset ea in qua tres breues mensuram vnam adæquarent, & longæ sub intelligeretur additum punctû neque in his omnibus diutiùs immorandum

puto, qui enim ea diligentius perſcrutari voluerunt, potiùs intricarunt, quam extricarunt.

PROPOSITIO XXII.

De duodecim modis.

Modus eſt collectio omnium vocum intra duos terminos, per octauam coſonantes collectorum, ſeu modus, & diapaſon idem ſunt, ſi diapaſon intelligas pro omnibus vocibus intra octauam quamcumque contentis. quæ vt intelligas exponantur voces 15. ſyſtematis cõmunis, in ſerie verbi gratiâ B duri, qualis eſt ſeries palmularũ albarum in abaco communi, organi pythaulici.

Vt, re, mi, * fa, ſol, re, mi, * fa, re, mi, * fa, ſol, re, mi, * fa.
C, D, E, * F, G, A, B, * C, D, E, * F, G, A, b, * C.

In quo notandum eſt diſtantiam inter mi & fa eſſe hemitonium maius, duo autem ſunt hemitonia maiora in quâlibet octaua, quæ hemitonia maiora poſſunt diuerſimodè combinari cum tonis integris. nam prima octaua quæ eſt CC habet primum hemitonium in tertia ſede, & ſecundum in ſeptima. ſecunda octaua quæ eſt DD: habet primum hemitonium in ſecunda ſede, ſecundum in ſexta.

Tertia octaua quæ eſt EE, habet hemitonium in prima & quinta ſede. quarta quæ eſt ff, hemitonia habet in quarta, & ſeptima ſede. quinta octaua quæ eſt GG, habet hemitonia in tertia, & ſexta ſede, sexta octaua quæ eſt A A habet hemitonia in ſecunda, & quinta ſede, ſeptima octaua quæ eſt BB habet hemitonia in prima & quarta ſede. neque in ſyſtemate poteſt alia ſpecies excogitari, poſito quod inter duo hemitonia ſint duo toni, & inter duo ſequentia ſint tres toni alia combinatio fieri non poteſt: nam ſi per ſeriem b mollis incedamus, ſient eædem combinationes, licet non in iiſdem litteris: exponatur enim ſeries b mollis, quæ differt a B duro tantum in vna voce.

Vt, re, mi, * fa, re, mi, * fa, ſol, re, mi, * fa, re, mi, * fa, ſol.
C, D, E, * F, G, A, * B, C, D, D, * F, G, A, * B, C.

Diapaſon CC in ſerie b mollis habet hemitonia in tertia & ſexta ſede. ſicut ea habet in iiſdem ſedibus B duri, diapaſon GG, vnde idem eſt canere aliquem cantum in GG, B duri, ac in CC b mollis, pariter DD in ſerie B mollis habet hemitonia in ſecunda & quinta ſede, ſicut diapaſon AA in B duro. diapaſon EE b mollis habet hemitonia in prima, & quarta ſede. ſicut diapaſon BB, in B duro. diapaſon FF b mollis conuenit cum CC A duri habetque hemitonia in prima & ſeptima ſede. diapaſon GG b mollis conuenit cum DD. B duri, habetque hemitonia in ſecunda & ſexta ſede. diapaſon AA b mollis conuenit cum EE, B duri, habetque hemitonia in primo & quinto loco. denique diapaſon bb in molli habet hemitonia in quarto & ſeptimo conuenitque cum ff B duri.

Ex quo conſtat ſeptem tantum eſſe ſpecies octauæ. hæ autem ſpecies diuerſum in muſica præſtant effectum, ſuntque aliquæ ſpecies affectui triſtitiæ, aliæ affectibus lætitiæ conuenientiſſimæ. Item notandum eſt quamcumque octauam diuidi poſſe, vel Harmonicè per quintam, & quartam, ita tamen vt quarta ſuperiorem locum obtineat, & quinta inferiorem, vel Arithmeticè, ita vt quarta inferiorem locum habeat, quinta ſuperiorem, vt iam ſupra explicuimus hæc autem diuiſio ita inſtituitur, vt habeantur voces mediantes, cadentiæ, & finales; quod ita explico. quotieſcumque incipitur aliquis cantus, qui ſe habet per modum vt ita dicam orationis alicuius, perſeuerat in mente noſtra, memoria illius initij, quaſi termini alicuius; & ſecundum illud initium in aliis aut aliis notis debent fieri pauſæ, & interpolationes, in quibus nonnihil ſiſtitur, & reſpiratur; ſicut enim non vnô ſpiritu poteſt ſoluta oratio recitari; ſed in ſua membra diſtinguitur; ita etiam ea oratio quam cantus ornat, & comitatur, ſuas interpunctiones habere debet; in quibus vt iam dixi nonnihil immoratur oratio. voces igitur in quibus ſiſtitur non ſe habent vtcumque cum prima illa voce, quæ fuit orationis muſicæ initium, quia enim hæc quæ primo prolata eſt animum prima impellit, perſeuerat in intellectu aliqua eius memoria, ex quo fit vt ad eam reliquæ in quibus præcipue ſiſtitur exigantur, atque adeò in quolibet modo aſſignantur aliquæ voces in quibus præcipue immorandum eſt, & quæ cum prima illius modi voce concordare debent. nulla autem melius conſona eſt quam quinta, ideo modi in quibus vt plurimum in cadentis quinta aſſumitur, aut octaua, illi authentici & principales vocantur, ſi verò in aliquo modô potius vtamur quartâ voce, quam quintâ, quia quarta non ita grata auribus accidit, ac quinta; is dicuntur plagales. minùs præcipui vt ſi exponatur hæc octauæ ſpecies quæ à voce C incipit.

Vt, re, mi, fa, sol, la, ſi vt modus authenticus primus.
C, D, E, F, G, A, B, C,
Vt, re, mi, FA, ſol, LA.' ſi vt. plagalis primus ſeu octauus.

Si pro cadentia aſſumatur Sol, nempe quinta & conſequenter tertia nempe MI quæ quintam comitatur. fiet modus authenticus primus, ſi vero in eadem octauæ ſpecie, pro cadentia aſſumatur FA quæ eſt quarta, ſeu quinta vt vocant inverſa, eò quòd fa concordet in quinta cum voce C ſuperiori, & ſimul etiam adhibeatur pro cadentia, aſſumatur ſexta nempe La quæ eſt tertia inuerſa; fiet modus plagalis, ſeu minus præcipuus, quod adhuc vlterius explico.

Dubitatur à multis an antiquitùs pluribus, & diverſis vocibus inſtitueretur muſica: hoc eſt an plures ſimul partes canerent ſeu an fieret baſſus, ſuperius, tenor, & contratenor: an verò omnes ſi-

mul

mol idem canerent, ita vt nullâ inter cantores differentia intercederet, nisi quæ nonnunquam invenitur, dum simul pueri cum viris concinunt, ad octavam enim ascendunt pueri, interea dum inferiores tonos percutiunt viri. huius distinctionis apud antiquos nullum extat vestigium. quomodocumque autem res se habuerit. certum est fieri posse Musicam auribus etiam iucundam. in qua bassus, & tenor, immò etiam contratenor in eadem semper voce, seu tono perseueret, interea dum superius omnes suæ octavæ tonos & hemitonia percurrit, totum autem artificium in eo positum erit, vt nunquam superius sistat, nisi in vocibus quæ sint consonæ cum iis in quibus bassus cæteræque partes perseuerant, puto hanc modorum distinctionem, maximè ad hoc Musicæ genus fuisse inventam, cautionesque & leges cantuum, ve ne vnquâ extra modum seu octavam abeat Musica; aut alias assumat cadentias, quam quæ proprio modo conveniunt, huic maxime speciei musices accommodatas fuisse. quod autem vsitatissimus sit ille canendi modus, ostendunt quam plurima instrumenta musica nempe lyra quam cœci nostri communiter circumferunt, in qua loco plectri, totâ ligneâ fides ad sonum impelluntur, pariter musicus viticulus vt vocant organizatus, in quo nempe præter calamum ordinarium, inveniuntur duo, aut tres Burdones, seu alij calami in eodem semper tono perseuerantes, qui mutari pro vt cantus quem calamus acutior percutit, in vno aut alio inveniatur modô, seu in voa aut alia, est diapasonis specie.

Quare porro sufficienter intelligi quare quælibet octavæ species dividatur in quintam, aut in quartam, quod prima divisio authenticos modos constituat; secunda vero plagales seu minus præcipuos. Et cum sint septem octavæ species; consequenter quatuordecim modi instituti deberent, septem authentici, ex diuisione octavæ per quintâ orti, & septem plagales ex diuisione octauæ per quartam inferiori loco positam originem ducentes, quia tamen in toto systemate inuenitur vna species octavæ, quæ per quintam dividi non potest, nempe octava B B; & alia species octavæ quæ quartam non habet, sed locu illius tritonum, nempe octava F F. ideo duodecim tantum restant modi sex authentici & sex plagales.

Vt,	re,	mi,	✱ fa,	sol,	re,	mi,	✱ fa,	re,	mi,	✱ fa,	sol,	re,	mi.
C,	D,	E,	F,	G,	A,	B,	C,	D,	E,	F,	G,	A,	B.

Vides igitur in hoc diagrammate si octaua BB diuidatur per quintam nempe BF, hanc quintam esse falsam, constat enim duobus tonis, & duobus hemitoniis. quinta autem vt vidimus constat tribus tonis & hemitonio. pariter octaua FF. non potest diuidi per quartam inferiori loco positam nam FB, est tritonus, quarta autem constat duobus tonis & hemitonio.

Quis sit primus, quis secundus, aut tertius est quæstio de nomine; & alius est primus apud antiquos, alius est primus apud Neotericos. Et primo quidem certum est antiquos non habuisse duodecim modos, sed tantum octo; sicut etiam in cantu Ecclesiæ octo tantum modi seu toni agnoscuntur; si tamen modus apud antiquos sit idē ac apud recentiores, quod asserit Boëtius dum dicit modum esse speciem octauæ. primo igitur illos assignabo, secundum mentem anti quorum. Deinde provt à recentioribus distinguuntur.

PROPOSITIO XXIII.

De Modis antiquorum.

Non omnes modi antiquorum simul & ab initio in vsu fuere, sed quasi sensim inventi. in genere autem authentici seu principales sedes impares obtinent, nempe primus, tertius, quintus, septimus, nonus, vndecimus sunt authentici, plagales seu minùs præcipui, sedes pares habent secundus ergo, quartus, sextus, octavus, decimus, duodecimus sunt plagales.

Notandum item est quemlibet authenticum, plagalem vnum sibi vendicare, eum nempe cuius tonitum descendit per quartam infra authenticum, ita vt prima vox authentici, sit vna ex cadentiis plagalis; vnde plagalis habet fere easdem proprietates, ac authenticus ipsi respondens, exponatur ergo systema quindecim vocum,

Vt,	re,	mi,	✱ fa,	sol,	re,	mi,	✱ fa,	re,	mi,	✱ fa,	sol,	re,	mi.
C,	D,	E,	F,	G,	A,	B,	C,	D,	E,	F,	G,	A,	B.

Primus modus antiquorum est octava quæ incipit in D & terminatur in alio D, dicitureque ab antiquis Dorius, qui adhibebatur in rebus gravibus, hunceque modum admittebat Plato, vt pote qui virtutem producat, hic modus authenticus est; cadentiæ A. & F.

Secundus modus Hypodorius descendit infra Dorium vna quarta, ideoque erit AA, vtetur tamen cadentiis primi, præcipue vero ipso, D quod respectu vocis A est quarta, cadentiæ igitur D & F.

Tertius modus qui etiam authenticus est, dicitur Phrygius, aptissimus ad iram concitandam erit EE. cuius cadentiæ B, & G.

Quartus hypophrygius incipit in B habetque pro cadentiis E, & G.

Quintus etiam authenticus tristitiæ accommodatus incipit in F. habetque cadentias C & A. dicitur lydius. dicitur Sapho eum modū adinuenisse.

Hypolydius sextus erit incipiens in C habens pro cadentiis F & A.

Septimus authenticus erit, dicetorque mysolydius ad sedandam iram aptissimus, incipiet in G. cadentiæ erunt D & B.

Octavus hypomysolydius incipit in D, eius cadentiæ G. B.

Nonus dicetur Æolius, versibus lyricis aptissimus eritque A. cuius cadentiæ E & C.

Decimus HypoÆolius incipit in E, cadentiæ A & C.

Vndecimus Ionius, vel Iastius lætus, eritque CC. cadentiæ in G & E.

Duodecimus Hypojonius incipit in G cadentiæ in C & E.

PROPOSITIO XXIV.
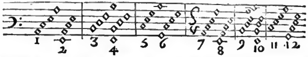
De 12. modis recentiorum.

Recentiores duodecim agnoscunt modos, videnturque tantum discrepare à veteribus, in ordine, nempe quod primus recentiorum sit tertius veterum. vt verum tamen fatear modorum antiquorum vix quidquam habemus nisi nomina & proprietates; nec habemus scriptorum loca, quæ satis indicent, qui primus fuerit, quis secundus, vnde vix concludere ex iis possumus quis modus letitiæ sit aptior, quis tristitiæ, ideo vt in modo seligendo habenda est ratio materiæ, & affectus excitandi; puto leges potiùs recentiorum obseruandas, quam antiquorum, quæ non extant; licèt fatendum sit quod si haberemus eorum præcepta, & constaret quis primus eorum modus quis secundus, ab iis discedendum non foret. neque enim experimur hodiernam musicam tantam vim habere ad mouendos animos, quantam antiqua, si tamen fabulosa non sunt, & pee auasin oratoriam dicta, quæ de illa referuntur quidquid tamen de illa sit hic referam.

Incipiunt autem recentiores à C. & modus qui à voce C sol, ut, incipit dicitur primus tonus subiicio autem eos tonos triplici modo.

	Vt,	re,	mi, *	fa,	sol,	re,	mi, *	fa,	re,	mi, *	fa,	sol,	re,	mi.
	C,	D,	E,	F,	G,	A,	B,	C,	D,	E,	F,	G,	A,	B.
Authentici.	1	3	5	7	9	11.		1	3	5	7	9	11.	
Plagales.	8	10	12		2.	4	6	8	10	12		2	4	6.

Sensus istius tabulæ in qua duæ primæ lineæ exponunt systema diatonicum; est, in voce C incipere authenticum & 8 plagalem. in D tertium & 10. in E 5 & 12. in F solum septimum, eo quod FB sit tritonus, atque adeo in F nullus plagalis esse possit vt iam diximus. pariter in B nullus authenticus eo quod BF, sit falsa quinta. & duo contineat hemitonia maiora nempe BC, & EF.



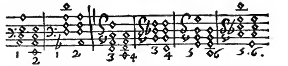
Facile intelligi possunt ex hoc diagrammate omnes modi in quo illud potes animaduertere primo in modis imparibus nempe primo, 3, 5. 7. 9. 11. qui authentici dicuntur cadentias seu mediationes esse in tertia & quinta in plagalibus easdem esse mediationes, sed quæ respectu plagalis sint octaua, sexta, & quarta.

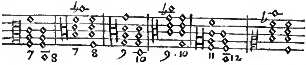
16	A											LA	
15	G									sol		so	
14	F							FA		fa		fa	
13	E					MI		mi		mi		MI	MI
12	D			RA		re		re		RA	RE	re	re
11	C	vt		ut		ut		VT	VT	ut	ut	VT	VT
10	B	si		si		SI	SS	si	si	SI	SI	si	si
9	A	la		LA	LA	la	la	LA	LA	la	la	LA	LA
8	G	SOL	SOL	sol	sol	SOL	SOL	sol	sol	SOL	SOL		sol
7	F	fa	fa	FA	FA	fa	fa	FA	FA		fa		fa
6	E	MI	MI	re	mi	MI	MI		mi		mi		MI
5	D	re	te	mi	Ra		re		re		Ra		
4	C	ut	ur		ut		ut		VT				
3	B		si		si		si						
2	A		la		LA								
1	G		sol										
		2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Tabula precedens idem ostendit, satisque indicat easdem esse cadentias modi authentici & plagalis sibi affinis.

Hic solum spectaui genus diatonicum, in quo non intelliguntur toni diuisi in suas dieses, & hemitonia, quod proprium est chromatici, licèt aliquando in musicam nostram chromaticum aduocemus; vt videre possumus in abaco organi Pytsolici. Nullam etiam rationem habui b mollis, sed tantum B dori, quia vt iam sæpe dixi b molle ideo tantum inventum est pro instrumentis, vt nempe qood verbi gratiâ in chorda C canendum esset, quæ forsitan nimis demissa foret vt posset cum voce communi humana convenire, in voce F cani posset. vt autem hoc facilius intelligas omnes modos transferemus in b molle.

Et





Ex hoc ſequitur qnod ptimus tonus,cuius initiom erat in C dum verſabamur in B duro, incipere debeat ab F in b molli. & vt poſſimus meminiſſe. ſi ex B duro, velimus altius canere in b molli,aſceodendum eſt per quartam, ſi gratiùs canere velimus deſcendendum eſt per quintam. E contra ſi ex b molli veltmus aſcendere in B durum aſcendendum eſt per quintam, & deſcendendum erit per quartam, vt ſubiecta tabula oſtendit.

B durum	C, D, E,	F, G, A, B,	C, D, E,
b molle	F, G, A,	b, C, D, E,	F, G, A.

Proprietates autem modorum tales ſunt,

	b molle.	B durum
Primus ad tripudia & choreas eſt comparatus, diciturque propterea laſcivus.	F	C
Secundus languena & lamentabilis, ad affectus præcipue amatorios exprimendos.	D	G
Tertius dicitur grauis, idoneus ad res graves, & ſerias exprimendas.	G	D
Quartus flebilis,& ſupplex,quod mœſtitiæ, miſeriæ, & ſolicitudini ſit idoneus.	E	A
Quintus ſeverus, auſterus & immitis, res arduas & difficiles explicat.	A	E
Sextus aſſentator adulationibus, quærimoniis, & languoribus amantium accommodatus.	F	D
Septimus hilaris,& alacer lætitiam generat.	b	F
Octavus religioſus quod vſurpetur in pœnitentia, & lachrymis.	G	C
Nonus Iracuudus.	C	G
Decimus Pudicus, ſuavitatem aliquam præ ſe fert,	A	D
Vndecimus, politus ſeu comptus, lyricis verſibus accommodatus.	D	A
Duodecimus Luctuoſus.	b	E.

Fuit autem neceſſarium bas proprietates apponere, vt congruus materiæ modus ſeligeretur, & dum excurrendum eſt vltra modum, neque enim ſunt multum in iis ſcrupuloſi recentiores Muſici, ſemper modi affines ſeligantur.

PROPOSITIO XXV.

Methodus dignoſcendi modum.

Licèt In multis compoſitionibus,aut cantibus, ſit ſatis difficile diſcernere modum, eò quòd non vnicus tantum fuerit vſurpatus, neque ſit ſemper opus ſcropuloſius in eodem immorari, operæpretium tamen erit aliqua ſigna, & notas indicare quibus modum poſſimus dignoſcere, illæ autem notæ, ſunt, mediationea, terminatiooes, & cadentiæ,quæ maxime in fine adhibentur, & io medio voces ſeu chordæ quæ frequentiùs vſurpantur aut in quibus identidem conquieſcit Muſica oratio.

In quolibet igitur modo, tres ſuut voces, in quibus frequentiùs ſiſtitur, quæ dicuntur cadentiæ. Prima quæ certius modum indicat, eſt fiualis, quæ etiam terminans dici poteſt.

2. Eſt medians quæ in medio frequentiùs ponitur, ita vt reſpectu talis modi, dum vſurpatur ooo ita conquieſcat animus, vt vlteriùs aliquid noo expectet.

3. Dicitur dominans, quaſi imperans in tali modo, & ne rem ſatis intricatam alioquin adhuc magis implicem. in modis authenticis proprie finalis, eſt eadem ac ea in qua incipit modus, aut eius octaua; dominans in authenticis erit quinta, & quia dum plures partes ſimul canunt, fieri noo poteſt vt coarctentur intra limites vnius octavæ; poterit etiam duodecima eſſe dominans, & tertia erit mediana ſicut & decima. in pluribus dominans erit quarta, medians ſexta.

Poteſt tamen eſſe difficultas, dum dicimus dominantem eſſe quintam, & mediantem eſſe tertiam, an hoc intelligatur reſpectu baſſi, aut ſuperioris, aut aliarum partium iotermediarum.

Reſpondeo, Si hæc diviſio modorum præcipue inventa eſſet pro illo geuere muſices in quo baſſus

perseuerat semper in eadem voce, intelligendæ essent istæ dominantes, mediantes & finales respectu superioris, cuius mediationes seu moræ essent in tertia, & quinta, & maiores moræ in octava.

Si vero tam bassus, quam superius, & aliæ partes intermediæ mutentur; non erit opus tam scrupulose iis attendere, neque quo ad praxin invenio aliud.

PROPOSITIO XXVI.

Regulæ generales Melopœiæ seu compositionis Musices.

Licèt supervacaneum videatur sola præcepta in hac materia tradere, quæ potius praxi intelligi potest, quam præceptorum alioquin inutilium coacervatione, ne tamen huic nostro operi aliquid deesse videatur. primo trademus præcepta nonnulla, ad vnum cantum perficiendum, seu vt vocant vnam partem, verbi gratia vnum cantum quem dicimus superiorem, vel bassum: in quo vix regulæ certæ assignantur. debemus ergo primo seligere chordam à qua velimus incipere, & hoc accommodate ad passionem animi quam volumus exprimere aut excitare, quod ex modorum proprietatibus desumi potest.

Secundo notandum est notas diatonicas serie continua se consequentes, semper in canendo gratas esse, neque enim dum dicitur secunda ingrata esse, intelligi debet nisi dum duæ notæ vicinæ, distantesque vno tono, aut hemitonio simul canuntur, non autem dum successiue maioris tamen diuersitatis gratia, alia interualla adhiberi debent, tertiæ, quartæ, quintæ, sextæ nonnunquam, sed rarò septimæ.

Tertio sistat præcipuè in cadentiis tali modo propriis, raro in aliis, ne multas faciat cadentias, quia difficile erit tantam cadentiarum copiam inuenire. posset interdum pro cadentia assumere quartam & sextam.

Quartò cantus in eadem nota desinere debet à qua cœpit, vel in cadentia dominante, nisi forte aliud requireret animi affectus qui excitari debet. extra modum non excurrat, si vero aliquando excurrerit, cum voluptate regrediatur.

Quinto ne inter canendum syllaba brevis longa fiat, aut viciſsim; in quo illud incommodi inuenitur in lingua Gallica, vt accentus fere semper in vltima syllaba inueniatur; vnde existimatur lingua Gallica esse minus apta, vt sit cantus materia, eo quod nec habeat vllos dactylos, aut anapestos. vsus tamen conferet segetem, vt ita dicam phrasium harmonicarum.

PROPOSITIO XXVII.

Regulæ generales Musices plurium vocum.

1. Consonantiæ sunt octaua, quinta cum suis replicis, hoc est quinta supra octauam, quæ est melior ipsa quinta. quia melior est proportio 3. ad 1. quam 3. ad 2. quinta supra duplicem octavam. tertia cum suis replicis. nempe duodecima, & decima septima pro iisdem enim sumuntur. quarta est etiam consonantia, & sexta, idem intellige de replicis nempe de quartâ supra octauam, aut sextâ supra octauam.

2. Dissonantiæ sunt secunda, septima cum suis replicis. hoc est nona, decima sexta, decima quarta, &c.

3. Duæ octavæ ne se inuicem consequantur, duæ quintæ item nisi forsitan, vna pars ascenderet alia descenderet, & tunc fieret mutatio, essetque transitus à quinta ad duodecimam, vel viceuersa, quod accidit defectu varietatis.

4. Duæ tertiæ maiores vt plurimum non adhibentur; præcipue si ascendant partes gradatim, quia tunc cum perseueret prioris consonantiæ memoria, fit virtualiter tritonus rem explico, in vno tantum casu fieri potest vt gradatim ascendendo, duæ tertiæ maiores se inuicem consequantur. nempe si bassus sit in F. & superius in A, & postea, bassus sit in G, & superius in B, tunc autem fit aliqua relatio propter memoriam ipsius F, sit inquam relatio F ad B quæ est tritonus. duæ etiam sextæ maiores prohibentur.

5. Duæ tertiæ minores, & duæ sextæ minores conceduntur immo etiam tres, melius tamen misceantur.

6. Dum à sexta ad octauam transeundum est; illa sit maior quia minus distat à suo termino. idem dicitur de tertia.

7. Dum à sexta ad quintam fit transitus; illa sit minor, sicut tertia.

8. Non fit transitus à sexta maiore, ad tertiam maiorem, neque à sexta minore, ad tertiam minorem, ob relationem aliquam tritoni.

9. Dum bassus est in diesi, non ponitur octaua, neque quinta sed ponitur tertia aut sexta.

10. Dissonantiæ non sunt vtiles, nisi fiat syncope, hoc est aliis partibus immotis permanentibus fiat transitus per illas dissonantias, ad consonantiam.

11. sicut cum quinta bene ponitur tertia, ita cum quarta sexta ponatur.

12. Secunda excusatur per tertiam immediate consequentem, ad quam necesse fit transitus, quarta, per tertiam, quintam aut sextam, septima per sextam.

13. Finiatur totus cantus per octauam, vel vnisonum, potius quam per tertiam aut quintam.

Hæ regulæ intelligendæ potius sunt, quotiescumque duæ tantum voces simul canunt, non autem quoties plures simul concinunt & tunc adhuc intelligantur de voce superiori respectu bassi.

14. In fine quotiescumque pars aliqua cum basso conuenit & concordat in tertia ea sit maior; immo satius est, vt sit 10. maior, vnde optimum est tunc assumere diesin, si nempe opus sit vt ex minori tertia, fiat maior, nec debet superius finire in tertia sed in octaua.

Notandum igitur est omnes alias partes comparari cum basso.

Assignantur item regulæ peculiares conuenientes singulis consonantiis quæ regulæ repetunt superiores vt plurimum. apponam autem exemplum singularum, vt melius concipiantur, & menti inhæreant, exemplum autem erit in duabus tantum vocibus, eo quod, scrupulosius vt iam dixi agendū sit quotiescumque duæ tantum voces, seu partes simul concinunt. nam quotiescumque sunt plures, verbi gratia quatuor, non est ita scrupulose agendum & fere semper intelliguntur istæ regulæ de superiori cōparato cum basso, etiamsi

aliæ

aliæ partes sint intermediæ, vt cum dicitur quintas non debere sibi inuicem succedere, intelligitur tantum de superiori comparato cum basso. notanda item sont emitonia; sunt enim A ad b E ad F. in his exemplis apposui item sex lineas vt posset tam bassus, quam superius in eodem contineri schemate, & melius relatio vnius ad alium dignosceretur.

PROPOSITIO XXVII.

Regulæ peculiares Tertiarum

1. Duæ tertiæ minores bonæ sunt. Exempla A, A.

2. Duæ tertiæ maiores se inuicem consequentes, malæ sunt B. admittuntur tamen in cadentia finali, dum aliqua habet C ✱.

3. A tertia minori communiter fit progressus ad vnisoonum, præcipue si duæ partes motibus contrariis moueatur D, aut vna sistat. E.

4. Si fiat progressus à tertia ad quintam, & sunt motus contrarij & gradus coniuncti ea sit tertia minor. F. Si vero vna pars sistat in eadem chorda melior est tertia maior F. 2. Si vero ambæ partes simul ascendant, aut descendant fiatque progressus à tertia ad quintam, potest fieri per maiorem aut per minorem, aliqui præferunt maiorem G.

5. Si fiat progressus à tertia ad vnisonum, & ambæ partes ascendant; aut à decima ad octauam; sit tertia maior H.

6. Si duæ notæ superioris, eidem notæ bassi respondeant, & prima sit tertia, secunda erit sexta I.

7. Tertia minor exigit ante se & post quintam, sicut & decimam minorem, & octauam motibus contrariis K.

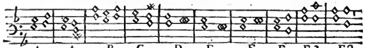
8. Tertia maior nihil valet neque ante neque post quintam, neque ante & post sextam maiorem Si motus sint contrarij. propter falsam relationem L.

9. Tertia minor nec sequatur, nec antecedat sextam minorem M.

10. Tertia minor, sextam maiorem antecedit, exigit post se communiter vnisoonum, & tertiam maiorem N.

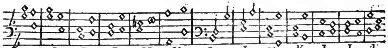
11. Tertia minor antecedit aliquando quartam per syncopen, syncope autem est quoties prima pars notæ, vltimæ partis alterius respondet O.

12. Tertiæ minores similes ne se inuicem consequantur; sunt autem similes si semitonium in vtraque antecedat tonum, vel in vtraque sequatur P.



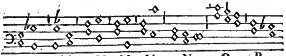
A A B C D E E F F2 F2

Tertiæ minores bonæ, majores malæ. maiores à tertia ad bonæ. vnisoonum. à tertia maiori ad vnisonum. à tertia minori ad quintā. à tertia majore ad quintam.



G G G G H H I I K K L L

à tertia ad quintam indifferenter. à tertia majore ad vnisonum. à decima majore ad octavam. post tertiā minorem decima itē minor. post tertiā minorem octava motibus contrariis.



M M N N N N O P

PROPOSITIO XXVIII.

Leges Sextarum.

1. Sexta maior post se naturaliter exigit octauam per grados coniunctos, & motus contrarios, vel quoties vna pars manet in eadem chorda A. B.

2. Potest post sextam maiorem, poni sexta minor per motus similes, & gradus coniunctos C.

3. Item post sextam maiorem potest sequi tertia maior & minor, per motus similes D, & per dissimiles sola minor. E.

4. Sexta maior ascendendo exigit octauam F. & sexta minor descendendo quintam G.

Sextam maiorem potest sequi qointa per syncopen H; item sextam minorem potest sequi octaua, sed intermedia ponatur dissonantia I. non tamen hæc omnia obseruari possunt in musica plurium quam duarum vocum.

PROPOSITIO XXIX.

Leges quinta & octaua.

1. Potest quinta antecedere octauam, omni modo. N.

2. Possunt tertia maior & sexta maior sequi quintam in motu simili, O vel dum vna pars est immobilis P.

3. Tertia minor & sexta minor meliùs sequuntur quintam in simili, & contrario motu Q.

4. Diapente nec antecedat nec sequatur tertiam maiorem motibus contrariis R.

5. Ne fiat transitus ab vnisono ad quintam in motu simili S. potest tamen in contrario, & dum vna pars est immobilis. idem dicendum de octaua ad duodecimam T.

6. Ne fiat transitus ab octaua ad quintam in motu simili & gradibus disiunctis. V In aliis casibus fiat X.

7. A quinta ad vnisonum fiat transitus in motu contrario, si gradus sint coniuncti in superiori Y.

In motu contrario, & gradibus coniunctis in basso; illicitus Z.

8. Ab vnisono ad octauam proceditur, modò vna pars sit immobilis. idem dicendum de diapente & duodecima &c.
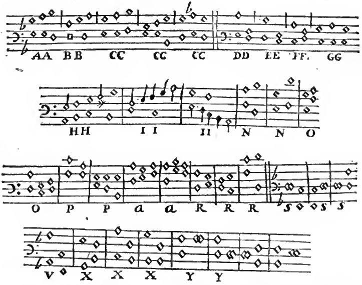
Quotiescumque plures sunt partes, non obseruantur nec obseruari possunt tot leges.

Quartæ & sextæ sunt admodum raræ, ita vt in plerisque cantibus solæ inueniantur octauæ, quintæ, & tertiæ simul cum suis æquiualentibus, vt duodecima quæ quintæ æquiualet, decima, & decima septima quæ tertiæ, decima quinta quæ pro octaua ponitur.

PROPOSITIO XXX.

De contrapuncto.

Contrapunctum nihil est aliud nisi ipsa compositio, hoc nomine vocata quia antiquitus, locô notarum musicarum, puncta punctis respondebant.



Diuiditur autem in simplex & figuratum, simplex illud est, in quo notæ sibi inuicem correspondentes, sunt æqualis valoris, quo ad durationem, immo non est magna in notis diuersitas, vt accidit plerumque in cantu Ecclesiastico.

Contrapunctum figuratum, seu floridum illud est in quo maior est notarum diuersitas. crebrioresque sunt minores illæ notæ quas vncas vocamus, aut semiuncas. nec differt à Musica nostra communi. possunt autem illius esse plures species, nempe species illa quam ætrem dicimus, vel Musica læta; vel denique Musica pia, & rebus sacris aptissima. Musica autem doctior illa est in qua etiam dissonantiæ miscentur aliquando cōsonantiis, in qua possunt aliquæ obseruari regulæ.

1. Omnes falsæ relationes cum basso vitari debent, non tamen partium inter se, esset enim nimis operosum.

2. Syncope mirabilis est, habetque effectus mirabiles, nam illius ope, miscentur consonantiæ dissonantiis.

3. Punctum

3. Punctum non patitor syncopen.

4. Quarta exensari potest, vel per tetiiam, vel per quiotam vel per sextam.

5. Quinta, & octana requirnnt ferè semper tertiam, & nnnnunquam quinta pto sexta ponitnr.

6. A sexta maiori non fit traositus, ád tertiam maiorem sed ad mionrem.

7. Post falsam quintam, sequator tertia maior; post falsam quartam sexta mioor.

8. Partes in musiea ita vieinæ esse debent, vt nulla possit admitti inter illas consooaotia.

9. Tres relationes non harmonieæ vitandæ sunt, nempe tritooi, diapente falsi, superfluæ octauæ, & octauæ deficieotis, septimarnm & oonarnm progressus.

Fatendum tamen est has regulas nno esse itá strictas vt etiamsi noo obsernentur possit aliquis musicus reprehendi; præcipoè si reliqua belle procednot.

Fugam vncamos quoties partes idem non eanunt, sed se inuicem sequnntur vná, aot alterá mensurâ.

Fugæ sunt aliæ simpliees, aliæ doplices, aliæ inuersæ.

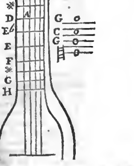
Fuga simplex illa est in qua partes idem concinnnt, non simul, sed vna pnst aliam. vt si vna canat vt re, mi, fa, sol, alia pars postea idem dicat.

Fuga duplex erit. si vna pars dicat vt fa, sol, la, alia dicat la, fa, sol vt, &c. Vode vix potni bene discernere ioter fugam duplicem & inuersam. vitandæ autem sunt falsæ relatiooes, falsi transitus ab vna consonantia ad aliam.

PROPOSITIO XXXI.

Cytharam minorem explicare.

Postquam explieuimus, quantnm satis ad Theoriam musices spectat, neque enim quidquam eximij sine praxi in hac scientia præstare quis potest: restat vt de variis instrnmentis aliqnid dicamus, eorumque systema explieemus. Partes præcipuæ istius minoris cytharæ testudinis, siue mandoræ



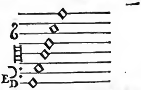
sunt pootirellns seu magas, pars H A dicitur apopsalma inutilis, ad tactum, & mutationem vocum. C E autem manubrium erit io quo tabula diuisa in hemitonia, & in qua fere totum artificium.

Chordæ omnes eandē longitudinem habent solaque differunt crassitie. systema autē tale est, crassior chorda est C, sequens distat per quintam. tertia est iterum C, nempe nctaua primæ. quarta est octauá secuodæ; debemus igitur diuidere partem CE; ita vt intermedias voces referre possit. non erit autem difficile ex superiùs positis fundamentis, diuisionem totam eruere. diuiditur enim linea CL io F, ita vt CF sit eius quarta pars. dien secundum diuisionem monochordi si tota CL, sit vox C, pars FL erit vox F vt FA. si diuidatur CL in tres partes, ita vt CG, sit tertia, erit GL, vox G RE sol, nempe quinta. debebitque secunda chorda, esse vnisona eum parte GL, primæ chordæ, & tertia chorda esse nctaua primæ, seu connenire io voisonn cum parte FL secundæ chordæ. diuidatur tota CL in quinque partes ita vt CE sit quinta, erit pars EL vox E mi la. segmentum CE bifariam diuidatur in D, habebiturque tonus minor CD, & maior DE. diuidatur DL io 16 partes, sitque DEG vna; erit EGL hemitonium maius. diuidatur DL in 15 sitque C✱D æqualis decimæ quintæ, eritque C✱D hemitonium maius & consequenter CC✱ diæsis. pariter diuidatur GL in quindecim partes; sitque F✱G æqualis vni decimæ quintæ, & consequenter erit F✱G hemitonium maius, & FF✱ diæsis. eritque diuisio optima. nam sicut CD primæ chordæ est tonus minor, its etiam, GA in seconda chorda est tonus minor. & hoc io serie communi b molli: in serie autem B duri deberet esse aliqua differentia. si quis autem vellet nullam habere ratinnem tonorum maiorum, deberet eam diuisionem assumere, quæ habetur pro organn Pytaulico. *proposit*. 9. modo enim babeatur diuisio vsque ad GRE sol sufficiet. qua diuisione posita facile possumus videre loca io quibus digiti manus sinistræ pnoi debent, interea dum manus dextra eandem chordam impessit.

PROPOSITIO XXXII.

Lyra 6. chordarum.

Lyra hæc non moltom differt ab orehestrica; nisi quod 6 chordas habeat, & paulo longiores, ex quo oritur vt sonus non sit ita vehemens, variè à variis ad eoncentum reuocantur chordæ; commnne tamen illius systema proferam diuisionemque manobrij. vides antem primam chordam seu graniorem ioeipere à DLa RE. secundam à G re sol. tertiam à C sol vt. Quartam ab Emi-
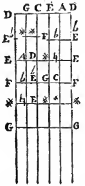


la. quintam ab Amilate. sextam à DLa RE diuidamus ergo diuisione communi manubrium in ordine ad tertiam chordam, quæ est C sol vt &

 expendemus

expendemus an eadem diuisio sit vsui ad reliquarum chordarum sonos exhibendos, non repeto methodum diuisionis.

Prima ergo diuisio diæsin continet; quæ est hemitonium minus, nempe distat C à C ✱ hemitonio minore, secunda diuisio D Tonum integrum habet, nempe à CD ad ✱ hemitonium maius. distantia D, Eb est item hemitonium maius, & distantia Eb ad E est hemitonium minus. distantia, E, F, erit hemitonium maius. distantia FF✱ erit hemitonium minus, denique distantia F ✱ G erit hemitonium maius.

Expendamus an hæc diuisio omnibus chordis aptari possit, & primo sit prima chorda D La RE sol cuius distantia ab Eb est hemitonij maioris, quare prima diuisio quæ facta fuerat pro C sol vt, non potest vsui esse, diæsis enim minor est hemitonio maiore. secunda diuisio quæ in chorda C facta fuerat in puncto D, valet pro
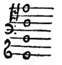


chorda D & reliquæ omnes. vnde omnibus expensis inuenio omnes diuisiones esse communes sex chordis nisi in chordis G & C diuisiones G & C, sed facile est digitum tantisper remouere pro illis duabus. cætera ex diagrammate satis intelliguntur.

PROPOSITIO XXXIII.

Lyram orchestricam seu 4 chordarum explicare.

Huius lyræ communis, & vulgaris, sufficiet systema proponere, cum enim manubrium nullas



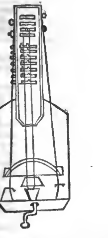
habeat diuisiones, poterit facile hæc lyra omnia genera, diatonica Enharmonica, chromatica exhibere, nam potest digitus quascumque voluerit diuisiones facere. quælibet autem chorda consonat cum antecedente grauiore in quinta atque adeo si prima supponatur pro G, secunda erit D, tertia, A quarta E, ita vt possit peruenire ad 17 aut 18. voces. immo hoc fere habet, vt in quali-libet chorda, quemcumque tonum possit constituere, ex quo fit vt omne systema in eo instrumento facile inueniatur, nullaque sit vox, aut sonus, quem facile exprimere non possit. neque occurrit aliud dicendum.

PROPOSITIO XXXIV.

De nouis lyris & Archiuiolis.

Hæc lyra communis & peruulgata, quia cæcis nostris tribuitur pauperibus, & sæpe imperitis, viluit quam plurimum. posset tamen concentum valde harmonicum producere. Illius descriptio facilis est intellectu, si inspiciatur. Habet enim rotam ligneam, resinâ illitam. quæ chordas ad sonum impellit communiter quatuor chordas habet, quæ semper agitantur & resonant, quarum duæ vocantur burdones, eò quòd bassum teneant: aliæ vero duæ habent mutationes, eo quod ope ligneorum clauorum fiant breuiores: hæ duæ quæ mutationes patiuntur, vt plurimum conueniunt in octaua, solâque discrepant crassitie. Debet autem institui diuisio communis diatonici systematis. immo si quis addere vellet aliquid, possent palmulæ in albas & nigras distingui. immo pro duabus chordis quæ tonorum varietatem subeunt; possent esse quatuor, aut quinque. nempe duæ aut tres octauæ vna quinta, & vna tertia sicut, in cornu organi pythaulici. Bordones autem non deberent esse ita immobiles in eodem tono, vt ope trium aut quatuor palmularum mutari non possent, nam quoties canendum est per primum modum C, debent consonare cum C sol chordarum mutabilium, si vero per tertium tonum deberent etiam posse consonare cum D la re. & ita deinceps, posset istud instrumentum habere tres quatuor, aut etiam quinque burdones, mutabiles, secundum diuersitatem modorum, & hoc modo, posset istud instrumentum magis & magis perfici. immo audiui aliquando istius generis lyram cuius harmonia erat non contemnenda. nam præter palmulas ordinarias, erant & aliæ ascititiæ, quæ maxime in finalibus adhibebantur; quarum ope, nonnullæ chordæ prius mutæ, rotæ admonebantur, concentumque edebant plenissimum. quod mihi occasionem dedit instrumentum excogitandi quod in Theoria optimum mihi videretur, nescio tamen an in praxi ita succederet. vellem igitur instrumentum satis magnum, cogita clauocymbalum, instructum chordis, non quidem æneis, sed ex intestinis animalium, & loco pinnarum, aut aculeorum, vellem maximam totam, aut tres minores, quæ vnico omnes simul manubrio agitarentur. essent autem rotæ resinâ illitæ, quæ possent chordas ad sonum excitare. chordæ ita extensæ essent, vt rotas non tangerent. chordis impositæ essent palmulæ, secundum abacum organi Pythaulici, aut clauocymbali, ita vt palmula impulsa chordam rotæ admoneret. chordæ autem secundum genus diatono-chromaticum

maticum concordes essent. clatum est illud instrumentum plurimas simul voces editurum, idemque præstiturum; quod clauocymbalum, maiorem tamen; & vehementiorem sonum editurum.



Incommodum antem in eo esset quod chordæ ex animalium intestinis confectæ, suom tonum non retineant, atque adeo ad perfectam consonantiam vix vnquam adduci posset, aot saltem non diu perseueraret. cui incommodo pet ciateria nonnulli occurrere voluerunt. seclușo autem tali incommodo, esset barmonicum illud instrumentum, longeque clauocymbala nostra superaret.

PROPOSITIO XXXV.

De Testudine.

Testudines variæ sunt, & in diuersis nationibus, varius etiam est chordarum numerus, varia manubrij diuisio. solent communiter artifices totam chordam in partes octodecim diuidere, & dare 17 primæ ligaturæ, seu primæ diuisioni, reliquum pariter in 18 diuidunt, paritetque 17 partes secundæ ligaturæ tribuunt, & ita consequenter, donec in minoribus testudinibus, qoas cytharas dicimus *Kitarre* ad septimam ligaturam perueniant, in maioribus ad nonam. quæ quidem ratio facilima est, sed in aliquibus deficit; quamvis non multum, hæc enim proportio 18 ad 17 est alicuius hemitonij medij. maius enim est 16 ad 15 vt iam alias diximus.

Secundus modus Mersenni talis est vt chordam diuidat in 100000. tum accipiat 94444 incipiendo semper à magade, seu Ponticello & ibi primam diuisionem appunit. tum assumit bos numeros incipiendo ab eodem termino nempè 86298. 84242. 39562. 75242. 70697. 67025. 63301. 59785. 56463. 53325. qui respondent litteris Abaci nostri C, C ✱, D, Eb, E, F, F ✱, G, G✱, A, b, B.

Facilius tamen alios numeros assumetem, eosdem nempe quos ex Aretini systemate deduximus, qui nempe minores sunt, & consequenter facilius ad vsum reuocantur. hos babes sofra in clauocymbalo, totamque chordam diuidit in 1620. Chordæ autem ita concordant vt à prima ad secundam sit tonus minor, à secunda ad tertiam tonus maior, & ita consequenter hoc ordine tonus minor, tonus maior hemitonium, tonus maior, tonus minor, quarta, quarta, tertia minor, quarta, quarta. Quia tamen in variis regionibus variæ sunt huiusmodi diuisiones ideò iis diutius non immorabor.

PROPOSITIO XXXVI.

De Clauocymbalis.

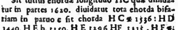
Clauocymbala ordinaria aut duplicia, multorū industriæ continent;ea autem explicare verbis vix possim, sed cuilibet intuenti facile patent. perfectum haud dubie instrumentum, in quo totum systema diatonico chromaticum oculis subiicitur.

In eo tantum paulo incommodum quod tanta chordarum æ̃rearum copia, non ita facile ad concentum adducatur, & non ita firmiter in eo perseoeret, ac organa Pytaulica.

Modus autem chordas clauocymbalorum ad concordiam adducendi idem omnino adhibendus, qui in organo Pytaulico; nempe vt quintæ paulo sint infirmiores, hoc est vbi duas chordas ad perfectam qointam adduxisti, superior tantisper remittatur, donec consonantia non nihil tremat.

Quia tamen difficillimum est præcipue tyronibus, vt bene de aliqua quinta iudicent; ideo modum alium facilimum excogitaui; vt totum clauocymbalum ad concentum adducant modo de vnisono, & octaua iudicium ferre possint.

Prima chorda grauissima, quæ est C sol vt. vel etiamsi detor alia inferior; assumatur semper ipsa C sol vt cuius longitudo diuidatur, boc modo.



Sit totius chordæ longitudo HC quæ diuidatur in partes 1620. diuidatur tota chorda bifariam in paruo c sit chorda H C ✱ 1536: H D 1440. H E b. 1350. H E 1296 HF 1215, H F ✱ 1152. H G 1080. H G ✱ 1024. H A 960 H b 900: H B 864. H c 810.

Qua posita diuisione primo chordam H c in octauam adduces cum omnibus C sol vt. exinde fulcrum, seu ponticellum suppones chordæ in prima diuisione C ✱, suppono autem partem H vergere ad pinnas. seu *Sauterelle*; & tunc omnes chordas C ✱ adduces ad octauam, cum prima illa chorda, ex qua beneficio ponticelli resecasti partem C c ✱, & ita deinceps in reliquis partibus. quod si nolueris, aut nescias eam diuisionem facere; dum clauocymbalum erit adductum perfecte ad concordiam; experire in quibus partibus, hæc prima chorda cum aliis concordet, & diuisionem habebis.

PROPOSITIO XXXVII.

De Vtriculo.

Sunt maxime in vsu modo in gallia vtriculi quibus inspiratur fistula, non simplex, sed alterius speciei. illi enim inseritur lingula ex calamis confecta, fistula autem habet foramina, eo modo quo in fistulis ordinariis, licet paulo aliter aperiantur & claudantur. neque enim plura simul foramina aperiuntur, sed vnicum tantum cæteria



c c c c c c a
c c c c c a c
c c c c a c c
c c c a c c c
c c a c c c c
c a c c c c c

clausis hôc modô; quod vocant canere opertô ludô *jouer a jeu couuert* vnica autem tantum fistula mutationes, & varietatem tonorum facit, sunt tamen alij tres aut 4 burdones, bassum & alias partes sine vlla varietate concinentes. isti autem burdones sunt omnes in vnum ligneum cylindrum compacti. qui cylindrus longitudinem semipedis non superat, & in eo sunt varia foramina secundum eius longitudinem extensa, quæ sibi inuicem respondent. ita vt burdo infimus seu grauior adæquet longitudine tres pedes, per varios nempe recursus. In fine cursorem habet mobilem, quô facile ad concentum reuocari potest. obseruandus est igitur modus in quo canitur, vt sciatur quem tonum Burdones canere debeant; neque quidquam hic addere debeo, nisi quod in cœcorum lyra explicoimus. Inspiratur aër ope folliculi in dextro brachio annexi, & vtriculi in sinistro. sinistrum enim brachium comprimendo vt par est vtriculum, moderatum spiritum subministrat; & in eo maxima est huius instrumenti difficultas. miror autem quod aliquid simile non sit tentatum in fistulis communibus, an quia facilius aberrant à vero tono, si augeatur, aut minuatur spiritus quam instrumenta lingulis instructa, an quia crassiores essent burdones, in hoc enim instrumento, licèt longitudo burdonis sit æquiualenter trium pedum, diameter tamen eius non esset duarum aut trium linearum: In fistula verò communi eiusdem longitudinis adæquare deberet digitum cum dimidio.

PROPOSITIO XXXVIII.

De aliis Instrumentis.

Varia hoc congerere instrumentorum musicorum systemata superuacaneum iudico, fundamenta enim sunt eadem. vt cythara catens manubrio, quam Gallicè dicimus Harpa, hæc non differt à clauocymbalo; nisi quod pinnis & palmulis impellitur clauocymbalum; digitis tantum cythara, Vidi ego maiorem cytharam, diuisam per medium, in cuius vna facie erant circiter duæ octauæ, & chordæ ex animalium intestinis confectæ. in alia verò parte erant chordæ æreæ, triaque systemata quorum quodlibet ad duas octauas pertingebat, omitto Archiuiolam. Angli etiam lyram seu violam ita impellunt arculo, vt concentum integrum edant, hoc est bassum tenorem contratenorem & superiorem, saltem quam plurimas edant consonantias.

Donios item nuper violonem adinuenit, quem panharmonicum vocat, duobusque tractatibus explicuit.

Non refero vt minoris momenti cytharam minorem constantem vt plurimum duabus octauis, quæ geminis baculis impellitur. eius magnitudo vix vnum pedem superat.

Immo quod satis iucundum est si plures baculos eiusdem crassitiei, & quantum fieri potest vniformes secueris, secundùm proportiones in monochordo explicatas, eisque ita mensæ imposueris vt fulcro alicui minimo sustententur, quamcumque volueris cantilenam exprimes, si baculo eos verberes.

Idem dici potest de filo ferreo, si enim sumas segmenta, fili ferrei quæ proportiones habeant supra in monochordo propositas habebis intentum.

Omittere non possum instrumentum musicum, aut potius variorum instrumentorum combinationem in prouinciâ vsitatissimam, & non iniucundam. primo adhibetur vtriculus sua fistula instructus, quod est præcipuum in hac musica instrumentum, & acutum concinit, cantilenamque absoluit. addunt & tympanum simplex ex corio confectum, cum duobus tympanis ligneis inæqualibus, sunt & annuli ferrei in triangulo dispositi, quæ omnia mouentur & impelluntur ad numerum, vix tamen exceptâ fistulâ vllam tonorum mutationem continent. Quæ omnia simul impulsa, iucundam eduut symphoniam & concentum.

PROPOSITIO XXXIX.

De machinis ad musicam pertinentibus.

Præter instrumenta musica fieri possunt aliquæ machinæ automatæ, quæ concentum musicum edant, nullo homine eas impellente, & primò quidem fiunt clavocymbala quæ scipsis nullo palmulas deprimente canant. modus facilis est fit enim cylindrus satis magnus longitudinis abaci, qui ita abaco admouetur, vt palmulas radat. totus cylindrus varia habet & creberrima foramina quibus infigi debent claui, claui autem habent capita longiuscula, & breuiora pro quantitate, seu valore, & duratione notarum musicarum. potest item moueri cylindrus vel ope ponderis alicuius, vel clateriis, vel decurrentis aquæ, aut venti. vt vero vniformiter moueatur, debent addi duæ aut tres rotæ, simul cum alis vt retardetur motus, eo modo quo in horologiis; quæ omnia non expendo omnino, fundamentum tantum innuo, cætera industriæ artificis relinquenda.

Eôdem

Eódem modo etiam in horologiis adhibentur campanulæ quæ hymnum ecclesiæ currentem concinant. Item in aliis vt Lugduni in horologio sancti Ioannis inuenitur Gallus qui non incongrue vocem Galli naturalem imitatur. est autem tubus lingula instructus, rota palmulam impellens habet quatuor denticulos tres breuiores & vnum longiorem qui sensim demittitur vt vox langueat.

PROPOSITIO XL.

Nullus sonus sine motu tremulo.

Postquã sufficienter musicã explicuimus, restat vt nõnulla de soni natura, & proprietatibus attexam, quæ ab experientiis communibus illis quidẽ & obuiis, indubitatis tamen pendent; vt ergo ordine procedam. Assero in hac propositione, primò nullum sonum edi, sine motu tremulo corporis sonantis, quô concisim in vibrationes excurrat, & agitetur: quæ assertio inductione potius, quam alia ratione probari potest. nam omnis sonus vel fit percussione, vel inspiratione & flatu; non omnis percussio sonum edit, sed illius tantum corporis quod elaterij capax est; quæ enim ita sunt mollia vt non firmiter recurrant, aut nullô modô, aut modice sunt sonora. vnde tympanorũ pelles extendi debent & adduci, vt melius vibrentur. ita campanæ plombeæ vix sonum edunt, ex stanno, & ære mixto confectæ optimæ sunt, eo quod hæc mixtio dura sit. tenduntur chordæ animaliũ, aut metallicæ, idem in aliis omnibus corporibus, sonoris animaduertere possumus, in campanis tremor ille animaduertitur oculis, qui si impediatur sistitur illicò sonus.

Qui verò sonus inspiratione producitur, in aëris tremore positus est, ita per exiguum foramen immissus aër & vehementer ad lingulas illisus subsultat tremulus, & vibrationes, etiam aliis sensibus perceptibiles peragit. In tonitru, & æneorum bombardarum strepitu certum est aërem tremere cum domus ipsæ quatiantur, & vitrei fenestrarum cancelli, eum tremorem manifestent.

Quamvis autem aliquibus incredibile videatur, vt dũ quis intra cubiculum vndique clausum versatur, clamantesque extra cubiculum audiat, quod inquam tremant parietes, neque hoc cogimur semper admittere, sufficit enim vt aër qui per rimas, aut foramina se se insinuat, hunc tremorem habeat, neque tamen mihi incredibile est etiã muros nonnihil intremiscere, cũ ad fossoris, cuniculũ subterraneum ducentis, singulos ictus, superpositæ rupes nõnihil subsultent, calculique tympano superpositi cum satis manifestent: neque vero minus credibile est hunc tremorẽ aquæ communicari, vt pisces audiant, cum animaduertamus subsultare aquam in vase contentam, & in tremulos vortices agitari, dum ita digito scyphi labra teruntur, vt sonus audiatur; tremit autem non tantum aquæ superficies extima, sed etiam tota, quo enim erit profundior aqua in vase, eò fit grauior sonus ergo tota per modum vnius vibratur. Ad quam vero profunditatem protendatur in mari, id ab experientiis pendet.

Refert Dominus Boyle in suum vitreum recipiens inclusisse horologium automatum, pendens scilicet è filo tenui. quamdiu recipiens plenum fuit aëre optime audiebatur bilibris sonus, vbi vero subiectâ anthliâ eductus fuit aër, ita vt nullus aut saltem modicus relinqueretur, non audiebatur amplius bilibris sonus: quod aliter explicari non potest, nisi quod modicus ille aër seu rarefactus, ita tenuis esset, vt eius vibrationes vitro communicari non possent.

PROPOSITIO XLI.

Sonus nullus percipitur nisi Tremor ad aurem vsque protendatur.

Hæc assertio melius probari non potest, quã ex auris fabrica, cur enim tympanũ ita exquisite extensũ, atque incluso & natiuo adductũ, quorsũ officuli, tã exquisite librati. si enim sonus percipi potest sine vllo motu in aure facto, abiret debuit cõponi auris, partes enim ad quemlibet, vel minimum motum mobiles indicant talem motum cũ nihil natura frustra, & sine cõsilio formet inutile.

Secundo exterior auris conformatio, quæ talis est vt multum quasi aërem exteriùs excipiat, vt nempe ad eius latera reflexus maiori velocitate intromittatur, vt ostendam infrà cum de soni augmento agam, satis ostendit ad auditionem propagari motum medij, ad organum auditioni destinatum.

Tertiò si alia via, quam per aurem externam propagetur motus, aut fiat aliquis in aure motus audimus, etiamsi nullus alius sonus exterius adueniat. cum digitum auri admouemus, ex compressione illa motum in organo interiori producimus, ex quo sequitur auditio. pariter fluxiones quæ in se sonoræ non sunt, hoc ipso quod motum imprimunt organo interiori Tinnitum producunt, & nonnunquam satis vehementem. cum Lyricines nostri, Lyrarum chordas ad concordiam adducunt, si obstrepant aliqui exteriùs, ita vt de fidium concordia iudicium ferre nequeant, mordent manubrium, aut clauiculam cui chorda annexa est, sic enim ea resonante sentitur tremula in dentibus vndulatio, quæ communicatur auri, perfecteque percipiunt sonum.

Quartò soni etiam qui fiunt à longissima distantia, si vehementiores sunt, in vicinis corporibus, tremorem & motum producunt, aliis sensibus perceptibilem, ita tonitrua, bombus tormentorum æneorum, etiam si à pluribus milliaribus edatur talis sonus, in cancellis tamen vitreis concussum, & tremorem visu perceptibilem, & manu palpabilem producunt. Dum remittente hyeme clamatur in Alpibus, niues quæ in cacuminibus montium pendebant, decidunt: ita vt clamor hominis sæpe montis niuosi ruinam excitet. quamuis autem cæteri soni minores motum non imprimant, qui sub alios sensus cadat, negari non debet, vt ab vno ad alium gradum faciamus, & hoc propter vniformitatem rationis, eumdemque agendi modum, cum sola differentia, ex intensione petatur.

Sexto motus successio id etiam euincit omnis enim motus cum tempore propagatur, & successiue spatium peragrat, sed nulla potest probabilis huius successionis ratio afferri, nisi quod sonus, aut per motum) aut cum motu locali propagetur; ergo vere semper sonus cum motu locali coniunctus est, ergo si percipiatur ab aure, in aure etiam aliquis motus localis interueniet.

Adde quod iuuetur sonus motu medij in eamdem partem, retardetur, aut minuatur motu medij in contrarias partes. ita flante vento melius audiuntur campanæ, reflante vento minus percipiuntur.

PROPOSITIO XLII.

Probabilius est sonum non esse qualitatem à motu tremulo corporis distinctam.

Solos motus tremulus, in aure interna eam affectionem producere potest quam auditiooem vocamus, & aliunde qooties aodimus propagatur aliquis motus ad aurem vsque; ergo solus motus tremulus auditionem potest ptoducere; nihil igitur aliod requiritur, & quidquid aliud inurhetur, frustra erit, & commentitium. Prima maior constat ex superiùs allatis experieotiis, nam dum aurem scalpimus, immo tantum comprimimus, vastum aliquem sonum petcipimus, auris autem est matrria mollis, noc ad ptoducendum sonum idonea si nempe sooos sit qualitas à motu distincta, hæc enim requiret peculiares, io eotporibus sonoris dispositiones, potest tamen propter viciniam impelli Tympanum eo fere modô, quô motus aëris illud impellit. pariter fluxiones, licer non sonoræ, quia tamen immediate incidunt in Tympanum, licet in aere nullum sonum producereut, in organo tamen, eamdem affectionem efficiunt. alia omitto superius iam allata, ergo solus motus localis auditionem efficit. Probaui item superius, semper propagari aliquem motum vsque ad aurem. quotiescumque audimus; etgo cooeludit argumentum; nec aliud requiritur.

Probatur secundo si sonus sit qualitas distincta à motu, non explicatur omnino, quid sit consonátia, quid sit dissonantia. quid enim habent duæ qualitates, vt si simul percipiátur ab aure, illá nfeodaot, quid aliæ duæ qualitates, vt si simul iungantur delectent. illa enim suppositio in materia physica inepta est, qua posita effectuum nulla redditur ratio, sed hæc suppositio quod sonus, sit qualitas à motu distincta, nullam dat apparentem rationem. quod duo soni sibi inuicé aduersentur, non quidem per cótrarietatem vllam, similem illi, quá in aliis qualitatibus agnoscimus, neque enim tunc se inuicem destruunt, aut remittunt, sed per aliam omnino inexplicabilem. at verò si sonũ dicamus esse aëria vibratiooes, illæ vibrationes quæ à diuersis sonoris in eodem, aut vicino aere producentur, consonæ erunt, primo quæ eront æquidiuturnæ, secundo quæ identidem congruent, & quò pluries congrueoi eo melior erit cósooantia. ita dicimos octauam esse perfectam coosonantiam quod alternis vicibus, oscillationes coogroant, alternis discrepent: doodecimam meliorem quiota, & ita de cæteris, vt explicuimus in secunda propositiooe, & hoc ita firmiter vt ex corporibus sonoris, liceat diiudicare, an soni sint futuri eonsoni, aot dissoni, antequam producantur: eo quòd corpora cognoscantur apta ad producendos motus, commensurabiles, aut incommensurabiles.

Tertio oullus sonus sine motu, qunmodo ergo se haber respectu soni, si sonus est qualitas ab eo distincta. vel est causa, vel est tantum coodirio non causa qoia in communi philosophia motus se babet per modum vbicationis floentis. nempe ponit mobile, sueeessiuè in plutibus loeis, vbicatio auté non est productiua; ideoque nolumus vt approximatio, sit causa productionis vllius, sed tantum conditio applicans causam; ergo si sonus distioguatur à motu locali & motus localis conferat ad souum, non erit causa soni, sed tantum conditio requisita, vt corpus sonorum, hanc qualitatem producat. si enim motus corporis ipse, hanc qualitatem produceret; vel produceret in se vel in corpore vicino, non in se, quia motus non est ex ptimis qualitatibus quæ alias producant. non etiam in corpore vicino, quia produceretur sonus in corpore vicino, ante motum & sie nulla esset successio io propagatione soni, quæ tamen tam lueulentis stabilitur experientiis.

Ostendo pariter non produci sonum à corpore sonoro, si enim à eorpore sonoro produceretur sonus, vel produeeretur totus vel tantum in corpore vicino, & sonus corporis vicini alium sonum sibi vicinum, & ita consequenter, sed neutrũ dici potest, noo primum, quia dum producitut sonns remotus; poterit perire corpus sonorum. ergo non est causa soni illius remoti, cum non existat iu rerum natura, aut sit ineptum ad productionem talis soni. vt si magno ictu frangatur tympanum; dũ percipitur in loco remoto, talis ictus, atque adeo in loco remoto produeitur soous, non amplius integrũ est tympanũ, sed ineptũ ad productiooé soni.

Sed neque sonus alió producit, si sit qualitas à motu distiocta, & puto id demonstrare, quantum materia physica demonstrationis est capax. ad formandum autem demonstratiooem suppooo experientias nonnullas, & ptimo quidem eas omnes quas refert Pater Kirkerius, quibus clarissimè constat sonum intensiue augeri posse, ita vt per reflexionem sooos fiat maior, quam sit initiò, aut quam sit in medio. Ex quibus postea concludam manifeste, non produci ab alio sono.

Experieotiæ igitur sunt huiusmodi. Referé Olaus magnus esse in Finlandia speluncam terribilem, prope littoralem vrbem Viburgium, in qoam si demittatur animal viuum; sonus ita de repente oritur formidabilis, vt audientes terreat qui oee loqui neque possint consistere.

Idem refert ad Bothici maris littora tam prodiginsum sonitũ produci, vt viatores & nautas pene enecet. P. Ioannes Paes in sua Abyssinorum historia, refert in montibus Gosanæ reperiri rupem ingeniem ea excauatam iodustria, vt speculũ remote aspicientibus appareat, cuì alia rupes opposita, in euius eacumine nihil adeo submisse dicitur, quod nó audiatur clare. si vero quis clamet, sonus ita intenditur, vt vox exercitus integri videatur.

Sed quid motor huiusmodi exempla, de quorum fide poteit esse dubium aliquod, cum præ manibus tubas habeamus à Domino Morland Nobili Anglo noo ita pridem inoentas, quæ sonum humanum, in eas inspiratum ita aogent, vt ad duo milliaria, vox humana protendatur. illius figuram infra descibam, sicot & carceris Dionisiani prope syracusas, in quo referente Patre Kircherio teste oculato, vox demissa licèt, ita aogetur, vt in superioribus, in foramine scilicet perfecte audiatur, clamor autem, in sonum tonitruo ferè æqualem augeatur. Ex quibus omnibus constat, vocem reflexionis esse capacem, quod si variæ reflexiones, ad idem punctum dirigantur, in eo fit intensio soni, proportione quâdam vt in speculis parabolicis accidit. Ex quibus puto me demonstratine concludere, sooum non esse qualitatem à motu, aut impetu distinctam hoc argumento.

Nulla qualitas vniuoce agens potest producere effectum se intensiorem, quamuis ad eum plurima simul subiecta qualitaté remissam participantia concurrant; sed sonos vt constat experientiâ producit effectum se iotensiorem, est enim sonus intensior in puocto io qoo plures eiusdem soni reflexiones concurrunt, qoàm fuerit initio ipse

sonus,

sonus. ergo sonus non est qualitas aliqua distincta à motu, aut distincta ab impetu.

Maior facile ab omnibus admittitur; alioquin subito ac essent in aliquo subiectu aliquo gradus alicuius qualitatis, subito excrescerent intensiuè & augerentur. ponamus enim vnum lumē ab alio produci & in toto aliquo subiecto, esse tres gradus luminis assumamus partem aliquam physicā, illius subiecti quam circumstent viginti aliæ partes, quarum singulæ tres gradus luminis possideant, si intensior qualitas, produci posset à qualitate minus intensa, in hac parte media à viginti agentibus circumstantibus intensis vt tria produci posset, quartus gradus quod dixi de hac parte media dici posset, de aliis quibuscumque. ergo intra breue tempus augeretur lumen intensiue in omnibus ad octavum vsque gradum.

Propterea commune effatum vult nullū agens, in simile agere, quod ita intelligunt, vt etiāsi mille ponantur agentia, æqualiter cum passo qualitatem participantia hoc est in æquali gradu, nulla tamē sequetur actio, cessante scilicet fine actionis: quæ assimilationem tantum affectat ideoque dum per speculum concavum lumen intenditur propter radiorum concursum, ad agens principale recursum, asseruntque in puncto foci lumen, aut calorem intensum, non ab alio calore aut lumine vicino, quod remissius est produci; sed etiam ab agente principali, quod ita determinatum est ad productionem sui luminis, vt eos gradus, quos vltra speculum directè producere debuerat, eosdem reflexe in foco producat, compensetque in intensione, quod in extensione ipsi adimitur, de sphæra activitatis hæc est communis in Philosophia peripatetica responsio, quam modò non expendo. puto enim etiam in tali casu intervenire motum localem. sed modò eadem assumamus philosophandi principia ostendo tamen eamdem responsionem non valere in sono.

In puncto vnionis sonorum, producitur sonus intensior sed hic sonus produci non potest à sono remisso, si sonus sit qualitas à motu distincta; sed neque produci potest ab agente principali, quod destructum esse potest, aut certe tunc non agere; ergo à nullo produci posset sonus ille intensus, suppono enim sonum produci successiue in medio, ita vt minutum secundum impendat ad hoc vt propagetur, ad 230. exapedas seu ad 1380. pedes Parisinos, seu ad 276. passus Geometricos, constantes 5. pedibus Parisinis. vnde concludo licet agens principale sonum prope se producat, sonum secundum non pendere immediate ab agente primario, cum amoveri possit, aut destrui aut reddi inutile ad productionem soni; ergo dum producitur sonus. ad 276. passus Geometricos, agens principale non agit amplius: ergo illud augmentum soni, non est ab agente primario; sed neque esse potest ab sono remissiore: ergo in illa hypothesi explicari nullò modò potest quomodo per reflexionem augeatur sonus, & propter propagationem soni successivam sensu perceptibilem, quam nullus negare potest, præcluditur illud effugium, agentis principalis, quod lumen propter summam pernicitatem tantam vt eius successio non advertatur, non adimebat.

Quam verò hoc benè cum hypothesi contraria congruat facilè ostenditur, ponamus enim sonum nihil esse aliud, quam motum aeris concisum & vibrantem, motus & impetus hanc habet proprietatem, quam nullus negare potest, cum experientiæ suffragentur.

Vt extensio intensionem pariat, & vicissim intensio in extensionem mutetur. cui principio tota fere mechanica nititur, ita pondus velociter motum, in duplo maiori pondere motum duplo minus velocem producit. ita si globus duarum librarum, in globum vnius libræ immotum incurrat, sintque ambo globi Elaterij capaces, minor globus multò velocius feretur seu motum intensiorem recipiet eo quem globus maior habebat; ergo minor intensive causa, si maior sit extensive; effectum producet intensiorem. vicissim si globus minor in maiorē incurrat, in eo minorē intensiue motum producet, eo quod intensio, in extensionē transmutetur debet enim motus aut impetus minoris globi distribui, partibus maioris globi.

In quo etiam animadvertere potes, motum aut impetum, in hoc genere actionis, non imitari naturam cæterorum agentium, saltem qualem Philosophia communis asserit. volunt enim vt agēs, agendo nihil deperdat, at in productione motûs, quantum globus in alium incurrens producit motum, tantum de suo deperdit, vt post incursum non sit maior quantitas motûs, quam antea. sed hæc quæstio non est huius loci quare ad institutū redeamus dum ergo per reflexionem, duo mobilia, partem aëris in puncto verbi gratia foci positam, & immotam impellunt, incitatius feretur, mouebitur, aut vibrabit, quam singulæ partes impellētes atq, adeo erit intensior motus Hanc prærogatiuā solus motus quod sciamus habet, nec ipsi ab vllo denegari potest, cū igitur id in sono animadvertamus, cum motū illum confundere debemus.

Quartô cum sonus totus, ab agente principali, seu sonoro produci non possit; reclamánte scilicèt eius successione, & aliunde vnus sonus, ab alio sono non possit procedere, si sit qualitas à motu, & impetu distincta, eam ab impetu, & motu distinguere non debemus. Probatur secunda pars antecedentis, omne agens in orbem agit, cum non sit vlla ratio, cur potiùs in vnam quam in aliam partem agat sed sonus in productione, alterius soni non agit in orbem; ergo non est agens. maior probatur inductione omnium agentium, vt verbi gratia solis qui in orbem agit & aliorum. vnde cōmuniter in Philosophia dicitur vnū lumen ab alio lumine tantū, non procedere, sed ab ipso etiā luminoso verbi gratia sole immediate concurrente: quòd lumen in aëre productum ad latera non producat, si enim vnum lumen in medio, aliud lumen produceret, lumen in foramine receptum, & per illud foramen in cubiculum receptum, tam ad latera produceret. quam in linea, à sole ducta: cum ergo id non accidat, rectè in lumine, ad agens recurrimus. sed pariter sonus non producit in orbem alium sonum: ergo vnus sonus alterius non est productivus. Si enim sonus quilibet in orbem produceret, etiam sine reflexione recurreret sonus, ad aures loquentis: ponamus enim me locutum esse, & sonum pervenisse ad 20. passus, si sonus qui in est in eo loco. produceret in orbem, produceret etiam sonum, in spatio intermedio, inter me & illum sonum; ergo rursus ad me rediret sonus, quid enim impedit quominus in eo spatio producatur sonus, non similitudo agentis & passi, nam in toto illo medio, iam cessavit sonus prior: ergo est spatium receptivum soni. Quod enim dicantur agentia agere per lineam rectam, hoc intelligi

debet, quod in orbem egant hoc modo per lineam rectam; quod enim sonus ille, sit productus ab alio sono, qui respectu illius erat orientalis, eum determinare non potest ad producendum sonum, tantum versus partes occidentales, idem enim esset in ea parte sonus si productus fuisset, eb sono occidentali, nec est aliquid assignabile, quo determinetur potius in hanc partem quam in aliam, solus motus, & impetus hoc habent, vt quam semel iniuere viam hanc teneant, firmiter; ergo si sonus est qualitas ab his duobus distincta, sonus regrederetur ad audientem, etiam sine vlla corporis duri reflexione.

Quintò si sonus esset qualitas distincta à motu, & impetu, nulla posset excogitari ratio probabilis successionis eius, quæ tamen bene assignatur in alia. Si enim corpus sonorum in se, & in vicino aëre sonum producit instanti A, quæro cur hic sonus productus in instanti A, non producit alium sonum eodem instanti, quò est productus, cur requiritur aliqua permanentia in esse, determinata & alicuius durationis determinatæ, antequam aliquid producat.

Si enim permanet per duo, aut tria instantia, nihil habet in secundo instanti, quod non habeat in primo; sed primo instanti non habet virtutem producendi, ergo neque secundò, aut tertiò vel assignetur quid sit. neque enim prioritas causæ, temporis est prioritas; sed tantum prioritas dependentiæ, & causalitatis. Si verò admittas instanti A, esse productiuum soni B; ergo & iam sonus B, cum eodem prorsus instanti quò producitur existat, habeatque totam suam vim actiuam, producet sonum C & ita deinceps; ergo nulla erit successio.

Si verò sonus cum motu identificetur, cum ipse essentialiter sit successiuus, idemque accidat in aëre, quod oculis vsurpamus in aqua, in qua scilicet motus communicatur cum tempore, nulla erit successionis eius assignandæ difficultas.

Aliæ multæ excogitari possunt rationes, quibus aperte concludimus hanc hypothesin asserentem sonum distingui à motu, & impetu repugnare experientiis. cum proprietates motus in sono expressæ videantur, vt successio, intensio in extensionem mutata, & vicissim, difficultas peruadendi medij densioris, ceusæ item eædem quæ motum concisum & in se recurrentem, sint maxime sonoræ, & alia multa, quæ breuitatis causa tacitus prætereo.

PROPOSITIO XLIII.

Qualis sit motus qui sonus est.

Primò certum non quemlibet motum cum sono identificari, neque enim hoc ipso quod aliquod mobile mouetur, sonum percipimus. ita non semper aues volantes sonum edunt, neque etiam neues, licèt magno impetu ferantur, propterea sonum vllum producunt, ergo in genere quilibet motus sonus non est, quamvis omnis sonus motus sit: quare restat inquirendum, quænam species motus cum sono identificetur.

Certum est secundò eam speciem motûs rectè cum sono confundi, quæ affectionem illam producit, quam auditionem vocamus. certum est item corpus sonorum in aëre sibi vicino, eundem aut similem motum producere, ei quo ipsum mouetur, cùm enim aër, aut etiam liquidum sit valde mobile, facile motui corporis solidi se accommodat, quibus positis.

Dico motum qui sonus est esse vndulatam aliquam subsultationem. Probatur experientiâ dum digitô labra scyphi terimus vehementius, tunc tantum auditur sonus, cum videtur aqua scypho contenta vndulatim subsultare, ergo scyphus dum obmurmurat, & sonum edit, talem in aqua motum producit, ergo etiam in aëre similem produeit.

Probatur item aliis experientiis præcipue vero chordarum, siue ex intestinis animalium, siue ex chalybe, aut ære consiciantur; in iis enim tremorem, concisumque in vtramque partem recursum facile notamus; ergo similis aëri communicatur. Petitur si campanæ præcipue maiores inspiciantur, ita vibrantur, vt vndulata vibratio supra earum superficiem aspectetur. idem in multis aliis notare licet, aliquando quidem tactu huiusmodi vndulationes percipiuntur, nonnunquam visu.

Dico secundo probabile esse non esse vnius tantum rationis motum, sed multarum; tot enim sunt diuersitates motuum, quot sonorum, quarum oscillatio frequens, vndulata, subsultatio, & alij huiusmodi motus ad impellendum frequentius tympanum, sunt ij quos sub nomine soni nuncupamus, alij vero motus aëris, aut corporum quotumque, qui vel leuiter tympanum feriunt, vel non satis frequenter illud incitant, nequaquam soni vocari debent.

Ex his autem facile intelliges quid sit sonus acutus, quid grauis; vt iam diximus, acutus ille cuius singulæ vibrationes intra breue tempus peraguntur, grauis autem, qui à corpore grauiori procedit, nempe ab eo cuius oscillationes, micationes, aut vibrationes longiori tempore perficiuntur. tunc duo sonora vnisona, erunt cum æquali tempore suas vibrationes absoluent, concordabunt in octaua si duratio vibrationum vnius, duplo sint diuturniores vibrationibus alterius. & ita de aliis concordantiis, sonus intensus erit is qui velocior, ita vt licet vibrationes eôdem tempore absoluantur, quia tamen maiores sunt, excurruntque in maiorem arcum, erunt intensiores.

Dico tertio. motum qui sonus est non esse translatiuum, sui mobilis de loco, in locum longinquum, sed esse tantum itum, & reditum eiusdem corporis, ita vt similis motus medio communicetur, & hoc modò propagetur, eò ferè modò, quò videmus circulationes in lacubus proiectò in medium lapide describi, quæ sensim augentur, & ad maximam distantiam se extendunt, etiamsi nulla pars aquæ sensibiliter locum mutauerit, sed tantum nonnihil supra superficiem assurrexerit, ita vt totum stagnum breui tempore crispatum appareat.

Hæc Assertio nonnullos impugnat, qui volunt ex corpore sonoro, exilire partes aëris, & moleculas, hoc motu tremulo corporis sonantis varie configuratas, quæ magno impetu excutiantur, propellanturque qua qua versum, ita vt physice & sensibiliter, totum illud spatium peruadant in quo auditur sonus: sed contra.

Incredibile est tot aëris moleculas procedere, à corpore sonoro, vt totum spatium sensibiliter

sensibiliter repleant. vt excutiantur ab vna campanæ, quæ vnico ictu percutitur, tanta molecularum copia, vt nulla sit in spatio pars sensibilis, in qua non inueniatur aliqua.

Probatur secundo ex sono qui flatu, & inspiratione producitur. hic inquam sonus, ab ea tantum parte audiri posset, in quam impellitur spiritus, sed hic in vnam tantum partem inspiratur; experientia tamen constat in auersa parte audiri sonum, licet non ita vehementem, ergo aliqua propagatio soni excogitari debet, quæ auersæ etiam parti communicetur, nulla autem melius excogitari potest: quam quæ superiùs explicata.

Aliqui probant tertiò, si aëris moleculæ motu locali & translatitio feruntur vsque ad aures, quo erit vehementior ictus, quô pulsatur corpus sonorum, eò sonus feretur velocius, breuiorique tempore ad maius spatium feretur, sed notant nonnulli, quod soni à diuersis licet causis prodeuntes, æquali tempore, æquale spatium percurrant; quis enim dicat tam vehementer excuti ex campana vibrante partes aëris in eam incurrentis, ac ex tormento bellico, dum exploditur. volunt tamen vt semper intra minutum secundum sonus 230. exapedas decurrat, quia tamen experientiæ sunt ita lubricæ, vt facile sit aberrare, & de facto non conueniunt omnes in assignando illo spatio, quod intra minutum decurritur, ideo puto tale ratiocinium non concludere.

Probatur tertio. moleculæ illæ à corpore sonoro excussæ, & prodeuntes sunt aereæ & leues: ergo impossibile est vt tanta velocitate ferantur, tantumque impetum concipiant, vt cæteras partes aëris peruadant. probatur experientia rerum leuium, & minimarum quorum motus facile sistitur, eo quod magnas habeant dimensiones sub parua materia: magnamque habeant superficiem, ita videmus quod si glandes minores à tormento bellico explodantur, eæ non octauam partem spatij decurrant, quod à maiori globo percurritur, ergo etiam si maiore vi excuterentur illæ moleculæ, quam glandes à tormento bellico, ad multò minus spatium ferrentur.

Probatur quartò ex augmento soni. Nam si moleculæ illæ prodirent à corpore sonante, & æquali velocitate ferrentur, nunquam augeri posset sonus; sed constat experientia, quod sonus per reflexiones varias intendatur; ergo soni natura in particulis aëris à corpore sonoro prodeuntibus, non est posita. Probatur maior, impossibile est vt plura mobilia æquali, aut fere æquali velocitate delata, etiam si vniantur & per reflexionem, quasi coalescant, velociùs propterea ferantur, pari enim semper velocitate decurrent, nec vnum alteri vllum imprimet impetum. Ergo hac explicandi ratione, non saluatur augmentum soni per reflexionem. Intelligitur quidem quomodo globus quietus, si à duobus simul globis ea eadem parte percutiatur, duplam ferè celeritatem habeat, illius qua quilibet globus percutiens ferebatur, non quod partes quæ sunt omnes in motu, quantumcumque vniantur augeant suum motum, præcipue si ab extrinseco, totum impetum habuerunt. video quidem in fluminibus, per inæquales sectiones, æqualem tamen aquam æquali tempore fluere, velocitate minorem copiam compensante, sed ad id præstandum; partes aliæ impellentes concurrunt multaque alia quæ in hoc casu non inueniuntur.

Quia versamur in materia physica, quæ vix demonstrationis capax, & vt plurimum opinionem & probabilitatem non excedit, aliquas obiectiones proponam, quæ in hac materia; satis graues sunt, ex quorum solutione melius huius opinionis momentum expendetur.

Obiicitur primo, plures & diuersi motus, in eodem aëre simul tempore esse non possunt, sed plures soni simul tempore in eodem aëre reperiuntur: ergo sonus non est motus. maior supponitur vt certa, motus enim differentes feruntur ad diuersos terminos, sed impossibile est, vt idem mobile simul tempore feratur ad diuersos terminos, pariter impossibile est vt idem aër vibretur vibratione acuta, seu quæ breui tempore absoluatur, & simul vibretur vibratione graui, seu diuturniori, quin ex his motibus vnus tertius motus resultet, ab aliis omnino distinctus. Probatur minor. plures soni simul tempore ab eodem homine audiuntur, nullusque est locus in toto spatio, è quo non audiantur illi soni, vt distincti, & non quasi vnum sonum efficerent; distinguimus enim in symphonia plures cantores; sed si soni in vnum ita coalescerent, vt ex iis tertius aliquis sonus ab iis distinctus resultaret, non distinguerentur inter se hi cantores, nec aduerteremus esse plures cantores: ergo ex iis omnibus sonis non resultat vnus sonus ab aliis distinctus.

Hoc argumentum censetur validissimum, & ferè vnicum quod possit difficultatem facere. Sed antequam respondeam quæro vtrum duo soni in eadem parte subiecti recipiantur, concedent vtique, cum sint duæ qualitates: quæro secundo, an ita in illa parte subiecti confundantur; vt sint à potentia semper distinguibiles, si non semper, quandonam distinguentur, & quandonam non distinguentur. an quando erunt eiusdem rationis non distinguentur; cur tamen duos cantores, etiam in vnisono canentes distinguo, inter se. duas tamen fistulas, immo etiam quinque, si concordes sint non distinguo, sed puto esse vnicam fistulam. quod est vsque adeo verum, vt si in organo pythaulico educatur ille ordo quem cornu vocamus, nullus est qui non iudicet esse vnicam vocem, cum tamen in singulis, sint quinque, quæ cum grauiori concordant in octaua duodecima decimaquinta, & decimaseptima; nempe quarum vibrationes se habeant in duratione vt 1, 2, 3, 4, 5. quare priores voces etiam vnisonas distinguo, posteriores non distinguo; haud dubie quia cantores non sine interruptione cantant, idemtidemque vnicum tantum audio, vnde video esse differentiam in sono, dum vnus cantat, & duo, multo magis distingno dum plures cantores, propter varias consonantias quæ occurrunt.

Ex his conficio quod sonus non sit qualitas, si enim sonus esset qualitas distincta, disparate se haberent in medio, nec se vllo modo impedirent, sonus enim vnus alteri nec esset contrarius nec disconueniens, si enim esset aliqua contrarietas, maxime inter grauem, & acutum, vtrumque tamen simul percipio, ergo simul in medio inueniuntur; quomodo ergo duo soni se inuicem impediunt, si enim aliqui obstrepant, non distinguo quid dicatur. Aliquando ergo soni sibi

inoicem aduersantur, aliquando ita vniuntor vt sint indistinguibiles, aliquando licet eos distinguete, non video quomodo id explieetor, si soni sint qualitates io eadem subiecti parte compenetratæ. quare ad aliquid aliud recurtendum est quod totam etiam in nustra opinione difficultatem soluet.

Respondeo igitur in forma argumento, plures & diuersi motus a sensu perceptibiles, in eodem subiecto esse non possunt, distinguo maiorem in eodem subiectu indiuisibili transeat, in eodem subiecto sensibili nego. in stagnum non commotum quatuor, aut quinque lapides demittantur, fient circulationes. quæ se intersecabunt, nec se impedient; nullaque erit pars sensibilis, in toto illo spatio, in qua non liceat distinguere omnes istos motus; ergo falsum est quod in aliquo medio sensibili, non liceat pereipere plutes motus diuersus. nonne Rhodanus decurrit versus meridiem, potest tamen fluctibus eaasperari, variisque vortieibus intersecari, ita vt in vna eademque parte sensibili plures motus notare liceat: ita idem oculus notare potest eumdem hominem ferri simol cum nauigio à septentrione in Austrum, eumdem hominem ferri ab vno latere nauigij ad aliud, & id præstare saltando, & alia huiusmodi: potest igitur eadem pars aëris simul cum aliis vicinis vibrari ab oriente in occidentem, vibratione determinatæ durationis, & simul eum aliis partibus habere vibrationes a septentrione in Austrum. hæc sit prima responsio.

Secundò vt plurimum soni non fiunt simul tempote, sed se inuicem sequuntur: & licet non aduertamus ad interruptiones, fiunt tameo realiter aliquæ licet sensu non perceptibiles. ita experimur sæpe nos non posse distinguere inter mo aliquos, sic dum titionem accensum in orbem rotamus, non distinguimus inter tempus quo est in vna parte illius circuli, & illud quô in alia versatur. ita puto sæpe euenire, vt licet videantur duo sonora simul audiri, eorum tamen vibrationes se inuicem subsequuntur, tam paruo tamen interuallô, vt distingui nequeat me mouet ad hanc opinionem experientia luculenta, iam in hoc tractatu relata, dum artifices, organum pythaulieum ad concordiam reuocant, dum duæ fistulæ ad octauam fere consonant, vt modica sit differentia, vtraque nonnunquam asceodit, & vtraque simul descendit. ponamus sonum grauiorem esse nimis grauem quam vt concordet cum aeuto, & aeutum nimis altum, vt conueniat cum graui, in tali casu incitatur non nihil sonus fistulæ grauioris; & cooeordat cum acuto, tum post pusillum descendit seu fit grauior sonus acutæ fistulæ, & concordat eum graui, & hoc fit per vices sensu distinguibiles, quud dicunt artifices, concordias pognare, & certare inter se. quod autem in hoc casu fit per vices sensu distinguibiles puto sæpe accidere per interruptiones indistinguibiles. moueor ad id dieendom alia experientia nempe si duæ fistulæ non concordes, sed quæ discrepent vna secunda, aut septima, nona, simul canant in spatio valde vicino, fit obstreperus aliquis sonus, ita vt aër videatur quasi in minutissimas partes dissilire, quod aliter explicari non potest, nisi vel qood vibrationes se interturbent, vel quod idem aër per interruptas vices, ad vibrationes vtriusque se accommodet. si enim sonus est qualitas etiamsi duo soni differentes in eadem parte subiecti reperiantur, quare propterea obstreperus ille sunus.

Mouent item ad huiusmodi opinionem amplectendam, quod aliter explieari non possit, cur multitudo, intensiorem sonum producat quam pauciores, si enim soni in medio disparatè se habeant, etiamsi plures recipiantur in eodem subiecto, non propterea erit vlla intensio. quod autem disparate se habeant, id videtur supponere obiectio quæ vult duos sonos non coalescere, sed esse distinguibiles.

Addo quod duo sonora vt duo, si simul agans non possunt produeere sonum maiorem, eô quem io se producunt, soli motus id videntor habere quod se inuicem incodant. addo experientiam, quod clamante multitudine, ita dissiliat aër vt susteotandis auibus fiat ineptus. vt igitur omnia complectar. nego primo in eodem aëre sensibili non posse inueniri plures motus, seu plures vibrationes.

Secundo nego quod vt plurimum sint plures soni in eadem parte aëris simul tempore, altero enim quod successiue se habeant.

Tertio nego quod vt plurimum soni non se confundant. certum est enim quod sint indistinguibiles, & quod ex pluribus fiat vnum obiectum sensus, nempe potest ex pluribus motibus vnus totalis fieri.

Quarto dieo quod sicut in diuersis partibus retinæ, possunt formari imagines plurium obiectorum, ita etiam in diuersis partibus organi auditorij recipi diuersi soni.

Obiicitur secundo, vel pereipitur motus qui est in corpore sonuro, vel ille qui est in aure, non ille qui est in aure, percipio enim distantiam, & foris sonum fieri. non ille qui est in corpore sooote, quia non applieatur potentiæ, & motus qui est in aure, non est repræsentatiuus illius qui est in corpore sonoro, ergo admittendæ essent species auditiuæ, quæ huiusmodi distantiam repræsentarent.

Propter hoc argumentum volunt sonum, non propagari per medium, sed tantum in corpore sonoro produci, propagari autem per medium species soni repræsentatiuas, nempe quæ auditionem, seu imaginem illius soni producant.

Certum est hanc obiectionem æqualiter impetere opinionem asserentem sonum esse qualitatem, à motu distinctam, ac illam quæ sonum cum motu confundit: quidquid enim dicitur contra motum medij, applieari potest, suno, etiamsi qualitas sit.

Respondeo igitor auditionem esse, perceptiuam totius motûs, & repræsentatiuam motûs potius corporis sonori, quam medij, & motum medij posse potentiam determinare, ad talem sensationem pereipiendam, præcipue com motus medij, aliquid habeat quo id præstare possit, cum enim à corpore sonoro motus medij circulariter, in omnem partem propagetur, habet in maiori distantia, quod pars quæ organum afficit, sit segmentum maioris circuli & ex eo determinet ad repræsentandum, hanc affectionem prouenire ex centro illius circuli. Addo multa concurrere ad repræsentandam distantiam, vt intensioné soni, ita aodiui tubam quæ duobus tantum passibus à me distabat, quam tamen à semimilliari personare credebam, eo quod obturata esset, laneo peniculo. Ambæ item aures ad iudi-

cium

cium distantiæ plurimum conferunt, ideo res lubrica est, & in quâ ex quâlibet circumstantia decipimur; vnde quoties sonus per lineam rectam ad aures non propagatur, etiamsi percipiamus hunc aëris motum exteriùs aduenire: & consequenter sonum exterius fieri, aliam æstimationem requirimus. Sed de re physica hactenus satis.

PROPOSITIO XLIV.

Modi varij sonum augendi & propagandi.

Referam in hâc propositione varios modos, sonum augendi intensiue scilicet.

Primus autem est Vitruuij, qui modum tradit quô Theatrum reddatur maxime vocale, ita vt quælibet vox aliquem quasi concentum edat, vult igitur vt circa Theatrum, quod ässa oportet Ellypticum multæ cellulæ construantur, in quibus Echæa vasa, seu sonora disponantur, hæc autem sint inter se consona nempe per quintam & quartam vsque ad duplicem octauam, nempe vt eius verba videntur innuere, ita vt secundus distet à primo grauiori per quintam, tertius à secundo per quartam & hoc vsque ad duplicem octauam, dicit fore vt vox ingressa per aperturas impellat huiusmodi vasa, & concentum aliquem edat. oportet autem, vt hæc vasa optime sint librata; Pater Kirkerius suô modô explicat hunc Vitruuij locum. vix tamen crediderim huiusmodi instrumentis multum voci additamentum adiungi, nisi casu fortuito his vasibus inueniretur consona, in quo casu puto fieri posse, vt aliquid incrementi, immo & concentus acquirat. vellem autem vt potius concordarent vasa, secundum concordantias perfectiores seu multiplas, nempe vt cum primo in octaua concordarent duodecima, decimaquinta, & decima septima: possent plures fieri tales cellæ, disponique plurima vasa huiusmodi, cum diuersis tonis, vt nempe vox quælibet cum aliquo ordine concordaret, sic enim fieri non posset vt non audiretur aliquis concentus.

Non concordant auctores in explicando horum vasorum vsu; Pater Kirker credidit hæc vasa non à voce incitari ad sonum edendum, sed ad modum campanarum, alij putarunt Vitruuium intellexisse, vocem ipsam ad vasa illisam potuisse concentum edere. Cauallerius proponit hæc vasa ad modum speculorum concauorum, quæ vocem reflecterent, & augerent. Puto tamen in praxi nihil boni ex hoc inuento sperari posse. crediderem quidem specula posse vocem reflectere, sed ad locum determinatum, oporteret autem ea esse ingentia quare ad alia procedamus.

Per canales oblongos præcipue vero politos vox mirifice propagatur, ita vt ab vno fere milliari audiamus loquentes, ratio clara est. melius enim aëri incluso tremor communicari potest, quam toti sphæræ alicui, adde quod reflexiones crebræ quæ fiunt, motus celeritatem augent in partibus mediis vt videbimus postea. per trabes etiam integras optime communicatur sonus, non quidem iis fœliciter sonus vocalis, sed quilibet vel minimus ictus trabi impressus percipitur, eo quod tota trabs vibretur, vibrationemque conceptam continuet.

Præterire non possum celebrem illum Dyonisij Tyranni carcerem, qui etiam nunc syracusis visitur, est spelunca oblonga ex viuo lapide extructa, cuius concameratio in formam helicis contorta figuram auris satis accurate imitatur, canalis verò non ita amplus, in helicem primo contortus, exinde per totam concamerationem extensus, ad aliquod superius conclaue vocem defert. ferunt autem hoc artificio, ita augeri sonum, vt voces etiam demississimæ in clamorem euadant. Huic inuento fauet natura, quæ vt sonum augeret, magisque perceptibilem animalibus redderat, aure seu cono in elicem contortô ea instruxit. in quo vnum notandum est, vocem multo magis esse reflexionis capacem, quam lumen, lumen enim per varias reflexiones mirum in modum debilitatur, siue quod in materia longe subtiliori positum sit, & quæ per vel minutissimos poros se insinuat, vnde quæ corpora in ordine ad reflectendum sonum satis læuia, & polita sunt, respectu luminis scabra censeri possunt, & inutilia. lumen ergo in singulis reflexionibus, multum de suis viribus amittit, quia plurimæ eius partes à scabritie obicis, & speculi alio remittuntur, sonus verò cum in materia non adeo tenui consistat; sed in ipso aëre, non ita dissipatur, & ex singulis reflexionibus in quibus plurimæ partes in vnum coguntur, roboratur, præcipue si hæc vnio multum continuetur, aut semper in angustum tendat. sola reflexio sonum augere potest, nam refractio, quæ ex medio rariori, in densius procedit potius vires eius retunderet. Non est autem dubium, quin in reflexione soni, illæ omnes leges, quas reflexioni tribuimus obseruentur, ideoque puto superuacaneum esse, eas denuo referre, cum sint fusius explicatæ, in tractatu catoptrico.

Existimo item iis omnibus modis posse sonum augeri quibus lumen intensius produximus, iisdem etiam modis quibus lumen ad maximam distantiam parallelum remisimus, sine notabili suæ intensionis decremento iisdem possumus sonum propagare. supponamus enim sonum ex ore prodeuntem audiri ad distantiam ducentorum passuum, totumque aliquod spatium sphæricum replere, ponamus illud spatium esse hemisphæricum, cuius semidiameter sit ducentorum passuum. remittatur sonus in conum cuius diameter sit vnius verbi gratia vlnæ, qui producatur donec eius soliditas æqualis sit huic semisphæræ, credibile est sonum ad tantam distantiam propagandum, cum eadem intensione, quam habet in extremitata illius sphæræ. Ratio est quia maiores vires non requiruntur ad mouendum totum illum cylindrum aëris, atque imprimendum motum seu tremorem, quam ad imprimendum æqualem tremorem toti illi semisphæræ, cum æqualis sit vtriusque capacitas, sed supponuntur vires in homine sufficientes, vt sonum producant in tota illa semisphæra. quare vellem figuram parabolicam ad id præstandum adhibere eamque oblongam cuius scilicet ordinata per centrum transiens esset vnius digiti, sic diameter esset duorum digitorum, os autem loquentis in ipso centro, seu foco apponeretur, figuram hic non appono, vt pote quæ per se satis intelligatur.

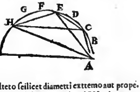
In praxi tamen hæc figura non ita succedit, vix enim multum aberrat à cono, saltem vbi aliquantulum processerit, & in multis videtur deficere,

fieret, primò quidem in medio, si omnia Mathematicè procederent relinqueretur spatium, in quo vox non augeretur vllô modô. secundo quamvis si vnicam reflexionem spectemus hæc figura parabolica, videatur aptissima ad remittendos radios parallelos ex foco, seu centro prodeuntes, cum vox sit multarum reflexionum capax, viderentur aliæ esse aptiores, nempe tubus oblongior, eiusdem vbique diametri, qui nempe sonum cogeret viam rectam inire, & eàdem ad longum spatium propagari. Quare puto aliter de sono, aliter de lumine philosophandum esse, vt dicam paolò infrà.

Si pariter Theoricè procedamus. In certo & determinato loco sonum multum augebimus, si nempe Ellypsin seu oualem figuram describamus, loquens in vno foco versetur, & audiens in alio, certum est enim quod omnes lineæ ab vno foco procedentes, vniantur in alio vt demonstrauimus in catoptrica. quare si ad determinatum tantum spatium loquendum foret, formandus esset tubus figuræ Ellypticæ, cuius distantia focorum esset ea ad quam loquendum foret. nempe loquens in vno versaretur, & audiens in alio. Si hæc distantia maxima foret, hæc figura quidem versus apices nonnihil curuitatis haberet, & versus medium, vix à cylindro differret. In praxi tamen cum tubi quos habere possumus non adeo longi sint, nec Ellypsis illius magnam partem assumant, non existimo plus emolumenti ab ea figura obtineri, quam ex cylindrica, aut conica. Habemus tamen ex hac consideratione, quod si in fornicibus Elumbibus, seu depressis, quæ sunt Ellypticæ optime exaudiri sonum, si loquens in vno puncto comparationis inueniatur & loquens in alio.

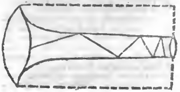
In sphæra autem si quis in centro loquatur, sonum remissum audiet ex omnibus punctis superficiei eiusdem sphæræ.

Quæ omnia sunt vera si vnicam tantum reflexionem spectemus. Si vero spectemus plures reflexiones. duo diametri extrema, sibi invicem respondent innumeris pene reflexionibus, sic enim hemisphærium. sique loquens in A audiens



in H, in altero scilicet diametri extremo aut propè. Clarum est quod si semicirculus ABH, in quotcumque partes æquales dividatur, ponamus in tres aut quatuor in punctis C E H clarum est obseruatâ æqualitate angulorum incidentiæ, & reflexionis, sonum delatum per AC ferri in CE, & ex CE in EG, idem intelligendum de quibuscumque aliis divisionibus in partes æquales vsque ad quadrantem, sonus enim in tholum ipsum incidens, reflectitur etiam in extremitatem, qui vero incidit in C licet, non reflectatur præcise in extremitate non longe tamen ab ea reflectitur, nempe si ex C ad C E. Quod si intelligatur immota diametro, reuolui semicirculus ABCD, ita vt generetur hemisphærium, similes in singulis circulis, conuenientibus in punctis extremis tanquam in polis, fient reflexiones. vnde mirum quod in hemisphæricis testudinibus, qualibet submissa vox, in vna extremitate prolata, à diametraliter opposito, tam distinctè audiatur, quod etiam in arcubus accidit, modo tam loquens quàm audiens in diametro versentur, & non infra. alia multa in hunc modum considerari possunt, sed huiusmodi figuræ sunt stabiles, & ad vsum quotidianum ineptæ.

Prodiit nuper novum inuentum, & noua machina ad propagandum non tantum sonum, sed etiam vocem distinctam, & articulatam ad maximam distantiam: Estque Nobilis Angli Equitis Morland, qui cum aduertisset in montibus, voces quaslibet, per varias reflexiones in cautibus, & cauernis mirum in modum augeri, in eam cogitationem venit quo pluries vox reflecteretur, & in seipsam quasi recurreret, eo magis augendam. quare Tubam confecit, cuius vacuitas excipiendo ori esset accommodata, diametrum haberet duorum circiter digitorum, ambiretque genas, ne vel minima pars spiritus ore emissi periret, voluit, & ex corio assatim addere, ne inter respirandum spiritus regrederetur ad os, vocemque à cœpto itinere deuiaret. Hanc tamen cautionem damnosam putatim, cum enim sonus in motu positus sit, quantùm in elevando assario impenditur vitium, tantum de celeritate motûs detrahitur. Figura tubarum satis ordinaria erat nempe initio, in cylindrum extensa, exinde in fine ad modum reliquarum tubarum, in maius spatium ampliabatur. Cogitatis respondit euentus, cum ad vnum milliare & amplius, ope huius instrumenti vox distincta se extenderit, quod mirum nemini videri debet, cum tubæ communes ad tantam distantiam, & sæpe maiorem ferantur. Ex Relatione Anglica Dominus Reynaud in Mathematicis disciplinis bene versatus, duas huiusmodi tubas hic Lugduni construxit, perpensis autem omnibus, figuram hyperbolicam iis tribuit, ea ratione ductus, quod plures in hac figura soni reflexiones existerent.



Fuit & alia ratio nempe quod tubæ communes, licet longissimæ, & vno tenore ad extremitatem fere procedant, quà tamen parte apertiores sunt, figuram hyperbolicam vt plurimum imitantur; notatum autem est & experientiâ comptobatum, sublatô illô infundibulô, cessare illum clangorem, vehementioremque sonum magnâ ex parte remitti: effectus autem similis omninò illi, quem in Anglia habuerant, nempe vt ad vnum circiter milliare vox distincta audiretur.

Nonnulli aliam huiusmodi tubis figuram tribuendam censent. nempe vt in helices, seu conum hellcoïdem formarentur. sic enim plures soni reflexiones, & frequentiores emergerent, vt verum tamen

tamen fateas, ad experientiam prouocandum esset; pluriumque figurarum tubæ conficiendæ; ex quibus aliquid certi, & indubitati, ad augmentum soni sumere possemus. neque enim, vt iam dixi supra, idem est propagationis modus in lumine, & sono, eo quod sonus plurium reflexionum sit capax quam lumen, & ex repercussionibus sæpe augeatur.

PROPOSITIO XLV.

De Echone seu reflexione soni.

Certum est sonum esse reflexionis capacem; ita vt si 120 passibus à muro aliquo plano, & æquabili recesseris: necessariò echonem audias; neque aliud requiritur artificium; notaui tamen experientia murum altiorem requiri, si enim ad vnam, aut etiam duas tantum exapedas assurgat, vix quidquam boni fiet. quia non sufficiens sonus reflectetur: notaui item requiri; vt qui loquitur nonnihil eleuetur supra planum cui insistit murus, alioquin reflexus radius, totus fere sursum feretur, vt ex reflexionis legibus satis patet. si veró fueris eleuatior, radius reflexus deorsum nonnihil inclinabitur, & à terra ad te reflectetur. melius adhuc si fuerit aqua, quæ propter æquabilem superficiem aptior est ad reflectendum.

Putabam alias echonem in concauitatibus fieri, cum tamen videam fieri, etiam sine vlla concauitate, & concauitates quæ in ædibus communiter inueniuntur, satis videantur ineptæ, ad reflexionem ordinaram præstandam, facile iis subscribo, qui superficiem tantum planam exigunt, obseruatis tamen iis conditionibus, quas supra retuli.

Quibus positis facile echonis polyphonæ naturam explicabimus, quæ tamen melius innotescet, si prius aliquas huiusmodi recensuerimus. Est prope Gratianopolin ad tertium circiter milliare, pons vnico arcu constans. Amni quem Dracum nominant impositus. hic arcus vastus est, & ad altitudinem non vulgarem elatus; nam illius diameter vltra centenos pedes porrigitur, latitudo modica. Si sub tali arcu fueris, in extremitate diametri, & vocem dyssyllabam emiseris, eadem vox plusquam duodecies remittetur, languida sub finem, & sub minori interuallo. hoc est voces vltimæ crebriores erunt.

Similem refert P Kircherius in villa Simonetta, vno circiter milliari Mediolano. Palatium est constans vna æde principali, duabusque aliis inter se parallelis, inferior quidem pars ædis, Epistyliis & arcubus nititur, superior tamen æquabilis. præcipue vero duæ alæ, in quarum altera prope tectum est fenestra, ex qua si loquatis, vox vigesies, immo aliquando trigesies resonat. In aliis autem locis non auditur. quæritur ratio.

Respondeo nos in lumine & speculis planis huius rei habere luculentum exemplum. si enim duo specula plana, parallela statuantur, & in eorum altero rimam facias, quæ reflexionem non mulnum interturbet, & per eam rimam respicias, videbis eamdem imaginem in medio speculorum positam, infinities vt ita dicam videri, & reflecti, & spatium inter specula positum, in infinitam porticum extendi. Idem proportione quadam dicendum est in hac materia; vox enim emissa perpendiculariter in parietem oppositum, repercutitur in primum, & ab hoc rursus in secundum donec tandem impetus desinat & langueat. Nescio an etiam in hoc exemplo sub finem crebrius redeat, minusque sit inter voces interuallum. hoc enim nouam difficultatem faceret. notabis item obiter eam conditionem quam supra dedi, non abesse, nempe vt loquens, sit paulo eleuatior, resonat enim tantum ex ea fenestra, quæ est prope tectum: concurrente forsitan solo, & vocem remittente: distantia parietum est passuum bononiensium 62. Aliter in arcu nostro philosophandum esset; variæque reflexiones considerandæ, quæ haud dubie longe aliter se habebunt, ac in duobus parietibus parallelis; nisi forsitan tota reflexio peragatur, in duobus pedibus arcûs, qui paralleli esse possunt, sed figura inspicienda foret vt perpetua aliqua circulatio deprehenderetur, concurrente præcipue reflexione in aqua factæ.

Ex his facile concludes modum, polyphonam echum construendi. si enim duos parietes æquabiles, & parallelos, ad distantiam 120 pedum construas, & in eorum altero fenestram in medio, aut etiam in superiori parte construas, habebis echum polyphonam quæ quatuor circiter syllabas repetet pluries easdem.

Si echum desideres quæ versum integrum repetat, distantia, inter echum seu planum illam superficiem reflectentem, & loquentem, sit maior verbi gratia 180 passuum, vel etiam plurium, sed tunc clamore opus erit: vox enim hominis communis ad 120 passus, se extendit. si plures requiris echones ita vt prima sit dyssyllaba, secunda Trissyllaba, & quadrissyllaba, disponantur plures parietes ità vt distent à loquente 120. 240. 360. passibus prout volueris habeantque conditiones, quas supra recensui & habebis intentum.

Non refero hic totam doctrinam reflexionum soni, cum clarum sit omnes leges reflexionum obseruari, atque adeo proprietates certarum linearum parabolicarum, hyperbolicarum, Ellypsium, circularium ad vniendos luminis radios suam etiam in sono vim habituras, modo tamen sint magnitudinis extraordinariæ; neque opus esset, vt ex metallo fierent, sed tantum ex lapide, & cæmento. ita non dubito, quin si fieret sphæricus murus, cuius semidiameter esset 120 passuum communium, qui in centro versaretur, & loqueretur maximum vocis incrementum perciperet.

TRACTATVS XXIII.

PYROTECHNIA.

Qvamvis mobilis ignis natura mathematicas leges vix patiatur, aut demonstrationes admittat, atque adeò videatur non esse iuris nostri; quia tamen qui vulgò inter mathematicos hôc æuô annumerantur, tractandi, & versandi ignis peritiam vt pote summè sibi necessariam affectant; pauca quædam in hoc cursu delibare placuit, & in medium proferre. Tractatum hunc in duos libros diuido, quorum Primus ignes Artificiales, tàm festiuos quàm Bellicos explicabit, secundus verò Tormentorum Bellicorum directionem, & vsum ostendet. Parcendum autem mihi erit, si plerumque demonstrationes non attexam, cum multa, aut solâ experientiâ nitantur: aut principium tantum physicum agnoscant. vis enim illa quæ tanta in puluere pyrio animaduertitur subitam eius rarefactionem, & Nitri præcipuè inflammati expansionem causam habet, cui nec numeri, nec mensuræ, nec ponderis leges satis applicari possunt.

LIBER PRIMVS.

PROPOSITIO I.

De Puluere Pyrio.

DE pulueris pyrij inuentore, tàm malè de hominibus merito nihil dico, quem professione aut chymicum, aut monachum Bertholdum Schuuarts nomine, natione Germanũ circa annum 1379. aut casu aut ex certâ scientiâ puluerem hunc composuisse ferunt. Triplici autem potissimum materia constat, puluis hic tartareus, nempe sale Nitri, sulphure, & carbone. Nitrum præcipuas in ea compositione partes sibi vendicat, cui etiam præcipua virtus tribuitur, vt pro nitri maiori. aut minore copiâ censeatur puluis, aut imbecillior, aut fortior.

Nitrum inter fossilia recensetur quamvis multi fossile illud nitrum vetus longè à nostro communi, quô ad ignes bellicos vtimur differre arbitrentur, & non tantum puluerem pyrium, sed ipsum etiam salem pyrotechnicum inter noua inuenta connumerent. Eruitur terra, & materia salnitrosa, ex locis vmbrosis, obscuris, & cauernosis, in quibus & soli, & aquæ dulci omnis aditus præclusus est, vt ex stabulis in quibus pecora, boues, oues, sues capræ diu permanserunt, ex locis item in quibus post prœlia defossa sunt ad magnam altitudinem hominum cadauera hanc terram quæ sua habet sigua in cupam satis amplam, iniiciunt, miscentque cum cineribus roboris, fraxini, vlmi cæterorumque duriorum lignorum, & cum calce viua, tum aquam dulcem iniiciunt, quæ hâc terra, aut potiùs sale in ea contentô saturata, & imprægnata per foramen exiguum in subiectum aliquod vas defluit: Hanc aquam varie purgatam, & excoctam. concrescere, & seipsâ in salem congelare permittunt Hæc est origo, salis nitri qui vt iam dixi in puluere pyrio conficiendo primatum sibi vendicat

Sulphur exinde aliud fossile clarificatum suisque fœcibus per fusionem purgatum: denique carbones ex leuioribus lignis confecti, vt ex corylo, & salice resectis nodosis, & durioribus partibus. atque hæc est pulueris pyrij materies.

Mixturæ tales communiter traduntur pro triplici differentia, aut potiùs vsu pulueris pyrij, nempe ad tormenta maiora, ad sclopeta maiora seu mosquetas, ad sclopeta minora, seu pistolas.

Misce ergo pro tormentis bellicis salis nitri libras 100, sulphuris 25 carbonum 25. vel carbonum 24, sulphuris 10. quare ratio salis nitri ad cæteras materias erit vt 2 ad 1.

Pro mousquetis salis nitri libras 100 sulphuris 18. carbonum 20. vel sulphuris 15, carbonum 18. ratio igitur nitri ad cæteras materias erit ferè vt 3 ad 1.

Potentissimus erit puluis si 100 libris salis nitri, adiungas 12 sulphuris & carbonum 15. vel 10 sulphuris, & octo carbonum. ratio erit vt 4 ad 1 vel vt 5 ad 1.

Modus autem miscendi à multis talis adhibetur. materiem omnem separatim terunt, deinde incorporant, tum affundunt aquam dulcem, & excoquunt, donec euaporetur aqua ferè tota; & materies spissior euadat; denique vbi vel ad solem vel in hypocausto siccata fuerit, per setaceum cribrum transmittunt. Alij pro aqua simplici, vrinam, acetum, vinum adustum, vel liquorem ex malorum aureorum corticibus chymicè eductum. quamvis nonnulli id quasi inutile reprobent cætera ab artificibus petantur.

Totam vim istius pulueris pyrij in eo positam censeo, quod breuissimô tempore in ignem abeat, maioremque propterea extensionem affectet; mirum autem quod si in minutissimam farinam & pollinem redactus constipetur vix; quidquam habeat virium: sed lentè admodùm comburatur, quare si in torméto bellicô, ita calcetur pistillô, & cogatur; vt grana amittat, vix extra machinã globũ eiiciet; idemq; illi accidet, ac si aqua madefieret.

Ratio

Ratio cur madefactô pulueri vires eiaculaodi decedant erit, quod lente comburatur, spiritusque ignei illum breui tempore peruadere non possint; id impediente humore poros obturante. Idem dicendum in nostro casu dum in minutissimum pollinem redactus constipatur, spiritus ignei, è primis partibus erumpentes inter cæteras se se insinuare, easque simul corripere non possunt ex quo fit vt sensim comburatur. Pariter dum nimium dispersus est puluis, agit cum tempore aliquo, fitque successio actionum. at verò si grana sufficienter adunata fuerint, cum rotunda non inuicem quadrent, sufficientem igneis spiritibus aditum præbebunt.

Recentiores physici aliquid vlteriùs comminiscentur, & virtutem elasticam in granulis illis cogitabunt, qualem in chalybe temperato; fractos autem contusione elasteres asserent, qui propterea virtute expulsiua careant: quisque iuxta sua principia philosophetur. constat igitur experientiâ contusum puluerem non momentaneè, sed successiuè incendi nequa verò maiora esse debent grana illa, sed moderata. verum quidem quod in tormentis bellicis paulò maiora sint, quam in mousquetis, eo quod radij ignei, ad maius spatium extendi debeant, vt totam materiam inflamment, quam in sclopeto. adde quod si in sclopeto maiora essent grana, maiores poros inter se relinquerent, qui cum maiorem habeant rationem ad minus illud spatium, minuerent actioné pulueris.

Quæri posset an detur puluis mutus, quem nonnulli puluerem album nominant. certum est primo posse dari puluerem album, si loco carbonum substituatur materia alba, vt medulla sambuci exsiccata; vel lignum canabi, tartarum ad albedinem calcinatum, possunt, & alij colores; vt si pro carbonibus substituatur Ambra, aut sandalum rubrum. Sed non propterea mutus euadet. multi existimant si pulueri pyrio communi media pars boracis Venetæ misceatur, incorporetur & in granula rursus compingatur, fore vt strepitum amittat. vel pulueris communis partes 6. boracis venetæ vna. lapidis calaminaris vna, salis Ammoniaci vna, rursusque fiat puluis granulatus.

Existimarim tamen cum strepitu vim omnem pulueri adimi, cum ea ex aëris præsertim complosione oriatur, nam & pneumatica sclopeta suum habent bombum. quare sine exemplo puluis mutua profertur.

Defectus pulueris pyrij multi esse possunt. prima erit si nimium carbonum contineat, quare nimia nigredo, vel si digitis attrita grana facile rumpantur, aut si supra tabulam accensus eam nigredine nimia infecerit; signum erit carbones præualere.

Vitiatur item præcipue ab humiditate, quæ salem nitri in humorem resoluit, & ab aliis materiis separat, quare si mensuram aliquam vitiati pulueris trutina compares, cum alia mensura pulueris optimi, & quantum deerit ponderis, tantúdem salis nitri addas, contundasq; omnia, & rursū in granula reducas, puluerem pyrium reparaueris.

Quæret forsitan aliquis cur non ex solo nitri sale componatur hic puluis, ratio est quia cum sal nitri resoluatur in exhalationem ventosam, extingueretur subito, nisi illi adderetur, & sulphur, nempe materia quæ facile flammam concipit, immò idem flatus ex sale nitri erumpens flammam etiam in sulphure receptam extingueret, nisi carbones adderentur, qui ipso flatu vehementiùs accenduntur.

PROPOSITIO II.

De Pyrobolis.

Primum inter festiuos ignes locum obtinet pyrobolum, quod Gallice dicimus *fusée* cuius hæc est proprietas, vt vbi ignem conceperit ad maximam altitudinem ascendat.

Prima difficultas quæ mouetur à Pyrobolistis, formas in quibus compinguntur pyrobola respicit, quam nempe latitudo orificij ad earum longitudinem proportionem obseruent. In minoribus quidem latitudo orificij ad altitudinem est vt 1 ad 6 vel 7. in mediocribus vt 1 ad 5 & maioribus vt 1 ad 4. quod experientiâ potiùs quam certis principiis, & indubitatis concluditur. quæri tamen posset cur vnus digitus in diametro pyroboli, septem digitos in longum exigat, cur duo digiti in diametro, non exigant 14 digitos in longitudinem, sed vbi accendetur ignis, tanto ponderi ferendo sit impar.

Ratio videtur esse, quod in qua ratione crescunt diametri pyrobolorum, non in ea ratione crescat altitudo materiæ simul accensæ. hoc est supponamus in pyrobulo cuius crassities vnius digiti, materiam simul accensam esse vnius semidigiti, & esse sufficientem ad ferendum onus 7 digitorum. si fiat pyrobolum cuius crassities sit duorum digitorum, non propterea altitudo materiæ simul accensæ, erit dupla prioris, atque adeo neque duplam altitudinem materiæ ferre poterit.

Ex hoc sequitur diametros pyrubolorum, non crescere præcise in ratione diametrorum globorum, sed in paulo maiori. certum est diametros globorum crescere in subtriplicata ratione soliditatum, quod etiam intelligendum est de omnibus corporibus similibus. cylindri autem, qualia sunt pyrobola non sunt similes, cum eadem ratio non sit, diametri basis ad altitudinem. igitur, diametri eorum non debent crescere in ratione subtriplicata soliditatum. vnde si habeas diametrum pyroboli vnius libræ, vt habeas diametrum pyroboli 8 librarum sumenda est diameter paulò maior duplo. si enim sumeretur præcisè dupla, si cresceret altitudo in eâdem ratione, octuplum pyrobolum efficeret, sed vt diximus tanta non debet esse altitudo; ergo exurget pyrobolum minus octuplô.

Cylindrus solidus circa quem complicantur chartę habet diametrum, quæ tres quadrantes obtineat diametri vacui formæ. sunt alia nonnulla instrumenta exigui momenti, quæ vsus docebit.

Materia non omnibus pyrobulis aptissima est; sed minora exquisitiorem & fortiorem requirunt.

Omnia pyrobola maiora 20 aut 30 libris materiam requirunt quæ 30 partes salis Nitri, carbonum 18. & sulphuris 7 contineat, & hoc in pondere.

Ad pyrobola 18, & 20 librarum salis nitri libræ 42, carbonum 26, sulphuris. 12.

Pro 12. & 15 libris. salis nitri 32, carbonum 16. sulphuris 8.

Pro 9 & 10. libris; salis nitri 62, carbonum 20 sulphuris 9.

Pro 6, 7, 8, 9 salis nitri 35 carbonū 10 sulphuris 5.

Ad 4 & 5 salis nitri 64. carbonū 16. sulphuris 8.

Ad 2. 3. salis nitri 60, carbonum 15, sulphuris 2.

Ad pyrobola vnius libræ, pulueris 32, carbonum 6, sulphuris 2

Ad pyrobola 12 vnciarum pulueris 18. salisnitri 8. carbonum 4 sulphuris 2

Ad pyrubola dimidiæ libræ pulueris 30. salis nitri 24, carbonum 8, sulphuris 3

Ad 4. vnciarum pulueris 24, salisnitri 4. carbonum 3. sulphuris 2.

Pro vnius vnciæ pulueris 30 carbonum 4.

Pro minoribus pulueris 9, aut 10. carbonum 1 vel $1\frac{1}{2}$.

Hæc materia constipatur satis valide pistillô vi mallei adactô, vt materies sit firma.

Quæri potest cur pyrobola non terebrata, vel non attolluntur, vel rectà non ascendunt, quod est vsque adeò verum, vt inter pyrobolistas hæc terebtatio habeatur tanquam secretum artis.

Respondendum est pyrobola non terebrato inconcinne, & incongrué pro vt sors tulerit ignem concipere. immò non per totum, neque in tanta cupia, vnde mirum non est, si languide ascendant, aut distortè ferantur. quæcumque ergo pyrobola ad ascensum, aut cursum præparamus, foramen habeant per modum cylindri, quod ad duas tertias perueniat, & in imo latitudinem habeat quartæ parti diametri pyroboli æqoalem.

Aliqui in onerando, hanc terebrationem peragunt, alij verò in duro, & compacto materiæ corpore, illam perficiunt. cauendum ne distortum sit foramen, sed vt medium materiæ æqualiter peruadat, & in neuttam partem inclinet. materiæ lentiores quales maioribus rochetis adhibentur, latiora, etiam & altiora habent foramina. Multi occurrunt pyrobolorum defectus. Primum est dum vbi ignem conceperunt disrumpuntur, & breuissimô tempore comburuntur, quod ex materiæ violentia, & exuberante sale Nitri oriri potest, vel quod non bene trita sit materies, aut non satis compacta.

Languida verò materia pyrobolum licet accensum non eleuat; sed lenissime, & placide sine vllo motu comburitur.

Nonnunquam item circulariter mouentur, & priusquam tota sit exusta materia, ad terram redeunt. Alias per spiras & helices ascendunt. vel segniter & languide, nonnunquam celeriùs quàm par sit, sunt & alia innumera vitia, quæ ex non obseruatis regulis ortum habent.

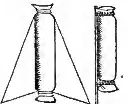
PROPOSITIO III.

Diuersæ pyrobolorum species.

Quamuis omnia pyrobola in hoc conueniant, quod per aërem ascendant, dispares tamen vt ita dicam effectus habent.

Prima igitur species erit omnium simplicissima, nempe si pyrobolum tenui virgæ alligetur, quæ cum sit octupla pyroboli in longitudinem, cum ipso tamen sit in æquilibrio, aut saltem tantisper præponderet. hoc est si digitum paulo infra foramen accensorium apponas debet virga præponderare tantisper si autem nimis præponderet. signum est eam nimis crassam esse.

Potest item pyrobolum ita dirigi si duabus alis aut tribus instruatur, putarim tamen alas non potiùs dirigere pyrobolum in altum, quam in quamcumque lineam obuersum fuerit, vt nempe eam quam semel iniuit viam teneat, ner ab ea facile deflectat.



2. Species erit eorum pyrobolorum, quæ vbi ascenderint; ictum habent æqualem sclopeto. materiæ consuetæ imponitur chartaceus orbis vel etiam ligneus, calido glutine chartaceo tubo adhærens, & perforatus, cui ad altitudinem vnius diametri, imponitur puluis granulatus, tum stringitur superior pars pyroboli. poterit etiam ictus fieri ex lamina ferrea, relictô exiguô foramine quo impletus pyrio puluere optimo, & granulato.

Tertia species orbiculô perforatô, ad semidigitum habet puluerem pyrium granulatum, cui super imponuntur 3 aut 4 minima pyrobola.

Quarta species loco minorum pyrobolorum, pulueri pyrio, imponit, & permisret stellulas, & scintillas quarum compositionem inferiùs tradenus.

Quinta species erit pyroboli maioris, quod intus aliud minus includet, & istud secundum, aliud tertium, sed obseruanda sunt nonnulla, nempe vt tota moles non excedat longitudinem consuetam, ne maior rocheta, reliquis ferendis sit impar, secundò vt maior illa oneretur materia paulò leutiori, quàm exigat eius magnitudo.

Sexta species oneretur materiâ consuetâ, tum imponatur orbiculus perforatus, orbiculo puluis granulatus, pulueri granulato materia ordinaria ad altitudinem semidigiti, aut digiti tum rursus orbiculus perforatus, orbiculo puluis granulatus, cui rursus superimponatur materia ordinaria, tum tertius orbiculus, cui denique puluis granulatus, vltimò religetur pyrobolum ad superiores partes.



Septima species constat pyrobolô mediocri, more consuetô, oneratô, huic adduntur tubuli, vel ex calamis, aut ex ligno leuissimo, aut papyracei perforati & in helicem dispositi, in quibus ponuntur minores rochetæ, poterit item in superiori parte habere ictum ferreum, sic enim identidem hoc pyrobolum dum ascendet, alia minora emittet pyrobola.

Octaua species pro minoribus tubis, eôdem modô in helicem ictus papyraceos disponit, vt in ascensu identidem explodat.

Nona species onerabitur ad aliquam altitudinem, & terebrabitur tum apponetur orbiculus perforatus,

cui

cui pulvis granulatus, & religabitur fortiter, seu stringetur totus tubus, exiguô relictô foramine accensoriô, rursusque onerabitur materia consueta, cui orbiculus perforatus, & orbiculo pulvis granulatus, stringeturque denuò, & hoc bis aut ter fiat.

Decima species quò ad reliqua nihil habet præ cæteris; sed in superiori parte habet globum ex materia lucenti compositum, qui accendi debet priusquam pyrobolum ignem concipiat, sic enim duplex ignis spectabitur.

Vndecima species pro vnico huiusmodi globulo, plures in diuersis partibus habere poterit, qui priùs accendantur.

Duodecima constabit aggregato 7. aut pauciorum minorum rochetarum, quæ simul in vnam coniungi & colligari possunt, vt simul ignem concipiant, simulque ascendant.

Possunt & aliæ species dari, & inueniri, quas ingenio artificum relinquimus, vt si semel litteras & characteres igneos formare possint, & in superioribus pyrobolorum partibus includere. vel coronas, & alia in hunc modum.

Poterit Roquetæ æquilibrium dari, vt rectà ascendat, non tantum virga lignea, sed etiam ferreo filo, cui globulus appendetur. posset autem ille globus fieri ex materia lenta, & accendi.

PROPOSITIO IV.

Pyrobolorum seu Rochetarum varij vsus.

Præter hunc vsum consuetum Pyrobolorum, vt instructi virgis ligneis, aut alis in altum ferantur, sunt, & alij multi satis iocundi, quos hic refero.

Primus vsus rochetarum est ordinarius ille, vt nempe, vel solæ vel multæ simul coniunctæ, vel plures simul separatæ ascendant.

Secundus vsus erit, si in aquam proiectæ, & decidentes in ea tamen ardeant, & comburantur. cauendum tamen erit ne totæ mergantur, & ne aqua per foramen accensorium ingressa, ignem extinguat: denique ne madou tubum penetret. quod pertinet ad primum, debet quilibet experiri an pyrobolum oneratum, & perfectum, sit grauitatis in specie maioris quàm aqua, si enim hoc sit, poterit includi intra cylindrum paulo maiorem carraceum, qui in picem liquatam immergetur, vt madori & aquæ resistat. Secundò in



superioribus partibus alligatur pondus aliquod, vt dum in aquam proijcitur, accensorium foramen altiorem locum obtineat, pro cylindro possemus adhibere conum, sphæroidem, aut quamcumque aliam figuram. vel vti vesicâ.

Necessarium non erit vt hæ rochetæ semper terebrentur, si nullum motum præstare debent, sed tantum in aquis ardere, & comburi.

Rochetæ quæ in aquam proijciuntur, & ardent possunt easdem habere conditiones quas supra recensuimus; possunt enim in fine habere ictum validum, etiam intra aquam, possunt minores rochetas eijcere quæ ascendant successiue, aut simul, si enim ad latera maioris pyroboli duos, tres aut plures tubos agglutines, in iis alias minores rochetas collocabis, quæ ignem



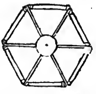
concipient per foramina lateralia, & euolabunt. poteris item stellulas apponere, sed debet puluis granulatus subiici, qui vt ignem concipiat, debet addi tubulus vt figura satis exprimit. percurrantur omnes species superiori propositione recensitæ, nulla est quæ suô modô in aqua non habeat suum effectum, si tamen caueantur, nonnulla incommoda.

Tertius vsus erit, si disponatur funis bene extensus, aut filum ferreum & in eo fune currant pyrobola. quod facillimum erit, si enim funis transmittatur per tubulum ligneum, & tubulo annectatur pyrobolum ordinarium, oneratum, & terebratum vt par est, impellet, & secum deferet tubulum, quod per se satis intelligitur. immo, si sint duæ rochetæ in contrarias partes dispositæ, ita vt ignis, ab vna in aliam deriuetur, habebunt progressum & regressum.

Hôc artificiô fiunt aues quæ per aërem volant, ignemque admovent machinis pyrobolicis, nonnunquam fiunt dracones, possent & pugnæ in aëre hôc modò exhiberi.

Quartus vsus erit in rotis vt voluantur, artificium commune est, possunt disponi in circumferentia rotæ alicuius, leuiter suspensæ 6, octo, aut etiam plures pyroboli, onusti conuenienti materia, & terebrati vt par est; ignem autem successiue sibi invicem admoveant, possuntque plures ordines fieri, vel in eandem partem, vel in diuersas impellentes. dixi rotæ leuiter suspensæ, quæ posset solos habere radios satis exiles, & circumferentiam ex ipsis pyrobolis compositam. possent item pyrobola disponi in helicem, & totam capacitatem rotæ implere. cauendum tantum est ne incongruè accendatur,

fed funis accenforius tegatur papyro, aut alia quavis re, ne fcintillæ eum accendant.



Hæ rotæ vel horizontales effe poffunt, vel verticales; multa ludicra his rotis comminifci poteft peritus artifex, vt curtum triumphalem, fuper funem euntem & redeuntem, ignefque fpargentem, &c.

Cæteros vfus dabunt fequentes machinæ, & difpofitiones.

PROPOSITIO V.

De Globis aquaticis.

Globi aquatici varie componuntur, id autem mirabile omnes habent, vt in aquis ardeant, debent tamen ferè toti intra aquam demergi, & quia vt plurimum, etiam onerati materia conuenienti, funt multo leviores aqua, iis additur pondus plumbeum, ad inferiores partes, proportio autem iftius additamenti facile ex Hydroftatica cognofcetur.

Hæc praxis fufficiat. poftquam materiâ conuenienti cæterifque omnibus partibus inftructus eft globus, immergatur aquæ, noteturque quænam illius pars intra aquam lateat, ponamus mediam; dico fi pondus æquale grauitati totius globi, illi addatur mergetur totus aut ferè totus & fecundum quam volueris rationem, demergetur, addito pondere, quod ad grauitatem globi certam rationem habeat: diuerfimode componuntur huiufmodi globi.

Materia fequens idonea eft ad componendos globos aquaticos.

Salis nitri benè contufi 16. fulphuris 4. ferraginis ligneæ in aqua falnitrofa decoctæ 4. pulueris pyrij granulati, fcobis eburneæ.

Vel falis nitri vncias 6, fulphuris vncias 3. pulveris triti vncias 1. ramenti ferri 2. picis Græcæ vnciam.

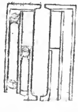
Vel falis nitri 24, puluerìs triti 4. fulphuris 12, ferraginis ligneæ drachmas 8. fcobis fuccini vnciam, vitri puluerifati vnciam, camphoræ vnciā.

Hanc materiam tam fubtiliter effe tritam, ac in rochetis neceffarium non eft, neque item adeò ficcam, fed oleo lini, oleæ, aut petrollei, aut nucum vel canabis, aut alia quàvis pinguedine nonnihil madefactam.

Prima fpecies globorum aquaticorum erit huiufmodi. globus fiat ligneus intus vacuus, poterit craffities ligni, æquare nonam circiter partem diametri. poterit ei addi in fummitate cylindrua nonnihil protuberans in quo foramen accenforium. oneretur autem vna ex fupradictis materiis, vel aliâ fimili, in fundo tamen nonnihil pulueris granulati apponatur, vna cum ictu ex lamina ferreâ compofitô, & eodem puluere pyriô granulato impleiô. In inferiori item parte addatur plumbum, vt totus globus etiam materia conuenienti oneratus, fit grauitatis paulò minoris, quàm aqua. obducatur item pice liquatâ, vt madorem omnem refpuat.

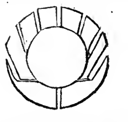
Secunda fpecies globi hæc erit, fi ictum non habeat intus inclufum fed extantem, & in parte inferiori pendulum. cum enim opus fit vt plurimum illi pondus aliquod addere, poterit fieri granata plombea quæ puluere granulato impleatur, cuius orificium inferatur in foramen factum in parte inferiori globi.

Tertia fpecies globi Aquatici plurimas emittet rochetas, vel omnes fimul vel fucceffiue,



vnam poft aliam. quod multis modis fieri poteft. nam excauatur in medio globi cylindrus, qui oneratur materiâ fuprà defcriptâ ad latera autem habet foramina accommodata ad communicandum ignem loculamentis, ad latera excauatis, in quibus collocantur rochetæ. ad duo tamen aduertere debemus, ne fcilicet aqua fubingrediatur, & penetret, item ne rochetæ ita firmiter adhæreant, vt diuelli & feparari, vi pulueris fublecti non poffint.

Quarta fpecies globum referet vndique fep-

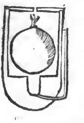


tum ferreis ictibus quæ per foramina, in folido globo facta ignem excipiant, cauendum tamen ne aqua per foramina fubingrediatur, vbi ictus explofi fuerint.

Quinta fpecies duplici conftabit globo aquatico, quorum vnus intra alterum continebitur, quare vbi interior globus accenfus fuerit, debet à fubftrato granulato puluere difilici, & expelli, quod multis modis præftari poterit. vt fi in foliditate maioris globi excauetur canalis accenforius, quo ad puluerem granolatum ignis deferatur. debet autem operculum maioris globi, non ita adhærefcere, quin à vi pulueris tormentarij aperiri poffit.

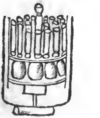
Poterat

Poterat aliô modô diſponi minor globus, vt eius orificium puluerem granulatum ſpectaret;

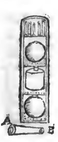


ſic enim ſimul & Igoem conciperet, & ejiceretur extra maiorem globum.

Sexta ſpecies erit globus cylindrice intus excauatus, in cuius concaultate erit puluis granula-



tus, & ſuper eum immediate orbis ligneus, cui 4 aut quinque imponentur globi aquatici aut communes, aut etiam aliis ignibus farti, hi globi habent orificia ſuperne ſpectantia, & inſerta in foraminibus orbis alterius lignei appoſite perforati, vt eius foramina reſpondeant orificiis globorum inferiorum. ſupra hunc orbem ligneum ponitur pulois granulatus; cui plurimæ imponentur rocheræ, quotquot capax erit. cautas inter rochetas vna ad fundum vſque pertingens implerur aut materia rochetarum, aut globorum aqueorum, quæ primò accendit puluerem rochetis ſubiectum, ſimolque & eas ejicit; & accendit inferiores globos, dum verò ad inferiorem partem pervenerit, accendit puluerem pyrium omneſque ejicit globos;



Septima ſpecies conſtabit ſex aut ſeptem cylindris ſimul colligatis, vnumque quaſi totalem cylindrum efficientibus. quilibet autem cylindrus onerabitur hôc modô. infimum locum obtinebit puluis pyrius granulatus, cui ſuperimponitur globus aquaticus minor, & circa illum, immo & ſupra materia lenta, rurſuſque puluis granulatus, tum globus fartus rochetis, circa & ſupra quem materia lenta additur, rurſuſque puluis granularus, cui ſuperimponuntur rochetæ ſed in medio illarum ſit tubus planus materia lenta, deferens ignem ad granulatum puluerem.

Hi 7. cylindri colligati, vnumque corpus componentes inſeruntur in aſſerculum quadratum, cuius ope eorum orificia ſupra aquas extant. omnia pice liquata bene obducantur, ne aquæ locus concedatur.

Ex his multa alia inuenies, & ſimili methodo efformabis.

PROPOSITIO VI.

De Globis in plano horizontali proiectis.

Iidem ferè globi qui in aquas proiecti, ardent, ſi in plano horizontali projiciantur ſuam etiam vim obtinebunt. cauendum tantum ne foramen accenſorium terra obſtruatur: quod facilè vitabimus, ſi enim in orificiũ globi, cylindrum duobus aut tribus digitis extantem inſeramus, fieri non poterit vt obſtruatur, immo ſi aduerſam partem plombo oneremus, ferè ſemper rectus conſiſtet. quare iis omnibus quibus globos aquaticos inſtruximus, iſtos terreſtres ornare Poſſumus, nonnulla item addere quæ in aquis locum non habent.

Prima igitur ſpecies globum exhibet cuius vacuitas materia globorum aquaticorum oneratur, fiunt tamen foramina nonnulla in quæ inſeruntur ictus ferrei; formæ hic in AB expreſſæ, onerati puluere pyrio granulato, quæ obturantur à parte anteriori charta madida. hi ictus ad materiam vſque pertingunt, ignem per foramen A concipiunt. hic globus ſi in terram projiciatur, tot ſaltus efficiet quot ictus habebit.

Secunda ſpecies globum exhibebit chartaceum intus vacuum. qui hôc modô componetur, babes hemiſphetium concavum ligneum, in quo, ex charta cõtuſa duo bemiſpheria formabis craſſiuſcula, in quorum vno tres aut 4, aut plures rochetas impones, ita diſpoſitas, vt vbi vna ardere finierit alia incipiat, tum impones aliud hemiſpherium, agglutinabiſque appoſite relicto tantum foramine ad funem accenſorium. hic globus pariter in terram proiectus, varios motus, & giros peragit prout à rochetis impellitur.

Tertia ſpecies continebit globum ligneum, aut papyraceum vndique perforatum, aptatis ad foramina ictibus, non quidem ferreis, ſed papyraceis: formatur autem ictus papyraceus ad modum rochetæ parvæ, ſed oneratur polvere pyrio granulato optimo, & ad ſuperiora religatur, poteſt firmari funiculis multa pice oblitis. immo dum exterius globo affiguntur ictus papyracei, poſſunt in picem immergi, vt tota inæqualitas tollatur fiatque globus vniformis & vndique æquabilis.

Alia multa in hunc modum formari poſſunt, ſed hæc ad ſpecimen ſufficiant.

PROPO

PROPOSITIO VII.

De Globis aëreis

Globos vocamus aëreos, qui mortariis in altum euehuntur, notanda autem sunt aliqua. nempe etiamsi hi globi lignei sint, & crassitiem habeant conuenientem, nempe quæ sit duodæcima pars suæ diametri, si tamen mortario nimius injiciatur puluis, tantam ignis vim, globi lignei sustinere non poterunt. quare hæc regula communiter traditur. vt si globus ligneus, quatuor libras pendat, vnam vnciam pulueris pyrij in mortarium injiciamus, & ita consequenter in eâdem ratione.

Quia autem sæpè accidit, vt loculamentum pulueris pyrij in mortario ordinatio maius sit quam vt præcise contineat pulverem necessarium, ad ejectionem glubi lignei, ideò potest fieri alind quasi mortarium ligneum, quod intra mortarium ferreum collocetur, & contineat præcisè eam pulueris pyrij quantitatem, quæ requiritur. nam hi globi immediata, pulueri imponuntur, vt simul & accendantur, & ejiciantur. figuram huiusmodi mortariorum ligneorum, apposui in A B. componuntur autem ex ligno



molli, ad modum coni resecti, in iis fit receptaculum pulueris, quod sit AC. & exigua terebella foramen accensorium BC, quod obliquum esse debet, vt deinde respondeat, lumini mortarij metallici, intra quod ponitur, & huic immediatè globus ligneus. si enim vt iam innui, daretur spatium aliquod vacuum inter puluerem,& superpositum globum; ictus esset longè debilior, quam deberet pro ratione pulueris appositi. Possumus & aliis modis huic malo mederi. quod artificum industriæ relinquimus,

Globi Aërei inferiori parte quâ in mortario puluerem tangunt,habent cameram accensoriam, è quâ ad cauitatem vsque protenditus foramen exiguum,additur & operculum, quod vi pulueris pyrij ejici facile possit.

Camera illa accensoria onerari potest materiâ aliquâ lentâ, qualis est hæc. Sume pulueris partes 8.salis nitri partes 4,sulphuris partes 2 carbonum partem vnam. vel pulueris partes 4, carbonum partes 2,terantur omnia & incorporentur.

Prima species globorum aëreorum intra cauitatem continebit arundines illius altitudinis,quæ internam cauitatem adæquet. hæ arundines materiâ lenta onerentur, nempe quæ constet tribus partibus pulueris triti, duabus partibus carbonum, & parte vna sulphuris, & oleo petrolei nonnihil humectetur, inferior tamen eorum pars puluere trito,& nonnihil oleo petrolei humectato aut vino adusto repleatur.Inferior cauitas globi, puluere pyrio oneretur, quo & arundines accendantur & ejiciantur.

Secunda species pro arundinibus rochetas substituet, in reliquo similis est.



Tertia species ictus papyraceos continebit, sed tales vt quilibet partem aliquam habeat onustam materiâ lenta, vt si partes EF, GH, materiam lentam continerent quæ, partes essent inæquales, vt non eodem tempore ictus illi explodantur.

Quarta species stellulas, & scintillas habebit, quarum commpositionem inferius trademus.

In quinta specie erit globus fætus alio globo, ita vt simul emittat rochetas, circa minorem globum dispositas, vel calamos materia plenos, & simul globum illum. poterit secundus tertium continere, debet autem intra concauitatem primi globi esse sufficiens puluis pyrius, vt secundum ejicere possit, idem dicendum de secundo respectu tertij.

Poteris item ad ejiciendum secundum globum, loculamentum aliquod ad modum mortarij alicuius efformare in primo globo, cui deinde imponatur secundus globus, qui immediate pulueri pyrio superponatur.

PROPOSITIO VIII.

De Stellulis & scintillis.

Pyrobola, & globi aërei, vt diximus, scintillis & stellulis sunt fæti, quas è sublimi, iucundo sanè spectaculô emittunt. non differunt scintillæ à stellulis, nisi penes magnitudinem, & quod stellulæ vt maiores, diutiùs perseuerent. ex his autem materiis componuntur sume salis nitri libras 3. sulphuris oncias 11. succini puluerisati vnc.1. Antimonij vnc. 1. pulueris triti vnc.3.

Vel suma Sulphuris vnc. 11. drach. salis nitri vnc.111111, pulueris subtilissime triti vnc.11111. drach. olibani, masticis, cristalli, mercurij, sublimati sing. ana vnc.1111. ambræ albæ vnc.1. camphoræ vnc. 1. Antimonij, auripigmenti sing. ana vnc. drach. hæ omnes materiæ benè puluerisatæ,

risatæ, & cribellatæ, humectentur aquâ glutinis aut gummi Arabiei, vel tragacanthæ, fiantque globuli magnitudinis fabæ, aut nucis auellanæ, qui in sole, aut hypocausto calido assetuentur. dum impounntur rochetis hi globuli stuppis pyrotechnicis vndique circumdautur.

Potest & alia compositio fieri. sume gummi tragacanthæ, aut gummi arabici puluerisati, & cribellati vnc. IIII. camphoræ in aquâ ardenti dissolutæ vnc. II. salis nitri libr. 1. ℥. sulphuris libr. ℥. vitri puluerisati non tamen multum subtiliter vnc. IIII. Ambræ albæ vnc. I. auripigmenti vnc. II. fiant globuli vt priùs.

Scintillarum hæc est compositio. sume salis nitri vnc. I. materiæ liquefactæ vnc. ℥. pulueris triti vnc. ℥. camphoræ vnc. II. tum has materias in tenuem redactas pollinem, in vas figlinum imponito, & aquam tragacantham, vel vinum adustum. in quo vel tragacantham, vel gummi arabicum solueris superinfundito, vt habeat temperamentum liquidi pulmenti, tum gossipium in aceto, aut vino adusto prius madefactum, & exsiccatum iniicito, vt totam materiam absorbeat, ex hac materia fac globulos, pillularum instar, quos farinâ pulueris respersos siccabis.

PROPOSITIO IX.

De ictibus ad ignes recreatiuos.

Ictus recreatiui varij sunt. nonnulli papyracei sunt, qui vt plurimum præter receptaculum pulueris pirij granulati. habent cameram plenam materiâ lentâ. vt si sumantur tres partes pulueris triti, & vna carbonum. vt si ictus papyracei



AC, cameram AB hâc materiâ lentâ oneres, receptaculum verò B C, puluere pyrio. idem dicendum de ictu cupreo aut ferreo DF cuius pars CD materia lentâ oneratur, & EF puluere pyrio granulato. in E est orbis ferreus, aut cupreus cum foramine quô ignis communicatur pulueri. datur & alia species GH, quæ inferiori parte H, foramen habet accensorium, vbi verò puluere oneratus est, obstruitur ad partes G vel charta, vel stupâ, vel ligno Dari possunt & aliæ formæ, vt globi vacui, ad modum granatæ. ita pueri ex gladiorum pilis ictus conficiunt.

Solent & pueri chartam ita complicare, vt tot ictus edat. quot habuerit anfractus, sed isti ictus solent esse imbecilliores, nec recensentur inter nostros.

PROPOSITIO X.

De funibus incendiariis.

Sume aliquot mensuras sabulonis rubicundi, vel arenæ carbuncularis, sæpiùs elutæ, & recrementis omnibus purgatæ, & bene siccatæ, quæ in ollam fictilem non vitreatam iniiciantur, super arenam ponatur funis incendiarius communis, vel alius ex gossipio tortus, ita in spiram disponatur super arenam, vt inter spiras interiiciatur spatium semidigiti, addatur arena, cui rursus aliæ spiræ aptentur, & disponantur, quæ nullô modô se contingant, & ita deinceps donec olla sit plena, quæ operculo fictili claudatur, & rimæ sapientiæ luto stipentur. olla ita disposita carbonibus ardentibus vndique sepiatur & per horas aliquas in igne maneat, tum educatur, & vbi sponte sua refrixerit, effundatur arena, & funis eximatur. Idem præstandum circa spongias communes, quæ priùs in frustula oblonga scindendæ sunt Harum spongiarum, aut funium frustula, in cinere iuniperi sepulta, ardent ad multum tempus absque omni fumo, aut fœtore.

Fungos veteres, quos super fraxino, robore larice quercu inuenies, primum in camino suspensos fumô macerabis. tum scindes in frusta, & ligneo malleo tundes bene, denique in fortissimo lixiuio, cui admista sit bona quantitas salis nitri, lento igne bullire facies, donec omne humidum euanescat, & in furno mediocriter calido siccari, rursusque ligneo malleo contundes donec mollescant.

PROPOSITIO XI.

De Stuppis Pyrotechnicis.

Fiant primo ex duobus, aut tribus filis ex stupa lini, canabis, gossipij, non multum torti funiculi, qui ponantur in olla nouâ vitreata, tum superinfundantur aceti albi partes 4, vrinæ partes duæ, vini adusti pars vna, salis nitri purificati pars 1, pulueris pyrij puluerisati pars 1, hæc omnia coquantur fortiori admotô igne, donec liquores euanescant, denique funiculi ex olla ablati, volutentur supra tabula ligneâ, cui inspersa sit farina pulueris pyrij, denique funes in vmbra siccescant. hæc stupa celerrime comburitur.

Si quis lentiorem desiderat, satis erit si stupa tantum in aceto, & sale nitri deferuescat, tum inspergatur farina pulueris pyrij.

Si stupa desideretur quæ adhærescat, additur vino adusto gummi Arabici, aut tragacanthæ nonnihil.

Tertia lentissima sume masticis partes 2, colophoniæ partem 1, ceræ partem 1, salis nitri partes 2, carbonum partes $\frac{1}{4}$. quæ contundantur & in subtilissimum puluerem redigantur, tum omnia ad ignem liquescant, filum canabinum, aut lineum crassiusculum in materiam pluries immergito, donec filum cerei crassitiem consequatur.

Alia item lenta componitur stupa, si vnum aut alterum filum gossipij, in liquefactum sulphur immergas.

PROPOSITIO XII.

De characteribus igneis, in aere efformandis.

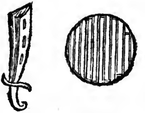
Iucundum sane spectaculum, cùm maiora pyrobola, aut globi aërei onerantur litteris & characteribus, coronis aliisque notis Hieroglyphicis quæ principum stemmata referant. fiunt autem ex costis balenæ, quæ hoc habent proprium, vt quantumvis complicentur in orbem, vbi liberum nactæ sunt spatium, ad naturalem rectitudinem redeant, præcipue si binæ regulæ contrariò modò coniungantur. possunt igitur ex his regulis fieri parallelogramma. formatique characteres maiusculi satisque distantes ab inuicem, ne deinde ignes confundantur. adduntur sub parallelogrammo, duo exigua pondera, vt planum illud verticaliter decidat, hi caracteres stupa pyrotechnica soluta vndique circundantur, tum vino adusto in quo dissolueris parum gummi arabici, aut tragacanthæ circumline & insperge farinam pulueris pyrij. hoc parallelogrammum ita compositum complicatur in orbem, vt intra maiorem rochetam aut globum aëreum contineatur, subiicitur item sufficiens pulvis granulatus, vt parallelogrammum & eiiciat, & accendat.

In hunc modum alia eiusdem generis inuenies & efformabis.

PROPOSITIO XIII.

De Clypeis, & scutis.

Clypei pyrotechnici hoc habent præ cæteris, vt multos ignes emittant plurésque ictus explodant. artificium commune est, & facile. in aliquo asserculo excauatur crena, seu canalis in spiram, ita vt ab vno eius limbo per helices ad vmbilicum vsque perueniat. hæc crena, aut contusô puluere, aut aliâ materiâ oneratur, tum alius asserculus coniungitur in quô possunt fieri foramina, quæ totam crassitiem non peruadant, in quibus collocabuntur, ictus ferrei, aut papyracei, facto exiguo foramine, quod ad crenam vsque perueniat, ideoque debet insuper facies huius exterioris asserculi notari tota spita, ne in collocandis ictibus aberretur ab interiori illa crena. loco ictuum simplicium collocari possunt rochetæ currentes: immo formari pixides ligneæ aut cartaceæ plenæ, rochetis, stellulis aliisque ignibus quibuscumque.



Id inuenio incommodi in clypeis, in quibus crena hæc in spiras formatur quod non priùs formari & perfici possit clypeus, quam canaliculus hic oneretur puluere, ita vt secundò vsui esse non possit, quin separentur ab inuicem asserculi, crassitiem scuti componentes. quare præferrem ego crenas in longum dispositas, vt vides in figura, illæ onerari possent per foramina in limbo relicta, quæ deinde clauo ligneo obturarentur.

Possent item in exteriori globi superficie sine vlla crena, disponi in spiram ictus papyracei, ita tamen vt ab vno, in sequentem protendatur stupa pyrotechnica, quâ ignis communicetur. alia satis per se intelliguntur.

PROPOSITIO XIV.

De Acinacibus Pyrotechnicis.

Coniunge duos Assercolos, in Acinacis figuram effotmatos; vt vna parte in acutum angulum & aciem concuttant, ex alia vero parta nonnihil diuaricentur, hoc intcruallum acuminatum, triangularibus asserculis in multiplices cameras distingues. quas replebis ictibus, stellis, scintillis globis lucentibus, Rochetis currentibus, aliisque huiusmodi ignibus, tum tergum acinacis papyrô conglutinatâ, & telâ conteges, possunt item ictus papyracei, secundum laminam adaptari, secundum longitudioem aciei debet esse canalis, vel ex ligno, vel carta, materiâ lentâ oneratus, quo ignis ad singulas cameras deratur.

Possunt in eiusmodi ensibus affigi rochetæ non currentes; sed ex materiâ lenta compositæ, quibus ignis admouetur, non per inferiores partes, sed per superiores, ideoqne non sunt clausæ, per superiora, sed patene. atque ita vna alteri succedit. materia lenta poterit esse vna ex supra traditis vel hæc. sume pulueris partes 5, salis nitri 3. carbonum partes 1. sulphutis partem vnam, omnia tere & misce.

Hôc modô formabis enses, cuiuscumque figuræ volueris.

PROPOSITIO XV.

De Perticis pyrotechnicis.

Quô artificiô acinaces, aut enses formauimus eôdem, & perticas pyrotechnicas construemus. tres enim aut 4 canales papyraceos coniuges, quorum vnus materiâ lentâ onerabitur, reliqui rochetis, vel eo modo dispositis quô supra explicuimus, vel etiam rochetis currentibus, è regione in alio canali aut ictus papyracei, aut ferrei, appooantur, qui rochetis respondeant, hi canales longitudinem duorum, aut trium pedum æquata possunt. cætera facile per se intelligi possunt.

PROPOSITIO XVI.

De clauis Pyrotechnicis.

Clauæ Pyrotechnicæ possunt habere concauitatem quam libuerit, quæ materiâ lentâ onerentur, qualem in globis aquaticis posuimus, vel etiam istâ. sume picis librã 1, sulphuris vnc. IIII. carbonum vnc. tere, misce, & incorpora & pinguedine, aut vino adusto asperge. terebreantur



foramina in omnem circuitum, non tamen vsque ad materiam, quæ aut rochetas currentes aut, ictus ferreos capere possint, tum fiant foraminula quæ ad materiam vsque pertingant, & quæ puluere trito repleantur imponantur ictus, in quorum singulis, sit frustulũ stupæ pyrotechnicæ.

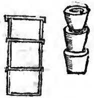
Possunt loco ictuum ferreorum in omnem circuitum apponi ictus papyracei, vel pixides cartaceæ, tectæ pyramidali operculo, seu vt vulgo dicitur adamantis cuspidem imitante, hæ pixides globos lucentes, stellulas rochetas ictus & alia huiusmodi continere possunt.

PROPOSITIO XVII.

De tubis pyrotechnicis.

Tubus pyrotechnicus, inter omnes machinas videtur esse aptissimum instrumentum ad ordinandos, artificiales focos; eò quòd, & plures ignes effundat, & ordinatè exhibeat. Prima species componetur ex variis pixidibus, aut ligneis aut chartaceis, sibi inuicem impositis, ita vt fundum vnius, sit operculum alterius. quod ita exquisite fiat, vt vnum corpus cylindraceum componant. in medio fundi infigitur canalis, seu tubus ligneus. plenus materia lenta, inferne autem habeat aliqua foramina, quibus accendere possit puluerem granulatum supra fundum impositum. hic autem puluis granulatus debet esse sufficiens vt simul, & superpositos ignes, & operculum possit attollere. poterunt item in vna pixide poni rochetæ, in alia globi lucentes, stellulæ, in alia ictus papyracei aut ferrei qui ordine explodantur. Hæc species tubi sensim decurtatur, & minuitur, dum puluis subiectus, attollit identidem superpositas pixides.

Secunda species non minuitur constatque primùm, cylindro concauo. quod ope magnæ alicuius terebræ facile præstari potest. diuiditur item tota tubi altitudo in varias partes, putà 5 aut 6, quæ ita retrahuntur ad interiora, vt marginem, & limbum efficiant ad modum coronæ, in quo excauatur canaliculus, ad puluerem py-



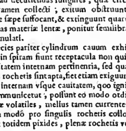
rium, fit etiam foramen, & hoc canaliculo ad interiorem cauitatem. supra huiusmodi limbum collocantur omnis generis rochetæ, & pyrobola, quæ successiue accenduntur, vbi ignis ad foramina accensoria peruenerit.

Notandum tamen quod in profundioribus tubis, identidem, sit puluis pyrius granulatus adiiciendus, ad decutiendas fuligines, quæ circa superius foramen collecti, exitum obstruunt, flammamque sæpe suffocant, & extinguunt quare post sex libras materiæ lentæ, ponitur semilibrà pulueris granulati.

Tertia species pariter cylindrum cauum exhibet, in quo in spiram fiunt receptacula non quidem ad cauitatem internam pertinentia, sed quæ continendis rochetis sint apta, fiet etiam exiguum foramen ad internam vsque cauitatem, qoo ignis rochetis communicetur, possunt eo modo ordinari rochetæ volatiles, melius tamen currentes. Eodem item modô pro singulis rochetis collocari possunt totidem pixides, plenæ rochetis vel aliis ignibus.

Multo plures ictus siue papyracei, siue ferrei disponi possunt circa talem cylindrum, in helicem.

Quarta species quam iam superius delibauimus habet cylindrum simplicem cauum qui ma-



teria lenta oneratur, identidem tamen supra materiam effunditur, puluis granulatus & supra orbem ponimus stellas, aut rochetas currentes, aut globum lucentem, aut rochetas volatiles, aut globum plenum papyraceis ictibus, & alia huiusmodi. materia lenta quâ onerari possunt hæc esse poterit. Pulueris pyrij libræ 12, salis nitri libræ 8, carbonum libræ 4, scobis ferreæ libræ 2 secunda pulueris pyrij libra partes 24. salis nitri libræ 10. sulphuris libræ 6, carbonum libræ 4 colophoniæ libræ 2. limaturæ ligni libræ 8.

Quinta species pariter cauitatem cylindricam habet, prisma ex semicylindris compositum & in singulis faciebus collocari potest piais plena rochetis acreis. omnis generis.

Hi tubi in varia corpora formari possunt, provt res tulerit.

PROPOSITIO XVIII.

De dispositione Ignium Artificialium.

Exterior machinæ dispositio in qua ignes festiui, & artificiales collocantur, pendet ex circumstantiis, & occasione, seu ratione propter quam dantur hæc publicæ lætitiæ signa. Solemus autem ignes festiuos edere in principum natalitiis diebus, in nuptiis, post victorias, in festis denique sanctorum solemnitatibus. hæc argumenta ingenioso artifici materiam componendæ, & ornandæ machinæ suppeditare possunt,accitis etiam si lubet fabulis quæ argumenti nostri sint significatiuæ. Ita post rupellanam expugnationem, Parisiis constructa machina, Quæ referres Andromedæ captiuitatem, ad rupem;tum belluam flammas eructantem,Perseumque equo insidentem magno impetu in bestiam delatum, &c. docte quidem Andromeda Religionem Catholicam, bellua hæresim, Perseus regem Christianissimum repræsentabat.

Ita Lugduni dum idem Rex Christianissimus Ludou,XIII.eandem vrbem primo ingressus est, In medio Arati excitata est leonis figura, solisque simulacrum, sol in leone. Alia multa ingeniose in hunc modum adinueniri possunt.

Ornamenta item deesse non debent, vt sunt columnæ, Epistylia cæteræque partes architectonicæ, statuæ item siue Sacræ siue prophanæ, quamvis sacras ob indecentiam aliquam non sine maximo iudicio adhibendas censeam.

Primum monitum erit, vt nullum ornamentum, nulla statua, nulla denique pars machinæ ignibus vacet. vidi enim alicubi machinas in quibus statuæ ornatûs tantum causâ ponerentur nullumque in tragœdia actum habetent,nec pyrobolum vllum emitterent. statuæ igitur saltem vnum tubum siue altitudini non multum imparem contineant, in brachiis item eturibus,manibus & pedibus,aut rochetæ currentes, aut volatiles ictus, aut tubi collocari possunt. Idem dicendum de animalibus, quæ suis pellibus vestiri debent, & statuæ suis ornamentis, leuibus tamen quæ facile exitum ignibus præbeant quare pelles animalium scindendæ sunt in varias partes, leuique filo consuendæ ne pyrobola intus reflectantur, sed liberum exitum nanciscantur.

Pariter Aues si quæ fuerint intus rochetas volatiles continebunt, cum quibus si auolent, id melius erit. pisces similiter globos aquaticos continebunt. monstra verò vt dracones, variis tubis instructi erunt vt plures ignes euomant.

Castella, turres, Epistylia, arcos triumphales, si ex tabulis ligneis fuerint; varios tubos continebunt, tabulæ ipsæ varios ictus siue papyraceos siue ferreos, vt superiùs in constructione clypeorum diximus. quare hæc sit regula, nulla particula machinæ ignibus vacet. Sed aut ictibus, aut stellulis, aut scintillis, aut rochetis currentibus aut scandentibus,aut mortariolis,aut globis instruantur. Ictus item qui alios minores continent perpendiculares sint ad horizontem; vt nempe minores in altum prosiliant.

Dum formam aliquam verbi gratia crucem, aut principis stemmata formare volumus, opus erit testaceis tubis, nam igne artificiali etiam tubi metallici colliquescunt, ob materias contentas, quæ vt plurimum talium metallorum dissoluentia continent.

Præcipua cura pyrotechnici magistri, in coniungendis ignibus impendatur. sæpe enim accidit vt machina, vel tota simul comburatur, vel ignis deficiat, & intactæ partes prætereantur. vnde per fistulas ducendus est ignis, cupreas multi,aliis præferunt. quæ vel materiâ lentâ onerentur, vel stupa pyrothecnica. debent frequentia esse spiracula, ne flamma suffocetur. alia praxis docebit, & experimentum, quò multum in hac materia iuuatur industrius artifex. Iam ad ignes bellicos accedamus.

PROPOSITIO XIX.

De granatis manualibus.

Quamvis à bellico tumultu longius absim, ignesque nociuos iaculari, & emittere virum dedeceat professionis meæ, ne quid tamen desit huic operi, mutilusque sit cursus hic noster mathematicus, pauca ex probatis authoribus deprompta referam.

Manuales Granatæ sphæræ sunt, seu globi quorum pondus vnius duarum, aut etiam trium librarum, magnitudo æqualis globis ferreis 4, 5, 6 aut octo etiam librarum, sic enim facile manu prehendi & emitti in hostem possunt. nomen Granatæ, seu mali punici, compositionem earum satis indicat, sicut enim mala punica, granorum copiam ingentem tegunt, sic Granatæ nostræ, primum puluere pyrio fartæ, vbi ignem conceperint, in acinos innumeros, glandesque dissiliunt.

Materia granatarum, vel ferrea est, vel cuprea, vel vitrea. fiunt igitur globi, quorum diameter trium circiter digitorum, intus vacui, crassities decimæ, aut 12 partis diametri, æreæ fiunt ea materia mixta, qualem ferè ad campanas adhibemus, nempe 6 libræ cupri, duæ stanni, semissis marcasitæ. foramen granatæ $\frac{1}{5}$. diametri obtinet, in quod inseritur tubulus ligneus cuius longitudo est duorum trientum eiusdem diametri. vacuum tubuli $\frac{1}{5}$. diametri habeat. granata tota puluere pyrio granulatô impletur. tubulus autem vnâ ex sequentibus compositionibus.

Pulueris 1. salis nitri 1. sulphuris 1.

Vel pulueris 3. salis nitri 2. sulphuris 4.

Vel pulueris 4. salis nitri 3. sulphuris 2.

Vel pulueris 4. salis nitri 3. Antimonij crudi 1.

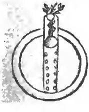
Tubulus item firmatur contra granatam glutine composito, ex 4 partibus picis nigræ, colophoniæ partibus 2, Therebyntinæ parte 1 ceræ parte 1. vbi tubulus fuerit bene firmatus, & oneratus sua materiâ, in summitate tubi puluere

puluere tritô inspergitur, & aqua glutinis, vt firmiter adhæreat. Hæc species granatæ vbi pri-



mum accensus fuerit puluis in eius orificiô contentus, in hostem proiicitur, & vbi ignis ad imum peruenerit, suum habet effectum.

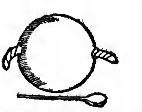
Secunda species granatæ in hoc differt à superiùs descriptâ, quod non priùs accendatur, sed tantum eius tubo inseratur stupa incendiaria, accensa, cui exiguum pondus appenditur, vbi autem accensa fuerit stupa, in hostem projicitur, vnde vbi solum tetigerit succutitur pondus, &



per tubum descendens secum trahit funem incendiarium accensum, quô item accendetur puluis pyrius, in foraminibus tubuli positus. supponimus enim tubulum in multis locis perforatum, & foramina puluere trito obturata. adduntur & rami ad orificium tubuli, vt recta descendat granata.

Sunt & aliæ species, quæ duo habent foramina, per quæ trajicitur tubus perforatus. trajicitur exinde funis incendiarius, relinquiturque granata apud hostes, si quis trahat funem, vbi pars accensa puluerem in foramine existentem tetigerit accendetur.

Vsus præcipuus granatarum adhibetur, dum

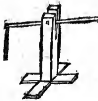


hostes impressionem in vrbem faciunt; dum enim conferti ad ruinam consistunt, & sæpe latera habent satis tecta; ita vt offendi non possint, tunc inquam maxime nocent granatæ.

Projiciuntur autem communiter manu militum. quod intelligendum est, cum distantia vires militis non superat. si enim ad maiorem distantiam projici debeant opus esset aliqua machina.

Et primò quidem occurrit cochlear cuius manubrium tres aut quatuor pedes obtineat.

Secundò idem cochlear suppedaneo imponi



potest, ita vt dum accensa fuerit granata. duo aut tres milites valide funem adducant, longius eam iaculabuntur, immo & ad locum determinatum; si loco funis certum & determinatum pondus apponeretur, ad eandem semper distantiam granata peruenirei. hæc indico tantum quia facilia sunt, nec vlla demonstratione indigent.

Posset item fundâ projici ad distantiam 500. pedum, præcipue, cum projiciatur non per tractum horizontalem, sed per angulum graduum 45, qui iactus decuplo est longior in reliquis missilibus, quam iactus horizontalis rectus, & vt talem angulum assumant funditores dirigi possunt, infixâ perticâ tantæ altitudinis, quanta est eius distantia quamvis nec opus sit, cum naturaliter id faciamus. habent item id commodi fundæ, quod iaculatores granatarum eximant periculo, sæpe enim accidit, vt granatæ subito ac sunt accensæ disrumpantur, nonnunquam inter manus iaculatoris. verus tamen modus iaculandi granatas, posset esse mortariolum.

PROPOSITIO XX.

De Granatis maioribus.

Granatæ maiores eandem formam, ac figuram habent quam manuales, sunt enim vt plurimum rotundæ, quamvis sint etiam plæreque cylindraceæ.

Accendi debent, & vbi fuerit ignis admotus, canali, in orificium granatæ inserto, ignis mortariis adhibetur. multa autem considerari debent, quæ meliùs in secunda parte huius tractatus expendentur. præcipuè verò de varia inclinatione mortarij ad varios iactus, & de tempore quô granata, certum & determinatum spatium emetitur, quod scire convenit, vt fomes adjiciatur, qualis requiritur vt granata dissiliat, cùm primùm solo vicina fuerit.

Modus onerandæ maioris granatæ seu bombæ, non differt, à modo onerandi manuales seu minores: cum & materia sit eadem, idemque fere vsus, nisi quod bombe suo pondere fornices, & laquearia facile perrumpat, magnamque non tantum hominibus, sed etiam ædibus cladem, & ruinam inferat.

Craſſities bombæ vt plurimum eſt vnius octavæ, aut nonæ partis ſuæ diameti; latitudo foraminis per quod tubus ligneus immittitur, habet $\frac{2}{9}$ eiuſdem diametri. Tubus in granatæ orificium, immittendus longus eſt $\frac{7}{8}$. Ij tubi nervis ſiccatis, & ſtupæ in modum, laceris, & glutine calido imbutis circumligentur maioris ſecuritatis gratiâ.

Nullâ bomba vtendum eſt, niſi priùs illius experimentum feceris, nempe probaveris, an aliqua habeat foramina, ſæpe enim dum puluis admovetur mortario, per hæc foramina, ignem concipit, modus autem probandi granatam talis eſt. Granata in prunis candentibus igneſcat tota, tum vbi extracta fuerit, frigidam in eius cavitatem infundito, & obſtructô foramine ne aqua effluat, ſapone cum aqua calida, eius ſuperficiem illinito; ſi granata habuerit rimulas, ſuper his exurgent bullulæ. in hæc foramina ſtylos ferreos, aut chalybeos infiges, & hoc modo obturabis.

Determinanda item eſt quantitas pulueris requiſiti ad eiiciendam bombam. & ad hoc primum requiritur cognitio ponderis totius bombæ: quod quidem trutina eaaminare convenit. ſi deſit trutina, per regulam calibræ cognoſcetur, ſaltem in Sphæricis bombis, ex diametro pondus. nam transfer in regulam calybræ totam diametrum bombe, ſciéſque pondus eius poſitô quòd ſolida foret. transfer in eandem regulam calybtæ diametrum concavitatis, & ſcies pondus globi æqualis concavitati, quô ſubductô ex priori, reſtabit pondus bombæ. addendum eſt pondus pulueris pyrij includendi. poteſt autem in regula calybræ addi peculiaris linea, ad cognoſcendum pondus pulueris.

Cognito pondere granatæ, facile determinabis pondus pulueris requiſiti vt eiiciatur. nempe pro maioribus bombis, & centenarium librarum numerum ſuperantibus, ſemiuncia pulueris in ſingulas libras apponatur. in minoribus plures. ita vt pro 90 libris 98. vnciæ ponantur pro 80; 90 pro 70. 80. & ita conſequenter debet tamen minui copia pulueris. cum ad paruam diſtantiam mitti debent, vt cum deturbanda, & diſiicienda eſt vinea, quâ hoſtes tranſmittunt foſſam, tunc ne tantus adhibeatur puluis.

Cùm accidit vt camera mortarij maiorem copiam pulueris capiat, quam quæ neceſſaria eſt ad proiiciendam bombam: infundatur puluis neceſſarius, & reliquum vacui in quinque partes dividatur, cui addatur vna pars, ea erit altitudo cylindri lignei violentet in orificium cameræ im-



mittendi, qui convenienter puluerem comprimat, tum ſuperimponitur granata.

Si verò puluis adæquet aut ſuperet, totam cameram addendus eſt alius cylindrus, qui toti cavitati mortarij reſpondeat, hi cylindri varij eſſe poſſunt, pro vt varie proiicitur bomba.

Primus modus eſt ſi duobus ignibus eiicitur granata, tunc enim cylindrus ligneus qui adhibetur ad comprimendum puluerem ſolidus eſt.

Secundus modus erit, ſi vnico igne eiiciatur, & tunc obverti debet orificium granatæ ad partes inferiores, apponitúrque cylindrus verſus limbum ſtriatus, aut plurimis foraminibus, in vnum coeuntibus, multóque puluere tritô plenis, perforatus, immo & pulueris farinâ, ſupra cylindrum effundi debet, vt eôdem igne, quô eiicitur, accendatur bomba, hoc eſt puluis, & materia in eius orificio poſita.

PROPOSITIO XXI.

De Granatis cæcis.

Cœcæ vocantur Granatæ quæ orificiô carent, quô ignem concipiant, ideóque accendi non debent, nec vllum in aëre habent ſignum ignis concepti, ſed intra cavitatem machinulam habent, vi cuius vbi ſolum hæc tetigerint accenduntur. hæc autem machina conſtat lamina chalybea in cylindrum efformata, varie inciſa, huic obvertuntur duo vnci ſilicibus igniariis inſtructi, dum ergo Granata in terram decidit, ſupra orbem illi affixum, hæc lamina intus pellitur contra lapides igniarios, & ſcintillas exprimit. vnde orbis primò ad terram appellit, quia ſunt cordæ, & panni in ſuperiori parte, multum ad id conferentes. cætera quilibet ſeipſo invenire, & excogitare poterit.

PROPOSITIO XXII.

De Granatis tormentô bellicô eiiciendis.

Finis granatarum quæ tormento bellico maiori, in hoſtile vallum exploduntur, is eſt, vt vbi viam & aditum in vallo, aut muro ſibi fecerint, accendantur, & diſſiliant, eóque impetu partem eius aliquam, ad modum cuniculorum ſubterraneorum proſternant. id ergo habent peculiare, quod orificium, quó accenduntur non impingere debeat in vallum, ne obruretur; & ſuffocetur ignis. Secondò quod vnicô tantùm igne ſaltem vt plurimum explodantur, cum difficile ſit, in tormento bellico longiori ignem granatæ admovere: ex his duabus circumſtantiis ortum ducunt peculiares ſpecies granatarum.

Prima igitur ſpecies granatarum tormentô bellicô eiici ſolitarum, tubum ligneum AB. Alis ex lamina ferrea compactis inſtructum adiunctum habet. is tubus inſeritur cocleæ ferreæ in ſpiras conformatæ, & artificio inſertæ, plurima item foramina habet reſpicientia granatam, quæ foramina farinâ pulueris pyrij repleantur. totus tubus materia lenta oneratur, cuius compoſitionem ſupra dedimus. volunt item nonnulli vt tubus AB, ita ſit longus, vt toti granatæ æquiponderet, eo modo quó diximus de virgis, quæ pyrobolicis ſcandentibus dirigendis adduntur.

Secunda ſpecies continet granatam, minorem orificio

orificio tormenti, è quo eiici debet, hæc inferitur in ligneum cylindrum, modus autem quô inferitur facilis est, nam excavatur hæmisphærium, in superiori parte cylindri, in operculo excavatur aliud hæmisphærium. operculum autem iungitur cylindro, eò modò quò in pixidibus, & glutine calido firmatur foramen, materiâ lentâ oneratur, puluere pyrio pars, imponitur homediate pulueri, vt ignem eon clpiat.

Tertia species facilior est. exhibétque cylindrum æqualem diametro tormenti, cuius altitudo etiam eidem sit æqualis. in hoc tormento excavatur hæmisphærium capax dimidiæ granatæ; additur & filum ferreum, quô coniungatur, & adhæreat hæmisphærio.orificium granatæ spectat cylindrum,in quo plurima sunt foramina,ad illud pertinentia, & farinâ pulueris pyrij plena.

Poterit item tota granata, cum cylindro, immò, & puluere necessariò ad eam eiiciendam contineri in pixide chartaceâ, vt faciliùs, & aptius omnia in tormentum bellicum iniiciantur. tum per foramen tormenti bellici perforatur chartacea pixis, vt puluis accendi possit.

Quarta species ostendit granatam, quæ fine vllis involucris, & additamentis eiici potest, sed debet eius fundum maiorem habere crassitiem, nam in proiectis ea pars prima incedit, quæ gravior est, eò quòd reliquæ partes nonnihil ab aere detineantur.

Quamvis nonnulli asserant, quod ob gyros quos granata huiusmodi peragit, in ipso tormento bellico, priusquam egressa sit, impossibile sit, vt non accendatur farina pulueris, aut stupa Pyrotechnica in eius orificio collocata,tutiùs tamen erit,si ad puluerem pyrium obvertatur.

Potest item eiici granata tormento bellico, ad id de industria præparatô, quod nempe duo habeat lumina, ad idem foramen pertinentia vnum quo ad granatam defertur ignis,aliud verò ad puluerem granulatum in camera contentum.

Quinta species exhibebit plures simul granatas in eadem pixide contentas, quæ simul ex vno mortario, aut tormento bellico eiiciantur.

Possunt granatæ variè bellicis vsibus accommodari,vt si inseratur in duo parallelepipeda,& ita in medios hostes demittatur,maximam suis,& parallelepipedi partibus dissilientibus stragem edet.

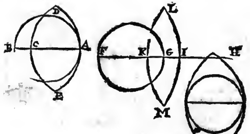
PROPOSITIO XXIII.

De Globis incendiariis.

Quamvis globorum ignitorum vsus, non sit ita vniversalis,ac granatarum in multis tamen casibus, non inutilem rebus bellicis navabunt operam.

Horùm globorum munus, est incendere materiam aptam, vt in iis regionibus in quibus domus sunt tectæ stramine, & scandulis, huiusmodi globi vim suam omnem exerere, totámque vrbem incendiis vastare possunt.

Componuntur facci, aút omnino Sphærici,aut Sphæroeides, quæ materiâ conuenienti onerantur. vt autem Sphæricam habeant formam, certô modô tela, aut panous ex quibus constant scindenda est;neque enim ex alia materia componuntur. modus quô illis figura Sphærica tribuitur talis est, sit AB diameter tormenti, aut mortarij, quô eiici debet globus igneus; linea AC, habeat tres quadrantes eiusdem diametri. ex punctô A intervallo AC, describatur arcus DCE, pariter ex



punctô C, vt centrô intervallô C A, describatur arcus D A E, quatuor portiones ex tela æquales figuræ ADCE,sphæram satis perfectam absoluent; vel divisâ diameter FG, in partes æquales, producatur in H, ita vt G H, sit diametro æqualis, & pariter in 4 partes divisa, tum ex F, intervallô F I, quinque scilicèt partium arcus describatur LIM, & ex H, eôdem intervallô arcus L K M; segmentum illud erit sexta pars circumferentiæ Sphæræ, non quidem exactè, sed sufficienter ad institutum.

Si fiant arcus intervallô totius diametri, tres portiones huiusmodi globum absolvent.

Si quis voluerit globum perfectè rotundum, sumat eius diametrum, & in 7 partes dividat, tum ducat lineam 22. septimis constanti æqualem, hæc erit circumferentiæ circuli maximi æqualis, si eam dividat in duodecim partes, excitétque in medio singularum partium perpendiculares æquales, hinc inde quadranti circumferentiæ, tum ducat arcus, per extremitates illarum perpendicularium, & singularum partium formabitur globus satis perfectus, & duodecim portiones ex tela globum quantum poterit ex hac materia perficient.

Multis aliis modis confici possunt huiusmodi globi; possunt enim fieri cylindricæ figuræ simplicis,cuius diameter æqualis sit diametro mortarij.

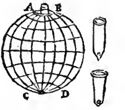
Paulo vehementior requiritur materia, quam quæ aquaticis globis imponitur,vt flammas vehementiores vibret. quare istæ compositiones videntur satis aptæ.

Pulueris

Pulueris triti io. Salis nitri 1. Sulphuris 1. Colophoniæ 1. vel pulueris triti 6. Salis nitri 4 Sulphoris 2. vitri puluerisari 1. Antimonij erudi $1\frac{1}{2}$ salis Ammonici 1, salis communis vnc. iiit. vel pulueris triti 48 salis nitri 32, sulphuris 16, colophoniæ 4. tamenti ferri 2. serraginis abietinæ, aut pinneæ in aqua salnitrosâ excoctæ & siccatæ 2. carbonum betullæ 1.

Puluis quidem subtiliter teritur, & eribratur, reliquæ verò materiæ non terantur subtiliter, vt scintillæ sint maiores.

Hoc experimentom bonitatis materiæ sumi potest, si nempe materiâ sic præparatâ oneraveris tubum, cuius diamerer vnius digiti, & flamma alta sit vnô palmô, crepitantésque sparserit flammas, quæ in tympani eorinm decidentes illud pervadant, & tubus semipalmatis arserit, per tempus illod quô recitaretur semel non festinando symbolum apostolorum, signum est benè temperatam esse materiam. poterit item hæc materia oleis aliquibus inspergi, vt meliùs comprimatur.



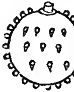
Prima species erit globi compositi ex saccô lineô oneratô materiis supra recensitis, comprimendo materiam variis ictibos, vt duritiem quam maximam habeat. addendum est orificium ligneum, doo item annuli ferrei AB, CD, quorum diameter contineat sextam partem diametri, ita disponantor vt figura satis Indicat, sumatur funiculus bene tortos, qui ad annulos religetur, eô fere modô qoô in globo Geographico meridiani, & paralleli disponuntor, factis in concursu nodis, vt meliùs omoia cohæreaot.

Si qois globum desiderat ignitum, vt nempe ædes aliquas scandulis tectas incendat, paratus erit globns. Si vero prœterea vult etiam hominibus nocivom, vndique variis ictibns onerandua est globus, ictus autem fiunt, ex laminis cupreis, benè ferruminatis, alij sunt maiores, alij minores, glandem autem maiores capere possunt vnios vnciæ. habéntque in longitudinem 6 diametros suorum orificiorom, dantor & minores quotum glandes erunt semioneiæ, & etiam duarnm drachmarum, debent igitur ictus esse proportionati globis quibus inseruntur, possuot in longitudinem habere quartam parteio diametri glubi, cui aptantur.

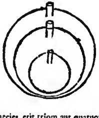
Modus quô inseruntor ictus facilis est, perforaotur enim terebrâ globi inter funiculos, validéque adiguntur ictus, variéqoe disponuotur, vt alternis vicibus foramina accensoria, modò sursum, modò deorsum vergant. onerantur ictos modo ordinario, illisque imponitur glans plombea.

Globus ita præparatus pice operiri debet, sume igitur picis nigræ partes 4, colophoniæ duas, olei lini, vel Terebintioæ partem i. & in olla fictili vitreata liquefacito. tum remove materiam ab igne, & in eam materiam sic liqnefactam injice puluerem tritum, donee materia aliqnam densitatem acquirat, tum immergito globum in hanc materiam, additis etiam stupis, si opns sit, habeas, item annulum æqualem mortario, quo ejiciendus est globus vt experiaris, an convenientem habeat crassitiem, immergendus enim est donec requisitam crassitiem acquirat.

Secunda species globi potest in fundo habere 3 aut 4 granatas manuales, ita vt earum officium inferiorem locum respiciat, oneratur deinde globus materia convenienti, pro duobos annulis, possunt poni duæ lanees in limbo creberrimis foraminibus perforatæ, vt funiculi melius inserantur possunt item inseri ictus, vt in prima specie, cætera fiant more consueto.



In tertia specie oneratot fere totos globus, puluere pyrió granolatô. nempe tres qoadrantes. quadrans autem superior oneratur materia supra descripta; pulueri inserantur fragmenta ferrea, silices, glandes plombeæ. addantur & duæ lances, vt in superiori specie. pro ictibos infiges vndique glandes plombeas, qnibus singulis priusquam educantur ex matriculis, immò priusqnam frigescant inferes stylos ferreos, aut cupreos, vt deinde infigi facilius possint. vbi totam globi superficiem his glandibus contexatis, ita in picem eum immerges, vt globi non amplius appareant, & convenientem mortario crassitiem nanciscatur.



Quarta species erit triom aut quatuor globorum, intra maioram inclusorum, ita vt successive vnus post altum suas vires exerat. parum autem interest quam proportionem habeant isti globi; quamvis optimum sit vt se æquali intervallô superent. possunt oon tantùm fieri ex tela, sed etiam ex ligno. vt sint solidiores, ita coagmentandi sunt globi minores, vt noo vacillent.

Nihil notato dignum in compositione istius globi, nisi quod eum primus debeat è mortario ejici; & magnum iter emetiri, priosquam in hostes perveniat, materiam lentam copiosiorem in

orificio

artificio habere debet, quàm cæteri, qui statim disrumpi debent.

Quinta species globi ad incendendas ædes aptissima est solâ constat materiâ lentâ priùs descriptâ, additur tamen spiculum, vt melius adhæreat, aliqui hac specie vti volunt ad incendenda



nauium carbasa, sed satis inepte, qoia emissi ex mortariis aut tormentis globi, facile carbasa peruaderent, nec iis adhærerent; aptiores essent ad hoc, vt in tabulas nauium proiicerentur, sed periculum est, ne frangantur, & dissiliant globi, si tanto impetu in tabulas impingant.

Notandum autem ex eadem materia, eôdemq; modô componi posse ligneos globos, immo posse & granatis manualibus pluribus instrui, melius erit si orificium obuertatur ad inferiores partes, vt melius flammam concipiant.

PROPOSITIO XXIV.

Ignea pluuia.

Vt incendantur obsessarum ciuitatum ædificia si fuerint tecta scandulis aut tabulis ligneis. pluuia ignea aptissima videtur.

Liquefacito in vas fictile vitreatum super carbonibus, absque flamma; sulphuris libras 24, & iniicito salis nitri libras 16, & dum soluitur, misce benè, & incorpora, remotòque vasculò ab igne, infundito pulueris granulati 8 libras. deinde materiam frigefactam, frangito in fragmenta nuci æqualia, & stupâ pytotechnica solutâ circumda, & farinâ pulueris pyrij insperge. Hæc fragmenta pones intra globum ligneum simul permixta cum puluere granulato, ita autem camera accensoria aptanda est, vt priùs puluis accendatur, quam globus solum tangat, vt melius pluuiam imitetur; possunt & aliæ compositiones assignari

Vt sulphuris libræ 3, salis nitri 1, pulueris granulati 1. ramenti ferri dimidiam, vitri puluerizati 1 $\frac{1}{2}$.

Vel sulphuris 1, salis nitri 1, pulueris granulati 1.

Sequentes peruadunt etiam ferrum.

Sulphuris vnc. 1, Galbina vnc. 1111 salis nitri vnc. 1111 pulueris granulati vnc. 1111 vel sulphuris vnc. 11111, salia nitri vnc. 11, colophoniæ vnc. 1 pulueris granulati vnc. 1, maximum periculum est in liquandis superioribus compositionibus. debent enim liquari vt misceantur.

Sequens liquari non debet. sulphuris libræ 6, salis nitri 8, Antimonij crudi 2; pulueris 4 tere, misce, & incorpora, tum solue gloten commune in aqua igni decocta, aut gummi Arabicum, aut prunorum, cerasorumue, & illi materiæ in vase vitreato, aut cupreo positæ, superinfunde; miscetoque bene, fac postea globulos vt libuerit.

Sequentes compositiones aquâ accenduntur, & flammas eructant salis nitri 10. sulphuris viui 6; calcis viuæ 10.

Vel salis nitri 6, sulphuris 4, thuris $\frac{1}{2}$, olei lini 1 $\frac{1}{2}$, olei petrolei vnc. 111 pulueris pyrij 8; calcis viuæ 12, succi separum 1.

Tertia sume æquas portiones atramenti, sulphuris, & olei de vitellis ouorum, omnes hæ materiæ torreantur in frixorio fictili vitreato, vt materia spissa confectiunis instar euadat. Adde quartam partem ceræ, & incorpora, denique serua in vesica oleo hoc imbuta, & orificium cerâ probe obtura ne eo externus aër ingredi valeat. Hæc materia in aperto posita, afflatu venti accendi potest, & respersa aqua pluuia, flammas eructabit.

Quarta. calcis venetæ, Gummi Arabici, sulphuris. olei lini æquas portiones in vnam addito massam, hanc si aqua asperseris flammam concipiet.

Hieronimus Ruscellus Italus dat compositionem lapidis, qui sputo, vel aquâ respersus accenditur. sume calcis viuæ, Tuthiæ non præparatæ, salis nitri moltoties clarificati, lapidis magnetis ana partem 1, sulphuris viui, camphoræ ana partes 2. terantur subtilissime cribrenturque omnia, & reponantur in olla noua fictili Augusta, & hæc mittatur in crucibulum satis amplum, quod altero simili contegatur, & filis ferreis vinciantur, atque commissuræ luto sapientiæ stipentur, vt nulla relinquatur respiratio, tandem vbi lutum exsiccatum fuerit, reponantur, hæc crucibula in calcaria, aut lateritia fornace, & igne vehementi exurantur, tum extrahantur vna cum calce sufficienter cocta, aut lateribus, & eximatur lapis.

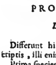
Altera hæc erit sume balsami seu olei benedicti libram vnam, olei lini libras tres; olei de vitellis ouorum libram vnam, calcis viuæ libras 8. misce omnia & incorpora, quidquid hac materia illitum fuerit, conflagrabit si minimum hæc materia imbre respersa fuerit.

PROPOSITIO XXV.

De globis lucentibus.

Differunt hi globi lucentes, à superius descriptis, illi enim ludicri erant hi serij.

Prima species habebit hanc compositionem. solue in vase testaceo vitreatô, vel æneo, æquas portiones, sulphuris, picis nigræ, picis resinæ, & Terebyntinæ. globum lapideum multo minorem quam sit cauitas mortarij quo eiici debet, immerge in hanc materiam & volutam in puluere pyrio granulatô contegito totum tela gossypina, & mitte rursus in eandem materiam, & pariter in puluere pyriô voluta, & sic deinceps addes telam gossypinam, toties iterando, donec magnitudinem habeat conuenientem, & vltima crusta sit ex puluere pyrio granulato, hic globus sine vllis inuolucris supra puluerem pyrium in mortario ponitur & eiicitur.



Secunda species ita fiet. sume salis nitris clarificati

clarificati partem 1, ſulphuris partem 1, auripigmenti partem 1, picis dutæ naualis partem 1. Thuris partem 1, tunde & tere ſubtiliter omnia, & miſce. ſume terebintinæ partem 1, pinguedinis vernecinæ partem 1, olei Petrolei partem ſemis, mitte omnia in vas aliquod fictile, vt liqueſcant lentò igne, & vbi liquefacta fuerint, affunde ſuperiores compoſitiones, iniice tandem magnam copiam ſtupæ, aut goſſypij, & globos ex ea magnitudinis lubitæ compone, hos accenſos manu proiicere poteris, ſi fiant maiores globi qui mortariis eiiciantur, filis ferreis conſtringi debent, ne diffluant, aut vi pulueris impellentis diſſiliant.

Poteris item aliam compoſitionem minùs ſumptuoſam facere.

Sume ſulphuris libras 10. picis nigræ 4. colophoniæ 1. ſalis nitri 3, ſebi 3, liqueſcant in vaſe, iis addes carbonum libram vnam, remoue ab igne vas, & infunde pulueris triti libras 3. hâc materiâ vt priùs ſtupam imbues.

Poſſunt hi lucentes globi ita componi, vt non tantum luceant: ſed etiam noceant, vt ſi granatæ hac materia circumdentur, & proiiciantur. debent tamen ita aptari vt materia, granatæ vacuum ſubintret. poſſunt item addi ictus ferrei, vel cuprei.

PROPOSITIO XXVI.

De famulo pyrotechnico.

Hoc inſtrumentum dicitur famulus, quod ſtando operetur, conſtat autem cylindro intus cauo innumeris foraminibus laceſſito, cauitas materiâ



lentâ impletur vt puluere trito, cui admiſcetur pars quarta carbonum, vel compoſitione granatarum. in foraminibus autem collocantur ictus communes, glandibus plombeis onerari.

PROPOSITIO XXVII.

De manipulo pyrotechnico.

Manipulus pyrotechnicus conſtat pluribus ictibus ferreis aut cupreis ſimul in vnum faſſiculum colligatis, accenſoris foramina materia lenta onerantur, poſſent illis addi accenſoriæ cameræ, hi manipuli nonnunquam mortariis eiiciuntur, quia tamen ictus iſti omnes in eamdem partem diriguntur, non exiſtimarim manipulos ſic eiectos magnam vim obtinere.

PROPOSITIO XXVIII.

De globis ferreis candentibus.

Accidit nonnunquam vt globus è tormentô bellicô emiſſus, in turrim in qua puluis pyrius aſſeruabatur, eum incenderit, quod multi crediderunt factum ope globi ferrei priùs in ignem candefacti. alij vero id caſu accidiſſe quod globus ferreus in lapides ignitos impingens ſcintillas excuſſerit. quærimus ergo an fieri poſſit, vt globus ferreus candefactus ita iniiciatur in tormentum bellicum vt dirigi poſſit in hoſtem, priùs quam accendatur puluis. debet igitur ſupra puluerem imponi cylindrus ligneus, qui exacte concauitati tormenti reſpondeat, habeatque altitudinem, ſaltem diametro tormenti æqualem, poſſet item eidem imponi manipulus ſtraminis aut ſtupæ madefactæ, tum tota vacuitas diligenter verrenda ne quid pulueris reſtet, quod accendi poſſit, tum tormentum ad ſcopum dirigitur immotumque detinetur donec forcipibus ferreis, ex igne non procul à tormento poſito inducatur globus candens. nonnulli imponunt pixides cupreas. de hoc iudicium ferant alij.

PROPOSITIO XXIX.

De grandine pyrotechnicâ.

Grando hæc pyrotechnica paratur ex ſilicibus, & lapillis rotundis, quôrum magnitudo ouum columbaceum adæquet. vel ex glandibus plombeis, aut etiam cubis ferreis.





Hæc grando in hoſtes immittitur, tormentis breuioribus, quorum diameter ampla, in huiuſmodi tormentis, variè poteſt collocari, nempe in pixidibus ligneis, ferreis, vel etiam formantur globi ex tela, cui quantùm fieri poteſt inducitur rotonditas.

Poſſunt item conſtringi filis ferreis ad modum retis complicatis, vt vides in figura.

Poſſunt huius grandinis partes variè coagmentari in globos, vt concauitati tormenti congruant. ſume picis nigræ partes 4, colophoniæ 1, ceræ 1, ſulphuris 3, terebynthinæ puſillum, liqueſcant lento igne, iniice calcis partes 8, pulueris laterum partes 4, ſcobis ferreæ partem 1, miſce omnia, & in corpora affunde lapillos quot volueris, vel glandes plombeas, & compone globos rotundos qui mortariis congruant.

Alij eam grandinem coniungunt gypſô, vel alabaſtrite in pollinem redacto. vſus iſtius grandinis præcipuus eſt in præliis, vel dum obſeſſores conferti oppugnant, in naualibus item præliis.

Copia

Copia pulueris ad explodendam glandem desumitur ex pondere, iuxta regulas supra traditas.

PROPOSITIO XXX.

De Lagenis seu vrnis pyrotechnicis.

Infunditur in vas testaceum calcis viuæ subtilissime puluerisatæ tanta copia, quæ illius tertiam partem occupet, reliquum vasis impletur puluere granulato, & desuper operitur chartaceô, aut ligneô orbiculô, qui impicato, aut incerato linteo occluditur. ad collum aut anriculas annectuntur funes incendiarij, vtrâque parte accensi. tum in medios hostes proiicitur vas testaceum, quod vbi in terram illidirur, frangitur, effunditurque tota materia, tum funes incendiarij puluerem accendunt, oriturque flamma ingens,& ob calcem immixtam fœtor, & nebula.

Secunda species erit minor; & tantum capax aliquarum vnciarum. illorum sinus repletur puluere granulatô, cum aliquibus portionibus mercurij sublimati, aut boli Armeni. collum verò materiâ lentâ oneratur; possunt & puluei immisceri glandes plombeæ. hæc in hostes pariter proiiciuntur si maiora essent vasa; possent & granatæ manuales & ictus adhiberi.

Tertia species erit vasorum materia violentâ, plenorum. quæ vix extingui possit & præter superius traditas, has duas addam.

Vernicis quâ coria inaurantur libras 10, sulphuris viui libras 6; olei resinæ libras 2. salis nitri $\frac{1}{2}$. olibani vnam, camphuræ vnc. 6. aquæ vitæ optimæ vnc. 14. misceantur optime omnia ad lentum ignem, fierque mixtura quâ imbuentur stuppæ, quæ in ollas ponentur.

Alia erit talis. sume pulueris pyrij, sulphuris, salis nitri, salis Ammoniaci singul. ana dimidiam libram, camphoræ vnc. 2. terantur, & cribrentur, adiiciatur pusillus salis communis, adde oleum oliuæ aut petrolei, vt tota materia pulmenti temperamentum habeat; si materia debilis fuerit adiice puluerem pyrium.

PROPOSITIO XXXI.

De coronis, & sertis pyrotechnicis.

Consue telam vel cannabinam, vel lineam densam, in saccum oblongum cuius latitudo sie 4 aut sex digitorum, longitudo 4 aut 5 pedum hunc reple aliquâ ex supra traditis compositionibus, ad globos incendiarios vel sequentibus.

Sume salis nitri libras 3., sulphuris 1 pulueris 2, vitri puluerisati $\frac{1}{2}$. vel pulueris 2, salis nitri 3., sulphuris 1 carbonum $\frac{1}{2}$. vitri puluerisati vnc. 4 vel pulueris 2 salis nitri 3 colophoniæ $\frac{1}{2}$. terantur & misceantur, saccum tali materiâ plenum; efforma in circulum, potest & inseri circulus ferreus ne inter comburendum ad suam rectitudinem redeat, possunt inseri ictus ferrei, modò vinciatur materiâ funiculis.

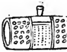
Eôdem modô fiunt serta, habeant autem, tam serta quam coronæ duo aut tria fotamina accensoria. cum materia accensa fuerit in medios hostes proiiciuntur.

Fiunt similiter sphæræ constantes circulis ligneis, aut ferreis, quibus nempe dolia instruuntur, tales circuli circumliniuntur pice liquefactâ, cum puluete pyrio mixtâ, sumatur & tela longitudinem æqualem habens circumferentiæ circuli, latitudinem trium digitorum, repleatur compositione constante ex pulueris pyrij librâ vna, sulphuris vnc. 1. salis nitri libris tribus, & parum olei lini, aut Petrolei, habeat item frustula sulphuris admixta; immò tota superficies circuli sulphure imbuenda est, potest & alius circulus huic primo adiungi, immo & tertius vt fiat sphæra. hæc sphæra probe accensa, vbi conceperit ignem è loco superiori, & decliui in hostes immitti potest.

PROPOSITIO XXXII.

De cylindris Pyrotechnicis.

Ante vsum pulueris pyrij, inuenimus antiquos vsos fuisse cylindris ingentibus, quos ex alto in hostes immittebant, præcipue si in supercilio aut tumulo ædificata erat ciuitas. huiusmodi autem cylindri solô pondere hostibus damnum inferebant, modò verò cylindris vtimur, sed aliô modô præparatis.





Prima species erit cylindrus intus cauus, in cuius mediô pulnis pyrius; ideoque quatuor,aut quinque circulis ferreis vincitur; ad maiorem firmitatem. hinc inde additur magna copia lapillorum, aut glandium plombearum. vt figura satis exhibet.

Secunda species vndique tegitur hamatis cuspidibus, quibus non tantum dum cadit cylindrus hostes confodiat,sed etiam dum puluis pyrius accenditur iisdem cuspidibus eos transfoderet.

Tertia species intus inclusas habet,quàm plurimas granatas manuales,plurimas glandes plombeas, puluei pyrio permixtas.

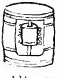
Quarta species cylindrum duobus rotis innixum,intus tamen vacuum & plenum materiâ lentâ, in conuexitate vndique dispositæ granatæ aut manuales, aut etiam paulò maiores, poterunt & ictus disponi & cætera huiusmodi.

PROPOSITIO XXXIII.

De saccis Pyrotechnicis.

Sacci Pyrotechnici non multum differunt à cylindris, nisi penes figuram, alicui tigno satis longo, inserantur 4 transuersalia, quibus in niti possit in omnem partem. hoc tignum inseritur sacco, ex tela confecto, qui vbi materia lenta benè fartus fuerit; funiculis constringitur, vt aliquam duritiem nanciscatur, ictus ex inde inseruntur vndequaque vt





vt diximus cum de globis. cætera ex figura satis intelliguntur.

PROPOSITIO XXXIV.

De Doliis Pyrotechnicis.

Dolia Pyrotechnica variis modis construi possunt. primò potest in medio dolij maioris, includi doliolum plenum puluere pyrio, & tota reliqua vacuitas, lapillis, aut glandibus plombeis repleri; referunt in obsidione S. Andreæ in Scotia dolio vno sexcentos milites vulneratos.

Possunt dolia in axem rotis aptatom, inseri, & onerari materiâ lentâ. & vndique ictibus ferreis instrui. vt diximus de cylindris, & ita in hostes immitti.

PROPOSITIO XXXV.

De Facibus, & sagittis Pyrotechnicis.

Sume partes 8 sulphuris, colophoniæ duas, salis nitri 4, picis nigræ 1. ceræ $\frac{1}{2}$. Terebintinæ 1. liquescant omnia in vase, vbi liquefacta fuerint, stuppam injice, aut lintea detrita, benè lota, & sicca, & eâ convoluito hastile in quo sint aliqui clavi extantes, vt meliùs materia adhæreat, vinciatur item filis ferreis, hæc vbi ignem conceperint nullâ ventorum vi extingui poterunt.

Sagittæ ita fiunt fac saccum magnitudine ovi anserini, hunc reple compositione constante ex 4. libris salis nitri clarificati, sulphuris vnâ, pulueris triti 1, camphoræ $\frac{1}{2}$ colophoniæ $\frac{1}{2}$.

Vel adhibe sequentem. pulueris libr. 2. salis nitri 2. sulphuris 1. coloph. $\frac{1}{2}$. vel 8. libras salis nitri; pulueris 6, sulphuris 4, immitte sagittam, tum clavis omnia firma, circumdetur item tota materia filis intextis, & implexis. vbi accensa fuerit in hostem arcu projici poterit.

Possunt esse aptissimæ tales sagittæ ad incendendas ædes stramine tectas, vel navium carbasa, præcipue si balista emittantur.

Sed hæc sufficiant quæ saltem delibare ne imperitus omnino, & rudis in hac materia esset mathematicus quem informo. quamvis vt verum fatear non lubenter ista scripserim; vt pote à professione mea multum aliena. qui plura volet legat præcipue Casimirum.

PYROTECHNIÆ
LIBER SECVNDVS.
De Tormentis bellicis eorúmque vsu.

TORMENTI bellici nomen longe aliis machinis hodie tribuitur, ac olim; cùm in solo fine, nostræ bombardæ cum antiquis conueniant; istæ verò ab Empyricorum officina, aut ex tartareis specubus emanarunt. illæ multâ vi, & arte exquisitâ, adductis arcubus, aut libratis arietibus constabant, istæ verò cylindrô concauô æreô, aut ferreô, vnâ parte clausô continentur. vlteriorem eius descriptionem non appono, cum res sit vulgaris, & cuilibet obuia. Illius primus vsus ponitur circa annum 1380. *vel* 1420. *quidquid dicant nonnulli, qui ad tempora Alexandri magni eum referunt, eò quòd dicatur fuisse vrbs, è qua ciues fulgura, & flumina mitterent. quare eidem tribuitur hæc machina, cui puluis pyrius, nempe Bertholdo Schuuarts natione Germano, professione monacho, aut certe Empyrico.*

DEFINITIONES.

1. BOmbardarum multæ sunt species 6. communiter in Gallia recensentur, nempe Tormentum maius, colobrina, bastarda, media, falco falconculus.

2. Tormenti bellici diameter est digitorum 6. & linearum 4. longitudo decem pedum cum dimidio.

3. Colobrinæ diameter 4 digitorum, & vndecim linearum, longitudo pedum 11.

4. Bastardæ diameter trium digitorum, & decem

cem linearum, longitudo pedum 9 cum dimidio.

5. Mediæ diameter duorum digitorum & 9 linearum, longitudo octo pedum cum dimidio.

Falconis diameter duorum digitorum, & 4 linearum, longitudo 7 pedum cum dimidio. falcunculi diameter vnius digiti, & vndecim linearum longit. 7 pedum cum dimidio.

His adde tormentum cuius diametes quinque digitorum, & 7 linearum, longitudo decem pedum cum dimidio, & globus 14 librarum.

Aliud item adde cuius diameter quatuor digitorum cum dimidio longitudo 9 pedum cum dimidio, globus librarum 12.antequam veram proportionem tormentorum assignare possim, aliqua quæsita soluenda sunt.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Cur tormenta longiora, cæteris paribus longiùs globum emittant.

Multis modis institui potest comparatio, vel enim comparamus tormenta inæqualium diametrorum, vel eiusdem diametri. vt falconem cum tormento. certum est quantumvis falco proportionaliter sit longior tormentô; tormentum tamen absolutè longius erit, & quantumvis brevius sit respectivè, & proportionaliter, certum est quod ad maiorem distantiam emitter globum. quare vt clarior fiat ratio, tormenta eiusdem diametri assumamus, constat experientia longiora validiora esse, & longius globum explodere.

Ratio est quia puluis qui accenditur, in longiori tubo, diutiùs globum impellit, nec ita citò per latera dilabitur, in breviori verò citiùs eum deserit, atque adeò tàm validum impetum non imprimit. nam si fieret cumulus pulueris,cui globus imponeretur, vix expelleretur globus, quia potest facile dilatari exhalatio illa, etiamsi globum non moveat; eò quòd liberum habeat spatium; sed quò longior canna fuerit, eò magis coarctatur, totúmque suum impetum contra globum imprimit, aliis partibus vndique valide resistentibus.

Addo secundò, cum aër inclusus in longiori canna, magis initiò resistat; quam qui in breviori, debet enim vtérque ejici,& loco moveri,plus pulueris accenditur, atque adeò cum maior fiat rarefractio, validior impetus imprimitur.

Additur & tertia ratio, cum longiora tormenta sint communiter ditiora, & graviora, firmiora etiam sunt, nec tam facile subsultant. quare totus impetus impenditur in globo deferendo, cuius aliqua pars deperiret,si levior & facile mobilia esset machina.

Addo tamen vlteriùs quod determinata debeat esse proportio; & longitudo, tormenti respectivè ad eius diametrum. primò quia in omni artefacto id recta ratio suadet. Secundò quia si accidat vt longissima sit canna, crescet resistentia aëris difiiciendi, quæ si fuerit maior, quàm requiritur vt totus puluis accendatur, retardabit impetum, & infirmabit.

Favet experientia, nam colobrina cuius globus 20 librarum, vt ad tantam distantiam explodat globum, ad quantam tormentum eiusdem diametri plus requirit pulueris pyrij, dantur enim illi communiter quatuor quintæ globi, & tormento duo trientes. vnde videtur illi nonnihil officere longitudo.

Aliam item referunt experientiam, aliquorum tormentorum longiorum, quæ ob contractum vitium decurtata fuerunt, & meliora evaserunt. Ex quo vlteriùs sequitur inquirendum, quænam sit optima ratio longitudinis, ad diametrum.

Possumus quidem in genere asserere,ita disponenda esse omnia, vt dum totus puluis accensus est, globus è canna egrediatur; sic enim tanta erit aëris resistentia, quæ sufficiat, maior autem non tantum inutilis foret;sed etiam nociva.quanta verò debeat esse, est valde difficile determinare, & ex sola pendet experientiâ, & nonnullis circumstantiis, & bonitate pulueris.

Falcunculus cuius globus plombeus trium librarum, longus est 5 pedes, pondus habet 400 exigitque duos equos vt agatur.

Falco cuius globus 6 librarum long. 7. pondus 890. 4. Equos

Aspis cuius globus l. 12. long. 5. pondus 1300. 6. Equos

Sacer cuius globus l. 12. long. 8. pondus 1400. 8. Equos

Sacer cuius globus l. 12. long. 9. pondus 2150. 10. Equos

Sacer cuius globus l. 10. long. 8. pondus 5300. 6. Equos

Colobrina cuius globus ferreus. l. 16. long. $7\frac{1}{2}$. pondus 1750. 8. Equos

Alia colob. cuius globus l. 16. long. 12. pondus 2740. 10. Boves

Colobr. cuius globus. l. 14. long. 8. pondus 2233. 10. Boves

Colobr. libr. 20. longit. ped. 10. pondus 4300. Boves 14.

Tormentum l. 20. longitud. p. 7. pondus 2200. Boves 10.

Tormentum l. 20. long. p. 8. pondus 2500. Boves 10 vel 12.

Colobrina l. 50. long. pedum $10\frac{1}{2}$. pondus 5387. Boves 24.

Colobrina l. 50. long. pedum 12. pondus 6600. Boves 28.

Sunt multæ aliæ huiusmodi species, quas omnes recensere longum esset.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Cur maiora tormenta longius suos globos eiaculentur, quàm minora.

Hic non considero tantum,tormentorum longitudinem, sed potiùs diametrum. certum autem est, & experientiâ comprobatum, quò globus tormenti bellici maius fuerit, eò etiam ad maius spatium explodi. neque enim catapulta decem pedum ad quattam partem spatij, suum globum eiaculabitur, ad quam tormentum bellicum, eiusdem longitudinis.

Certum est item, quòd si plures globi minores ab eodem tormento explodantur; non ferentur, ad tantum spatium, ad quantum vnicus globus: ita dum minutissimis glandibus catapultam

instruimus; minuitur iactus, multò magis mouetur, si sub eâdem diametrô minuatur pondus, ita si pro globo ferreo, imponatur tormento globus ligneus, tantum spatium non percurretur, nec tantum impetum concipiet.

Vnde clarissimum est quod globus plombeus, videatur aptior, quam ferreus. nempe in ordine ad spatium percurrendum, non tamen in ordine ad infringendum corpus oppositum. nam glans ferrea, aut etiam stannea, cui inferetur cubus ferreus, thoracem ferreum perstringet, cui glans plombea non nocuisset. non quod impetum maiorem non conciplat; sed quod materia molliori constet. habet item hoc glans plombea, quod vi adigi potest in cannam, ita vt omnem exhalationi exitum deneget. quod non præstaret glans ferrea, sine periculo perfringendæ cannæ.

Dico ergo primò, globus gravior in specie, longiùs emittitur; quia cum gravitate suâ meliùs initiô resistat; impedit quominus inaccensus pulvis erumpat, quæ quidem ratio conformis est experientiæ; nam dum sine globo exploditur bombarda, non edit dimidium bombum, illius quem producit, dum globo instruitur.

Secundò dico dum plures globi minores, pro maiori emittuntur, illis magis resistit aër, eò quòd maiorem habeant superficiem, quàm si ex iis omnibus vnicus conflaretur globus. quod verò hæc aëris resistentia multum efficere possit, suadetur ex motu gravium deorsum. nam si duo globi inæquales eiusdem materiæ demittantur è sublimi, minor, tardiùs nonnihil feretur: quamvis hæc differentia non sit ita perceptibilis in casu gravium, ac in motu globi, ob celeritatem nimiam. ostendimus enim suô loeô aërem multò plus resistere maiori motui, quàm minori, etiam proportionaliter. quare non est dubium, quin minoribus globis plus resistat aër, quam maiori, quia proportionaliter maior est superficies in pluribus minoribus, quam in vno integro.

Sola igitur restat difficultas, an globus ligneus, ad tantum spatium mitti possit, ac ferreus eiusdem diametri, videtur non esse capax tanti impetûs, eò quòd si tantum conciperet, periculum esset, ne partes separarentur ab invicem, & globus dissiliret. addo quod globus ligneus sit porosus, atque adeo plus impediatur ab aëre, quàm globus ferreus, quare globus ligneus ad tantam non mittitur distantiam, tum quia priùs ejicitur, quam totus pulvis accendatur, tum quia eidem aër magis resistit.

PROPOSITIO III.

Theorema.

An ventus ictum bombardarum obliquum reddat.

Quæritur an dum ventus obliqué incutrit in globum emissum à bombarda, possit ei impetum aliquem imprimere, quò à recto tramite detorqueatur: fiatque aberratio aliqua à scopo. respondendum est id necessariò evenire, Si enim aër resistit globo, vt diximus, impetúmque eius retundit, motus in vnam partem idem aër, aliquem etiam in eam partem motum imprimet, præcipuè si ad angulum graduum 45. elevatum fuerit tormentum, ita vt globus in aëre arcum, aut parabolam describat, magnúmque spatium emetiatur; quia cum in fine lentiùs feratur faciliùs avertitur à suo tramite. quamvis autem globum quietum & solo insistentem nullò modò moveret, motum tamen eius in vnam partem determinate potest. existimo igitur dum horizontaliter movetur globus, hoc esse ita insensibile, vt dubitari possit an vento tribui debeat error; an vero libratori qui machinam ad scopum præcisè non direxit, vnde ad praxin vix ex eo quidquam concludere possimus: nisi quòd in situ elevato si ventus vehementior obliquè spiret; vt nonnihil obliquè collineemus. nam stridor globi, qui vento spirante auditur, & aëre quietô non percipitur, signum est maioris resistentiæ.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

An imbecillior sit ictus, dum globus fluuium, lacum aut paludem transmittit.

Dico ergo ab aëre crassiore retundi impetum globi, & volunt nonnulli multò brevius esse spatium, quod globus emetietur, præcipuè si de iactu elevato sit sermo. Ratio videtur esse, quòd eò debilior evadat ictus, quò maior est resistentia medij dividendi; sed crassior aër difficiliùs dividitur, quàm rarior; ergo tunc debilior evadit, & brevior ictus.

Quantùm autem debilitetur, facile constitui non potest. volunt nonnulli si transmittatur fluvius satis notabilis, ad quartam partem imminui.

Vt confirmetur hæc ratiocinatio referam experientiam satis facilem. dirigatur sclopetum ad scopum aliquem, in ea distantia, ad quam eum potest rectâ lineâ attingere, & non vlteriùs. Iam in eo situ firmetur, ita vt non possit dubitari quod rectâ ad scopum directum sit, supponantur plurimæ situlæ aquâ plenæ, secundum lineam, quam percurrendam habet glans plombea, inclinabitur ictus ad aliquos digitos.

Addunt nonnulli si ex mari in terram explodatur tormentum, validiorem fore ictum, quam si ex terra in mare, cuius quæritur ratio. nam idem est spatium emetiendum, eadémquè aëria temperies, & consequenter eadem resistentia. Supponamus aërem maritimum crassiorem esse, terrestrem verò defœcatiorem. dum ex terra in mare exploditur tormentum, initiô hoc est circa tormentum non est tanta resistentia, atque adeò non accenditur totus pulvis, in fine verò, vbi iam languet impetus, illi resistitur, & consequenter debilitatur.

E contrà dum è mari exploditur: circa tormentum resistit aër vaporosus, vnde plus pulueris accenditur, fitque validior ictus, in fine item minuitur resistentia. referunt nonnulli notatam fuisse tantam differentiam, vt ferè quartam partem spatij metiendi adæquaret.

Quæritur item cur globus tormenti bellici, navim non penetret, tam facile ac murum, nam si attendamus ad eum effectum, quem exerit in murum, deberet idem globus tres, aut 4 naves penetrare, cum vix vnam integram transfodiat, plerúmque enim in ipsa navi remanet. si tamen naves in sicco consisterent, haud dubiè multò plures

plures eôdem globo transfoderentur. respondeo navim non resistere ictui, sed cedere, deflectit enim in eam partem, in quam impellitur, hæc autem cessio obrundit ictum, ita videmus in mollioribus corporibus, vt in lana, totum impetum retundi, siue quia comprimitur simul aër, qui recurrit in ipsum globum, siue ob alias rationes.

Addo vehementiùs verberari nauim ad nos venientem, quam fugientem.

PROPOSITIO V.

Theorema.

An in aliqua determinata distantia validior sit ictus, quàm in minori.

Nonnulli existimant in aliquâ determinatâ distantia, validiorem esse ictum, quàm si tormentum propiùs admoueretur scopo, alij volunt, quò viciniùs fuerit, eò etiam esse fortiorem, decrescente scilicet impetu. Hac de re in Collegio Lugdunensi in vtramque partem disputatum fuit, & ad experientiam prouocatum. assumptis scilicèt sclopetis, & balistis, quantùm autem ex iis conijcere licuit, in minori distantia validior fuit ictus, quam in maiori.

Crediderim tamen quod ex accidenti cum tormentum bellicum, multum aërem commoueat; posse fieri vt aër globo eiectus, & in partem anteriorem delatus, si statim in corpus durum impingat; recurrat in globum, eúmque nonnihil remoretur. quod vix ad aliquos passus locum habere existimarim; vnde in praxi vsurpandum est, vt suggesta bellica, quàm poterunt maximè muris diffiiciendis admoueantur.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

An tormenta crassiora cæteris paribus ictus validiores efficiant.

Quæritur an tormentum crassius, hoc est dictius vt vocant metallô, validiorem ictum efficiat, quàm minùs crassum. certum quidem est quod quò tormentum erit crassius, eò magis resistet, minúsque erit periculum ne diffringatur, atque adeò maior pulueris pyrij copia adhiberi poterit, ex qua sequetur validior ictus.

Secundò certum est, quod non tam mouebitur, aut retrocedet tormentum; quare certior erit ictus, minúsque à scopo aberrabit.

Tertiò eò quòd tormentum magis resistat, tota vis in globum impenderetur, ita vt si quæ in tormentum insumatur, hæc quasi reflexe in globum regrediatur: & idem proportione quâdam in hoc casu eueniat, quod animalibus ambulantibus, quibus si cedat solum, & lubricum sit, motus fiat difficilior, & tardior, si verò resistat facilior. idem tormentis accidit, quæ si benè compacta fuerint, materiâque sufficienter crassa constent; longiùs emittetur globus, ictúmque validiorem efficiet. debent tamen omnia esse moderata, nam grauitas bombardæ sua habet incommoda, maiorésque expensas requirit.

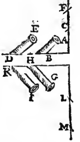
PROPOSITIO VII.

Theorema.

An tormentum retrocedat, priùs quàm globus egrediatur.

Certum est tormentum bellicum ad duos, aut tres passus retrocedere; quæritur autem an totus ille motus absoluatur, priusquam globus ex tormento egrediatur, an verò iam globus totam longitudinem tormenti sit emensus, priusquam moueatur tormentum. non conueniunt authores in hoc puncto, quamuis hæc quæstio ad praxin spectare possit.

Dico ergo non absolui totum hunc motum retrocessionis priusquam globus ex tormento exierit. nam volunt nonnulli, & inter alios Etardus, vt in suggestis inferioribus alarum, tormenta vnica instruantur tota, vt dum exploduntur proprio motu, in orbem circumducantur, & se subducant hostium conspectui. pariter ante Rupellam rati impòsita erant duo tormenta bellica, ingenti trabi circa cardinem volubili annexa, & ita disposita, vt dum vnum exploderetur; retrocedendo locum alterius subiret, & vicissim, & in talibus casibus scopum attingebat globus; sed si totus motus retrocessionis absolveretur priusquam globus exisset, non tantum aberraretur à scopo, sed aut semicirculô integrô, aut saltem quadrante circuli detorqueretur ictus; ergo non absoluitur totus ille motus, ante egressum globi ex tormento. fit tamen eôdem tempore quô globus mouetur, quantum autem retrocesserit tormentum, dum egreditur globus vix putârim determinari posse. puto exiguum esse illud spatium, & fere nullius momenti. Ex quo ruit tota illa nonnullorum obseruatio, de errore ictuum secundum variam dispositionem tormentorum.



Voluerunt aliqui vt tabulatû cui imponerentur tormenta esset horizontale. vnde in situ tormenti horizontali, super horizontali plano, nullum errorem in ictum ex retrocessione refundi asseruerunt; quòd nempe retrocedat per lineam rectam, in directum positam cum linea, per quam fertur globus. Si vero situm habeat eleuatum retrocessio ictum eleuabit, vt si tormentum AB, retrocedat in D E, scopum C non attinget; sed punctum F.

In situ depresso deprimetur ictus in M, & aberrabit à scopo M.

Volunt nonnulli in aliquibus casibus, vt tabulatum inclinetur, potest autem inclinari ad exteriora, vt nempe facilius promoveatur tormentum ad fenestram suam; & imminuatur illa retrocessio, in tali casu, si tormentum sit parallelum tabulato nullus timeri debet error, quia nempe retrocedit tormentum per eam lineam per quam fertur globus.

At verò si horizontalem situm, aut magis elevatum habeat, elevabitur ictus supra scopum. denique si tabulatum inclinaretur ad interiora, dum tormentum tabulato erit parallelum nullus error timebitur, si vero minus elevetur tormentum; ictus deprimetur infra scopum, si magis elevetur tormentum; elevabitur & ictus.

Quamvis exiguus fuerit motus tormenti, dum globus ex eo egreditur, crediderim tamen, aliquid erroris ex eo capite invehi posse in ictum. ratio est quia dubitari non potest, quin eôdem præcise tempore quô imprimitur impetus globo, ad decurrendum spatium, tormento impetum imprimi, quô retrocedit, quæ retrocessio si obliqua sit ad motum globi, obliquitatem illam imprimit globo. vi cuius, etiam separatus oblique nonnihil incedit: idem enim proportione quâdam evenit in hoc casu, ac in motoribus translatis, si enim dum primum incipit in triremi motus, & impetus vi cuius movetur, demittatur globus ex summitate antennæ, motum compositum concipiet, licet dum separatur, vnicum tantum passum perfecit triremis, ita etiam dicendum est quia totus impetus, quô retrocedit oblique tormentum simul communicatur, túmque participat globus, & ille motus quatenus obliquitatem aliquam continet, non est contrarius motui principali globi, vtrúmque habebit globus.

Dices in casu quem supra proposuimus de tormentis, vnicâ instructis rota, sequeretur errorem fore secundum vnum quadrantem.

Respondeo non sequi tantum errorem, neque enim vllus impetus violentus in orbem movet; nisi propter impedimentum, quô mobile secundum vnum extremum retinetur, ita videmus dum rotæ moventur, imprimi impetum calculo secundum tangentes; quare imprimetur quidem aliquis impetus, vi cuius obliquabitur nonnihil ictus: & hoc secundum motum quem haberet globus, in tormento, toto illo tempore, quo cursum suum absolvit. potest igitur aliqua ratio haberi illius motus, & prævidendæ circumstantiæ, ex quibus sequi potest talis error: quem tamen modicum existimo.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

An globus aliquandiu feratur per lineam rectam.

Quæritur hic an globus emissus è tormento bellico aliquan[illegible] feratur per lineam rectam; an verò vbi è tormento egressus est, incipiat aliquantisper inclinare, & descendere. ratio difficultatis petitur ex motu gravium deorsum, qui motus præcise non est contrarius motui horizontali. ponamus ergo intra semiminutum secundum, gravia per 4. circiter pedes descendere, supponamus item intra semiminutum secundum percurri horizontaliter à globo, emisso quingentos pedes, videatur quod in iactu horizontali, ad distantiam quingentorum pedum non possit attingi scopus, ad quem dirigitur tormentum: sed debeat descendere globus, ad 3 aut 4 pedes, quantus est scilicet motus deorsum corporis gravis, qui vt experientiâ compertum est, debet esse plusquam 4 pedum. confirmatur hæc ratio, quia post aliquod tempus deficiente paulumper impetu globi, deflectit magis, & inclinatur; ergo etiam dum integer erat impetus, inclinabatur tamen. consequentia patet. Supponamus impetum illum remissiorem esse quinque graduum, & impetum maximum esse 6 graduum, non assignabitur vlla ratio cur impetus, vt quinque non impediat descensum rei gravis, & impetus vt 6 impediat, & suspendat omnem actum secundum gravitationis. nam quò feretur globus velociùs, eò rectius, sed eius motus semper decrescit ab ipso initio, ergo ab ipso initio deflectit à recto tramite; ergo nunquam mathematicè rectus erit. Hæc & alia multa dici possunt ad confirmandam hanc assertionem.

Contra tamen videtur objici posse, quod nonnunquam etiam in situ horizontali attingitur ille scopus, ad quem dirigitur bombarda, nunquam autem attingeretur scopus, nisi omnino suspenderetur gravitatio. ergo debet omnino suspendi.

Crediderim globum vi exhalationis impulsum, nonnihil initio attolli supra lineam horizontalem, secundùm quam directum est tormentum bellicum; eò quòd exhalatio ignea sursum feratur, & aliquantisper comitetur globum. confirmatur nam etiam in situ horizontali, si plus pulveris adhibeatur quam requiritur; ictus erit altior quam par sit, non deberet autem esse altior, & supra scopum, nisi attolleretur supra lineam horizontalem; ergo verè ita attollitur. multi enim ferunt catapultas, ita esse compositas, vt ad ducentos passus scopum attingant, nempe cum tanto pulvere, si verò minor sit distantia supra scopum, si maior infra, si plus pulveris exhibeatur; pariter supra scopum feretur globus.

Quamvis hoc communiter dicatur, non tollitur omnis scrupulus, nam vt plurimum in catapultis, & tormentis bellicis, linea exterior metalli, vt vocant parallela non est, lineæ animæ, seu vacuo tormenti; cum crassiora vt plurimum sint tormenta bellica ad caudam, ex quo accidit vt dum horizontaliter disponi creduntur, situm habeant elevatum. vnde licet catapulta ad ducentos passus scopum ad quem dirigi videtur attingat, non sequitur inquam quod per lineam omninò rectam decurrat. audivi nonnullum asserentem se plurimos in lineam rectam circulos, disposuisse verbi gratia octo aut decem, secundum intervallum quô censetur communiter globus rectà procedere; hoc est ad trecentos passus Geometricos, & secundâ, aut tertiâ explosione, per omnes globum traiecisse, ex quo concludebat vere globum ad aliquod spatium notabile rectam lineam percutere.

percurrere. si vera est experientia, non potest melius probari hæc assertio. sed difficile est creditu: & donec probatum fuerit coram testibus, vix fidem adhibebo.

In praxi tamen assumi potest quasi ad distantiam 300 passuum geometricorum, globus per lineam rectam procederet, siue enim tantisper ascendat globus, deinde etiam descendat, siue re vera procedat ad eam distantiam per lineam rectam parum interest. notatur enim experientiâ colobrinam maiorem ad sexcentos fere passus non descendere infra scopum ad quem directa est. seruatô autem ratiotinio ex grauium descensu deductô, ex tempore quô globus emetitur spatium quodlibet, determinate possemus eius descensum infra scopum. vt si insumat seminimutum secundum seu 30 minuta tertia, quatuor pedes circiter ponetemus cum quadrante, intra 15 tertia decem digitos, intra septem minuta tertia cum dimidio, duos digitos cum dimidio, intra 4 circiter tertia, 7. lineas: modus autem id experiendi esset, si aliquis dum exploditur tormentum aut catapulta ex A in B, aliquis esset in C æqualiter distans ab A & B, posset animaduertere an eodem tempore quo audit bombum catapultæ audiat fragorem, quô globus disrumpit asserem, vel posset maior campana aut æs sonorum constitui pro scopo. ego quidem notaui sæpe non intetiici tempus, quô pronunciarentur duæ syllabæ, vt ferè credibile sit obseruari hanc regulam. vult tamen P. Mercennus vt in 100. exapedis percorrendis, seu 120. passibus geometricis impendatur minutum secundum.



PROPOSITIO IX.

Problema.

Quomodò dignosci possit, & determinari iactus horizontalis.

Iactum horizontalem voco, quem communiter nominant à termino ad scopum, (*de but en blanc*) qui in omnibus tormentis vous non est, immò alteratur ex variis circumstantiis, vt ex qualitate, & quantitate pulueris pyrij, aliisque huiusmodi. eius longitudo, seu distantia ad quam per lineam rectam horizontalem attingi potest scopus, nullâ melius ratione dignoscitur, & determinatur quam experientiâ. si enim diligenter collimando non descendis infra scopum ad distantiam trecentorum passuum, recedere licebit quinquaginta passibus rursusque appetendus scopus, donec tandem inueniatur ea distantia, in qua inclinatur ictus, & globus infra scopum descendit. communiter hæc distantia quadringentos, aut quingentos passus geometricos non excedit. si tamen verberandi sint muri, non est rettocedendum vltra trecentos passus, alioquin debiliores erunt ictus; poterit tamen vltra sexcentos passus; immò & vltra mille magnam stragem edere in exercitum, quamdiu enim globus mouetur homines occidit.

PROPOSITIO X.

An iactus per lineam rectam sint longiores in situ eleuato, quàm in situ horizontali.

Non inquiro in hac propositione cur iactus integri, in situ eleuato, tantô interuallô superent iactus horizontales, sumendo iactum integrum donec globus solum attingat; considero enim hic tantum spatium illud quô globus, à linea recta sensibiliter non deflectit. & inquiro, an ea distantia fit maior, dum sursum eleuatur os bombardæ, ita vt inclinetur ad horizontem. dico ex accidenti tantùm, iactum illum rectum, fieri longiorem.

Primò quia cum initiô magis resistat globus, meliusque incumbat pulueri, in quem saltem ex parte grauitat, maior haud dubie eius copia accendetur, fietque consequenter ictus validior: certum enim est quod grauia præcisè non resistunt motui horizontali; atque adeò longe minorem requirit impetum, vt extra bombardam propulsetur globus, in situ horizontali, quàm in situ eleuato.

Secundò in situ eleuato exhalatio, seu puluis accensus diutiùs coniungitur globo, eumque propulsat: ex quo item sequitur maior impetus: si secludantur hæ duæ rationes, non existimò iactum rectum, seo per lineam rectam, esse longiorem in situ inclinato, quam in situ horizontali. hoe est si verbi gratia adductô arcu emittatur sagitta, aut glans plombea, aut lapis fundâ; iactus recti in quôcumque angulo æquales erunt.

Ex hoc concludere possumus iactus infra horizontem tendentes, fieri breuiores ex accidente, propter duplicem quam attolimus rationem. vnde iactus qui ad Nadir rectâ tenderet, esset omnium infirmissimus; maiorem tamen multò habetet vim, quam si sola grauitate deorsum ferretur globus. vtrom autem iuuetur etiam à grauitate, ob accelerationem grauium, puto iuuari à grauitate, quæ suas etiam in tali iactu vires exercet, sed id quod in tam modicô tempore potest addere, tam exigui est momenti; vt nullius sit considerationis. ponamus enim globum seipsô decidentem impendere ttia secunda, & producere in se velocitatem vt tria; quia emissus à bombarda idem spatium intra seminimutum emetietur; non producet in

se sextam partem impetûs. neque enim impetus & velocitates se habent, vt spatium, sed vt tempora.

Ex quo vides falsum esse quod nonnulli existimarunt, non decrescere velocitatem globi, ita à bombarda emissi, supplente scilicèt grauitate illud decrementum, quod ex continua aeris diuisione, & resistentia ortum habet.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

An ictus posteriores prioribus sint validiores.

Status quæstionis est, an suppositâ eâdem pulueris copia, & bonitate, cæterisque omnibus paribus, si pluries explodatur eadem machina; crescant semper ictus, & validiores euadant ex continua explosione nullam aliam mutationem video in machina, nisi quod calefiat; quæritur ergo an calor ille machinæ, aliquam conferat violentiam, impetumque superaddat globo. credideriin calorem moderatum puluerem nonnihil exficcare. meliusque disponere vt totus simul ardeat, & consequenter validiorem ictum efficiat. Ex alia vero parte calor nimius nocet ictui, nam aër calidus extenditur & dilatatur, cum ergo accenditur puluis aër, qui inter grana delitescit, dum subitum calorem concipit, subitò etiam dilatatur, & auget violentiam; qui si iam fuerit calidus, non potest ad tantum spatium rar fieri. vnde experientiâ compertum est calida machinâ nonnihil imminui impetum globi, nec ad tantam ferri distantiam. quod autem aër dilatetur dum aut ignescit, aut saltem cum igne permiscetur, aliquibus ostenditur experientiis. si dum exploditur tormentum, tertam tangat pulnerem & arenam extinget, & attrahet; immò semel accidit, vt canem intra tormentum attraxerit, quòd facile explicari potest in omni opinione. nam cum aër qui relinquitur in machina incaluerit, & consequenter fuerit rarefactus violenter; se reducit ad pristinum statum, & ad minus spatium coarctatur, quare vel vicina corpora attrahit metu vacui, vel aër externus vi grauitatis suæ impellit vicina corpora, aëre non ampliùs tali grauitationi resistente, vt pote sensim calore illo nimiò euanescente.

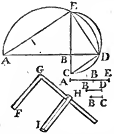
Addunt nonnulli & aliam rationem, quod primus ictus perrumpendum habet aërem, secundus verò iam commotum inuenit, faciliusque commotum perrumpit, quàm quietum. hæc tamen consideratio nullius est momenti, neque enim tamdiu perseuerat aëris commotio. Non est autem adducenda ad hoc propositum, vlla paritas deducta ex machinis, quæ adductis arcubus, & elateriis constant, illarum enim vis vt plurimum repetitis ictibus imminuitur.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Regula calibræ.

Iam ad praxim descendimus, præcedentes enim propositiones speculatiuæ vt plurimum fuerunt, parumque admodum ad vsum pertinent; sequentes practicæ erunt. regula calibræ nihil aliud est, quam facilis aliqua determinatio globi, tam quò ad diametrum, quàm quò ad pondus. vnde duplex est necessariò, aut enim datur diameter globi, & inquiritur pondus globi, aut datò pondere assignatur diameter. quia autem variæ sunt ponderum, & diametrorum mensuræ, apud diuersas nationes, ideo independenter à mensurâ quàcumque hanc regulam assignabimus. Erit ergo modulus noster diameter vnius libræ, quam in 100 partes diuidemus. & ita assignabimus diametros globorum duarum, trium, 4 librarum & cæterorum quantum sufficiet, neque enim bombardis vtimur quæ globos ducentarum librarum explodant.



Problema istud vt iam dixi in Geometria nostrâ, hactenus solutum non est, secundum vnam partem, in tigote geometrico, nempe datâ ratione quam habent pondera duorum globorum, & assignatâ diametro vnius, assignare diametrum alterius; & est illud solemne problema propositum ab oraculo Delphico de duplicatione cubi, vt autem difficultas appareat, & eius solutio innotescat, qualem modò habemus. Ita illud proponam. sit data ratio vnius globi ad alium quæ est linea A B, ad BC, supponaturque AB esse diameter primi globi, quæritur diameter alterius globi, ad quem se habeat globus super AB descriptus, vt A B ad B C. disponantur lineæ A B, B C vt angulum rectum A B C comprehendant, producanturque in E, & D, fiant duo anguli recti BED, EDC supra lineas BE, BD, ita vt lineæ EA, & C D transeant per puncta A & C. quod per attentationem tantum fieri potest, vt duplici squadrâ FGHI, dico in tali casu lineam BE esse diametrum illius globi, ad quem globus super diametro AB descriptus, eam habet rationem quam A B, ad B C, hoc est si A B sit dupla ipsius BC, globus cuius diameter AB, erit duplus globi cuius diameter BE

Demonstratio cum triangulum AED sit rectangulum

ctangulum (*per cor.* 8. 6. *Eucl.*) erit B E media proportionalis inter lineas AB, BD, hoc est ita erit AB, ad BE vt BE ad BD. pariter quia angulus EDC rectos est, ita erit BE ad BD sicut BD ad BC. sunt ergo quatuor lineæ continuè proportionales AB, BE, BD, BC, & (*per* 11. *defin* 5. *Eucl*) ratio AB ad BC est triplicata rationis AB ad BE. Sed (*per* 18. 12. *Eucl.*) globi sunt in triplicata ratione diametrorum: ergo globus cuius diameter AB ad globum cuius diameter BE, se habet vt AB ad BC quod demonstrandum erat,

Coroll. ex hoc vides solutionem huius problematis non esse rigorosè geometricam. fit enim per attentationem.

Possumus etiam per extractionem radicis cubicæ idem problema soluere, hôc modô. supponamus diametrum globi vnius libræ diuisam esse in partes 100. eritque illius cubus 1000000. cuius radix cubica est 100. cubus duplus prioris erit 2000000. cuius radix cubica erit 125. triplus erit 3000000. cuius radix cubica 144. cum autem tam cubi, quam globi sint in ratione triplicata diametrorum; habebuntur diametri globorum, hoc est dupli, tripli, quadrupli vnius libræ. in hunc modum composita est sequens tabella quæ duabus columnis constat. prima libras indicat, secunda diametros in partibus centesimis diametri vnius libræ. quare si accipias diametrum vnius libræ & diuidas in 100 partes scalam habebis, quâ metieris diametros omnium globorum eiusdem materiæ.

1.	100.	21.	273.	41.	344.	61.	393.	145.	525.
2.	126.	22.	280.	42.	247.	62.	395.	150.	531.
3.	144.	23.	284.	43.	350.	63.	398.	155.	537.
4.	158.	24.	288.	44.	353	64.	400.	160.	542.
5.	170.	25.	292.	45.	355.	65.	402	165.	548.
6.	181.	26.	296.	46.	358.	70.	411.	170.	553.
7.	191.	27.	300.	47.	360.	75.	421.	175.	559.
8.	200.	28.	303.	48.	363.	80.	430.	180.	564.
9.	208.	29.	307.	49.	365.	85.	438.	185.	569.
10.	215.	30.	310.	50.	368.	90.	448.	190.	574.
11.	222.	31.	314.	51.	370.	95.	455.	195.	579.
12.	228.	32.	317.	52.	373.	100.	464.	200.	584.
13.	235.	33.	320.	53.	375.	105.	471.		
14.	241.	34.	323.	54.	378.	110.	479.		
15.	246.	35.	326.	55.	380.	115.	486.		
16.	251.	36.	330.	56.	382.	120.	491.		
17.	257.	37.	333.	57.	384.	125.	500.		
18.	262.	38.	336.	58.	385.	130.	506.		
19.	266.	39.	339.	59.	388.	135.	512.		
20.	271.	40.	441.	60.	391.	140	519.		

Si diuidas longitudinem compassi proportionum in 6 partes æquales, & primam partem diuidas in 100 & continuo diuidas lineam vtriusque brachij secundum Cyphras istius tabulæ, habebis, regulam calibræ translatam in compassum, cuius ope modò habeas diametrum vnius globi, habebis diametros omnium globorum eiusdem materiæ prout docui in vsu compassi proportionum.

Vsus autem talis erit, vt pro libra tuæ regionis habeas regulam calibræ, quare globum perfectè rotundum, qui pendat libram, vel duas libras, vel 3 aut 4. modò non habeat vncias adiunctas, poteris autem in circuitu lima abradere materiam donec exactè pendat vnam libram aut duas aut 3. supponamus pendere tres. illius diametrum transfer in tabulam aut chartam ope circini valgi, & diuide in 144 partes æquales, diuidendo primo bifariam, & quælibet pars 72 continebit, subdiuide iterum bifariam quælibet 36 continebit & iterum bifariam & habebis 78, & iterum bifariam quælibet 9. æquiualebit, diuide in tres & iterum in tres & iterum in tres. hanc diametrum produc & sic diuisam repete 3 aut 4. In ea linea habebis diametros omnium globorum. & hoc in quacumque materia volueris, hoe est plombo ferro, ligno lapide, &c.

Secunda pars problematis erat vt data diametro duorum globorum & pondere vnius cognoscatur pondus alterius. quod geometricè præstari potest. sint enim datæ diametri AB, BE, quibus quæratur (*per* 11. 6.) tertia proportionalis BD, & per eandem lineis BE, BD tertia proportionalis BC. dico ita esse pondus globi cuius diameter AB, ad pondus globi cuius diameter BE, vt AB, ad BC, nempe in triplicata diametrorum ratione.

Notandum autem diametrum tormenti paulò maiorem esse diametro globi, nempe saltem 20 partem. aut 25. vnde assumpta diametro machinæ aliquid semper demendum est, vt habeatur diameter globi, præcipuè verò si globus non sit exactè sphæricus, potest enim accidere vt globus facile intromittatur, oblique nempe, nec postea egredi possit, huiusmodi globi respuendi sunt; possunt enim tormentum omnino diffringere.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Mensura pulueris pyrij.

Mensura pulueris pyrij non est vnica, etiam respectiuè ad vnum eundemque globum, variatur enim ex diuerso fine. & plus pulueris intromittendum est, dum labefactandi sunt muri, quam dum simpliciter hostes impetendi. nonnulli has obseruant regulas, In tormento maiori, pondus pulueris sit media pars ponderis globi, in colobrina duos trientes.

Si disijciendi muri tormentum cuius glo-

bus 16 librarum, decem libras pulueris exigit. tormentum cuius globus 20 librarum, tredecim pulueris. colobrina 20 librarum sexdecim pulueris. colobrina quadraginta librarum, 30 aut 32 pulueris. colobrina cuius globus 50 librarum, 40. pulueris.

Alij communiter hanc regulam obseruant in omnibus tormentis pondus pulueris duos trientes ponderis globi obtineat. sic tormento cuius globus 60. habeat puluetis 40 libras, & ita de cæteris excipiuntur primò.

Colobrinæ cuius globus 25. pulueris fere 22. si globus 30 puluis 16. falcunculo librarum 6. libras quinque.

Tormentis vero ferreis, aut non satis crassis, media tantum pars pulueris apponatur, sæpe etiam tantum tertia.

Dum probatur tormentum tribus vicibus exploditur, primâ vice datur puluis qui adæquet duas tertias globi. Secunda vice paulo plus. tertiâ vero puluis adæquat globum. neque verò vnquam etiam dum probatur apponatur globus cuius diameter æqualis sit diametro machinæ, quia esset periculum ne diffringeretur neque pondus pulueris, superet pondus globi consueti. neque sepeliatur machina, sed simpliciter explodatur. eô modô quo solent explodi.

Potest quæri an puluis debeat comprimi, & quasi contundi. Respondeo comprimi quidem aliquantolum debere, non tamen ita contundi vt amittat grana, & in vnam massam cogatur. diximus enim iam suprà, pulueiem pyrium, ita compressum successiue tantùm combuti, & viribus ad expellendum globum destitui.

Defectus machinarum varij sunt. primus erit si exactam non habeat formam, hoc est vacuum machinæ, eius medium præcisè non obtineat. de hoc dicemus postea. Secundus erit si vacuum machinæ, non sit in lineam rectam protensum, ex quo oritur sæpe vt globi in vnam partem impingant, & tormentum ipsum infringant. Tertiò si fuerint cauitates variæ, quæ haud dubiè machinam reddunt fractioni obnoxiam, immò sæpe accidere potest, vt in iis cauitatibus delitescat ignis, qui puluerem accendat, vbi primum iniicitur, non sine maximo libratorum periculo.

Disrumpuntur machinæ præcipue in parte postica, in qua puluis & globus, quia ibi producitur præcipuus impetus, dum enim alias partes percurrit globus, iam motus est, atque adeo, non amplius resistit rarefactioni pulueris. secundò puluis iam habet aliquod spatium in quo dilatetur, vnde tantam non habet vim. potiùs igitur diffringitur in parte postica, quàm in parte anteriori, nisi peculiare aliquod vitium habeat: verum quidem est, quod materia densior dum funditur, locum inferiorem affectet, vnde fere semper densiora sunt tormenta ad caudam, quam ad os, vbi cauitates generantur facilius.

Varia sunt accidentia, quæ machinam diffringere possunt. vt globus cornutus, qui licèt facile ingrediatur, si oblique immittatur; ita tamen adhæret, vt nulla vi expelli possit. calculus etiam vel minimus, immo minor id potiùs præstabit, quam maior; quia maior expelletur simul cum globo, minor verò se habebit per modum cunei, quò, ita affigetur globus metallo, vt nulla vi diuelli possit. Notandum item est in situ eleuato maius esse periculum vt machina diffringatur, quàm in situ horizontali, aut depresso. quia vt iam diximus supra, in tali situ, ictus sunt validiores, resistente scilicet globo, vi grauitatis suæ.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Experiri an vacuum seu anima bombardæ, medium metalli obtineat.

Impossibile est vt attingatur scopus, quin vacuitas bombardæ, quam vulgò animam vocant, ad scopum dirigatur, vix autem poterit rectà dirigi nisi medium metalli occupet, nec in vnam, aut aliam partem deflectat. quare debemus experiri, & dignoscere, an in alterutram partem deflectat; quantumlibet enim minimus defectus, in maximom errorem excrescet cum lineæ ad inuicem inclinatæ, & angulum comprehendentes, quantum magis producontur, tantum longiùs à





se inuicem discedant. sumatur lignum quod primò sit quadratum, hoc est figuram habeat prismatis quadrangularis, cuius latus æquale sit diametro totius tormenti, hoc est non tantum diametro vacui, sed etiam totius crassitiei, tormenti sumpti in anteriori parte. quæratur centrum vtriusque capitis signeturque linea diuidens vnam superficiem per medium. tum aliqua pars istius prismatis nempe BD torno elaboretur, assumptis in polos centris priùs inuentis; & signatis; donec præcisè intromitti possit in os tormenti bellici, illique præcisè quadrare. Rotæ bombardæ sint in æquilibrio, aut potiùs duo cardines intromittatur cylindrus B D in machinam, tum perpendiculo ita aptetur prisma ve superficies AB supremum locum occupet, & sit horizontaliter, in latum disposita. extendatur filum secundum lineam AB, quæ supponitur peruenire ad superficiem metalli, hoc filum signabit in anteriori parte punctum aliquod, in postica item parte, seu cauda aliod, quæ duo puncta diligenter signanda sunt notâ visibili, quæ nunquam obliteretur. cauendum tamen ne vtamur hoc instrumento post diuturnum tempus, nam periculum est ne lignum inflectatur, & incuruetur, atque adeò ne falsò indicet vacuum tormenti.

Alij duplici normâ AB, CD simul in eodem tigno colligata vtuntur, hæ enim normæ ita inuicem aptari debent, vt sint in eodem semper plano. vna inseritur in machinam, & ne vacillet duobus

duobus aſſereolis E, & D eontinetor. ſit autem tignum A C, verticale ope perpendiculi, atque ita ſignantur puncta duo vnum in limbo exterioris orificij, aliud in caudâ. atque hôc modô habetur linea parallela animæ, aut ſaltem in eodem exiſtens circulo verticali.

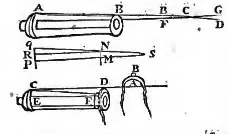
Si machina exacta foret, aliter & facilios haberemus hæc duo puncta. primo enim ponatur aſſerculus intra os machinæ, & quæratur illius centrum tum perpendiculum ita adhibeatur vt centrum, aut attingat, aut illi reſpondeat. tunc oculos diſcerner punctum ſignandum in ſummitate limbi; quæritur pariter centrum caudæ, & perpendiculum ita illi obijcitur, vt reſpondeat priori puncto in extremitate limbi notato. Sic habentur duo puncta in eodem circulo verticali exiſtentia, cum anima, ſeu vacuo machinæ.

PROPOSITIO XV.

Problema.

De Errore orto ex inæqualitate craſſitiei.

Machinæ communes, tam maiores, quam minores, immò & catapultæ ſunt craſſiores ad caudam, quam ad orificia, eò quòd tota ferè carũ reſiſtentia fieri debeat in ea parte; quæ maxime patitur à pulvere pyrio. ex ea inæqualitate craſſitiei oritur, vt linea viſualis radens metallum non ſit parallela lineæ animæ, atque adeo poterit tormentum dirigi ad ſcopum, eum tamen ab eo longius aberret.



Sit enim linea metalli AB, quæ vlterius producatur in C D, ſit & linea animæ E F; hæ duæ lineæ concurrent, ponamus concurrere in C. ſi ſcopus fuerit in C, nempe in ea diſtantia in qua concurrunt hæ lineæ, collimando ſecundum lineam metalli A B, machina tamen benè erit diſpoſita ad attingendum ſcopum, ſi verò ſcopus fuerit in B, hoc eſt in minori diſtantia quam ſit concurſus linearum collimando per A B, globus infra ſcopum eadet.

Si verò fuerit ſcopus vltra punctum concurſûs, vt in puncto D, globus ſupra ſcopum cadet. nempe in G.

In qua autem diſtantia ſit iſte concurſus, pendet ex inæqualitate craſſitiei, quæ cum in diverſis machinis varia ſit, variam etiam inducit diſtantiam. vt autem habeatur ita operare, metire aliquâ virgâ intervallum B O, compoſitum ex craſſitie, & diametro orificij, tum per lumeo I; filo ferreo metire pariter craſſitiem, ſimul eum diametro animæ, ſubduc ab vtráque diametrum vacui, reſtabit vtráque craſſities ponamus illas eſſe æquales lineis MN, P q. ſit q R, exceſſus maioris craſſitiei ſupra minorem, fiat vt exceſſus qR, ad RN longitudinem machinæ, ità craſſities MN, ad lineam MS diſtantiam, ad quam concurrunt linea metalli, cum lineâ animæ.

Demonſtratio. Triangula qRN, MNS, ſunt æquiangula vt patet, cum lineæ Pq, MN, RN, PS, ſupponantur parallelæ, quare (*per* 3. 6. *Eucl.*) ità erit qR ad RN, ſicut MN ad M S. quod erat demonſtrandum.

Accidit autem ſæpè, vt licèt dirigatur tormentum ſecundum lineam viſualem ad ſcopum, ad diſtantiam quingentorum paſſuum illum attingat præciſe, ex quo nonnulli voluerunt concludere, tantum eſſe iactum machinæ, per lineam rectam, cum tamen non pervenerit ad ſcopum per lineam omninò rectam, ſed tantiſper inflexam, & curvam. nam vt dixi in diſtantia ſuperante concurſum linearum, dum collimamus ſecundùm lineam metalli, attollimus machinam ſupra ſcopum; ergo ſi in tali ſitu attingitur ſcopus; debuit globus iam nonnihil deſcendiſſe. vnde ſæpe iactus per lineam rectam creditur maior, quàm re vera ſit. quod dixi de tormento bellico, de minoribus, ſeu Moſquetis intelligendum eſt.

Vt autem dirigatur anima tormenti bellici, rectà ad ſcopum, collimandum eſt per lineam parallelam animæ, quod vt facilius fiat, additur aliquid orificio tormenti, vt augeatur eius craſſities; & æqualis evadat craſſitiei caudæ. nonnulli fruſtum candelæ apponunt; alij verò aptiùs excavant lignum aliquod AB, ſecundum convexitatem tormenti illúdque annectunt tormento. vellem autem vt melius omnia ſuccederent, in ſuperiori parte efformare globulum aliquem viſibilem, qui ita aptaretur, vt reſponderet perpendiculariter, notæ factæ in machina, ſecundùm praxin præcedentis propoſitionis. quamvis enim rotæ non eſſent horizontaliter diſpoſitæ; atque adeò notæ prius inuſtæ non invenirentur in plano verticali; modò hoc inſtrumentum ita diſponatur, vt globus B, in eodem ſit plano cum puncto priùs notato in orificio machinæ, ictus erit rectus. alioquin ſingulis vicibus vtendum eſſet perpendiculo, ad invenienda puncta altiora; tam in ore quam in cauda.

Manifeſtum eſt ex hac praxi, cùm fiat collimatio per lineam parallelam, ſemper altiùs collimandum ſupra ſcopum, quanta eſt diſtantia illius lineæ CD ab axe EF.

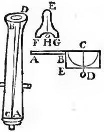
PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Cur nonnunquam deflectit globus, ad dexteram nonnunquam ad lævam.

Sæpè accidit vt dum explodantur tormenta bellica, ad lævam, aut ad dextram deflectat globus; & à ſcopo aberret. quæritur igitur vnde id accidat. plurimi enim errorem animæ, ſeu vacuo machinæ tribuunt, & obliquitatem aliquam ſuſpicantur

picantur. Alij canterium, seu compagem ligneam accusant, quod in ea non observetur æquilibrium, vel denique culpam in soli inæqualitatem transferunt, cum tamen ea nullo ex his capitibus oriatur, sed ea perversa directione machinæ. si quis enim per duo puncta verticalia non collimet, & in cauda punctum aliquod diversum à verticali assumat, & ab eo ad dexteram declinans, in anteriori verò parte aliud punctum declinans ad sinistram à verticali seligat; ictus aberrabit à scopo versus dextram.



Sit enim tormentum bellicum A B, puncta verticalia A, & B, si quis collimet non per puncta A, & B, sed per puncta C, & D, aut alia quæcúmque. linea visualis non erit parallela axi machinæ; & cum lineæ non parallelæ semper ab invicem recedant, quilibet vel minimus in hoc defectus, in maximum errorem excrescit. vnde facilè aberratur à scopo. præcipue cum pro varia dispositione, aut soli, aut rotarum alia, atque alia puncto fiant verticalia.

Cautio igitur quæ adhiberi debet. erit vt per propositionem penultimam, semel bene notentur duo puncta, nota aliqua indelebili, & pinnula quæ in anteriori parte in supplementum crassitiei, adhibetur, notæ inustæ respondeat, sic enim nec inæqualitas soli, aut rotarum, nec perversa canterij compositio vllum errorem efficiet.

Poterunt notari puncta verticalia ope libellæ concavæ E F G, cuius perpendiculum H acumen habeat, si enim ita adhibeatur libella, vt filum lineæ fiduciæ incumbat; & in tali situ perpendiculum demittatur, donec illius acumen metallum tangat; habebitur punctum verticale, tàm in anteriori parte, quàm in posticâ, parte; hæc duo puncta sufficerent, si machina sit bene composita, & eius vacuum in neutram partem deflectat.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Tormentum bellicum ad libellam dirigere.

Si quando requiritur, vt tormentum bellicum situm horizontalem obtineat, seu ad libellam dirigatur opus erit regula cui annexus erit semicirculus, regula autem poterit plombo onerari, vt præponderet semicirculo. inseritur ergo in os machinæ regula A B, itáque attollitur, aut deprimitur machina, insertis aut subductis cuneis, vt perpendiculum cadat in lineam CD; dico tormenti vacuum directum esse horizontaliter. est enim tunc directum secundùm lineam AB, quam suppono esse perpendicularem ad CD.

Si orificium machinæ sectum esset perpendiculariter ad vacuum eius; opus non esset regulâ A B, sed simpliciter applicandum esset metallo latus BE, & ita attollenda, aut deprimenda machina, donec perpendiculum cadat in lineam directionis, quod est manifestum per se.

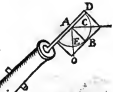
Tormento bellico ita ad libellam dispositó facile longitudinem iactus horizontalis habere poterimus, si enim scopum semper removeamus, donec tandem inveniamus globum nonnihil inclinare. vel si in planitie, aut ad littus maris tormentum disponatur, ita vt non elevetur nisi aliquibus pedibus supra maris, aut planitiei superficiem, si horizontaliter dispositum exploditur, noteturque distantia in quâ primo globus solum attingit; distantia paulò minor pro horizontalis iactûs longitudine assumi poterit, iactus hic præcise horizontalis, si nempe tormentum terram tangeret, pro recto assumi potest.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Ad quemlibet elevationis gradum tormentum dirigere.

Eôdem instrumentô facile tormentum bellicum, ad quemliber elevationis, aut etiam depressionis gradum dirigemus, inserto enim in os machinæ quadrantis brachio, inclinanda erit, donec perpendiculum determinatum elevationis gradum attingat. clarissimum est animam, seu vacuum tormenti eumdem habere elevationis gradum. vt si perpendiculum attingat punctum E; dico angulum quem comprehendit vacuum tormenti cum horizonte nempe angulum DAC, æqualem esse angulo B A E, hoc est arcus B E, C D esse æquales, nam arcus EC, & BD sunt quadrantes, & consequenter æquales, & sublató communi B C, restant arcus EB, CD æquales.



Poteris pariter experiri longitudinem omnium ictuum, nempe in qualibet elevatione, experientia autem comperrum est, iactum medium, seu elevationis gradum 45 esse longissimum. & alias hinc inde æqualiter distantes æquales esse. quia autem mihi nullas licuit in hac materiâ experientias facere, nonnullas ex aliis authoribus decerptas proponam, deinde rationes addam.

R. Pater

R. Pater Mersennus nonnullas refert. Bombardæ maioris ad gradum 22. elevatæ & supra superficiem planitiei pedibus quinquaginta, globus ferreus 33 librarum, spatio 10 circiter secundorum. mansit in aëre, & percurrit 2180 passus Geometricos.

Culuerinæ horizontaliter dispositæ, & supra superficiem horizontis extantis pedibus 36, globus ferreus donec attingeret aquam insumpsit 8 secunda, quo tempore gravia decidunt secundum communem rationem per pedes 768. si nempe semper cresceret acceleratio, de quo egimus suô loco.

Alterius bombardæ 12 pedes, longæ, eôdem modo dispositæ globus per 6. tantum secunda in aëre consumpsit.

Alia culuerina decem pedes longa, cuius globus 4 digitorum horizontaliter directa, & 54 pedibus supra superficiem maris extans, globum emisit qui tria minuta in aëre consumpsit, & quinquies reflexus supra aquam, 4 alia minuta insumpsit.

Robervallus observavit tormentorum globos ex villa Theodonis in obsessores emissos 14. secunda in aëre consumpsisse.

Galæus notavit iactum horizontalem rectum, esse tantum dimidium iactûs horizontalis mortui, hoc est donec globus solum attingat. iactum autem medium, seu graduum 45. esse ad horizontalem rectum vt $11\frac{1}{2}$ ad 1. & ad iactum horizontalem mortuum, vt 6 ad 1. vel in minoribus catapultis vt 5 ad 2. iactus autem horizontalis mortuus ad iactum elevationis vnius gradus se habet vt 5 ad 6.

Si impediatur recessus catapultæ ictus fiet vna septima parte longior.

Putavit idem Galeus iactum rectum in situ medio seu graduum 45. esse quintuplum iactus recti horizontalis, exinde describi lineam parabolicam.

In tormentis bellicis maximus iactus in situ graduum 45. erit pedum 16200. seu passuum 3240. & tempus erit 30 secundorum.

	Pedes				
0	2700			41	16069
1	3286	21	11186	42	16121
2	3860	22	12500	43	16160
3	4421	23	12800	44	16186
4	4969	24	13086	45	16200
5	5504	25	13360		
6	6026	26	13611		
7	6534	27	13869		
8	7030	28	14104		
9	7513	29	14316		
10	7982	30	14534		
11	8439	31	14730		
12	8882	32	14913		
13	9313	33	15082		
14	9730	34	15139		
15	10134	35	15482		
16	10414	36	15613		
17	10804	37	15730		
18	11169	38	15834		
19	11511	39	15926		
20	11860	40	16004		

Ex hac Galæi tabula, cognito quocumque iactu quemcumque alium habere poteris per regulam proportionum. neque enim omnes machinæ iactum habent æqualem. nam mortaria quæ bombas iaculantur habent maximum iactum, seu qui per angulum graduum 45. procedit vix ad 6000 pedes, seu 1200 passus.

Notandum item est iactus æqualiter à quadragesimo quinto gradu distantes æquales esse, hoc est iactum ad elevationem graduum 46. æqualem esse iactui elevationis 44. item 43. & 47 æquales esse: sed de his exactiùs infrà.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Cognitâ velocitate globi, determinare altitudinem à qua si globus caderet, eandem velocitatem obtineret.

Supponamus tantam esse globi velocitatem, vt spatiô vnius minuti secundi 120 passus percurrat; quæritur altitudo è qua cadens globus, eandem velocitatem obtineret. vult Pater Mersennus intra minutum secundum percurri à gravi decidente 12 pedes, ego quidem plures invenio. nam funependulum trium pedum semivibrationem habet æqualem semiminuto secundo, sed arcus 50 graduum, est æqualis circiter semidiametro, ergo funependulum trium pedum intra semiminutum dum vibrationes excurrunt ad 50, aut 60 gradus plures percurrit quam 3 pedes, ergo grave liberum percurret multo plures quam 3 pedes, ergo observatâ regula communi grave liberum plus quam 12 pedes conficiet, invenimus autem vt dixi plusquam sexdecim pedes percurrere. ponamus esse 16. cum ergo procedant spatia separata, vt series numerorum imparium si primo minuto secundo percurrantur pedes 15. seu 3 passus. secundo percurrentur 45. seu 9 passus. tertiô 15 passus; quarto 21 passus. quintô 27. sexto 33. septimo 39. octavo 45. nono 51. decimo 57. vnd. 63. duod. 69. decim. tert. 75. decimoquart. 81. decimoquin. 87. decimosext. 93. decimosep. 99, 18. 105. 19. 111. 20. 117. habeatur hæc velocitas. suppositô tamen, quod aër non obsistat. dixi enim suo loco non observari præcise hanc regulam ob resistentiam aëris. hæc autem velocitas ad duplam distantiam moveret globum eôdem tempore, si tota perseveraret.

Si colligantur hæc spatia fient 1170. cuius duplum 2340. percurri debet eôdem tempore à mobili, quod non acquirat successivè eam velocitatem, sed eam totam simul habeat: igitur grave descendens ex 1170 pedibus, habetet in fine eam velocitatem; sed hæc strictius infra examinabuntur.

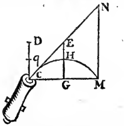
PROPOSITIO XX.

Problema.

Datâ verticali eiaculatione invenire mediam.

Eiaculationem verticalem voco eam, ad quam transferretur globus vi velocitatis quam habet à pyrio puluere; eô tempore quo mobile cadens acquirit eandem velocitatem. Supponatur ergo linea CD, esse 2340. passuum, supponatur explodi per lineam C E, ad elevationem graduum 45. eritque

eritque CE, æqualis lineæ C D, & C G, inuenietur 1655. cuius nempe quadratum est media pars quadrati lineæ CE. cui EG, est etiam æqualis. quærendum est quantum eo tempore grauitas detraxerit, de perpendiculo G F, inuenio detrahere 1170 tantum. non attigerit ergo humum, sed erit adhuc in aëre, & eleuabitur adhuc globus supra lineam CG passibus 485. debet autem descendere sequenti minuto 123. & sequenti 129. & tertio 135, & quarto 141. & quinto 147. augeamus lineam CE, vsque ad N, ita vt CE, sit ea linea quæ percurri deberet 20 primis minutis, & E N quinque sequentibus. eritque N M, quarta parte longior nempe 2068. detraxerit autem eo tempore collectis scilicet casibus omnibus 1845. eleuabitur igitur globus supra CM passibus 223. quare adhuc terram nõ attigerit supponatur CN, esse eam partem quæ respondet 38. minutis atque adeo esse sesquialteram lineæ C E, nempe 3510. eô tempore descenderit globus vi grauitatis 2668. eritque M N 2477. ergo non peruenit vsque ad 30 min. Sed circiter ad 28. minuta quod quidem respondet fere experientiis, & hæc rudi minerua ista enim exactè constituemus inferius.



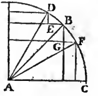
Vt tamen meam mentem circa omnem huiusmodi, & similem doctrinam aperiam de quà in ballisticis Mersennus, & alij cum hæc doctrina nullam habeat rationem resistentiæ aëris, immò nec habere possit, sed tantum grauitatis, nec adhuc constitui possit, an globus tanta velocitate delatus etiam horizontaliter non suspendat aliquandiu omnem actum secundum grauitatis,(cum tamen ipsi assumant tanquam primum principium, impetum horizontalem nullò modò contrarium esse grauitati) secundò ratiocinentur quasi motus globi ænei æquabilis esset,cum tamen certum sit eum decrescere, & ignoretur ratio in qua tale decrementum fiat.non sufficientibus principiis hanc niti doctrinam existimarim.ná quod demõstratur parabolam describi,multa supponit,primò omni tempore grauitatem agere,cum tamen experientiâ constet in iactu medio seu graduũ 45.globum procedere per lineam rectam,ad sextuplã distantiam illius ad quam fertur horizontaliter. Vnde puto vix ista redigi posse ad perfectam scientiam eo quod ratio non habeatur resistentiæ aëris, quæ diuersa est. ita putarunt nonnulli ea mari in terram ictus fieri quinta circiter parte vehementiores, quam ex terra in mare. vnde vellem experientias adiungere, quas communiter à peritissimis vsurpari videmus. nam constitutis quibuslibet regulis vnius circumstantiæ mutatio, omnia euertit. Ita puluis debilior aut fortior,magis vel minùs compressus, media diuersa, cæteráque huiusmodi ictus omnino diuersos reddunt.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Cur iactus medij seu anguli semirecti sint longiores.

Experientiâ constat iactum medium longiorem esse, quôlibet alio cæteris paribus, & hoc ita est cognitum lumine naturali, vt funditores naturaliter eum angulum seligant,quoties iactum longissimum intendunt. huius experientiæ quæritur ratio physica, nam Geometricam infrà trademus. duo concurrere possunt,vt fiat iactus longior eleuatio globi supra solum, seu eius distantia à pauimento, dum incipiet descendere, cum enim describatur figura mixta, & curua, quò eius vertex eleuatior erit eò eius crura maiora erunt, maioremque circumferentiam habebunt, & consequenter à maiore corda subtensam. sic videmus quò tormentum fuerit magis eleuatum, supra planitiem eò iactus horizontales esse longiores. Secundum quod concurrit est directio globi secundùm lineam,aut horizontalem, aut non longè distantem ab horizontali, si enim machina ad eleuationis gradum maximum dirigatur, totus impetus in eleuando globo impenditur, non autem in promouendo longiùs; debent igitur hæc duo conciliari, vt & eleuetur globus quantum fieri poterit, & directio non distet nimium ab horizontali, consiliantur autem si gradus semirectus seligatur, sic enim vnicuique tribuitur aliquid. supponamus igitur B A C, esse angulus semirectus; si attollatur magis vt in D,quamuis globus



fiat eleuatior in D, & hoc secundum lineam ED, amittit tamen distantiam EB,& quia EB maior est, quam ED vt patet, id quod lucratur minus erit, quam id quod acquirit; igitur fiet iactus longe breuior. at vero si dirigatur machina secundùm lineam AF, fit depressior globus in sua maxima eleuatione, secundum lineam BG, & acquirit distantiam G F, sed distantia G F, minor est quàm eleuatio G B: ergo pariter id quod acquirit minus est, quàm id quod deperdit.ergo pariter iactus euadet breuior; solus ergo iactus semirectus omnia temperat.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

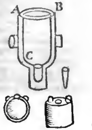
De Mortariis, & bombis.

Quamvis tormenta bellica iam diu inuenta sint, mortaria tamen ad eiaculandos globos puluere pyriô fartos, inter recentia annumerari possunt. inueniun

Inueniuntur quidem nonnulli libri germanice conscripti, in quibus ostenditur methodus eiaculandi ignitos globos, non tamen expressè globos illos satis describunt, quos bombas nominamus. Nullos legimus huiusmodi globos in Gallia in vsu fuisse ante obsidionem Metensem in Lotaringia aut ante Dolanam quæ fuit anno 1636. nam anno 1628. quo capta est Rupella ignorabantur penitus, cum ne quidem vna in eam vrbem fuerit proiecta. cum tamen omnes adessent conditiones requisitæ, vt optatum successum nuncisceretur. Ea vrbs non adeò magna, confertæ domus, & ligneæ vt plurimum, atque adeo incendio aptæ. propugnatores vt plurimum ciues erant. quibus huiusmodi globi solent esse terrori quare circa annum 1630. in Galliam & forsan in Europam inuectas, aut potiùs inuentas esse dicendum est.

Diameter mortarij ad eiaculandas bombas idonei erit vnius pedis seu duodecim digitorum, vacui longitudo AC 18. diameter cameræ trium digitorum, longitudo nouem, diameter cardinum 6 digitorum & longitudo septem.

Globus autem diametrum habeat vndecim digitorum cum dimidio, crassities sit vnius digiti, & trium linearum æquabilis, quantum fieri poterit. figura sit sphærica, quamvis cylindracea adhiberi possit. duabus ansulis ad orificium, instruatur. caueatur ne sit porosus, aut crassitiem



maiorem habeat, multæ enim in hac materia ab artificibus fraudes fieri consueuerunt. orificium sic vnius digiti & duarum linearum.

Quicumque ad destinatum scopum bombas iaculari desiderat, eadem quantum fieri poterit vtatur mensurâ pulueris pyrij, eademque specie eiusdem pulueris alioquin nihil certi vnquam peraget. Debent fieri tubi lignei qui materiâ idoneâ repleantur, ad ferendum ignem in puluerem pyrium, exceptum concauitate globi. hi tubi fiunt lignei, nonnihil conici atque adeo vno circiter digito prope extremitatem quadrare debent orificio globi, longitudo erit digitorum 6 aut septem, perforantur autem, foramine, cuius diameter quartam partem digiti obtineat, leuigatô, & rectô.

Camera cuius longitudo 9 digitorum plus pulueris continet. quàm quæ requiritur ad eiaculandum globum, ad id enim præstandum duæ aut 3 pulueris libræ sufficient, cum autem puluis totam cameræ vacuitatem non impleat, reliquum eiusdem cameræ vacuum esse non debet, sed excipiat cylindrum ligneum. cauendum autem, vt omnes huiusmodi cylindri, eôdem modô hanc capacitatem impleant exactè, nec alij aliis crassiores sint, alioquin nullus erit ictus certus: debent igitur hi cylindri tornô elaborari.

Compositiones quibus tubi globorum onerantur tales esse possunt. pulueris triti libras octo, salis nitri duas, sulphuris vnam. boracis sem libra camphoræ pariter semilibra solutæ in spiritu vini bis rectificato: carbonum salicis vncia vna. omnia bene terantur, & cribrentur vel pulueris triti libras 4, salis nitri libram vnam. sulphuris semilibram vel pulueris libram, colophoniæ vncias duas. hæc omnia bene terantur, & cribrentur. & misceantur.

Hac materiâ onerantur tubi inserendi in bombas, comprimitur autem vt aliquantulum indurescat, quare infusa certa copia materiæ, ope virgæ ferreæ, & mallei lignei contunditur, eôdem ferè modô quô rochetæ.

Fiunt item alij tubi cartacei minores eâdem materiâ implendi qui aptissimi sunt, ad admouendum ignem tam bombæ, quàm mortariô. in quo inest aliqua difficultas, si enim inaccensa iaciatur bomba, nullum damnum infert hostibus, immò sæpe in obsessores regeritur. si verò vbi accensa est bomba, ob aliquod impedimentum mortarium ignem non concipiat, bomba intra mortarium diffringetur, mortariumque comminuet, certum est autem quod sæpe puluis à fune incendiario, non accenditur. quare fit tubus cartaceus cuius crassities æqualis est calamo, quô scribere solemus, longitudo vnius digiti, hic inseritur intra lumen mortarij, adhibita cera in circuitu, vt firmiùs adhæreat, omnisque aliunde adytus igni præcludatur. alius tubulus paulò longior virgæ accensoriæ aptatur. accenditur primo hic tubulus, & eô accensô admouetur ignis bombæ, tum tubulo mortarij. & interea dum tubuli materia comburitur librator tempus habet recedendi.

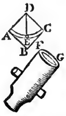
Mortarium ita oneratur, primò in eius cameram duæ aut tres libræ pulueris pyrij integri, & bene granulati iniicitur. huic pulueri imponitur cylindrus ligneus, vt nempe totum vacuum cameræ plenum sit, cauendum autem ne cylindrus laxus sit, nec etiam immoderate adhæreat lateribus, sed certô ordine & moderatione procedat si enim modò laxior, esset & postmodum firmior; nulla in dirigendis iactibus regula obseruari posset. hic cylindrus non superet cameram. huic cylindro cespes imponitur, qui cauitati mortarij conueniat. bomba autem primo impletur puluere pyrio. tum colla calefacta tubus ligneus prope extremitatem crassiorem, stupâ prius circumdatus, inducitur. inseritur tubus suâ materiâ instructus in bombam, ita vt exactè orificium eius impleat, & puluerem pyrium tangat, bomba ita bene comparata intra mortarium collocatur, ita in medio, vt non in vnam potiùs partem inclinet quàm aliam, ideo humus & cespites adhibentur, tota item bomba cespitibus tegitur, excepto tubulo qui prominet, vnô circiter digito.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

De directione mortarij.

Alia est methodus dirigendorum mortariorum ad destinatum scopum, alia tormentorum, ista enim vt plurimum directè, & per lineam rectam scopum respiciunt, hæc verò non item, cum non rectà illum attingant, sed per lineam curuam, circularem, parabolicam aut hyperbolicam nihil interest. dirigitur autem ope quadrantis qualis est ABC, cuius latus A B applicatur



secundum lineam FG, & tunc angulus CDE erit angulus quem facit mortarium cum horizonte. certissimum autem est vt diximus supra, angulum graduum 45 efficere iactum longissimum. modus igitur scopum attingendi talis erit, dirigitur mortarium ad scopum, eleuaturque secundum angulum qui aptissimus iudicatur. & exploditur, si breuior fuerit iactus, magis eleuabitur mortarium, & ita duobus, aut tribus ictibus inuenietur angulus requisitus. si acciderat vt breuior sit iactus & mortarium eleuatum sit ad quadragesimum vsque gradum, augenda erit pulueris mensura.

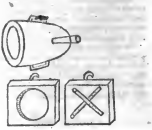
Si longior fuerit ictus, nec magis deprimi possit mortarium eò quòd alioquin bomba non transiliret impedimento interiecta, assumendi sunt anguli supra quadragesimum quintum gradum, & minuenda pulueris mensura. hæc praxis per attentationem, non videtur esse scientifica, communiter tamen adhibetur, etiam à celebribus libratoribus. nam tot sunt circumstantiæ quæ iactum alterare possunt, vt vix regula certa & infallibilis constitui possit. quare tantum obseruandum est, vt nihil alteretur, neque in pulueris copia, neque in compressione eiusdem, neque in pondere bombæ, alioquin vt iam monui omnis iactus incertus erit. alias dabimus praxes inferiùs.

PROPOSITIO XXIV.

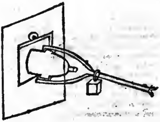
Theorema.

De tormento insititiò.

Tormentum insititium præcipuè est in vsu, ad perfringendas fores, clandestinà inuasione, si enim vigiles fuerint diligentes, omnis eius effectus, & vsus impedietur. vnde arcibus, aut munitioribus vrbibus vix adhibetur, sed tantum in castellis oppugnadis. eius figura facilis est anteriori enim parte paulò latior est quam posticà, sed sensim minuitur eius diameter. pondus huius tormenti debet esse sexaginta, vel octoginta librarum, nec multum excedere hoc pondus, vt nempe duo saltem homines illud ferre, & mouere possint; illius crassities ad caudam sit 18 linearum, & ad orificium 9 aut 10. diameter orificij erit octo digitorum & diameter vacuitatis ad caudam erit quinque digitorum. longitudo vnius circiter pedis. foramen in medio satis amplum vt excipere possit cylindrum ligneum, quo in medium puluerem ignis iniiciatur & in eo positum est præcipuum huius machinæ artificium. hoc tormentum non sim-



pliciter foribus admouetur, alioquin simpliciter eas perforaret, sed vt fiat amplior disfractio, ante tormentum adhibetur crassior tabula ferreis laminis armata, quæ vna parte receptaculum habet, excipiendo tormento; suspenditur ad fores hæc tabula vncô ferreô. dum impletum est puluere tormentum, inseritur tubus ligneus oneratus materia lenta, vt ignem in medium pulucrem deferat, sic enim maior eius copia accenditur, obturatur orificium tormenti orbiculo ligneo, immo & cera obturantur foramina.



Variis modis applicatur huiusmodi tormentum qui vt plurimum pendent ex locorum circumstantiis aliquando enim simplex furca adhibetur, alij pontem habent rotis instructum, sed ista relinquimus artificibus, nihil enim difficultatis & scientiæ continent.

PROP.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Aliqua ſcitu digna circa tormenta bellica.

Notatum quod globus vnctus ſeuô, longiùs explodatur. immo monent nonnulli optimum eſſe in ſingolas vices, totum tormentom præcipue ſi ferreum ſit nonnihil leuiter vngere.

Tormentum ferreum ſi dum incaluit aqua infrigidetur, periculoſum erit vt diſſiliat, quia nempe hoc modo temperaturam aliquam acquirit. Adigitur nonnunquam clauus in hoſtiles machinas, qui clauus Chalybeus ſit, habeatque inciſuras ad modum ariſtarum, ne extrahi poſſit, & regredi. poterit tamen terebella chalybeâ comminoi.

Dum ſuppetit tempus aliis modis inutiles omnino poſſumus reddere machinas hoſtiles etiam non adactô clauô. Si enim duplici, aut triplici menſura onerentur, & globi ita inſerantur ſubſtituiô validè cuneo ferreô, vt amplius egredi non poſſint; ſi explodantur diſſilient omninò, & diffringentur, hic modus in eo periculoſus eſt, quod partes ad magnam diſtantiam ferantur. ſæpe lapillus aut calculus, ita implicare poteſt globum vt liber non ſit, & egredi amplius non poſſit.

Datur à nonnullis hæc regula, circa iactuum longitudinem, tormentum bellicum iactum horizotalem habet paſſuum 500. medium 6000.

Semitormentum horizontalem iactum habet paſſuum 400. medium 5400.

Colubrina hurizontaliter 600. medio iactu 7100.

Semicolubrina horizont. 450. medio iactu 5400.

Sacrum horizont. 350. iactu medio 4100.

Falco horizont. .00, iactu medio 3600.

Falcunculus horiz. 250, iactu medio 300.

De iactibus, inclinatis infra horizonté hæc breuiter de illis dici poſſunt, tales iactus eſſe multo deteriores aliis, eò quòd globus non reſiſtat pulueri, vnde tanta pulueris copia non accenditur, aſſero item, deſcenſum à grauitate ortum, nullius fere eſſe momenti, & in quacumque diſtantia, plus deperdi de primo impetu violento ob aëris reſiſtentiam quam acquiratur vi grauitatis. ratio huius rei eſt quod quantum experientiis allatis in Statica, concludi poteſt, reſiſtentia aëris talis eſt, vt putem accelerationem grauium, vix ad trecentos pedes peruenire, ita vt tantum aëris reſiſtentia detrahat de impetu, quantum acceleratio addere poſſet, cum graue 40 aut quinquaginta pedes perficit intra ſemiminutum ſecundum Sed globus emiſſus perficit intra ſemiminutum paſſus ſexaginta, ergo multo maior erit aërie reſiſtentia. vnde globus ita emiſſus nullam habebit accelerationem, ſed potius ſenſim debiliorem, & minus velocem habebit motum.

Quærunt nonnulli an priùs ſonus ad ſcopum, quam globus perueniat. experti ſunt multi ſonum intra minutum ſecundum perficere pedes 1380 ſeu, paſſos 277. ita vt tormento diſtante pedibus 6800, ſeu paſſibus 1350. prius flamma erumpens videatur quam audiatur fragor, quinque minutis ſecundis. & conſequenter ſonus perficiet leucam intra 11. minuta ſecunda,

Sed globus ſecundum minutum impendit in percurrendis 120 paſſibus. quare impendit 24 aut 25 minuta ſecunda in percurrenda leuca. igitur multo velociùs fertur ſonus quam globus. & poſſibile erit ex magna diſtantia vitare ictum tormenti bellici.

Quæritur vtrum de nocte poſſit quis ad deſtinatum ſcopum tormentum dirigere, quod duobus modis intelligi poteſt; primus modus erit an quis poſſit dirigere tormentum ad rem de nocte viſibilem v. gr. ad ignem aliquem; quod facile fiet ſi ſupra eius orificium accenſus apponatur funis incendiarius, tunc enim collineabimus.

Secundus ſenſus huius propoſitionis erit, an de die collineando, & notando circumſtantias loci, ad quem de nocte dirigenda eſt machina; poſſimus in eundem eam ſitum reſtituere, quando per retroceſſionem eam directionem amiſerit, reſpondeo poſſe. cum enim directio conſtet duobus, nempe vt machina eidem verticali ſubiaceat, & eundem inclinationis angulum cum horizonte comprehendat, primum ope pixidis magneticæ præſtabimus, ſecundum ope quadrantis. ſi de die quando machina directa eſt in ſcopum applicetur regula lignea orificio tormenti, & huic regulæ pixis magnetica, notetutque gradus circuli in fundo pixidis deſcripti, cui incumbit acus. ſi de nocte ita ſtatuatur machina, vt applicando eandem regulam, & idem pixidis latus, acus incumbat eidem gradui; machina eundem verticalem reſpiciet; pariter ſi quadrans circuli eôdem modô applicatus, indicet tormentum eamdem habere inclinationem cum horizonte, ſi hæc omnia obſeruentur idem attingetur ſcopus.

Ne quid huic noſtro operi deeſſe videatur, de proiectis aliqua attexam quæ non inutilia erunt, etiam ad tormentorum bellicorum iactus dirigendos. Suppono autem me iam probaſſe in Statica, lineam quam decurrunt proiecta paraboicam eſſe, prodeuntem ſcilicèt ex impetu horizontali vniformi, aut ſaltem prò vniformi aſſumpto, & impetu aſcendente deficiente, per gradus eoſdem, quibus augetur impetus grauitatis, & in deſcenſu ex impetu grauitatis naturaliter accelerato. his duobus principiis tota hæc doctrina nititur, quæ propterea vera tantum eſt, abſtrahendo a deficientia impetûs horizontalis: hanc igitur doctrinam paucis hic explicare intendo, vt aliquid etiam ad praxin deducamus. ſi quibus autem in decurſu indigebimus proprietatibus paraboles, aut eas indicabo, aut etiam ſi opus fuerit probabo: veſtigiis autem Galilæi, & Torricellij inſiſtam, ex quibus multa mutuabor.

SVPPOSITIO.

Suppono me iam probaſſe in Statica, impetum verticalem ſurſum, ſenſim & per gradus deficientem, & ſuum mobile eleuantem ad aliquam altitudinem, ad duplam altitudinem eôdem tempore, eleuaturũ fore idem mobile, ſi totus impetus per illud tēpus integer, ſine decremento perſeueraſſet.

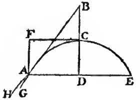
PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Semita proiectorum ſublimiori puncto bifariam ſecat perpendiculum lineæ directionis.

Sit proiectum quod ex puncto A, dirigatur quidem

quidem per lineam directionis AB, sitque punctum C sublimius. ducatur per punctum C perpendiculum BCD, quod voco perpendiculum



lineæ directionis, eò quòd illam attingat in puncto B: ducatur ad lineam horizontalem AD perpendicularis AF, & parellela FC. Dico lineas BC, CD esse æquales.

Demonstratio impetus quò proiectum fertur ex A in C, constat horizontali motu, & verticali; horizontalis integer perseuerat: deficit tantum quatenus verticalis, ergo quò tempore peruenit proiectum in C, eodem peruenisset in B si non imminutus fuisset, vt nempe horizontalis elongatio eadem perseueret. Sed impetus quatenus verticalis totus deficit in C, & per suppositionem superiorem, si integer perseuerasset ad duplam altitudinem, suum mobile euexisset, sed euexisset vsque in B, ergo linea BD, est dupla ipsius CD; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXVII.

Impetus in punctis parabolæ vtrinque à vertice æqualiter distantibus, æquales sunt.

Sint puncta A & E, eiusdem parabolæ, continuatæ, scilicet per descensum, æqualiter à vertice distantia. dico æqualem impetum esse in A & E.

Demonstratio impetus horizontalis supponitur idem semper perseuerasse, supponitur item impetus grauitatis temporibus æqualibus in ascensu decrescere in descensu augeri, æqualiter, ergo cum tempora quibus horizontaliter peruenitur ex A in D, æquale sit, tempori, quo peruenitur ex D in E cum lineæ AD.DE sint æquales, erit id quod deperditur de motu verticali in AC, æquale illi quod acquiritur in CE. ergo in A & C impetus erit æqualis: quod erat demonstrandum.

Licèt non probauerimus aliàs eandem parabolam continuari, hoc ita facile est vt innuisse sufficiat. cum enim spatia verticaliter percursa à graui proiecto, ex natura rei, & seclosa quâlibet resistentia (in illa enim hypothesi loquimur) se habeant, reciprocè vt spatia à graui decidente percursa, tantundem addet spatij verticalis, tempore æquali graue decidens, quantum detrahit eiusdem spatij verticalis, graue ascendens.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Vt globus Ascendendo, eamdem lineam percurrat, quam horizontaliter explosus descendendo percurreret, debet impetum maiorem à tormento accipere.

Supponuntur duo globi explosi à tormento bellico, vnus horizontaliter per CF, sed grauitate deorsum vrgente, feratur per lineam parabolicam CA. Idem vel æqualis globus explosus in situ eleuato AB, decurrat eamdem lineam parabolicam AC, quæritur quisnam iactus fuerit vehementior, dico iactum obliquum fuisse vehementiorem initiò hoc est debuisse tormentum bellicum maiorem impetum communicare globo, vt ascenderet hôc modò, quam vt per eamdem lineam ferretur descendendo.

Demonstratio, impetus à tormento bellico, communicatus globo in situ horizontali, est impetus quò certo tempore percurrere debuerat, tantum lineam CF, nam impetus verticalis, quò interea descendit, quasi ex F, in A, non est à tormento bellico, nec ab ea producitur; sed à grauitate globi. Impetus verò qui eidem globo imprimitur, in situ obliquo, vt per eamdem lineam parabolicam feratur, est is quò eodem tempore percurreret, totam lineam AB, nisi grauitas eum impetum imminueret, quatenus verticalis est: ergo iste impetus maior est.

Vel melius impetus in A est æqualis, siue globus ascendat ex A, in C siue descendat ex C in A, sed impetus qui est in A, dum sursum ascendit totus est à tormento bellico, qui verò est in A, dum globus horizontaliter impellitur, non est totus a tormento bellico, sed impetui ab ipso producti superuenit, à grauitate. ergo si præcise spectemus id quod à tormento producitur; maior erit impetus in situ obliquo, quam in situ horizontali: quod erat demonstrandum.

Pariter si tormentum bellicum deorsum inclinaretur per lineam AG, vt eamdem continuaret parabolam, quam perficit iactu horizontali CF, deberet tormentum bellicum illi maiorem impetum communicare, quam in situ horizontali, nempe impetum æquiualentem impetui horizontali AF, & impetui acquisito per descensum FA.

Corollarium, 1. impetus qui communicatur in situ eleuato AB, ad impetum, qui communicatur in puncto C à tormento bellico horizontali, se habet vt linea AB, ad lineam FC, aut AD. quia cum eodem tempore, si nihil vtrique impetui addetetur, aut detraheretur, percurrere deberent lineas AB, CF, impetus autem permanentes se habeant, vt spatia, erit impetus in A, ad impetum in C vt AB, ad CF.

Coroll 2. sequitur item si in puncto A vel sursum vel deorsum æqualis impetus imprimatur, secundum eamdem lineam directionis AB, aut AG, eamdem parabolam continuatam scilicet percurrendam.

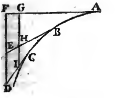
PROP.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Impetus in diverſis punctis parabolæ ſe habent, vt partes tangentium inter duas lineas verticales intercepta.

Sit parabola A, B, C; aſſumantúrque tria eius puncta A, B, C, quæritur quomodo ſe habeant



impetus eiuſdem globi delati per eam lineam, in punctis A, B. C. certum eſt quod in puncto A, ſi nullus impetus de novo ex gravitate adveniret, quod globus ferretur per lineam A F, tangentem ſcilicet parabolam in puncto A. pariter dum globus, eſt in B, & dirigitur in E, ex duplici ſcilicet impetu, nempe primum impreſſô, & aequiſito per gravitatem, ſi impediretur omnis de novo productio impetûs, à gravitate; continuaret ſuum motum per tangentem BH, nihil enim eſſet quod eum à cœpto itinere detorqueret, aut cogeret deviare, nam hæc permixtio, ſeu combinatio duplicis impetûs ad eam partem defert, cum in puncto *B*, parabula cum linea HB, eam tangente congruat. ſimili modô in puncto C impetus compoſitus, ſi nullum fieret additamentum à gravitate deferret mobile per tangentem CI, ſed in ea ſuppoſitione, cum impetus horizontalis ſupponatur idem permanere, eôdem tempore percurretur ſpatium inter lineas verticales FD G C interceptum, ergo eôdem tempore percurrerentur F G, EH, DI; & cum ſuppoſuerimus nullum fieri additamentum, conſiderantur impetus, vt permanentis naturæ: ergo ſe habent impetus vt lineæ FG, EH, DI. quod erat demonſtrandum.

Ad propoſitiones ſequentes nonnulla de parabolâ ſupponuntur.

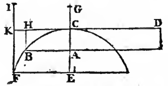
PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Sagitta ſunt in duplicata ratione applicatarum.

Primò quidem ſupponitur in quâlibet parabola dati latus rectum, latus autem rectum, eſt linea quæ ſimol cum ſagitta comprehendit rectangulum æquale quadrato applicatæ ordinatim, vt ſi ſit ordinatim applicata AB, cuius quadrato rectangulum AD æquale ſit, comprehenſum ſcilicet ſub ſagitta AC, & latus CD, linea CD, dicitur latus rectum. quare ordinatim applicata, ſemper eſt media proportionalis inter ſagittam, & latus rectum.

Cum autem ſagittæ C A, C E, aſſumptâ communi altitudine C D, ſe habeant vt prædicta rectangula, ſagittæ ſe habebunt ſicut quadrata



ſuarum applicatarum, ſed ordinatim applicatæ ſe habebunt in ſubduplicata ratione quadratorum ſuorum, ergo ſagittæ ſunt in duplicata ratione ordinatim applicatarum.

COROLLARIVM.

Quare ſi grave incipiat ſuam accelerationem in vertice parabolæ verbi gratia in puncto C, ſintque ſpatia, ſeu caſus C A, CE, ordinatim applicatæ ſe habebunt, vt tempora, vel etiam vt impetus acquiſiti, in ſubduplicata ſcilicèt ratione ſpatiorum.

Galileus Torricellius aliique communiter, qui de hoc motu parabolico egerunt vocant ſublimitatem parabolæ, quartam partem lateris recti, vt ſi linea CG, ſit quarta pars lateris recti C D, hanc vocant ſublimitatem parabolæ. pariter ſi aſſumatur ſagitta æqualis quartæ parti lateris recti, vt C A, punctum A vocant focum, propter peculiarem proprietatem, nempe quod omnes radij paralleli axi, in eo vniantur vt oſtendimus in Catoptrica. ſi ergo per focum A, ſit ordinatim applicata AB, hæc erit dupla ſagitta AC, nempe media proportionalis inter AC & CD quadruplam hec igitur A B æqualis erit, ſagitta A C, & ſublimitati CG ſimul ſumptis.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Si grave ex ſublimitate parabolæ decidat ad verticem vſque, motúſque reflexione aliquâ in horizontalem mutetur, ita vt de novo incipiat motum alium deorſum: parabolam decurret.

Supponitur grave decidens ex puncto G, & motu accelerató eſſe delatum vſque in C, ſed propter reflexionem aliquam, hic motus in horizontalem mutetur, vel ſi mavis imprimatur gravi in puncto C poſito, impetus horizontalis æqualis illi quem haberet, ſi cecidiſſet ex puncto G; incipiat autem de novo deorſum ferri, motu accelerato, feratúrque duplici motu, nempe horizontali qui immutabilis eſt, & totus integer perſeverat, & motu deorſum acceleratô; dico quod hoc duplici motu prædictam parabolã percurret.

Demonſtratio. Primò oſtendo tale grave tranſiturum per punctum B. interea dum vi impetûs horizontalis; qui æqualis ſupponitur acquiſito per caſum GC, percurrit lineam CH, duplam ipſius CG, deſcendit per CA, æqualem ipſi CG, quia impetus horizontalis totus eſt ſimul, & integer perſeverat; qui acquiritur per caſum CA, eſt in ſtatu acquiſitionis, vidimus autem in Statica, impetum permanentem ad duplum ſpatium deferre

 ergo

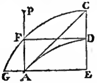
ergo quô tempore motu horizontali percurrit C H, motu gravitatis descenderit per C A, ergo erit in B. motus horizontalis idem perseverat, & se habet vt tempora; iam sumatur tempus quô grave descendit ex C in E, hæc tempora se habebunt vt ordinatim applicatæ, & spatium horizontale percursum, cum acceleratus non sit motus horizontalis, etiam se habebit vt ordinatim applicatæ, ergo quô tempore grave descendit ex C in E, motus horizontalis percurret ordinatim applicatam E F: ergo perveniet in F. quod cùm de omnibus aliis simili modô ostendi possit: grave parabulam decurret. quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Mobile sursum proiectum, eôdem impetu quô aliud mobile oblique proiectum; ascendit ad altitudinem simul, & sublimitatem parabolæ, quam proiectum obliquè, decurrit.

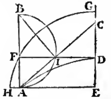
Hanc propositionem primo ostendo in angulo graduum 45. Sit ergo proiectum, quod per A P



sursum emittatur, eâdem vi seu impetu quô aliud mobile emittitur per AC, & decurrit A D, cuius D C sit sublimitas, & DE altitudo. ducatur D F, parallela ipsi AE. & per F, & C intelligatur duci parabola GFC. sitque AP, æqualis ipsi EC. compositæ ex altitudine DE, & sublimitate DC. dico grave A, ascensurum vsque ad P.

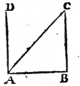
Demonstratio. Impetus eiusdem gravis in A, & D, sunt inter se vt AC ad FD, (*per 28 huius*) impetus item casuum CD, & CE, (*per 29. huius*) sunt vt GE, ad F D, sed quadratum G E, ad quadratum F E, se habent vt C E, ad CD per defin. parabolæ, nempe vnum est duplum alterius, & pariter quadratum lineæ AC, est duplum quadrati AE, seu FD: ergo lineæ GE, & A C sunt æquales, sed impetus casus CE, ad impetum casus CD, seu ad impetum qui est in puncto D, est vt G E ad F D, & impetus gravis in A, ad eundem impetum in D, est vt A C. seu G E, illi æqualis ad FD: ergo impetus gravis in A, æqualis est impetui casus C E, nempe lineæ compositæ ex altitudine, & sublimitate. vidimus autem in Statica impetum acquisitum per descensum aliquem, posse illud revehere ad eandem altitudinem; ergo si grave sursum emittatur perpendiculariter eadem vi, quam obliquum habet in puncto A, ascendet ad lineam æqualem compositæ ex sublimitate, & altitudine.

Idem ostendo vniversaliter. sit parabola quæcumque eius inclinatio sit A C parabola A D, cuius sublimitas D G, altitudo D E. composita ex vtraque sit E G, cui æqualis A B, ostendo quod si mobile ex A, projiciatur perpendiculariter, ascendet in B. per D, ducatur parallela FD, secans AC in I, & cum CD, D E seu FA



sint æquales (*per 25. huius*) & triangula I C D. IFA, sint æquiangula; erunt FI, ID, sicut AI, I C æquales. sublimitas autem DG; seu FB est quarta pars lateris recti. Sed ex defin. parabolæ. quadratum ex A E, æquale est rectangulo sub D E, seu FA, & latere recto, ergo rectangulum sub FA. & FB, quarta parte lateris recti, æquatur quartæ parti quadrati ex A E, seu quadrato eius medietatis FI. est ergo FI, media proportionalis inter AF, & PB, & circulus circa AB, descriptus, transit per I. Intelligatur describi parabola per puncta F, & G, quæ sit GFH. intendo primo probare lineas HE, & A C, æquales esse hôc modô. quadratum H E, ad quadratum F D, se habet vt G E ad G D, ergo excessus quo quadratum H E, superat quadratum FD ad quadratum FD, erit vt DE ad DG, seu FA ad FB, sed excessus quô quarta pars quadrati AC, nempe quadratū AI, superat quartam partem quadrati FD, id est quadratū FI, est ad quadratum FI, in ratione duplicata linearum AF, FI, id est vt AF, ad FB, vt autem quartæ partes ita tota, ergo excessus quô quadratum A C, superat quadratum F D, se habet eôdem modô ad idem quadratum F D, sicut excessus quô quadratum H E, quadratum FD superat: ergo quadrata A C & HE sunt æqualia, & consequenter lineæ.

Quibus positis absoluo demonstrationem in parabola GFH, si F D, sit impetus acquisitus per casum GD, HE seu AC, repræsentabit impetum acquisitum per casum GE, seu A B, (*per 29. huius*) sed pariter in parabola A D, impetus in D, qui nempe æqualis est acquisito per casum GD, se habet ad impetum puncti A, vt F D ad A C. ergo impetus puncti A, & impetus acquisitus per casum AB æquales sunt, sed impetus acquisitus per casum A B, potest revehere suum mobile ad eandem altitudinem: ergo si mobile sursum impellatur eadem vi, qua proiectum obliquum ascendet per AB, compositam scilicet ex altitudine, & sublimitate parabolæ. quod erat demonstrandum.



In hac materia cavenda est æquivocatio, quæ fieri posset quoties dicimus in puncto A, eam esse velocitatem aut impetum qui sit compositus ex impetu æquali illi quem acquirit per casum G D horizontaliter reflexo, & ex impetu, acquisito

pec

per casum D E, non est inquit intelligendum, quod si prior impetus esset intensus vt tria,& posterior intensus vt duo, propterea impetus in A, sit intensus vt 5. quia dum impetus ferunt in diversas partes, vt in hoc casu prior supponitur horizontalis, & secundus verticalis. non coalescunt per simplicem additionem, sed potius impetus resultans se habet ad singulos, vt diagonalis ad latus.

Quod vt melius intelligas, ponatur mobile in A, quod ascendat per AD, impetu vt duo. & interea tota AD, transferatur in BC æquali impetu, hoc duplici motu & velocitate, mobile percurret diagonalem A C. non tamen velocitate, aut impetu vt 4. nam eodem tempore percurret A C, quo linea A D. percurrit A B, ergo impetus qui fit de novo se habebit, vt AC ad AD.impetus ergo tantum perfecte vniuntur, & se intendunt, cum ferunt in eandem partem.

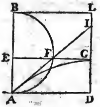
In superiori exemplo in antepenultima figura, impetus acquisitus per DE, si perseveraret, & sumeretur vt permanens, moveret mobile per lineam duplam nempe per CE, interea mobile percurrit motu horizontali æquabili lineam AE,bene ergo impetus in A, in ea hypothesi percurreret diagonalem A C. cuius quadratum æquale est quadratis AE, EC.non tamen propterea sequitur quod sit æqualis ipsis simul sumptis, quasi adderentur per simplicem additionem. nam in hoc casu non est duplus vtriúsque, sed se habet ad vtrumque vt AC, ad A E, & cum quadratum lineæ AC, ad quadratum AE, sit vt 2 ad 1. se habebit impetus in A, ad impetum vtrumque separatim, in subduplicata ratione 2 ad 1. sed pariter impetus acquisitus per casum C E, ad impetum acquisitum per casum BE, quæ se habent vt 2 ad 1. est in subduplicata ratione linearum C E. B E, ergo impetus in A, & impetus acquisitus per casum CE sunt æquales.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Datô impetu, datôque angulô directionis, amplitudinem, altitudinem totámque parabolam determinare.

Supponitur datos seu cognitus impetus, ita vt mensura illius sit linea aliqua, è qua si caderet



grave, talem impetum acquireret. Sit ergo data talis linea A B. circa quam fiat semicirculus AFB, hunc semicirculum linea directionis secet in puncto F, per punctum F, ducatur linea F E, parallela horizontali A D, quæ vlterius producatur, ita vt FG, FE sint æquales, per punctum G, ducatur perpendiculum LD,tum per puncta A, & G describatur parabola, quæ vnica est, neque enim duæ describi possunt circa axem G D. dico hanc esse parabolam quæsitam: cuius parabolæ linea directiva est linea, A I, tangens parabolam in A; quam ostendo tangentem esse.

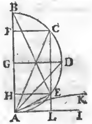
Demonstratio. Cum triangula AEF, GFI, habeant angulos rectos in G & E, & angulos ad verticem in F æquales, & latera E F, F G, sint facta æqualia (*per 26. 1. Eucl,*) erunt omni modo æqualia. ergo latera A E. seu D G, & G I æqualia erunt, & (*per 25. huius*) AG est parabola, quæ ex tali directione oritur. Dico insuper E B, seu LG, esse eius sublimitatem cum enim quadratum lineæ AD seu EG, sit quadruplum quadrati lineæ EF, erit rectangulum sub GD altitudine, & latere recto quadruplum quadrati lineæ EF est autem (*per 16. sexti*) vt AE ad EF, ita EF ad EB, &(*per 15. 6. Eucl.*) rectangulum sub A E, E B, æquale est quadrato ex E F, ergo rectangulum sub A E, seu G D, & latere recto quadruplum est rectanguli sub AE, EB, & cum altitudo A E. sit eadem, latus rectum erit quadruplum lineæ B E. (*per 1. 6. Eucl.*) ergo E B, erit eius sublimitas, quare (*per 30 huius*) proiectum decurrens parabolam AG habet impetum æqualem illi,quem acquireret grave, si decideret ex B in A.

COROLLARIVM I.

In parabola sublimitas est tertia continue proportionalis, & altitudo est prima, & dimidium basis media.

COROLLARIVM II.

Constat datô impetu alicuius machinæ qui determinetur per lineam A B, maneátque idem in



omnibus directionibus,sintq; directiones AC,AD, AE erit AF, altitudo ad quam perveniet globus,si explodatur per AC,& FC, erit quarta pars totius iactus, intelligo lineæ horizontalis quæ subtendet parabolam integram. erit A G, altitudo parabolæ quam describet,si dirigatur per AD;& GD, quarta pars lineæ horizontalis. A H, altitudo parabolæ ortæ, & directione AE,& HE,quarta pars longitudinis horizontalis.

COROLLARIVM III.

Divisâ AB, bifariam in G, ductáque perpendiculari G D, hæc omnium transversalium maxima est, & cum sint GD, G A æquales, angulus GAD est graduum 45. ergo si elevetur machina ad angulum

gulum graduum 45. iactus horizontalis, erit longissimus.

COROLLARIVM IV.

Assumptis arcubus æqualibus C D, D E, infra & supra angulum 45. cum finus FC, H E sint æquales, & anguli C A D, DAE, etiam æquales, sequitur longitudines horizontales esse æquales.

COROLLARIVM V.

Etiamsi cognita non sit linea A B, nempe iactus verticalis, si tamen cognoscatur iactus quilibet, nempe amplitudo cuiuslibet hyperbolæ, vna cum inclinatione, facilè dabitur primo altitudo illius, nam quarta pars illius, se habet ad altitudinem vt sinus rectus, arcûs dupli inclinationis, ad sinum versum eiusdem. si nempe fuerit inclinatio infra gradum quadragesimum quintum. nam in eadem figura linea HE, est sinus arcûs AE, qui est duplus anguli inclinationis EAI; cùm sit in circumferentia, H A est sinus versus eiusdem arcûs dupli. quare bases hyperbolarum, se habebunt, vt sinus arcuum duplorum. Ex quibus etiam habentur longitudines iactuum supra gradum 45. Sed altitudines erunt compositæ ex sinu toto GA, & sinu complementi arcûs C D, nempe FG. quare per regulam proportionum innotescunt cætera omnia, potéstque facilè construi tabulâ istorum omnium, desumpta ex sola tabula sinuum. quam protulit Torricellius: & nos ex ipso decerpemus.

COROLLARIVM VI.

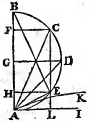
Sequitur longitudinem horizontalem iactûs graduum 45. esse duplam lineæ ad quam perveniret grave, si perpendiculariter projiceretur, cum enim hæc longitudo sit quadrupla lineæ G D, & eiusdem AB sit dupla, erit hæc longitudo dupla lineæ AB.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Datô impetu, & amplitudine horizontali, invenire directionem, & altitudinem.

Hæc propositio est conversa superiorum. Sit ergo datus impetus, cognitus secundum lineam,



ad quam eveheret suum mobile. detur & parabola A I, cuius detur amplitudo, quæritur eius directio, & altitudo. fiat pariter circa AB semicirculus, sitque AL, quarta pars amplitudinis, quæ erit necessariò minor, quam dimidia AB, ducatur perpendicularis LEC secans semicirculum, in punctis E, & C. dico huic amplitudini convenire directionem A E, aut A C. nam vtraque directio habet parabolam, cuius amplitudo sit quadrupla lineæ HE, aut FC, vt patet per superiorem. vnde nisi innotescat, an angulus directionis fuerit supra, an infra gradum quadragesimum id determinari non poterit. pariter altitudo erit AH, aut AF.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Datâ amplitudine, & directione altitudinem, & impetum reperire.

Sit in eadem figura datus directionis angulus EAI, & amplitudo cuius quarta pars sit linea AL, ducatur per L perpendicularis L E, quæ secet lineam directionis in punctô E, fiatque angulus AEB rectus, & excitetur perpendicularis AB, erit AB esse impetum datum. quia nempe semicirculus descriptus circa A B, transit per punctum E, cum angulus AEB sit rectus. ductâ item perpendiculari HE, habetur altitudo AH, vel LE. quare quarta pars amplitudinis A L, potest sumi pro sinu toto, & altitudo L E, pro tangente inclinationis directionis, seu anguli quem directio cum horizonte comprehendit. nam in omni triangulo rectangulo, si vnum latus fiat sinus totus, aliud erit tangens anguli oppositi.

COROLLARIVM.

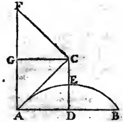
Variæ propositiones conversæ fieri possunt quas indico in hôc corollario, nempe datâ altitudine A H, & directione AE, hoc est angulô EAL, & consequenter angulô EAH, cætera reperire. per H, ducatur perpendicularis HE, & habebis quartam partem amplitudinis, factóque angulo rectô AEB, habebis impetum AB.

Pariter data Amplitudine cuius quarta pars sit AL, & altitudine AH reliqua innotescent, ductâ enim perpendiculari LE, & parallela HE per punctum concursûs E, ducetur linea directionis AE, & factô angulo rectô AEB, habetur impetus AB.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

In directione semirecta, amplitudo æqualis est lateri recto parabolæ.



Sit amplitudo seu basis parabolæ A B, orta ex directione

directione semirecta CAD. dico basim AB æqualem esse lateri recto parabolæ. AEB.

Demonstratio cum inclinatio sit semirecta erunt AD, & DC æquales & cum (*per 25. huius*) DE, EC sint æquales, erit AD ipsius DE; dupla; sed AD, est media proportionalis inter DE,& latus rectum; ergo latus rectum, est quadruplum lineæ DE,seu duplum lineæ AD,sed pariter AB est dupla eiusdem AD, ergo AB est æqualis lateri recto parabolæ quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Proiectionum æqualium, quæ fit per angulum semirectum, minorem requirit impetum.

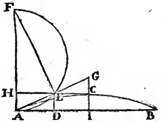
Dico omnium proiectionum æqualium hoc est quarum amplitudo sit æqualis, quæ fit per angulum semirectum, ea minorem requirit impetum. Si enim aqualis esset impetus, ea esset omnium maxima; sed supponitur æqualis: ergo minorem habet impetum, quam vt sit maxima.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Durationem proiectionum inter se comparare.

Proponatur quæcumque proiectio parabolica, ACB quærimus quam rationem habeat tempus quô perficitur ad tempus quô graue decidit, ex AF, quæ indicat impetum. dico se habere durationem proiectionis parabolicæ ACB, ad tempus quo graue decidit ex AF, quæ AF indicat impetum, quô globus proiicitur per ACB; sicut AE ad AF.



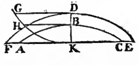
Demonstratio tempus quô percurritur AC ascendendo, est æquale tempori quo graue descenderet ex C, in A, seu quô descenderet ex C, in I; seu ex H in A; tempus autem quô descendit graue ex F in A, est in subduplicata ratione lineæ AF, ad AH; quæratur ergo media proportionalis, inter AF & AH, hæc erit AE, nam in triangulo rectangulo AFE, ita est hypothenusa AF, ad AE oppositam angulo F, sicut in triangulo rectangulo, AHE, basis AE, ad AH oppositam angulo AEH æquali ipsi F, quare tempus quô descendit graue ex AF, ad tempus quo percurritur semiparabola BC, erit vt AF, ad AE. & cum dupla sint in eadem ratione, tempus quo ascendit graue ex A in F, & quo descendit ex F, in A; ad tempus quô percurritur ACB, erit vt AF, ad AE.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

Durationes proiectionum parabolicarum, sunt in subduplicata ratione suarum altitudinum; & sumptis in axe alterius parabolæ altitudinibus; erunt vt ordinatim applicatæ in ea parabola.

Sint duæ parabolæ ABC; FDE; quarum altitudines KB, KD; certum est durationem proiectionis per ABC duplam esse temporis, quô



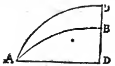
graue caderet, ex B in K, sicut duratio proiectionis per FDE, est dupla temporis, quô graue decideret ex D in K, sunt autem hæc tempora in subduplicata ratione lineæ DK, ad BK; quare si fiat quæcumque parabola maior, quæ vtramque altitudinem amplectatur, sintque ordine inuersô ordinatim applicatæ GD, BH, cum illæ sint in subduplicata ratione: ita se habebunt, vt durationes proiectionum. quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Proiectionum æqualem basin habentium, impetus in punctô sublimiori sunt vt tempora reciprocè.

Sint duæ proiectiones parabolicæ eamdem basin habentes, sintque medietates earum AB,



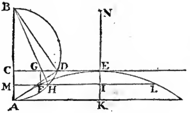
AC. dico impetus in punctis B, & C se habere vt tempora quibus perficiuntur.

Demonstr. in punctis sublimibus B,& C restant soli impetus horizontaliter deferentes, cum grauitas destruxerit, totum impetum, quatenus sursum ferentem, sed impetus horizontales sunt inuariabiles, idemque spatium percutiunt nempe eandem semibasin AD; sed impetus æquabiles, & idem spatium percurrentes, se habent vt tempora reciproce; ergo impetus in punctô sublimiori

 M se

se habent, reciproce vt tempora quod erat demonstrandum.

Hic autem impetus horizontalis qui inuariabilis est in omnibus & singulis punctis parabolæ, æqualis est vt ostendimus impetui quem acquireret graue, si descenderet ex sublimitate parabolæ. impetus autem partialis seu verticalis, est tanquam cadentis ex altitudine parabolæ, sit ergo sublimitas parabolæ B C, altitudo AC. erit impetus horizontalis ad impetum verticalem vel initio vel in fine parabolæ, vt impe-



tus acquisitus per casum B C, ad impetum acquisitum per casum CA, separatim sumptos; hoc est ita vt incipiat de nouo impetus in C. sed impetus sunt vt tempora, tempora sunt in subduplicata ratione linearum BC, & CA, nempe vt BC ad CD, vel vt CD ad CA. vel vt BD ad AD, istæ enim rationes, sunt omnes subduplicatæ linearum BC, ad CA.

Determinabimus item impetum verticalem in quibuslibet punctis parabolæ, verbi gratia in puncto F impetus verticalis est æqualis impetui acquisito per casum GF.

Denique determinabimus impetum, compositum quem habet globus in singulis punctis parabolæ; verbi gratia in puncto L aut H, eumque comparabimus cum impetu, quem habet in puncto A (nempe qui æqualis est impetui qui acquiritur per B A) ducatur enim horizontalis linea LHM iungaturque B H; dico impetum in H ad impetum in A esse vt BH ad BA.

Demonstratio impetus in A æqualis est illi qui acquiritur per casum BA, & qui est in L, est is qui acquiritur per casum N I, seu B M. sunt autem impetus vt tempora, seu in subduplicata ratione spatiorum estque vt A B, ad B H ita BH ad B M, ergo impetus per AB, ad impetum per B M est vt B H ad B A quod ostendendum erat.

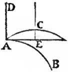
Pariter cum impetus in E, sit is qui acquisitus est per casum NE, se habebit ad impetum in A, vt BD, ad BA

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Horizontalis proiectio eodem impetu facta, quò obliqua. pro sublimitate habet lineam compositam ex altitudine, & sublimitate alterius.

Sit Horizontalis proiectio A B, & obliqua AC, factæ ab eodem impetu, dico lineam AD compositam ex sublimitate & altitudine, proiectionis obliquæ, esse sublimitatem respectu proiectionis A B.



Demonstr. punctum A parabolæ AC, habet impetum acquisitum per casum AD, compositum ex sublimitate, & altitudine. punctum A proiectionis habet eumdem impetum, æqualem scilicet illi quem haberet, si caderet ex sola sublimitate: ergo AD est illius sublimitas.

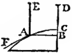
PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Si graue ceciderit in aliquod punctum parabolæ, ex linea composita ex sublimitate parabolæ & altitudine illius puncti; eiusque motus conuersus fuerit in tangentem; eamdem parabolam motu suo describet.

Sit parabolæ punctum A, cuius altitudo BC sublimitas parabolæ sit CD, sitque graue quod descendat, ex E, in A, nempe casus ille æquatur altitudini BC, & sublimitati CD. dico si hic motus verticalis conuertatur in tangentem AF, percurretur eadem parabola.

Demonstratio hæc parabola supponitur ea quæ describitur à graui decidente ex D in C. si eius motus mutetur in horizontalem, sed in parabola



sic descripta impetus in A, idem est ac ille qui fit per casum E A, supponitur etiam eadem directio motus, ea scilicet quam hæc parabola habet in puncto A, ergo eodem modo se habet in puncto A, ac si iam descripsisset parabolæ segmentum CA, ergo illam perficiet.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

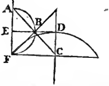
Datis impetu, & directione, vel impetu & amplitudine, vel directione & amplitudine, focum parabolæ reperire.

Datis duobus ex recensitis, inuenitur sublimitas parabolæ, sed sublimitas æqualis est distantiæ foci à vertice, est enim quarta pars lateris recti.

Vel datis duobus ex recensitis describi potest figura qualem supra descripsimus, in qua

si

si ducatur linea ABC erunt, cum lineæ EB BD



sint æquales, & triangula æqui angula erunt AE, DC æquales.

PROPOSITIO XLIV.

Theorema.

Proiectiones ab eodem impetu, & cum æquali inclinatione vna descendente, alia ascendente sunt segmenta eiusdem parabolæ.

Ostendimus supra si cum æquali impetu, sursum dirigatur proiectio, vel deorsum per eandem lineam directionis, quod continuabitur eadem parabola, sed si non per eandem lineam, sed per aliam similiter inclinatam æqualis & similis continuabitur parabola.

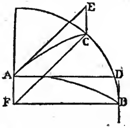
Ex his patet horizontalem parabolam esse omnium maximam, cum maximum habeat latus rectum, habet autem maximum, cum maximam habeat sublimitatem.

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

Si simul fiant duæ proiectiones ex eodem puncto, cum eodem impetu per diuersas inclinationes. Erunt semper grauia in periferia alicuius circuli, cuius centrum est in perpendiculari per tale punctum ducta.

Fiant duæ proiectiones parabolicæ, eodem impetu, ex eodem puncto A, quæ sint AB, AC. sint lineæ inclinationum AD, AE diuersæ. dico quocumque tempore, duo illa proie-



cta inueniri in circumferentia eiusdem circuli, qui sit in perpendiculari AF, tantum distans à puncto A, quantum grauia vi grauitatis deflexerunt, à via directionis.

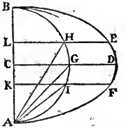
Sit ergo vnum proiectum in B, ducatur perpendiculum DB, si grauitas non egisset foret eo instanti, in D. assumatur linea AE, æqualis ipsi AD, si grauitas non egisset, esset graue in puncto E, descendit autem per EC, ita vt EC, DB sint æquales, cum grauitas eodem tempore in vtroque similiter operetur; abscindatur AF, æqualis lineis EC, BD iunctis FB, clarum est cum AF, & EC sint parallelæ, & æquales, lineas AE, EC esse æquales, sicut AD, FB; ergo circulus descriptus ex F per B, transit, etiam per C.

Simili modo ostendimus in Statica, pondus in brachio stateræ pendulum circulum describere.

PROPOSITIO XLVI.

Si ab eodem puncto, & cum eodem impetu fiant variæ proiectiones, vertices omnium erunt in superficie sphæroidis cuius maior diameter horizontalis sit dupla alterius.

Supponantur variæ proiectiones, quarum omnium AB sit linea impetûs determinatiua; clarum est vertices esse E, D, F, ita vt sit LE dupla lineæ LH, sicut CD est dupla lineæ CG;

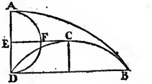


sed hoc modo generatur sphæroidis, aut potius ellypsis ergo constat propositio.

PROPOSITIO XLVII.

Proiectio horizontalis facta ex puncto sublimitatis proiectionis semirectæ, & cum æquali impetu idem punctum attingit.

Proponatur proiectio horizontalis AB, facta



ex puncto A sublimitatis proiectionis semirectæ

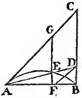
DEB, & cum eodem impetu. Dico eas duas proiectiones idem punctum B attingere.

Demonstr. cum punctum A, sit punctum sublimitatis proiectionis DCB, erit AD, eius impetus. hoc est habebit impetum, qui acquireretur per casum AD, & cum EF, FC sint ostensæ æquales, erit amplitudo parabolæ DCB, dupla lineæ AD. cum autem supponatur idem impetus, proiectionis AB, erit AD æqualis eius sublimitati. ergo (*per* 42.) punctum D est eius focus. vel cum AD sit quarta pars lateris recti, vt applicata DB, in parabola AB, sit media proportionalis inter AD, & eius quadruplum; debebit esse dupla ipsius AD, ergo semiamplitudo proiectionis seu semiparabolæ AB, & amplitudo proiectionis DCB sunt æquales, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXVIII.

De iactibus in planis inclinatis.

Non semper tormenta bellica ita explodantur, vt globus præcise, in idem planum horizontale incidat, sed sæpe scopus, aut est altior tormento bellico, & vt plurimum depressior, quæritur methodus inueniendi amplitudinem iactûs in plano illo decliui; datâ scilicet tam iactûs, quam plani inclinatione.



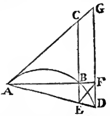
Supponatur ergo amplitudo iactûs in plano horizontali esse linea AB, directio esse AC, ita vt cognoscatur angulus CAB. detur item decliuitas plani AD. hoc est notus sit angulus BAD, quæritur linea AE, ducatur per B perpendicularis BD, & illi parallela FEG. ducatur item FD quam primò ostendo esse parallelam lineæ AC.

Fiat vt CB tangens anguli CAB, ad CD excessum eiusdem tangentis, supra tangentem DB, anguli scilicet DAB, ita AB cognita ad AF, secundo fiat vt sinus totus, ad secantem anguli BAD, ita AF, ad AE, & habebitur AE.

Demonstratio supponit demonstratum esse ab Archimede lineam FD parallelam esse lineæ AC. quâ suppositione factâ, facilè perficietur demonstratio.

Demonstratio. cum FD & AC sint parallelæ, erit (*per* 4 6.) vt BC ad CD, ita AB, ad AF, clarum autem est in triangulo rectangulo AFE, si AF, sit sinus totus, AE erit secans anguli EAF.

Secundò detur iactus horizontalis AB cognitus, cum angulo inclinationis BAC, detur item planum decliue AD, cuius scilicet datus angulus BAD. quæritur linea AD, ad quam peruenit parabola. perficiatur figura, vt vides. Fiat vt AB, tangens inclinationis tormenti, ad BE tangentem inclinationis plani, ita AB ad BF. & cognoscetur tota AF. quæ si fiat sinus totus, AD erit tangens anguli FAD cogniti.



Demonstratio. Prima analogia patet, si linea EF supponatur parallela lineæ AG, fiunt enim triangula ACB, BEF æquiangula. ergo vt CB ad AB, ita BE ad BF.

Conuersæ huius propositionis quæ ad vsum sunt magis accommodatæ facili negotio perficientur. Proponatur enim tormentum in puncto A positum, iam probatum, & cuius cognoscantur omnes horizontales iactus sicque datus scopus in E positus, in situ eleuato, ita vt detur angulus DAB, detur item distantia AE. quæritur iactûs horizontalis AB; & quia supponitur tormentum bellicum, iam probatum dabitur ex tabulis sequentibus eleuatio requisita.

Fiat ergo vt secans anguli dati EAF, ad sinum totum, ita AE, ad AF, & cognoscetur AF. & FE, si opus fuerit.

Iam per attentationem hoc modo operabor, assumam inclinationem tormenti quam iudicabo optimam esse; faciamque vt DC excessus tangentis inclinationis tormenti supra tangentem anguli BAD, ita AF, ad AB. consulo deinde tabulas, & experior, an vere huic eleuationi pro hoc tormento, debeatur talis iactus horizontalis, tandiuque repetam operationem donec inueniam omnia quadrare. & tandem reperiam eleuationem in qua statuendum est tormentum, vt iactu circulari attingat scopum E, & quæ habeat amplitudinem tali eleuationi congruentem.

Eodem modo operari licebit quando scopus, erit in plano decliui constitutus. si enim ponatur scopus esse in D, & cognita linea AD & angulus inclinationis FAD, dabuntur AF, & FD in passibus. Assumatur quæcumque inclinatio tormenti, quæ apta videbitur, fiatque vt aggregatum ex duabus tangentibus, eleuationis tormenti, & plani, seu ex lineis CB, BE, ad CB, ita AF, ad AB. cognoscetur AB in passibus: quære in tabulis, an vere huic machinæ pro tali eleuatione, competat longitudo AB. si vere omnia congruunt, attingetur scopus D, si in tali gradu collocetur tormentum. sin minus alia, atque alia tentanda erit eleuatio.

PROP.

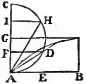
PROPOSITIO XLIX.

Conſtructio tabularum.

Ex his principiis facile tabolas conſtruere poſſumus quibus omnes proiectiones ex vna determinare poſſemus. Supponitur autem ſemibatis parabolæ ſemirectæ, ſeu pruiectionis anguli 45 eſſe partium 10000. & conſequeorer eum oſtenderimus A C, aggregatom ex altitudioe, & ſublimitate illi eſſe æqualem, erit linea AC partium 10000. quæ in omnibus ſupponitur æqualis & eadem.

Primo quærenda eſt ſemlampliudo aliarum omnium, ſit verbi gratia ioclinatio proiectionis angulus DAE, 40 gradoum;duplicetur hic angulus habebitur arcus AD, cuios ſinus DF, duplieatus dat amplitudinem quæſitam, & cum AC ſit 10000. & in tabula ſiouum ſupponatur 20000.aſſumantur ſimpliciter ſinus rectus arcuum inclinationis duplus.

Item ſinus verſus AF, exhibet altitudinem parabolæ habetur autem ſinus verſus, ſi ſinum complemeoti FG ſubtrahas. ex ſinu toto AG. Si altitudioem auferas ex A C reſtabit ſublimitas. Ita



operaberis vſque ad angulum 45. poſt angulum 45. duplicabis angulum H A E, vt habeas arcum ADH, cuiſque ſupplementum ad ſemicirculum, ſeu arcûs CH, ſinus HI, duplicatus dat amplitudinem quæſitam, cuius ſinus verſus I C erit ſublimitas, & hæc ſubtracta ex diametro A C 10000. relinquit AI altitudioem. quia autem in hac hypotheſi radius A G, eſt tantum 5000. cum A C ſit 10000. ſinuum verſorum medietates accipiendæ ſunt, vt conſtruatur tabula.

Inclinatio	Amplitudo semiparabolarú.	Altitudo.parabol.	Semiduratio.	Inclinatio	Amplitodo semiparabolarũ.	Altitudo.	Semi Duratio.
1.	349.	3.	75.	46.	9994.	5174.	7193.
2.	698.	12.	349.	47.	9976.	5349.	7314.
3.	1045.	27.	523.	48.	9945.	5523.	7431.
4.	1391.	49.	698.	49.	9903.	5696.	7547.
3.	1736.	76.	871.	50.	9848.	5868.	7660.
6.	2079.	109.	1045.	51.	9781.	6040.	7771.
7.	2419.	149.	1219.	52.	9703.	6210.	7880.
8.	2756.	194.	1391.	53.	9613.	6378.	7986.
9.	3090.	245.	1564.	54.	9511.	6745.	8090.
10.	3420.	302.	1736.	55.	9397.	6710.	8192.
11.	3746.	364.	1908.	56.	9272.	6873.	8290.
12.	4067.	452.	2079.	57.	9135.	7034.	7387.
13.	4384.	306.	2150.	58.	8988.	7192.	8480.
14.	4695.	585.	2419.	59.	8819.	7347.	8572.
15.	5000.	670.	2588.	60.	8660.	7500.	8660.
16.	5199.	760.	2756.	61.	8480.	7650.	8746.
17.	5592.	855.	2924.	62.	8290.	7796.	8892.
18.	3870.	955.	2090.	63.	8090.	7959.	8910.
19.	6137.	1060.	3156.	64.	7880.	8078.	8988.
20.	6418.	1170.	3420.	65.	7660.	8214.	9063.
21.	6691.	1284.	3584.	66.	7431.	8346.	9135.
22.	6947.	1403.	3746.	67.	7193.	8473.	9205.
23.	7193.	1527.	3907.	68.	6947.	8597.	9272.
24.	7431.	1654.	4067.	69.	6691.	8716.	9336.
25.	7600.	1786.	4226.	70.	6428.	8830.	9397.
26.	7800.	1922.	4384.	71.	6137.	8940.	9455.
27.	8090.	2061.	4540.	72.	5870.	9045.	9510.
28.	8290.	2204.	4695.	73.	5592.	9145.	9569.
29.	8480.	2350.	4845.	74.	5299.	9240.	9613.
30.	8660.	2500.	5000.	75.	3000.	9330.	9639.
31.	8829.	2653.	5150.	76.	4695.	9415.	9703.
32.	8988.	2808.	5299.	77.	4384.	9494.	9744.
33.	9135.	2966.	5446.	78.	4067.	9568.	9781.
34.	9272.	3127.	5392.	79.	3746.	9656.	9816.
33.	9397.	3290.	5756.	80.	3420.	9698.	9848.
36.	9511.	3455.	5878.	81.	3090.	9755.	9878.
57.	9613.	3622.	6018.	82.	2756.	9806.	9903.
38.	9703.	3790.	6157.	83.	2419.	9851.	9925.
39.	9781.	3960.	6293.	84.	2079.	9891.	9943.
40.	9848.	4132.	6418.	85.	1736.	9924.	9962.
41.	9903.	4304.	6561.	86.	1392.	9931.	9976.
42.	9945.	4477.	6691.	87.	1045.	9973.	9986.
43.	9976.	4651.	6820.	88.	698.	9988.	9994.
44.	9994.	4826.	6947.	89.	349.	9997.	9998.
45.	10000.	5000.	7071.	90.	0000.	10000.	10000.

Amplitudo

Amplitudo.	Gradus Elevat. G. M.	Complementum. G. M.	Amplitudo.	Gr. El. G. M.	Complementum. G. M.
10.	17.	89. 43.	510.	15. 20.	74. 40.
20.	34.	89. 26.	520.	15. 40.	74. 20.
30.	52.	89. 8.	530.	16. 0.	74. 0.
40.	1. 9.	88. 51.	540.	16. 21.	73. 39.
50.	1. 26.	88. 34.	550.	16. 41.	73. 19.
60.	1. 43.	88. 17.	560.	17. 2.	72. 38.
70.	2. 0.	88. 0.	570.	17. 23.	72. 37.
80.	2. 18.	87. 42.	580.	17. 44.	72. 16.
90.	2. 35.	87. 25.	590.	18. 5.	71. 53.
100.	2. 52.	87. 8.	600.	18. 26.	71. 34.
110.	3. 9.	86. 51.	610.	18. 48.	71. 12.
120.	3. 27.	86. 33.	620.	19. 10.	70. 50.
130.	3. 44.	86. 16.	630.	19. 32.	70. 26.
140.	4. 1.	85. 59.	640.	19. 54.	69. 6.
150.	4. 19.	85. 41.	650.	20. 16.	69. 44.
160.	4. 36.	85. 24.	660.	20. 39.	69. 21.
170.	4. 54.	85. 6.	670.	21. 2.	68. 58.
180.	5. 11.	84. 49.	680.	21. 25.	68. 35.
190.	5. 29.	84. 31.	690.	21. 49.	68. 21.
200.	5. 46.	84. 14.	700.	22. 13.	67. 47.
210.	6. 4.	83. 56.	710.	22. 37.	67. 21.
220.	6. 21.	83. 39.	720.	23. 2.	66. 58.
230.	6. 39.	83. 21.	730.	23. 27.	66. 33.
240.	6. 57.	83. 3.	740.	23. 52.	66. 8.
250.	7. 14.	82. 46.	750.	24. 18.	65. 42.
260.	7. 32.	82. 28.	760.	24. 44.	65. 16.
270.	7. 50.	82. 10.	770.	25. 11.	64. 49.
280.	8. 8.	81. 52.	780.	25. 38.	64. 22.
290.	8. 26.	81. 34.	790.	26. 6.	63. 54.
300.	8. 44.	81. 16.	800.	26. 34.	63. 26.
310.	9. 1.	80. 58.	810.	27. 3.	62. 57.
320.	9. 20.	80. 40.	820.	27. 33.	62. 27.
330.	9. 38.	80. 22.	830.	28. 3.	61. 57.
340.	9. 56.	80. 4.	840.	28. 34.	61. 26.
330.	10. 14.	79. 46.	850.	29. 6.	60. 54.
360.	10. 33.	79. 27.	860.	29. 39.	60. 21.
370.	10. 51.	79. 9.	870.	30. 14.	59. 46.
380.	11. 10.	78. 50.	880.	30. 50.	59. 10.
390.	11. 29.	78. 31.	890.	31. 27.	58. 33.
400.	11. 47.	78. 13.	900.	32. 5.	57. 55.
410.	12. 6.	77. 54.	910.	31. 45.	57. 15.
420.	12. 25.	77. 33.	920.	33. 28.	56. 32.
430.	12. 44.	77. 16.	930.	34. 13.	55. 47.
440.	13. 3.	76. 57.	940.	35. 2.	54. 58.
450.	13. 22.	76. 38.	950.	35. 54.	54. 6.
460.	13. 41.	76. 18.	960.	36. 52.	53. 8.
470.	14. 1.	75. 59.	970.	37. 58.	51. 2.
480.	14. 21.	75. 39.	980.	39. 16.	50. 44.
490.	14. 40.	75. 20.	990.	40. 57.	49. 3.
500.	15. 0.	75. 0.	1000.	45. 10.	45. 0.

PROPO

PROPOSITIO L.

Problema.

Vsus tabularum.

Vsus tabularum ex earum constructione patet.

Primus vsus erit, vt data maxima proiectione; alicuius tormenti bellici, inveniam facile amplitudinem, cuiusl bet alterius proiectionis factæ scilicet ad quemcúmque angulum inclinationis. maximam hanc proiectionem divide bifariam, vt habeas semiamplitudinem. tum fiat vt · 10000. ad hunc numerum ita numerus inventus in elevatione proposita, ad quartum hic quartus erit semiamplitudo proiectionis quæsitæ. ponamus maximam proiectionem alicuius colobrinæ elevatæ scilicet ad angulum 45. esse passuum 4000. assumo eius dimidium nempe 2000. tum supponatur inquiri proiectio graduum 30. quæro in elevatione graduum 30. invenióque semiamplitudinem esse 8660. si fiat vt 10000 ad 2000. ita 8660. ad quartum, quod facile fiet si 8660. per 2000. & ex producto deleas quatuor cyphras restabunt 1732. passus multiplicandi pat binarium eritque 3464. tota proiectio.

Demonstratio. Facilis est ex constructione tabulæ, quæ supponebat maximam proiectionem esse partium 20000. & eius dimidium 10000. tabula autem dimidium babet.

Quia autem eadem est ratio semissium, quæ totorum; poteris non dividere bifariam. si enim accipias integram amplitudinem 4000. faciásque vt 10000. ad 4000. ita numerus 8660. respondens elevationi, ad quartum invenies pariter 3464.

Eàdem viâ ex maxima amplitudine, proiectionis semirectæ, invenies primo eius altitudinem hôc modo. Supponatur maxima proiectio esse 4000. dividatur bifariàm eritque 2000. assumatur altitudo respondens in tabula proiectioni 45 graduum, habebisque 5000. fiat vt 10000 ad 2000. ita 5000. inveniésque altitudinem 1000 passuum. eodem modo si fiat vt 10000. ad 2000. ita 7071. numerus respondens durationi ad quartum; babebis 1414 semidurationem. hoc est in tabula maxima semiduratio nempe proiectionis verticalis, supponitur 10000. æqualis scilicet semiamplitudini proiectionis semirectæ, sed semiamplitudo est tantum 2000. hoc est verticalis proiectio impenderet in descensu tempus, quó grave descenderet per pedes 2000 ponamus illud tempus esse tertiarum 2000. dimidia duratio tantum 1414. impendet. & consequenter si impetum verticalem metiri velimus, contra scilicet planum horizontale, ille se habebit ad impetum quem baberet idem globus si descenderet ex 2000 passibus, vt 1414 ad 2000. nempe fere vt tria ad quatuor.

Quæ omnia abstrahunt à resistentis medij saltem in pluribus: in multis enim cum resistentia, sit vbique eadem, non destruitur omnino proportio.

Quod circa altitudinem, & impetum iactûs semirecti diximus, de iactu quôlibet intelligi debet, inveniemus enim in tabula numeros qui facta regula trium exhibebunt altitudinem verticalem parabolæ, & semidurationem.

Secundus vsus erit vt datò quocúmque iactu, cuius babeatur elevatio, seu inclinatio, quemcúmque alium invenias. praxis non erit diversa. detur alicuius tormenti bellici iactus nempe amplitudo. sit verbi gratia iactus 50 graduum. supponatur esse 2500 passuum Geometricorum; volo scire eiusdem tormenti bellici iactum graduum 35. quære in tabula vtrumque numerum invenies pro grad. 50. 6418. & pro 35. 9397. fiat regula si 6428. dant 9397. quid dabunt 2500. invenio 3654 pro amplitudine integra.

Si velis durationem aut impetum: erit observandum numeros in tabula positos, esse tantum semiamplitudines comparatas scilicet cum altitudinibus, & cum maxima duratione.

Eodem modo quô iactum graduum 35. inveni ex iactu graduum 20. alium quemcúmque invenire poteram, vt maximum omnium, sive amplitudinem proiectionis semirectæ.

Tertius vsus erit vt data amplitudine iactûs semirecti, aut etiam cuiuscúmque, cuius nota sit, invenias gradum elevationis necessarium, vt fiat iactus quicumque. Ponatur iactus semirectus tormenti alicuius bellici fuisse 3000 passuum. volo habere iactum 2000 passuum. quæritur ad quam inclinationem dirigendum sit tormentum bellicum. Quia tabula confecta est pro iactu semirecto 5000 passuum. fiat vt 3000 ad 1000. ita 2000. ad 666. quæro in tabula secunda, & invenio ad 660. requiri elevationem graduum 20. 39. & ad 670 gradus 22. 2. dico requiri elevationem circiter graduum 20. min. 52. Idem per primam tabulam præstare poteras, nam diceres si 3000. dant 2000. partes 10000. dant 6666. quem numerum non invenies in tabula; invenies tamen illi vicinum 6691. quare detrahes vel addes eandémque invenies elevationem requiri 20. 52. vel eius complementum 69. 8.

Non tantum ex iactu semirecto: sed etiam alio quocumque alium etiam quemcumque invenies, per regulam proportionum. sit enim propositus quicumque 300 passuum, & elevationis 20 graduum, quæritur elevatio requisita vt fiat iactus 4000 passuum, modò fieri possit ab eo tormento. fiat vt 656. numerus in tabula respondens grad. 20. ad 3000 passus, ita 4000 passus ad 875. inveniόque gradus 30. 35. vel complementum eius. alij vsus sunt istis similes.

PROPOSITIO LI.

Problema.

Omnia Problemata circa iactus per solam tabulam sinuum soluere.

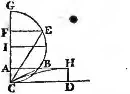
Cum superiores tabulæ, ex canone sinuum eductæ sint, & in ea fundentur, eodem modô quô constructæ, eodem etiam solventur omnia problemata.

Proponatur ergo primò iactus semirectus, seu maximus alicuius maioris colubrinæ fuisse 4000 passuum, quæritur quilibet alius verbi gratia iactus graduum 30. cum angulus 45. duplicatus absolvat quadrantem, fiat vt sinus totus, ad sinum anguli 30 duplicati, seu sinum anguli 60. ita 4000. ad quartum, numerus qui proveniet, erit is qui quæritur. hæc praxis est iam demonstrata.

Vice versa ex quocumque iactu, quemcumque invenies.

inuenies. si nempe facias vt sinus angulorum duplorum, ita iactus, sumendo scilicet pro sinubus arcuum maiorum quadrante, sinus suplementorum ad semicirculum.

Secundo proponatur altitudo cuiuslibet iactus cognoscenda. si iactus sit minor quadrante, fiat vt sinus dupli anguli eleuationis, ad sinum suum versum, ita quarta pars iactus, ad quartum, numerus qui fiet erit is qui quæritur, vi-



dimus enim supra si AB sit quarta pars amplitudinis iactus, A C esse altitudinem eius, A B tamen est sinus arcus CB, qui est duplus anguli BCD. immo dato quolibet iactu cuiuscumque eleuationis verbi gratia eleuationis ECD. si fiat vt FE, sinus supplementi G E ad semicirculum arcus CBE ad sinum FE, auctum radio, ita quarta pars iactus ad quartum; habebitur altitudo C F, quoties arcus eleuationis duplus superabit quadrantem. si fiat vt eadem FE sinus supplementi arcus C E, ad quemcumque sinum, ita quarta pars illius iactus ad quartum habebitur eleuationis subduplæ illius arcus. Denique si fiat vt idem sinus F E, ad quemcumque sinum versum AC. ita quarta pars iactus, ad quartum; exurget altitudo A C. vel ex quacumque altitudine, aut amplitudine cognoscetur cuiuslibet alterius iactus amplitudo, aut altitudo.

Facile item ex amplitudine, aut altitudine vnius iactûs, cæterorum omnium altitudinem, aut amplitudinem inueniemus. quæ omnia supponunt omnes iactus cum eodem impetu fieri.

Datâ amplitudine, aut altitudine vnius iactûs, vnà cum eius inclinatione, inuenietur inclinatio requisita, vt amplitudo iactus euadat tot partium, si enim fiat vt amplitudo iactus cogniti, ad eiusdem sinum arcus inclinationis dupli; ita amplitudo quæsita ad alium sinum; hic sinus bifariam diuisus exhibebit inclinationem iactûs quæsiti. quæ inclinatio duplex erit, cum ostenderimus angulos æqualiter à gradu 45 distantes, æquales habere iactus.

Idem dicendum est, de altitudine, sed tunc non amplitudo assumenda est, sed quarta eius pars. si habeatur altitudo iactus graduum 30 quæritur inclinatio, iactus 2000 passuum, fiat vt altitudo iactus graduum 30. ad sinum versum arcûs dupli seu 60; ita quarta pars amplitudinis quæsitæ nempe 500 passuum ad sinum quemcumque: & habebitur arcus, qui si diuidatur bifariam exhibebit inclinationem quæsitam.

Impetus facile ex amplitudine, aut altitudine eruetur. si enim fiat vt sinus, arcûs dupli inclinationis, ad sinum totum, bis sumptum; ita quarta pars amplitudinis, ad quartum habebitur impetus, quo factus est iactus.

Pariter data amplitudine vnius iactus, inuenies impetum necessarium, vt alius quilibet iactus eandem habeat amplitudinem. fiat enim vt sinus, arcûs dupli inclinationis secundi iactus, ad sinum arcûs inclinationis primi. ita sinus totus bis sumptus ad quartum, & habebitur impetus secundi.

Demonstratio cum enim sit in primo iactu. vt sinus arcûs dupli, ad bis sinum totum. ita quarta pars amplitudinis eius ad impetum primum, & in secundo pariter vt bis sinus totus ad sinum arcûs dupli secundi, ita impetus secundus ad quartam partem amplitudinis.

Erit in perturbata ratione vt sinus primi arcus, ad sinum secundi ita impetus secundi ad impetum primi reciprocè. Intelligo autem hic per impetum, lineam impetus seu casum, si enim impetus comparandi essent, media proportionalis assumenda, neque enim impetus casuum seu acquisiti per casus, se habent vt spatia, sed in subduplicata ratione.

Ex his aperitur via ad metiendos impetus à variis tormentis productos, si enim fiant iactus æquales vtriusque tormenti, lineæ casuum se habebunt reciproce, vt sinus arcuum inclinationis duplorum. si iactus fiant inclinationis eiusdem, lineæ quæ metiuntur impetum se habebunt vt iactus, intelligo metiri impetum, nempe quod impetus sit æqualis, ei qui acquireretur à graui decidente, ex altitudine quæ sit æqualis illi lineæ. quare si propriè & in rigore exigatur impetuum comparatio quærenda est media proportionalis.

Ex altitudinibus pariter idem inuenies. sint enim duo iactus diuersorum tormentorum altitudinis æqualis, quod dignosces si duo iactus fuerint durationis æqualis, tunc se habebunt reciproce lineæ casuum, vt sinus versi arcuum duplorum, intelligendo in arcubus maioribus quadrante sinum complementi auctum sinu toto.

Alia multa excogitari possunt circa huiusmodi iactus & in iis fundantur quæ de neruorum viribus, ostenduntur à patre Mersenno, inuenitur enim impetuum mensura, nempe linea casus perpendicularis.

Ex quibus patet vires neruorum, & etiam tormentorum bellicorum seu impetus productos, esse in subduplicata ratione, iactuum eiusdem eleuationis, vbi enim sunt iactus eiusdem eleuationis, cum linea quæ metitur impetum, sit vtrobique quarta pars amplitudinis, hæ lineæ casuum se habebunt, vt amplitudines, & impetus ipsi in subduplicata ratione.

PROPOSITIO LII.

Quadrantis militaris constructio.

Superius tradita doctrina difficilior est, quam

quam vt à communibus bombardariis in vsum reuocari possit, quare praxes requiruntur quæ illorum captum non superent. proponit quadrantem militarem Torricellius, quô vt puto nihil vtilius & commodius in hac materia excogitari poruit: ita enim breui compendio superiùs traditam doctrinam complectitur, oculisque subiicit, praxesque habet ita faciles, vt ab imperitis etiam vsurpari possint.

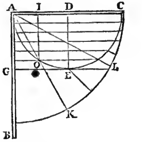
Primus Tartaglia, quantum potuit methodum inquisiuit, vt cum aliqua certitudine tormenta bellica dirigerentur. non tantum ad eum scopum qui sphæram ictûs directi non excedit, sed etiam, ita librarentur, vt eum scopum attingerent, ad quem parabolico tantum iactu possent peruenire. quare ipse quadrantem aut potius squadram quadrante instructam, cuius maius latus in machinam insereretur, ostenderetque ad quem gradum eleuationis esset directa de hoc quadrante locuti sumus.

Hunc quadrantem in 12 partes æquales diuidit, quas punctutum nomine nuncupauit, singulas iterum in 12 minuta.

Hæc tamẽ diuisio nihil docebat quamuis enim iam pro certo haberet punctum sextum, quod in 45 gradum incipit, iactum producere longiorem, decrementa tamen non se habebant secundum rationem diuisionis punctorum. ponamus enim iactum semirectum colobrinæ triginta librarum, esse passuum 4000, non propterea directo tormento, secundum primam diuisionem, seu primum punctum etiamsi primum punctum, sit sexta pars sexti puncti, non tamen propterea amplitudo iactus erit sexta pars, alterius, sed multo maior, & pro passibus 666 seu sexta parte, perueniet ad 1032. hoc est excedet quartam partem. In secundo puncto pro tertia parte iactûs nempe 1333 perueniet ad medietatem seu passus 2000. & ita in reliquis punctis amplitudines iactuum, non erant in eadem ratione, ac puncta. Quare restabat sola experientia, quæ vt regulam certam stabiliret exactissime sumenda erat, & in omni genare machinarum, & pulueris nitrati, quod quam sit longum, & difficile nemo non videt.

Torricellius ergo primo in quadrante ordinario puncta inæqualia constituit, vt diuidatur iactus in partes æquales. quare ea diuisione consequemur, vt si machina ad primum punctum eleuetur, iactus erit sexta tantum pars, iactus semirecti, si eleuetur ad secundum, iactus duplicabitur, & ita consequenter, poterunt item singula puncta subdiuidi, in tot minutias, quot voluerimus, ita enim quoscumque iactus consequemur. ita autem instituitur diuisio.

Sint squadræ crura AB maius, AC minus, & ex A vt centro descriptus sit quadrans CE, circa diametrum AC, ex puncto medio D describatur semicirculus AFC. ducta perpendiculari DE, assumatur AG illi æqualis, iungaturque EG, quæ erit tangens circulum in E, vt patet. linea AG in 6 partes æquales diuidatur. si duodecim tantum puncta desideras, vel singula in 12 si etiam minuta habere cupis, per diuisiones lineæ AG ducantur parallelæ lineæ AC, quæ secabunt semicirculum in duobus punctis, vltra, & citra punctum E. per hæc puncta ex puncto A ducantur lineæ rectæ, dico diuisum esse quadrantem vt par est. demonstrare oportet quod si dirigatur tormentum, ita vt perpendiculum cadat in diuisionem



quintam, quod amplitudo iactus se habeat, ad amplitudinem iactus semirecti vt 5 ad 6.

Demonstratio ponatur linea metiens impetum esse diameter AC, erit in tali casu, quarta pars amplitudinis iactûs semirecti linea DE & linea OI quarta pars amplitudinis, si machina angulum cum horizonte efficeret æqualem angulo OAB, linea autem OI continet quinque sextas lineæ AG, seu DE; & dum filum cadit in K. tormentum cum horizonte angulum comprehendit æqualem angulo LAE cum anguli LAE, KAC supponantur æquales. ergo si perpendiculum cadat in K, quarta pars amplitudinis iactus: se habebit ad iactum semirectum, vt 5 ad 6, vt autem quadrantes, ita & totæ amplitudines, ergo decreuit amplitudo sexta parte, quod erat demonstrandum.

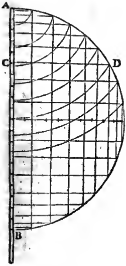
Idem ostendere possumus in aliis punctis: ergo quadrans militaris diuisus est in partes, quæ amplitudinem maximam in partes æquales diuidant.

Ex eo Fluxit aliud instrumentum ab eodem Torricellio excogitatum, quô non tantum amplitudines iactuum, sed etiam altitudines, durationes, seu tempus, sublimitas impetus, eaque omnia quæ hactenus proposita sunt exhiberet. quod vt melius fiat necessarium est vt variarum linearum, quæ in instrumento duci aut etiam sola mente cogitari possunt, longitudo facillime innotescat. Fit ergo primo squadra, cuius maius brachium in tormentum bellicum inseri possit, & vt ibi firma maneat brachium illud longius sit alio minori brachio ponderosius. Huic squadræ annectitur lamina ærea, aut asserculus læuigatus, qui diuisiones minutas possit excipere. In hac lamina describitur semicirculus, cuius diameter diuiditur in quoquot voluerimus partes æquales plurà ducentas. ducitur & radius perpendicularis diuidens circulum in duos quadrantes. hic radius in 100 partes diuidatur.

Secundò semicirculus diuiditur in 90 partes æquales, per singulas diuisiones ducentur perpendiculares ad diametrum, & parallelæ, ita erit tota superficies semicirculi diuisa in quadri

latera

latera rectangula. Punctum cui inseretur perpendiculum, erit exterius punctum diametri, ex quo vt centro etiam intelligendi essent per singulas diuisiones circumferentiæ semicirculi, ducti circuli concentrici, vt nempe haberetur longit. subtensarum quæ à tali puncto A, ad singulas diuisiones duci possunt. atque hoc modo perficitur quadrans militaris; qui quò erit maior, eò plurium diuisionum capax erit præcisioresque exhibebit linearum mensuras. In eo quadrante linea

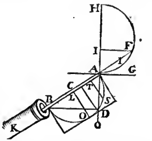


AB impetum repræsentat, nempe perpendicularem, è qua si caderet graue æqualem impetum haberet ei quem machina imprimit globo. Lineæ situum vt sunt CD dant amplitudines, sinus versi vt AC altitudines parabolarum, CB & aliæ sublimitates, & subtensæ qualis est AD, tempus quod impenditur a globo in percurrenda parabola.

PROPOSITIO LIII.

Vsus quadrantis militaris.

Immittatur quadrans militaris, eò modò compositus & diuisus quò diximus, in os tormenti bellici; ita vt brachium eius maius, cum infima vacui superficie congruat; atque adeò cum linea directionis conueniat: In quo situ perpendiculum A D secet semicirculum in puncto D dico angulum D A E æqualem esse illi quem linea directionis machinæ cum horizonte comprehendit, cuius anguli arcus A D duplus est. producatur enim linea directionis B A vsque in F, ducatur item horizontalis AG, & verticalis AH, sitque A H linea metiens impetum talis globi, circa quam describatur semicirculus H F A ducaturque perpendicularis F I.



Demonstratio cum angulus FAE, rectus sit sicut HAG, erunt inter se æquales, & ablato communi GAE, restabunt anguli EAD, FAG inter se æquales, & arcus AF, AD eorum dupli erunt similes, quare in vtroque semicirculo æqualem latera triangulorum æquiangulorum habebunt rationem, ad diametrum. Sed posito impetu AH; I F est quarta pars amplitudinis; AI altitudo parabolæ AF duratio, IH sublimitas: ergo assumpta AB, pro linea metiente impetum, AC erit altitudo, CB sublimitas, C D quarta pars altitudinis, A D duratio iactûs quod erat demonstrandum.

Proponatur ergo ignota machina BK, immissa squadra in eius os, filum incidat in punctum D, inspiciaturque longitudo lineæ CD, quæ in radio LO facile inspicietur, tum explodatur machina supponaturque iactum fecisse passuum 2250.

De nouo immittatur squadra supponaturque perpendiculum attigisse punctum S, inspiciaturque in instrumento longitudo ST, si fiat vt CD, ad ST, ita 1250 passus ad quartum; habebitur longitudo secundi iactus, & ita in aliis omnibus, eos scilicet comparando cum amplitudine primi iactus.

Qui altitudines quæreret eodem modo operatur, assumptis tamen lineis AC, AT: pro sublimitatibus assumeret B C, B T, pro durationibus AD, A S.

Vice versa proponatur cum eadem machina, ita probata, faciendus iactus verbi gratia passuum 1200, fiat vt passus 2250 primi iactus, ad 1200, ita linea CD, nota in numeris ad aliam; quæro hunc sinum in instrumento, ponatur esse sinus 57 eleuetur machina, itàvt perpendiculum cadat in S. dico machinam sic directam effecturam iactum passuum 1200.

Eodem modò operandum erat ad inueniendum durationem, si nempe durationem primi iactûs notaueris, & lineas AD, AS comparaueris. quæ lineæ si in instrumento notari non possent, facile haberentur, cum quadratum lineæ AD, æquale sit, quadratis ex AC. & CD. atque hæc de vsu quadrantis militaris, in quo vix habetur ratio nisi amplitudinum quò ad vsum militarem.

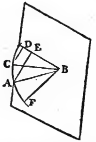
PROPOSITIO LIV.

Momenta ictuum diuersimode inclinatorum sunt inter se vt sinus inclinationum.

Quamuis hæc consideratio non sit ita affixa, tormentis bellicis, vt omnibus proiectis non conueniat, ex occasione tamen, eam breuiter hic perstringam. certum est ictus oblique in planum incidentes, minorem habere vim, ad perrumpendum tale planum, quam perpendiculares, quod experientiâ ita comprobatum est, vt nullus sit bombardarius qui id ignoret. quantum autem deperdatur virium ex singulis obliquitatibus, non omnes determinate possunt. & ad hoc perficiendum suppono, impetus in eodem statu positos, ita se habere, vt spatia quæ eodem tempore percurruntur: dixi in eodem statu positos, si enim diuersus esset status impetûs, nempe in statu acquisitionis, aut deficientiæ, aliæ essent regulæ obseruandæ. volo ergo esse eumdem quasi statum vtriusque, in quo casu asseto, spatia percursa eôdem tempore, esse mensuras impetus. quod si à duobus mobilibus idem spatium diuersis temporibus percurrantur, erunt impetus in ratione reciproca temporum.

Comparamus autem in hac propositione impetus in se æquales, diuersos tamen, ratione inclinationis diuersæ, seu incidentiæ in planum, vt si ex eadem distantia, eadem machina, cum eodem puluere pyrio, in murum oblique, & perpendiculariter incidat.

Suppono item in quolibet motu obliquo, duos motus spectari posse, vnum quasi perpendicularem ad planum quod percutitur, alium vero, illi parallelum, ita diximus aliàs, eum de reflexione.



si globus, in planum horizontale oblique incidat, hunc motum obliquum participare de perpendiculari, & de horizontali, & quatenus perpendiculare est, percutere planum subiectum.

Sit ergo murus A B, in quem incidant duo globi, ex æquali distantia nempe A B, C D, magis, & minus oblique, nempe sub angulis ABD, CBD, dico impetum proiectionis AB, ad petum proiectionis C B, esse vt sinus incidentiarum ABD, CBD, nempe vt AE, ad CD.

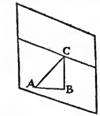
Demonstratio impetus AB, ad impetum C B, se habet in ordine ad murum, sicut spatia percursa eodem tempore, per quæ motus est contrarius muro, sed motus est tantum contrarius muro pro vt in illum incidit, & motus AB quatit murum prout participat de perpendiculari nempe A E, & CB, habet motum perpendicularem C D, qui eôdem tempore percurruntur ex suppositione: ergo impetus spectati respectu muri, se habent vt A E ad C D, sinus angulorum ABD, CBD, quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Impetus perpendicularis, est omnium fortissimus, quia sinus totus est omnium maximus.

COROLLARIVM II.

Si ab eodem puncto A, duo fiant ictus, perpendicularis A B, & obliquus A C, erunt impetus respectu muri, reciproce vt AC, ad AB. constitutâ enim A C, pro sinu recto, AB est sinus



anguli A C B, quare per hanc propositionem erit impetus per A B, ad impetum per A C, vt A C, ad A B. & in tali casu impetus habent rationem reciprocam temporum, nam A C percurritur tempore AC, sicut AB percurritur tempore AB.

Vt autem eadem vis fieret muro, deberet esse maior impetus absolutus in AC, quam in AB. secundum rationem, quam habet latus AC, ad latus AB.

TRACT

TRACTATVS XXIV.

DE ASTROLABIIS

GENVS picturæ, seu perspectiuæ proponimus, totámque cœlestem machinam cum omnibus eius circulis, solidam licèt, & trinâ dimensione constantem, in planâ superficie exhibemus. Quoniam enim globum cœlestem concinnare, satis operosum videtur; suáque mole ita incommodus redditur, vt non tam facile circumferri, & libris nostris comprehendi possit; ideo sapienter mathematici nostri genus picturæ adinuenerunt, quò varia problemata soluerent, quæ non nisi in globo solido, aut Armillari, aut per operosum Trigonometriæ calculum solui posse videbantur. Hanc picturam seu Sphæræ cœlestis imaginem, vocauerunt planisphærium, seu proiectionem Sphæræ in planum. Alij verò Astrolabium nuncuparunt, eò quòd astrorum motibus determinandis aptissimum videretur instrumentum: dixi genus esse picturæ, & perspectiuæ, nam quemadmodum in perspectiua communi tria præcipuè determinanda sunt, tabella, seu vitrum hoc est superficies illa plana, quæ radios ab obiecto, ad oculum ductos excipit, & quorum communis cum illâ sectio, pictura est quam quærimus: determinandus item est oculus, & obiectum; ita etiam in materiâ propositâ determinandum est planum, quod radios excipiat, assignandus item est suus oculo spectanti locus: communiter ergo pro vitro, seu tabella assumitur circuli alicuius planum, vt verbi gratia planum meridiani circuli, aut planum æquinoctialis, aut tropici capricorni, aut horizontis, possent qualibet alia, sed hæc commodiora videntur: oculus autem communiter in superficie Sphæræ constituitur, in polo nempe circuli tabellæ vices obeuntis, aut saltem in axe eiusdem circuli producto tamen quantùm libuerit. Ex quo mirum non est si tam varia exurgunt planisphæria: pro varietate nempe tabularum.

Communiter tamen in tabellam assumitur planum circuli meridiani, oculus verò constituitur, vel in eius polo, hoc est in puncto veri ortûs, aut occasus; Sphæra ita collocatur; vt communis sectio æquatoris, & Eclypticæ, eundem locum oculi obtineat; & cum meridiano congruat colurus solstitiorum, atque sic exurgit Astrolabium catholicum Gemmæfrisij.

Alij eundem colurum solstitiorum pro tabella assumentes, oculum ad infinitam distantiam, in linea recta à centro terræ, per eam intersectionem æquatoris, & horizontis producta, remouent. sic enim omnes radij, ab oculo, ad singula circulorum puncta ducti, sunt inter se paralleli, & recti ad planum tabellæ; hoc est circuli cuiuscúmque imago; sit ea quam à singulis eius punctis ductæ perpendiculares, ad planum meridiani signauerint: hanc rationem secutus est Ioannes De Royas in suo Astrolabio. quod genus Astrolabij etiam analemma dicitur. præcipuè si aliquæ tantùm eius partes describantur. pro vt exegerint varia problemata; quæ solui possunt. In hoc ergo analemmate, vera proiectio cuiuslibet puncti, erit illud in quod cadit perpendicularis.

Ptolemæus pro tabellâ, vtitur plano æquinoctialis circuli, in infinitum quantùm opus erit extenso, vel quod idem est plano tropici capricorni; oculúmque in polo australi constituit, consideratque quas sectiones in eo plano faciant omnes circuli. Iordanus autem pro plano æquinoctiali, aliud planum ipsi æquidistans assumit, quod Sphæram in polo boreali, secat oculum pariter in polo australi collocat. sed modica est hæc differentia.

Aliud genus Astrolabij comminisci possumus, nempe cum ea pars cœli, quæ sub horizonte delitescit, à nobis non videatur, videtur vt plurimum inutile eam in Astrolabium transferre, quare si oculum in nadir collocemus, & plano horizontis pro tabellâ vtamur; exurget aliud genus Astrolabij sua item commoda habentis.

Nonnulla item alia ita indicabimus; vt quilibet eorum naturam, & vsus excogitare possit.

Cùm Astrolabiis omnibus globum in plano exprimamus; iure librum primum de globo, & eius vsibus inscribo.

Secundus liber erit de Analemmate, & eius vsibus.

Tertius de Astrolabio particulari, seu æquinoctiali.

Quartus de Astrolabio particulari, seu æquinoctiali.
Quintus de Astrolabio Horizontali.

LIBER PRIMVS.

De Globo eiúsque vsibus.

CVM planisphæria in hoc tractatu explicanda suscipiam, seu proiectiones Sphæræ in planum; quæ ideo tantum adhibentur, quod minoribus extensis comparentur, quam ipsi globi, faciliúsque & commodius circumferantur; globi ipsius tanquam prototypi, ideam præponendam censui, vt omnes intelligerent, quodnam corpus, & qui circuli in plano exprimendi essent, in hoc igitur libro globorum tam terrestris, quam cœlestis compositionem, & vsus breuiter attingam, cum pleraque in Geographia iam fuerint satis explicata: quare propositionibus aliquibus rem totam perficiam.

PROPOSITIO I.

Problema.

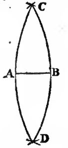
Constructio globi.

GLOBOS vocamos Sphæricas cœli, & telluris imagines, quamvis vsus invaluerit, vt si nonnulli tantum ad huiusmodi imaginem perficiendam circuli adhibeantur, Armillares Sphæræ nominentur, in quibus scilicèt superflua resecantor, eæqoe tantum partes retinentur, quæ ad perfectam mundi ideam iogenerandam necessariæ videntur; vnde cœleste corpus, circularibus tantum orbibus adumbramus, & tellurem in medio pendulam & vndique comprehensam oculis subjicimus, supplente reliquarom partium defectum imaginatione. Si vero corpus Sphæricum perfectum sit, miniméque iotertuptum; sed vnica superficie, æquabiliter vndique corva terminatum, globi nomine nuncupamus. duos huiusmodi globos fingimus; cœlestem, quem vacuum imaginamus, vt tellurem contineat; terrestem quem solidum cogitare possumus.

Quamvis constructio materialis globorum artificum ingenio, & industriæ relinquatur; indicabo tamen breviter, Armillares Sphæræ, ex cupro, ferro, ligno, immò & ex crassiori charta confici poterunt. si sint metallicæ circulis singulis, gradus insculpentur, si ex crassiori charta aut ligno, circulorum divisiones typis excusæ agglutinentur. constant autem primo duobus coluris, seu duobus circolis maioribus, sese ad angulos rectos, in polis intersecantibus, æquatore, ab vtráque intersectione æqualiter distante, totámque compagem continente, adduntur hinc inde duo tropici ab æquatore gradibus 23 $\frac{1}{2}$ distantes. & circuli polares quorom ambitos circa polos totidem gradus amplectatur, additur & Zodiacus, latitudinem habens hinc inde 5 aut 6 graduum, ne ab eo planetæ, vnquàm digrediantur, divisum per medium lineà quam Eclypticam dicimus, ex qua centrum solis nunquam digreditur, sed annuo motu perficit. Eclypticam nomioamus, quod illi luna subsit in Eclypsibus. hæc tota compages octo circulis constans 4 maioribus, & quatuor minoribus, axe à polo ad polum extensô pervaditur, & sustinetur.

Globi item seu Sphæræ non Armillares ex diversis materiis conflari poterunt, primò quidem metallici esse poterunt, iisque notæ diligenter incidi. quia tamen si paulò maiores fiant ob nimium pondus redduntur incommodi, vnde communiter ex charta crassiore compinguntur. Fit enim in gypso hæmisphærium concavum, tum ex charta concissa, & in minutiores particulas divisa, & bene macerata, inducitur vna superficies crassitiem habens vnius semidigiti, cui tela agglutinatur, vt firmitatem maiorem acquirat, cum exsiccatum fuerit huiusmodi hæmisphærium concavum, immergitur in feruentem resinam. fiant duo similia hæmisphæria, quæ deinde coniungantur. rotunditas si desit alicubi, gypso, aut alia materia suppletur, quæ tornô ad perfectam rotunditatem revocatur.

Præcipua difficultas in eo posita est, vt chartæ quæ Typis mandantur, & quæ consequenter planæ sunt, cum globo congruant eúmque exactè amplectantur; si ergo parato globo, chartam ita aptare volueris, vt conveniat, ita operaberis. assumatur circinô vulgô, quàm exactissime diameter globi. quam divides in 7 partes æquales. duc separatim lineam rectam, quæ ter contineat diametrum, & insuper vnam septimam partem. hæc linea vt constat ex Geometria æqualis erit circumferentiæ circuli. hæc linea dividatur in



12. saltem partes æqoales. sitque linea A B, vna eius duodecima pars. assumantur intra pedes circini tres partes æquales lineæ AB, seu quarta pars totius circumferentiæ, & eô intervallô ex pun-

ctis

ctis A, & B tanquam centris, fiant arcus se intersecantes in C & D, tum per tria puncta C, A, & D; C, B, & D, describantur arcus si fiant duodecim figuræ similes, quæ iungantur, hæ totum globi superficiem amplectuntur, ita vt si sit aliquis error, charta madefacta, quæ adduci nonnihil potest, totum defectum suppleat.

Si verò habeas figuras iam typis mandatas, quibus globus quærendus sit, totum circulum maximum, in cuius scilicet circumferentia coniunguntur, dividatur in 22 partes æquales, harum 7. diametrum globi exhibebunt. notandum tamen circulum nonnihil maiorem esse debere, eo quod, charta madefacta extendatur tantisper, maiusque spatium occupet.

PROPOSITIO II.

Problema.

Partes globo adiuncta.

Machina quam describimus, non solis constat globorum corporibus, sed necessario nonnullis ad vsum eget instrumentis.

Primò necessaria est basis, cui ad perpendiculum 6 aut 4. columnellæ imponuntur, æqualis scapi, quæ horizontalem circulum sustentent. hic circulus latitudinem habet non modicam, vt multa in eo inscribantur. Eius limbus interior, quò nempe globo ferè congruit, proprie horizontis vices obit.

Huius circuli munus est dividere totum globum, in duas partes, conspicuam scilicet, & latentem. partes infra horizontem positæ, à nobis non videntur: quæ vero supra horizontem, conspicuæ sunt. proprie loquendo hic horizon est rationalis totámque terram, in duas partes æquales dividit. de hoc iam egimus in Geographia.

Vt Horizon convenientem situm habeat; debet ad libellam erigi. Horizontis poli; seu puncta in globo, ab horizontis circumferentia maxime, & æquabiliter remota, vocantur Zenith; & Nadir. Zenith superiorem hæmisphærij conspicui locum, Nadir infimum latentis obtinet.

In Horizonte, hæc communiter inscribuntur. primo describitur circulus interior, seu globo maxime vicinus, qui in 360 partes dividitur, apponunturque cyphræ, ita vt puncto veri ortus apponantur vel 0. vel 360. deinde in singulis decadibus procedendo versus meridiem erunt characteres 10, 20. 30. donec in meridiano apponatur cyphra 90. in puncto veri occasus 180. meridiani parti boreali 270. & ita consequenter.

Eidem circulo alij etiam characteres communiter adduntur, nempe signorum. factô initiô ab ariete, dividitur ergo in 12 partes æquales, & singulæ in 30 gradus, quæ divisio cum priori coincidit; mutatis tantum characteribus.

Huic circulo fit alius concentricus, dies totius anni præferens. qui vt exacte respondeant, signis, quærendus est dies, pro quocumque anno, verbi gratiâ pro primô post bissextilem, quibus diebus sol versetur in singulis gradibus, cuiuscumque signi, si enim id respiciatur pro initio, & medio cuiuscumque mensis, etiamsi reliqua intervalla in partes æquales dividantur, non erit error sensibilis.

Fiat alius circulus, vt cuilibet diei, sua Alphabeti littera, seu littera dominicalis assignetur, eadem quæ in Kalendario. addatur, & quartus circulus epactas præferens.

Exterior denique circulus in partes 32 divides; quibus nomina ventorum, seu plagarum inscribes. Additur item vel in basi, vel in ipso horizonte pixis Magnetica; vt cum libuerit, secundum lineam meridianam, seu in Septentrionem, & austrum dirigatur. perpendiculum item alicubi erigendum est, vt ad libellam horizon erigatur.

Huic horizontali circulo, perpendiculariter in duabus fissuris circulus meridianus ita insistit, vt per fissuras circumduci facile possit. ita tamen aptandus est hic circulus, vt horizontis planum eum bifariàm dividat, hoc est pars meridiani infra horizontem posita, æqualis sit præcisè illi, quæ supra illum eminet.

Meridianus est circulus per polos mundi, & polos horizontis, seu Zenith, & Nadir ductus; quem cum sol diurna revolutione in superiore hæmisphærio attigerit, meridiem, in infimo mediam in noctem efficit.

Hi duo circuli meridianus & horizon, varij sunt, singuláque terræ puncte diversum habent horizontem, quæcumque loca non sunt disposita secundum lineam meridianam, ea etiam diversum meridianum habent, quia tamen difficilius erat huiusmodi circulos in omnem situm movere, terrâ immobiliter collocatâ, quam diversas terræ partes, iis applicare pro vt vsus tulerit, hic secundus modus adhibitus est.

Duobus meridiani punctis oppositis inseritur axis per polos globorum, & eorum centra traiectus, hic axis ita aptatur globo, vt cum illo moveatur, vnde quâ parte eius superficiem pervadit, quadratus est, quâ verò parte meridiano inseritur rotundus est.

Additur alterutri polorum, putà boreali circulus, in 24 horas divisus, sectio illius duodecima cum meridiano congruit.

Axi supra meridianum nonnihil extanti adiungitur indiculus, nec ita laxus, vt sine illo moveatur axis, neque tamen ita firmiter illi adhærens, vt quemcumque situm cum libuerit assumat.

Circulus meridianus duplicem divisionem præferre potest. in parte inferiori, ita divisus sit in suos gradus, vt characteres incipiant ab ipso polo, in quo sit 0. Exinde recedendo à polo 10. 20. 30. &c. In semicirculo superiori easdem divisiones habent characteres, ab æquatore incipientes, nempe hinc inde pro vt ab æquatore recesseris. appones characteres 10. 20. 30. ita vt 90. sit in vtróque polo. atque hoc in vna eius facie. In altera verò climatum divisionem appones, & in eadem divisione quantitatem maximæ diei. aut si velis arcum semidiurnum maximæ diei.

Circuli verticales non apponuntur in globis nisi virtualiter. paratur enim lamina ærea, æqualis quadranti circuli, immo si horizon nonnihil recedat à globo, & aliquod spatium interiectum relinquat, poterit infra horizontem gradibus 18 descendere. hæc lamina divisa est in suos gradus itáque aptatur circulo meridiano, vt secundum eius longitudinem currat, hoc est singulis eius punctis affigatur cum libuerit, ei scilicet qui est polus horizontis, & circa illud circumvoluitur,

qui

quâ circumvolutione, succeſſivè attingit diviſiones horizontis, & pro ſingulis circulis verticalibus, quos Azimutales voce Arabicâ nuncupamus, ſupponit, eâdem etiam circumvolutione, cum ſit diviſa in gradus, circulos elevationum, ſeu horizonti parallelos quos Almicantarath dicimus deſcribit. hi circuli verticales, & elevationum connexionem habent cum horizonte, & meridiano, mutatóque Zenith, neceſſariò mutantur.

Dantur & allj circuli cum meridiano quidem connexi, & hi vitandæ confuſionis gratiâ virtualiter tantùm ducuntur. ij ſunt circuli horarum Aſtronomicarum, quia à polo ad polum protenduntur, horum vnus eſt meridianus, cæteri autem cum eo in polis conveniunt. hi in eôdem locô cogitantur vt immobiles, dicunturque eſſe aliqua hora, cum ſol circulum tali horæ Aſtronomicæ deputatum, diurna circumvolutione attigerit. hi circuli non ducuntur, ſed tantum intelliguntur, circulô horariô, prope polos collocatô eorum vices ſupplente.

PROPOSITIO III.

Problema.

De Circulis in globi ſuperficie deſcribendis.

Primus circulus qui in globi ſuperficie deſcribitur, eſt æquinoctialis ſeu æquator, ſic dictus quod æquinoctium accidat in tota terra, eo die quô ſol eum attigerit, hic circulus æquali intervallô ab vtróque polo diſtat, ſeu 90 gradibus. Communiter dicitur vna eius revolutio circa polos vtique, diem naturalem efficere, quod tamen accurate loquendo verum non eſt. nam dies naturalis, eſt tempus illud quo ſol vnam revolutionem abſolvit, nempe quo digreſſus ab aliquo circulo horario ad eumdem regreditur, vi ſcilicet motûs generalis, ſeu vniverſalis, quod tempus præter revolutionem integram æquatoris, eam præterea particulam continet, quæ reſpondet motui particulari, quo ſol intra prædictum tempus in conſequentia, ſeu ſecundum ſeriem ſignorum, hoc eſt ad ortum receſſit, vno circiter gradu intra 24 horas; ſeu 4 ferè minutis horariis. Hora eſt vigeſima quarta pars diei naturalis. horæ pars ſexageſima eſt minutum horarium.

Dies Artificialis eſt tempus illud quo ſol ſupra horizontem eſt conſpicuus, cui nox opponitur clariſſimum autem, eſt dies alios aliis maiores eſſe.

Æquatorem bifariam ſecat Zodiacus, ad illum obliquus, ſaltem illius circumferentia media, quæ dicitur Eclyptica; hæc Eclyptica ſemicirculum habet borealiorem æquatore, ſeu vergentem, & accedentem magis ad polum Septentrionalem, alium item ſemicirculum æquatore auſtraliorem. modus deſcribendi facilis eſt, eodem quippe intervallô, quô æquatorem deſcripſiſti, aſſumpto pro polô, quocúmque eius punctô, colurum ſolſtitiorum deſcribes, in quo pariter ſi à polo receſſeris gradibus $23\frac{1}{2}$. & ex eo punctô vt polo circulum deſcripſeris, is erit Eclyptica.

Eclyptica dicitur ſolis orbita, cum ſolis centrum ab eius plano nunquam diſcedat, ſed eam intra annum percurrat, motu vtique particulari, & proprio, quem Tyrones diligenter debent diſtinguere. Supponatur enim quocúmque die, duci per centrum ſolis, ex centro terræ linea recta, hæc producta vlterius ad firmamenti vſque ſuperficiem terminabitur, ſi idemtidem idem fiat, notabuntur varia in cœlo puncta, quæ tamen omnia in circumferentia maximi circuli, ſeu Eclypticæ exiſtent. Sol igitur ſingulis diebus vnum fere Eclypticæ gradum percurrit, ita vt ſi cum ſtella coniunctus videbatur, eo die, cum ea ſtella fere paſſibus æqualibus, ad occidentem procedet, dixi ferè eo quod interea nonnihil ab ea recedat, ſecundum planum Eclypticæ. concipienda igitur eſt Eclyptica, vt circulus mobilis, qui circa alienos polos ſingulis diebus vnam circumvolutionem abſolvat. dixi circa alienos polos, ex quo ſequitur motu diurno Eclypticam, in ſeipſam non recurrere, ſed ſingula bina eius puncta, diverſos circulos abſolvere, æquatori vtique parallelos, quos ſol in iiſdem gradibus poſitus percurrit.

Dixi Eclypticam intra annum à ſole percurri, & quia non ita facile obſervari poteſt tempus quô ſol ad idem punctum Eclypticæ revertitur, ideo variæ fuerunt olim, circa anni quantitatem opiniones Harpalus Pytagoræus dies tribuit 365. alij omnes aliquid addidere Harpalus dimidiatum diem, Democritus quadrantem, & centeſimam ſexageſimam partem Meton horas 6. & min. 19. Calippus 6 horas præcisè Ad quorum mentem Iulius Cæſar annum concinnavit, male tamen, nam temporis decurſu apparuit error, & ſupra 365. dies 5 tantum horas & min. 49. anno competere. qui error correctioni Gregorianæ locum dedit.

Hæc Zodiaci obliquitas totam dierum inæqualitatem perficit annique tempeſtatum diverſitatem.

Eclyptica in duodecim partes æquales dividitur, initiô factô ab interſectiona verna, qualibet pars dicitur ſignum. ſuámque denominationem habet ab aliquo animali, nempe aries taurus gemini & cætera. immo hæ voces ſignorum duplicem pariuntur acceptionem, prima eſt ea quam protulimus, nempe pro duodecima parte Zodiaci. aliquando etiam ſumitur pro certa ſtellarum collectione, quæ huiuſmodi animal vtcúmque refert. ideo ergo has duodecimas Eclypticæ partes his nominibus fuerunt appellatæ, quòd in iis antiquitùs hæ conſtellationes invenirentur, decurſu tamen temporis, ab iis receſſerunt longiùs, ita vt lucida arietis, quæ in ipſo coluro æquinoctiorum inveniebantur, in conſequentia 28 fere gradibus proceſſerit, & intra aliquos annos, in ſigno Tauri ſit deprehendenda. conſtellationes igitur, non in priſtinis ſignorum ſedibus obſervantur; ſed in ſequentibus. Ex hoc motu accidit, vt poſt multos annos globi cœleſtes reddantur inutiles, perperámque ſtellarum loca exhibeant. hic ſtellarum motus in conſequentia, ſit circa polos Eclypticæ, ideóque ſtellæ nunquam ad Eclypticam accedunt, nec etiam ab ea recedunt: hoc motu puncta ſolſtitialia, & æquinoctialia mutari dicuntur, ſi nempe cum ſtellis comparentur, proprie tamen loquendo, hæc puncta ſolſtitialia potiùs fixa cenſenda ſunt, & ſtellis, ſeu conſtellationibus motus tribuendus.

Eô modô quô aſſumendo punctum in æquatore ad libitum nempe interſectionem æquatoris, & Eclypticæ, deſcripſimus colurum ſolſtitiorum, vt pedem circini in interſectionem coluri

coluri & æquatoris figamus; colurum æquinoctiorum describemus.

Notandum autem quamvis eclyptica in globo terrestri describatur, & aliquem in eo vsum habeat, non habet tamen determinatum in eo situm, cum enim continuo moueatur eclyptica, ita vt alium atque alium situm planum eius obtineat, in terra immobili, nulla est potior ratio cur vnum potius, quam diuersum illi situm tribuamus, aut æquatorem terrestrem, in hoc potiùs puncto, quàm alio quocumque intersecet.

Præter hos circulos maiores quos recensuimus, alij quoque minores in globis notantur. Primo quidem sunt tropici ab æquatore vtrinque gradibus 23 ½. distantes illique paralleli; suntque circuli describi per puncta eclypticæ maxime polis vicina, seu ab æquatore remotissima. cum enim sol motu annuo eclypticam percorrens ad puncta remotissima ab æquatore peruenerit, regreditur ad æquatorem, quem retrocessum Græci τροπὴν nominarunt. sunt igitur ij circuli quos sol motu diurno percorrit, dum ad hæc loca remotissima peruenerit. Præter eos circulos alij ipsis paralleli per singulos eclypticæ gradus ducti, cogitari possunt, qui tamen vitandæ confusionis gratia saltem in vtroque globo non describuntur.

Diximus eclypticæ polum, seu punctum è eclypticam descriptimus à polo distare gradibus 23 ½. quæ tamen distantia, non fuit semper eadem, nam Proclus 24 gradus ei distantiæ tribuit, Ptolemæus gradus 23 min. 51 inuenit, aliique semper minus, & minus. Tychobrahe inuenit gradus 23 ½. multi dubitant de antiquorum obseruationibus, de illis feremus iudicium in Astronomia eclypticæ polus a polo mundi habens distantiam æqualem, obliquitati eclypticæ, seu maximæ eius declinationi: singulis diebus motu diurno, circa polos mundi, ita æquatoris circulum describit minorem, qui vocatur polaris. duo tropici & duo polares Zonas determinant, torrida vtroque tropico comprehenditur. Zonæ temperatæ duæ, tropico & polari vicino. vtraque frigida intra circulum polarem clauditur.

Sunt item alij circuli parralleli indicantes distantiam ab æquatore, sed de his infra dicemus.

PROPOSITIO IV.

Problema.

De Globo cælesti.

Quæ hactenus diximus vtrique globo communia sunt, quæ hic explicanda suscipio globum cœlestem præcipue respiciunt, in quo nonnulla notantur quæ in terrestri, non inscribuntur. Primo igitur planetæ, seu sydera erratica in globo cœlesti non notantur, eo quod certum & fixum in eo locum non habeant, sed motu sibi proprio zodiacum percurrant, è quo tamen non digrediuntur. Fixæ solæ suis in locis inscribuntur, licet autem, non eundem semper habeant, sed decursu temporis alias, atque alias sedes sibi vendicent; quia tamen lentus est ille motus, in centum annis, & etiam pluribus, dissimulatur. Quod pertinet ad planetas globo inscribi non possunt, eo quod eorum motus particularis, quò feruntur sub zodiaco secundum seriem signorum, sit adeò velox, vt dissimulari omnino non possit. Luna enim intra 27 dies zodiacum peragrat, & ad solem iotta 29 dies cum dimidio regreditur. Sol intra annum totam eclypticam decurrit, sicut Venus, & Mercurius, nutant tamen hi duo planetæ, circa solem, eumque modo antecedunt; modò subsequuntur, sic Venus solem antecedens dicitur lucifer, solem subsequens vocatur vesper, receditque à sole 48 circiter gradibus. Mercurius 26, aut 27. Mars duobus annis Zodiacum absoluit.

Iupiter duodecim ferè. Saturnus 29 annis cum dimidio; quare planetarum locus vnus, & idem notari non potest, indicabitur tamen procero, & determinato tempore, si eorum cursus notus sit.

Stellæ fixæ sunt quæ eandem inter se distantiam semper habent, licèt motu proprio singulis diebus, ab ortu in occasum ferantur, motumque etiam omnibus communem habeant, quo ab intersectione æquatoris & eclypticæ in ortum recedunt.

Stellæ fixæ sunt 1022, quibus alias nonnullas addit Tychobrahe, paucas tamen.

Has in certas constellationes diuidunt. Hemisphærij borealis constellationes sunt istæ vrsa minor, vrsa maior, Draco, Cepheus Bootes, corona borealis, hercules lyra, Gallina, Cassiopeya, Perseus, Auriga, Aquila, Delphinus, telum Serpentarius, Serpens, Equiculus, Pegasus, Andromoda, Triangulum seu 21.

Sunt 12 in Zodiaco Aries-Taurus, gemini cancer, leo, virgo ad hemisphærium etiam boreale suntque 17 libra, Scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces. ad australe hemisphærium pertinent. quibus addes Cetum, Orianan, Eridianum leporem, canem maiorem, minorem, Argo, Hydram, craterem. centaurum Aram, coronam australem, piscem austrinum, id est 21. est etiam in cœlo via lactea, seu albicans circulus, ex innumeris, & minutioribus stellis conflatus, danturque & aliæ constellationes circa polum mundi australem, nostris mathematicis incognitæ quibus diutius non immorot, quippe quæ difficultate careaot.

Quatuor in quolibet sydere consideranda sunt nempe, ascensio recta, & declinatio, longitudo, & latitudo. locus enim sydetis cuiuscumque determinatur, vel per ordinem ad æquatorem, vel per ordinem ad eclypticam, si primum ascensionem rectam & declinationem adhibemus: si secundum longitudinem, & latitudinem vsurpamus.

Ascensio recta alicuius syderis, est arcus æquatoris interceptus inter initium arietis, & gradum simul cum eo sydere ascendentem supra horizontem in sphæra recta. horizon autem sphæræ rectæ per polos transit, & omnis circulus per polos transiens, est aliquis horizon sphæræ rectæ. quare vt determinetur ascensio recta alicuius syderis, intellige per polos, & tale sydus duci circulum maximum, qui necessariò ad æquatorem perpendicularis erit, (*ex Theodosio*) cum per polos eius transeat, eumque secabit, arcus æquatoris interceptus inter initium arietis, & hanc intersectionem ascensio recta sydetis, aut etiam puncti cuiuslibet

cuiuslibet cœlestis nuncupantur, numeratus in consequentia, seu ab occasu, in ortum, ita vt in hac numeratione terminus à quo incipit numeratio, sit intersectio æquatoris, & eclypticæ, & procedatur versus ortum, aliusque terminus, sit ille gradus eiusdem æquatoris in quem cadit circulus, vt ita dicam horarius, seu circulus per polos, & tale astrum transiens. ita tabulam construimus, in qua notantur ascensiones rectæ singulorum graduum eclypticæ: seu gradus æquatoris simul ascendentes in sphæra recta Ad cognoscendam huiusmodi ascensionem rectam, possent quidem describi ex polis mundi plures circuli, vitandæ tamen confusionis gratiâ non ducuntur, sed meridianus cui singula puncta cœli applicari possunt eorum defectum supplet.

Declinatio est distantia syderis ab æquatore, sumpta per arcum breuissimum, seu perpendicularem, hæc declinatio duplex est borealis, & australis, astra enim recedere possunt ab æquatore, vel ad partes boreales, vel ad australes. Possent quidem describi in globo cœlesti circuli paralleli æquatori, indicantes distantiam vniuscuiusque syderis ab æquatore, non ducuntur tamen, vt vitetur confusio, & pariter diuisiones, quas inscribi voluimus in meridiano, hunc defectum supplent, si enim quodcumque sydus in globo notatum meridiano admoueas, & attendas ad numerum quem attingit, scies eius distantiam ab æquatore.

Si haberentur tabulæ declinationum, & ascensionum rectarum omnium syderum, facile globo inscriberemus omnia sydera in suis locis. si æquatoris gradibus numerales characteres addamus incipiendo ab intersectione verna, & procedendo ad ortum, tum proposita ascensione recta alicuius syderis, si eius numerum in æquatore quæsitum, ad meridianum transferamus; certum est syderis locum subiacere meridiano, quare si in eodem meridiano numeretur eius declinatio, incipiendo ab æquatore versus austrum, aut boream, prout borealis, aut australis fuerit, inuenietur præcisus syderis locus.

Longitudo, & latitudo eôdem modô cum eclyptica comparantur, quô ascensio recta, & declinatio cum æquatore; longitudo igitur est arcus eclypticæ inter initium arietis, & gradum in quem cadit circulus maximus, per polos eclypticæ, & per tale sydus descriptus. hoc est ducatur ex polis eclypticæ, per aliquam stellam circulus aliquis, qui ad eclypticam rectus erit eamque secabit. arcus interceptus inter initium arietis, & hunc intersectionis gradum, in consequentia, seu secundùm seriem signorum numeratus, dicitur longitudo syderis: hi circuli longitudinum in globis cœlestibus communiter describuntur, saltem per initia signorum, cæterorum defectum supplere potest lamina ærea, si polo eclypticæ applicetur. longitudo stellarum semper augetur, cum enim proprio motu in consequentia ferantur, fit major ille arcus.

Latitudo est distantia syderis ab eclyptica, sumpta per arcum perpendicularem hæc pariter duplex est, australis & borealis. sol latitudine caret, cum ab eclyptica, non digrediatur, possent quidem in globo describi circuli latitudinum, paralleli eclypticæ, non ducuntur tamen, ad vitandam confusionem: sed lamina ærea in gradus nonaginta diuisa, applicabilis polo eclypticæ, eorum vices gerit. stellæ latitudinem semper eamdem obtinent, cum enim motu proprio, moueantur circa polos eclypticæ, parallelos eclypticæ motu suo describent, atque adeò eamdem ab ea distantiam semper obtinent: clarum etiam est quod datâ longitudine, & latitudine alicuius syderis facile eius locus in globo cœlesti assignetur. si enim longitudinem datam, in eclyptica numeres, eique puncto laminam æream, polo eclypticæ infixam imponas, tum in eadem lamina latitudinem syderis numeres, ab eclyptica, huius numerationis erit locus eius præcisus, ita ex tabulis longitudinum, & latitudinum globum concinnauit Tychobrahe.

Ascensio obliqua syderis, est punctum æquatoris, simul cum aliquo sydere oriens in sphæra obliqua, & differentia inter ascensionem rectam, & ascensionem obliquam, dicitur differentia ascensionalis.

Amplitudo ortiua, est arcus horizontis interceptus, inter punctum veri ortûs, & punctum in quo oritur astrum. est autem punctum veri ortus, gradus horizontis, per quem æquator transit. in sphæra recta declinatio, & amplitudo ortiua sunt idem, in aliis sphæris non item, atque hæc sunt quæ ad globum cœlestem pertinent.

PROPOSITIO V.

Problema.

De Globo terrestri.

Circuli qui communiter globo terrestri inscribuntur, sunt primo æquator, tropici, & polares. Zodiacus item, quamuis vt iam notaui superius, nullum peculiarem situm sibi in eo vendicet, propter motum eius diurnum, quô supra polos mundi quotidie semel circumagitur.

Ducuntur item circuli longitudinum, & latitudinum. in quo notandum est has voces longitudinis, & latitudinis aliter vsurpari in terra, quam in cœlo, nempe in globo cœlesti comparabantur, cum eclyptica, in globo verò terrestri, comparantur cum æquatore. ideoque longitudo in terra idem est ac ascensio recta, & latitudo terrestris declinationi cœlesti respondet.

Est ergo longitudo regionis arcus æquatoris, inter primum meridianum, & meridianum regionis interceptus voco autem meridianum regionis circulum per polum vtrumque & regionem descriptum. debet item hæc longitudo numerari ab ortu, ad occasum iam dixi sæpe rationem cur hæc terræ dimensio dicatur longitudo, quia nempe si attendamus ad tractum terræ alias cognitum, aut etiam nunc nullo mari interruptum, huius maxima dimensio, ab occasu in ortum est maxima recte igitur longitudo nuncupabitur, alia dimensio ab æquatore, ad vtrumque polum, cum minor sit, dicetur latitudo.

Primus

Primus meridianus non omnibus Geographis vnus est, & idem, prout enim variæ insulæ, prope littus veteris orbis detectæ fuer, ad illas primus meridianus proue&us est.

Plerique ab insula sancti Michaëlis, quæ est Azorensium vna, suam numerationem auspicantur: seo in ea suum primum meridianum collocarunt. Ducuntur ergo in globo terrestri, circuli per vtrumque polum per diuisiones æquatoris, qui circuli longitudinum dicuntur, indicantque singularum regionum distantiam à primo meridiano: etiamsi omnes hi circuli non ducantur, meridianus eorum defectum supplet.

Latitudo regionis, est distantia regionis ab æquatore, per arcum vtique breuissimum, seu perpendicularem sumpta, ad eam indicandam describuntur circuli æquatori paralleli saltem per denos aut quinos gradus. clarum est dupli cem distingui latitudinem borealem & australem, clarum autem est, quod ex tabula longitudinis, & latitudinis facilè globo inscribi possint omnes regiones, eô modò quô supra data ascensione recta, & declinatione stellas globo cœlesti inscripsimus. hanc latitudinem æqualem esse eleuationi poli iam aliàs sæpe ostendimus.

Nonnulli præterea globis inscribunt lineas loxodromicas, quarum vsus ad nauigationem, harum doctrina, & descriptio petatur ex tractatu nauigationis, vix enim sine tabula inscribi poterunt. breuiter tamen alium modum indicabo. suppono autem posse supra superficiem globi constitui quilibet angulus: vt si ducendus esset arcus qui cum meridiano datum arcum comprehenderet. fiat enim quocumque interuallô semicirculus, qui bifariam diuidatur, assumanturque in eo quot gradus volueris, si per polum huius circuli, & gradum assumptum circulum maximum describas, is cum meridiano, prædictum angulum comprehendet, quibus positis non erit difficile rombos describere, in quocumque punctô meridiani, si enim lineam nonnihil incuruam describas,quæ cum omnibus meridianis æquales angulos comprehendat, ea erit loxodromia. Neque aliud occurrit quod in globis notetur. iam ad vsus accedamus & à cœlesti globo ordiamur.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Locum solis in zodiaco, & eius declinationem ad diem datum inuenire.

Quære datum diem in Kalendario, quod in horizonte globi descriptum diximus. & è regione gradum quem sol eo die in horizonte obtinet inuenies. qui præcisus erit si annus fuerit primus post bissextilem. suppono enim Kalendrium pro primo anno post bissextilem.sequenti anno à loco solis inuento subtrahe gradûs quadrantem, tertio anno dimidiatum gradum, anno bissextili vsque ad bissextum tres quadrantes, post diem bissextilem adde quadrantem gradus.

Locum solis in ecliptica inuentum admoue meridiano, & vide quot gradus meridiani intercipiantur, inter æquatorem & prædictum gradum, is numerus erit solis declinatio pro eo die.

Hic vsus non est ita peculiaris globo cœlesti, quin etiam terrestri conueniat, immò etiam sphæræ armillari; cum etiam zodiacum, æquatorem, & meridianum habeant.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Obseruatâ meridiana solis, aut stella altitudine latitudinem regionis inuenire.

Supponitur obseruata solis altitudo meridiana, nempe quadrante Astronomicô, aut quovis alio instrumentô. Locus solis in zodiaco per superiorem propositionem inuentus, ad meridianum transferatur, tum in eodem meridiano, incipiendo à loco solis, numera deorsum, versus austrum scilicèt, altitudinem solis obseruatam: gradus in quo finitur hæc numeratio ad horizontem transferatur; in quo situ numera in meridiano arcum interceptum inter polum & horizontem tanta est latitudo regionis. nam hac praxi disponitur globus eo modò quô cœlum dispositum est, respectu horizontis regionis in qua versaris; cum in aliu quôcumque situ, alia solis altitudo sequatur.

Hæc praxis vt vides communis est globo cœlesti, terrestri, & sphæræ armillari. si tamen adhibeatur stellæ eleuatio, cum stella notetur tantum in globo cœlesti, erit propria globi cœlestis, stellâ igitur ad meridianum collocatâ, numera eleuationem meridianam stellæ, in meridiano, incipiendo à stella, vltimumque gradum horizonti admoue, & polus erit eleuatus secundum situm illius regionis.

Valet etiam ista praxis pro stellis circumpolaribus, modo eleuationem maximam stellæ, pro minori non accipias stellæ enim circumpolares quam plurimæ in sphæra obliqua, duplicem habent eleuationem.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Datis duabus solis, aut stella altitudinibus, cum temporis interuallo latitudinem regionis concludere aut datô Azimuto & Almicantarath.

Eôdem die obseruentur duæ solis, aut stellæ notæ declinationis altitudines supra horizontem, & temporis interuallum quod inter vtramque obseruationem intercedit. tempus autem illud habeatur non ex obseruatione sydetum, sed aliunde, putà ex clepsydra, aut horologio automato, præcipue quod pro libratore pendulô regatur. Quæratur locus solis, & stellæ ita vt cognoscatur eius parallelus. in hoc parallelo duo puncta seligantur, distantia ab inuicem pro ratione temporis, inter vtramque obseruationem interiecti tribuendo scilicet quindecim gradus in singulas horas. tum ex his duobus punctis, vt centris interuallô complementi eleuationis inuentæ, fiant duo ar-

cus

tus se intersecantes. huius intersectionis distantia ab æquatore, erit latitudo regionis, si enim hoc punctum intersectionis statuatur in zenith globus eum situm habebit, quem cœlum, pro ea regione cum in quocumque alio situ non possint in hoc parrallelo, inueniri puncta, cum tali determinata distantia, habere huiusmodi eleuationes distantia autem verticis ab æquatore, est latitudo regionis.

Secundo obseruetur simul solis, aut stellæ, cuius habeatur declinatio, eleuatio supra horizontem, vna cum Azimuto seu verticali. statuatur globus secundum latitudinem æstimatam, tum lamina ærea transferatur ad zenith, voluaturque donec, in horizonte secet eum gradum, quem Azimutalis obseruatio determinat. in tali situ lamina ærea Azimutum obseruatum repræsentat. in quo si numeres eleuationem obseruatam habebis locum syderis, si per illud punctum transeat parallelus syderis (supposui enim cognosci illius declinationem, atque adeo notum esse eius parallelum) latitudo æstimata. est vera: nisi transeat parallelus, par locum syderis in lamina inuentum, alia atque alia latitudo seligatur. donec id accidat, & habebis latitudinem regionis. Ratio est quod sydus è suo parallelo non exeat, ergo locus syderis determinatus per Azimutum, & eius eleuationem congruere debet cum parallelo, quod in latitudine tantum regionis vera, accidere potest.

PROPOSITIO IX.

Ascensionem solis, aut stella rectam aut obliquam inuenire.

Ascensionem solis aut stellæ diximus esse gradum æquatoris, simul cum sole, aut stella ascendens supra horizontem, in sphæra recta quidem erit ascensio recta, in sphæra obliqua erit ascensio obliqua quod pertinet ad primam, locum solis (*per propositionem 6.*) inuentum, aut stellam in globo notatam, (suppono enim stellas in globo cœlesti notatas esse) ad meridianum adiunge, gradus æquatoris, qui in tali situ, meridiano subiacebit, erit ascensio recta, & etiam descensio recta. Ratio clara est meridianus noster est aliquis horizon sphæræ rectæ, cum per polos mundi transeat: ergo hic gradus æquatoris cum sole, pro eo die, aut cum stella, in sphæra recta ascendit. ascensio & descensio recta idem sunt, hoc est idem gradus æquatoris qui ascendit, & descendit cum astro in sphæra recta.

Vt habeas ascensionem obliquam primò statuendus est globus secundum latitudinem tuæ regionis, hôc modô. numera in meridiano incipiendo à polo arctico, si in hemisphærio boreali verseris, eleuationem poli deorsum versus: gradus eam indicans horizonti adiungatur & globus situm habebit tuæ latitudini congruentem, quo facto voluatur globus donec locus solis, aut stella horizontem orti-uum attingat, gradus æquatoris horizonti subiectus, erit ascensio obliqua si solem, aut stellam ad partem horizontis occiduam transferas, habebis descensionem obliquam.

Verbi gratiâ sol obtineat primum capricorni gradum 21 decembris stylo nouo si applicetur hic gradus meridiano, inuenio huius gradûs ascensionem rectam graduum 270. supponatur globus constitutus secundùm latitudinem grad 52. eodem gradu Capricorni in horizonte collocatô, æquatoris gradus 303. 50 ascendet supra horizontem, quare si auferas 270, ex 303 50, restabunt gradus 33. 50 pro differentia ascensionali.

PROPOSITIO X.

Problema.

Globum cœlestem statuere. in situ conuenienti; pro quocumque tempore.

Inuentum locum solis ad meridianum transfer, globo situm tuæ regionis obtinente, indicem horarium transfer ad horam meridianam, voluatur globus. donec index, in circulo horario, horæ quæ tunc est incumbat: globus situm, tali tempori congruentem obtinebit: ita vt sydera omnia, & ipse sol conuenientem situm cum omnibus circulis cœlestibus obtineat, qui cum zenith tuæ regionis connexionem habent.

Ratio per se patet. cum enim sole meridianum attingente indiculus horæ meridianæ adiungitur, indiculus simul cum sole rotatur, indicatque circulos horarios, in quibus sol inuenitur; ergo si rotetur donec horæ datæ incumbat, sol etiam eidem circulo horario subiacebit.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Ex obseruatione eleuationis solis, aut stella globum statuere, secundum situm quem tunc temporis habet.

Quadrante Astronomico, vel quôuis aliô instrumentô obseruetur solis, aut stellæ eleuatio supra horizontem, noteturque an fuerit orientalis; an verò occidentalis, quod ex variis circumstantiis cognoscetur, quod si nullum aliud signum haberetur, duæ eleuationes eiusdem astri obseruentur, si secunda maior est primâ, astrum orientale est, cum semper magis ascendat.

Tum constituto globo, secundum situm latitudini tuæ regionis congruentem, lamina ærea in zenith statuatur, in qua numerata eleuatione, ita globum rotabis, donec locus solis, aut stellæ hunc eleuationis gradum attingat. & globus situm tali tempori congruentem obtinebit. Quia nempe vere sol, aut stella, est in loco suo vero, & determinato; & cum in globo sydera similes distantias habeant, illis quas in cœlo obseruant, omnia congruere necesse est.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Solis aut stella Azimuthum, & elevationem invenire pro dato tempore.

Hæc propositio duplicem sensum habere potest. vel enim supponitur assignatum tempus; nempe dies, & hora. vel simpliciter quæritur aliquô tempore solis verticalis, & tunc opus erit observatione verbi gratia altitudinis. quod ad primum; statuatur globus cœlestis in situ convenienti, & tuæ regioni, & tempori dato, (*per* 11.) tum globo talem situm obtinente, lamina ærea, in vertice statue, eámque volue donec solis locum, aut stellam attingat, videbisque Azimutum eius in horizonte indicari à regula ærea.

Pariter gradus quem locus solis, aut stellæ in regula ærea attinget, erit elevatio solis.

Hâc propositione tabulam elevationum solis, pro diversis latitudinibus ad singula signorum initia construes, pro singulis horis. vt verbi gratia pro primo arietis gradu. Si enim hunc gradum ad meridianum adiungas, & indicem horarium ad horam meridianam. iam in ipso meridiano elevationem primi gradus arietis inspicies. voluatur globus donec index horam primam indicet, transfer laminam æream, in Zenith, & ad primum arietis gradum, in ea videbis elevationem solis, & in horizonte Azimutum in quo sol tali hora versatur. ita operaberis in singulis horis illius diei.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Horam ortûs, aut occasûs solis aut Astri invenire, arcum semidiurnum, quantitatem diei, aut noctis pro quôlibet die.

Globô situm convenientem tuæ latitudini obtinente, locus solis ad meridianum transferatur, & index ad horam meridianam.

Si locum solis ad horizontem ortiuum transferas, index in circulo horario, horam ortûs solis ostendet: seu horam, quâ sol eo die orietur in hac latitudine pro die, & consequenter arcum semidiurnum. Si solis locum ad horizontem occiduum transferas; index ostendet horam occasûs solis, & arcum semidiurnum, qui duplicatus, dat arcum diurnum in horis, seu diem artificialem integrum. hæc praxis locum habet in globo terrestri.

Eôdem modô babebis in globo cœlesti tempus, quo astrum manet supra horizontem, aut infra: si nempe tale astrum ad meridianum transferas, & indicem horæ meridianæ adiungas, si idem astrum ad horizontem ortiuum reducas, index indicabit horam, quæ à media nocte numerata, arcum seminocturnum exhibet, si idem astrum ad horizontem occiduum transferas hora à meridie numerata arcum semidiurnum præbet, seu dimidiatum tempus, quô astrum supra horizontem manet.

Prima praxis locum habet in globo terrestri, cum Eclypticam, & æquatorem, & circulum horarium habeat.

Quia tamen in Sphæra Armillari, communiter deest circulus horarius, & index non additur, collocatâ Sphærâ congruenter, ad latitudinem tuæ Regionis, locum solis in Zodiaco quæsitum, transfer ad horizontem ortiuum, notetúrque gradus æquatoris, qui est in circulo meridiano: promove eumdem locum solis ad meridianum, & nota gradum æquatoris, qui simul in meridiano invenitur, arcus æquatoris inter hos duos gradus interceptus est arcus semidiurnus. ostendit enim quantum totum cœlum motum sit interea, vel quantam partem sui paralleli percurrerit. paralleli enim, & æquator similiter secantur: quare si concipias circulum horarium transeuntem per locum solis in horizonte positum, hic secabit eundem æquatoris gradum quem secat meridianus, dum idem locus solis in meridiano versatur, clarum autem quod arcus inter hunc gradum, & eum qui est in meridiano, sole oriente, est mensura arcûs semidiurni.

Eôdem modô habebis arcum seminocturnum, totámque diei quantitatem.

Si velis cognoscere tempus quo aliqua stella oritur. locum solis admove meridiano, & indicem horæ duodecimæ. voluatur globus donec stella oriatur, index horam ostendet. idem dicendum de occasu, nempe qua hora occidet, si eam transferas, ad horizontem occiduum, aut si eamdem adiungas ad meridianum index pariter ostendet horam, quâ prædicta stella meridianum occupabit.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Amplitudinem ortiuam solis, aut stella invenire, item ex amplitudine ortiua latitudinem Regionis.

Æquator horizontem quemcúmque obliquum secat in puncto 90 gradibus distante à meridiano, seu in polo meridiani, per quem etiam gradum transit circulus horæ sextæ. hæc intersectio æquatoris, & horizontis dicitur punctum veri ortûs, nempe ortûs æquinoctialis, quod in omnibus horizontibus idem est: amplitudo vero ortiva, est arcus interceptus, inter punctum horizontis in quo sol aut sydus oritur, & punctum veri ortûs. hic arcus facile habetur. Si enim collocatô globô prout exigit latitudo tuæ Regionis, locum solis in Eclyptica inventum, ad horizontem sive ortiuum, sive occiduum transferas, distantia à puncto veri ortûs, aut occasûs in horizonte numerata, erit amplitudo ortiva. idem peragendum circa stellas.

Hæc praxis quo ad stellas locum non habet in globo terrestri, aut Sphæra Armillari, sed tantum quod pertinet ad solem quia in solo globo cœlesti notatur locus stellarum.

Eôdem modô cognitâ amplitudine ortiva solis, aut stellæ; elevationem poli concludes. Supponatur observata solis, aut stellæ amplitudo ortiva, quæratur locus solis, aut stellæ, transferatúrque ad horizontem si arcus inter illum, & æquatorem, in horizonte numeratus, æqualis fuerit amplitudini

ottivæ observatæ, bene quidem, sin maior fuerit, polus demittatur, seu fiat depressior, si amplitudo ortiva, in globo minor fuerit observatâ, magis elevetur polus, donec observata amplitudo, æqualia fiat in globo, & tunc polus situm habebit tuæ Regioni congruentem. quia scilicet quò horizon est magis inclinatus, eò arcus amplitudinum ortivarum fiunt maiores.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Ex Altitudine sideris horam Astronomicam invenire.

Sicut priùs ex hora elevationem investigavimus, ita vicissim ax altitudine horam inveniemus. Supponatur ergo observata solis elevatio. Supponitur autem cognita latitudo Regionis. globus statuatur eô modô. quo exigit latitudo Regionis. locus solis meridiano adiungatur, & index horæ meridianæ, tum laminæ æreæ extremitas in Zenith statuatur, itaque voluatur cœlum donec locum solis, altitudinem observatam indicet in lamina ærea, Tunc index in horario, horam Astronomicam ostendet.

Ex elevatione cuiuslibet stellæ, idem concludes hoc modô. globô situm latitudini Regionis congruentem obtinente, vbi solis locum meridiano, & indicem horæ meridianæ admovisti, statutâ pariter regula æreâ in Zenith, si globum ita voluas, vt stella cuius altitudinem observasti, æqualem in lamina elevationem habeat, globus situm convenientem obtinebit: & index horarius, horam Astronomicam in circulo horario ostendet.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Invenire initium auroræ, aut finem crepusculi vespertini.

Suppono mensuram auroræ, & crepusculi esse Almicantarath gradibus 18. infra horizontem depressum. Primo solis locus meridiano adiungatur, & index horæ meridianæ, globusque congruentem latitudini, situm habeat. tum ad partes orientales locum solis promove, etiam infra horizontem, tum laminâ ærea in Zenith collocata, ad partes occidentales, tandin revolue globum donec, gradus loco solis oppositus diametraliter, elevetur gradibus 18 supra horizontem, tunc locus solis totidem gradibus infra horizontem ortiuum deprimetur; & index in circulo horario ostendet horam quâ incipit aurora. si locum solis, ad horizontem reducas, index ostendet horam ortûs solis, & consequenter subducendo vnam ab alia, restabit tota duratio crepusculi matutini, cui æquale est vespertinum.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

De Longitudine, latitudine, Ascensione recta & declinatione stellarum in globo inuenienda.

Vt habeas longitudinem, & latitudinem stellæ cuiuslibet, laminæ æreæ extremitas, statuatur in polo Eclyptico, boreo, vel Australi pro ve stella fuerit in hæmisphærio, australi, vel boreo, transeat eadem lamina ærea, per locum stellæ, producaturque vsque ad Eclypticam. videbis in laminæ gradibus distantiam stellæ ab Eclyptica, seu latitudinem; gradus item Eclypticæ in quem incidet lamina, erit longitudo talis stellæ. si nempe numerationem instituas, incipiendo, ab ariete.

Pro ascensione recta stellam meridiano admove gradus æquatoris meridianum attingens, erit stellæ ascensio recta, vt iam d[i]ximus, & distantia stellæ ab æquatore, erit eius declinatio.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Varios stellarum ortus definire.

Cum ortus matutinus, seu Cosmicus, sit ortus alicuius stellæ, simul cum sole, si transferatur stella, ad horizontem ortiuum, globô situm latitudinis regionis obtinente, gradus Eclypticæ oriens indicabit, quandonam hæc stella cum sole oriatur, si nempe quæras in Kalendario horizonti inscripto, quô die sol talem gradum obtineat.

Pariter cum ortus vespertinus sit ille, quo stella oritur, sole occidente si stellâ in horizonte ortivo collocatâ, notes gradum Eclypticæ occidantem, eumque in Kalendario quæras, habebis diem quô, hæc stella sole occidente orietur.

Circa occasus eôdem modô procedes. stellâ enim ad horizontem occiduum translatâ, gradus Eclypticæ oriens, matutinum stellæ occasum exhibet. & gradus Eclypticæ simul occidens, occasum vespertinum, seu achronyeum dabit.

Est maior difficultas circa ortum Heliacum, seu emersionem, nempe cum stella quæ priùs immergebatur solis radiis, & nullo modo apparebat, incipit mane, ante solis ortum conspici, sole nempe ad partes orientales motu proprio sensim recedente non datur autem vna, & eadem respectu omnium stellarum regula. volunt enim vt sola 12 gradibus infra horizontem depresso stella primæ magnitudinis circa horizontem apparere possit. secundæ magnitudinis 13 requirat. tertiæ 14. quartæ 15. quintæ sexdecim. sextæ 17. nebulosæ 18.

Ista tamen pendent ex variis circumstantiis, nempe ex vaporum crassitie habenda item est ratio distantiæ stellæ ab Eclyptica. vt tamen hunc ortum Heliacum invenias, ita operaberis.

Globo ad latitudinem loci, in quo versaris accommodatô, stellam datam transfer ad horizontem occiduum, & quære ad partes orientales gradum Eclypticæ, qui supra horizontem attollitur gradibus 12. 13. 14. pro vt stella fuerit, pri-

mæ,

mæ, secundæ aut tertiæ magnitudinis, cum sol illius gradus oppositum stella occidet Heliace, incipiétque immergi radiis solaribus.

E contra si stellâ ad horizontem ortiuum constitutâ, quæras gradum Eclypticæ, qui ad partes occidentales elevatur supra horizontem gradibus 12. 13. 14. &c. cum sol eius oppositum occupaverit stella orietur Heliace. vt si sit exquirendus occasus heliacus syrij, ad latitudinem borealem grad. 51. globô constitutô vt par est; si syrium horizonti occiduo applices, invenies ad partes orientales vndecimum gradum scorpij, gradibus 12. supra horizontem attolli, & consequenter concludes vndecimum gradum Tauri totidem gradibus deprimi infra horizontem occiduum, ideóque prima Iunij stylo novo, syrius heliace occidet.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Stellas omnes perpetuæ apparitionis, & occultationis definire.

Vt scias stellas omnes, quæ nunquam, in tua regione occidunt, sed semper supra horizontem manent. statuatur globus secundum latitudinem tuæ regionis, & per imaginationem, intelligatur ex polo, per intersectionem meridiani, & horizontis describi circulus, horizonti parallelus, quæcúmque stellæ intra huiusmodi circulum comprehensæ, nunquam occident in proposita latitudine. pariter si ex alia parte, seu ex polo non conspicuo, circulus describatur per intersectionem horizontis, & meridiani; stellæ omnes, intra hunc circulum contentæ, nunquam in propositâ latitudine supra horizontem videbuntur.

PROPOSITIO XX.

Problema.

In data latitudine gradus $66\frac{1}{2}$ superante, determinare quantitatem diei continuæ, & noctis.

Certum est in latitudine gradus $66\frac{1}{2}$ superante, solem aliquando, non occidere intra 24 horas, circa nempe solstitium æstiuum, & circa hibernum, non attolli supra horizontem. quæritur determinatio diei maximæ, & noctis. statuatur globus ad elevationem poli propositam, voluatur globus donec polus Eclypticæ, totum circulum absolvat, nota gradus Eclypticæ qui horizontem non attingunt, aut saltem infra illum non descendent; arcus inter hos interceptus non occidit in tali horizonte. si igitur quærantur dies quibus sol in huiusmodi gradibus invenitur; cognoscetur tempus, quô sol in tali latitudine, non occidit. Si pariter globô eumdem situm obtinente, ad partes australes respicias, quinam gradus Eclypticæ supra horizontem non ascendunt, globô vnam revolutionem peragente, eósque gradus quæras in Kalendario, habebis tempus quo sol supra horizontem non emerget.

Crepusculorum longitudinem, etiam in tali horizonte facile definies. nam in tali Sphæra ferè toto æstivo tempore, crepusculum vespertinum, attingit auroram. vt hæc igitur definias, notandi sunt gradus Eclypticæ, qui infra horizontem gradibus octodecim non descendant, vel si velis nota gradus Eclypticæ, qui non ascendant supra horizontem pluribus, quam 18 gradibus eorum enim oppositi, non descendent gradibus 18 infra horizontem, ideóque nullus erit finis crepusculi vespertini sole eos gradus percurrente.

Hæ tamen praxes sunt, etiam globo terrestri, & Sphæræ Armillari communes.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Horologium stellis circumpolaribus accommodatum construere.

Innumeris fere modis horologia, stellis accommodata excogitari possunt, pauca indicabo. fiat circulus in 360. partes dividendus, sitque mobilis. fiat & alter immobilis, qui in 24 horas dividatur, numerus autem horarum à dextera ad sinistram procedat. sitque numerus 12. in suprema circuli parte, sicut etiam in infima. apponantur & cyphræ alterius circuli divisi in 360 gradus; sed isti numeri procedant contrariô modô, nempe à sinistra ad lævam. hic circulus pro æquatore supponatur, atque adeo sit circulus ascensionum rectarum. poterúntque huic inscribi, quotquot volueris stellæ circumpolares, secundum suam propriam ascensionem rectam. vellem item characteres signorum inscribi secundùm suam ascensionem, quæ omnia ex globo desumantur. his paratis, si ita aptentur hi circuli, vt in medio habeant foramen satis magnum, per quod stella polaris videri possit, & attollantur ita vt character horæ duodecimæ locum supremum occupet, si stellam polarem per foramen respicias, & per limbum quamcúmque stellam volueris, scies in quonam circulo horario prædicta stella inveniatur, si notam stellæ huic horæ adiunxeris, locus solis in eodem instrumento notatus, circulum horarium in quo sol invenitur indicabit.

Est tamen aliquis error, eo quod stella polaris pro polo assumatur. Sed de his melius in Gnomonica.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Magnetis declinationem inuenire.

Hæc propositio eadem est virtualiter ac inventio lineæ meridianæ. Supponit autem haberi ad manus instrumentum aliquod Magneticum, & illud erit, vel rosa nautica, vel simplex acus. habeatur primo rosa nautica, quæ soli exponatur, eique ita objiciatur filum perpendiculo oneratum, vt vmbra fili per centrum rosæ transeat & limbum attingat. notabísque gradus interceptos inter hanc vmbram, & lineam meridianam, aut lineam quam vocant, *Nord* seu *Tramontanam*, eôdem tempore solis elevatio observetur

quadrant

quadrante scilicet Astronomico. tum collocato globo, congruenter latitudini regionis, lamina ærea in Zenith collocata, admove locum solis in Eclyptica inventum, gradui elevationis, in lamina notato. lamina in tali situ in horizonte indicabit Azimuthum solis, seu angulum, quem solis verticalis cum circulo meridiano comprehendit, qui si fuerit æqualis, angulo in rosa nautica, observato, nulla erit declinatio Magnetis, si fuerit aliqua differentia, hæc erit declinatio. facile autem cognoscetur, an ad ortum, an ad occasum deflectat.

Idem habebis in simplici actu, si enim pixidem Magneticam in plano horizontali statuas, & interea, dum observatur solis elevatio, filum plombo onustum ei objeias, habebis angulum quem solis verticalis, cum linea horizontali Magnetica, comprehendit, cui si fuerit æqualis, qui adhibita superiori praxi in globo invenitur, nulla erit Magnetis declinatio; si fuerit aliqua, hæc pro declinatione assumatur.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Horologium Horizontale, & verticale ex globo construere.

Supponitur primò horizontale planum, in quo linea meridiana ducatur, hæc autem facile ducitur, invento solis Azimutho, ex quacunque altitudinis observatione, notatâ enim eodem tempore in eodem plano umbrâ alicuius perpendiculi, si ducatur alia linea, quæ cum illa angulum comprehendat æqualem illi, quem solis verticalis, cum circulo meridiano comprehendere deprehenditur in globo; hæc erit meridiana, cui ad angulos rectos ducatur alia, quæ erit linea horæ sextæ. constituendæ sunt aliæ lineæ, quæ cum meridiana diversos angulos comprehendent. vt autem habeas eos angulos ita operabetis; ex globo, quemcumque circulum maximum per polos mundi transeuntem, adiunge, & indicem horæ meridianæ. voluatur globus donec index horam primam indicet, & respice in quo puncto colurus assumptus horizontem secet, & quot gradus inter hanc sectionem, & meridianum intercipiantur, is erit angulus debitus lineæ horæ primæ. idem præsta circa alias horas; si igitur ducas lineas, quæ cum meridiana æquales angulos hinc inde comprehendant absolutum erit horologium.

Vt construas horologium verticale primarium, hoc est in plano verticali quod directe meridiei opponatur. si facias horologium, ad latitudinem æqualem complemento altitudinis poli, illud erit verticale primarium. vt hic Lugduni cum elevatio poli sit 46. Si horologium horizontale pro elevatione poli graduum 44 describas, illud erit accommodatum verticali primario. Ratio est, quod polus vere elevetur supra huiusmodi planum gradibus 44. hoc est axis cum verticali primario angulum comprehendat graduum 44.

Poteris eadem praxi horologium describere in planô quocúmque inclinato ad quod planum meridianum rectum sit; quia nempe tale planum, est horizontale, eumdem habens meridianum, & consequenter in quo linea meridiana, possit esse meridies respectu loci in quo versaris.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

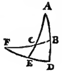
Trigonometriam Sphericam in globo exercere.

Quam difficiles sint Trigonometricæ praxes, nemo nescit, cum operosum contineant calculum: possunt tamen in globo præcipue cœlesti solvi pleráque problemata, quæ in Trigonometria continentur.

Primo quidem habendæ sunt duæ laminæ æreæ quadrantem circuli continentes, & in suos gradus divisæ, quæ quibuslibet punctis globi applicentur, ad libitum.

Secundò certum est, quòd si circinô intervallum inter duo quælibet puncta accipiatur, & in circulum maximum transferatur cognoscetur, quot graduum sit illud intervallum.

Tertiò mensura cuiuslibet anguli Sphærici sumi debet in circulo maximo, qui describitur, aut descriptus intelligitur, ex apice anguli tanquam centro, & quia omnes circuli paralleli similiter secantur, posset fieri circulus chartaceus, nonnihil concavus; nempe qui globo applicatus illi congrueret, & dividi in suos gradus, illius applicatione facile quantitatem cuiuslibet anguli Sphærici metiemur. concavitatem chartæ facile inducere poterimus, si madefacta supra globum exsiccetur, sic enim eius figuram induet his partitis nullum est problema Trigonometricum, quod non summa facilitate solvatur. Si proponatur triangulum, Sphæricum rectangulum ABC, tribus quibuscumque datis facile, solvetur. quia autem in praxibus Trigonometricis, sæpe vsurpavimus, vt triangulum absolveremus, hoc est latera ad quadrantem vsque produceremus. ita ve exurgeret constructio, qualem in apposita figura intueris. Supponatur A B D esse meridianus, punctum A esse Zenith, circulus FED horizon, punctum F, punctum veri ortus. assumo autem hos circulos, quia nempe comprehendunt angulum rectum. Supponantur data duo latera AB, BC. & angulus B rectus. quæruntur reliqua. vna ex laminis Zenith A applicetur, numeratô deinde latere A B, in meridiano incipiendo à Zenith deorsum, punctô illi & veri ortûs id est F, secundam laminam applicabis, quæ erit FB, in qua numerabis arcum B C, & punctô C primam lamina, aptabis, in eádem prima lamina, videbis quantitatem hypothenusæ AC, & arcus ED erit mensura anguli A. restat tantum angulus C. cognoscendus, sed invertenda esset figura, nempe in meridiano numera arcum C B, & in lamina secunda



cunda F B, arcum A B. Eritque angulus C, in puncto A, & arcus E D erit eius mensura. Eôdem modô si daretur angulus vous A, & hypothenusa A C. inuento in lamina A E puncto C. & numerato in quadrante D F, arco D E. primâ lamina puncto E, applicita, si per punctum C aliam traducas. habebis, latus C B, & latus B C. angulus autem C. cognoscitur vel applicatione circuli chartacei, in puncto C. vel iam datis lateribus A B, B C, inuertatur triangulum, & punctum C, in A transferatur. eodem modô operaberis, si daretur hypothenusa, & vnum aliud latus. ita vt in hac praxi si bene intelligatur tota doctrina triangulorum coordinetur.

Triangula item obliqoangula facila ex tribus datis innotescent. vt autem melius angulorum quantitas innotescat, quæ videtur in hac methodô nonnihil difficilis, angulorum apices, statuantur quantùm fieri potest, in polis alicuius circuli, maximi in suos gradus diuisi. vt quia zenith est polus horizontis, & polus ipse, est polus proprius æquatoris, possunt anguli trianguli statui, in zenith & in polo. Ita in triangulo datis duobus angulis & latere inter vtrumque posito, cætera cognoscemus. supponamus determinandæ imaginationis gratiâ cognosci verticalem in quo sol existit & dari horam, item eleuationem poli. quæritur locus solis, seu eius declinatio, & eius eleuatio supra horizontem.

Ponatur lamina in zenith, numeratoque verticali in horizonte, ad hunc gradum applicatâ lamina, cum meridiano angulum verticalis comprehendet. cum detur eleuatio poli, si statuatur globus in situ latitudini regionis congruente; erit latus trianguli, arcus inter zenith, & polum interiectus, si numeres in æquatore incipiendo à meridiano, angulom horarium, aliamque laminam à polô per hunc gradum traducas: vel si secunda lamina vii noluetis, numera ab vno coluro in æquatore, angulum horarium, tum volue globum, donec gradus propositus meridianum attingat, colurus tunc in lamina exhibebit eleuationem syderis & in coluro videbis distantiam syderis à polo, quod si numeres ab æquatore, habebis declinationem.

Vicissim datis tribus lateribus reliqua inuenies: hoc est datâ distantia zenith à polo, seu complemento eleuationis poli, data distantiâ syderis à polo, seu complemento declinationis, datâ item distantia syderis, à vertice, seu complemento eleuationis; cætera reperire, nempe angulum verticalis, cum meridiano, & angulum horarium. aptatur globus ad eleuationem poli, numeratur in vno coluro complementum declinationis, ideoque vnus colurus, in gradus diuisus esse debet, tum in lamina in zenith collocatâ, numera distantiam syderis à vertice, & ita voluatur globus, donec puncta in lamina,& in coluro notata congruant, & formatum erit triangulum. si numeres in horizonte habebis verticalem, & in æquatore angulum horarium inuenies. si data essent duo latera, nempe distantia verticis à polo, & distantia syderis à vertice, vnà cum angulo ab ipsis comprehenso, nempe verticalis; statutô globô ad eleuationem poli, in laminâ ad verticalem adiunctâ, numera complementum eleuationis, voluatur globus, donec colurus, hunc gradum laminæ attingat: & formatum erit triangulum, in quo cætera etiam circino metiri licebit. Item si datis duobus lateribus, detur angulus vni eorum oppositus verbi gratiâ angulus horarius; numeratô hôc angulô, in æquatore, incipiendo à coluro, voluatur globus donec hic gradus meridianum attingat: tum lamina ita moueatur vt tot gradus in ea sint à zenith ad colurum, quot sunt in latere datô, nempe in complemento eleuationis syderis, cætera innotescent. similiter si darentur tres anguli, mutentur in tria latera vt diximus in trigonometria. Triangula rectangula eô etiam modô solui possunt. Quod si attentiùs rem consideres deprehendes omnes praxes superiores, esse solutiones triangulorum. ita vt in globo totam trigonometriam habeas.

VSVS GLOBI TERRESTRIS.

Postquam vsus globi cœlestis & communes vtrique globo sufficienter explicuimus, restat vt ad globum terrestrem descendamus.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Proprietates omnium regionum terræ explicare.

Multa in hac propositione explicanda suscipio, eò quòd de illis iam fusè satis in geographia egerim.

Proprietates sphæræ rectæ, seu earum regionum, quæ æquatori subsunt, ita in globô terrestri oculis subiiciemus. Ambo poli in horizonte statuantur: in ea sphæræ dispositione, notare potes solem, in æquatore delatum, eas omnes regiones percurrere, quæ in æquatore versantur, ita vt singulis successiue in meridie fiant verticalia. Secundò aliis parallelis hinc inde à vertice recedit, ita vt maxima elongatio, sit graduum $23\frac{1}{2}$. fere æqualis illi, qua distat à zenith nostro, in solstitiô æstiuô. vides duas in anno quasi hyemes duas æstates. vmbræ meridianæ in iis regionibus aliquando ad boream, aliquando ad austrum procedunt.

Animaduertes omnes parallelos solis, seu tam æquatorem, quam tropicos, immo & alios quoscumque, bifariam ab horizonte secari; vnde facile concludes perpetuum in iis regionibus esse æquinoctium, seu 12 horis solem, versari supra horizontem, & totidem infra horizontem, & occidere, ita vt 12 horis appareat 12 delitescat. crepuscula erunt in iis regionibus minima, eo quod sol rectà descendat. In eodem globô notare poteris regiones, quæ hanc dispositionem habent ex nempe, quæ in æquatore terrestri continentur.

Secundò eleuetur polus alter supra horizontem, gradibus aliquibus paucioribus tamen, quam $23\frac{1}{2}$. hæc dispositio iam pertinet ad sphæram obliquam. primo in aliquo parallelo, inter æquatorem

æquatorem & tropicum sito, sol fit his regionibus verticalis,& hoc bis in anno; & in vno tropicô minus à vertice, & in alio magis distat. Incipiunt paralleli diuidi inæqualiter ab horizonte, ideoque excepto die, quô sol æquatorem percurrit, dies sunt noctibus inæquales, aliquæ stellæ non oriuntur, aliæ nunquam occidunt. stellæ quæ sunt vicinæ polo conspicuo non occidunt, quæ alteri polo seu depresso sunt proximæ, horizontem non attingunt.

Tertiò ita disponatur polus vt ab horizonte distet gradibus 23 cum dimidio. tropicus per zenith transit, quare dum sol tropicum percurret iis fiet successiue verticalis, qui in tropico terrestri versantur, fiunt pariter dies noctibus inæquales. quia omnes paralleli æquatori, inæqualiter ab horizonte diuiduntur, sol vno tantum die, iis fit verticalis. videbis item æquatorem bifariam ab horizonte diuidi, ita vt pars eius conspicua æqualis sit segmento infra horizontem posito, atque hi adhuc in zona torrida versantur, cum sol per eorum verticem transeat.

Si vlterius attollas polum, iam videbis nullum ex parallelis inter tropicos contentis, quos nempe sol aliquando percurrit, per verticem transire; quare regionibus hanc poli altitudinem habentibus, sol nunquam verticalis euadit.erunt ergo in zona temperata, sectio parallelorum ab horizonte adhuc magis inæqualis erit diebus æquinoctialibus dies sunt noctibus æquales, eo quod cum tam horizon, quàm æquator sint circuli maximi, se inuicem bifariam secabunt: & cum sol motu annuô bis in anno ad æquatorem perueniat, bis etiam in anno dies erunt noctibus æquales. cum ab æquatore, versus polum eminentem sol accesserit augentur dies, minuuntur noctes, in tropico igitur conspicuo, longissimi sunt dies, breuissimæ noctes. tum incipiunt minui dies, donec rursus in æquatore reddantur dies noctibus æquales, tum incipiunt noctes præualere diebus semper magis; donec in tropico sint longissimæ.

Determinabis autem facile quarum regiones, hanc habeant sphæræ dispositionem, nam si tot gradus numeres ab æquatore versus polum conspicuum, quot sunt ab horizonte ad polum, & per hunc terminum cogites parallelum æquatori, quicumque ei subiacebunt, eam habent eleuationem poli.

Si ita polum attollas supra horizontem, vt ab eo distet gradibus 66 $\frac{1}{2}$. tropicus integer supra horizontem eminebit, ideoque dum sol eum percurret, horizontem non attinget, sed totâ die conspicietur, omnes item stellæ quæ intra tropicum, & polum conspicuum versantur, nunquam horizontem subeunt, sed perpetuo supra illum versantur, sicut oppositæ, quæ intra alterum tropicum, & polum latentem positæ sunt nunquam emergunt, sicut sol non oritur dum eum tropicum percurrit.

Denique si polum in zenith colloces, sphæram habebis parallelam, qualem habent qui in polis terræ versantur, nempe qui polis cœlestibus subsunt.

Hæc sphæra diurna reuolutione, neque orientes, neque occidentes, nec altiores aut depressiores videt stellas, quia autem sol annuo motu zodiacum percurrit, quem æquator in duas partes æquales diuidit, & in hac sphæræ dispositione æquator cum horizonte congruit, sequitur solem die æquinoctij media tantum parte in horizonte apparere,& circa illum circumuolui ex inde sensim eleuari, vsque ad tropicum tum sensim descendere donec ad æquatorem redeat: ita vt per 6 menses sit conspicuus, & per 6 alios quibus percurrit oppositum hemisphærium infra horizontem lateat: diesque artificialis sit 6 mensium diesque vt ita dicam naturalis cum anno confundatur.

Zonæ in globo terrestri satis distinctæ sunt, quæcumque enim terræ intra tropicos positæ sunt, ad zonam torridam pertinent; quæ à nonnullis in duas diuiditur zonas æquatore diuisas; fuit autẽ inter antiquos authores altercatio, quod zonam torridam inhabitabilem crederent, cum enim regiones de nouo, subinde detegerentur etiam habitatæ aliis, atque aliis terminis terram illam adustam & calore nimio feruentem definiebant. modò vero nulla in his controuersia, cum certum sit etiam terras æquatori subiectas incolas non respuere. continentur ergo in zona torrida quæcumque terræ solem habent aliquando verticalem. Zonæ duæ temperatæ hinc inde sequuntur, tropicis & polaribus comprehensæ, sunt autem regiones quæ solem non habent vnquam verticalem, eumque tamen intra 24 horas vident. quæ regiones circulo polari comprehenduntur, intra 24 horas aliquando solem, non vident, atque adeò maximum frigus experiuntur suntque in zona frigida.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

De longitudine, & latitudine regionum & distantia & angulo positionis.

Longitudo in terra definitur aliter, ac in cœlo, in cœlo enim sumitur in circulis per polos Zodiaci transeuntibus, in terra verò hæc numeratur in æquatore,& circulis per polos mundi,seu polos æquatoris transeuntibus determinatur.concipe ergo æquatorem diuisum in 360 gradus, & per singulos descriptum esse circulum maximum per polos terræ, hic circulus erit meridianus earum regionum per quas transit: quare idem est petere longitudinem alicuius regionis, ac inquirere, quisnam sit meridianus per regionem aliquam transiens: & quia in globo non videtur potior ratio cur ab vno meridiano, hanc numerationem instituas, ideo in eo fuit conueniendum, nempe vt vltimæ terræ, veteris orbis vt vocant ad occasum sitæ primo meridiano subiaceant.

Ita igitur ex globo, longitudinem cuiuscumque regionis cognosces, Regionem de qua agitur ad meridianum adiunge, & nota quis gradus æquatoris, meridiano subiaceat, character quem præferet erit longitudo quæsita, nempe distantia meridiani dictæ regionis à primo meridiano.

Pariter si differentiam longitudinis inter duo loca exquiras vtrumq; successiuè ad meridianum applica, & nota gradus æquatoris qui simol meridianum attingent, arcus inter hos gradus interceptus erit differentia longitudinis.

Latitudo

Latitudo in tellure, est distantia alicuius loci ab æquatore, hæc duplex est, borealis, scilicet, & Australis, vt eam cognoscas in globo, regionem de qua agitur meridiano adiunge, tum numera gradus interceptos inter eam, & æquatorem, & nota fiet latitudo, nempe distantia verticis ab æquatore.

Ex quo clarum fit eas omnes regiones quæ eidem parallelo subsunt, eandem habere latitudinem quæ omnia clara sunt, atque adeò innuisse sufficiat.

Distantiam duorum locorum facile habebis, alteruter locorum in zenith collocetur, tum lamina ærea, eidem vertici affigatur, tandiuque voluatur, donec alium locum attingat, gradus laminæ inter vtrumque locum intercepti, distantiam locorum in gradibus exhibent; hos gradus, si per 20 leucas, vel 60 milliaria multiplices, dabitur distantia in milliaribus, aut leucis. Angulus autem quem lamina, cum meridiano comprehendit, dicitur angulus positionis, ostenditque plagam in qua vna regio sita est respectiue ad aliam & quæ via sit arripienda, vt ad illam peruenias, breuissimô itinere.

PROPOSITIO XXVII.

Indicare meridianum, in globo quem sol attingit, quôcumque tempore; seu regiones quibus est meridies.

Supponitur proposita aliqua hora determinata verbi gratiâ dum est hora tertia, hic Lugduni; quæritur, in quonam meridiano sol versetur. Lugdunum meridiano adiungatur, & index horæ tertiæ, tum voluatur globus, donec index horam meridianam attingat, dico; circulum quæsiturn, cum meridiano immobili congruere. Vel incipe à Lugduno, nempe à gradu longitudinis seu æquatoris. qui respondet Lugduno, & numera versus occidentem tres horas, tribuendo singulis horis gradus 15. circulus per terminum numerationis transiens, erit is qui quæritur, in quo sol versatur; vel cuius alicui punctô sol perpendiculariter imminet, atque adeò quicumque in hoc circulo versantur meridiem habent. si hora data esset antemeridiana, numeratio esset instituenda versus orientem. Ratio horum omnium clara est, sol enim intra 24 horas, omnes meridianos percurrit, seu 360. & cum vniformis sit eius motus, singulis horis percurrit 15. cum autem dicitur esse hora tertia Lugduni, idem est ac dicere, à tribus horis fuisse meridiem Lugduni, seu à tribus horis solem pertransiisse meridianum, Lugdunensem.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Assignare regionem, cui sol perpendicularis est quôcumque tempore.

Supponitur data hora pro loco in quo versamur, vel etiam quocumque alio locô, quæritur autem locus in terra, in cuius vertice sol existat; seu cui sit perpendicularis. quæratur in horizonte locus solis in zodiaco. idem locus inueniatur in eclyptica, in globo notata, certum est solem existere in parallelo, per talem gradum transeunte; hoc est si de terræ parallelo loquamur, sed successiue eo die, fit perpendicularis regionibus, in eo parallelo positis; quæratur (*per præcedentem*) meridianus in quo versatur sol, communis concursus, meridiani, & paralleli est locus solis, seu est locus in terra, cui sol verticaliter imminet. cum enim sol versetur tam in meridiano, quam in parallelo; necessariò in communi vtriusque concursu inuenietur.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Ostendere in globo terrestri, regiones quibus sol oritur, quibus occidit; quæ diem, & noctem habent, quôcumque tempore assignatô.

Supponitur data hora determinata pro aliqua regione, ad hanc horam, quæratur (*per præcedentem*) locus solis, seu regio in globo terrestri, cui sol sit perpendicularis, is locus ad meridianum adducatur; ita autem disponatur, vt verticem, seu zenith occupet, seu disponatur globus congruenter latitudini, regionis inuentæ. dico in tali casu horizontem, esse terminum illuminationis, & consequenter, eas regiones noctem habere, quæ sunt infra horizontem, eas verò quæ supra horizontem sunt diem. partem horizontis orientalem indicare regiones, quibus sol occidit, partem verò occidentalem ostendere, eas regiones quibus sol oritur. Eôdem item intuitu videbis versus polum qui supra horizontem positus est, eas regiones, quibus sol non occidit eo die, & circa polum, infra horizontem depressum, eum terræ tractum, cui sol non oritur eô die.

Demonstratio pendet ex iis quæ ostendimus in geographia, & optica; solem illuminare terræ hemisphærium.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Quænam hora sit in quâcumque regione.

Supponitur hora determinata, pro aliqua item regione determinata verbi gratiâ dum est hora nona Lugduni, quæritur quænam sit hora Babylone. Lugdunum meridiano adiungatur & index horæ datæ imponatur, tum voluatur globus, donec Babylon, meridianum attingat, index ostendet horam, Babyloniam, seu quænam hora sit Babylone. certum est enim cum Babylon sit orientalior Lugduno plures horas numerabit pro ratione differentiæ longitudinis, hæc autem differentia longitudinis in horas refunditur per simplicem reuolutionem globi. ita datâ horâ; quâ videri debet eclypsis Lunæ, in aliqua regione, sciemus horam qua accidet in alia quâcumque regione.

E contra data horâ pro certo loco, assignabimus Regionem cui est alia hora. vt cum est hora nona matutina Lugduni si quæratur Regio, cui est hora tertia. Lugdunum meridiano adiungatur, & index horæ nonæ matutinæ, tum voluatur globus, donec idem index horæ tertiæ pomeridianæ incumbat, Regiones quæ sub meridiano versabuntur, horam tertiam numerabunt.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Horam Babylonicam, & Italicam inuenire pro qualibet Regione, datô tempore.

Primo (*per* 29.) quærantur loca quibus sol oriatur, & occidat. nempe sit talis globi dispositio, vt locus solis (cui nempe respondet perpendiculariter, occupet verticem. si horam Babylonicam quæris pro aliqua Regione. hanc ad horizontem occiduum transfer. & adiunge indicem horæ meridianæ, quæ tunc pro 24 sumatur, voluatur globus ab ortu in occasum, donec restituatur ad priorem situm. dico indicem ostensurum horam Babylonicam, in circulo horario, si tamen post mediam noctem, non numeres 1. 2. 3. Sed 13. 14. 15. vsque ad 24. Ratio clara est, si locus de quo agitur, esset in horizonte occiduo, sol illi orietur vt vidimus, ergo esset hora 24. Babylonica vt autem sciatur quanta est revolutio cœlestis, donec sit præsens status bene id ope indicis investigamus, qui ostendet in circolo horario quot horis circumvoluatur cœlum.

E contra si desideras horam Italicam, Regionem propositam transfer ad horizontem ortiuum, qui in tali casu, est limes illuminationis occiduus. & indicem horæ meridianæ adiunge, voluatur globus donec locus solis rursus verticem occupet: & index ostendet in circulo horario horam Italicam.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Datâ maxima diei quantitate Regiones ostendere quibus competat.

Hæc propositio vtilis est ad determinationem climatum, quæritur ergo cui Regioni sol in solstitio æstivo oriatur hora quarta matutinâ. Aliquod punctum tropici cancri meridiano adiungatur, & notetur illud punctum, tum index horæ meridianæ incumbat, voluatur globus donec idem index, horam quartam matutinam indicet, tum attollatur, aut deprimatur globus, donec punctum tropici priùs notatum, horizontem attingat. parallelus per Zenith transiens indicabit omnes regiones, quibus maxima dies erit horarum sexdecim.

Idem etiam præstare possumus in aliis parallelis, vt assignare possumus parallelum, in quô sol positus in Tauro, oriatur hora tertia matutina. Si nempe punctum notes in parallelo tauri, quod horizonti adiungas; & indicem horæ meridianæ, tum globum revoluas donec index ostendat horam tertiam matutinam, attolle aut deprime polum donec punctum prius notatum, in parallelo Tauri, sit in horizonte, parallelus per Zenith transiens, erit is qui quæritur.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Determinare Regiones, quæ solem per duos, aut tres menses videant sine nocte.

Quærantur verbi gratia regiones, quæ toto die incipiant. habere solem supra horizontem, dum percurrit initium tauri, hoc est quibus parallelus Tauri, sit totus supra horizontem, quem tamen attingat. quæratur initium Tauri in Eclyptica, itaque moveatur globus, vt hoc punctum sit in communi sectione horizontis, & meridiani. parallelus per Zenith transiens, ostendet regiones quibus sol Taurum percutiens, toto die erit supra horizontem.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Nauigatio per circulum maximum.

Omittere non possum insignem globi vsum in Navigatione, ad hoc vt per circulum maximum procedamus, seu per viam brevissimam, & non per loxodromiam. consistit autem in hoc, quod loxodromia cum meridianis omnibus æquales semper angulos comprehendat, atque adeò vtendum sit eodem Rhombo, in rosa nautica notatô. quia autem circulus maximus ad meridianum inclinatus, cum omnibus meridianis angulos æquales; non facit ideo mutandus esset identidem Rhombus, vtendúmque successive diversis.

Ita igitur rem totam definies, locum è quô solvit navis, in globo inventus collocetur in vertice, & lamina ærea vertici adiuncta voluatur donec terminum ad quem attingat, & habebis in horizonte angulum quem hic circulus positionis, cum meridiano comprehendit, & distantiam ab vno ad alium, in gradibus. hic arcus dividatur in partes æquales quot volueris, verbi gratia in gradus. primus igitur gradus transferatur in Zenith, & pariter lamina indicabit in horizonte alium angulum, seu Rhombum, transferatur secundus gradus in Zenith, & lamina ostendet in horizonte alium gradum aut Rhombum, quos omnes notabis in charta. tum in navigando, vteris primô Rhombô inventô, & post 20 Leucas seu vnum gradum, secundum assumes, & ita consequenter, describes sensibiliter maximum circulum, nempe lineam ex partibus diversarum loxodromiarum compositam, quæ à circulo maximo non discrepabit.

Alii excogitari possunt vsus globorum, sed isti sufficiant, cum ex iis cæteri deduci possint.

DE ASTRO

DE ASTROLABIIS LIBER SECVNDVS.

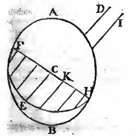
De Analemmate.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Natura Analemmatis.

NATVRAM Analemmatis meliùs explicare non possumus, quàm si eius generationem enodemus. Est igitur analemma, Pictura cœlestium orbium, in plano coluri solstitiorum, cum meridiano congruentis facta, exhibens communes sectiones talis plani, & radiorum ab oculo infinite distante, in axe illius circuli ad singula puncta adversi hæmisphærij ductorum, seu ostendens communes sectiones talis plani, cum perpendicularibus, à singulis punctis hæmisphærij oppositi.



Sit ergo colurus solstitiorum, idémque meridianus AB, cuius centrum C, educatur eius axis C D, hoc est linea per centrumC ducta, & ad planum AB recta; in quâ ad infinitam distantiam oculus removeatur, spectéisque verbi gratia semicirculum FEH, in adverso hæmisphærio, radius ex puncto E, ductus ad oculum, propter infinitam distantiam parallelus erit axi C D, & cum axis supponatur rectus ad planum A B, erit radius EI ad planum A B rectus (*per* 17. 11.) & punctum K, erit communis sectio radij ab E, ad oculum ducti, cum plano AB, quare punctum K, erit imago, aut effigies puncti E. posui autem communes sectiones radiorum ad oculum ductorum cum plano A B, vel perpendicularium; sunt enim omnes radij recti ad planum A B, vt pote paralleli axi, qui vt diximus rectus supponitur ad idem planum.

Ex hoc sequitur apparentiam circuli FEH, ita formari in plano A B, si ex singulis circumferentiæ punctis, intelligantur duci perpendiculares ad planum AB, linea eas omnes coniungens, erit apparentia, seu effigies, & imago illius circuli, in eodem plano AB. quare si omnes perpendiculares cadant, in lineam rectam F H, linea F H, erit apparentia circumferentiæ FEH, in plano AB, respectu oculi infinite distantis secundùm lineam CD, & ita de reliquis.

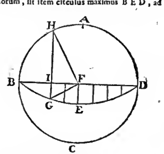
Volumus item Sphæram esse in aliqua dispositione, nempe colurum solstitiorum, congruere cum meridiano, sic enim communis sectio Eclypticæ, & æquatoris erit in horizonte, hoc est in puncto veri ortûs, & occasûs. communis autem illa sectio est polus coluri solstitiorum, qui tunc coincidit, cum polo meridiani. quod suppono ex tractatu de Sphæra, neque enim hic cœlestium orbium; & circulorum proprietates, sed tantùm iis suppositis methodum, eos in plano exhibendi docemus.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Omnis maximus circulus, ad meridianum aut colurum solstitiorum rectus, in analemmate per diametrum exhibetur.

Sit meridianus A B C D, idémque colurus solstitiorum, sit item circulus maximus B E D, ad



circulum ABCD rectus. dico circulum BED, exhiberi in analemmate per lineam B F D, quæ sit diameter circuli ABCD.

Demonstratio. Cum circulus BED sit maximus, sitque rectus ad circulum ABCD, necessariò (*ex* 13. 1. *Theod.*) per polos eius transit, sit ergo polus E, iungatúrque linea EF, cum centro,

hæc erit ad planum ABCD, recta (*per* 8. 1. *Theo.*) eritque BFD, communis sectio vtriusque circuli, & diameter vtriusque. dico cuiuslibet puncti peripheriæ BED apparentiam, denotatam scilicet à perpendicularibus, esse in linea B D. nam cum planum BED, sit rectum ad planum ABCD, omnes perpendiculares à plano B E D, ad planum ABCD, (*per definitionem* 3. 11. *Eucl.*) cadent in communem sectionem; sed apparentia circuli in analemmate; est linea in quam cadunt omnes perpendiculares; igitur linea BFD, est apparentia circuli BED. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

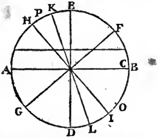
Omnis circulus maximus per polum E ductus, repræsentatur per diametrum, nempe horizon, æquator, primus verticalis, circulus horæ sextæ, Eclyptica.

PROPOSITIO III.

Problema.

Horizontem, æquatorem, circulum horæ sextæ, Eclypticam, verticalem primarium, in analemmate exhibere.

Describatur circulus ABCD, meridianum referens, simulque colurum solstitiorum, ducatur diameter A C, vteúmque pro horizonte. nam



(*per præcedentem*) horizon per diametrum exhibetur, huic ad angulos rectos, ducatur alia diameter BD, hæc erit verticalis primarius, nam verticalis primarius est etiam diameter, transiens per Zenith, seu per punctum B, vtrinque nonaginta gradibus distans ab horizonte, in meridiano ABCD. numeretur in quadrante C D, arcus C F, æqualis elevationi poli, punctum F polus erit, per quem transit circulus horæ sextæ, quare diameter FG, erit circulus horæ sextæ. à puncto F numerentur 90 gradus, hoc est arcus F H, F I, sint quadrantes. puncta H, & I pertinebunt ad æquatorem. ducatur ergo diameter H I; vel quod idem est sit arcus B H, æqualis elevationi poli, vel sit arcus A H, complementum elevationis poli. Denique sint arcus HK, IL, graduum $23\frac{1}{2}$ qualis est maxima Eclypticæ declinatio, puncta K & L, in coluro solstitiorum, erunt initia Cancri, & Capricorni, & consequenter diameter KL, erit Eclyptica.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Omnes circuli minores, paralleli horizonti parallelis æquinoctiali, & paralleli Eclypticæ, per lineas rectas parallelas exhibentur.

Sint describendi in analemmate circuli minores paralleli horizonti, qui circuli elevationum, seu Almicantarath dicuntur. dico illos repræsentari per lineas parallelas. Sit verbi gratiâ describendus circulus distans ab horizonte gradibus 20. sit arcus AM graduum 20. ducatur linea MN parallela horizonti: dico eam esse repræsentationem illius circuli. hoc est omnes lineas, ad planum meridianum rectas ea circumferentia illius circuli elevationis ductas, cadere in lineam MN.

Demonstratio. Planum circuli Almicantarath, ad meridianum rectum est, vt pote parallelum plano horizontali, ad meridianum recto. quare (*per def.* 4. 11. *Eucl.*) omnes perpendiculares in eo ductæ ad communem sectionem, ad planum meridianum rectæ erunt. & cùm ab eodem puncto plures duci non possint perpendiculares ad planum, (*per* 13. 11.) omnes perpendiculares, à circumferentia circuli Almicantarath 20 graduum ad planum meridianum ductæ, cadent; in communem sectionem M N. hanc autem esse parallelam diametro AC ita ostendo. planum horizontis, & planum circuli Almicantarath ex constructione Sphæræ sunt parallela, in quæ planum horizontis incidit, quare (*per* 16. 11.) communes sectiones sunt parallelæ. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Quod demonstratum est de circulis Almicantarath, intelligendum est de circulis parallelis æquinoctiali; qui in cœlo dicuntur circuli declinationum, quorum aliqui iidem sunt ac circuli diurni solis.

Idem de circulis latitudinum; qui denotant distantiam astrorum ab Eclyptica.

PROPOSITIO V.

Problema.

Circulos omnes parallelos horizonti, Eclypticæ, & æquatori describere.

In eadem figura, sint primo describendi omnes circuli paralleli horizonti dividantur quadrantes AE, E B in 90 gradus, & hinc inde sumantur puncta earumdem denominationum, hoc est primus gradus ab horizonte sursum ascendendo in arcu AE, coniungatur cum sibi respondente in arcu E B, ita habebis omnes circulos Almicantarath.

Pariter si velis describere circulos parallelos æquatori; dividantur quadrantes H F, I F in gradus nonaginta, & per singulos sibi respondentes gradus, ducantur lineæ, quæ ita erunt parallelæ æquatori H I. idem facere debes circa quadrantes HG, I G, & habebis omnes parallelos

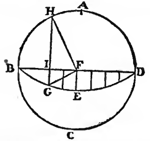
rallelos æquatori. Eòdem modò procedes circa circulos latitudinum, parallelos Eclypticæ.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Diametrum, qui sit apparentia circuli maximi in gradus diuidere.

Sit diameter BD, in figura antepenultima repræsentans circulum horizontalem diuidenda in



gradus; hoc est assignanda sit in linea B D, apparentia cuiuslibet gradûs, circuli horizontalis. diuidatur semicirculus BAD in gradus; demittantúrque perpendiculares ad diametrum BD, & habebitur diuisio lineæ B D: vt si assignanda sit in lineâ BD, apparentia gradûs quadragesimi quinti dividatur quadrans A B, sitque arcus BH graduum 45. demittatur perpendicularis H I; dico punctum I esse apparentiam, gradûs quadragesimi quinti, circuli horizontalis. Sit enim BGD, circulus horizontalis in cuius plano, ex puncto I, educatur perpendicularis IG, coniungatur linea G F.

Demonstrat. Punctum I, est (*per primam huius*) apparentia puncti G, ostendo autem punctum G, esse quadragesimum quintum gradum; seu arcum BG, æqualem esse arcui BH, seu angulum BFG, æqualem esse angulo BFH. nam triangula IHF, IGF, cû sint rectangula in I, ex cōstructione, sitq; linea FH, æqualis lineæ FG, per definitionem Sphæræ, sitque latus I F commune, hæc inquam triangula æqualia sunt in omni sensu, (*per primum Lemma ad prop.27. 1. Eucl*) quare anguli BFG, BFH sunt æquales. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

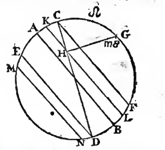
Si quærendus sit gradus cùius punctum I est apparentia, ex puncto I, educatur perpendicularis I H, linea B I erit apparentia arcûs, æqualis arcui BH.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Ducere omnes circulos diurnos, & assignare diem ils competentem: & declinationem solis, pro quolibet die.

Ad describendos in analemmate omnes circulos diurnos, primò in eo ducatur æquinoctialis AB, tom abscisso arcu AC graduum $23\frac{1}{2}$. ducatur



Eclyptica C D, in qua punctum C, erit initium cancri, secundùm eam dispositionem, quam supra proposuimus, & punctum D, erit initium capricorni. primò si per puncta C, & D, ducantur lineæ parallelæ æquinoctiali A B, illæ repræsentabunt tropicos. dividatur saltem semicirculus CFD in suos gradus, & ex singulis ad Eclypticam CD. ducantur perpendiculares, hæ dividenc Eclypticam CD, in suos gradus (*per præcedentem*) per quos si ducas lineas parallelas æquatori; habebis circulos diurnos singulis gradibus Eclypticæ competentes.

Vt si ex puncto G, distante à puncto C gradibus 60. atque adeo designante initium virginis, ducatur perpendicularis G H, punctum H, erit in Eclyptica apparentia initij virginis, quare si per punctum H, ducatur K L parallela æquatori, hæc erit circulus diurnus à sole, initium virginis occupante, descriptus.

Demonstratio. Punctum H, est apparentia initij virginis in Eclyptica, (*per sextam huius*) sed parallela K L, est apparentia circuli paralleli æquinoctiali, transitque per punctum K, ergo est apparentia circuli paralleli æquinoctiali transeuntis per initium virginis, seu quod idem est circuli diurni.

COROLLARIVM.

Diem autem assignabimus, quia scimus initia signorum circa 21. 22. & 23. diem mensium versari, vnde quòlibet die possumus gradum signi assignare, & pariter cuiuslibet diei datæ circulum diurnum describere.

Non erit item difficile, data stellæ declinatione describere circolum diurnum illius stellæ, sit verbi gratia stella declinans ad Austrum 60 gradibus, sit æquinoctialis AB, sumantur arcus AM; BN graduum 60. linea MN erit apparentia, circuli diurni, stellæ declinantis gradibus 60 ad Austrum.

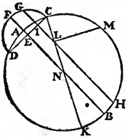
PROPOSITIO VIII.

Problema.

Alia methodus describendi circulos diurnos solis.

Sint describendi circuli diurni solis, primò ducatur æquator AB, sitque arcus A C graduum $23\frac{1}{2}$. qualis est maxima solis declinatio, fiat arcus

e s AD illi æqualis, ductâque lineâ D C; ex E, vt centro fiat semicirculus C F D, dividendus in



gradus 180. dico si per singulos gradus, ducantur lineæ parallelæ æquinoctiali, describi circulos diurnos solis. vt punctum C, vt ostendimus pertinet ad tropicum cancri, sit punctum G, ab eo distans gradibus sexaginta, atque adeo pertinebit ad initium virginis, aut tauri, ducatur per G parallelus G H, dico parallelum G H, esse circulum diurnum pertinentem ad initium virginis. ducatur Eclyptica C K, secans parallelum G H in puncto L, ducatur item linea L M ostendo punctum L. pertinere ad initium virginis, seu (*per 6. huius*) arcum CM esse graduum sexaginta, seu quod idem est arcus CG, CM similes esse.

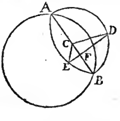
Demonstratio. In triangulo CEN, quia linea IL, est parallela basi erit (*per 4. 6. Eucl.*) vt E C ad [illegible] ita NC, ad LC, est autem CL, sinus versus arcus CM & IC, sinus versus arcûs CG, ergo ita se habet radius E C, ad I C, sinum versum arcûs C G; vt se habet radius N C ad L C, sinum versum arcus CM. quare arcus GC, CM sunt similes. quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Lineam, quæ sit apparentia circuli minoris in gradus diuidere.

Sit linea A B, apparentia circuli minoris, ad meridianum, aut colurum solstitiorum recti. dividatur



vidatur bifariam in C, & ex C vt centro, intervallô CA, aut CB, describatur semicirculus ADB, in suos gradus dividendus; & ex singulis divisionibus, cadant perpendiculares ad lineam A B, divisam esse in gradus. Sit verbi gratia arcus A D graduum 60. dico punctum F, esse apparentiam gradûs sexagesimi. Sit in Sphæra, circulus AEB, ille cuius A B est apparentia, in cuius plano ducatur FE, perpendicularis ad AB, iungantur lineæ EC, CD, ostendere debeo arcum AE, esse graduum 60.

Demonstratio. Circuli ADC, AEB, sunt omninò æquales, cum linea AB, sit vtriúsque diameter, quare lineæ CE, CD æquales sunt, in triangulis ergo EFC, CFD rectangulis in F, cùm latus CF commune sit, & latera CE, C D sint æqualia; reliqua etiam æqualia erunt, (*per Lemma ad 27. 1.*) quare anguli FCE, FCD æquales erunt; & consequenter arcus A E, A D æquales. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

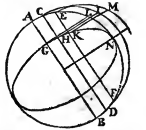
Hac praxi assignabimus apparentiam cuiuslibet gradûs assignati, demittendo scilicèt, ex gradu quocúmque D, perpendicularem ad diametrum AB, & datô punctô F, determinabimus cuius gradûs sit apparentia; excitando scilicèt in punctô F perpendicularem FD.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Apparentiæ arcuum similium, in duobus circulis parallelis assumptorum, sunt diametri proportionales.

Sint tres aut plures circuli paralleli, quorum



apparentiæ AB, CD, EF sint parallelæ. Sint item AG, CH, EK apparentiæ arcuum similium, dico ita esse AG ad G B; sicut C H, ad H D; & E K, ad KF. describantur semicirculi CID, EMF, excitentúrque perpendiculares GL, HI KM, singulæ vsque ad suos semicirculos.

Demonstratio. Linea A G, est apparentia arcûs AL; & CH apparentiâ arcûs CI; sicut EK, apparentia arcûs EM, qui supponuntur æquales, suntque AG, C H, E K, sinus versi arcuum similium; sed sinus versi arcuum similium, in diversis circulis eandem habent rationem ad suas diametros, ergo vt AB ad AG; ita CD, ad CH; & EF, ad EK; & dividendo vt BG, ad AG; ita DH, ad HC; & FK, ad KE. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Apparentia circuli maximi per polos ducti; secat apparentias circulorum parallelorum, illum polum

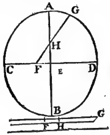
polum habentium, in partes proportionales. ſit linea curua GHKN, apparentia circuli maximi per polum N ducti, quæ ſecet lineas A B, C D, EF apparentias circulorum habentium punctum N pro polo, dico lineas AB, CD, EF, in punctis G, H, K proportionaliter ſecandas. nam ex ſphæra conſtat circulum maximum per polos tranſeuntem, ſecare omnes circulos parallelos, in arcus ſimiles: ſed arcus ſimiles habent apparentias proportionales, ergo apparentia circuli per polos ducti, ſecat in analemmate, apparentias circulorum parallelorum in partes diametri proportionales. Iam quærendum reſtat an hæc linea GHKN ſit circulus.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Praxis deſcribendæ ellypſis.

Ne huc aduocare cogar principia conica, methodum dabo deſcribendæ alicuius lineæ, quam vocabo Ellypſin, ſiue reuera eas omnes proprietates habeat, quæ ab Appollonio ellypſi tribuuntur, ſiue non, oſtendam enim poſtea, circulos maximos ad meridianum obliquos, habere pro apparentia, figuram hîc à me deſcriptam.



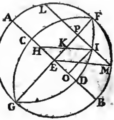
Dentur duæ ellypſis deſcribendæ, diametri AB, C D ſe interſecantes perpendiculariter in puncto E, ſit chartacea regula F G, ſitque in ea linea FG, æqualis maiori ſemidiametro AE, & linea HG æqualis minori ſemidiametro CE; Ita diſponatur hæc regula, vt punctum F, ſemper inſiſtat minori ſemidiametro verbi gratia CE, & punctum H inſiſtat maiori ſemidiametro A E aut EB; punctum G cadet in peripheriam ellipſis, hoc eſt ſi linea FG, ita ducatur, vt FH æqualis ſit lineæ FH, regulæ chartaceæ; & linea H G, pariter æqualis ſit, lineæ H G, punctum G erit in circumferentia Ellipſis. quare mouendo regulam, ita vt punctum F, moueatur ſupra CE, & punctum H ſupra A E, habebis alia, atque alia puncta ellypſis AD, atque ita deſcribes quadrantem A G D, ad deſcribendum quadrantem AC, punctum F debet moueri ſupra diametrum E D; & punctum H ſupra AE, vt habeatur quadrans BC, punctum F mouebitur ſupra ED, & H ſupra BE; denique vt habeatur quadrans BD, punctum F mouebitur ſupra CE, & H ſupra BE.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Circuli maximi ad meridianum obliqui in ellypſin proiiciuntur.

Sit æquinoctialis A B, in quo A C, ſit apparentia graduum 60, & CE apparentia graduum 30, ita vt punctum C ſit punctum æquinoctialis, per quod tranſit circulus horæ octauæ antemeridianæ, & punctum D. circulus horæ quartæ matutinæ, ſint item poli F, & G, dico ſi per praxin ſuperiorem, deſcribatur ellypſis tranſiens per polos F, & G, & per punctum D, fore vt eius dimidia circumferentia FDG ſit apparentia circuli horarij quartæ horæ matutinæ; qui circulus ad planum meridianum obliquus eſt. item dico ſemicircumferentiam F C G, eſſe apparentiam circuli octauæ horæ matutinæ. ducatur enim linea HI æqualis maiori ſemidiametro FE; ita tamen vt K I æqualis ſit minori ſemidiametro ED, punctum I pertinebit ad ellypſin ſuperiori methodô deſcriptam: ſed punctum I pertinet etiam ad apparentiam circuli horæ quartæ matutinæ. ducatur enim per punctum I, linea LM, repræſentans parallelum æquatori, iungaturque linea EM, & demittatur perpendicularis IO.



Demonſtratio triangula PME, HIO ſunt primò rectangula in P, & O latus P E, æquale eſt lateri IO. latus item HI, quod æquale ſupponitur maiori diametro E M, æquale etiam erit, lateri E M. ſunt ergo illa triangula omni ſenſu æqualia, (*per lemma ad prop.* 27.1. *Eucl.*) quare angulus IHO. oppoſitus lateri I O, æqualis eſt angulo PME, oppoſito lateri EP, ſed angulus PME, æqualis eſt alterno MEO; ſunt igitur anguli M E O, I H O æquales, qui cum ſint oppoſiti ad eaſdem partes, lineæ HI, I M erunt parallelæ, & parallelogrammum erit HEMI. quare (*per quartam ſexti*) vt PI, ad PM, ita KI æqualis minori ſemidiametro ED, ad E M, ſeu EB, quare (*per* 10. *huius*) PI erit apparentia arcûs, in parallelo, ſimilis arcui cuius E D eſt apparentia; quare apparentia circuli maximi per polos F, G, & punctum D tranſeuntis, tranſiet etiam per punctum I, ita oſtendam reliqua puncta inuenta per praxin traditam, pertinere ad apparentiam eiuſdem circuli, quare apparentia circuli, ad meridianum obliqui erit ellypſis, quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Quod demonstraui de circulis horariis intelligi etiam deber de circulis verticalibus, qui eodem modo describuntur, ac horarij. nam vt se habent horarij, respectu æquatoris, ita se habent verticales respectu horizontis, aut circuli longitudinum, in polo eclypticæ conuenientes, respectu ipsius eclypticæ, aut circuli domorum cœlestium respectu primi verticalis.

Quare ne tot circulis confundatur analemma, solent in eo tantum describere circulos horarios, & æquatori parallelos distinguendo præcipue circulos diurnos, ita vt circuli æquatori paralleli, habeant vicem circulorum almicantarath, cum opus fuerit, & horarij verticalium. & hoc ope alicuius regulæ mobilis circa centrum analemmatis. vt ostendemus infra in vsu analemmatis.

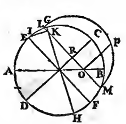
Restant tradendi varij vsus analemmatis. Et primò quidem soluemus varia problemata Astronomica per analemma, etiamsi nullum habeamus; describendo tantum circulos illius aliquos, ad soluendum problema necessarios.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Cognitâ poli eleuatione, datâ die inuenire horam ortûs, aut occasûs solis.

Primò ad datam diem, quæratur locus solis in eclyptica vel ex ephemeridibus, vel per calculum astronomicum, ad præsens institutum



sufficiet locum solis cognoscere ope istorum versuum.

Inclita læus iustis impenditur, hæresis, horret
Garrula, grex, gratus fastos gratatur, honores.

Horum versuum vsus talis est. Initialis littera, indicat quot diebus ante trigesimum, sol ingrediatur signum. prima vox (*inclita*) pertinet ad Ianuarium, & quia I est nona littera, initiô factô à prima alphabeti littera A, subduc ex 30, 9, restabunt 21, quare 21 die sol ingredietur signum amphoræ. (*Laus*) pertinet ad februarium estque L vndecima littera, ideoque subductis vndecim ex 30, restant 19. decimâ nonâ die Februarij sol ingredietur in pisces. & ita de cæteris. ex quibus facile cognosces qualibet die locum solis. si enim martij 21 stylo nouo, sol ingreditur in ariete vndecima dies erit, sol in vigesima piscium, & prima martij in decimo gradu piscium. atque ita innotescet, qualibet die locus solis in zodiaco. quæratur v. g. prima Iunij, cum mayo obueniat vox hæresis, est autem h. octaua littera. quare 22 maij sol ingredietur geminos, & prima Iunij, sol erit circiter in gradu nono geminorum. si quæratur eô die quantitas diei seu hora quâ sol orietur. Primò ducatur pro horizonte linea A B, sit arcus B C æqualis eleuationi poli. ducaturque linea C D, pro circulo sextæ horæ, ad quam sit perpendicularis æquator EF, tum sumptô arcu EG graduum $23\frac{1}{2}$, sit G H eclyptica. in qua quærendus est nonus gradus geminorum. punctum G est primus gradus cancri, quare sit arcus G I graduum 21, & ex I, ad LM ducatur perpendicularis I K, per K agatur LM parallela æquatori, is erit circulus diurnus, quem sol eô die percurret; eritque LO arcus semidiurnus, ideoque ductâ perpendiculari OP, factoque ex R vt centro, interuallô autem R L semicirculô LPM, arcus P L erit arcus semidiurnus (*per nonam huius*) ponamus arcum PL esse 120 graduum seu horarum 8. sol occidet horâ octauâ pomeridianâ, & orietur octo horis ante meridiem, seu hora quarta post mediam noctem. quæ omnia demonstrantur, per superiora Theoremata.

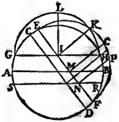
Hôc modô pro singulis diebus poteris habere ortum solis, & occasum, & quantitatem diei, tabulamque si opus sit construere.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Datâ eleuatione poli, & eleuatione solis supra horizontem inuenire horam Astronomicam.

Sit data eleuatio poli, item eleuatio solis supra horizontem, quæritur hora. Sit vt priùs horizon AB, æquator CD, parallelus diei methodô superiori inuentus sit E F, sit arcus A G, & BH æqualis eleuationi solis, supra horizontem, ducaturque linea GH repræsentans circulum almicantarath, in quo sol versatur. dico solem



esse in punctô I. quare educatur perpendicularis IK, erit LE, apparentia arcûs E K, aut alterius illi similis. quare si diuidatur semicirculus EKF in quindenos gradus, quot tales diuisiones continebit arcus K E; tot restabunt horæ ad meridiem vsque: vel si tempus fuerit pomeridianum, tot horæ elapsæ erunt à meridie.

Demonstratio, certum est solem versari in parallelo

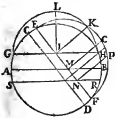
lelo EF, cum descriptus sit methodô traditâ parallelus quem sol eô die percurrit. est etiam in linea GH, quæ est almicantarath in quo sol obseruatus est; ergo sol versatur in puncto I. segmentum autem EI est apparentia arcûs KE, quare cognitâ quantitate arcûs KE, cognoscitur valor segmenti IE, distantiæ solis à meridie in suo parallelo.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Datâ poli eleuatione, & eleuatione solis supra horizontem; inuenire circulum verticalem in quo sol inuenitur.

Sit pariter data poli eleuatio, sitque horizon AB, æquator CD, parallelus diei EF, obseruata solis eleuatio AG, aut BH, ideoque almicantarath in quo sol versatur sit GH, concludam similiter solem versari in puncto I. Intelligatur verticalis per punctum I ductus, hic vt constat ex sphærâ, eodem modô secabit ho-



rizontem, quo secat circulum GH horizonti parallelum; cum transeat per zenith, vtriusque circuli polum; quare metiendum est segmentum GI, ideoque circa lineam GH, vt diametrum describatur semicirculus GLH. arcus GL erit distantia verticalis in quo sol versatur à meridiano.

Demonstratio (*per 9. huius*) arcus GL est mensura segmenti GI, seu est arcus circuli Almicantarath, interceptus inter locum solis & meridianum, sed hic arcus similis est, arcui horizontis intercepti inter verticalem solis, & meridianum. ergo cognoscitur distantia circuli verticalis à meridiano quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

hoc problema vtilissimum est, ad horologiorum sciatericorum constructionem, seu ad inueniendam lineam meridianam, aut in plano horizontali, aut in plano verticali, vel quocumque alio. vt ibi tradenus.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Quantitatem crepusculi, & auroræ inuenire.

Supponitur in hac propositione eleuatio poli data, supponitur item experientiâ compertum esse, tunc finem esse crepusculi, cùm sol infra horizontem gradibus 18 depressus fuerit. hæc autem obseruatio multipliciter fieri potuit, vt in plenilunio cum finietur crepusculum, Lunæ eleuatio supra horizontem, indicat solis depressionem infra horizontem. ex eleuatione cuiuslibet stellæ idem haberi potuit; per calculum Astronomicum. supponatur igitur semel constitutum esse, tunc finem esse crepusculi, cùm sol depressus fuerit gradibus 18 assumantur infra horizontem, hinc inde arcus AS, BR, graduum 18, ducaturque linea SR sit autem vt priùs ductus parallelus EF, quem sol eô die percurrit, incipiet aurora in puncto N, communi intersectione circuli diurni, & circuli SR. orietur autem sol in puncto M, quærenda est igitur quantitas segmenti MN, educantur duæ perpendiculares MC, NP dico arcum CP, esse mensuram crepusculi, & auroræ.

Demonstratio arcus CE, (*per 13. huius*) est quantitas arcûs semidiurni, seu segmenti ME; arcus PE, (*per 9. huius*) est mensura segmenti NE, igitur arcus PC competit segmento MN quod adhuc meliùs intelligetur, si concipiatur circulus EKL ita eleuari, vt sit rectus ad planum meridianum; tunc enim lineæ NP, MC perpendiculares erunt ad planum meridianum, & quia SP est communis sectio meridiani, & circuli almicantarath, pariter ad meridianum recti, erit linea NP in eius plano, & consequenter punctum P, erit communis sectio circumferentiarum circuli diurni, quem sol eô die percurrit, & circuli almicantarath infra horizontem gradibus 18 depressi. pariter ostendam punctum C pertinere ad horizontem, ibique solem oriri. quare arcus CP, est verè arcus paralleli interceptus inter horizontem,& circulum auroræ.

COROLLARIVM.

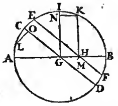
Conuersa huius propositionis facilè declarabitur, ponamus me velle determinare, quantùm sol infra horizontem deprimi debeat vt finiatur crepusculum, primò dum sol occidit, sciatur hora, ponatur clepsydra, aut horologium automatum pendulô instructum. tum finitô crepusculô, videatur hora, quæ etiam haberi potest, ex stellarum eleuatione; cognoscitur ergo arcus CP. sit vt priùs ductus horizon AB, & parallelus diei EF, ductâque perpendiculari MC accipiatur arcus CP, priùs cognitus. ex puncto P ducatur ad lineam EF perpendicularis PN, denique per punctum N, agatur linea SR, horizonti parallela, arcus BR, aut AS erit is qui quæritur, nempe quantùm sol deprimi debeat, vt finiatur crepusculum.

PROPOSITIO XVII.

Cognitâ poli altitudine, amplitudinem ortiuam determinare aut è contra,

Ducatur horizon AB, æquinoctialis CD, parallelus diei EF. qui secet horizontem in H, ducantur duæ perpendiculares GI, HK, dico arcum HK, esse amplitudinem ortiuam.

Demonstratio amplitudo ortiua, est arcus horizontis interceptus inter punctum veri ortus, seu punctum G, & punctum eiusdem hori-



zontis in quo sol datô die oritur, seu est segmentum GH, sed (*per 6. huius*) segmenti GH, mensura est arcus KI; ergo KI est arcus æqualis amplitudini ortiuæ quod erat ostendendum.

Conuersam huius propositionis facile habebimus nempe,ex amplitudine ortiua eleuationem poli. sit vt priùs ductus æquinoctialis C D, & parallelus diei E F, sed non sit ductus horizon AB,duci enim non potest, quia cognoscatur eleuatio poli. sit arcus CL æqualis amplitudini ortiuæ, aut obseruatæ, aut aliunde cognitæ, ducaturque perpendicularis LO, quæ est sinus ipsius, ex puncto G interuallo LO describatur arcus HM secans EF parallelum diei in puncto H, ducatur linea AGHB, hæc erit horizon, & arcus AC eleuatio æquinoctialis cuius complementum est eleuatio poli.

Demonstratio ducatur linea KN, parallela lineæ GH, atque adeò illi æqualis, cum figura GK sit parallelogramma, quare N K æqualis erit lineæ LO, & consequenter arcus I K æqualis arcui LC amplitudinis ortiuæ; in nullo autem alio casu fieri potest, vt hæc sit amplitudo ortiua, nisi ducatur pro horizonte linea G H. quare vere linea GH erit horizon.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Stellæ cuiuslibet, cuius declinatio nota sit, arcum semidiurnum determinare.

Describatur primò horizon AB, æquinoctialis CD. supponitur enim cognita latitudo regionis, sit declinatio stellæ CE, per E ducatur, linea æquinoctiali parallela, hæc erit circulus ab ea stella quotidie percurrendus, quare si descriptô circa EF semicirculô, & eductâ vt priùs perpendiculari, cognoscas quot gradus contineat segmentum HE, scies quantitatem arcûs diurni illius stellæ, seu quot horis supra horizontem maneat.

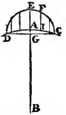
Non dissimili ratione, cognitâ stellæ eleuatione & eius ascensione rectâ, cognosces horam, seu in quo circulo horario sol versetur, nam primò vt in propositione 14 cognosces circulum horarium in quo stella versatur. cognoscenda item est ascensio recta solis, differentia enim vtriusque, est distantia circuli horarij in quo stella versatur, ab eo in quo sol inuenitur, vel si diem in quo sol coniungitur cum stella, hoc est eandem habet ascensionem rectam ac stella, si pro singulis mensibus duas horas subtrahas, ab numero horarum quas stella indicat, habebis circulum horarium in quo sol inuenitur. vt si stella sit coniuncta cum sole circa. 18 diem aprilis & prima octobris inueniatur in circulo horæ secundæ pomeridianæ, si esset dies 18. oct. essent menses 6 præcisè, seu duodecim horæ, desunt septemdecim dies, seu vna hora cum octo minutis. sunt igitur horæ 10 cum min. 52 quas si subtrahas ab horâ secundâ pomeridiana, inuenies mediam noctem cum minutis 52.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Cuiuslibet puncti eclypticæ declinationem inuenire.

Ducatur linea AB pro radio æquinoctialis, & ex B vt centro describatur arcus AC graduum 23 $\frac{1}{2}$. cui fiat æqualis AD. ductâque linea DC, ex G vt centrô; interuallô GD, aut GC, fiat semicirculus CED, diuidendus in suos gradus; punctum C pertinebit ad vnum tropicum, pun-



ctum medium E, ad æquinoctialem, sit punctum F pertinens ad initium tauri, id est sit EF graduum 30, ducta perpendiculari FI, erit arcus AI eius declinatio.

Demonstratio (*ex propos. oct. huius*) benè descriptus esset parallelus F I, si vlterius produceretur, ergo AI, est eius declinatio, eius nempe distantia ab æquinoctiali.

PROPOSITIO XX.

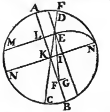
Problema.

Ascensionem rectam cuiuslibet puncti eclypticæ inuenire.

Vocamus ascensionem rectam, alicuius puncti eclypticæ punctum æquatoris ascendens,in sphæra recta simul cum tali punctô eclypticæ, & quia omnis circulus horarius est aliquis meridianus sphæræ rectæ,idem æquatoris pûctum inuenietur in quôlibet circulo horario.sit ergo æquator AB, eclyptica CD, quæratur ascensio rectæ puncti E, hoc est si intelligatur ellypsis ducta, quæ est apparentia circuli horarij, primo quæritur punctum L in quo talis ellypsis æquatorem secat, illud autem ita habebis; ex punctô E, vt

centro,

centro, intervallo K N, seu intervallo maioris semidiametri, fiat arcus GF, secans lineam KB, in puncto F, ducatur linea FE, dico lineam IE, translatam in KL, exhibituram punctum L.



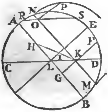
Demonstratio. (*ex 12. huius*) cùm linea FE, sit æqualis maximæ semidiametro, & I E minori, punctum E, pertinebit ad Ellypsin per punctum L transeuntem, quare si ducatur parallela L M, erit arcus MN, ascensio recta, eam computando ex vicino æquinoctio K. In quo notandum est ascensionem rectam initij cancri, esse gradus 90. initij libræ esse 180. initij capricorni 270.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Inuenire declinationem paralleli, in quo sidus oriatur horâ datâ, in datâ latitudine.

Hoc problema vtilissimum esse potest ad horologia construenda, præcipuè verò ad describendas horas Babylonicas, Italicas, & Antiquas. sit ergo quærenda declinatio paralleli quam si sol percurreret orietur hora quarta matutina; sit æquator A B, horizon C D, polus E. sit arcus



EF, graduum 30. pro duabus horis ante sextam, demittatur perpendicularis F G. Tum in regula aliqua chartacea effumatur, tam maxima semidiameter LE, quàm minima LG, quæ transferatur in H K, & I K, itáque moveatur regula, vt linea HK, maiori semidiametro æqualis, attingat horizontem C D in puncto K, aliúdque eius extremum insistat semidiametro A L, item linea IK æqualis sit, minori semidiametro L G. deinde que per punctum K ducatur linea MN, parallela æquatori A B. dico declinationem quæsitam esse A N.

Demonstratio. In tali casu, & constructione, (*per 13. huius*) Ellypsis transiens per punctum G, transit etiam per punctum K; quare apparentia circuli horæ quartæ matutinæ, secat horizontem in puncto K, vnde parallelus M N, talis est vt si sol illum percurreret orietur hora quarta. dixi si sol illum percurreret; quia si eius declinatio A N, maior sit gradibus $23\frac{1}{2}$. de facto sol in eo nunquam versabitur, erit tamen vtilis ad descriptionem horologiorum.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Pro singulis parallelis solis inuenire in singulis horis, solis eleuationem supra orizontem, & verticalem.

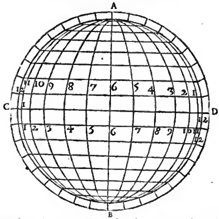
Quia varia proponuntur problemata, præcipuè verò in Gnomonica, ad quæ perficienda indigemos tabulâ elevationis solis, in singulis horis, item verticalium circulum, ideo hanc propositionem solvo per analemma. Sint ergo quærendæ solis elevationes, singulis horis respondentes sole tropicum, verbi gratiâ percurrente (idem intellige de quolibet alio parallelo.) ducatur primo tropicus quicúmque M N, methodô supra traditâ, circa quem describatur semicirculus NPD, in 12 horas dividendus, quærenda sit elevatio solis horâ tertia, ex puncto P horæ tertiæ, ducatur perpendicularis PO, per punctum O, agatur linea RS horizonti parallela erit arcus C R elevatio solis, horâ tertiâ, die solstitij. si fieret circa lineam R S semicirculus, educeretúrque ex puncto O perpendicularis, haberetur verticalis quem sol tunc temporis occupat. possunt alia multa problemata eôdem modô solvi, quæ tamen meliùs & faciliùs, solventur si totum analemma perficias, vt sequentes propositiones ostendent.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Descriptio Analemmatis.

Analemma seu Astrolabium Ioannis De Royas, vnicô circolô comprehenditur, meridianum, & colurum solstitiorum referente. quamvis enim tres circuli concentrici describantur, illi tamen potius ad ornatum, & cyphrarum notas præferendas, quam ad rei substantiam pertinent. possent alij addi circuli, vt Zodiacus in suos gradus divisus, cum alio circulo, in quo dies, & menses signis correspondenter. duæ ductæ sunt diametri AB, CD, quarum AB axem mundi, eorumque æquinoctiorum, circulum horæ sextæ horizontem in Sphæra recta. altera verò CD, exhibet æquinoctialem circulum, nonnunquam horizontem, eliquando Zodiacum, hæc autem linea CD, divisa est in gradus 180. cùm vnam tantum faciem, seu vnum semicirculum exhibeat, instruitur tamen cyphris alterius faciei, quia pro vtráque substitui potest. lineæ huic CD, parallelæ repræsentant circulos æquinoctiali parallelos, inter quos præcipui sunt, qui per signorum initia ducuntur, & tropici. reliqui sunt declinationum circuli. nonnunquam iidem paralleli pro Almicantarath substituuntur, quando nempe linea CD pro horizonte sumitur; vel pro circulis latitudinum



tudinum quando nempe linea C D, vices obit Eclypticæ.

Adduntur & Ellypses quinque; hæ circulos horarios exhibent, quælibet autem semicircumferentia duos habent characteres, quia pro duobus circulis horariis substituitur, nempe pro iis, qui in vtraque facie æqualiter à meridiano distant, & quia circuli horarij sunt etiam circuli longitudinum istæ Ellypses hoc etiam munus habent, nonnonquam pro circulis verticalibus substituunt, lineâ CD horizontis vices obeunte. vel pro circulis longitudinum quando nempe linea CD est Eclyptica.

Debet item addi regula lignea, aut coprea, circa centrum volubilis, quæ sit æqualis diametro, habeâtque omnes diuisiones lineæ CD. hæc regula F E, aliquando pro horizonte nonnunquam pro æquinoctiali, & Zodiaco ponitur. Additur, & cursor seu alia regula æqualis semidiametro, & ita mobilis supra eam, vt ei semper insistat perpendiculariter. quod artificium industriæ permitto. Addunt nonnulli filum in centro, vt si opus sit hoc instrumento syderum altitudo obseruari possit. Sed tunc opus est pinnulis duabus ipsi instrumento affixis, vt plurimum tamen id præstamus, per alteram instrumenti faciem.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Locum solis in Zodiaco, & eius parallelum in instrumento determinare, ad datam diem, vel contra.

Iam suprà dedimus methodum inuestigandi locum solis in Zodiaco. Si tamen adiecti essent in Astrolabio circuli concentrici, dierum, & signorum, translata regula ad diem propositam, exhiberet etiam locum solis in Zodiaco. vel contra. cautiones tamen adhibendæ, nempe si instrumentum constructum sit pro primo anno post bissextum, pro singulis annis consequentibus demenda esset quarta pars gradus. & anno bissextili vsque ad diem bissextilem demendus gradus, à loco solis inuento post diem bissextilem ad finem anni addenda est quarta pars gradus.

Inuentus locus solis in Zodiaco, exhibet in Eclyptica, parallelum solis. nam parallelus per eum Eclypticæ locum transiens erit parallelus quæsitus, nonnulli, vt minus intricatum instrumentum habeant, Eclypticam non apponunt, sed regula vices eius obit, nam translata ad gradum $23\frac{1}{2}$ declinationis, pro Eclyptica substituitur. & pariter parallelus regulam in gradu Zodiaci quæsito attingens, est parallelus quæsitus. vt si quæratur in limbo prima dies Maij, ostendetur 10 gradus Tauri, in Astrolabio decimus gradus Tauri, dat parallelum declinantem grad. 14. 52.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Declinationem solis, & stellæ cuiuslibet inuenire.

Cognitô loco solis in Zodiaco, parallelus per eum transiens, exhibet in limbo declinationem solis, pro eo die, vt in proposito exemplo in quo sol erat in gradu decimo Tauri, si parallelum illi debitum vsque ad meridianum prosequamur, inueniemus declinationem eius, seu distantiam ab æquatore borealem graduum 14. 52.

Vt autem vsus istius Astrolabij latiùs pateat, vellem illi adscribi varias stellas, in proprio loco, tàm longitudinis, quàm latitudinis, quod fieri posset tantùm per characteres Alphabeti, tabula aliqua seorsim indicante, cui stellæ quilibet character tribuatur.

PROPOSITIO XXVI.

Datâ solis declinatione, eleuationem poli, vel contra reperire.

Obseruetur horâ meridianâ solis supra horizontem, eleuatio ope eiusdem Astrolabij, si in eo sit aliqua linea, lineæ CD, æquatoris parallela, cui insigantur pinnacidia perforata, transmissô enim radiô solis per huiusmodi pinnacidia, filum pendulû

pendulò inſtructum, gradum elevationis ſolis, in limbo indicabit.

Hæc elevatio ſolis, numeretur deorſum verſus, in limbo meridiani incipiendo à parallelo quem ſol eo die percurrit, ibique applicetur regula, diſtantia poli à regulà, in tali ſitu diſpoſita exhibebit elevationem poli. vt ſi die 17 Aprilis, ſolis declinatio ſit graduum 10 borealis, inventáque ſit hora meridiana elevatio ſolis graduum 56. hanc numera deorſum verſus, incipiendo à parallelo, diſtante grad. 10. ab æquinoctiali, ibique applicetur regula, invenies elevationem poli grad. 44.

E contra datà ſolis, & poli altitudine, invenies, declinationem ſolis; ſi nempe regulam removeas, in hoc exemplo gradibus 44. à polo arctico. tum incipiendo à regula, ita diſpoſita, numera ſolis elevationem inventam, graduum 56. finis numerationis exhibebit parallelum grad. 10. declinantem, quem ſi ſequaris, vſque ad Zodiacum habebis locum ſolis in Zodiaco.

Circa ſtellas idem habere potes; nempe ex earum declinatione, & meridiana elevatione, latitudinem regionis, vel contra ex latitudine regionis, & elevatione meridiana declinationem.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Aſcenſionem rectam cuiuſlibet puncti Eclypticæ, aut cuiuſlibet ſtellæ invenire.

Quia eadem facies inſtrumenti, pro vtróque hæmiſphærio ſubſtituitur, ideo ſciendum eſt in quonam hæmiſphærio inveniatur punctum propoſitum. quod in exemplis clariùs patebit. ſit propoſitus gradus vigeſimus arietis, cuius quæritur Aſcenſio recta, ſeu punctum æquatoris cum eo aſcendens in Sphærâ recta. Video circulum horarium, per gradum vigeſimum arietis tranſeuntem, ſecare æquinoctialem in gradu 18. 27. Aſcenſio recta vigeſimi gradûs arietis, erit grad. 18. 27. hoc eſt gradus æquatoris 18. 27. orietur in Sphærâ recta, cum vigeſimo gradu arietis.

Secundò proponatur 20 gradus leonis, qui gradus eſt in ſecundo quadrante, animadverto circulum horarium, tranſeuntem per hunc gradum, ſecare æquinoctialem in gradu 52. 25. incipiendo à meridiano, illi adde grad. 90. quia in ſecundo quadrante invenitur, fiétque aſcenſio recta grad. 142. 25. ita operaberis circa tertium quadrantem addendo gradus 180. & circa quartum addendo 270. Aſcenſioni rectæ, æquatur deſcenſio recta, & mediatio. quod autem dixi de puncto Eclypticæ, intelligendum etiam eſt de qualiber ſtella Aſtrolabio inſcripta.

Non diſſimili ratione ſcies punctum Eclypticæ, quod cum qualibet ſtella, aut quolibet alio puncto cœli; aſcendit in Sphæra recta.

Demonſtratio. Petitur ex eo quod circuli horarij ſint horizontes Sphæræ rectæ, atque adeo punctum æquatoris, quod ſimul cum aliquo puncto cœli, attingit aliquem circulum horarium; cum illo oritur in Sphæra recta.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Aſcenſionem obliquam, & deſcenſionem, item differentiam Aſcenſionalem invenire.

Primò ita invenies differentiam Aſcenſionalem, vocamus autem differentiam Aſcenſionalem, differentiam puncti æquatoris aſcendentis in horizonte obliquo cum aliquo puncto cœli, & puncti ſimul orientis in Sphæra obliqua, quam differentiam ita invenies. diſponatur regula horizontalis ſecundum latitudinem regionis in qua verſaris; hoc eſt regula horizontalis removeatur à polo tot gradibus, quot habet elevatio poli, nota quot gradus paralleli puncti propoſiti, intercipiantur inter circulum horæ ſextæ; & regulam horizontalem ita diſpoſitam. hæc erit differentia Aſcenſionalis, Proponatur decimus gradus Tauri. animadverte in parallelo tranſeunte per decimum gradum Tauri, & regulam ſecundùm latitudinem grad. 49. diſpoſitam, quot gradus intercipiantur, invenio gradus 17. 46. hæc erit differentia Aſcenſionalis. Si gradus propoſitus fuerit boreus, & latitudo borealis, ſubtrahatur hæc differentia ab aſcenſione recta, quæ erat graduum 37. 35. reſtabitque aſcenſio obliqua 19. 49. E contra eadem differentia aſcenſionalis addatur Aſcenſioni rectæ fiet 55. 21. deſcenſio obliqua.

Si punctum propoſitum Auſtrale fuerit, differentiam aſcenſionalem addes aſcenſioni rectæ, vt habeas aſcenſionem obliquam; ſubtrahes ab aſcenſione recta, & exurget deſcenſio obliqua.

Quæ omnia patent ex Sphæra, & conſideratione Aſtrolabij.

Hæc differentia aſcenſionalis in horas converſa; dat tempus, quô arcus ſemidiurnus ſuperat 6 horas, aut ab iis deficit.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Amplitudinem ortivam occiduamve alicuius puncti in data latitudine invenire. & è contra.

Regula horizontalis diſponatur, ſicut exigit latitudo regionis. tum nota in regula horizontali; quot eius gradus intercipiantur, inter centrum Aſtrolabij, & punctum in quo parallelus per dictum punctum cœli tranſiens, regulam ſecat; ille enim arcus, eſt amplitudo ortiva, aut occidua. borealis hæc erit; ſi punctum propoſitum boreum fuerit.

Proponatur primus gradus virginis, & latitudo borealis 49. punctum in quo parallelus virginis, ſecat horizontalem regulam diſpoſitam ad latit. 49. diſtat à centro gradibus 18. talis eſt amplitudo ortiva. Quod ex conſtructione Aſtrolabij ſatis patet.

E contra ſi obſervata fuerit amplitudo ortiva borealis, gradus primi virginis eſſe graduum 18. nota in regula hos gradus incipiendo à centro, eámque ita circumvolve, donec gradus notatus attingat parallelum virginis, regula in tali ſitu diſpoſita

dispofita erit secundum latitudinem regionis, ita vt distet à polo boreo, gradibus 49.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Arcum semidiurnum cuiuslibet gradûs Eclypticæ aut cuiuslibet stellæ inuenire.

Regula horizontalis disponatur ad latitudinem regionis, animadverte in quo circulo horario, hæc secat parallelum gradûs propositi, & quantùm hic circulus horarius distet à meridiano, tantos erit arcus semidiurnos. ex quo duplicato exurget totum tempus, quô sol in tali gradu positus, supra horizontem manet. item quâ horâ oriatur, & occidat. vt in elev. gr. 49 parallelus gradûs vigesimi Tauri, secat horizontalem lineam, in circulo horæ quartæ matutinæ cum dimidia; & sesqui septimæ serotinæ. arcus semidiurnos erit horarum septem cum dimidia. dies horarum 15. orietur horâ sesquiquartâ. occidet sesqui septimâ.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Ex Altitudine solis horam Astronomicam, & contrà inuenire.

Regula horizontalis disponatur secundum latitudinem regionis. tum cursor ita promoveatur, donec gradus altitudinis solis, in eo notatus, attingat parallelum quem sol eo die percurrit. Is erit locus solis, nam cursor motu suo omnes Almicantarath describit; quare circulus horarius per illud punctum transiens, horam indicabit. vt si ad elevationem poli graduum 49. inveota fuerit solis elevatio graduum 20. sol in 19 arietis. dispositâ regulâ horizontali vt par est, & promotô cursore, donec gradus eius vigesimus, attingat parallelum competentem gradui 19 arietis, invenies horam matutinam septimam cum quadrante, aut vespertinam quartam cum tribus quadrantibus.

E contra vero si desideres elevationem solis, pro qualibet hora Astronomica, ad construendos scilicet cyliodros, aut quadrantes, & hoc pro quolibet parallelo solis, & ad quamcúmque latitudinem, regulam horizontalem dispones, secundum elevationem poli, & cursorem applicabis, singulis intersectionibus paralleli cum circulis horariis, habebisque in cursore elevationes solis singulis horis respondentes.

Eôdem modô invenies ex elevatione cuiuslibet stellæ, cuius erit nota declinatio, circulum horarium, in quo invenitur talis stella, disponendo regulam horizontalem, secundùm elevationem poli, & promovendo cursorem, donec elevatio stellæ inventa, parallelum einsdem stellæ attingat. circulus enim horarius per tale punctum transiens erit locus stellæ in cœlo. ex quo poteris scire horarium circulum solis, si tam solis quam stellæ scias ascensionem rectam.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Cognitâ hora Astronomicâ Babylonicam, Italicam, & Planetariam inuenire.

Babylonij horas ab ortu numerant, quare ab inveota hora Astronomica, si aufera. horam, quâ sol eô die oritur, restabit hora Babylonica. Sic verbi gratia hora tertia post meridiem, eô die quô sol oritur horâ 7. matutinâ, dico esse horam octavam Babylonicam, & quia sol occidit horâ quintâ vespertina, hora tertia erit 22 Italica, & ita in reliquis exemplis.

Hora planetaria est duodecima pars diei artificialis, aut duodecima pars noctis item artificialis. sit 22 Aprilis inventus (*per prop. 31. huius*) arcus semidiurnus graduum 105 divide numerum 105. per 6, exurget numerus $17\frac{1}{2}$, tot gradus convenient cuilibet horæ planetariæ illius diei. sit data hora Astronomica decima matutina, incipiendo ab ortu solis ad decimam matutinam, tribuendo cuilibet horæ gradus $17\frac{1}{2}$ invenio horam quartam, cum 5 gradibus, hoc est ferè cum triente.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Initium auroræ, & finem crepusculi vespertini inuenire.

In hoc Astrolabio, Regula eam debet habere latitudinem, quæ sit æqualis sinui, arcûs graduum 18. qualis definitur quantitas crepusculi, vnde quoties regula horizontem refert, toties eius limbus inferior parallelum exhibehit distantem ab horizonte grad. 18. seu lineam crepusculinam. Quare disponatur regula horizontalis secundùm latitudinem regionis, & nota punctum in quo linea crepusculina, attingit parallelum, quem sol eô die percurrit: circulus enim horarius, per tale punctum transiens, exhibebit initium auroræ, & finem crepusculi vespertini. vt si in latitudine graduum 49. disponas regulam horizontalem, tropicum capricorni à linea crepusculina, secari in circulo horæ sextæ deprehendes, atque adeo aurora incipiet hora sexta. finietur item hora sexta crepusculum vespertinum.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Datâ solis elevatione, aut horâ, inuenire verticalem, quem sol occupat.

Regula horizontalis sit disposita secundum latitudinem regionis, promoveatúrque cursor, donec elevatio solis in eo notata, attingat parallelum diei; aut cursor secet parallelum in hora data, cursor in eo statu firmetur, seu firmiter annectator regulæ horizontali, tum regula horizontalis moveatur, donec æquatori congruat, gradus

dus enim cursoris, qui prius parallelum diei attingebat, hoc est gradus eleuationis solis, indicabit verticalem, in quo sol existit, sit decimus gradus arietis, hora decima matutina, inuenies hac methodo solem existere, in verticali 52.

E contra datô verticali, & eleuatione solis, inuenies & horam, & eleuationem poli tuæ regionis. nam si regulam horizontalem supra æquatorem disponas, cursoremque promoueas, donec gradus eleuationis solis, in eo notatus, verticalem, iam aliunde cognitum attingat, denique regulam, cum cursore sibi firmiter adhærente, ita moueas, donec punctum eleuationis solis, parallelum diei attingat, ibi horam habebis, & regula disposita erit secundum latitudinem regionis, quare quantitas arcûs intercepti inter polum & regulam, erit eleuatio poli.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Lineam meridianam inuenire.

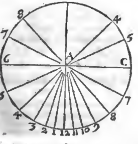
Primò quære verticalem solis, & quot gradibus distat à meridie, tot gradus numera, in limbo astrolabij, ab æquatore deorsum si tempus fuerit matutinum, vel sursum si fuerit pomeridianum & hoc versus sinistram respicientis, infige in centro astrolabij, perpendicularem stylum, totumque astrolabij planum, horizontaliter dispositum, ita circumuolue, vt vmbra styli cadat, in gradum notatum; tunc æquinoctialis dispositus erit secundum lineam meridianam. Ratio clara est quia tunc æquator tantum distabit ab vmbra, quantum verticalis Inuentus distat à meridie, vmbra autem est in eodem verticalis plano; ergo & æquator in meridiano plano existet.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Horologium Astronomicum horizontale construere.

Suppono regulam horizontalem diuisam esse in gradus, quare dum erit disposita secundùm latitudinem regionis, animaduertere licebit, quod gradus horizontis, inter singulos circulos



horarios intercipiantur, fiat ex centro A vbi duæ lineæ perpendiculariter se intersecant, semicirculos 6, 12, 6. & incipiendo à puncto 6 transferes in quadrantem 6, 12, omnes arcus interceptos in regula horizontali, inter singulos circulos horarios, ducesque totidem lineas ad centrum A, & confectum erit horologium.

Stylus ex puncto A exeat, eandemque habeat inclinationem cum linea meridiana, quam habet axis mundi, in astrolabio notatus, cum regula horizontali atque ita confectum erit horologium.

Ratio huius praxis petenda esset, ex tractatu de horologiis, probabimus enim, in horologio horizontali eosdem fieri angulos, à lineis horariis, in quos secatur horizontalis circulus à circulis horariis.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Datis stellæ aut puncti cœli declinatione, & latitudine; eius longitudinem inuenire & datâ longit. & latitudine ascensionem rectam, & declinationem.

Regula horizontalis eclypticæ insistat, ita vt polum boreum respiciat, si latitudo data sit borealis; è contra si latitudo australis sit; regula polum australem respiciat. promoue cursorem, donec gradus latitudinis, in eo notatus, parallelum stellæ cognitum, ex eius declinatione attingat. regula ita disposita cum cursore firmetur transferaturque ad æquatorem, gradus prius in cursore notatus, indicabit in horariis circulis, stellæ longitudinem. vt si data sit declinatio australis graduum 10, & latitudo item australis graduum 15, longitudo erit 196. si stella fuerit in tertio quadrante, sphæræ, & 344 si fuerit in quarto.

Demonstratio latitudo est distantia syderis ab eclyptica; quare cum stella debeat distare grad. 15 ab æquatore bene promouetur gradus 15 cursoris, regula horizontali insistente eclypticæ: donec attingat parallelum 20 graduum, nam dum cursor promouetur; gradus eius decimus quintus describit circulum latitudinis grad. 15. quare communis intersectio, illius circuli, & paralleli stellæ est locus stellæ. quare circulus horarius per illud punctum intersectionis transiens eius ascensionem rectam indicat. si ductus esset ex polo eclypticæ aliquis circulus maximus, per illud punctum; is indicaret stellæ longitudinem; sed talis circulus ductus non est, recurrendum igitur est ad circulos horarios; sed tunc æquator vicem habet eclypticæ. dum ergo firmatur cursor cum regulâ translata ad æquatorem, cum punctum illud in cursore notatum eamdem seruet habitudinem, ad lineam horizontalem, quam habebat antea ad eclypticam, circulum horarium indicabit, qui respectu æquatoris eandem habitudinem seruat, quam haberet circulus longitudinis respectu eclypticæ, si ductus fuisset.

Data sit longitudo grad. 196; & latitudo grad. 15. australis, quæritur ascensio recta, & declinatio. applica regulam ad æquatorem, & cursorem promoue, donec grad. 15 latitudinis in cursore notatus, attingat meridianum 196. firmetur cursor in eo situ, transferaturque in eclypticam, nam tunc hic gradus 15, ostendet parallelum 20, quare declinatio erit graduum 20, indicabit item meridianum gr. 188. talis erit ascensio recta.

E contra ex ascensione recta 188, & decl. gr. 20 ita habebis, latitudinem, & longitudinem. regula

horizontalis eclypticæ insistat, cursor promoueatur, donec radat communem intersectionem paralleli grad 10, & meridiani 188. inuenies grad. 15. cursoris secati firmatô cursore transferatur regula horizontalis ad æquatorem, gradus cursoris 5. indicabit in meridianis longitudinem grad 196.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Cognitâ solis aut stellæ ascensione, & declinatione stellæ, inuenire qualibet horâ locum stellæ.

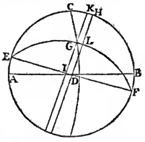
Cognitâ vtrâque ascensione recti, cognoscitur distantia inter circulos horarios solis, & stellæ, quare cum hora supponatur etiam cognita, cognoscetur circulus horarius in quo inuenitur stella: cuius intersectio cum eiusd m stellæ parallelo, cognito ex declinatione exhibet locum stellæ.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Datâ duorum locorum terræ longitudine, & latitudine aut syderum data ascensione rectâ, & declinatione; inuenire arcum interceptum, seu distantiam.

Sit data longitudo Parisiensis gr. 24. lat boreal. fere 49. longitudo Goana grad. 115, lat. borealis gr. 17. differentia longitudinum graduum 91, sumatur meridianus astrolabij, pro meridiano Goano in quo versus polum boreum numerabis gradus 17, cui puncto regulam applicabis, tum quæres alium circulum horarium distantem gradibus 91, & hic erit meridianus Parisiensis, in quo pariter incipiendo ab æquatore, procedendo versus polum boreum, numerabis gradus 49; qualis est latitudo Parisiensis, cursorem promoue donec attingat hoc punctum vrbi Parisiensi debitum, cursor ita dispositus meridianum astrolabij attinget, numera gradus intereceptos in meridiano inter cursores & punctum Goanum inuenies gradus 78 quod comprehenduntur inter Goam, & Parisios.



Demonstratio. sit æquinoctialis circulus A B, meridianus Goanus sit AC, polus boreus C, meridianus Parisiensis, CG I distans à Goano gradibus 91 qualis est differentia ascensionalis, latitudo borealis Goana AE, 17 graduum; Parisiensis DG, quæ sumi debet in intersectione paralleli 49, & meridiani CGD, eritque E, Goa, punctum G parisij. intelligatur ductus maximus, circulus EGF, per vtramque vrbem, qui meridianum secabit in duobus punctis oppositis E, & F. (*ex Theodosio*) & quia ad meridianum obliquus est (*per 13. huius*) proiicietur in ellypsin EGF, restat inquirendum quos gradus contineat portio illius E G per centrum D, ducatur linea DLH, ad diametrum EF perpendicularis, hæc secabit ellypsin E L F bifariam in L, repræsentabitque circulum maximum, ad meridianum rectum, huic ducatur linea I G K repræsentans circulum minorem, circulo DH parallelum inter eos circulos intercipientur arcus æquales. hoc est arcus, quem repræsentat GL æqualis est arcui quem repræsentat K H, sed quadrantes EL, EH sunt etiam æquales; ergo arcus E G, EK, sunt æquales, sed arcus EK exhibentur per cursorem transeuntem per punctum G, cursor enim perpendiculariter insistit regulæ EF igitur arcus EK erit arcus exhibens distantiam duorum locorum E & G, quod erat demonst.

Hoc problema vtilissimum esse potest, respectu longit. cœlestis & latitudinis, si AB intelligatur esse eclyptica.

PROPOSITIO XL.

Problema.

Datâ horâ & die, gradum eclypticæ meridiano subiacentem inuenire.

Sit prima dies maij hora 10 matutina; quæritur gradus eclypticæ meridianum attingens. Sol est in 10 gradu tauri, decimus ergo gradus Tauri, est in circulo horæ decimæ matutinæ, quæratur eius ascensio recta (*per 28. huius*) quæ est gr. 37. 34. cum ergo ab hora decima ad meridiem sunt gradus 30, & hoc versus occidentem, seu in contrariam seriem signorum, aufero gradus 30 restantque gradus 7. 34 pro ascensione recta, puncti eclypticæ culminantis, circulus horarius gradunm 7, 34 transit per gradum 8, 14 arietis, igitur gradus octauus arietis cum min. 14 inuenitur in meridiano, & illi oppositus grad. octauus cum min. 14 libræ; in circulo mediæ noctis

Coroll. Eâdem viâ scies quantùm eius ascensio recta distet ab ascensione recta cancri, quæ est 90. & capricorni quæ est 270.

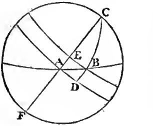
PROPOSITIO XLI.

Problema.

Quâlibet hora inuenire nonagesimum gradum eclypticæ ab horizonte.

Cum eclyptica sit maximus circulus, secat horizontem bifariam atque adeo semper semicirculus eclypticæ, inuenitur supra horizontem, & alius semicirculus infra horizontem delitescit quæritur quisnam sit ille gradus nonagesimus, quacumque horâ datâ. cognitio huius gradûs nonagesimi vtilissima est, præcipue in determinanda parallaxi, n & verticalis transiens per hunc gradū nonagesimum transit,

transit, etiam per polum eclypticæ. estque tam ad horizontem, quàm ad eclypticam rectus. Ex quo fit, vt quantumvis parallaxis deprimat sydus in verticali, non tamen propterea mutetur eius longitudo, quia in tali casu, verticalis cum circulo longitudinis coincidit. quærendus igitur est talis nonagesimus, quem facile habemus, si priùs sciamus quis gradus eclypticæ in horizonte reperiatur. Primò per superiorem quæratur gradus eclypticæ meridianum attingens. illius ascensioni rectæ addes gradus nonaginta, sciesque quis gradus æquatoris inueniatur in horizonte, si habeterur tabula ascensionum obliquarum, haberetur gradus eclypticæ oriens. si autem eâ careas, ille gradus eclypticæ tunc erit in horizonte, cuius differentia ascensionalis, addita puncto æquatoris orienti (si gradus ille fuerit in hemisphærio poli conspicui) vel subtracta, ab eodem puncto æquatoris, si in alio hemisphærio fuerit, exhibet eius ascensionem rectam. quare per attentationem quærenda est per 29 huius differentia ascensionalis plurimorum punctorum. vt sit prima diea maij, hora decima matutina, octauus gradus arietis; cum min. 14. in circulo meridiano. cuius ascensio recta est 7. 34. punctum æquatoris in horizonte ortum existens, erit 97, 34. quærendus est gradus cuius differentia ascensionalis addita grad. 97, 34. exhibeat eiusdem ascensionem rectam.



Demonstratio sit punctum A æquatoris in horizonte, sitque punctum B ille gradus eclypticæ qui oritur, per punctum B ducatur circulus horarius CBD, certum, est arcum BE, esse differentiam ascensionalem puncti B, quæ si addatur, aut arcus AD illi similis gradui A eclypticæ habebitur punctum D ascensio recta puncti B, quare gradus ille eclypticæ in horizonte erit, cuius differentia ascensionalis addita puncto A, dat eius ascensionem rectam; vel subtracta ab ascensione eius recta, nempe à puncto D, exhibet punctum A: cognito puncto eclypticæ oriente, ab eo subtrahes gradus 90 & habebis gradum nonagesimum qui quærebatur.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Initia domorum cælestium inuenire.

Duodecim ab Astrologis iudiciariis distinguntur domicilia cœlestia. in qua distributione, non conueniunt.

Primus modus fuit veterum in primis autem Iulij Firmici qui initiò facto à puncto eclypticæ oriente, seu horoscopo eclypticam in partes 12 diuidebat, & per singulas eius diuisiones duodecim circulos ex polo eclypticæ ducebat; secundùm hanc distributionem facile inuenientur puncta eclypticæ in quibus incipiunt domicilia cœlestia. addendo horoscopo continue 30 gradus. vt si horoscopus esset 10 gradus tauri, initium secundæ domus esset decimus gradus geminorum & ita de cæteris, nam ordo domiciliorum secundùm consequentia procedit.

Porphyrius diuidit arcum eclypticæ inter horizontem, & meridianum interceptum, in tres partes æquales, & à polo eclypticæ per has diuisiones ducit circulos. secundum hanc distributionem inueniemus facile, in eclyptica initia domorum cœlestium. nam per 41, & 40 huius, inueniatur horoscopus & punctum eclypticæ subiacens meridiano; facileque instituetur reliqua diuisio.

Campanus verticalem primarium diuidit, in 12 partes æquales initio facto ab horizonte: & ex communi intersectione meridiani & horizontis, seu ex polo verticalis primarij, ducit circulos duodecim, in quorum numero est meridianus, & horizon. hi circuli maximi sunt, ad meridianum obliqui, atque adeo qui per ellypses repræsentantur.

Alcabitius puncti eclypticæ exorientis arcum diurnum in sex partes diuidit, & arcum similiter nocturnum, & per singula diuisionum puncta, circulos horarios ducit. vt igitur habeas initia domorum cœlestium, secundùm eius methodum, puncti eclypticæ orientis quæratur semidiurnus arcus, quem in tres partes diuides, & habebis ascensionem rectam, initij, duodecimæ, decimæ & vndecimæ domûs: idem facies pro seminocturno arcus habebisque initia singulorum domiciliorum.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Inuenire in qua domo cœlesti, inueniatur quælibet stella.

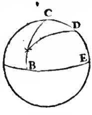
Primò si quæratur in qua domo cœlesti inueniatur stella proposita, secundum methodum antiquorum, inuentò initiò singulorum domiciliorum; longitudo stellæ indicabit in quonam domicilio inueniatur. nam circuli longitudinum ducuntur per polos eclypticæ. iuxta methodum Alcabitij ascensio recta stellæ indicabit domum in qua inuenitur nam circuli ascensionum rectarum per polos. mundi ducuntur. qui circuli in sphæra recta coincidunt cum circulis domorum cœlestium, Campani, & Regiomentani. in sphæra quacumque, inuentò locò stellæ, dispositàque regulà iuxta eleuationem poli tuæ regionis, cursorem promone donec attingat stellam propositam, in aliquo suo gradu; firmatò cursore, regulam transfer ad horizuntem rectum, circulus horarius, in quem cadet gradus in cursore notatus, dabit domum cœlestem, in qua stella inuenitur.

TRIGONOMETRIA Sphærica.

PROPOSITIO XLIV.

Datis tribus lateribus trianguli sphærici inuenire angulum quemlibet.

NOn repeto hic plurima axiomata, ad triágulorum sphæricorum sulutionem pertinentia. sit igitur triangulum cuius primum latus sit graduum 6 , secundum 50, tertium 75. 45. quæratur angulus oppositus lateri 60 graduum. Remoue regulam horizontalem a polo boreo gradibus 40. complemento vnius lateris. nota in cursore eleuationem graduum 30 promoueatur cursor donec parallelus distans à polo boreo gradibus 75. 45. attingat punctum in cursore notatum. nam circulus horarius transiens per illud punctum , cum meridiano comprehendet angulum quæsitum. eodem modo reliqitos habebis angulos. vel e contra daro vno angulo , & vno latere adiacente,& opposito habebis aliud latus.



Demonstratio sit C D complementum eleuationis poli graduum 50. BD distantia à polo graduum 75. 45. seu declinatio graduum 14. 15 BC complementum altitudinis solis graduum 60,atque adeo eleuatio grad. 30. quæritur angulus CDB seu hora debet formari triangulum simile triangulo D B C. dum regula remouetur à polo gradibus 40 intelligitur zenith ipsius distare à polo gradibus 50 atque vnum est latus trianguli, debent intelligi duo alia latera vnum à polo 75 graduum. 45. parallelus cuius declinatio 14. 15. secat in omnibus meridianis , gradus 75. 45. & cursoris gradus trigesimus ab horizonte, promotus, describit almicantarath qui in omnibus verticalibus abscindit gradus 60. inuentô igitur punctô in quo parallelus , & almicantarath se intersecant , horarius per illud punctum transiens, aberit a polo gradus 75.45 cum pertingat vsque ad parallelum , & verticalis eom pertingit ad almicantarath continebit gradus 60 formatum igitur est triangulum quale proposueramus. apparet autem angulus , cuius mensura in æquatore videtur Potest cognitô latere DC, 50 BD 75. 45. & angulo C D B cognosci aliud latus. sequendo enim horarium BD donec attingat parallelum, si ad illud punctum promoueatur cursor , erit eius arcus inter meridianum , & tale punctum interceptus, latus quæsitum.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Datis duobus lateribus , comprehendentibus angulum rectum , reliquum latus,& reliquos angulos reperire.

Si duo latera sint minora quadrante, reliquum latus minus erit quadrante , & anguli acuti. Si verò duo latera fuerint maiora quadrante , reliquum latus minus erit quadrante , & anguli obtusi. si latera fuerint quadrantes , erit reliquum latus quadrans & anguli recti. si vnum latus sit quadrans , & aliud minus quadrante ; erit reliquum latus æquale quadranti , & angulus oppositus minori lateri acutus , reliquus rectus. si vnum sit æquale quadranti , & alterum maius, reliquum latus erit quadrans , & angulus vnus obtusus, alius rectus. denique si vnum latus maius fuerit quadrante , & aliud minus ; reliquum latus maius quadrante, & angulus vnus obtusus, alius acutus quibus suppositis sint data duo latera angulum rectum comprehendentia , vnum grad. 47 , alterum grad. 42. 51. numera in æquatore à centro gradus 47 & aduerte in quo puncto secet parallelum 42. 51. circulus horarius per gradum 47 æquatoris transiens. huic intersectionis puncto , admoue regulam horizontalem. gradus regulæ intercepti inter centrum & illud punctum nempe 60 exhibent latus , recto angulo oppositum. gradus meridiani inter regulam , & æquatorem intercepti dant angulum gr. 51. 45. oppositum lateri 42. 51. vt habeas reliquum angulum , nota punctum intersectionis horarij 42. 51 cum parallelo 47. cui puncto admoue regulam horizontalem ; gradus meridiani , inter regulam , & æquatorem intercepti, exhibent alium angulum.

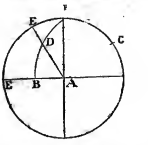
Aliter, remoue regulam à polo arctico grad. 47. & in regula numera gradus 42 , 51 . incipiendo à meridiano versus centrum : parallelus per illud punctum transiens exhibet latus, oppositum angulo recto. nempe graduum 60. horarius item per hoc punctum transiens dabit gradus 51. 45 angulum nempe oppositum lateri gr 42 51.

Denique si remoueris regulam à polo boreo gradibus 42. 51 nempe quot graduum est aliud latus , gradus regulæ distans a meridie gradibus 47. secat parallelum 60. & horarium distantem à meridie graduum 57. 37. qualium est angulus oppositus lateri 47.

Demonstratio. Arcus AB in æquatore sit graduum 47 in circulo horario B F , quæro arcum B D graduum 42. 51. hoc est donec parallelus declinans grad. 42. 51 eum secet traiecta regulâ per A D , formatur triangulum ABD quæsitum. cuius angulus B rectus , & regulæ basis A D apparet in partibus regulæ , angulus F AF ostenditur per arcum E F pro alio angulo . contrariô modô disponenda sunt latera

Alius item modus demonstratur , sit arcus FC graduum 47. numera in regula ab extremitate ad centrum arcum F D grad. 42. 51 , rursus formatur triangulum coius angulus F rectus est , inuenieturque quantitas basis D C , per parallelum qui transit per D , abscindentem in omnibus

omnibus meridianis æquales arcus. apparet item



angulus F C D, cuius mensura est arcus E D, in æquatore notatus.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

In triangulo rectangulo, datô latere, & basi; reliqua inuenire.

Sit data basis graduum 60. & latus sit 47. Sumatur in regula horizontali basis graduum 60. moveatúrque regula donec talis gradus incidat in horarium 47. gradus meridiani intercepti inter æquatorem, & regulam dant angulum comprehensum lateribus 60. & 47. qui erit 51. 45. parallelus per illud punctum transiens dat reliquum latus grad. 42. 51. quod si idem punctum regulæ applicueris horario grad.42. 51. gradus meridiani inter regulam, & æquatorem intercepti, dant reliquum angulum grad. 57. 37.

Demonstratio. Eadem est.

PROPOSITIO XLV.

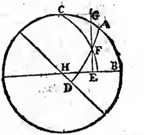
Problema.

Datis duobus lateribus, & angulo non recto; reliqua inuenire.

Sint data duo latera. vnum grad. 50. aliud graduum 60.& primò angulus ab iis comprehensus, sit gr. 96. 31. remove regulam à polo boreo gra.1.40. complementu lateris 50. tum move cursorem, donec incidat in punctum in quo parallelus distans à polo boreo gradibus 60. secat circulum horarium distantem à meridie gradibus 96. 31. gradus cursoris ab extremitate numerati, nempe gradus 75.45. dant aliud latus. quare (*per* 44.) cognoscentur reliqui anguli.

Secundò dentur duo latera 50. & 60. & angulus 62. 36. lateri 60 oppositus. Remove regulam à polo boreo grad.40.& move cursorem, donec gradus eius leaagesimus ab extremitate numeratus, attingat circulum horarium eum meridiano comprehendentem gradus 62.36.parallelus per tale punctum transiens distat à polo boreo, tot gradibus, quot habet tertium latus.

Demonstratio. Dum regula removetur à pulo boreo A, arcu AB graduum 40. fit punctum G, Zenith, distans à polo A gradibus 50. quærítur circulus horarius A D, faciens angulum CAD



graduum 96. 31. in eóque quæritur arcus A F graduum 60.per parallelum distantem à polo gradibus 60. huic puncto F admove cursorem, gradus F G, cursoris dant aliud latus F C, nam punctum F cursoris, aut potius Almicantarath per punctum F ductus, abscindit in omnibus verticalibus, per punctum C ducendis gradus 75. 45.

In secundo exemplo pariter regula H B, removetur à polo boreo A, gradibus 40. fitque latus CA graduum 50. notatur punctum F cursoris, ita vt arcus FG,sit graduum 60. movetur cursor donec punctum eius F, attingat circulum horarium AF, cuius angulus CAF est graduum 62. 36.cum circulus Almicantarath per punctum F, ductus abscindat in omnibus verticalibus gradus 60.formatur triangulum ACF, simile triangulo proposito, & arcus A F, indicatus à parallelo, per F transeunte, & abscindente in omnibus circulis horariis arcus æquales, erit aliud latus.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Datâ basi, & angulo obliquô trianguli rectanguli; reliqua reperire.

Notandum, quod si basis minor fit quadrante, & datus angulus acutus reliquus angulus acutus erit, & latera minora quadrante.

Si basis fuerit quadrans, & angulus acutus; alius angulus rectus erit, & latus ipsi oppositum æquale quadranti, aliud minus.

Si basis fuerit maior quadrante, & angulus acutus, reliquus obtusus erit, & vnum latus maius quadrante; aliud minus.

Si alius angulus sit rectus, basis erit quadrans, & reliqua latera æqualia quadranti.

Si angulus obtusus est, & basis minor quadrante, tertius angulus obtusus erit, reliqua latera maiora quadrante.

Si angulus obtusus est, & basis æqualis quadranti; erit reliquus angulus obtusus, & reliqua latera maiora quadrante.

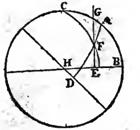
Si angulus datus obtusus est, & basis maior quadrante, erit reliquus angulus acutus, latus illi oppositum maius quadrante reliquum minus; quæ omnia demonstrata sunt in Trigonometria.

Sit datus angulus rectus, alius gr. 51. 45. basis gr. 60. remove regulam ab æquatore versus

 polum

polum arcticum, gradibus 51. 45. in regula horizontali num. 60 à centro, invenies parallelum 42. 51. erit ergo latus dato angulo oppositum 42 51. horarios circulus in quem cadit idem gradus sexagesimus regulæ, erit 47. nempe aliud latus anguli autem ut priùs reperientur.

Aliter, vide communem intersectionem paralleli distantis à polo boreo grad. 60. & horarij distantis à meridie grad. 51. 45. per hanc intersectionem duc regulam horizontalem, gradus regulæ intercepti inter meridianum, & dictam sectionem nempe 42. 51. exhibent latus angulo dato oppositum. Item gradus meridiani inter polum boreum, & regulam intercepti seu 47. exhibent aliud latus.



Demonstratio. In figura propositionis 45. sit arcus E F, graduum 51. min. 45. ibi regulam admove, numera basin A D graduum 60. sit triangulum ABD rectangulum, estque arcus B D, cuius valorem indicabit parallelus per punctum D transiens, graduum 42. 51. & arcus AB, erit aliud latus.

In secunda praxi sit horarius DC, ita vt angulus FCD, sit graduum 51. 45. in eo quære arcum CD graduum 60. quem indicabit parallelus, distans à polo gradibus 60. & abscindens in omnibus horariis gradus 60. latus F C, erit aliud latus prædicti trianguli. sit enim triangulum rectangulum omninò simile angulo proposito. Sed similia problemata in sequenti Astrolabio notata, satis has praxes fuse demonstrant.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

In rectangulo triangulo, datô angulô rectô, & obliquô. & latere inter vtrúmque angulum adiacente cetera reperire.

Sint dati anguli rectus, & obliquus gr. 51.45. & latus vtrí que adiacens sit grad. 47. remove regulam ab æquatore, versus polum australe, gradibus 51, 45. horarius 47. secat regulam in gradu sexagesimo; basis ergo erit gr. 60. per quod punctum transit parallelus 42. 51. nempe latus oppositum reliquo angulo. cætera ex his facile innotescent. vel remove regulam à polo boreo grad. 47. vide cui regulæ gradui occurrat parallelus 51. 45. invenies gradum regulæ distantem à meridie gr. 42. 51. latus angulo dato oppositum erit totidem graduum. parallelus per hanc sectionem transiens distat à polo boreo gr. 60 talis erit basis. Demonstratio eadem.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Datô angulo rectô, & angulo obliquo, vnà cum latere prædicto angulo obliquo opposito reliqua reperire.

Sit datus angulus rectus, & angulus obliquus 57. 37. & latus 47 illi oppositum. remove regulam ab æquatore gradibus 57. 47. vide in quo gradu parallelus 47 secat regulam, basis erit 60. horarius per hunc gradum regulæ transiens nempe 42. 51. exhibet aliud latus.

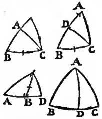
Vel nota in regula punctum distans à meridie grad. 47. & move regulam donec hos punctum incidat in horarium distantem à meridie gr. 57. 37. parallelus per illam sectionem transiens, distat à polo boreo grad. 60. qualis est basis; gradus meridiani intercepti inter polum boreum, & regulam, exhibent aliud latus nempe 42. 51.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

In triangulo, datis duobus angulis, & latere ipsis adiacente, reliqua reperire.

In triangulo A B C, detur latus BC grad. 60. & anguli A B C, ACB, qui ambo si acuti sunt, ex



puncto C, ad arcum B A productum, ducatur perpendicularis C D, qui arcus cadet extra triangulum. in triangulo BDC. datur latus BC, angulus B, & angulus D rectus, ergo cætera cognoscentur, nempe latus DC, BD, angulus BCD. ex quo si subducas angulum ACD, restabit angulus ACD, quare in triangulo A C D, omnia cognoscentur per præcedentes propositiones nempe latus A D, quô subductô ex toto B D, restabit latus A B.

Si angulus ABC fuerit obtusus, ex angulo C, in latus AB, productum ducatur perpendicularis CD, in triãgulo CBD, per præcedentes omnia cognoscentur, nempe latus CD, B D, & angulus BCD, quare totus ACD cognoscetur. & per easdem propositiones in triangulo ACD, in quo cognoscitur latus CD, & angulus ACD, cætera innotescent nempe latus AC, angulus A, & latus AD, ex quo si subducas BD restabit AB.

Denique

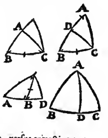
Denique datô latere B C, & angulô ABC, & BAC ipsi opposito. In triangulo BDC omnia innotescent, per superiores propositiones cum angulus D rectus sit, & angulus B, cum basi B.C cognoscatur. quare cognoscitur BD, D C, & angulus BCD, item in triangulo ADC, cognitô latere CD, & angulô A cætera cognoscentur.

PROPOSITIO L.

Problema.

In triangulo rectangulo, datis angulis obliquis latera omnia, & basin cognoscere.

Sit datus angulus rectus. secundus gr. 51. 45. ertius 57. 37. remove regulam horizontalem t



ab æquatore, versus antarcticum gr. 51. 45. parallelus distans à polo boreo gradibus 57. 37. secat regulam in gradu distante à meridie gradibus 47. tale erit latus oppositum angulo grad. 57. 37. simili modo habebis latus, oppositum angulo 51. 45.

Demonstratio. Iam supra data est.

PROPOSITIO LI.

Problema.

Datis tribus angulis in triangulo non rectangulo cætera cognoscere.

Sint dati anguli primus B grad. 51. 45. Secundus A gr.96. 31. Tertius C gr.62. 36. sume complementa minorum angulorum, nempe primi complementum erit 38. 15. & secundi 27. 24. quære in regula gradum 38. 15. moveatur regula donec ille gradus cadat in parallelum 27. 24 quô factô vide quis gradus regulæ; ita secet aliquem parallelum, vt numerus paralleli iunctus numero gradus regulæ quem secat; faciat summam graduum 96. 31. iste regulæ gradus est 57. 37. eadens in parallelum 38. 54. qui simul sumpti efficiunt summam quæsitam grad. 96. 31. suntque anguli quos facit perpendicularis AD. divisus est ergo angulus A graduum 96. 31. in duos angulos 57. 37. & 38. 54. in triangulo A B D, cognoscimus omnes angulos, quorum D. est angulus rectus: igitur per præcedentem omnia latera cognoscentur.

Alia multa problemata per hoc Astrolabium solui possunt; quæ ex datis facilè intelligentur, & excogitabuntur. habet tamen id incommodi, quod propè meridianum, nimis propinqui sint, & conferti circuli horarij.

DE ASTROLABIIS LIBER TERTIVS.

Astrolabium vniversale.

PROPOSITIO I.

Astrolabij vniuersalis descriptio.

HVIVS Astrolabij tabella est idem planum quod superioris, nempe meridianus circulus, & colurus solstitiorum, intelligitur enim cœlum in ea positione, in quâ colurus solstitiorum, cum meridiano coïncidit, quod bis in die accidere necesse est. cùm enim totum cœlum circumvoluatur, meridianus autem sit immobilis, necessariò colurus solstitiorum eundem cum ipso polum habens cum illo congruit. oculus verò statuitur in ipsa superficie Sphæræ, nempe in punctô veri ortûs, aut occasus, spectâtque adversum hæmisphærium, communisque sectio radiorum ab oculo, ad circulorum circumferentiam ductorum, cum plano meridiano; erit eorumdem apparentia. In quo plerúmque cogitare debemus circulos Sphæræ, tanquam bases conorum, quorum oculus sit vertex; talem enim figuram exprimunt radij, à circuli circumferentia ad oculum ducti. vt nempe expendamus quam habeant apparentiam, seu communem sectionem cum plano Astrolabij; nihil enim quærimus aliud nisi communes istas sectiones. est ergo hoc planisphærium, pictura, in quâ secundum perspectivæ leges, oculum statuimus in punctô veri ortûs, & occasûs, eúmque à tabellâ removemus secundùm semidiametrum: punctum principale cum centro mundi coincidit,

PROPOSITIO II.

Theorema.

Omnis maximus circulus, ad meridianum aut colurum solstitiorum rectus, per diametrum exhibetur.

Proponatur quilibet circulus maximus, ad meridianum rectus, qualis est æquinoctialis, circulus horæ sextæ Astronomicæ, primus verticalis, horizon. Ecliptica respectu coluri solstitiorum, circulus longitudinis distans à coluro solstitiorum gradibus 180. seu circulus longitudinis, transiens per initium arietis, & initium libræ, dico eos omnes circulos projici in lineas, seu diametros quate invento puncto meridiani, aut coluri solstitiorum per quod transeunt, facile in hoc Astrolabio exhibebuntur.

Demonstratio. Omnis circulus maximus, ad meridianum, circulum etiam maximum rectus, (*ex Theodosio*) transit per eius polos, sed in polo meridiani, (*ex prima huius*) est oculus, quare plana circulorum prædictorum, per oculum transeunt ex quo fit, vt omnes lineæ seu radij, ab oculo ad singula circulorum puncta, ducti (*per primam 11. Eucl.*) sint in eodem plano, quare communis sectio meridiani & radiorum, est communis sectio eiusdem meridiani, & plani eorum circulorum. Sed hæc necessario est linea, igitur apparentia supradictorum circulorum, est linea, quod verò sit diameter, ostenditur eo quod circuli maximi in Sphæra se bifariàm secent.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Radij circulorum per puncta veri ortus, & veri occasus, non transeuntium conum componunt.

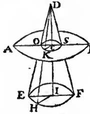
Sit circulus in Sphærâ, cuius planum quantumlibet productum, non transeat per puncta veri ortûs, aut occasûs, & ex oculo, quem supposuimus esse in puncto veri ortûs, aut occasûs, ad singula circumferentiæ puncta ducantur lineæ, aut si mavis, linea ex oculo circumferentiam circuli decurrat, dico superficiem conicam generandam. vt patet (*ex definitione 19. vndecimi.*)

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Omnis circulus plano Astrolabij parallelus habet pro apparentia circulum.

Sit planum Astrolabij A B, cuius centrum C, oculus in axe CD, nempe in puncto D, sitque circulus EF, parallelus circulo AB, atque adeò eundem polum, & eundem axem habens, (*vt demon. Theodosius*,) hoc est, axis DCI, vtriusque centrum attingat. dico si ex oculo D, ad circumferentiæ circuli E F, singula puncta ducerentur lineæ rectæ; fore vt in plano A B, generetur circulus O K S. assumantur quæcúmque puncta OKS, ducantúrque lineæ DOE, DKH, DSF, quæ



omnes erunt, in coni superficie coniungantúrque lineæ CO, CK, CS. Item I H, I E, I F, quæ vltimæ erunt æquales, cum punctum I, sit centrum circuli EHF.

Demonstratio. Cum planum trianguli DEF, secetur planis parallelis, erunt (*per 16. 11. Eucl.*) lineæ CS, IF, parallelæ, & (*per 4. 6*) vt D I, ad IF, ita DC, ad CS; ita ostendam esse, vt DI, ad IH; ita DC, ad CK; & vt D I, ad IE; ita DC, ad CO; sed vt DI, ad IF; ita DI, ad IH; & DI, ad IE; cum lineæ IF, IH, IE æquales sint, igitur ita erit DC, ad CS, vt DC, ad CK. & DC ad CE, & ita de reliquis omnibus; sunt ergo (*per 7. 5.*) CS, CK, CO æquales, & OKS circulus, quod erat demonstrandum.

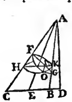
Hæc propositio est vniversalissima, valétque in conis, etiam scalenis, seu quorum axis inclinatus est, vt demonstrationem applicanti facilè patebit.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Sectio subcontraria coni Scaleni est circulus.

Sit conus Scalenus A B C, sitque sectio per axem vt vocant, seu planum in quo sit axis, ad

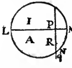


basin rectum. hoc est ex vertice A, ad planum basis BC, productum, si opus sit, ducatur perpendicularis A D, intelligatúrque planum, triangulí ADE, ita produci, vt faciat triangulum ABC, communem sectionem plani, & coni. hoc planum (*per 18. 11 Eucl.*) erit ad basin B C rectum. Ad hoc planum sit aliud planum F G rectum ita subcontrariè positum, vt angulus A F G, sit angulo ABC æqualis, & angulus AGF angulo ACB. dico hanc communem sectionem esse circulum.

Sit F G, communis sectio duorum planorum, ad quam educatur perpendicularis I O. in plano FOG, quæ (*per defin. 3. 11.*) erit recta ad planum triangul

trianguli A B C. per lineam I O ducatur planum HOK rectum ad planum trianguli A B C, & parallelum basi BC.

Demonstratio cùm (*per* 18. 11) lineæ HK, & CB sint æquales, erunt anguli AKI, ABC æquales, sed angulo ABC, suppositus est angulus AFG æqualis, quare & reliqui GFH, HKG æquales erunt; sunt etiam anguli ad verticem FIH, KIG æquales, quare triangula FIH, KIG æquiangula sunt, & (*per* 4. 6) erit vt HI, ad FI; ita IG ad IK; & (*per* 16. 6.) rectangulum comprehensum sub prima H I, & vltimâ I K æquale est rectangulo comprehenso, sub secunda F I, & tertia IG, sed rectangulum sub HI, IK (*per* 35. 3.) æquale est quadrato I O, igitur rectangulum comprehensum, sub F I, IG, æquale quadrato IO, ita ostendam si ad lineam FG, in plano FOG, ducatur quæcumque perpendicularis, fore vt rectangulum comprehensum sub segmentis lineæ FG, æquale sit quadrato perpendicularis, ex quibus concludo lineam curuam FOG esse circulum. sit enim MLN, ductâque lineâ per medium LM, assumpto quolibet eius puncto P, ductâque perpendiculari PN, sit rectangulum comprehensum sub L P, P M æquale quadrato lineæ P N, dico si circa LM, circulus describatur, ostendo



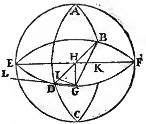
per punctum N, transire circumferentiam illius circuli, nam si circumferentia circuli non transit per N transit per aliud punctum lineæ PN, transeat per punctum R, sequeretur (*per* 35. 3.) rectangulum comprehensum sub LP, PM, æquale esse quadrato PR; sed huic rectangulo, iam æquale est quadratum PN, igitur quadrata PN, PR æqualia sunt, quod esset absurdum. ita ostenderem circumferentiam circuli transire per quamlibet alia puncta assumpta in linea curua LMN, ideoque lineam curuam LNM, coincidere cum circumferentiâ circuli. igitur sectio subcontraria coni scaleni circularis est.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Apparentia maximi circuli, ad meridianum obliqui, est circulus.

Sit circulus maximus ABCD ad meridianum AECF obliquus. dico eius apparentiam, seu communem sectionem cum meridiano esse circulum. sit linea HG ad planum meridianum recta, atque adeò, sit punctum G polus meridiani, seu punctum veri ortûs, aut occasûs, ibique statuatur oculus, ex quo si ad singula, circumferentiæ ABCD puncta, ducantur lineæ, generabitur conus scalenus. Ex puncto G, ad planum ABCD, ducatur perpendicularis G I, ducatuque per centrum sphæræ H, diameter DIHB; tum per puncta G, & D intelligatur maximus circulus, qui ad basin ADCB rectus erit, cum ducatur per lineam perpendicularem DG, hic circulus est etiam rectus, ad meridianum, cum per polum eius G transeat. erit ergo triangulum DGB, triangulum per axem, ad basin ABCD rectum, ad quod planum circuli meridiani rectum est. producatur linea D G vsque in L; dico sectionem esse subcontrariam. hoc est triangulum L G K, æquiangulum esse subcontrarie triangulo GKL.



Demonstratio cum semidiametri H G, H B, æquales sint, erunt (*per* 5. 1) anguli HBG, HGK æquales, in triangulo GHK; cùm angulus GHK rectus sit; erunt duo reliqui HKG, H G K vni recto æquales; pariter in triangulo LGK, cùm angulus LGK, seu DGB in semicirculo rectus sit, erunt anguli GKL, KLG simul æquales vni recto. seu æquales angulis HGK, HKG; quare ablatô communi HKG, restabunt anguli KLG, HGK æquales, sed angulus HGK, iam ostensus est æqualis angulo HGB: igitur anguli HBG, GLK sunt æquales, quod erat ostendendum, nempe triangula GLK, BHG esse æquiangula subcontrariè. quare per præcedentem, communis sectio, coni & plani meridiani, seu apparentia circuli A B C D erit circulus. quod erat demonstrandum.

Coroll. Ex quo sequitur, omnes circulos horarios astronomicos, exceptô circulo horæ sextæ, omnes verticales exceptô primariô, circulos longitudinum, exceptô eô qui per arietem transit, habere in hoc genere astrolabij apparentiam circularem.

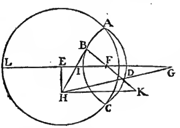
PROPOSITIO VII.

Theorema.

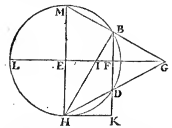
Omnis circulus minor, ad meridianum rectus habet apparentiam circularem.

Sit circulus ABCD ad planum meridiani rectus. ex centro E, ducatur per centrum F linea EFG; sit H punctum veri ortûs, aut occasus, ex quo ad planum A C productum, ducatur perpendicularis H K, tum ducatur ex K per centrum F diameter KDFB, coniungantur HB, HD, eritque HBD triangulum per axem ad conum HBD rectum, & (*per* 18. 11.) cùm ducatur per lineam perpendicularem H K, & illius planum, transeat per punctum H polum meridiani, item cum H K, supposita sit perpendicularis ad planum A B C D, E F item (*per* 4. *Theod.*) per centrum F transiens, sit ad idem planum recta, erunt (*per* 6. 11) parallelæ, & in eodem plano in quo lineæ H K, K B, quare planum trianguli

trianguli HDB, transit per centrum sphæræ E, estque planum maximi circuli, qui eum per H



polum meridiani transeat, erit ad meridianum rectum, nunc ostendo sectionem coni scaleni HBD quæ fit planô meridianô A C L, esse subcontrariam hoc est angulum ABD æqualem esse, angulo HGI; & angulum H D B esse æqualem angulo H I G, quod cum in figura ista non satis perspicuum fieri possit, fiat alia figura in qua circulus BDHL sit maximus circulus transiens, per punctum H veri ortûs, aut occasûs, cuius planum diximus esse, tam ad meridianum, quam ad planum basis coni HBD rectum. sitque vt prius EFG linea connectens, centrum sphæræ, E, cum F centro minoris circuli, & quam ostendimus rectam esse ad planum minoris circuli, atque adeò angulos E F D, EFB rectos esse, producatur diameter HE in M, ducaturque linea MB, quæ producta transit per G. cum enim EH, BD sint parallelæ, item sint FD, FB æquales, cum F sit centrum circuli; erunt quadrilatera EMBF EHDF, omni sensu æqualia & anguli M B F, H D F, æquales, & reliqui F B G, F D G æquales.



Demonstratio angulus HBM in semicireulo rectus est; ergo & H B G rectus erit. Sed in triangulo BFG, cùm angulus F rectus sit, anguli FBG, FGB vni rectô æquivalent, quare simul sumpti æquales sunt angulo rectô H B G; ablatô communi HBF restant anguli HBD, BGF æquales; sed angulus B G F æqualis est F G D, propter similitudinem, & æqualitatem triangulorum FGB, FGD; igitur anguli H B D, HGI, æquales sunt eum ergo in triangulis HIG, HBD angulus IHD communis sit, item anguli HBD, HGI æquales sint, erunt reliqui H I G, H D B æquales quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

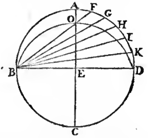
Omnes circuli Almicantarath, omnes paralleli æquinoctialis, seu omnes circuli diurni, tam solis, quam stellarum, qui & circuli declinationum, omnes circuli latitudinum, seu eclypticæ paralleli, per circulos describentur,

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Circulos horarios describere.

Sit circulus ABCD æqualis meridiano, in quo describendum est astrolabium, diuidatur per duas diametros, se intersecantes ad angulos rectos in puncto E. diuidatur eius quadrans A D, in quotlibet partes æquales, nempe in 6 si tantum voluerimus diuisiones horarias, in 12 si semihoras addere voluerimus. in 90 si singulos gradus. ex puncto B ad singula diuisionum puncta ducantur lineæ occultæ, quæ diuident semidiametrum A E, in pluribus punctis; per singula diuisionum puncta, & per polos B & D describantur circuli, assero illos esse horarios.



Demonstratio, sit enim A C communis sectio meridiani, & æquatoris, & circulus ABCD primò supponat pro æquatore, erit punctum B, verus ortus solis, è quo oculus spectans æquinoctialis singulas diuisiones, eorum apparentias videt, in linea AC, communi sectione meridiani, & æquatoris. est ergo punctum O apparentia puncti F, quare apparentia circuli horarij quindecim gradibus, à meridiano distantis, transit per O. & ita de cæteris, quare hoc modo habebitur vera diuisio diametri AC, sed (*per* 6.) apparentia circuli horarij, circulus est, transitque etiam per polos B, & D, tribus autem punctis circuli datis, (*per* 25. 3.) circulum ducimus, igitur ducemus circulos horarios, quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

Sicut descripsimus circulos horarios; describemus circulos verticales, & circulos longitudinum, cum eadem sit omnium ratio. immo vitandæ confusionis gratiâ, iidem circuli, qui horarij sunt, mutata suppositione, nempe assumpta lineâ æquinoctiali, pro horizontali verticales euadent. quod si eadem linea æquinoctialis, pro eclyptica sumatur, iidem circuli horarij euadent circuli longitudinum.

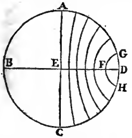
PROP.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Parallelos æquatori describere.

Sit meridianus A B C D, in quo apparentia æquatoris A C, apparentia circuli horæ sextæ sit B D, ideoque poli B, & D. sumatur modo circulus ABCD pro circulo horæ sextæ, eadem



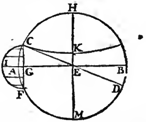
manente B D, communi sectione meridiani, & circuli horæ sextæ. erit C punctum veri ortus diuidatur quadrans A D in quotcumque partes æquales, ductisque vt prius lineis occultis habebuntur in linea ED, (quam diximus esse communem sectionem plani meridiani, & circuli horæ sextæ) apparentiæ singularum diuisionum, verbi gratia punctum F, erit apparentia puncti G, iam circulus ABCD sumatur pro meridiano, B D erit semper eadem apparentia circuli sextæ horæ, suis diuisionibus insignita. quare cum paralleli cuiuslibet apparentia sit circulus (*per 7. huius*) & dentur tria illius puncta, verbi gratia paralleli decimi quinti à polo, dantur in meridiano puncta G, & H, & in BD, eius apparentia transit per F. describatur circulus per G,F,H, is erit apparentia paralleli gradibus 15, à polo distantis, & ita de reliquis omnibus.

PROPOSITIO X.

Problema.

Circulos diurnos quoslibet describere.

Sit æquinoctialis AB, abscindatur arcus AC



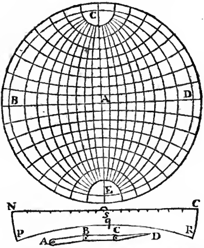
graduum 23 ½. pro maxima declinatione eclypticæ, ducaturque diameter CD hæc erit eclyptica, sit arcus A F, pariter graduum 23 ½, ductaque recta C F, ex G vt centro interuallo GC fiat semicirculus CIF, quem diuides in quotlibet partes æquales & ex singulis diuisionum punctis ad lineam CF, duces perpendiculares, quæ meridianum secabunt, secundùm declinationem punctorum eclypticæ ipsis respondentium, vt in præcedenti astrolabio docuimus. transferantur diuisiones arcus FC, in arcum DL: tum ex puncto B, duces lineas occultas ad diuisiones arcûs FC, notabisque in linea E H, puncta in quibus à lineis occultis secatur. verbi gratia, linea occulta BC, secabit lineam EH in puncto K, dico punctum K, pertinere ad tropicum. nam diameter H M, est apparentia circuli horæ sextæ, seu communis sectio circuli horæ sextæ, & meridiani, cogitetur circulus AHBM, pro circulo horæ sextæ, erit B punctum veri ortus, aut occasûs, apparentia autem singulorum punctorum semicirculi M A H, est communis sectio, radiorum ab oculo B ad singula eius puncta ductorum, cum diametro H M. quare puncti C apparentia erit in K. cum autem paralleli omnes sint circuli, per tria puncta C, K, L, describatur circulus, habebitur tropicus canceri.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Constructio astrolabij.

Astrolabium vniuersale ita construemus, primo centro A interuallo quocumque describatur circulus BCDE, meridianum, & colurum solstitiorum refereos, cui vel ornatus gratia, vel ad excipiendas diuisionum cyphras alij duo, aut tres circuli concentrici addantur. hic circulus BCDE in suos 360 gradus diuidatur. ex puncto D, duc lineas occultas ad singulos gradus quadrantis BC, quæ eorum apparentias exhibebunt, in semidiametro AC. has diuisiones semidiametri AC transfer in reliquas, semidiametros AB, AD, AE. ad libitum assumatur diameter BD, pro æquatore; & diameter CE, pro circulo horæ sextæ; quare poli erunt puncta C & E, fiant circuli per singula diametri BD puncta transeuntes, & conuenientes, in polis C & E, quorum centra, erunt in eadem, diametrò BD, vtrinque productâ. hi circuli erunt horarij, quamdiu linea BD æquatoris vices obibit: pro singulis horis quindecim assignabuntur. quare optimum erit, si quindeni quique circuli, aut alio colore, aut punctuatim, aut circumferentiâ paulò crassiore notentur, vt meliùs appareant. iidem circuli, munus verticalium obibunt, dum linea B D, pro horizonte assumetur erunt circuli longitudinum, si linea B D fuerit eclyptica; quare vitandæ confusionis gratiâ, & vt astrolabium reddatur vniuersale, soli horarij notantur, quorum cyphræ, apponuntur vltra tropicum canceri, iis horariis, qui sunt horarum initia, singuli autem circuli, duarum horarum æqualiter a meridiano distantium characteres habent. in linea B D apponantur characteres circulorum verticalium, hoc est in puncto A, adhibetur character 360. in puncto B 90. in puncto A rursus 180. & puncto D 270, & ita de reliquis. Sit item arcus B F, graduum 23 ½.



ducaturque eclyptica FA, in qnam transferantur diuisiones lineæ AC, & pnncto eius A tribuitur character arietis, puncto F cancri, rursus puncto A libræ, & puncto G capricorni, & ita consequenter.

Additur item regula lignea aut cuprea, quæ ita volui potest circa pnnctum A, vt semper diametro insistat, hoc est habeat lineam fiduciæ quæ sit NC, in qua sit clauus S, centro astrolabij infixus circa quem tota regula volueretur. Latitudo regulæ indeterminata est, posset tamen extendi, vsque ad parallelum 18. hoc est parallelum crepusculi, & auroræ ideoque eius limbus inferior circularis erit. Regulæ affigatur brachiolum, in omnem partem flexibile, qualem hic appositum vides, debet antem extendi posse saltem vsque ad limbum astrolabij. ita autem debet brachiolum esse concinnatum, vt moueri possit, simul cum regulâ, & quam accipit cum ea habitudinem, etiam dum ea circumagitur, retinere.

In dorso astrolabij primo sit circulus ad indagandam, astrornm eleuationem. ideoque instruatur allidada, seu regula pinnulis instructa, posset idem circulus, eclypticam referre, signisque zodiaci distingui, cui alins circulns exterior adhiberetur dies anni suis signis zodiaci, respondentes præferens. nonnulli addunt eclypticam, cum suo rete mobilem, insignioribus stellis instructam qualem stophlerini astrolabium exhibet, sed de illa dicemus sequenti libro. vnum moneo, mirum non esse, si iidem fere vsus recurrant, qui in superiori astrolabio traditi sunt.

VSVS ASTROLABII.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Loci solis in zodiaco inquisitio.

IN dorso astrolabij in quo diximus duplicem esse circulum, vnum signornm zodiaci, alium dierum iis respondentium, allidadam ad diem propositam & partem eius transfer, hæc enim indicabit, in eclyptica, seu circulo interiori, signum, & gradum quæsitum, eum nempe in quo sol versatur. eædem tamen quæ supra cautiones adhibendæ sunt, vt habeatur ratio anni bissextilis, & ad quem annum, hic circulus sit concinnatus.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

De solis declinatione, & inquisitione loci solis.

Vt cognoscas declinationem solis, singulis eclypticæ gradibus respondentem, consule lineam ad æquatorem gradibus $23\frac{1}{2}$. inclinatam, quam diximus esse eclypticam, & diuisam in signa, & gradus, vide quem parallelum secat, propositus eclypticæ gradus, quotus enim est ab æquinoctiali, tanta erit solis declinatio, in tali gradu existentis. vt si animaduertas parallelum transeuntem, per initium tauri, inuenies esse vndecimum cum dimidio, seu distare ab æquinoctiali gradibus $11\frac{1}{2}$, versus polum borealem, quare borealis declinatio solis, initium tauri

attingentis

attingentis erit borealis graduum $11\frac{1}{2}$. hæc benè animadvertetur in meridiano, quia declinatio nihil est aliud, quam distantia syderis ab æquatore; sumpta in circulis horariis, vt pote, ad æquatorem regis.

E contrà si regulam statuas, prout exigit elevatio poli tuæ Regionis, & inventam elevationem solis meridianam, numeres in meridiano; incipiendo à regula, in ex parte æquinoctiali; finis numerationis parallelum quem sol eo die percurrit, exhibebit; si ergo respicias quem gradum Eclypticæ inventus parallelus attingat, invenies locum solis in Zodiaco. in quo notare debes, duos Zodiaci gradus, æqualiter à tropico quocúmque distantes, eamdem habere declinationem, eundémque parallelum; sed temporis circumstantia, hanc ambiguitatem tollet.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Quolibet anni die, ex altitudine meridiana solis, aut stella latitudinem Regionis inuenire.

Inventô (*per* 12.) loco solis in Zodiaco, quæratur, (*per præcedentem*) eius declinatio, seu parallelus, quem sol eô die percurrit, hic parallelus meridianum attingit, in aliquo gradu, à quo regulam horizontalem deorsum remove, tot gradibus; quot in solis altitudine meridiana deprehendisti. tunc regula distabit à polo, pro vt exigit latitudo Regionis in qua versaris. Ratio est, quia cum sol vere eô die percurrat parallelum propositum, hora meridiana, versabitur in communi intersectione meridiani, & paralleli; sed eô tempore altitudo solis meridiana, indicat distantiam horizontis, seo regulæ; ab ipso sole; ergo bene removetur regula, tot gradibus, quot in altitudine meridianâ invenisti: & tunc situm suum habet, nec alium habere potest.

Eôdem modô operaberis circa stellam, cuius declinatio cognita sit, & consequenter parallelus quam percurrit.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Quolibet anni die, & qualibet hora inuenire altitudinem poli.

Observentur simul duo, nempe elevatio solis; supra horizontem, & verticalis in quo existit, ad quod necessarium est haberi lineam meridianam; nam erectô stylô, angulus quem vmbra, cum lineâ meridianâ comprehendit, exhibet verticalem, in quo sol existit. quæratur in dorso Astrolabij locus solis in Zodiaco, & (*per* 13.) declinationem, & parallelum, quem sol, eô die percurrit, item observetur solis elevatio supra horizontem. Regula Astrolabij removeatur à polo, quantam æstimas esse latitudinem Regionis. tum brachiolum extendatur supra parallelum, quem sol percurrit eo die, circa horam quam putas esse. brachiolô ita firmatô, voluatur regula vsque ad æquinoctialem, si enim tunc brachioli extremitas cadit supra verticalem observatum, & supra Almicantharath observatum; bene assumpta fuerat latitudo Regionis, si vero non quadrat repetatur operatio, donec omnia conveniant, atque hôc modô habebis intentum. Idem per stellas habere poteris.

PROPOSITIO XVI.

Ex altitudine solis inuenire horam Astronomicam.

Observetur solis elevatio suprà horizontem; & ex dorso Astrolabij sciatur locus eius in Zodiaco, & parallelus quem percurrit. Regula horizontalis ita aptetur, vt exigit latitudo Regionis. Item brachioli index extendatur, ad parallelum solis, supra horam æstimatam; & brachiolo in eo situ firmato, voluatur regula, donec æquatori insistat; si brachioli index, insistit elevationi observatæ, hora æstimata, est vera. si brachiolum minorem elevationem ostendat, reducta regula horizontali ad elevationem Regionis; brachiolum in parallelo promoveatur magis versus meridiem: & praxis repetatur, donec reducta regulâ ad æquinoctialem, brachioli index insistat elevationi observatæ, atque ita horam invenies.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Datâ distantiâ Lunæ à nodis, eius latitudinem inuenire.

Suppono Lunæ orbitam, ad Eclypticam inclinatam esse quinque gradibus; eámque secare in duobus punctis, qui nodi vocantur, quorum qui versus polum arcticum ducit, dicitur caput draconis; qui verò ad hæmisphærium australe, cauda draconis nuncupatur. regula horizontalis; quæ in hoc casu orbitam Lunæ repræsentat, removeatur ab æquatore, Eclypticæ vices obeunte; gradibus quinque, & in eâ à centro sursum versus, hoc est versus partem borealem numeretur distantia Lunæ, à nodo, & vide quot gradus meridiani, per eum locum transeuntis, inter regulam & æquatorem intercipiantur, tanta enim est latitudo Lunæ, seu distantia eius ab Eclyptica, nam in tali casu orbita Lunæ supponitur transire per centrum; eôdem autem modô tunc se habet ac Eclyptica respectu æquatoris. distantia autem Lunæ a nodis, non cognoscitur, nisi ex tabulis, aut peculiaribus organis.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Datâ loci latitudine, stellarum declinationem definire.

Observetur altitudo stellæ meridiana. Aptetur regula pro vt exigit latitudo Regionis cognita, tum à regulâ ita collocatâ sursum versus numera altitudinem meridianam observatam, sive versus austrum, sive versus boream; parallelus per finem

numerationis transiens, erit parallelus stellæ propositæ. verbi gratia, cynosura inveniatur in maxima elevatione, (stellæ enim circumpolares duplicem habent elevationem) habete gradus 45. collocata regula ad elevationem 42. numera in meridiano, incipiendo à parte regulæ boreali, gradus 45. incides in parallelum distantem ab æquinoctiali gradibus 87. tanta est cynosuræ declinatio.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Ascensiones rectas graduum Eclypticæ reperire.

Ascensionem rectam vocamus, gradum æquatoris, cum gradu Eclypticæ coascendentem in Sphærâ rectâ. quilibet autem circulus horarius, est aliquis horizon Sphæræ rectæ. quare inventô punctô æquatoris, qui simul cum aliquo gradu Eclypticæ, invenitur, in aliquo circulo horario; invenitur ascensio recta. sequere ergo in Astrolabio circulum horarium per propositum gradum Eclypticæ transeuntem, gradus enim æquatoris quem attingit, est eius ascensio recta. pariter poteris scire quot gradus æquatoris coascendant, toti alicui signo, si ascensionem rectam initij, & finis signi invenias.

E contrà datâ ascensione rectâ facile invenies, gradum Eclypticæ illi correspondentem.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Quanam sint puncta Eclypticæ, in quibus maxima existat differentia inter arcum Eclypticæ, & arcum æquatoris sibi coascendentem in Sphæra recta.

Sint in Astrolabio descripti circuli polares, distantes à polis, gradibus $23\frac{1}{2}$. Ita admove regulam circulo polari, vt arcus regulæ ab illo secatus incipiendo à centro ad periphæriam, æqualis sit arcui intercepto inter regulam, & æquatorem, tunc qui supererunt à regula ad polum, sunt declinatio gradus Zodiaci, in quo existit maxima differentia, inter gradum Zodiaci, & gradum æquatoris coascendentem in Sphæra recta. talis est gr. 16. Tauri, & gradus 16 scorpionis.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

De Differentiis Ascensionalibus, & ascensionibus obliquis.

Differentia ascensionalis, est arcus interceptus inter gradum æquatoris orientem cum aliquo gradu Zodiaci, aut syderis in Sphæra recta, & gradum eiusdem æquatoris orientem, cum eodem gradu Zodiaci, in Sphærâ obliquâ hæc differentia ab ariete ad libram, adimitur ascensioni rectæ, vt habeatur obliqua. E contra adijcitur à librâ ad arietem. vt vero habeatur descensus obliquus, in semicirculo boreali, addenda est differentia ascensionalis ascensioni rectæ, vt habeatur obliqua.

Regula collocetur pro vt exigit elevatio poli Regionis, in qua versaris, quæratur parallelus gradûs Zodiaci propositi, nota punctum in quo talis parallelus, secat regulam horizontalem, circuli horarij per illam intersectionem transeuntis, distantia à circulo horæ sextæ, exhibet differentiam ascensionalem. verbi gratiâ si horizontalem regulam disponas ad elevationem poli 42. sequere parallelum initij Tauri, qui secabit regulam horizontalem in circulo horario distante à sexta hora gradibus 11. talis erit differentia ascensionalis, quam subtrahes ab ascensione rectâ eiusdem gradûs, quæ est $27\frac{1}{2}$. restabit igitur $16\frac{1}{2}$. ascensio obliqua initij tauri. hæc eadem differentia addatur ascensioni rectæ, habebitur descensio obliqua $38\frac{1}{2}$.

Sufficiet autem si habeas differentias ascensionales vnius quadrantis.

Demonstrationem huius propositionis, in alio Astrolabio tradidimus.

Eôdem modô cognitâ declinatione syderis entis libet, habete poteris eius differentiam ascensionalem, pro latitudine tuæ Regionis.

Docuimus in alio Astrolabio modum inveniendi gradum Zodiaci respondentem cuilibet ascensioni obliquæ. item datâ descensione obliquâ.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Datâ longitudine, & latitudine stellæ, eius ascensionem rectam, & declinationem invenire.

Numera in æquatore, (quam pro Eclypticâ assumes) longitudinem stellæ propositæ, & in circulo horario per hunc longitudinis gradum transeunte, numera sursum, aut deorsum latitudinem stellæ, pro vt fuerit borealis, aut australis. & ad hoc punctum addoc indicem brachioli, quô firmatô, regulam horizontalem transferes ad Eclypticam, & index brachioli indicabit in circulo horario, ascensionem rectam propositæ stellæ, & in parallelo eiusdem declinationem. Quia tunc index eundem respectu Eclypticæ habet situm, quem habebat prius respectu æquatoris, quare tunc bene insistit vero loco stellæ.

COROLLARIVM.

Hôc modô possent inseribi Astrolabio quam plurimæ stellæ, ita vt vnicô intuitu liceret videre earum declinationem, & ascensionem rectam.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Datâ ascensione rectâ, & declinatione stellæ, eiusdem longitudinem, & latitudinem invenire.

Regulâ horizontali, Eclypticæ insistente, indicem brachioli ad stellæ ascensionem rectam, & declinationem extende; brachiolô ita firmatô, adducatur

dueatur regula ad æquatorem, & index brachioli, insistet circulo horario vices circuli longitudinis obeunti, & parallelo, pro circulo latitudinis assumpto.

Ratio est quia dum regulâ insistente Eclypticæ, invenitur ascensio recta, & declinatio stellæ, habetúrque eius verus locus; si essent descripti circuli longitudinum, & latitudinum, videretur facile longitudo, & latitudo stellæ; si autem inveniatur punctum eandem habens cum æquatore habitudinem, quam habet locus stellæ, cum Eclyptica, sumptô æquatore pro Eclyptica, & circulis horariis, pro circulis longitudinum, & parallelis æquatori pro circulis latitudinum, habebitur longitudo & latitudo. Hæc propositio est magni momenti, quia facile per altitudinem meridianam stellæ cognoscitur eius declinatio. & ope penduli, aut horologij automati pendulô instructi, eius ascensio recta, aut per respectum ad aliam stellam, si observetur tempus interiectum, inter meditationem vnius & alterius.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Datâ stellæ latitudine, quæ invariabilis est, & declinatione, longitudinem eius & ascensionem rectam reperire.

Sit inquirenda longitudo spicæ virginis, tempore Timochatis qui vixit 432 ante Ptolomæum. eius declinatio erat borealis grad. 1. & min. 24. latitudo australis graduum 2. Regula insistat æquatori, brachioli index extendatur ad parallelum graduum 2. eóque firmatô, transferatur regula, ad Eclypticam, si index ostendit declinationem propositam, gradûs vnius, & min. 24. benè quidem, sin minus, repetenda est operatio, & brachioli index, plus minusve in eodem parallelo, admovendus est meridiano, vel ab eo removendus, donec omnia congruant; hoc est regulâ æquatori insistente index ostendat latitudinem australem duorum graduum, & eâdem regulâ ad Eclypticam translatâ index insistat parallelo, distante ab æquatore, gradu vno, & minutis 24. tunc idem index ostendet dum æquatori regula insistet, longitudinem, dum verò Eclypticæ ascensionem rectam.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Cognitô verticali, & altitudine stellæ locum eius assignare

Observetur vel per instrumentum Azimutale, vel quôvis aliô instrumentô circulus verticalis alicuius stellæ. ita invenies eius locum in cœlo.

Regula horizontalis insistat æquatori. quæratur in circulis horariis vices verticalium obeuntibus, verticalis observatus, & in eo sursum versus, numerentur gradus, elevationis inventæ, cui punctô indicem admove, firmatóque brachiolô voluatur regula, pro vt exigit latitudo Regionis, tunc index notabit locum stellæ, videbísque eius declinationem, & circulum horarium in quo invenitur.

Quod si eôdem tempore circa duas stellas idem fiat, invenies locum duarum stellarum, & consequenter circuli horarij inter ipsas intercepti indicabunt; differentiam ascensionum rectarum, ideóque si vnius ascensio recta cognoscatur, alterius etiam nota fiet.

Idem habere poteris, si vtriúsque stellæ declinationem, & altitudinem eôdem tempore observatam cognoscas. Regula horizontalis æquatori insistat, index transferatur ad parallelum elevationis primæ stellæ, collocetur regula congruenter latitudini Regionis, si index insistat declinationi eiusdem stellæ iam cognitæ bene quidem, sin minus repetatur operatio donec id accidat is erit verus locus primæ stellæ, idem præstita respectu secundæ stellæ, & habebis locum vtriúsque, & sicut priùs, differentiam ascensionum rectarum, earum.

Ratio omnium horum est, dum regula insistit æquatori, pro horizonte substituto, numeratúrque altitudo stellæ, invenitur punctum, quod respectu æquatoris eundem situm obtinet, quem locus stellæ habet, respectu horizontis, firmatóque brachiolô, cum index eandem servet habitudinem ad regulam: dum regula insistet horizonti, idem index ostendet locum eandem habens habitudinem ad horizontem, quod quærebatur.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Cognitâ stellæ ascensione rectâ, & declinatione; Lunæ ascensionem rectam, declinationem, latitudinem, distantiam à nodis reperire.

Per præcedentem cognitâ declinatione stellæ, & observatâ eius elevatione supra horizontem, quæritur eius locus, observetur item Lunæ verticalis, & elevatio supra horizontem, quæ corrigatur additâ parallaxi, tum (*per eandem*) quæratur eius locus. Ex quo primò cognosces circulum æquatori parallelum, quem percurrit, seu eius declinationem distantia item Lunæ à stella, in meridianis exhibet differentiam ascensionis rectæ Lunaris, ab ascensione stellæ cognita, ex qua innotescit ascensio recta Lunæ, & (*per 13. huius*) cognoscitur longitudo, & latitudo, ex latitudine cognosces distantiam à nodis, si enim regulam horizontalem, quinque gradibus, ab æquinoctiali removess, advertásque in quô punctô parallelus distans ab æquinoctiali tot gradibus, quot sunt in latitudine inventa, circulus horarius per illud punctum transiens, ostendet in æquatore distantiam à nodis, sumendo centrum Astrolabij pro nodo.

Eadem operatio fieri potest interdiu comparando Lunam, cum sole.

PROPO

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

De Amplitudine ortiua syderum.

Amplitudo ortiva, aut occidua, est arcus horizontis,inter locum in quo sydus oritur,& locũ in quo sol oritur tempore æquinoctij, qui locus dicitur punctum veri ortus; estque polus meridiani. Regula horizontalis aptetur, pro vt exigit latitudo Regionis, numerenturque, quot gradus regulæ intercipiantur, inter centrum Astrolabij, & parallelum, quem sydus percurrit. tanta erit amplitudo ortiva, aut occidua. vt sol tropicum capricorni percurrens, in Regione cuius latitudo graduum 51. habet amplitudinem ortivam, graduum 39.tendendo versus boream. Eadem praxis applicetur stellis. Astrolabium item ostendit an amplitudo ortiva, sit hyberna, hoc est tendat ad Austrum; an vero sit æstiva,seu tendat ad boream. quoties tendit ad boream, arcus diurnus syderis superat semicirculum; seu horas duodecim. Amplitudini ortivæ, æquatur occidua.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Cognitâ declinatione syderis, & amplitudine ortiuâ, eleuationem poli cognoscere.

Numera in regulâ horizontali amplitudinem ortivam cognitam, aut ex observatione,aut aliunde; & si quidem hyberna fuerit, eam numera tendendo versus capricornum; seu austrum, sin verò fuerit æstiva eam numera tendendo versus cancrum, seu boream. voluatur regula donec gradus amplitudinis ortivæ, in eâ notatus, incidat in parallelum declinationis datæ;distantia regulæ à polo, dat elevationem poli quæsitam.Hæc propositio in mari vtilissima esse potest, vt ex observatione amplitudinis ortivæ, habeatur latitudo Regionis.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

De Arcu semidiurno.

Regulâ horizontali in situ, latitudinis Regionis positâ, nota qui circulus horarius, transeat per communem intersectionem, regulæ horizontalis, & paralleli quem sol eô die percurrit; aut stella quæcúmque, distantia illius circuli horarij à meridiano, est arcus semidiurnus, qui duplicatus exhibet quantitatem diei. vel cyphram occasus solis duplica, idem habebis. videbis ergo in eodem circulo horario, quâ horâ sol oriatur, quâ occidat; quantitatem diei, ac noctis.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

De Aurora, & crepusculo.

Compertum est, ex Astronomorum observatione, auroram incipere cum primum sol, attingit circulum Almicantarath, gradibus 18.distantem ab horizonte; hoc est quando sol depressus est gradibus octodecim quod difficile non fuit observatu,nam ex cuiuslibet stellæ elevatione observatâ, potest cognosci horarius circulus in quo sol versatur, & ex ea scire quantùm infra horizontem deprimatur. Quare indagaturus quantitatem crepusculi, aut auroræ, per præcedentem inquire quâ horâ sol oriatur, eô die, & regulâ ita collocatâ; hoc est ad latitudinem Regionis; limbus inferior regulæ, quem voluimus circulatem esse;attinget parallelum quem sol eo die percurrit,in circulo horario, in quo incipiet aurora, aut finietur crepusculum vespertinum.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Datâ diei proxilioris quantitate,inuenire eleuationem poli.

Diei quantitatem datam divide, vt si detur maxima dies horarum quatuordecim, hunc horarum numerum divide,habebirúrque septenarius horarum numerus, quære communem intersectionem, circuli horæ quintæ matutinæ,qui idem erit septimæ vespertinæ; & tropici cancri, huic communi intersectioni admove regulam horizontalem, quæ in meridiano ostendet elevationem poli; vt in exemplo proposito invenies elevationis gradus 30 cum dimidio. hæc propositio vtilis est ad determinationem climatum. nam clima, est terræ intervallum,in quo maxima dies, crescit semihora, vt explicuimus in Geographia.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Quotâ horâ diei, vel noctis, stella quæuis emergat supra horizontem, vel descendat.

Primò sciatur ascensio recta stellæ, & ascensio recta solis. Ex stellæ declinatione cognosces, in quo circulo horario stella oriatur, numera tot circulos horarios, quanta est differentia inter ascensiones solis & stellæ, quæ numeratio instituetur ab ortu in occasum, si ascensio solis minor fuerit ascensione stellæ, ab occasu in ortum si maior. finis numerationis exhibebit horam quâ stella orietur. idem dicito de occasu.

PROPO

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Quibus regionibus stellæ sint semper conspicuæ, quibus nunquam, quibus verticales.

Regula horizontalis, secundùm latitudinem regionis aptetur: stellæ omnes, quarum paralleli toti supra regulam horizontalem existent & eam, non attingent nunquam occultabuntur, illæ vero stellæ, quarum paralleli toti infra horizontem delitescent, nunquam apparebunt, eruntque perpetuæ occultationis.

Item stella cuius declinatio æqualis est elevationi poli regioni illi perpendicularis erit, quoties meridianum attinget. Ratio est quia latitudo, regionis, est distantia zenith, ab æquatore, quam diximus æqualem esse elevationi poli. Et stella cuius declinatio australis est complemento elevationis poli, in ea regione boreali; nunquam est conspicua. quæ omnia in astrolabio licet intueri, sicut quinam sint dies perpetui, in regionibus polaribus.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

De ortu & occasu stellarum cosmico, eliaco, & chronico.

Ortus cosmicus seu matutinus est, cum stella oritur simul cum sole; quem facilè habebis, si stellæ ascensionem obliquam habeas, & quis gradus Eclypticæ cum eâ ascensione obliqua oriatur. occasus cosmicus erit dum stella oriente sole occidet, quem ita habebis; quæratur descensio obliqua stellæ. quæratur item gradus zodiaci cum eâ descensione obliqua descendens, dum sol occupabit gradum oppositum stella cosmice occidet. orietur chronicè stella, dum orietur sole occidente, inveniatur gradus cum stellâ oriens, dum sol occupabit oppositum stella achronice orietur. vt habeatur occasus achronicus quæratur gradus zodiaci cum stella occidens. occasus heliacus est cum stella quæ vesperi post solis occasum apparere consueuerat, accessione radiorum solis apparere desinit. ortus vero heliacus est eom stella, quæ mane ante solis ortum non apparebat, videri incipit, & quasi emergere, ex radiis solaribus; sole motu proprio, ad orientem delatô. hæc occultatio varia est pro varietate luminis syderum, quæ enim minus lucidæ sunt, diutiùs occultantur. nulla stella radiis solaribus immergi censetur, quæ gradibus 17 ab eo distat, stellæ primæ magnitudinis 12 gradus requirunt. venus quinque tantum.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

De hora noctis per stellas.

Suppono cognosci stellæ declinationem, & ascensionem rectam; & obseruari eius elevationem supra horizontem; (*per* 16) ex declinatione & elevatione habebis circulum horarium, in quo stella invenitur. ascensionem rectam stellæ, & solis compara, minorem de maiori subtrahe habebisque differentiam, quæ ostendet quantum horarius circulus in quo sol existit, distet à circulo horario stellæ. si maior fuerit solis ascensio recta hæc differentia numeranda erit ab occasu in ortum, si minor ab ortu ad occasum.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

De horis ab ortu, & occasu, & planetariis.

Horam Italicam seu ab occasu solis ita invenies, quæratur hora diurna, vel nocturna (*per* 16. *aut* 35.) quæratur item arcus seminocturnus (*per* 19) si hora Astronomica fuerit antemeridiana, addes illi arcum semidiurnum & habebis horam Italicam. si fuerit pomeridiana, illi addes & arcum semidiurnum & insuper duodecim horas; & habebis horam Italicam abiecto numero 24. si in summa illa invenitur. sit arcus seminocturnus horarum quinque, hoc est sol occidat hora septima, sit inventa sexta matutina, cui addo arcum semidiurnum quinque horarum, fit numerus 11, igitur est hora vndecima Italica. sit tertia pomeridiana, cui addo arcum semidiurnum horarum quinque, & 12 horas fiunt 20 horæ, est igitur hora vigesima. sit 10 pomeridiana addendo illi 12, & 5 fiunt 27, aufer 24 restant 3 igitur est hora tertia.

Sit hora Babylonica invenienda, si est pomeridiana, illi adde arcum semidiurnum, si est antemeridiana adde insuper duodecim horas, præter arcum semidiurnum. abiice tamen 24 horas, si in summa is numerus invenitur.

Horæ inæquales seu planetariæ diuidunt arcum diurnum in duodecim partes æquales, sicut & nocturnum, semidiurnum item in partes æquales sex, habebisque quantitatem vnius horæ planetariæ. deinde horam ab ortu diuide per hunc numerum inventum, & habebis horam planetariam. in quo notandum est primam horam planetariam esse sub dominio illius planetæ, qui dat nomen diei; secundam sequenti descendendo tamen. vt die dominica prima hora debetur soli, secunda mercurio, tertia veneri, quarta lunæ.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

De gradu medij cœli quouis momento inueniendo.

Gradum medij cœli, alij calcuminantem, alij cor cœli, fastigium & cuspidem dixere quæritur ergo gradus eclypticæ, meridianum attingens quæratur (*per* 16) quænam sit hora, item ascensio recta gradûs in quo sol invenitur; & siquidem sol sit in circulis horariis antemeridianis, distantiam solis à meridiano, aufer ab ascensione recta solis, & habebis ascensionem rectam gradûs eclypticæ

eclypticæ culminantis. sin autem sol fuerit in circulis horariis pomeridianis, distantiam solis à meridiano in gradus conuersam, adde ascensioni rectæ solis, & habebis ascensionem rectam gradûs eclypticæ culminantis; & consequenter gradum culminantem, cuius oppositum imum cœlum occupabit.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

De solis altitudine, pro quouis tempore inuenienda; ad constructionem tabula necessaria, ad annulos, & quadrantes & cylindros perficiendos.

Regulâ horizontali secundùm latitudinem regionis dispositâ, extende apicem brachioli ad intersectionem paralleli cuiuslibet, & circuli horarij; tum firmatô brachiolô, eandem regulam transfer ad æquatorem, circulus parallelus quem attinget apex, erit eleuatio solis, illâ horâ, pro eo die quô parallelum prædictum percurret, ita poteris singulas horas percurrere, in singulis parallelis, tabulamque perficere.

Idem præstare poteris circa stellam quamcumque cuius declinatio, & consequenter parallelus cognitus est, atque ita construere tabulam eleuationum illius stellæ, pro quolibet circulo horario: & quia stellæ non mutant declinationem nisi post longum tempus, ideo eadem tabula diu, potest esse vtilis.

PROPOSITIO XL.

Problema.

De verticali solis & stellarum, pro quouis tempore inueniendo.

Eâdem fere methodô inuenies pro singulis horis; & pro singulis parallelis, in quonam verticali sol inueniatur, vt si quæratur in quo verticali sol percurrens tropicum, hora septima, inueniatur.

Regulâ horizontali dispositâ, secundùm regionis latitudinem, extendatur brachioli apex, ad intersectionem tropici cancri, cum circulo horæ septimæ, tum firmatô brachiolô regula ad æquinoctialem adducatur, verticalis quem brachioli apex indicabit; erit is in quo sol existet hora septima dum percurret tropicum. Ratio est quia per huiusmodi translationem regulæ, ad æquinoctialem; inuenitur quam habitudinem habeat apex brachioli cum regula, hoc est cum horizonte. atque ita facilis est compositio tabulæ verticalium, pro singulis parallelis signorum.

Eôdem modô operare pro stellâ quacumque; cuius cognita fuerit declinatio, & consequenter parallelus. hæc propositio vtilis est ad construenda horologia azimutalia.

Quod si scire volueris quantum stella in quolibet circulo verticali eleuetur supra horizontem, aut sol pro determinata die; id præstare poteris coniungendo vtramque propositionem & tabulam, & hoc pro quâcumque regionis latitudine.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Inuenire lineam meridianam.

Ad inueniendam lineam meridianam, primò (*per præcedentem*) inueniatur verticalis, in quo sol existit. nempe quantùm hic verticalis à meridie distet, siuè ad orientem, siue ad occidentem, centrô astrolabij, aut centro cuiuslibet circuli infigatur stylus. numera in meridiano ab æquatore, versus dextram, aut sinistram, pro vt verticalis fuerit orientalis, aut occidentalis, distantiam verticalis à meridiano, cui punctô regulam admouebis, tum astrolabium horizontaliter collocatum, mouebis donec vmbra in regulam cadat, & tunc linea æquatoris cum linea meridiana quadrabit.



Vel infigatur in plano horizontali stylus A B; cuius vmbra sit AC eô tempore, quô fit obseruatio, ex pede styli A fiat arcus CD, æqualis distantiæ, verticalis solis à meridiano, si tempus fuerit matutinum fiat hic arcus ex C in D, si vespertinum, sumendus esset idem arcus ex C in E, denique ducatur linea D A per pedem styli hæc meridiana erit.

E contra facile; inuentâ semel lineâ meridiana è cœlo obseruabis verticalem solis, si enim inuenta linea meridiana AD, vmbra cadat in G, arcus C D, denotat distantiam verticalis solis à meridiano.

PROPOSITIO XLII.

Cometæ ascensionem rectam, declinationem, longitudinem, & latitudinem inuenire.

Primò discatur (*per 35 huius*) & (*per 38*) quis gradus eclypticæ mediet; tum obseruetur cometæ eleuatio supra horizontem, vnà cum eius verticali. Et regula horizontalis ad æquatorem applicetur; & admotô indice, communi intersectioni, circuli verticalis cum circulo almicantarath, regula ad latitudinem regionis reducatur, index primò ostendet stellæ declinationem, in parallelo cui incumbet. Secundo indicabit circulum horarium cometæ, seu quantum distet à meridie, quæ distantia addita ascensioni

recte

rectæ gradûs eclypticæ, qui mediat, si cometa inuenitur in hemisphærio orientali, vel detracta, si in occidentali, habebitur cometæ ascensio recta; & consequenter, eius latitudo, & longitudo. si scire cupias quot gradus habeat cauda cometæ, eadem operatio circa eam repetatur.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Quantitatem angulorum eclypticæ, cum meridiano, aut circulis horariis.

Suppono primò ex sphæricis duos circulos maximos, se intersecantes quatuor angulos efficere, quorum duo oppositi ad verticem æquales sunt; duo vicini æquales duobus rectis, quare vnò ex his angulis cognitò, facile cæteri innotescunt.

Suppono secundò eclypticam ab initio capricorni, ad initium cancri angulum acutum comprehendere cum meridiano ex parte septentrionali orientali, & ab initio cancri ad initium capricorni, ex parte occidentali septentrionali. quando vero initium cancri, aut capricorni subiacet meridiano, tunc eclypticam esse ad meridianum rectam. quod autem de circulo meridiano demonstrabitur, de omnibus circulis horariis intelligatur. sit ergo propositus nonus gradus tauri: sciendum primo quantum hic gradus distat ab æquinoctio, inuenio distare gradibus 39. numera in circulo polari, incipiendo à meridiano gradus 39. Et huic gradui trigesimo applicetur regula quæ in meridiano ostendet gradus 71, cum 10 minutis, talis est angulus acutus, quem facit eclyptica cum meridiano, nonò gradu tauri meridianum attingente.

Secundus modus proponatur septimus gradus cum min. 40. cancri, qui distat, ab æquinoctio autumnali gradibus 81. 40. min. hi gradus numerentur in regula incipiendo à centro, versus peripheriam, huic puncto admoueatur apex brachioli. quærenda est ascensio recta illius puncti, quam inuenio graduum 81 hæc ascensio numeretur ab æquinoctiali versus polos, sumendo parallelos pro circulis ascensionum rectarum, moueatur regula donec gradus in eâ notatus occupet parallelum 81. eademque regula in limbo notabit gr. 86. min. 20. meridianum occupante 7 cancri.

Tertius modus proponatur nonus gradus tauri, cuius declinatio est graduum 14. min. 30 numera in regula ab extremitate ad centrum grad. 14. min. 30. deinde numera à polo versus æquatorem in parallelis grad. $23\frac{1}{2}$. pro maxima eclypticæ declinatione, denique moueatur regula, donec gradus in ea notatus, occupet parallelum gradibus $23\frac{1}{2}$. à polo distantem, seu polarem circularem, & regula ostendet in meridiano gradus 71. min. 10.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Quis gradus eclypticæ quolibet tempore oriatur.

Primò quæratur vt supra gradus medians, & (*per præcedentem*) angulus quem facit eclyptica, cum meridiano, huius gradus mediantis altitudo supra horizontem facile innotescit. numera à polo versus æquatorem gradus eleuationis prædicti gradûs mediantis, in meridiano, huic puncto applicetur regula horizontalis, tum in æquatore, ab extremitate ad centrum, numera gradus anguli, quem facit eclyptica cum meridiano, nota communem intersectionem regulæ, & circuli horarij, per hunc æquatoris gradum, nam gradus illius circuli horarij, à regula horizontali, ad polum sunt distantia gradus mediantis, ad gradum eclypticæ viciniorem, qui in horizonte inuenitur. nam sciendum est circulum meridianum, non secare bifariam, medietatem eclypticæ, extantem supra horizontem. si aliquis gradus interceptus inter primum gradum capricorni, & primum gradum cancri medier, gradus eclypticæ occidens vicinior erit, at vero si aliquis gradus, interceptus inter primum gradum cancri, & primum gradum capricorni, medier. gradus eclypticæ oriens vicinior erit. sit verbi gratia in latit. grad. 40, nonus gradus Leonis in meridiano, cuius altitudo meridiana graduum 68. angulus meridiani, & eclypticæ 74. 40. numerando à polo versus æquatorem gradus 68, & ibi applicatâ regulâ, & in æquatore incipiendo ab extremitate versus centrum, numero gradus 74. 40. & sequor circulum horarium transeuntem, per hunc gradum, donec secet regulam, ab eo puncto intersectionis vsque ad polum sunt gradus 83. 30. quare nonô gradu æquatoris, mediante ad gradum orientem erunt grad 83. 30. eritque horoscopus gradus secundus cum dimidio scorpij. & gradus occidens erit 2 gradus tauri cum dimidio.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

De 12 domiciliis cœlestibus.

Sicut solem in diuersis zodiaci locis, non solum in ordine, ad calorem, & frigus, sed etiam ad alios effectus asserunt astrologi; ita etiam in diuersis cœli partibus, cum nostro meridiano, & horizonte comparatis, diuersimode operari voluerunt, ideoque cœlum in 12 domicilia diuiserunt, quæ diuisio multiplex est si Campani rationem sequamur, diuidentis primarium verticalem in 12 partes æquales, per quas ducti circulos conuenientes in communi sectione meridiani, & horizontis; facile sciemus in quanam domo cœlesti, quâlibet hora sol inueniatur. nam inuentô solis locô in Astrolabio, regulâ ad latitudinem regionis collocata, apex brachioli admoueatur, locô solis, tum firmatô brachiolô; regula, ad polum vtrumque transferatur, & index ostendet in circulis horariis, tunc pro circulis domorum cœlestium assumptis domum cœlestem. quia tunc ani-

maduerti potest quam habitudinem habet apex respectu regulæ. in circulis domorum cœlestium.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Quantus sit angulus eclypticæ cum horizonte & de eleuatione supra horizontem gradûs nonagesimi.

Primò ad datam horam sciatur eleuatio solis supra horizontem (*per* 39. *huius*) quæratur item punctum medians, & eius distantia à viciniori horizonte. (*per* 43) cognoscatur item eleuatio supra horizontem gradûs mediantis, numera in horizontali regul , à centro versus limbum, distantiam puncti mediantis à viciniori horizonte, ibique admotò indice,vertatur regula; donec ille apex attingat parallelum eleuationis, gradûs mediantis, regula in limbo notabit, angulum eclypticæ cum horizonte, seu eleuationem gradûs nonagesimi eclypticæ, incipiendo ab horizonte.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Angulum eclypticæ cum verticali.

In hoc angulo inueniendo, posita est ferè,tota difficultas eclypsium solarium, quod tamen facile erit per astrolabium. (*per præcedentem*) cognoscatur angulus eclypticæ, cum horizonte, seu eleuatio gradus nonagesimi, ponamus nonagesimum eleuatum esse gradibus 44.min. 15. proponaturque sol eodem tempore existere in septimo Virginis, & eleuari supra horizontem 44. sumantur complementa, nempe complementum eleuationis nonagesimi erit gr.45. min.45. & altitudinis septimi gradus virginis erit 46. maior numerus, seu 44 numeretur in regula horizontali à centro, versus extremitatem, vertaturque regula donec hic regulæ gradus incidat in parallelum 45.15. tunc regula in limbo ostendet dictum angulum 84.

Demonstratio harum praxium eadem est, ac solutio triangulorum sphæricorum de qua infra adhuc agemus.

PROPOSITIO XLVII.

Quanta sit Lunæ parallaxis in verticali.

Non explico quid sit parallaxis; sed solum volo vt cognitâ parallaxi horizontali, parallaxes in verticali, secundùm varios eleuationis gradus determinemus. hæc parallaxis horizontalis in luna non est, semper eadem, sed aliquando est minutorum 66; aliquando tantùm 56. ponamus cognitam esse parallaxin horizontalem graduum 61. numero in æquinoctiali gradus 61, sumendo nempe scrupula pro gradibus; incipiendo ab extremitate versus centrum, sequor circulum horarium,per hunc æquinoctialis gradum transeuntem, & interuallum inter hanc intersectionem & meridianum in eo parallelo sumptum, & in æquinoctialem translatum ab extremitate; procedendo versus centrum, dabit min. 42. sumendo gradus pro minutis.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Cognitâ lunæ parallaxi in verticali, eiusdem parallaxin in longitudinem, & latitudinem definire.

Primò cognoscatur angulus eclypticæ cum verticali, & regula cum æquinoctiali æqualem angulum faciat, numeratis scilicet in meridiano gradibus, tali angulo competentibus, in regulâ hunc situm obtinente, numera à centro ad circumferentiam latitudinem lunæ in verticali,sumptis scilicet gradibus, pro minutis, formabitur triangulum parallacticum in quô regula verticalem repræsentat, æquator eclypticam, circulus horarius, qui ad æquatorem rectus est, circulum longitudinis ad eclypticam pariter rectum; vnde gradus eclypticæ à centro ad circulum horarium per gradum vltimum parallaxis in verticali in regula numeratæ transeuntem, est parallaxis in longitudinem, gradus ipsius circuli horarij inter æquatorem & regulam intercepti, quos parallelus indicat, sunt parallaxis in latitudinem.

Demonstratio pendet ex similitudine triangulorum. quia tamen est aliqua dissimilitudo eò quòd, pro minutis sumpti sunt gradus, ideo pro decem minutis sumatur vnus gradus.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Datâ longitudine, & latitudine duarum stellarum, earumdem inter se distantiam definire.

Sit verbi gratiâ, proposita cauda Leonis cuius longitudo 163 graduum; & min. 27 ab ariete, latitudo borealis grad. 11. min. 50; & arcturus cuius longitudo grad. 197, min 57. latitudo borealis grad. 31. min. 30. aufer maiorem longitudinem a minori, restabitque differentia longitudinum 32 grad. min. 30. sumatur æquator pro eclyptica, meridianus circulus pro circulo longitudinis caudæ leonis, in quo numerabis eius latitudinem grad. 11. min. 50. huic gradui regulam admoue numeratisque in æquinoctiali gradibus 32. 30. pro differentia longitudinum, occurret circulus qui erit circulus longitudinis arcturi, in quo numerabis, eadem boreali parte, latitudinem arcturi grad. 31.30. huic gradui admoue apicem brachioli. firmatoque brachiolo, regula transferatur ad polum. apex incidet in aliquem circulum horarium: cuius gradûs inter apicem, & polum intercepti quos denotat parallelus, exhibent distantiam vnius stellæ ab alia.

Demonstr. certum est gradum in meridiano notatum, esse locum caudæ Leonis. intelligatur per illud punctum & locum arcturi,in circulo horario pariter inuentum, describi circulus maximus, gradus illius circuli intercepti sunt distantia vtriusque stellæ,admotò autem ad locum arcturi indice, & translata regula ad polum, cum index eundem

eandem semper situm obtineat cum regula, invenitur aliquis circulos, per apicem, & per extremum regulæ ductus. in quo numeratis gradibus interceptis habetur distantia.

COROLLARIVM I.

Datâ Ascensione, & declinatione duarum stellarum earundem distantiam, eôdem prorsus modô habebimus.

COROLLARIVM II.

Pariter datis verticalibus duarum stellarum, & earumdem altitudine, pariter distantiam habebimus.

COROLLARIVM III.

Cognitâ longitudine, & latitudine duarum vrbium, earum distantiam habebimus.

PROPOSITIO L.

Problema.

Cognitâ longitudine, & latitudine alicuius stellæ, & latitudine alterius, vnà cum distantia, illius longitudinem inuenire.

Hæc est superioris conversa, perficitúrque per attenuationem. Sit longitudo caudæ Leonis gr. 165. latit. borealis gr. 11. 50. arcturi latitudo grad. 31. 30. distantia inter vtrámque graduum 41. applicetur regula polo, & index in aliquo circulo horario æstimato, tantum à polo removeatur quanta est distantia graduum 41. tum numeratâ in meridiano latitudine caudæ Leonis, quæ erat grad. 11. 50. transferatur regula, ad eum latitudinis gradum. Si apex incidit in parallelum latitudinis arcturi nempe grad. 30. 31. bene quidem, sin minus repetatur operatio, assumptô aliô atque aliô circulô horariô, donec id accidat: tunc enim index notabit differentiam longitudinum in circulis horariis.nam distantia circuli horarij, cui apex insistet, à meridiano, erit differentia longitudinum.

Eadem demonstratio quæ supra est proposita, hic etiam valet.

COROLLARIVM I.

Cognitâ ascensione rectâ, & declinatione vnius stellæ, & alterius declinatione, vnà cum distantia, habebitur differentia ascensionum rectarum.

COROLLARIVM II.

Cognitô verticali, & elevatione vnius stellæ, & elevatione alterius, vnà cum distantia, habebitur differentia verticalium.

PROPOSITIO LI.

Problema.

De Angulo positionis.

Angulus positionis vnius loci respectu alterius, est angulus quem facit circulus maximus per duo loca transiens, cum meridiano vnius. quem facile invenies per superiorem praxin. dum enim assumitur meridianus pro meridiano vnius vrbis, in quo eius latitudo notatur. Et differentia longitudinis in æquatore numerata, exhibet meridianum alterius, in quo sumitur latitudo alterius, ad quam extenditur apex, translatâ regula ad polum index ostendet angulum positionis, licebit enim notare quantum meridianus cui insistit regula, distat à meridiano. seu quem angulum cum meridiano comprehendit.

PROPOSITIO LII.

Problema.

An tria loca in cælo, aut tres vrbes in terra sint in eodem circulo maximo.

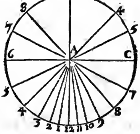
Quæratur primæ vrbis, cum secunda angulus positionis, seu angulus quem circulus maximus per vtramque vrbem ductus, cum meridiano primæ comprehendit, quæratur item angulus quem circulus maximus per primam & tertiam ductus, cum meridiano primæ comprehendit. Si illi anguli æquales sunt, tres vrbes sunt in circulo maximo, sin minus non erunt.

Idem pro stellis dicito. Item inventis tribus locis solis, experiri poteris, an Eclyptica sit maximus circulus.

PROPOSITIO LIII.

Ratio conficiendi horologij horizontalis.

Regula horizontalis ad elevationem poli transferatur. nota quos gradus regulæ singuli circuli horarij secent, animadvertes, circulum horæ primæ secare regulam horizontalem, in gradu verbi gratia vndecimo, cum dimidio: quare hora prima cum linea meridiana comprehendet angulum vndecim graduum cum dimidio. horarius secundæ horæ secat regulam in gradu 24. à meridiano, quare linea meridiana cum circulo horæ secundæ



comprehendet angulum graduum 24. & ita de cæteris. quare si lineam A 12, pro meridiana assumas, & punctum A in ea, ex qua circulum facies, tum hinc inde abscindas arcus 12 11 graduum 11 $\frac{1}{2}$ 12,10 graduum 24. & ita de cæteris, provt in regula notatum fuerit absolutum erit horologium horizontale, in quo stylus seu axis, in puncto A infixus, angulum elevationis poli comprehendit.

Demonstratio. Pendet ex iis quæ diximus in Gnomonicâ; nempe commones sectiones, horariorum circulorum, & plani horologij, seu lineas horarias angulos æquales comprehendere, iis quos efficiunt, in plano circuli maximi cui planum horologij, parallelum est. vt in horologio horizontali si ad communes sectiones regulæ horizontalis, quæ horizontem repræsentat, & circulorum horariorum, intelligerentur ad centrum Sphæræ duci lineæ rectæ, illæ erunt communes sectiones horizontis, & circulorum horariorum, (nam omnis circulus maximus per centrum Sphæræ transit) quare tales anguli benè in regula horizontali notantur, súntque ij quos in horologium horizontale transtulimus.

PROPOSITIO LIV.

Problema.

Horologium in plano verticalis primarij perficere.

Sit describendum horologium in plano parallelo verticali primario. quæratur verticalis primarius in Astrolabio, numerando ab æquatore sursum versus elevationem poli, & inferiores Zenith. (diximus enim sæpe latitudinem Regionis æqualem esse, elevationi poli) ad hoc punctum adducatur linea horizontalis, quæ in hoc situ, verticalem primarium repræsentabit. animadverte sicut priùs quibus in gradibus regula horizontalis, ita collocata secetur à circulis horariis, incipiendo semper numerationem à circulo meridiano. verbi gratia in elevatione graduum 51. animadvertes circulum horæ primæ, & vndecimæ secare regulam, in gradu nono cum 33. min. circulum horæ decimæ secare regulam in gr. 19. cum min. 53. & ita de cæteris, quare assumpta lineâ verticali pro meridiana, factóque ex ea circulò, assumptísque hinc inde arcubus graduum 9. 33. pro horis vndecimâ, & primâ; arcubus grad. 19. min. 53. pro horis secundâ, & decima; & ita de reliquis habebis horologium, in plano verticalis primarij descriptum; stylus seu axis, in plano meridiano excitabitur in centro, angulúmque comprehendet æqualem, complemento elevationis poli.

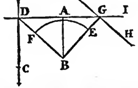
Demonstratio. Eadem adhiberi potest.

PROPOSITIO LV.

Problema.

Declinationem muri habere.

Declinatio muri, nihil est aliud, quam angulus quem facit murus cum verticali primario. cum enim murus quilibet verticalis sit, necessario parallelus est alicui circulo verticali. cum ergo circuli verticales, per habitudinem, ad verticalem primarium indicentur, muri etiam per eandem habitudinem denotari debent. notandum item quemlibet murum duas habere facies, meridionalem vnam, alteram Septentrionalem. in prima si construendum sit horologium, centrum illius, seu polus in superiori parte hoc est supra stylum, si vero in Septentrionali, polus Gnomonicus inferiorem eius partem occupabit. Sit ergo murus aliquis, in cuius puncto A. infigatur stylus AB, quocúmque tempore observetur vmbra; ponamus



matutinum esse tempus. ponamúsque vmbram esse in C., per pedem styli ducatur linea horizontalis AD, sitque A B; ad illam perpendicularis æqualis stylo. ducatur per extremitatem vmbræ, perpendiculo linea DC, coniungatúrque linea BD eódem tempore, quô observata est vmbra C, observetur Astrolabiô elevatio solis supra horizontem, & (*per 40. huius*) verticalis in quo sol versatur. ponamus, solem tunc versari in verticali vigesimo, atque adeo, vsque ad meridiem restare gradus 70. ex punctô B, intervallô quocúmque describatur circulus FE, in quo arcus FE, sit graduum septuaginta, ducatúrque linea BEG, ad lineam BG, ducatur perpendicularis GH. dico angulum IGH, esse angulum comprehensum à muro cum verticali primario; angulum AGB, esse angulum comprehensum à muro, cum meridiano.

Demonstratio. Ostendimus in Gnomonicâ, omnes circulos verticales duci per lineas verticales, in planis verticalibus; quare punctum D, est punctum in quo verticalis solis, secat horizontem; intelligatur planum trianguli DBG, ita excitari, vt sit in plano horizontali; cum ergo angulus DBG sit grad. 70. erit linea B G, meridiana in plano horizontali, ad quam cum G H, sit perpendicularis, erit GH, verticalis primarius in plano horizontali, & consequenter H G I, angulus quem facit, cum linea horizontali G I, quæ est communis sectio, muri cum plano horizontali. quare si declinatio muri, sumatur pro angulo, quem efficit murus, cum verticali primario, erit angulus HGI, aut ABG illi æqualis.

Si verò declinatio sumatur. pro distantia verticalis, cui murus parallelus est cum meridiano, erit angulus AGB; nam BG, est meridiana linea in plano horizontali, vt ostendemus in Gnomonica.

PROPOSITIO LVI.

Problema.

Horologium quodlibet verticale declinans per Astrolabium describere.

(*Per præcedentem*) quæratur verticalis cui murus parallelus est, ponamus in exemplo superiori esse verticalem, vt vocant 330. seu distantem à primario gradibus 30. ab oriente versus Septentrionem, & esse eius faciem meridionalem. describendus esset ille verticalis in Astrolabio; notandúmque, in quibus punctis, à circulis horariis secetur; ne tamen fiat confusio, ne ducatur ille verticalis; sed regulâ horizontali, secundùm elevationem

elevationem poli dispositâ, extendatur apex brachioli ad locum æstimatum in circulo horæ vndecimæ, firmatoque brachiolo transferatur regula, ad æquinoctialem, & siquidem apex incubuerit, verticali 330 benè quidem, sin minùs repetatur operatio, donec regulâ horizontali, secundum elevationem poli dispositâ, apex attingat circulum horæ vndecimæ; & eâ translatâ ad æquinoctialem, idem apex, ostendat parallelum 330. & videbuntur anguli intercepti in hoc verticali, inter Zenith, & punctum ab apice indicatum. Idem præstabis, circa 10. nonam, octavam cæterásque horas. in quo illud notandum est, si verticalis 330. intelligatur produci vltra Zenith in parte occidentali, fiet verticalis 150. nempe à meridiano gradibus sexaginta declinans ad occidentem, quare pro horis pomeridianis, operandum est circa verticalem centesimum quinquagesimum. quærendus item est quantùm polus supra prædictum verticalem elevetur; hoc est primo ex polo ad eum ducendus eiler circulus horarius, perpendicularis, qui ex Theodosio, per polus eius transiret; assumatur igitur illius verticalis ea pars quæ polo conspicuo propior est; vt in hoc exemplo verticalis 330. & ab eo puncto in linea horizontali numerentur 90 gradus, ille erit polus tális verticalis, nam omnium verticalium polus est in horizonte. constituatur regula secundum elevationem poli tuæ Regionis, videatúrque quis horarius circulus, per polum circuli verticalis transeat, extensóque vt priùs indice, ad aliquod eius punctum æstimatum, donec translatâ ad æquatorem regulâ, apex in verticali 330 consistat, gradus verticalis inter meridianum, & apicem intercepti ostendent angulum quem facit, linea substylaris, cum meridiana; reductáque regulâ secundum elevationem, gradus meridiani intercepti, inter polum & apicem, ostendent quantum polus elevetur, supra planum huius horologij, seu quem angulum comprehendat axis, cum linea substylari. quibus peractis, ducatur in muro linea quæcúmque verticalis quæ sit linea meridiana, assumatur vt libuerit polus, ex quo, intervalló quocúmque describatur arcus, in quo accipies primó ex parte sinistra arcum æqualem angulo, quem facit circulus horæ vndecimæ cum meridiana, deinde arcum æqualem angulo, quem comprehendit circulus horæ decimæ, cum meridiana, & ita de cæteris circulis horariis, ex alia parte ponantur horæ pomeridianæ. ducatur item linea substylaris, cum linea meridiana angulum faciens, æqualem illi, quem in prædicto parallelo efficit circulus horarius transiens, per polum parallcli, axis autem cum linea substylari angulum inventum facit. atque Ita perfectum erit horologium.

Notandum quod si in facie Septentrionali eiusdem muri perficiendum esset horologium, tunc stylus aliter statuendus esset, nempe infigendus, ita tamen, vt ascenderet versus polum.

Multi sunt casus in perficiendis huiusmodi horologiis quos omnes persequi nimis longum foret.

Demonstrat. Huius problematis, pendet ex iis, quæ in Gnomonica ostendemus lineas horarias, in quocúmque plano, æquales angulos efficere, iis qui in circulo ipsi parallelo fiunt. eò quòd planum, in alia duo sibi invicem parallela incidens, sectiones parallelas habeat (*per 16. vndecimi.*)

RESOLVTIO TRIANGVLOrum Sphæricorum per Astrolabium vniversale.

PROPOSITIO LVII.

In triangulo Spharico rectangulo, Datâ basi, & angulô vnô reliqua cognoscere.

Sit triangulum ABC rectangulum in C, In quo datur basis A B grad. 60. angulus A graduum $23\frac{1}{2}$. quærantur primo latera BC, A C. sit verbi gratiâ AB Eclyptica, AC æquinoctialis, BC circu-



lus horarius, quæritur AC, ascensio recta à proximo æquinoctio A, & arcus BC declinatio puncti B, ab æquinoctiali A C. numera in meridiano sursum versus arcum graduum $23\frac{1}{2}$. æqualem nempe angulo A, & ad eum gradum transferatur regula horizontalis, quæ referet Eclypticam. numera in ea, à centro procedendo versus limbum; & habebis in parallelo transeunte per hunc regulæ gradum, declinationem BC grad. 20. circulus horarius per idem punctum transiens, secat in æquinoctiali gradum $57\frac{3}{4}$. incipiendo à centro, quare erit latus AC graduum $57\frac{3}{4}$.

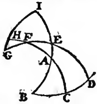
Demonstratio. Triangulum ABC, est omnino simile illi, quod fit in Astrolabio, nam angulus qui fit ab Eclyptica, & æquinoctiali est graduum $23\frac{1}{2}$. arcus A est æqualis illi, qui assumitur in Eclypticâ, circuli horarij recti sunt ad æquatorem, sicut arcus BC, rectus est ad AC; ergo cætera sunt æqualia. (*per 4. Trigonometriæ*) ergo latera BC, AC, trianguli ABC, æqualia sunt lateribus trianguli in Astrolabio facti.

Restat angulus B, cuius quantitas non apparet in Astrolabio, hunc ita habebis. immota manente regula, inveni in Astrolabio, circulum horarium sexagesimum, qui scilicet cum meridiano angulum efficiat graduum 60. in eo arcus interceptus, inter polum, & regulam horizontalem, nempe in hoc casu arcus graduum $77\frac{1}{2}$. erit quantitas anguli B, & reliquum regulæ vsque ad limbum erit rursus arcus AC $57\frac{3}{4}$.

Demonstratio. Sit triangulum A B C, vt supra perficiantur quadrantes BCD, BAE, & ex D, vt poló ducatur circulus DEG, cùm ergo tàm arcus B E, quam D F, transeant per polum B, circuli DEG; erunt (*ex Theod.*) ad ipsum recti, erunt igitur anguli D, & E recti, quia autem angulus C supponitur rectus, arcus C F, transit per polum circuli BD, sicut & arcus DF; quare F. erit polus circuli B D, & FD, F C, quadrantes erunt. rursus perficiantur quadrantes A I, AH, & ex A,

vt

vt polô describatur arcus G I. eritque tam angulus I, quàm H rectus, & pariter ostendam arcus GI, GE quadrantes esse. cum ergo tàm FD, quàm



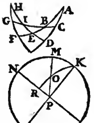
GE quadrantes sint, ablatô communi F E, erunt arcus GF, ED æquales; sed F D, est mensura anguli B, igitur G F eiusdem mensura erit. pariter quia BE, A I quadrantes sunt, ablató communi AE, erunt AB, IE æquales; sed AB est grad. 60. igitur I E, mensura anguli G, erit graduum 60. HG, est complementum arcûs HI, seu anguli A. ostendam pariter FH, æqualem esse arcui AC. in Astrolabio autem fecimus triangulum simile triangulo GHF. nam primò regula cum meridiano angulum rectum facit, arcus meridiani inter regulam, & polum æqualis est, complemento anguli A grad. 23 $\frac{1}{2}$. & H G, angulus circuli horarij cum meridiano est graduum 60. sicut angulus G; quare (*per 4. Trigonometriæ*) cætera æqualia erunt. eritque arcus circuli horarij inter regulam, & polum interceptus, æqualis arcui G F, mensuræ anguli B. & reliquum regulæ vsque ad meridianum æquale arcui A C. quod erat ostendendum.

Hæc sine Trigonometria intelligi non possunt; sicut neque sine Astrolabio sua regula cæterisque partibus instructo.

Eundem Angulum B, per conversionem aliô modô inveniemus, sumatur pariter circulus horarius, cum meridiano angulum faciens graduum 60. in quo sumes à polo versus æquatorem, gradus 23 $\frac{1}{2}$. qualis est angulus A. huic puncto, admove regulam, hæc in limbo ostendet in meridiano ab æquatore sursum versus reliquum angulum B 77 $\frac{1}{4}$. & gradus regulæ inter meridianum, & punctum illud priùs notatum ostendunt latus AC graduum 20 $\frac{1}{5}$. pariter in regula sic quiescente numera à centrô gradûs 60. arcus circuli horarij, inter hunc gradum 60. & æquatorem interceptus latus AC grad. 57 $\frac{1}{4}$. & angulus comprehensus inter circulum horæ sextæ, & hunc circulum horarium erit rursus latus BC.

Demonstratio. Sit triangulum A B C vt supra, perficiantúrque quadrantes vt supra, erit GF, mensura anguli B, & G H eius complementum, erit FE mensura anguli H graduum 60. cum sit æqualis lateri A B, erit G I, æqualis lateri B C, & IH, æqualis arcui ED, seu angulo A. Sit in Astrolabio, in quo polus K, circulus horarius K O, cum meridiano M K, angulum faciens graduum 60. qualis est H, sitque arcus KO, æqualis arcui HI graduum 23 $\frac{1}{2}$. angulus in M, sicut angulus G rectus est, igitur cætera sunt æqualia. eritque arcus MK, æqualis arcui G K, complemento anguli B, quare arcus M N erit angulus B, linea OM, æqualis arcui GI seu BC graduum 20 $\frac{1}{5}$.

Pariter in regulâ sic quiescente, ponamus numeratos esse à centro gradus 60. sitque PO. cum angulus N P M, æqualis sit angulo B, & P O æqualis lineæ AB, & angulus R rectus, reliqua æqualia erunt, quare R O, æqualis erit arcui B C, & RP, æqualis erit arcui AC. quod erat demonstrandum.



Terrió modô idem perficiemus. Assumatur circulus horarius, cum meridiano angulum faciens, graduum 23 $\frac{1}{2}$. in quô numerabis à polo deorsum gradus 60. huic puncto regulam admove, partes regulæ, inter meridianum & hoc punctum interceptæ, exhibent latus BC, oppositum angulo dato, nempe latus BC erit grad. 20 $\frac{1}{5}$. arcus meridiani inter regulam, & polum intercepti exhibent latus AC 57 $\frac{1}{4}$. In regula sic immotâ, à centro numera gradus 23 $\frac{1}{2}$. & arcus meridiani O per finem numerationis transeuntis, inter polum, & regulam intercepti dant alterū angulum B gr. 77 $\frac{1}{4}$. & angulus quem facit circulus horarius cum circulo horæ sextæ rursus dabit latus B C grad. 20 $\frac{1}{5}$.

Demon. Sit in priori figura angulus MKO grad. 23 $\frac{1}{2}$, & arcus KO graduum 60. per punctum O, traducatur regula horizontalis POM, cum angulus M rectus sit, erit sicut priùs triangulum OMK simile triangulo ABC, quare OM, æqualis erit arcui BC, & MK, æqualis arcui AC. & reliquum NM æqualis arcui CD.

Pariter in regula sic quiescente, à centro numera gradus 23 $\frac{1}{2}$. sicut HI est graduum 23 $\frac{1}{2}$, eò quod æqualis sit arcui E D, mensuræ anguli A. cum angulus RPO, æqualis sit angulo GIH, seu opposito DIC, cuius mensura AC est, erit triangulum RPO, simile triangulo G H I. quare R O, æqualis erit arcui G H, cuius complemento G F, seu mensuræ anguli B, æqualis erit OK, complementum ipsius RO, & RP, seu angulus RKP, æqualis erit arcui G I, aut B C 20 $\frac{1}{5}$. quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LVIII.

Theorema.

In triangulo rectangulo, datâ basi & latere alterutro, reliquum latus, & angulos cognoscere.

Sit triangulum ABC, rectangulum in C, cuius cognita sit basis A B grad. 60. & latus B C graduum 20 $\frac{1}{5}$.

In regula numera à centro, gradus 60. eámque move donec finis numerationis incidat in parallelum 20 $\frac{1}{5}$. tunc regula cum æquatore comprehendet angulum A 23 $\frac{1}{2}$. & gradus æquatoris inter

et meridianum, & centrum astrolabij intercepti dant aliud latus AC, $57\frac{1}{4}$.



Demonstratio. in penultima figura, P O sit graduum 60, itaque mouetur regula donec RO; sit graduum $10\frac{1}{2}$. quare triangulum ROP simile est, triangulo ABC, reliqua sunt æqualia. nempe AC, & RP, seu angulus RKP. item anguli A, & NPM.

Ad habenda reliqua. immotâ manente regulâ; circulus horarius KR, cum meridiano angulum comprehendat NK & graduum 60 arcus O M; erit rursus æqualis arcui AC & latus KO, erit æquale angulo B graduum $77\frac{1}{4}$.

Demonstratio in figurâ secundâ præcedentis triangulum G H F æquale est triangulo OMK, nam angulus G æqualis est angulo N K O graduum 60. MK est complementum anguli A sicut GF; angulus H rectus est, sicut angulus M. ergo reliqua sunt æqualia, etiique O M æquale arcui FH, hoc est A C, graduum $57\frac{1}{4}$ & O K æqualis arcui G F, seu E D mensuræ anguli B; $77\frac{1}{4}$.

Idem habebis aliô modô. sit circulus horarius KR cum meridiano angulum faciens grad 60. vt est basis AB, & in regula horizontali ab extremitate versus centrum, arcus M O, gr. $10\frac{1}{2}$. vt est latus BC, moueatur regula donec incidat in meridianum; erit arcus N M æqualis angulo B, gr. $77\frac{1}{4}$. eritque OK graduum $23\frac{1}{2}$. sicut angulus A.

Demonstratio in antepenultimâ figura, triangulum G H I, habet angulum H graduum 60, cum mensura eius sit FE, æqualis arcui AB; igitur angulus H æqualis est angulo M K O item arcus G I, æqualis est arcui AB, cui factum est æquale latus OM. anguli M,& G recti sunt; igitur similia sunt rectangula GHI, OMK, quare M K æqualis erit arcui G H, complemento scilicet arcus G F, mensuræ anguli B, quare arcus M N æqualis erit mensuræ anguli B. & arcus OK æqualis erit arcui HI aut ED mensuræ anguli A.

In regula ita quiescente, numera à centro arcum PO, æqualem basi AC grad. 60. eritque RO, æqualis lateri A C $57\frac{1}{4}$. nam cum in triangulo PRO, angulus RPO, sit iam ostensus æqualis angulo B, & basis OP æqualis sit, basi A B, & anguli P, & M recti, reliqua erunt æqualia.

TERTIVS MODVS.

Numera in regula ab extremitate M, ad centrum, arcum MO, graduum $10\frac{1}{2}$. vt est latus BC, moue regulam donec regula incidat in parallelum sexagesimum à polo, hoc est sit arcus KO graduum 60. eritque angulus MKO, seu arcus NR, æqualis angulo A grad. $23\frac{1}{2}$, & latus MK erit, æquale lateri AC. $57\frac{1}{4}$.

Demonstr triangulum MKO habet latus MO, æquale lateri BC, & basin KO æqualem basi AB 60. graduum, anguli M & C recti sunt, igitur reliqua sunt æqualia, eritque angulus M K O; æqualis angulo A, sicut latus MK æqualis, lateri AC $57\frac{1}{4}$. & NM eius complemento CD.

Regulâ sic immotâ, sit circulus horarius KO, angulum cum circulo horæ sextæ comprehendens æqualem lateri BC grad $10\frac{1}{2}$, hoc est sit PR gr. $10\frac{1}{2}$. eritque arcus P O gr. $23\frac{1}{2}$, sicut angulus A uppositus,& arcus OK erit gr. $77\frac{1}{4}$. æqualis alteri angulo B & OR angulo A.

Demonstr. triangulum ROP, simile est triangulo G H I antepenultimæ figur. nam anguli RPO, GIH æquales sunt, cum angulus RPO æqualis ostensus sit, lateri DC; mensuræ anguli DIC aut GIH item latus RO, æquale supponitur lateri BC,seu GI,quare reliqua æqualia erunt; vnde arcus GH æqualis erit arcui RO, & consequenter complementum OK æquale erit complemento GF,mensuræ anguli B. denique arcus OR; æqualis erit;arcui HI, aut ED mensuræ anguli A.

PROPOSITIO LIX.

Problema.

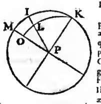
In triangulo rectangulo cognitô latere cum angulo adiacente reliqua cognoscere.

Sit triangulum rectangulum in puncto C. cuius cognoscatur angulus A, & latus adiacens AC $57\frac{1}{4}$. reliqua quæruntur.



Regula horizontalis cum æquatore angulum datum gr. $23\frac{1}{2}$. comprehendat; numerentur in æquatore gr. $57\frac{1}{4}$.meridianus per illud punctum transiens abscindet, in regula horizontali gradus 60, quare basis AB erit graduum 60. gradus eiusdem meridiani, inter æquatorem, & regulam intercepti, nempe $10\frac{1}{2}$. exhibent latus BC,sit enim in astrolabio triangulum,omnino simile, triangulo ABC.

Restat angulus B, quare vt prius in regula, ita dispositâ numera, arcum IL æqualem lateri dato AC gr. $57\frac{1}{4}$; eritque LK, æqualis angulo quæsito B.nempe $77\frac{1}{4}$, & angulus IKL erit 60 graduum æqualis basi AC.



Demonstratio arcus I M est graduum $23\frac{1}{2}$. & IK eius complementum; I L est æqualis lateri A C, quare in figurâ 12 prop.17. triangulum GFH simile est,triangulo ILK. nam latus FH, æquale est lateri IL, cum vtrumque æquale sit lateri A C. latera IK, & HG, cum sint complementa anguli A grad. $23\frac{1}{2}$. sunt etiam æqualia, anguli I & H recti sunt, quare triangula sunt similia,

eritque

eritque basis GF, æqualis basi LK, sed GF,& ED mensura anguli B sunt æquales; quare L K erit æqualis angulo B, angulus item G æqualis angulo IKL, haber pro mensura arcum IE, seu AB.

SECVNDVS MODVS.

Numera in meridiano incipiendo à polo, arcum K I æqualem lateri A C dato, nempe graduum 57 $\frac{1}{4}$. puncto I admoueatur regula, sitque angulus I K L æqualis angulo A graduum 23 $\frac{1}{2}$, dico triangulum KIL, simile esse triangulo ABC, cum habeant angulos I, & C rectos; latera IK, AC æqualia; & angulos A, & I K L æquales: quare IL erit aliud latus graduum 20 $\frac{1}{2}$, & L K basis graduum 60.

Pro angulo B. In regulâ, sic immotâ numera arcum PL grad. 23, pro angulo A: eritque tunc, arcus LK, æqualis angulo B & latus PO, æquale lateri BC.

Demonstratio. In figurâ secundâ propositionis 57. triangulum GHI æquale est triangulo PLO. nam arcus P L æqualis angulo A, seu eius mensuræ ED, æqualis consequenter erit basi HI, anguli O, & G recti sunt, angulus GIH, seu DIC, cuius mensura DC, complementum lateris AC, æqualis est angulo OPL, quare cætera sunt æqualia eruntque OL, GH æquales, & eorum complementa GF seu angulus B, & LK æqualia.

TERTIVS MODVS.

Assumatur circulus horarius, cum circulo horæ sextæ angulum comprehendens æqualem lateri dato AC, hoc est sit angulus PKL graduum 51 $\frac{1}{4}$. & in eo arcus KL, æqualis angulo A grad. 23 $\frac{1}{2}$. admoueatur regula, ad punctum L. eritque arcus I K, æqualis lateri B C. 20. $\frac{1}{2}$. & PL æqualis angulo B. 77 $\frac{1}{4}$.

Demonstratio triangulum POL, simile est rectangulo GHF primæ figuræ prop. 57. nam OP seu angulus PKL, æqualis est lateri H F, quod est æquale lateri AC 57 $\frac{1}{4}$; OL æqualis est lateri GH, complemento mensuræ anguli A, seu arcus HI. quare cætera sunt æqualia, eruntque PL GF æquales; sed G F est æqualis arcui ED mensuræ anguli B; igitur P L erit mensura anguli B & angulus OPL seu arcus M I, æqualis angulo GFH, aut CFD, cuius mensura est CD, complementum lateris B C. quare I K erit æqualis lateri BC.

Rursus in regula sic dispositâ, numera latus AC, ab extremitate, hoc est sit arcus IL graduum 57 $\frac{1}{4}$, & rursus angulus IKL, seu latus OM, erit æquale angulo B 77 $\frac{1}{4}$, & arcus KL exhibebit basin AB graduum 60.

Demonstratio triangulum ILK, in tali dispositione omnino simile est triangulo ABC, nam IL supponitur æqualis lateri AC, IK lateri BC, anguli I, & C recti; sunt igitur reliqua æqualia, quare angulus IKL oppositus lateri IL, æqualis erit angulo B, opposito lateri AC, & LK, AB æquales erunt. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LX.

Problema.

In triangulo rectangulo, datô latere, & angulo opposito, cætera concludere.

In triangulo rectangulo in C, detur latus BC grad. 20 $\frac{1}{2}$, vnà cum angulo A, grad. 23 $\frac{1}{2}$; quærunturque cætera.

PRIMVS MODVS.

Regula horizontalis faciat cum æquatore an-



gulum M P I grad. 23 $\frac{1}{2}$, & sequere parallelum, distantem ab æquatore grad. 20 $\frac{1}{2}$. hoc est arcus OL, sit graduum 20 $\frac{1}{2}$, eritque arcus PL æqualis basi AC. graduum 60. OP erit aliud latus.

Demonstratio cum triangula ABC, OPL, habeant ex constructione, angulos rectos C, & O æquales, item angulos ABC, OPL æquales, & latera BC, OL, cætera æqualia erunt.

Rursus in regula ita dispositâ numera arcum IL, æqualem lateri AC, eritque arcus LK, æqualis angulo B. gr. 77 $\frac{1}{4}$.

Demonstr. in prima figura prop. 57. erit triangulum G H F, simile triangulo I L K, cum I L æqualis factus sit, lateri AC, seu FH & IK complementum sit, arcus MI, grad. 23 $\frac{1}{2}$, sicut GH.

SECVNDVS MODVS.

Numeretur in regula arcus I L, æqualis lateri BC, itaque moueatur, vt punctum L incidat in parallelum, distantem à polo gradibus 23 $\frac{1}{2}$: hoc est sit arcus KL graduum 23 $\frac{1}{2}$; eritque angulus IKL graduum 60. & arcus M I, æqualis erit angulo B, 77 $\frac{1}{4}$.



Demonstratio. In secunda fig. prop. 57. triangulum GHI simile est triangulo ILK, cum IL æqualis sit lateri BC, seu IG basis K L, æqualis sit angulo A, seu eius mensuræ E D, aut HI & anguli G & I sint recti. quare GH, complementum arcus GF, seu anguli B, æquale erit arcui IK. quare arcus IM, & angulus B æquales erunt.

Regulâ sic immotâ, sit angulus PKL, seu latus O P æquale lateri BC, 20 $\frac{1}{2}$, eritque arcus PL æqualis basi AB, graduum 60, & arcus OL æqualis lateri AC.

Demonstr. triangulum OLP, est simile triangulo ABC, cum angulus OPL, æqualis sit angulo B, & latera O P, B C facta sint æqualia & anguli O, & C sint recti.

TERTIVS MODVS.

Sit angulus IKL, æqualis angulo A, gr. 23 $\frac{1}{2}$. & arcus IL sit graduum 20 $\frac{1}{2}$. sicut latus BC, erit IK grad,

grad. 60 ficut bafis AB, & arcus IK æqualis erit lateri AC 57 $\frac{3}{4}$.

Demonftratio fit triangulum ILK, fimile triangulo ABC, vt patet.

Ia regula fic immota, fit P L æqualis angulo A 23 $\frac{1}{2}$; & arcus K L, exhibebit alium angulum B. & IK, latus AC. eritque MI complementum ipfius AC.

Demonftratio in fecunda figura prop. 57. fit triangulum GHF, fimile triangulo O P L, cum PL, æqualis facta fit angulo A, feu eius menfuræ ED, aut HI, & angulus OPL, feu arcus MI, æqualis fit angulo GIH, feu DIC, aut arcui DC; complemento lateris AC.

MODVS QVARTVS.

Fiat arcus IK æqualis lateri dato BC 20 $\frac{1}{3}$. & ad I transferatur regula, fitque arcus L K 23 $\frac{1}{2}$; ficut angulus A. eritque arcus P L æqualis alteri angulo B, & latus OP æqualis lateri AC.



Demonftratio fit triangulum OPL fimile triangulo GHF primæ figuræ prop. 57. nam cum LK, fit grad. 23 $\frac{1}{2}$. vt angulus A, aut HI eius menfura erunt OL; GH complementa æqualia. item cum IK fit æqualis lateri AC; complementum eius MI, feu angulus OPI, æqualis erit, arcui CD aut angulo GFH complemento lateris B C; quare reliqua erunt æqualia, & G F, feu E D menfura anguli B, æqualis erit bafi PL, & OP, lateri FH feu AC.

Regulâ ita difpofitâ, fit angulus IKL, æqualis angulo B inuento, eritque LK bafi AB, graduum 60 æqualis; ficut IL, lateri AC: cum fiat triangulum fimile triangulo ABC.

PROPOSITIO LXL

Problema.

Datis cruribus trianguli rectanguli cætera reperire.

Sit triangulum ABC, rectangulum in C, cuius cognofcantur latera B C grad. 20 $\frac{1}{3}$, & AC 57 $\frac{3}{4}$. cætera quæruntur.



Sit circulus horarius KL, faciens cum circulo horæ fextæ angulum, æqualem lateri A C, hoc eft fit OP graduum 57 $\frac{3}{4}$. in hoc meridiano, fumatur arcus O L, graduum 20 $\frac{1}{3}$, hoc eft fit æqualis lateri BC. huic puncto L applicetur regula. erit PL æqualis hypothenufæ AB, & angulus OPL, feu arcus MI æqualis angulo A.

Demonftratio fit triangulum, omnino fimile triangulo ABC.

Reftat angulus B cognofcendus. In regula ita quiefcente, fumatur latus IL æquale lateri AC. eritque angulus I K L æqualis bafi AC graduum 60 & arcus KL erit æqualis angulo B.

Demonftr. fit triangulum KIL fimile triangulo GHF. primæ figuræ prop. 57. in quo bafis GF, æqualis eft arcui ED menfuræ anguli B.

SECVNDVS MODVS.

Numera in circulo meridiano arcum IK, æqualem lateri A C. 57 $\frac{3}{4}$. in quo puncto I regulam ftatues, numera item in regula aliud latus B C, hoc eft fit arcus I L æquale lateri BC, fietque triangulum ILK fimile triangulo ABC, & angulus I K L erit æqualis angulo B quod fi vice verfa fiat latus IK æqualis lateri BC, & IL lateri A C, angulus IKL erit æqualis angulo B, & in vtroque cafu bafis, K L, æqualis erit bafi AC graduum 60.

Vel regula in puncto I primi cafûs immotâ, fit arcus OP, graduum 20 $\frac{1}{3}$, ficut BC, eritque tunc arcus LK æqualis angulo B, quia fiet triangulum OPL fimile triangulo GHI fecundæ figuræ prop. 57. vt expendenti patebit. quare, OL erit æqualis arcui G H, complemento arcus G F, menfuræ anguli B.

PROPOSITIO LXII.

Problema.

Datis omnibus angulis trianguli rectanguli cætera colligere.

Sit triangulum fphæricum rectangulum in C, fintque cogniti anguli reliqui A 23 $\frac{1}{2}$, C 77 $\frac{1}{4}$.

PRIMVS MODVS.

Regula cum æquatore comprehendat angulum datum A 23 $\frac{1}{2}$. hoc eft fit angulus MPI graduum 23. $\frac{1}{2}$. fit meridianus curfus arcus KL, æqualis fit alteri angulo B 77 $\frac{1}{4}$. eritque latus IL æqualis lateri AC 57 $\frac{3}{4}$, & angulus IKL æqualis erit bafi AB graduum 60.



Demonftratio triangulum IKL, fimile eft triangulo GHF primæ figuræ prop. 57. nam latus IK æquale eft, lateri GF, complemento fcilicet arcûs HI, menfuræ anguli A. bafis LK æqualis eft, bafi G F feu E D menfuræ anguli B, quare reliqua erunt æqualia. vt angulus IKL, angulo G, cuius menfura I E feu A B graduum 60. IL & H F feu AC æqualia erunt.

Rurfus in regulâ immotâ, numera arcum PL graduum 60 inuentorum; eritque latus OL æquale lateri, BC, oppofitum angulo OPL graduum 23 $\frac{1}{2}$. feu angulo A & latus O P erit grad. 57 $\frac{3}{4}$, vt latus AC.

Demonftratio triangulum O P L fit fimile, triangulo ABC. vt patet.

SECVNDVS MODVS.

Numeta in tegula à centro arcum P L æqualem alterutro angulo A graduum 23 $\frac{1}{2}$, moueatur regula, donec arcus L K æqualis fit alteri angulo B. 77 $\frac{1}{2}$. habebisque latus IK æquale, lateri A C opposito angulo B. & O P erit alterum latus BC.

Demonstratio fit triangulum IKL,simile triangulo GHF, primæ figuræ propositionis 57. nam latus IL est complementum anguli A sicut G H; basis LK est æqualis basi GF, seu ED mensuræ anguli B, quare IK. æqualis erit arcui HF, seu AC. angulus IKL seu latus O M æquale erit angulo GFH,seu CFD,cuius CD mensura,est complementum, lateris B C, quare arcus B C, OP æquales sunt.

Denique regulâ sic depositâ fit angulus IKL grad. 23 $\frac{1}{2}$, sicut angulus A, eritque latus IL æquale lateri BC, & LK, erit basis AC graduum 60. cum enim I K æqualis sit lateri AC, & angulus IKL angulo A, fit triangulum simile triangulo ABC.

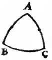
SOLVTIO TRIANGVLORVM obliquangulorum.

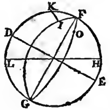
PROPOSITIO LXIII.

Problema.

In triangulo obliquangulo, cognitis duobus lateribus, & angulo ab iis comprehenso; basim, & angulos inuenire.

IN triangulo ABC sint cognita latera AB grad. 60,& BC graduum 50,vnà cum angulo B graduum 30, ita cætera coguosces,numera ab æquatore DE arcum EH æqualem lateri BC graduum 50; ibique collocetur regula horizontalis. sit circulus horarius FIG, cum meridiano DF angulum 30 graduum efficiens, in quo arcus F I sit æqualis lateri AB graduum 60. apex brachioli extendatur ad punctum I,firmatôque brachiolô, regula reducatur ad æquatorem; apex brachioli incidat in punctum O circuli horarij FOG, arcus F O erit basis AC graduum 26 $\frac{1}{2}$. & angulus OFE erit æqualis angulo C grad. 103.





Vt habeas angulum A inuerte operandi modum hoc est erit arcus EH graduum 60. obseruatáque eadem methodô, habebis angulum D graduum 59 $\frac{1}{2}$.

Demonstratio. praxis eadem est cum illa, in qua quæritur data eleuatione poli, horâ in qua inuenitur sydus, & declinatione eiusdem syderis; inuenire eius eleuationem supra horizontem, & verticalem. vt in proposito exemplo regula horizontali posita in H, si arcus H E est graduum 50, eleuatio poli HF erit graduum 40, & posito zenith in K erit arcus KF graduum 50. quæritur circulus horarius F I G qui angulum K F I graduum 30 comprehendat, in quo quæritur arcus F I 60 graduum. vt si stella declinaret gradibus 30; si intelligeretur ex zenith K, duci verticalis, arcus KI æqualis esset basi A C, vt patet;sit enim triangulum FKI,triangulo ABC omnino simile. quæritur ergo quinam sit ille verticalis, vnde extensô apice ad punctum I, cum brachiolum firmetur, & obseruet semper eandem habitudinem ad regulam horizontalem dum regula transfertur ad æquatorem, circuli horarij fiunt verticales, & apex eundem ostendit verticalem, quem ostendisset antea si ducti fuissent verticales ex punctô K.

ALTER MODVS.

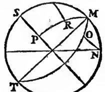
Contrariô modô operari possumus, nempe in latitudine datâ, cognitô verticali, & altitudine stellæ, declinationem eius, & circulum horarium inuenire, supponatur enim idem triangulum soluendum: hoc est cognitum esse latus vnum B C graduum 50, & illud esse KF, ideoque eleuationem poli esse graduum 40, cognitum esse angulum FKI, graduum 30, vnà cum alio latere KI graduum 60. quæritur basis IF, seu AC & angulus K F I, seu angulus C.

Regula horizontalis incumbat æquinoctiali, quæratur in circulis horariis, circulus G O F, cum meridiano FH, angulum OFH graduum 30 comprehendens, in hoc quæratur arcus PO,graduum 60, pro latere A B, extendatur apex brachioli ad punctum O, & firmatô brachiolô transferatur regula, ita vt distet ab æquatore gradibus 50, pro latere B C. apex brachioli insistet punctô I, arcus IF erit basis AC quæsita, graduum 26 $\frac{1}{2}$, & angulus KFI erit angulus A.

Demonstratio eadem quæ supra.

TERTIVS MODVS.

Numera in meridiano à polo deorsum arcum M N grad. 60. pro latere A B, statuatur regula horizontalis in punctô N. sit circulus O M item cum meridiano faciens angulum 30, hoc est



sit angulus OMN graduum 30, pro angulo B, & arcus MO graduum 50, pro latere B C, intelligatur ex N duci circulus ON, erit basis AC, & angulus O N M angulus A quia tamen ductus non est ille circulus,extendatur apex brachioli ad punctum O,ibique firmato brachiolo transferatur regula ad axem TM, index ostendet punctum R,

arcus

arcus RM, erit basis AC, & angulus RMS, cuius mensura est, linea PS, dabit angulum A.

Demonstratio. Tota fundatur in eo quod brachiolum, eandem servet habitudinem, ad regulam eundémque ostendat circulum, dum regula incumbit axi M T, quem indicasset dum erat in N; si per N ducti fuissent circuli.

Conversó, item modô idem præstabis. Regula horizontalis incumbat axi M T, selige meridianum P M, ita vt angulus P M V sit graduum 50. pro angulo B, & arcus MR graduum 60. pro latere A B, sit item arcus B V graduum 50. si ex V duceretur circulus VR, arcus V R, æqualis esset basi AC, & angulus R V M, esset æqualis angulo C. vt hæc habeas, apex brachioli extendatur vsque ad R, firmatóque brachiolô, regula transferatur ad N, ita vt arcus V M, M N sint æquales, hoc est graduum 50. apex indicabit circulum horarium OM, eritque angulus OMN, æqualis angulo C. & arcus OM æqualis basi AC.

Demonstratio. Satis per se patet. notandum tamen in vtróque casu, ad habendum alium angulum convertendam esse praxin.

PROPOSITIO LXIV.

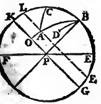
Problema.

Datis duobus trianguli cuiuscúmque lateribus cum angulo vni eorum opposito, basin & reliquos angulos reperire.

In triangulo ABC, dentur latera AB, 60, B C. $26\frac{1}{2}$ angulus C 103. quæritur aliud latus AC.



Vt meliùs in exemplo hæc praxis manifesta fiat, sit cognita regionis latitudo gr. $63\frac{1}{2}$. & consequenter complementum eius à polo vsque ad Zenith $26\frac{1}{2}$. sit etiam cognita syderis declinatio graduum 30. & complementum eius graduum 60. sit denique cognitus verticalis 103. cum parte Septentrionali meridiani angulum comprehendens graduum 103. quæritur & hora & elevatio syderis.



Ponatur regula, ita vt arcus G E, sit graduum $26\frac{1}{2}$, pro vt exigit latitudo Regionis, tum apex brachioli extendatur ad punctum æstimatum paralleli L A, distantis à polo gradibus 60. firmatóque brachiolô, regula ad æquatorem transferatur, si apex brachioli cadat in punctum D; ita vt angulus DBE, sit 103 graduum, quantus erat angulus C, benè quidem, sin minùs repetatur operatio donec id accidat. dico in tali casu arcum DB, exhibiturum aliud latus AC, graduum 50. & angulum ABC, seu arcum K O, exhibiturum angulum B. ad habendum angulum A, contrariô modo operandum est, hoc est arcus E G, fiat æqualis lateri quæratúrque parallelus distans à polo grad. $26\frac{1}{2}$.

Demonstratio. Si apex ita extenderetur ad punctum A, vt descriptus ex puncto C verticalis AC, angulum comprehenderet A C B, gr. 103. bene omnia procederent, & triangulum descriptum in Astrolabio simile esset triangulo dato; quia autem operosum esset describere verticales, transferimus regulam ad æquatorem; quia tunc circuli horarij fiunt verticales, & experimur an occurrat verticalis quæsitus, quô inventô, idem erit, ac si ex puncto C descriptus esset verticalis.

Contrariô modô procedere possemus, regulam transferendo ad æquatorem; & extendendo apicem ad punctum D æstimatum verticalis D B, facientis angulum DBE 103 graduum, tum regulâ translatâ ad punctum E; ita vt arcus G E sit grad. $26\frac{1}{2}$. debet apex insistere parallelo L A, distanti à polis gradibus 60. Sed hi duo modi, in eundem recidunt.

PROPOSITIO LXV.

Problema.

Datis duobus angulis, & latere intermedio, reliqua latera inquirere.

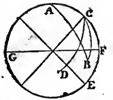
In triangulo A B C, cognoscatur angulus A $10\frac{1}{2}$. angulus C $154\frac{1}{2}$. latus AC $23\frac{1}{2}$.



Exemplum tale esto. cognoscatur elevatio poli, circulus horarius, & verticalis in quo invenitur sidus; quæritur primo elevatio, aut potius depressio syderis infra horizontem. sit elevatio poli graduum $66\frac{1}{2}$. & complementum $23\frac{1}{2}$. sit horarius 154 à meridiano, verticalis autem cum meridiani parte Septentrionali angulum faciens grad. $10\frac{1}{2}$. quæruntur cætera.

Regulam applica æquatori, & quære in circulo horario CD, comprehendente angulum DCE graduum $10\frac{1}{2}$. punctum aliquod D, cui applicabis apicem brachioli, numera arcum E F, æqualem arcui A C grad. $10\frac{1}{2}$. transferatur regula ad punctum F, si apex brachioli incidit in circulum horarium BC, comprehendentem cum meridiano A C, angulum A C B 154 graduum benè quidem, sin minus repetatur operatio, donec id accidat; dico arcum D C, æqualem esse lateri AB, & arcum BC, Astrolabij æqualem esse, arcui

BC trianguli solvendi. pro angulo B, recurre ad superiorem propositionem.



Demonstratio. Arcus DC,CE, ex suppositione angulum comprehendunt graduum $10\frac{1}{2}$. sit arcus AC æqualis arcui EF; quare punctum D, respectu regulæ in puncto E quiescenti, eandem habet habitudinem, ac punctum B, respectu regulæ insistenti lineæ F G; sed punctum D, tale est vt circulus ex puncto C medio, per punctum D ductus, comprehendat angulum graduum $10\frac{1}{2}$. igitur regulâ ad lineam GF translata, punctum B, tale erit vt circulus AB verticalis, angulum BAC efficiat graduum $10\frac{1}{2}$. angulus item ACB supponitur graduum 154. item arcus AC. est factus graduum $23\frac{1}{2}$. quare triangulum ACB Astrolabij simile erit, triangulo ACB proposito. & latus AB, erit aut complementum elevationis syderis, aut si superaverit quadrantem, sublatis gradibus 90. restabit depressio syderis infra horizontem.

PROPOSITIO LXVI.

Problema.

Datis duobus angulis trianguli Sphærici, & angulo vni eorum opposito, latus alteri oppositum inuenire, dummodo sciatur an superet quadrantem.

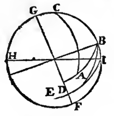
Proponatur triangulum ABC, in quo cognoscitur angulus A C B grad. $10\frac{1}{2}$. angulus A B C,



154. latus A B, oppositum angulo A sit graduum $23\frac{1}{2}$. latus AC sit quadrante maius.

Exemplum sit B polus, A B complementum declinationis syderis $23\frac{1}{2}$. atque adeo declinatio graduum 66. sit circulus B A D, centesimus quinquagesimus quartus, seu angulus C B D, sit graduum 154. circulus verticalis C A, sit ducentesimus octogesimus cum dimidio. hoc est angulus ACB sit graduum $10\frac{1}{2}$. quæritur elevatio poli B, aut complementum eius C B, item quæritur A C distantia syderis à polo.

Regula horizontalis incumbat æquatori F G; seligatúrque in circulo horario EB, faciente cum meridiano B F, angulum graduum $10\frac{1}{2}$. aliquod punctum E, magis distans à polo B quam quadrante; ad hoc punctum E, extendatur apex brachioli; & firmato brachiolô; voluatur regula donec apex attingat circulum horarium BD, facientem angulum CBA graduum 154. & si quidem apex incidit in punctum A, ita vt A B inveniatur graduum $23\frac{1}{2}$ benè quidem, sin minus repetatur



operatio, donec id accidat. ponamus id evenire quando regula incumbet lineæ HI; dico arcum FI, æqualem esse lateri BC, & arcum AC, Astrolabij æqualem esse lateri AC.

Demonstratio. Quando regula incumbit æquatori, circuli horarij fiunt verticales, idcóque circulus horarius E B, repræsentat verticalem A C; seligitúrque punctum illius E. dum verò regula translata est in Hi, circulus horarius B A, fungitur suo munere, intelligitúrque circulus verticalis B E, translatus in C A, hoc est cum apex eandem servet habitudinem cum regula, sicut quando regula incumbebat æquatori, circulus B E, transiens per polum eius, cum meridiano comprehendebat angulum 10 graduum, ita etiam regulâ translatâ in HI, circulus ductus ex polo eius, per apicem, comprehendet eundem angulum, sed supponitur apex ita incidere, in circulum BA; vt arcus BA, æqualis sit lateri BA propositi trianguli: igitur fit triangulum ABC, in Astrolabio omnino simile triangulo proposito. quod faciendum erat.

Pro angulo A, recurrendum est ad superiores propositiones.

PROPOSITIO LXVII.

Problema.

Datis lateribus trianguli Sphærici angulos concludere.

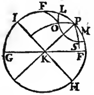
Sit triangulum ABC, cuius cognoscatur latus AC, 50. AB 60. CB 26. quæruntur anguli.



Exemplum tale esto. cognitâ elevatione poli, elevatione syderis supra horizontem, & declinatione eiusdem syderis, circulum horarium, & verticalem eiusdem syderis concludere. hoc est quærantur anguli A, & C. ponatur A esse polus, C Zenith C B verticalis, A C meridianus; A B, circulus horarius, AC, erit complementum elevationis poli. AB complementum declinationis syderis, B C complementum altitudinis syderis, seu eius distantia à vertice.

Regula horizontalis sit disposita, secundum latitudinem Regionis, seu incumbat lineæ FG, ita vt cum æquatore H I, comprehendat angulum FKM æqualem lateri A C, in parallelo L M, distante

stante à polis, complemento declinationis syderis, selige punctum O quodcúmque æstimatum, &



extende ad illud apicem brachioli. Adduc regulam ad æquatorem, apex brachioli erit in S, insistétque alicui circulo horario. si arcus S P, fuerit æqualis distantiæ syderis à vertice, benè quidem, sin minus seligatur aliud atque aliud punctum in parallelo L M, donec id accidat. tunc SPM erit æqualis angulo C, & angulus O P L erit æqualis angulo A

Demonstratio Intelligatur verticalis FO, dum regula insistit lineæ G F, seu horizonti, & apex extenditur ad punctum O, verticalis inquam FO æqualis est, & eundem angulum facit, cum meridiano, ac arcus PM, regulâ ad horizontem translatâ, supponitur autem P M æqualis arcui C B, igitur arcus C B, E O, æquales sunt, sunt etiam AC, FP arcus æquales, quia cum quadrantes F F, P H, sint æquales ablato communi P H erunt arcus FH, FP æquales, sed FH, erat æqualis lateri AC, ergo AC, FP æquales sunt. quare triangulum FOP, est æquilaterum triangulo ABC, quare erit etiam æquiangulum. quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO LXVIII.

Problema.

Cognitis omnibus trianguli Sphærici angulis cæterâ cognoscere.

Sit datum triangulum A B C, cuius angulus A sit graduum 30. B sit 59. C 103. (*Per 21. vltimi Trigonometriæ*) mutató anguló C 103. in suum supplementum 77. soluatur triangulum cuius



vnum latus, est grad. 30. Secundum 59. Tertium 77. & habebis angulos quorum latera A B, B C, AC, sunt mensura, quare (*per præcedentem*) soluatur tale triangulum, & habebuntur anguli A, B, C.

Multa alia similia soluere poteris, ita vt nullum sit problema Trigonometricum, quod Astrolabio facile non soluas.

DE ASTROLABIIS LIBER QVARTVS.

De Astrolabio Particulari, æquinoctiali.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Natura Astrolabij particularis.

Astrolabia quæ hactenus descripsimus, vniversalia sunt, & omni poli eleuationi accommodata, quod verò in hoc libro explicandum suscipimus particulare est, saltem secundùm aliquam sui partem, planum huius Astrolabij, seu tabella, est aut planum æquinoctiale, aut aliud ipsi parallelum; nempe pro regionibus borealibus planum tropici capricorni; oculus verò in polo antarctico statuitur. Singulorum igitur circulorum apparentiæ, sunt communes sectiones, radiorum à polo antarctico, ad circumferentiam cuiuslibet circuli ductorum, cum plano tropici capricorni. Quia autem multi circuli eandem, in omnibus regionibus seruant habitudinem ad æquatorem, & ad planum tropici capricorni, quales sunt circuli omnes horarij, seu circuli ascensionum rectarum, item omnes paralleli æquinoctiali; seu circuli declinationum; item omnes circuli longitudinum ex polo Zodiaci ducti, & circuli latitudinum Eclypticæ paralleli. Eclyptica etiam, immo, & omnes fixæ easdem obseruant, respectu æquatoris, & tropici capricorni distantias; ideo aliqua pars huius Astrolabij communis est omni Regioni, immò quia hi circuli in Sphæra cœlesti mobiles sunt. habéntque motum diurnum circa polos mundi, ideo pars aliqua huius Astrolabij motu diurno circumuolui intelligitur, vocatúrque rete, eo quod certæ tantum eius partes relinquantur, vt melius alia huius Astrolabij pars quæ immobilis est appareat. pars huius Astrolabij immobilis, affixa est certæ Regionis latitudini, eósque circulos complectitur, qui in vnaquáque Regione diuersi sunt; tales sunt circuli verticales, horizon, eiúsque paralleli, circuli domorum cœlestium, horarum Italicarum, & Babylonicarum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Polus Arcticus est centrum huius Astrolabij, circulique horarij, & circuli Ascensionum rectarum, per diametros ducuntur.

Oculus (*per primam huius*) collocatur in polo antarctico, planum istius Astrolabij, seu tabella est, planum tropici capricorni; idcóque partes magis Australes quam sit tropicus capricorni in hoc non exhibentur, intelligatur ergo ab oculo, seu polo antarctico, duci recta linea ad polum arcticum, hæc coincidet cum axe, secante planum tropici in eius centro, vt (*ex Theodosio*) liquet, quare apparentia poli arctici est centrum Astrolabij. Intelligatur quodcúmque planum circuli horarij, per vtrúmque polum ducti, cum circulus horarius sit maximus circulus, per centrum & per axem ducitur, radij antem ab oculo ad eius circumferentiam ducti, manent in eôdem planô, cum oculus in eô supponatur, quare communes eorum radiorum, & plani Astrolabij sectiones, coincidunt cum sectionibus planorum, quæ sunt diametri, quare divisô tropico cancri, aut æquinoctiali in gradus, diametri per eas transeuntes, sunt circuli horarij, distinguimus autem communiter inter circulos horarios & circulos Ascensionum rectarum, præcipue in hoc Astrolabio; quod circuli horarij quasi immobiles censeantur, ideóque non ducantur, sed regula à centro ad circumferentiam ducta, eorum vices obeat; circuli verò ascensionum rectarum mobiles sint, & de factô in cœlo tales circuli moventur, & successive applicantur circulis horariis, vt circulus ascensionis, qui transit per communem intersectionem Eclypticæ, & æquatoris, qui & colurus æquinoctiorum dicitur, nunc idem est cum meridiano, quando initium arietis meridianum attingit, nunc cum circulo horæ primæ congruit, eôdem arietis initiô circulum horæ primæ perstringente. quare circuli ascensionum rectarum in teri ducuntur eo quod moveri debeant.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Omnis circulus per polum antarcticum ductus, in lineam projicitur.

Intelligatur quicúmque circulus, sive maior sive minor, per polum antarcticum duci, dico eius apparentiam esse lineam rectam.

Demonstratio. Omnes radij ab oculo, seu polo antarctico ducti ad eius circumferentiam, in eodem sunt illius circuli plano, neque ab eo discedere possunt, ergo communis sectio illorum, & plani Astrolabij in eodem est plano, nec alia esse potest, quam communis sectio illius circuli, & plani Astrolabij; sed sectio communis duorum planorum est linea, igitur circulus quicúmque per polum antarcticum ductus, per lineam projicitur.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Omnis circulus maximus, ad planum æquatoris obliquus per circulum exhibetur.

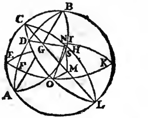
Hæc propositio probata est propositione sextâ & septima superioris libri, est enim paritas, sicut enim in superiori Astrolabio assumpsimus planum meridianum, oculúmque statuimus, in eius polo; nempe in punctô veri ortûs, aut occasûs; ita etiam in hoc casu vrimur plano æquinoctiali, aut æquinoctiali parallelo, oculúmque in eius polo statuimus. Quod si sectio communis alicuius coni & plani æquinoctialis circularis sit, si secetur idem conus plano parallelo, æquinoctiali, sectio item circularis erit, & eôdem modô subcontraria, quod per se patet.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Si linea ducatur à polo mundi, ad polum remotiorem, circuli maximi ad æquatorem obliqui; omne planum per eam ductum similiter secat vtrúmque circulum.

Sit polus mundi A, polus circuli cuiuscúmque ad æquatorem obliqui, sit B, dixi remotiorem



qualis est Zenith comparatus cum polo antarctico, ducatur linea A B, dico omne planum per eam lineam ductum, similiter secare tam æquatorem CD, quàm horizontem, seu circulum obliquum E F, ducatur enim planum quodcúmque faciens sectionem circulum BDFA, probandum est arcus CD, EF æquales esse.

Demonstratio. Comparentur duo triangula CBD, AEF, quæ contendo similia esse, cum enim tam arcus B E, à Zenith ad horizontem sit quadrans, quàm A C, à polo antarctico ad æquatorem, ablatô communi arcu EC, erunt arcus AE, B C æquales, item anguli E, & C æquales sunt vt pote recti, cum circulus AECB, per vtriúsque polos A, & B transeat, denique anguli C B D, EAF æquales sunt, quare triangula CBD, E A F, (*per 4. Trigonomet.*) omni sensu æqualia sunt. & arcus C D, E F æquales sunt. quod erat demonstrandum.

Idem etiam ostendam in alio eiusdem circuli segmento A H I B, comparentur enim rursus triangula

trianguli BIK, AHL, in quibus BK, AL, funt femicirculi, atque adeo æquales; anguli BKI ALH recti, anguli IBK, LAH, æquales, quare reliqui arcus IK HL æquales erunt.

COROLLARIVM.

Punctum G, eft apparentia verticis in Aftrolabio, ponimus enim nunc Aftrolabij planum effe, planum æquatoris CL; intelligatur ex polo antarctico A, ad punctum K, duci recta linea, AMK, hæc fecabit æquatorem in puncto M, vnde apparentia puncti K, erit in M, & cum horizon obliquus, proijciatur in circulum (*per 4. huius*) habeanturque illius tria puncta O, M, N, circulus O M N in plano æquatoris ductus, erit apparentia femicirculi NKO, fed (*per tertiam huius*) omnis circulus per polum antarticum ductus qualis eft ADBH, per lineam proijcitur, quæ erit DGH, intelligatur ex puncto A duci linea occulta ad punctum I, hæc in eodem plano circuli ADBH permanet fecatque planum æquatoris in communi eius fectione GH, & cum punctum I pertineat, etiam ad horizontem; neceffario, tranfit per punctum S, eritque arcus NS, apparentia arcûs NI, & quia arcus IK, HL æquales funt, funt item quadrantes NK, NL æquales; reftabunt arcus NI, NH æquales; quare NS eft apparentia arcus, æqualis ipfi NH. quod autem probauimus de circulo ADBH, de alio omni per lineam AB ducto probari poteft; cuius communis fectio cum plano æquatoris, erit linea, per punctum G, zenith apparens ducta. fi ergo diuidatur æquator, in gradus fuos & ex apparenti polo, circuli maximi, ad eundem æquatorem obliqui, lineæ ducantur, ad fingulos diuifionis gradus, hæ pariter apparentiam circuli obliqui, in gradus apparentes fecabunt.

Quod oftendi de æquatore refpectu horizontis intelligendum etiam eft de æquatore, refpectu eclypticæ, modo illius apparens polus inuentus fit.

PROPOSITIO VJ.

Theorema.

Circuli omnes æquatori paralleli, cum ipfo æquatore, per circulos exhibentur concentricos; quorum boreales minores funt eodem æquatore, auftrales verò maiores.

Sit fphæra ABCD, cuius æquator BD, polus antarcticus A, arcticus C. æquatoris planum; intelligatur produci, quantum opus erit, & in eo proijciantur circuli, primò æquator BD, deinde circuli EF, GH ipfi paralleli; dico eos oẽs circulos proijciendos effe in circulos. fit enim oculus in polo antarctico A, fitque EF parallelus auftralis, GH borealis; fi ex fingulis circumferentiæ EF punctis, ad polum A ducantur radij, fiet conus EAF, qui cum productus fecetur planô æquinoctialis, bafi parallelo, erit communis fectio circulus, & cum angulus EAF maior fit angulo BAD, erit etiam circulus KL, maior æquinoctiali; ita probabo circulum MN effe apparentiam circuli GH, & effe minorem æquinoctiali.

PROPOSITIO VIJ.

Theorema.

Omnis circulus minor, ad æquatorem rectus, per circulum exhibetur.

Hæc propofitio probata eft fupra, in fecundò libro prop. 7. nam oftendimus circulos altitudinum, feu almicantarath qui ad meridianum recti funt in aftrolabio, cuius planum eft meridianus, & oculus in polo eiufdem meridiani, per circulos proijci, quæ demonftratio applicari poteft huic aftrolabio, affumpto pro aftrolabij tabellâ æquatoris plano, oculôque, in polo antarcticô collocatô.

PROPOSITIO VIIJ.

Theorema.

Omnis circulus minor, ad æquatorem obliquus, & per polum antarcticum non ductus; per circulum repræfentatur in aftrolabio.

Sit circulus non maximus ABC ad æquatorem DE obliquus, dico illum in circulum proijci circulus ADCE, per vtriufque polos tranfeat, fitque F polus antarcticus, eritque conus fcalenus ACF, & quiâ planum circuli ADCE per polos circuli ABC tranfit, erit ad planum circuli rectum, eritq; ACF triangulum per axem, ad planum bafis rectum; oftendere debeo triangulum FGH, effe fubcontrarie pofitum triangulum FCA. hoc eft angulum FCA effe æqualem, angulo FGH, ducatur linea AK parallela lineæ HE.

Demonftratio cum lineæ DE, KA fint parallelæ erunt arcus DK, AE, æquales, fed iam quadrantes FD, FE æquales funt; ergo arcus totales ADK, FEA æquales funt, quare (*per 21. 3. Eucl.*) anguli FCA, FAK, æqualibus arcubus FCK, FEA infiftentes,

fteotes,æquales sunt,sed angulo FAK,æqualis est, externus FGD, cum lineæ GD, AK supponantur parallelæ: igitur anguli FGD FCA, æquales sunt; quare cum triangula FCA,FGH,prætεrea hebeant angulum CFG communem,erunt triangula æquiangula, & subcontrariè posita,& (*per 4.2.huius*)sectio quæ fiet planô DE, erit circularis.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Parallelos equinoctiali describere. Et eclypticam.

Supponatur primò æquinoctialis ABCD qui Intelligatur diuisus, duabus diametris se se ad angulos rectos intersecantibus in centro E. numerentur ex puncto A hinc inde gradus $23\frac{1}{2}$ quanta est maxima, declinatio eclypticæ, sintque arcus AG,AF, tum ex puncto D, ducatur linea occulta DFH, dico punctum H pertinere ad tropicum Capricorni, & punctum I ad tropicum Cancri, ideoque cum (*per 6. huius*) omnes paralleli æquinoctiali describantur per circulos concentricos, si ex centro E describantur circuli per puncta I,& H;habebuntur duo tropici. pariter, si diuidatur quadrans AB, in gradus, & per singulos ex puncto D ducantur lineæ occultæ intersecantes semidiametrum A E, & per singula intersectionum puncta ex puncto E, describantur circuli conceotrici, habebuntur omnes paralleli boreales,quod si quadrans AD pariter in gradus diuideretur, & per singula diuisionum puncta ducerentur ex puncto D lineæ occultæ intersecantes lineam EH productam haberentur pūcta pertinentia,ad parallelos australes,communiter tamen nulli vltra tropicum Cancri describuntur. quare qui intra æquinoctialem continentur declinationem habent borealem,qui verò maiores erunt eodem æquinoctiali,declinationem habent australem.

Demonstratio huius descriptionis talis erit meridianus in hoc astrolabio per lineam rectam describitur, assumatur linea A C, communis sectio meridiani,& plani astrolabij, & assumatur pro meridiano circulus ABCD eritque D polus antarcticus, in quo statuitur oculus, & puncti G apparentia punctum I,& puncti F, erit H; vt ex definitione astrolabij patet.habebunturque apparentię omnium punctorum meridiani, quare cum paralleli secent meridianum in aliquo puncto, habebuntur apparentiæ duorum punctorum singulorum parallelorum quare dum ABCD rursus pro æquinoctiali sumetur, paralleli per concentricos circulos exhibebuntur.

Vt diuidantur hi circuli concentrici, vitandæ confusionis gratiâ, exterior tantum circulus diuidatur in gradus,quæ diuisio subintelligitur translata in æquinoctialem.

Circuli horarij quia per diametros ducuntur, eò quòd transeant per oculum, seu per polum antarcticum, intelliguntur tanquam radij à centro E, ad circumferentiam ducti, & ne tot ducantur lineæ, per regulam mobilem repræsentantur,quæ translata ad singulos circuli exterioris gradus, modo vnum, modò alium exhibet.

Ad ducendum eclypticam, primò determinentur in æquinoctiali circulo duo puncta opposita, pro communi eius intersectione cum eclypticâ, sint hæc duo puncta A, & C.eritque linea AC colurus æquinoctiorum, sicut linea BD, colurus solstitiorum. transit ergo eclyptica per puncta A, & C.item per puncta K,& N,si ergo linea N K diuidatur bifariam in O, & ex O vt centro, interuallô ON,aut OK describas circulum,qui si bene operatus es,transibit etiam per A, & C. & habebis apparentiam eclypticæ, nam,(*per 6.huius*)eclypticæ apparentia est circularis.

Vt habeas polum eclypticæ, & circulum polarem,sumatur parallelus declinans ab æquatore gradibus $66\frac{1}{2}$.seu distans à polo E gradibus $23\frac{1}{2}$. hic erit circulus polaris, in quo punctum P, erit polus eclypticæ.

PROPOSITIO X.

Problema.

De compositione retis, & inscriptione stellarum, & diuisione eclypticæ.

Diximus iam supra rete, præferre eos circulos cœlestes,qui mobiles sunt,hoc est qui non sunt affixi,vlli determinatæ eleuationi poli,tali est æquator,torpici,paralleli omnes, & eclyptica.componitur autem hæc pars ad modum retis, vt appareant circuli immobiles, vid:amusque,quibus respondeant singula mobilium puncta. punctum A tribuatur arieti,punctum C libræ,atque adeo pars eclypticæ CKA signa australia continet,sicut pars ANC signa borealia. nec te moneat quod semicirculus australis exhibeatur per arcum maiorem semicirculo, borealis per minorem, quod oritur ex proiectione sphæræ in planum.præter circulos æquinoctialem, eclypticam, tropicos,reliquosque parallelos, inscribimus sydera, seu stellas fixas, non quidem,omnes quia id difficile esset,& confusioni obnoxiū; sed saltē insigniores. ad hâc descriptionem necessarium est haberi earum tam ascensionem rectam, quam declinationem, quod vno aut altero exemplo expedio.

Proponatur

Propouatur cor Leonis cuius ascensio recta est grad. 147. 2. declinatio borealis grad. 13.48. numera in æquatore 147. gradus ab Ariete, hoc est á puncto A per D ad C. vel potius eos numera in circulo exteriori, sit finis incipiendo á puncto H, sitque arcus HR graduum 147. huic gradui applica regula, quæ si diuisa sit in gradus, hoc est diuisiones lineæ HL, in eam translatæ sint; notabis in recti punctum respondens gradui declinationis, in regula inuento.

Vel sumatur arcus AS graduum 13. 48. pro declin. boreali ductaque linea occultâ, DS, secante lineam HL in puncto T, parallelus declinans grad. 13. 48. transit per punctum T. Sit ergo linea EV æqualis lineæ E T, erit punctum V locus cordis Leonis.

Proponatur spica virginis inscribenda astrolabio, cuius ascensio recta graduum 196. 20. declinatio australis gr. 9.7. sit arcus HLMX grad. 196. ducatur linea occulta EX. sit arcus AY deorsum sumptus eò quod declinatio australis sit, ductâque linea DY secante lineam HL in puncto Z sit linea E β æqualis lineæ Z, erit punctum β locus spicæ virginis.

Vt diuidatur eclyptica in gradus, diuidatur primó simpliciter æquator in gradus, tum ex polo eclypticę ducantur lineę rectę ad singula diuisionum puncta hæ diuident eclypticam in apparentias singulorum graduum, nam (*per 5. huius, & eius coroll.*) linea hæc, est communis sectio circuli per polum antarcticum, & polum æquatoris ducti, ergo vtrũque circulum similiter diuidit. atque ita habebimus eclypticam, in suos gradus apparentes diuisam.

Restant circuli latitudinum, & longitudinum, & primò quidem circuli longitudinum, quia sunt ad æquatorem obliqui, exceptô vnô, per circulos repræsentantur, transeuntes per polum eclypticæ. & per bina puncta eclypticæ diametraliter opposita cum ergo diuisam habeamus eclypticam in suos gradus, habebimus cuiuscumque circuli longitudinis duo puncta opposita, & polum quare (*per 25.3. Eucl.*) circuli absoluentur.

Pro circulis latitudinum ducatur per polum eclypticę linea occulta CP δ tum sumantur hinc inde in æquinoctiali arcus æquales verbi gratià sint arcus δε, δ quinque graduum, ducantur lineæ occultę C ε C γ secantes lineam E K in punctis θ, X, fiat circulus per θ X diuisâ bifariam linea θ X, hic erit circulus latitudinis distans á polo eclypticæ, gradibus 5, seu circulus latitudinis borealis 75.

Hi circuli possunt omnes notari in reti, quamuis periculum sit alicuius confusionis. atque hi circuli omnes communes sunt, omni regioni. cæteri verò quos describemus, sunt peculiares, & affixi singulis regionibus.

PROPOSITIO XI.

Problema.

De circulo horizontali, verticalibus, & Almicantarath.

Circulus horizontalis obliquus est, ad æquinoctialem, exceptô horizonte sphæræ rectæ, qui coincidit cum circulo horæ sextæ, atque adeò per lineam rectam exhibetur in hoc astrolabio. cæteri per circulos repræsentantur (*vt ostendimus prop. 6.*) cuiuscumque horizontis obliqui iam habemus duo puncta, nempe interfectionem, æquatoris, & eclypticæ vt in superiori figurâ, puncta A, & C. quærendum est adhuc vnum eius punctum. numera arcum A F æqualem eleuationi poli, verbi gratia grad. 40. ducatur linea occulta CF secans lineam HB in puncto H, dico punctum H pertinere ad horizontem supra quem polus eleuatur gradibus 40. idemque sii per tria puncta A, H, C describatur circulus ille erit horizon obliquus latitudinis graduum 40.

Sit arcus F A D graduum 90, atque hinc inde sumantur arcus æquales, verbi gratiá DH, DI: tum ex puncto C ducantur lineæ occultæ secantes lineam HB, productam si opus fuerit, primó habebitur punctum G pro zenith, & hinc inde puncta ad eundem almicantarath pertinentia, qui circuli facile ducentur, vt si puncta K & L pertineant, ad

almicantarath distantem polo gradibus IO, diuidatur bifariàm linea KL fiatqui circulus, transiens per puncta K, & L. hi circuli non erunt omnino concentrici. Inter hos circulos inuenitur etiam linea crepusculina, quæ hoc modo ducetur. primò ducatur recta occulta FEM, sumantúrque arcus FN, MO graduum 18. tum ex C, ducantur lineæ occultæ CN, CO, quæ productæ secabunt lineam EB, productam vltra chartam, hæc duo puncta quorum P vnum est, aliud verò vltra punctum B in lineâ EB productâ, pertinent ad lineam crepusculinam, seu parallelum horizontis, ab eo gradibus 18 distantem.

Demonstratio. Linea BH, sumatur pro communi sectione meridiani, & plani Astrolabij, & circulus ABC pro meridiano, quare in tali suppositione linea AC. erit axis, punctum A polus arcticus, & C polus antarcticus, linea BE, communis sectio plani æquinoctialis, & meridiani; ideòque per punctum B meridiani, transit circulus æquinoctialis. dum ergo oculus statuitur in C, respicitque polum arcticum A, videt illum in puncto E. quia autem quærimus apparentium puncti, in quo horizon obliquus latitudinis graduum 40. secat meridianum qui distat á polo A gradibus 40. fit arcus AF graduum 40. cuius apparentia est punctū H, quia autē Zenith distat ab horizonte gradib. 90. fit arcus FD. grad. 90 cuius apparentia est punctū G, positō ergo quod D sit Zenith, quilibet parallelus horizontis secat meridianum in duobus punctis æqualiter á meridiano distantibus, ponatur ergo parallelus horizontis 10. gradibus á polo distans, sint arcus DH, DI 10. graduum. quæruntúrque eorum apparentiæ K, L, parallelus graduum 80. projicietur per circulum transeuntem per K, & L.

Item horizon obliquus secans meridianum in puncto F, secat etiam meridianum in puncto opposito M, quorum si quærantur apparentiæ, per eas projicietur hic horizon obliquus, pariter parallelus horizontis ab eo distans gradibus 18. secat circulum ABC, pro meridiano sumptum in punctis N, & O, quarum si quærantur apparentiæ, per eas transibit linea crepusculina.

Duplici viâ ducemus circulos verticales, in puncto Zenith G coëuntes; primò habemus circulum verticalem primarium, per puncta A, & C veri ortûs, & occasûs, & per Zenith G transeuntem. diuidatur horizon obliquus AHC, perfectus si opus sit, in gradus. diuisò priùs æquinoctiali ABC in suos gradus, initiò diuisionis factò, á puncto A, tum ex Zenith G, per singula diuisionum puncta, ducantur lineæ occultæ, quæ horizontem obliquum diuident (*per* 5. *huius*) in apparentias singulorum graduum, habemus igitur singulorum verticalium, duo puncta in horizonte obliquo AHC, cum Zenith in quo omnes cōueniunt, quare facile eos ducemus.

Aliam methodum deducemus ex propositione tertia. intelligatur linea EM, cui sit parallela CR, per punctum R, ducatur ad ER perpendicularis RT. sitque RS æqualis ipsi CR, diuidatúrque linea RS, bifariàm in puncto V, tum interuallō VR, describatur circulus diuidendus in gradus, & per diuisiones ex puncto S, ducantur lineæ occultæ secantes lineam RT; dico illa diuisionum puncta pertinere ad circulos verticales, ita vt si seligantur puncta ex diuisionibus circuli oppositis orta, & per ea, & verticem seu Zenith G, describantur circuli; illi sint verticales.

Demonstratio. Supposito, quòd circulus ABC, sit meridianus linea FM, erit communis sectio meridiani, & horizontis. cui si ex polo antarctico C ducatur parallela CR, hæc erit communis sectio meridiani, & circuli Almicantarath per polum antarcticum ducti, secans in R, planum æquatoris, apparentia igitur illius Almicantarath transit per punctum R. dico insuper apparentiam talis circuli duci in lineam (*per* 3. *huius*) addo in lineam perpendicularem RS, ponamus enim ABC esse æquinoctialem, linea BS, erit communis sectio meridiani, & æquatoris, cúm autem, tám æquator sit rectus ad meridianum, quam circulus ille Almicantarath, (*per* 8. 1. *Theod.*) cum meridianus per vtriúsque polos transeat, erit communis sectio circuli Almicantarath, cum æquatoris plano, seu linea RT, ad planum meridianum recta, (*per* 19. 11.) atque adeo ad lineam RB perpendicularis. sicut & ad lineam á polo, ad punctum R ducta, quæ etiam in plano meridiano est, pro qua rectè assumitur linea RS æqualis lineæ RC. circulus ille Almicantarath transit per punctum S, qui hic denuo repræsentat polum antarcticum, licet sæpe non finiatur in R; sed vlterius procedat. Sed eadem diuisionem puncta habentur siue hic circulus transeat per R, siue non, modo ducatur per S, vt facile demonstrari posset. vnde factis diuisionibus circuli, ductisque rectis lineis, non ex centro V, sed ex oculo S, omnium punctorum circuli, habebuntur apparentiæ.

Certum est autem horizontem, & omnes eius parallelos, seu circulos Almicantarath similiter á circulis horarijs diuidi; ergo inuentis apparentijs diuisionum circuli Almicantarath, per polum antarcticum transeuntis, habebuntur apparentiæ punctorum per, quæ transeunt verticales, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XIJ.

Problema.

De Circulis horarijs, Italicis, & Babylonicis.

Horæ Italicæ, sunt horæ ab occasu solis numeratæ. Horæ autem Babylonicæ sunt horæ, ab ortu solis numeratæ. demonstratum autem est á Theodosio. circulos illarum horarum esse maximos, & tangere semper apparentium maximum, & nunquam apparentium maximum, in punctis horarijs. quod hic probandum non existimo. illi circuli sunt maximi, & ad æquatorem obliqui, igitur per circulos describuntur. (*per* 4. *huius*) quæritur methodus eos describendi. Sit horizon obliquus ABC. cuius centrum D. ex centro Astrolabij E interuallō EB, describatur semper apparentium maximus BL, & ex eodem centro E interuallō ED, centri horizontis describatur circulus DHG, diuidendus in 24. partes æquales: si tantùm desideras circulos horarum Babylonicarum, & Italicarum, si verò desideras circulos semihorarum, diuidatur idem circulus in partes 48. in 96. si quadrantes. tum ex singulis punctis interuallō eōdem nempe DB, ducantur circuli dico illos esse horarum Babylonicarum, aut Italicarum.

Demonstra-

Demonſtratio. Sit verbi gratiâ ex puncto H, deſcriptus circulus LMK. ducatur ex H per centrum E linea LEK. cum lineæ EH, ED, EL, EB, EF EK ſint æquales, erunt etiam lineæ HL, DB, DF, HK æquales; quare circulus ex centro H deſcriptus interuallô DB. tranſit per puncta L, & K; & tangit circulum BL, in L, & circulum FK in K, ſed circulus BL, eſt ſemper apparentium maximus, & FK nunquam apparentium maximus, & cum H ſit punctum horarium, & circuli hnrarij Aſtronomici. per lineam rectam ducantur, erunt puncta L & K puncta hnraria, quare circulus LMK, tangit non apparentium maximum, & ſemper latentium maximum in punctis horarijs, ergo hic circulus pertinet ad horas Babylnnicas, & Italicas, in qun notandum eſt cum ex eodem punctn duo fiant ſemicirculi, vnum pertinere ad horas Babylonicas, alium ad Italicas, vt ſi AB, ſit pars horizontis ortiua; ſemicirculi NO, & alij ſurſum poſiti pertinebunt ad horas Babylnnicas; alij veró infra partem occiduam BC poſiti, pertinebunt ad horas Italicas, demonſtrauit enim Theodoſius, circulos maximos tangentes duos parallelos æquales, in punctis diametraliter oppoſitis, ſecare ſimiliter parallelns intermedios, quę ſupponenda ſunt; hic enim non inquiro eorum circulorum proprietates, ſed tantùm ijs ſuppoſitis methodum ens in Aſtrolabium proijciendi.

PROPOSITIO XIIJ.

Problema.

De Circulis horarum inæqualium.

Horæ inæquales diuidunt arcum diurnum in duodecim partes æquales, ſicut & arcum nocturnum, dicuntur autem inæquales, quia horæ nocturnæ diurnis ſunt inæquales; excepto æquinoctiorum tempore. Sint ergo deſcripti circuli æquator APC, tropicus cancri DEFG, tropicus capricorni

HIKL, & horizon HDFK. ſunt ergo arcus diurni DEF, APC, HIK, & nocturni DGF, AMG, HLK. qui omnes diuidantur in 12 partes æquales; & per tria puncta ſimilia ducantur, aut lineæ curuæ, aut circuli, aut ſi exactiùs aliquis procedere velit, plures aſſumantur paralleli diuiſi, eô modo quô diximus. dico eas lineas curuas indicare horas inæquales, cum diuidant arcus diurnos, & nocturnos omnium parallelorum in duodecim partes æquales.

PROPOSITIO XJV.

Problema.

De Circulis domorum cœlestium.

Duplici modô sumuntur circuli domorum cœlestium, ab aliquibus enim sumuntur pro circulis maximis in communibus intersectionibus meridiani,& borizontis conuenientibus, & transeuntibus per diuisiones æquinoctialis circuli. hoc est diuidatur æquator in partes duodecim, & sex circuli maximi ducantur, quilibet per oppositas diuisiones transeuntes, & in communibus horizontis, & meridiani intersectionibus conuenientes illi sunt circulidomorum cœlestium. Alij verò volunt eos circulos maximos, coire quidem in intersectionibus communibus, horizontis,& meridiani; sed diuidere vericalem primarium in partes æquales.

Hi circuli exceptô meridiano, sunt obliqui ad æquatorem, quare (*per 4. huius*) per circulos proijcientur. igitur modò tria cuiuscúmque puncta habeamus in Astrolabio, facilè eos describemus. habemus autem tria etiam 4. nempe communes intersectiones borizontis,& meridiani;& diuisiones æquatoris, aut verticalis primarij.

Sit ergo vt priùs æquator ABCD, diuisus in partes duodecim. Sit borizon AEC, cuius intersectiones cum meridiano sint E,F, sit item centrum horizontis punctum G, per quod agatur linea G R, perpendicularis ad EF, fiant circuli per diuisiones singulas æquatoris ABCD, & per puncta E, & F, transeuntes.

Alia domorum cœlestium acceptio pro circulis transeuntibus, per æquales diuisiones verticalis primarij, facile perficietur, sit Zenith punctum K, per quod transeat verticalis primarius AKC. ex puncto E, polo verticalis primarij, ducantur lineæ occultæ ad singulas diuisiones æquatoris, qualis est EM, secans circulum AKC in puncto L, notentur cætera puncta similia, & diuisus erit verticalis primarius in partes æquales. (*per 5. huius*) ducantur circuli per diuisiones sibi correspondentes,& per puncta E,& F. habebuntúrque domus cœlestes in hoc sensu.

Hi circuli domorum cœlêstium, verticales, Almicantarath, circuli horarum Babylonicarum, Italicarum,& antiquarum connexi sunt, cum Zenith, & horizonte; vnde certæ eleuationi poli affixi sunt ex quo fit, vt pro singulis eleuationibus poli, varij huiusmodi circuli describantur. quare in Astrolabio imo, facies mutabilis est, pro varia latitudine. dicitúrque matrix cui deinde imponitur rete, circuli matricis immobiles censentur, circuli verò retis mobiles sunt, habèntque motum diurnum primi mobilis, quia etiam si moueantur eandem seruant, cum ęquatore etiam mobili, habitudinem, nam duo quasi cogitari possunt æquatores, primus quasi immobilis, per cuius diuisiones transeunt circuli horarij. cogitatur item illi subiectus alius æquator mobilis, quem in duobus punctis secat Eclyptica. ita vt puncta intersectionum, nempe initium arietis, & libræ æquatorem immobilem percurrant, & in eo mobili æquatore numerantur ascensiones rectæ. cæteri circuli mobiles; vt sunt alij omnes qui cogitari possunt, exceptis ijs, quos dixi affixos esse certæ eleuationi, eandem semper habent habitudinem ad æquatorem mobilem, quam per motum diurnum non amittunt. Ex quo fit vt quam plurimi circuli vtiles in eo formari possint, quales sunt orbita Lunæ ad Eclypticam inclinata quinque gradibus. Sed perseuerans non est illa orbita, eo quod nodi ascendant in antecedentia sicut orbita cæterorum Planetarum, circulus quem motu propriô cometa percurrit,& ita de alijs. nam omnis circulus maximus in circulum proijcitur, nisi transeat per

polos;

polos; quare inuentis tribus eius punctis facile describi potest. quod aliquibus exemplis illustrabimus.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Per data puncta, in duobus circulis maximis posita, maximum circulum describere, & polum circuli maximi inuenire.

Sit datum punctum N, in circulo quocumque maximo AEC, nempe in horizonte obliquo, sitque datum punctum B, in meridiano, oporteátque circulum maximum describere, per hæc duo puncta N & B. in alterutro circulorum quæratur aliud punctum oppositum diametraliter, (quod intelligo in Sphæra, non in Astrolabio,) nam puncta opposita diametraliter, in circulo Astolabij, non semper repræsentant, puncta Sphæræ diametraliter opposita, puncto igitur B, diametraliter opponitur punctum D, per tria puncta BND ducatur circulus, is erit, quæsitus: omnis enim circulus transiens in Sphæra, per puncta opposita maximus est.

Tota difficultas est in inueniendis punctis oppositis, circuli alicuius; ad hoc enim necessarium est, vt virtualiter diuidantur in gradus, modus autem circulum diuidendi in gradus apparentes, ex quinta propositione huius, sit per inuentionem poli illius in quo notandum est omnem circulum maximum secare æquinoctialem in duobus punctis oppositis. proponatur circulus OEP, cuius centrum R, hic secat æquinoctialem in punctis O, & P. circuli autem omnes maximi, vt (*ex Theodos.*) patet se inuicem bifariam secant: erit ergo OVP semicirculus, & OTP apparentia semicirculi ducatur ex S, polo æquatoris per centrum R linea RSV quæ repræsentabit circulum maximum, per polos mundi transeuntem. dico eundem circulum transire per polos circuli OTP.

Intelligatur enim linea OP, quæ transit per centrum S, & bifariam diuiditur á linea RSV, quare (*per 3.3. Eucl.*) erit perpendicularis ad OSP; est ergo VP, & VO quadrans. cum igitur in triangulis Sphæricis TPV, TVO, anguli ad V sint æquales, item anguli P, & O sint æquales, (*ex Theodosio*) & arcus VP, VO sint æquales, ergo reliqua sunt æqualia, quare TP, TO sunt apparentiæ quadrantum, & anguli ad T, sunt æquales, & recti; & consequenter circulus quem linea TR repræsentat, per polos circuli OTP, transit. ex puncto P, per T ducatur linea PTX, sitque PY quadrans, iungatur linea PY, secans lineam SR in L: dico punctum L, esse polum circuli OTP, & arcum XV, denotare inclinationem quam habet ad æquinoctialem.

Demonstratio. Sumatur in Sphæra æquinoctialis ABCD, pro circulo quem linea VR repræsentat, quem ostendimus transire per polos circuli OTP, si intelligatur erigi perpendiculariter supra planum Astrolabij, cum linea PS, sit perpendicularis ad TR, pro axe sumi potest, & punctu P erit polus antarcticus; ex quo ducta linea OTX, punctum T, erit apparentia puncti X, & cum XY, si quadrans, & puncti Y apparentia sit L, linea TL exhibebit quadrantem, quare punctum L erit polus circuli OTP, quod erat primum.

Secundò arcus XV, apparentia erit linea TV, seu arcus XV, exhibebit quot gradus sint in arcu quem linea TV repræsentat; sed arcus TV, est mensura anguli P, & O, cum tam PT, OT, quám VP, VO sint quadrantes, ergo arcus XV, est mensura inclinationis, circuli OTP ad æquinoctialem.

Inuentò autem semel polo L, ex diuisione æquinoctialis, diuidetur circulus OTP in gradus.

COROLLARIVM.

Dati circuli maximi facile polum inueniemus eô modô quô inuenimus polum L.

PROPOSITIO XVJ.

Problema.

Cuiuslibet circuli maximi, quasi pro horizonte assumpti, Almicantarath describere.

Sit propositus idem circulus OTP, & cum omnis circulus maximus in Sphæra, sit horizon alicuius Regionis, illius nempe, quæ polo eius subiecta est. proponitur modus describendi eius verticales omnes, immo & circulos Almicantarath; seu circulos minores illi parallelos. inueniatur eius polus L, vt propositione superiore docuimus, diuidatur æquator in suos gradus, & ex polo L, ad diuisiones æquatoris ducuntur lineæ rectæ, hæ diuident circulum OTP in suos gradus. tum per diuisiones respondentes gradibus, oppositis diametraliter; & per polum L, describantur circuli illi erunt, huius circuli OTP, verticales cum per polum eius L transeant.

Vt verò describantur circuli paralleli, linea VR, diuidatur in gradus apparentes, ex puncto P, tanquam ex polo arctico, & per gradus æqualiter á polo distantes, describantur circuli, & descripti erunt eius paralleli.

PROPOSITIO XVIJ.

Problema.

Circulum maximum per duo æquatoris puncta opposita transeuntem, & ad eum quomodolibet inclinatum describere.

Sint data duo puncta æquatoris, diametraliter opposita, nempe O, & P. sitque describendus circulus per hæc duo puncta datam inclinationem cum æquatore faciens. ad lineam OP, sit perpendicularis SR, secans æquatorem in puncto V, sit arcus OX, æqualis datæ inclinationi. ducatur linea XP, secans lineam VR, in puncto T, dico per tria puncta OTP descriptum circulum, eum esse, qui quæritur. nam primó transit per puncta O, & P. Secundò ostendam vt priús arcus TP, TO, item VP, VO, quadrantes esse, atque adeó arcum VT, qui est apparentia arcus XV, esse mensuram inclinationis, seu angulorum O, & P.

PROPO-

PROPOSITIO XVIIJ.

Dati puncti cuiuslibet in Astrolabio, punctum diametraliter oppositum inuenire.

Sit in Astrolabio in quo CBDE æquinoctialis; punctum datum A, cui quæritur oppositum diametraliter, intelligatur circulus maximus per A, & polos mundi transiens, atque adeo qui per lineam rectam A F E exhibeatur, ducatur linea B F ad A E perpendicularis, iungantúrque linea AB, cui BD sit perpendicularis, secans AE in puncto H, dico punctum H, esse apparentiam puncti diametraliter oppositi, ei quod á puncto A repræsentatur.

Demonstratio. Circulus BCD, intelligatur esse circulus, per polum transiens, cuius AE est apparentia. eruntque puncta I, & E ea puncta in quibus ille circulus, æquinoctialem secat; quare B erit polus antarcticus, eritque A apparentia puncti C, & H apparentia puncti D, & cum angulus CBD sit rectus, erit (*per 31. 3. Eucl.*) CBD semicirculus, & puncta C, & D diametraliter opposita. sunt igitur puncta A, & H, apparentiæ punctorum diametraliter oppositorum. (*per 5. huius*) quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Si punctum datum, sit extra æquinoctialem, illi oppositum intra æquinoctialem erit, & vicissim.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Per duo qualibet puncta, circulum maximum ducere.

Sint data duo puncta A, & G, per quæ describendus est circulus maximus Sphæræ. quæratur (*per præcedentem*) punctum oppositum puncto A, quod sit H, tum describatur circulus per tria puncta A, G, H, dico illum esse maximum cum transeat per puncta A, & H diametraliter opposita.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Datis duobus punctis distantibus, gradibus 90. per vnum eorum circulum describere cuius aliud sit polus.

Sint data puncta K, & G distantia gradibus 90. sitque describendus per punctum K circulus, cuius punctum G sit polus, ducatur ex G, per centrum æquatoris linea GFB, ad quam perpendicularis ducatur FI, ex puncto E ducatur linea EGL; arcus LM sit quadrans; ducatúrque linea occulta EM, secans lineam GB in puncto O. dico si per E, O, I, ducatur circulus; eum transiturum per punctum K & illius polum, esse punctum G.

Demonstratio. Intelligitur circulus GFB, per polos mundi transiens, qui per lineam rectam projicietur, & secabit æquinoctialem in punctis B, & N, intelligatur iam circulus BCD, esse ille circulus, cuius puncta B, & N æquinoctialem attingunt, quare E, & I erunt poli. sit E polus antarcticus, erit punctum G apparentia puncti L, & O apparentia puncti M, arcus autem LM est quadrans, quare punctum O distat quadrante á puncto G. ostendam item facile EO, OI; BI, BE quadrantes esse, atque adeò angulos FOI, FOE, æquales esse, & rectos, vel faciliús, cum G sit polus circuli EOI, erit circulus GO, ad eum circulum rectus, & consequenter anguli FOI, FOE, recti, quare ostenduntur facilè arcus BE, BI æquales esse. & circulus EOI, transire per puncta E, & I. dico etiam eum circulum transire per K. si enim non transit per K, ductô maximô circulô, ex G per K, punctum K, distaret plus quam quadrante á puncto G, aut minus, contra suppositionem.

COROLLARIVM J.

Ex eo facile deduces methodum describendi circulum maximum, cuius punctum datum, sit polus nam circulum EOI descripsimus, nulla habita ratione puncti K.

COROLLARIVM IJ.

Describimus item circulum minorem quemcúmque cuius distantia á polo G non sit, sit enim parallelus distans 30 gradibus. sumantur hinc inde á puncto L arcus graduum 30. nempe LP, LR, quærantur apparentiæ punctorum P, & R, nempe TV, describatur circulus minor per puncta T, & V. & habebitur intentum.

PROPOSITIO XXJ.

Problema.

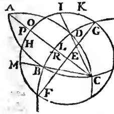
Datorum circulorum maximorum in Astrolabio descriptorum, inclinationem inuenire.

Si alteruter eorum circulorum fuerit æquator consulenda est propositio 17. in qua iam problema soluimus.

Sint duo circuli maximi ABC, ADC, se intersecantes in punctis A, & C, ducatur linea AC,

quæ

quæ cum sit diameter vtriusque circuli, nam circuli maximi se inuicem bifariam secant, in ea erit centrum astrolabij, nempe centrum mundi. sit ergo punctum E centrum æquinoctialis, & linea A C referet etiam circulum maximum per polum mundi transeuntem, cuius circuli linea AC semicirculum repræsentabit. quæratur nonagesimus illius gradus hôc modô, per centrum mundi E, seu centrum astrolabij ducatur perpendicularis FG, ex puncto F ducatur linea occulta FA secans æquinoctialem in puncto H, fit HK quadrans circuli, ducaturque linea F K secans lineam AC in puncto L, punctum L erit nonagesimus gradus, à punctis A, & C. ducatur circulus per F,L,G,qui erit ad circulum AC rectus, & consequenter poli eius erunt A & C. secabitque circulos ABC, ADC in punctis B & D, ducantur lineæ CBM,CDI secantes æquinoctialem in punctis M, & I, dico arcum MI esse inclinationem circulorum ABC ADC.



Demonstratio, primo quod punctum L sit gradus nonagesimus patet ex praxibus superioribus, præcipuè ex prop. 11. de praxi describendi circulos almicantarath, quod vero anguli in puncto L sint recti ostenditur, eò quòd in triangulis OGL, OLF quadrantes OF, O G æquales sint, anguli in O recti, item anguli in G & F æquales quare ex trig. triangula in omni sensu erunt æqualia, & anguli in puncto L æquales; ergo recti. denique cum punctum C sit polus circuli BD, (*per 5. huius*) erunt MI, BD æquales, quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Angulum BAC bifariam secabimus, si arcum MI, in duos arcus æquales M P, P I diuidamus, ducamusque lineam occultam CP, quæ secet arcum BD in R; circulus per A, R, C ductus, angulum A bifariam diuidet, nam (*per 5. huius*) arcus BR, R D æquales sunt, quare cum puncta A, & C sint poli circuli B D, & consequenter arcus BR, R D mensuræ angulorum in A, & C factorum, fient, anguli æquales.

PROPOSITIO XXII.

In circuli cuiuscumque puncto, angulum sphæricum, alteri æqualem constituere.

In puncto A circuli A B C constituendus sit angulus sphæricus verbi gratia graduum quinquaginta. agatur per centrum astrolabij E, linea AEC, ductòque vt priùs circulo BLD, & linea CM, fiat arcus MP graduum quinquaginta, tum agatur linea occulta C P, quæ secet circulum BD in puncto R. dico si fiat circulus per puncta A, R, C fore vt comprehendat, cum circulo A B C angulum B A R graduum quinquaginta.

Demonstratio eadem quæ propositionis præcedentis.

COROLLARIVM.

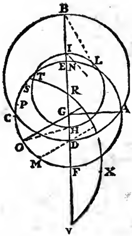
Hâc methodô cuiuscumque circuli maximi in astrolabio descripti situm explorabimus, animaduertendo quibus in punctis, æquatorem, aut quemlibet alium circulum maximum secet, & quam declinationem ad eum habeat.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Per datum punctum, circulo maximo parallelum delineare.

Sit dato circulo A B C D secanti æquatorem AECF, in punctis A, & C. describendus circulus parallelus distans, ab eo quibuscumque gradibus verbi gratia 20. sit linea BE, centra circuli ABCD & æquatoris coniungens, in quâ, praxi communi, quærenda sunt puncta H, & I gradibus viginti, à punctis B, & D distantia. ducatur ex puncto K polum antarcticum nunc referente, lineæ KB, K D, secantes æquinoctialem in punctis L, M. sint arcus LN, MO graduum 20. ducantur item lineæ occultæ K N; K O, quæ exhibebunt in linea FB puncta H,& I quæsita.



Demonstr. linea BF, transiens per centrum æquinoctialis ex suppositione repræsentat aliquem circulum horarium. cuius diuisionem docuimus cum de circulis almicantarath, quæ est similis isti in

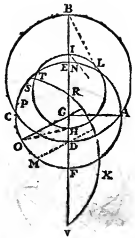
in qua punctum K repræsentat polum antarcticom. nam circulus B F, transiens per polum arcticum G, si intelligatur, erigi ad angulos rectos supra planum astrolabij, cum est æqualis æquatori intelligatur circulus AECF ita eleuari in hoc situ planum astrolabij, seu planum æquatoris secabit, in punctis E & F, eritque P polus arcticus, & K antarcticus, in quo erit oculus. In eodem situ punctum B erit apparentia puncti L, punctum vero M erit apparentia puncti D, & eum arcus OM, L N, sint graduum 20 & illorum apparentiæ sint puncta I, & H. parallelus distans 20 gradibus à punctis, & B, transit per puncta H & I.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Circa datum polum quemcumque parallelum describere.

Sit datus polus R circa quem describendus sit quiliber parallelus, verbi gratia parallelus distans à polo gradibus 70. ducatur primo linea R G, per centrum astrolabij, tum per praxin superiorem quærantur puncta H & I, distantia à polo gradibus 70. ducatur linea oc-



culta K R S, sintque arcus S N, S O graduum 70. ducanturque rursus lineæ occultæ K N, K O, quæ in linea K O exhibebunt puncta H, & I. per quæ ducetur parallelus IH.

COROLLARIVM.

Hac praxi etiam circulus maximus describetur.

PROPOSITIO XXV.

Datô circulô maximô, parallelum describere qui per datum quodcumque punctum transeat.

Sit datum punctum T per quod describendus sit parallelus circuli maximi ABCD, quærantur ambo poli circuli ABCD. (*per 15. huius*) sintque R, & V vel puncti T oppositum diametraliter quæratur punctum X, tum per T & duos polos R, & V, val per T, R & X ducatur circulus qui maximus erit. eum per puncta diametraliter opposita transeat. illius polos quæratur tum per diuisionem æquinoctialis, cognosces quot graduum sit arcus RT (*per 5. huius*) cognoscatur ergo esse gradum 70. per praxin communem fiant arcus RI, R H totidem graduum, circulos per puncta THI transiens erit parallelus circuli ABCD, eundem cum illo polum R habens. cum æqualiter vndique à polo R distet.

Sequuntur vsus istius astrolabij qui ferè iidem recurrunt qui in prioribus traditi sunt, id autem commodi habet præ cæteris, quod totum cœlum in eo volui cernatur. nam duabus partibus constat: vnâ immobili circulos vni eleuationi poli affixos exhibente, aliâ verò mobili, in qua Eclyptica, & stellæ omnes, cum æquatore: supponitur autem regula in gradus diuisa, in centro astrolabij inseri. diuisio huius regulæ eadem est, quæ circuli meridiani, quæ tradita est (prop. 9.) cum de circulis æquinoctiali parallelis egimus.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Cuilibet puncto Eclypticæ, & stellæ suam declinationem assignare, & vicissim. item altitudinem meridianam quôlibet die.

Allidada (quæ vt dixi diuisa supponitur in suos gradus) habeat cyphras suas hincinde dispositas ab æquatore; hæc ad gradum Eclypticæ quemcumque transferatur, gradus allidadæ, erit gradus declinationis australis quidem, si magis à centro astrolabij distet, quàm æquator; borealis si propior sit centro astrolabij, quem esse polum borealem asseruimus. demonstratio ex ipsa astrolabij constructiona patat.

Vicissim data declinatione, quacumque boreali, aut aostrali, non superante gradus a; $\frac{1}{2}$. (nam in hoc astrolabij genere, maximus circulus, australis, est tropicus capricorni) si gradus illi respondens ad zodiacum transferatur indicabit in Eclyptica, gradûs duos quibus talis declinatio competit.

Item si proponatur stella quæcumque in astrolabio notata, ad qoam addocatur regula, hæc in regula indicabit gradum declinationis suæ.

Denique si punctum quodcumque Eclypticæ, aut stella in astrolabio notata, ad circulum meridianum adducatur, videbitur in circulis almicantarath, eius altitudo meridiana. & vicissim si cognoscatur altitudo meridiana solis, grados

Eclypticæ

Eclypticæ qui adductus ad meridianum, illi reſponder altirudini erit is quem ſol occupat.

Vnum moneo, vix iſtos vſus ſatis intelligi poſſe, niſi ad manum habeatur aſtrolabium, ideoque is aſtrolabium comparet ſibi, qui hanc materiam attingit.

PROPOSITIO XXVII.

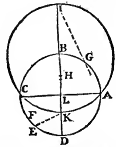
Problema.

Aſcenſionem & deſcenſionem rectam, cuiuſlibet puncti Eclypticæ, & ſtellæ inuenire, & viciſſim ex aſcenſione recta, gradum Eclypticæ reſpondentem: denique gradum Eclypticæ orientem, aut occidentem in ſphæra recta cum ſtellâ quacumque.

Gradui Eclypticæ, aut ſtellæ cuius quæritur aſcenſio recta incumbat regula, arcus enim æquatoris, inter punctum æquinoctij verni, & regulam interceptus erit aſcenſio recta.

Ratio eſt quia regula per centrum aſtrolabij tranſiens repræſentat circulum horarium qui eſt aliquis horizon ſphæræ rectæ. quia tamen communiter in aſtrolabiis, æquator non eſt diuiſus in gradus; ſed tantum circulus exterior, ſeu limbus hanc diuiſionem præfert, transferatur communis interſectio æquatoris, & Eclypticæ, ſeu initium arietis ad circulum horæ ſextæ; qui communiter horizon rectus nominatur, tum immoto reti, regula traducatur per gradum Eclypticæ propoſitum, arcus limbi inter horam ſextam, & regulam interceptus, eſt aſcenſio recta. pariter reti eundem ſitum obtinente, ſi in limbo numeres ab hora ſexta aſcenſionem rectam quamcumque, regula huic gradui applicata exhibebit in Eclyptica, gradum cui talis aſcenſio recta competit.

Denique ſi per ſtellam quamcumque in aſtrolabio notatam regulam ducas, hæc in Eclyptica oſtendet gradum, cum ea orientem, & occidentem in ſphæra recta, mediantem in omni ſphæra.



Qui aſtrolabio careret facile conſtruere poſſet figuram aſcenſionum rectarum, pro omnibus Eclypticæ punctis. fiat enim circulus ABCD, qui pro æquatore ſumatur diuiſus in quatuor quadrantes, lineis A C, B D. ſumantur arcus D E, CF, B G. graduum $23\frac{1}{2}$ & ex puncto A, ducantur lineæ occultæ A E, A F, AG, quæ ſecabunt lineam DB in punctis K, H, I, per puncta I & K deſcribatur Eclyptica cuius polus erit H, diuidatur æquator A B C D in ſigna, & gradus; & ex puncto H per ſingulas diuiſiones præcipuas æquatoris. traducantur lineæ rectæ occultæ; hæ diuident Eclypticam in ſuos gradus. quâ diuiſâ ſi ducantur per ſingulas eius diuiſiones ex puncto L lineæ rectæ, vniciuiſcumque puncti Eclypticæ indicabitur aſcenſio recta.

Poſſet item fieri figura in qua omnium ſtellarum aſcenſio recta, & declinatio haberetur. & de facto Typis mandantur huiuſmodi. quæ omnia vno intuitu ſatis apparent, cum ſint deſumpta ex aſtrolabio.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Aſcenſionem, & deſcenſionem obliquam cuiuſlibet puncti Eclypticæ, vel ſtellæ inueſtigare & viciſſim item punctum Eclypticæ cum quo ſtella oritur, aut occidit, in ſphæra obliqua, determinare.

Propoſitum ſit Eclypticæ punctum, aut ſtella in reti notata, transferatur ad partem orientalem horizontis obliqui, & reti ſic conſtituto, regula per initium arietis ducatur; noteturque gradus in limbo, à regula indicatus. arcus enim inter hunc gradum, & horam ſextam matutinam interceptus erit aſcenſio obliqua prædicti puncti Eclypticæ aut ſtellæ.

Demonſtratio aſcenſio obliqua, eſt gradus æquatoris aſcendens ſimul cum propoſito puncto cœli, in horizonte obliquo; dum ergo propoſitum punctum, eſt in horizonte obliquo, punctum æquatoris attingens eundem horizontem eſt in circulo horæ ſextæ. nam æquator omnes horizontes in puncto ſextæ horæ ſecat. quæritur ergo arcus inter illud punctum, & arietem; ſed regula ad arietem tranſlata, cum circuli concentrici ſimiliter ſecentur a lineis ductis à centro, hunc arcum in limbo indicabit.

Pariter dum propoſita ſtella horizontis obliqui partem ortiuam occupat, ſi reſpicias quis gradus eclypticæ, eundem horizontem attingat, habebitur gradus Eclypticæ ſimul cum ea, exoriens in ſphæra obliqua.

Viciſſim ſi detur aſcenſio obliqua, quæraturque gradus Eclypticæ cui reſpondet, hæc numeretur in limbo, in antecedentia, initiô factô ab hora ſexta matutina. cui gradui regulam applicabis, & rete ita circumuolues donec initium arietis regulæ ſubiaceat, Eclypticæ gradus incumbens horizonti obliquo ex parte orientali, erit is cui talis competit aſcenſio obliqua.

Si velis differentiam aſcenſionalem. per punctum Eclypticæ, aut ſtellam horizonti obliquo incumbentem, traduc regulam; quæ in limbo aliquem gradum attinget, arcus inter eum, & horam ſextam interceptus, eſt differentia aſcenſionalis.

Idem pro deſcenſione obliqua præſtandum eſt, punctum propoſitum aut ſtellam transferendo ad partem occiduam horizontis obliqui.

Poſſemus vt ſupra aliquam tantum partem aſtrolabij decerpere, & deſcribere, ſi aſtrolabio integro careremus. immò poſſet conſtrui figura continens omnes aſcenſiones rectas, & obliquas, deſcriptis ſcilicet omnibus horizontibus ſed periculum eſt confuſionis.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Amplitudinem ortiuam cuiuscumque gradus Eclypticæ aut stellæ determinare. Et vicissim datæ amplitudini gradum Eclypticæ cui competit assignare.

Gradus Eclypticæ propositus, cuius amplitudinem ortiuam inuestigamus, transferatur ad horizontem ortiuum, nam verticales interiecti inter prædictum Eclypticæ gradum, & verticalem primarium, indicabunt amplitudinem ortiuam, seu distantiam ortûs illius gradûs, à puncto veri ortûs, aut occasûs.

Quod de gradu Eclypticæ diximus, de stellâ quâcumque intelligendum est, cuius amplitudo ortiua eodem modo inuenitur.

Sine astrolabio eandem amplitudinem ortiuam; cognita tantum eius declinatione habebimus, si eoim ducatur circulus diurnus illius stellæ, qui secabit horizontem obliquum, vt sciatur quot graduum sit arcus amplitudinis ortiuæ essent ducendæ lineæ ex zenith, seu polo horizontis obliqui, quæ in æquinoctiali exhibebunt quantitatem amplitudinis ortiuæ. quæ omnia desumi possunt, ex methodo construendi astrolabij, & diuidendi horizontis obliqui.

Vicissim si inquirendus sit gradus Eclypticæ competens alicui amplitudini ortiuæ; hanc amplitudinem nota in horizonte obliquo tum circumuoluatur rete, donec aliquis gradus Eclypticæ, eam attingat, is enim erit cui talis amplitudo ortiua, aut occidua competit.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Arcum semidiurnum, & seminocturnum, cuiuslibet gradûs Eclypticæ, & stellæ inuestigare vicissim datô arcu semidiurnô, inuenire gradum Eclypticæ cui conuenit.

Gradus Eclypticæ propositus, aut stella in astrolabio notata, transferatur ad horizontem occiduum, tum regula ita circumuoluatur donec prædictum gradum, aut stellam attingat, hora enim pomeridiana quæ à regulâ sic constituta indicabitur, erit arcus semidiurnus, hâc enim methodô habebis horam, quâ sol in tali gradu existens, occidet; hora antem occasûs cum numeretur à meridie, arcum semidiurnum ostendet.

Si arcum seminocturnum velis eumdem gragradum Eclypticæ, aut stellam transfer ad horizontem ortiuum, & illi regulam admoue, hæc enim indicabit in limbo horam à media nocte, seu arcum seminocturnum. E contra datô arcu seminocturnô, regulam applica horæ in limbo notatæ, quæ secabit horizontem obliquum io aliquo punctô, voluatur rete donec aliquis Eclypticæ gradus eam intersectionem regulæ & horizontis attingat, ille gradus datum habebit arcum semidiurnum; idem de seminocturno dicendum est.

Posset idem haberi etiamsi totum astrolabium descriptum non esset; modò parallelus diei describeretur, & horizon obliquus. si enim ex centro ducas lineam rectam, per intersectionem paralleli, & horizontis obliqui, arcus æquinoctialis, & etiam paralleli inter prædictam lineam, & meridianam, erit arcus semidiurnus.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Horam Astronomicam ex altitudine solis, aut stella inuenire.

Supponitur cognita altitudo solis, vel ex obseruatione, vel aliunde, supponitur item cognitus locus solis in Eclypticâ. Locum igitur solis in Eclypticâ iouentum, transfer in Almicantarath propositæ altitudinis, siue in parte orientali, siue in parte occidentali, pro vt casus tulerit, & obseruatum fuerit; regula ad eumdem gradum, translata, indicabit in limbo horam quæsitam. nam cum sol versetur ex suppositione, in eo gradu zodiaci, qui circumuolutione diurna, bis tantum attingit almicantarath propositum, habebitur verus locus solis, habebitur item circulus horarius, quem (vt ostendimus) regula, vt pote in lineam rectam proiectum repræsentat.

De nocte obseruatâ cuiuspiam stellæ altitudine, stella ipsa in astrolabio notata transferatur ad almicantarath obseruatæ altitudinis, & regula ducta per locum solis in Eclyptica, in limbo horam astronomicam indicabit.

Vt habeas horam ab ortu, aut occasu, ita operaberis, eumdem locum solis in zodiaco, transfer ad almicantarath propositæ altitudinis, & vide cui circulo horarum, ab occasu, aut ortu respondeat, & habebis horam quæsitam. si autem in astrolabio vitandæ confusionis gratia circuli horarum Babylonicarum, aut Italicarum notati non sint; Iouenræ horæ matutinæ astronomicæ, adde areum seminocturnum, & habebis horam Italicam. pomeridianæ adde insuper horas 12. sed hæc iam dedimus in aliis astrolabiis.

Si in astrolabio notati sint circuli horarum inæqualium, translatô gradu quem sol occupat, ad Almicantarath obseruatum, circulus horæ inæqualis, cui idem gradus, respondet indicabit horam inæqualem. de nocte translatâ quâcumque stellâ ad Almicantarath obseruatæ altitudinis, circulus horæ inæqualis, cui gradus Eclypticæ, quem sol eô die occupat, respondet; ostendet horam inæqualem.

Posset sine astrolabio totali inueniri hora. descripto æquatore, parallelo quem sol occupat, qui concentricus est æquinoctiali, descripto item Almicantarath, communis enim intersectio paralleli, & circuli Almicantarath est locus solis, ductaque ex centro astrolabij per hanc communem intersectionem linea, abscindit in ipso æquinoctiali arcum, æqualem distantiæ solis, à meridie. quæ indicasse sufficiat, cum ex ipsa descriptione astrolabij desumpta sint.

PROP.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Quâ horâ sol, aut stella oriatur, aut occidat aut ad meridianum perueniat. Qui dies, & noctes inter se sint aequales.

Gradum quem sol in Eclypticâ occupat, transfer ad horizontis obliqui partem ortivam; regula per hunc gradum transmissa, in limbo indicabit horam ortûs solis. Eôdem modô invenies horam occasûs solis.

Stellam quamcúmque transfer ad horizontem obliquum, regula per gradum, quem sol in Zodiaco occupat, transmissa, indicabit in limbo horam ortûs illius stellæ, idem præstabis circa occasum; idem circa mediationem.

Ratio horum est quod dum stella ad horizontem transfertur, rete Astrolabij eundem situm obtinet, ac cœlum ideóque restat tantum inquirendum in quo circulo horario sol inveniatur. circulos autem horarios regula ex centro ducta repræsentat.

Gradus Eclypticæ æqualiter ab eôdem tropicô distantes, dies & noctes habent æquales, quod simplici Astrolabij intuitu sufficienter ostenditur.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Initium auroræ, & finem crepusculi vespertini inquirere.

Gradus solis quem sol occupat incumbat parti orientali lineæ crepusculinæ, in Astrolabio infra horizontem obliquum notatæ; regula ad eundem gradum adductâ, indicabit in limbo horam, quâ incipit aurora. Si eundem gradum ad partem occidentalem, eiusdem lineæ crepusculinæ transferas, regula ad eundem adducta, indicabit in limbo horam quâ finitur crepusculum vespertinum.

Si Astrolabium lineâ crepusculinâ careat, gradum soli oppositum transfer ad partem occidentalem Astrolabij, ad elevationem grad. 18. supra horizontem, tunc enim gradus quem sol occupat, erit totidem gradibus depressus infra horizontem, vnde regula ad ipsum adducta, indicat in limbo, auroræ initium.

Si velis durationem totius crepusculi quæratur initium auroræ, & horam quâ sol oritur, & habebitur tota auroræ duratio; quæ æqualis est durationi crepusculi vespertini.

Idem sine Astrolabio integro haberi potest, ductis tantum duobus aut tribus circulis ad id necessariis.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Quæ puncta Eclypticæ existant in domibus cœlestibus, quocúmque tempore.

Cognitâ horâ, aut saltem elevatione solis, gradus Eclypticæ quem sol, eô tempore occupat, transferatur, aut ad horam datam, aut ad Almicantarath elevationis observatæ, tunc rete eundem situm obtinebit, ac cœlum. quare si ad domos cœlestes attendas, animadvertes quæ puncta Eclypticæ, singulis circulis domorum cœlestium respondeant.

Idem dicito de quibuslibet stellis, videbis enim quâ in domo cœlesti quæcúmque stella, in Astrolabio notata inveniatur.

Idem præstare poteris, observatâ culuscúmque stellæ altitudine. nam si stellam ad circulum altitudinis propositæ transferas; rete pariter verum cœli situm obtinebit. Idem dicito de planetis; modo eorum loca in Zodiaco teneas, nempe longitudinem, & latitudinem.

Sine Astrolabio integro idem præstare poteris descriptis tantùm circulis ad id necessariis.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Lineam meridianam, cæterásque plagas in plano horizontali invenire.

Observetur altitudo solis supra horizontem; tum gradus solis quem sol occupat in Eclypticâ; ad circulum observatæ altitudinis transferatur, notetúrque verticalis per eum gradum transiens, quot nempe gradibus à meridiana linea Astrolabij distet. ponamus distare gradibus 30. in dorsô Astrolabij numera ab aliqua diametro gradus 30. ibique fiat nota, tum infixo stylô, in centro Astrolabij, horizontaliter dispositi; moveatur planum Astrolabij; donec vmbra in notam prius factam incidat. diameter assumpta quadtabit lineæ meridianæ, quare cæteras plagas facile in eodem Astrolabij limbo invenies.

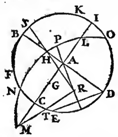
Ex observatione alicuius stellæ in Astrolabio notatæ idem habere poteris, nam si stellam transferas ad circulum altitudinis observatæ, habebis pariter circulum verticalem in quo stella invenitur, & quantum is distet à meridiano, ponamus distare gradibus 30. numeratis gradibus 30. incipiendo ab aliqua diametro, infigatur stylus centro Astrolabij, horizontaliter dispositi, tum illud ita moveas, donec collineando ex gradu trigesimo prius notato, per stylum videas stellam prædictam, tunc diameter situm meridianum obtinebit.

PROPOSITIO XXXVI.

Duarum stellarum quarum Ascensio recta & declinatio nota sit; sicut & duarum civitatum quarum longitudo, & latitudo sit cognita, distantiam cognoscere.

Quandoquidem duarum civitatum longitudo cognoscitur, nota erit earum, differentia, seu meridianorum distantia sit hæc centum graduum. Ex centro A, describatur æquinoctialis B C D. linea AB, sumatur pro circulo meridiano vnius civitatis, sitque angulus B A C 100 graduum, atque adeo sit linea AC meridianus alterius. sit primæ civitatis

civitatis latitudo borealis. Ad vnum ex meridianis, nempe ad AC, ducatur perpendicularis AD, sitque CF, latitudo borealis primæ civitatis. du-



catur linea occulta D F, quæ exhibebit punctum G, ita vt linea CG, sit apparentia arcûs CF. quia hæc latitudo ad primam civitatem pertinet cuius meridianus AB, sit BH æqualis lineæ CG, eritque punctum H locus vnius civitatis, ponamus aliam civitatem habere latitudinem australem æqualem arcui C E, ducatur linea occulta D E M, eritque punctum M locus secundæ civitatis. quæratur locus oppositus diametraliter civitatis M. hoc est arcus KI, æqualis sit arcui CE, ducatúrque linea occulta D K, quæ exhibebit punctum L oppositum, civitati M. per puncta M H L ducatur circulus, qui maximus erit cum transeat per puncta opposita M, & L. hic circulus cum sit maximus, æquatorem secat in duobus punctis oppositis N,O, arcus NO dividatur bifariàm in P. ducatúrque linea P A, in qua erit polus circuli N O, sit punctum R polos, ex quo si ducas duas lineas occultas RH, RM, secantes æquinoctialem in punctis T & S, erit arcus T S distantia duarum civitatum.

Demonstratio. Primò ostenditur puncta H & M, esse loca civitatum in Astrolabio. nam positô, quod AM, sit meridianus vnius civitatis, cuius latitodo australis, bene ex puncto D, divisus est meridianus secundum praxin communem, atque adeò punctum M, ad vnam civitatem pertinet. Si meridianus AC, ad aliam civitatem pertineret cuius declinatio borealis CF, huius locus esset G, secundum praxin dividendi meridianos. item ostendam ex eadem praxi punctum L, opponi diametraliter civitati M, & consequenter circulum transeuntem per LHM maximum esse, cum transeat per puncta Sphæræ diametraliter opposita. ostendere item facile possum in linea PR esse polum eius; nam ostendimus ex polo circuli cuiuscúmque, ductas lineas similiter dividere & æquinoctialem, & prædictum circulum (*per 5. huius*) quare cum linea PA dividat arcum NO, bifariam; esset perpendicularis ad lineam NO, si duceretur; & consequenter bifariam divideret arcum æquatoris NO. & hoc secundum praxin traditam ad inveniendum polum circuli maximi. cum igitur R. sit polus circuli M H O, sintque ductæ lineæ RHS, RTM, erunt arcus TS, MH æquales, (*per 5. huius*) igitur arcus T S, civitatum distantiam metitur. quod ostendendum erat.

COROLLARIVM I.

Eódem modô distantiam duarum stellarum quarum ascensiones rectæ, & declinationes notæ sint, investigabimus. nam declinatio cœlestis latitudini terrestri, ascensio recta longitudini respondet.

COROLLARIVM II.

Eâdem praxi, cognita stellarum longitudine, & latitudine; earum distantiam investigabimus, in alia tamen suppositione, si nempe intelligatur oculus in polo Eclypticæ; aut cognitis verticalibus, & elevationibus supra horizontem earundem stellarum, oculô in nadir collocatô.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Datô circulô maximô obliquô; altitudinem poli supra ipsum deprehendere.

Sit circulus obliquus M H O, quæritur quantum polus elevetur supra ipsum. hic circulus æquinoctialem secat, in punctis N, O, dividatur arcus NO in puncto P, ducatúrque linea PA, arcus PA, erit elevatio poli supra circulum MHO, quia in linea P A, invenitur polus eius vt ostendimus, superiori propositione: quare linea PA repræsentabit circulum rectum, ad MHO. vt autem scias quantitatem arcûs PA. ex puncto N, ducantur lineæ occultæ NP, NA, illæ per praxin communem, quâ dividimus circulos horarios, ostendent in æquinoctiali valorem arcûs P A. nam in tali suppositione ponimus respectu circuli horarij P A, punctum N esse polum antarcticum, vt suô locô iam explicuimus.

TRIGONOMETRIA PER Astrolabium æquinoctiale.

Problemata omnia Trigonometrica, quæ ad triangulorum Sphæricorum solutionem pertinent, per doctrinam huius Astrolabij, facile solventur, omniáque latera facile, per arcus æquatoris investigabimus. Et primo quidem occurrunt triangula Sphærica rectangula.

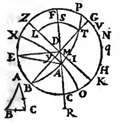
PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

In triangulo rectangulo, datô vtróque latere; cætera cognoscere.

In triangulo A B C, dentur latera A C, B C, quæritur vtérque angulus A & B ex centro D, intervallô quocúmque, fiat circulus æquinoctialis CAF, ex cuius puncto C, ducatur per centrum D, linea CDF, repræsentans aliquem meridianum eritque angulus C rectus. sit arcus æquinoctialis CB, æqualis arcui CB dato. quæratur arcus CA, æqualis lateri CA dato. quod fiet per divisionem communem

communem circulorum horariorum, hoc est ductâ D E, perpendiculari ad C F, fit arcus C H æ-



qualis lateri dato AC; linea EH, exhibet punctum A. fit punctum G oppositum puncto B, per puncta B, A, G ducatur circulus BAG, habebimúsque triangulum BAC, rectangulum in puncto C, cuius BC, est vnum latus, & B A aliud. dividatur semicirculus BKG, bifariàm in puncto K, ducatúrque linea D K, in qua erit polus L, circuli B A G; eritque arcus MK mensura anguli B, cuius mensura habebitur, si ex B, ducatur linea occulta BMN, erit KN æqualis arcui MK, seu angulo B. vt scias quantitatem arcûs A B seu basis; ex polo L, duc lineam occultam LAO, erunt arcus BA, BO æquales.

Restat solus angulus BAC cognoscendus. dividatur circulum horarium C F, ita vt segmentum A S, æquivaleat quadranti, quod facile erit ductâ lineâ occultâ E A H; assumptóque quadrante HP, linea enim occulta E P, dat punctum S quæsitum. quære huic oppositum R. denique debet esse arcus A T quadrans, quare ductâ ex polo L linea occulta LAO, fit ON quadrans, tum ex eodem polô ducta linea occulta LN dabit punctum T, eruntque (*per 51 huius*) arcus O N, AT æquales, per tria puncta T S R, ducatur circulus, qui maximus erit, cum transeat per puncta opposita SR, cuius polus A. quare ductâ linea ATV, erunt arcus VF, ST, seu angulus A æquales.

Demonstratio. Tota petitur ex praxibus superioribus, dividendi scilicet aut circulum horarium, inventô punctô in æquinoctiali, qui respectu illius vices gerat poli antarctici, vt punctum E, respectu circuli FC, punctum B respectu circuli LK. item ex praxi dividendi circuli alicuius maximi, ex polo, ipsius (*per 5. huius*) vt circuli BAG, ex polo L, circuli S T ex polo A, notandum item non esse opus quærere puncta S & R, sufficit enim si inveniatur punctum T, ducatúrque linea occulta ATV.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Cognitâ basi, & latere vno; reliqua trianguli rectanguli cognoscere.

In eodem triangulo A B C, sit angulus rectus C. sit item cognita basis AB, & latus BC. quæruntur reliqua, factô ex centro D æquinoctiali BCG, sit arcus eius BC, æqualis lateri BC, trianguli positi; ducantur diametri BG, C F. ex polo B tanquam polo duc parallelum distantem intervallô basis AB. quod vt exequaris fiunt arcus BO, BX æquales basi A B. ductâque linea BG, & ad eam perpendiculari Z K, duc lineam occultam ZO, quæ dabit in diametro BG punctum Y, eritque arcus BY, æqualis arcui BO, seu basi AB, per tria puncta XYO ducatur circulus, qui erit parallelus quæsitus secans diametrum DC in punctô A. ducatur circulus BAG, eritque arcus BA, pertingens vsque ad parallelum supradictum æqualis arcui BO, seu basi AB constituimus ergo triangulum Sphæricum BAC, rectangulum in C. omnino simile triangulo proposito. eritque pariter arcus MK mensura anguli B, & ducta linea occulta BMN, dat arcum KN illi æqualem. ducta item ad diametrum CF perpendiculi E D, ductâque lineâ occultâ EAH, erit arcus C H æqualis lateri AC, denique quæsitô quadrante A T, ductâque lineâ ATV, habebitur arcus FV mensura anguli A.

Notandum autem me invenisse angulos ex base, & quocúmque latere.

PROPOSITIO XL.

Problema.

In triangulo rectangulo, datâ basi, & vno angulo cætera cognoscere.

In triangulo superiori detur basis, & angulus B. ductis diametris BG, ZK orthogonaliter se intersecantibus, fit arcus KN, æqualis angulo B, ducatúrque linea occulta B N; quæ dabit punctum M; per puncta B, M, K, ducatur circulus eritq; angulus MBG æqualis angulo B, cum eius mensura sit MG, seu arcus KN. fiant arcus BO, BX, æquales basi AB, ductâque lineâ occultâ Z O, secante diametrum BG, in puncto Y, describatur parallelus per tria puncta X, Y, O, secans circulum BMG in puncto A. ducatur linea AD, habebimus triangulum ABC simile proposito. cum basis BA, æqualis sit arcui BO, arcus B C, erit æqualis lateri BC, cætera vt in præcedentibus se habebunt.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

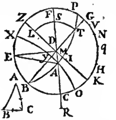
In triangulo rectangulo dato latere, & angulo obliquo opposito, reliqua cognoscere.

Sit cognitus angulus B, & latus oppositum CA, ductâ vt prius, diametrô BG, & perpendiculari ZK. sit arcus KN, æqualis angulo B. ductâque lineâ occultâ BN, exhibente punctum M, ducatur circulus BMG. eritque angulus MBK, æqualis angulo B trianguli propositi. sit item arcus K q, æqualis lateri C A, ductâque lineâ occultâ B q, habebitur punctum I, & latus K I æquale lateri CA, ex centro D, intervallô DI fiat arcus IA, attingens circulum BMG in puncto A, ducatur linea A D, & perfectum erit triangulum. circuli BAG quæratur polus L, ductâque linea LAO, erit arcus BO æqualis basi A B, & arcus B C, æqualis lateri B C, cætera sunt omnino eadem quæ in superioribus propositionibus.

PROPOSITIO XLII.

In triangulo rectangulo, dato angulo & latere adiacente cætera cognoscere.

In triangulo A B C, rectangulo in puncto C, detur latus BC, cum angulo B, quæruntur cætera.

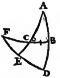


vt prius ductis diametris BG. Z K. fit arcus K N æqualis angulo B, ductâque lineâ occulta BN,exhibente punctum M. fiat circulus BMG, eritque angulus MBK æqualis angulo B. fit arcus BC æqualis lateri B C ; ducaturque linea C D, & fiet triangulum ABC, simile triangulo ABC proposito, in quo vt priùs omnia cognoscuntur.

PROPOSITIO XLIII.

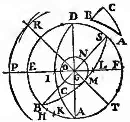
In triangulo rectangulo, datis omnibus angulis cætera cognoscere.

Sit triangulum rectangulum E F C, sitque angulus rectus E ; sint item cogniti duo anguli F,



& C. perficiantur quadrantes DEF , BCF, & ex F vt polo ducatur circulus DBA, producatur latus EC, quod productum conveniet, cum D B, producto in polo circuli D F, cum anguli D & E recti sint. erit item angulus B rectus , cum E,sit polus circuli AD.soluator triangulum ABC, cuius cognoscitur latus A B, complementum anguli E cogniti, cognoscitur item anguli C.quare (*per 41 huius*) omnia cognoscentur. solutô autem triangulo A B C , innotescit triangulum propositum E F C, nam latus F E, est complementum anguli A, latus E C, est complementum lateris AC, hypotheousa F C, est complementum lateris C B.

Aliô modô idem præstabimus. Sit datum triangulum A B C, rectangulum in C , cuius cognoscantur omnes anguli. quæruntur latera. ex centro G, fiat circulus æquinoctialis A F D E, in quo se secent duæ diametri AD, E F, ad angulos rectos. fit arcus E H, æqualis angulo A, ductâque lineâ



occulta DH, habebitur punctum I, per tria puncta A, I, D describatur circulus AID, clarum est lineam EI, æquivalere arcui E H, item cum A E, EI, sint quadrantes lineam EI, esse mensuram anguli EAI. quare angulus EAI, æqualis est angulo A, trianguli propositi, circuli A I D, sit polus L, sit item arcus EK, æqualis angulo B, ducatur linea occulta D K, quæ exhibeat punctum O, clarum est quod si per puncta D, O, A, describeretur circulus , is cum æquinoctiali angulum comprehenderet, æqualem angulo B Sed describendus circulus talem angulum comprehendens transiens, per polum L , sic enim faciet angulum rectum C cum circulo AID. (*ex Theodos.*) fiat circulos OMN, ex centro G.quærâturque centrum trium punctorum A, N, D. sitque P. ex centro G fiat circulus PR. denique intervallo N P , ex centro L , fiat arcus secans circulum P R in puncto R.dico si ex R , vt centrô intervallô P N, aut RL,fiat circulus BMLS,& cum esse maximum,& transiturum per L,& comprehensurum cum æquinoctiali angulum BAC, æqualem arcui P K , seu angulo B,trianguli propositi.

Demonstr.Primò quod hic circulus transeat per L ostenditur,nam descriptus est ex R , intervallô PN,feceramus autem arcum R,& L eodem intervallo.Secundò quod sit circulus maximus.punctû P,est cētrum punctorum D,N,A,hoc est lineæ PD, PA,PN æquales sunt;sed ducta diametrô BS perpendiculari ad RG,erit RM æqualis lineæ PN,& RS,RB,æquales lineis PD,PA,(*per* 4.1.)quare circulus transit per B,& S;ideóque bifariam secat æquinoctialem,& maximus est,denique dico angulum CBA,æqualem esse angulo B trianguli propositi.mensura anguli CBA est linea MT,quæ æqualis est lineæ PO,seu arcui EK,arcus autem EK,factus erat æqualis angulo B : igitur angulus CBA, æqualis est angulo B.quod erat ostendendum.

SEQVITVR SOLVTIO TRIANgulorum obliquangulorum.

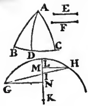
PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Datis omnibus angulis trianguli obliquanguli , cætera reperire.

Sit Triangulum ABC,cuius cognoscantur omnes anguli , demittatur perpendicularis AD, dividens

diuidens triangulum A B C in duo triangula rectangula. hæc perpendicularis cadet intra triangulum, si anguli B & C eiusdem affectionis fuerint, hoc est vel ambo obtusi, vel ambo acuti. si verò vnus acutus fuerit, alter obtusus, arcus perpendicularis AD, cadet extra triangulum, ad partes anguli obtusi, vt ostendimus in trigonometria. Ostendimus item ita esse sinum anguli BAD ad sinum anguli CAD, sicut est sinus complem. anguli B, ad sinum complem. anguli C. quibus positis facile inueniemus angulos BAD, CAD. sit enim vt sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C. ita E ad F. sit arcus G H æqualis angulo A, & subtensa GH, ita diuidatur vt sit eadem ratio GI ad IH, quæ lineæ F ad lineam E, iungaturque KI ex centro. dico angulum C A D æqualem esse arcui GL; & angulum BAD esse æqualem arcui LH. ducantur enim ad lineam KL perpendiculares G N, M H. quæ erunt sinus arcuum G L, LH, & cum triangula GIN, MIH habeant angulos M, & H rectos, item angulos in I, oppositos ad verticem æquales; erunt triangula æquiangula; & (*per* 4. 6.) vt GI, ad IH hoc est sicut F ad E, aut sinus complem. anguli C ad sinum complementi anguli B, ita GN sinus complementi arcûs CL, ad MH sinum arcûs LH, diuisus est ergo arcus GLH, seu angulus totalis A, ita vt sinus angulorum partialium se habeant, vt sinus complementorum angulorum B, & C.



Cognitis ergo in triangulo rectangulo BAD omnibus angulis (*per* 43. *huius*) extera cognoscentur, pariter in triangulo C A D rectangulo CAD cognitis omnibus angulis extera nota fient.

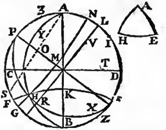
Quod si anguli B, & C non essent eiusdem affectionis; sit B acutus, C obtusus, vel angulus A, erit acutus, vel obtusus, si sit acutus demittatur perpendicularis ex puncto C. si obtusus ex puncto B. atque hôc modô semper perpendicularis intra triangulum cadet.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

In triangulo obliquangulo, datis omnibus lateribus angulos cognoscere.

Sit datum triangulum AHE, cuius singula latera cognoscantur, describatur circulus A C B D æquinoctialem referens; in quo diametri A B, C D se ad rectos angulos intersecent. fiat arcus AE æquinoctialis æqualis lateri A E, trianguli dati, & AF, æqualis lateri AH, denique arcus EG æqualis lateri H E. ex B tanquam polo describatur parallelus F K I. nempe ductâ lineâ occultâ DF, exhibente punctum K assumptôque arcu BI, æquali ipsi BF, per tria puncta FKI, describatur circulus qui parallelus erit circulo CD. ducta diametro E P, ex P tanquam polo describatur parallelus G M N, hôc modo; sit arcus LP quadrans, ducatur linea occulta LG, quæ dabit punctum M, factô arcu PN æquali ipsi PG, per tria puncta GMN ducatur circulus, hi paralleli se intersecabunt vel erratum fuit, se intersecent in puncto H. describatur circulus maximus per puncta AHB, item alius circulus maximus per puncta PHE, dico triangulum AHE, æquale esse triangulo dato AHE.



Demonstratio. primo latera AE, AE, vtrobique sunt æqualia. latus A H trianguli dati æquale est ex constructione arcui AF æquinoctialis, qui arcus AF æqualis est arcui AH, cum ab eodem polo A ad eundem parallelum FHE, pertingant. ita ostendam arcum EH vtrobique æqualem esse. habebuntur autem anguli cognoscendi anguli HAE, mensura est linea O D, cuius valor habetur si ex A per O, ducatur linea occulta AOS arcus DBS erit valor anguli H A E eôdem modô habebitur valor anguli AEH. restat angulus AHE cognoscendus. in arcubus HA, HE productis si opus sit, abscindendi sunt quadrantes. ad quod præstandum necessarium est inueniri polos circulorum AHB, & PHE. sit polus primi T, & secundi V, ex quibus polis (*per* 5. *huius*) diuides eos circulos. inueniesque quadrantes HX, XY, ductisque lineis occultis HYβ, HXZ, erit arcus βZ mensura anguli H. si enim per YX describeretur maximus circulus, arcus illius Y X esset mensura anguli H, cum autem H sit polus illius circuli, rectæ occultæ HY, HX similiter prædictum circulum, & æquinoctialem secabunt (*per* 5. *huius*) quare cognoscentur omnes anguli.

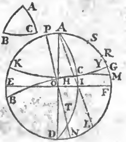
PROPOSITIO XLVI.

Problema.

In triangulo obliquangulo, datis duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso, catera cognoscere.

Sit triangulum obliquangulum A B C, in quo cognoscantur latera AB, A C, & angulus A ab ipsis comprehensus. describatur æquinoctialis AEDF, in quo duæ diametri AD, EF se intersecent perpendiculariter. assumatur in æquinoctiali arcus AB, æqualis lateri AB trianguli dati, pariter sit arcus A G æqualis lateri A C, tum ex A vt polô

polô describatur parallelus interuallô AG, hôc modô, ex E ducatur linea occulta EG quæ exhibebit punctum H, assumptóque arcu A K describatur per puncta K, H, G, circulus qui erit parallelus circulo maximo E F. fiat item arcus B L



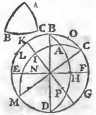
æqualis angulo A; ductâque lineâ AL, exhibente punctum I, per tria puncta A, I, D ducatur circulus maximus eritque angulus BAI, æqualis angulo A, trianguli propositi. hic circulus AID secat parallelum KHG in puncto C. per puncta B, & C describatur circulus maximus qui talis erit, si transeat per puncta B, & M opposita. dico triangulum ABC æquale, & simile esse triangulo ABC proposito cum habeat latera AB, AC, seu A G æqualia, & angulum BAC æqualem. sit B N quadrans, ductâ diametrô N O, linea OP metietur angulum ABC, quare ductâ lineâ occulta BOR, arcus AR metietur angulum ABC, sit circuli BOM, polus T, ductâ linea occultâ TCS arcus B S, æqualis erit arcui BC. pro cognoscendo angulo C, abscindendi sunt quadrantes in arcubus CA, CB, productis, si opus sit, vt suprà fecimus.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

In triangulo obliquangulo, cognitô vnô latere, & angulis adiacentibus cætera cognoscere.

In triangulo ABC, cognoscantur duo anguli B & C, adiacentes lateri BC cognito; describatur æquinoctialis BCD, in quo diametri BD, EF



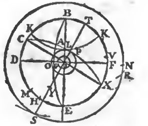
perpendiculariter se intersecent sit arcus B C æqualis lateri B C; fiatque in puncto B angulus æqualis angulo B trianguli propositi, hôc modô. accipiatur arcus DG æqualis angulo B, ducatur occulta B G, exhibens punctum H. fiat circulus BHD, eritque angulus HBF æqualis angulo B trianguli dati; pariter in puncto C fiat angulus BCI æqualis angulo C, hôc modô. ductâ diametro CM, & perpendiculari KI, sit arcus KL æqualis angulo C, occulta CL, dabit punctum I, eritque angulus KCI æqualis arcui LK, seu angulo C. dico triangulum B C A æquale, & simile esse, triangulo dato ABC; cum habeant vnum latus B C æquale, & angulos adiacentes æquales. vt habeatur valor arcus B A inuentô polô circuli BHD qui sit N, ducatur linea occulta NAO erit (*per 5. huius*) latus AB æquale arcui OB, ita inuenies arcum A C si priùs inueneris circuli MIC polum P, &c.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

In triangulo obliquangulo cognitis duobus angulis, & latere vni eorum opposito, latus alteri angulo oppositum, cuius species sciatur cogn scere, & reliqua.

Sit datum triangulum ABC, in quo cognoscantur anguli B, & C, cum latere A B quod opponitur angulo C; quæraturque latus AC cuius species cognoscitur, hoc est scitur an sit quadrante maius, aut minus. describatur æquinoctialis BDEF, in quo diametri BE, DF se intersecent perpendiculariter. in puncto B fiat angulus GBD æqualis angulo B, hôc modô accipiatur arcus DH, æqualis angulo B, ductâque lineâ occulta BH, habebitur punctum G. fiat circulus per puncta B, G, E, eritque angulus DBG æqualis angulo B. accipiatur vtrinque arcus BK æqualis lateri BA, ex D ad K ducatur linea occulta DK, quæ exhibebit punctum L, per K, L, K



ducatur parallelus KLK, secans circulum BAE in puncto A. per A ducendus est circulus, qui cum æquinoctiali faciat angulum æqualem angulo C. sit arcus D M æqualis angulo C, ducaturque linea occulta BM, exhibens punctum O. si intelligeretur duci circulus BOE, angulus OBD esset æqualis angulo C, fiat circellus ex centro I, interuallô I O. debet ergo fieri circulus qui tangat circellum OP, & transeat per punctum A. quæratur centrum punctorum BOE; quod sit N, tum ex puncto I vt centrô, interuallô IN ducatur circulus N R. denique ex A interuallo N O describatur circulus secans circulum N R, in punctis R, S. denique ex puncto S, eôdem interuallô NO, aut AS describatur circulus CAP: dico triangulum

triangulum ABC æquale esse, & simile triangulo proposito ABC.

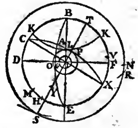
Demonstratio si ex N interuallô NO, ductus fuisset circulus B O E, is comprehendisset cum æquinoctiali angulum æqualem angulo C, cuius linea DO fuisset mensura; cum autem SP, NO æquales sint, ex constructione, erunt reliquæ PT, DO æquales, quare angulus ACB, æqualis etiam erit angulo C, trianguli propositi. quod verò circulus C A P, sit maximus ostenditur, eo quod circulus AOE. ductus ex centro N, sit maximus, quare maximus, etiam erit ductus eôdem interuallô, & ex eadem distantia.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

In triangulo obliquangulo, cognitis duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito, cætera cognoscere.

Detur pariter triangulum ABC, cuius duo latera AB, BC cognoscantur vnà cum angulo C, cætera verò quærantur, describatur vt prius æquinoctiali BDEF; vna cum diametris BE, DF, se se in centro diametraliter intersecantibus; sit arcus BC circuli æquinoctialis æqualis lateri BC, trianguli propositi, in puncto C fiat angulus A C B æqualis angulo C. hoc est ducta diametro CI, & perpendiculari TS, sit arcus TV æqualis angulo C, ductaque linea occulta CV exhibet punctum P. per tria puncta C. T, X describatur circulus, eritque angulus sphæricus P C B æqualis arcui TV seu angulo C. sint arcus B K æqualis lateri AB, describaturque parallelus KLK, secans circulum CPX in puncto A. per tria puncta B, A, B describatur circulus, & compositum erit triangulum ABC, æquale & simile triangulo proposito, eritque linea DG, mensura anguli CBA hoc est, ducta linea occulta B H erit arcus DH, æqualis angulo B, quantitas arcus AC habebitur, inuentô circuli CAX polô Y, ducta enim linea occulta YA abscindet in æquinoctiali arcum æqualem, arcui A C. pro angulo A inueniendo, abscindendi essent quadrantes, ex circulis AX, AE vt iam sæpe docuimus.



Alia multa deduci possunt ad trigonometriam spectantia, sed hæc sufficiant.

DE ASTROLABIIS
LIBER QVINTVS.
De Astrolabio Horizontali.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Natura Astrolabij Horizontalis.

Astrolabium horizontale, tabellam habet, planum circuli horizontalis productum si opus fuerit, in quo cæterorum circulorum apparentiæ depinguntur, oculus verò statuitur in nadir, seu punctò cœli opposito vertici, quare apparentiæ circulorum omnium, sunt communes sectiones radiorum à Nadir, seu oculo; ad circumferentiam cuiuslibet circuli ductorum, & plani horizontalis, ex quo sequitur Astrolabium hoc esse particulare, & affixum determinatæ latitudini, eò quòd circuli cœlestes variè comparentur, eum diuersis horizontibus obliquis, & cum diuersa vertice, atque adeo variam in iis apparentiam habeant. recurrunt tamen eadem fundamenta, eademque propositiones quas superiore librô demonstrauimus. In genere ergo dicere possumus, apparentiam circuli cuiuslibet, in hoc astrolabio similem esse, apparentiæ quam habet in præcedenti astrolabio, ille circulus, qui eamdem habet habitudinem, & situm respectu æquatoris, quam habet propositus circulus cum horizontali.

Quare circuli omnes per nadir, ducti siue maiores, siue minores per lineas ducuntur. vt ostendimus propositione 3. præcedentis. omnis circulus ad horizontem obliquus, per circulum exhibetur. vt habet prop. 4. omnis circulus horizonti parallelus, in circulum proiicitur. vt ostendimus propositione 6. si à nadir, ad polum cuiuscumque circuli remotiorem à nadir linea ducatur, omne planum, per eam ductum, similiter secat horizontem & prædictum circulum, ex quo sequitur, quod si ex polo alicuius circuli, in astrolabio notato, linea ducatur, hæc eôdem modô secabit dictum circulum, ac horizontem. quæ sunt demonstrata prop. 5.

PROPOSITIO II.

Problema.

Circulos verticales in aſtrolabio horizontali deſcribere.

Fiat vteumque aliquis circulus pro hotizonte aſſumptus, certum eſt quod ſi oculum in puncto nadir ſtatuas, apparentia puncti zenith, ſeu verticis ſit futura in centro horizontis, nam linea ducta in tali caſu ab oculo ad verticem, eſt axis horizontis, ſecans eum in centro. diuidatur horizon in gradus, & per ſingulas diuiſiones, à centro ducantur lineæ; illæ erunt apparentiæ verticalium.

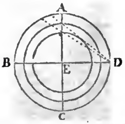
Ratio eſt quia omne planum verticale per nadir, ſeu oculum ducitur, quare (*per 3. 3. huius*) in lineam proiicitur, tranſit autem quilibet verticalis per diuiſionem aliquam horizontis, & per verticem, cum ergo ad ducendam lineam rectam. duo puncta ſufficiant, facile apparentias verticalium habebimus. Quare cum verticales eodem modó ſe habeant reſpectu horizontis, ac circuli horarij reſpectu æquatoris, eôdem modô verticales in horizontali aſtrolabio exhiberi debent, ac in æquinoctiali circuli horarij. vitandæ tamen confuſionis gratiâ, ſicut in aſtrolabio tales circuli non ducuntur, ſed regula in centro affixa vices eorum obit, ita etiam eadem regula circa centrum volubilis, eos dum opus fuerit repræſentabit. ſufficiat ergo horizontem in gradus diuidere; initio factô ab aliqua diametro, quæ verticalem primarium repræſentabit, & linea tranſiens per gradum nonageſimum erit circulus meridianus.

PROPOSITIO III.

Problema.

Circulos Almicantarath, ſeu parallelos horizonti deſcribere.

Deſcribatur circulus ABCD, per duas diametros A C, B D in quatuor quadrantes diuiſus, vnus quadrans vt A B in gradus diuidatur, tum ex quolibet eius puncto D, lineæ occultæ ducantur, diuidentes ſemidiametrum AE, ex centro E, per ſingulas lineæ A E diuiſiones circuli concentrici deſcribantur; illi erunt circuli altitudinum.



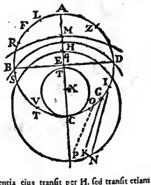
Quod enim hi circuli tranſeant per diuiſiones lineæ A E facile oſtenditur, ſi linea A C ſumatur pro communi ſectione meridiani cum horizonte, intelligaturque circulus ABCD eſſe meridianus in quo punctum D erit nadir, & B zenith, lineæ ductæ à puncto D ad diuiſiones quadraotis A B, earum apparentias exhibebunt in linea AE; ſed circuli paralleli borizonris ſecant meridianum in punctis notatis; ergo apparentiæ circulorum almicantarath tranſeunt per diuiſiones lineæ AE, & cum ſint concentrici; bene deſcribuntur ex centro E.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Æquinoctialem, & eius parallelos deſcribere.

Deſcribatur vt priùs horizon A B C D in quatuor quadrantes diuiſus ex puncto B verſus A, ſit arcus B F æqualis latitudini regionis, ſeu eleuatiooi poli; huic ſit æqualis arcus DG, ex puncto D, ducantur lineæ occultæ DF, DG, ſecantes lineam AC productam in punctis H, & K, diuiſa linea H K bifariam deſcribatur circulus BHDK, quem dico eſſe apparentiam circuli æquinoctialis, qui etiam tranſit per puncta B & D, veri ortûs, & occaſûs. nam à vertice E ad æquinoctialem in circulo meridiano EA, numeratur latitudo regionis EH, quæ eſt apparentia arcûs B F, quem fecimus æqualem latitudini regionis; quare



apparentia eius tranſit per H. ſed tranſit etiam per punctum K, nam poſitô quod circulus ABCD ſit meridianus, æquinoctialis eum ſecat in punctis F & G, quorum apparentiæ ſunt puncta K & H, quare æquinoctialis apparentia tranſit per puncta K & H. In quo illud notandum arcum BHD repræſentare eum æquinoctialis ſemicirculum, qui eſt ſupra horizontem, & arcum BKD, eum illius ſemicirculum qui infra horizontem later. ſi velis alium parallelum declinantem ab eo gradibus 10 verſus auſtrum, ſint arcus FL, GI, graduum 10, eroutque apparentiæ punctorum I, & L; puncta MN, diuiſâ ergo linea MN bifariam, deſcriptus circulus per puncta M N erit circulus declinans, grad. 10 verſus auſtrum.

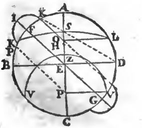
Aſſumptis item arcubus FR. GO, inuentiſque apparentiis P, q, punctorum R, O, diuiſâ lineâ Pq bifariàm deſcriptus circulus per P, q, erit parallelus

parallelus enius declinatio ad boream, est gradnum 10. Insuper sint arcus GC, FS æquales, sitque apparentia puncti C, ipsum C, & apparentia puncti S, sit punctum T; circulus transiens per puncta C & T, erit semper apparentium maximus: qui verò per punctum A, erit semper non apparentium maximus. qui circulus aliquando in lineam ducitur in hoc Astrolabio, quia per nadir transit, (*secundum propositionem 4 præcedentis libri*.)

Denique inventetur apparentia vtriúsque poli; si enim arcus C V, A Z, sint æquales elevationi poli, ductis lineis occultis DV, D Z, habebuntur apparentiæ polorum, & punctum X erit polus boreus.

Quia tamen hæc methodus parallelorum describendorum, videtur longiorem chartam exigere vt habeantur in linea A N, apparentiæ duorum punctorum ad eundem parallelum pertinentium, alias praxes adhibebimus.

Et primò quidem ad describendum circulum æquinoctialem, invento puncto H, per tria puncta BHD, describatur æquinoctialis etiam non inventô punctô opposito. Sint ergo arcus BF, DG æquales elevationi poli, ductâ linea occulta D F habebitur punctum H, per quod circulus æquator transire debet. abscindantur hinc inde arcus FK gr. $23\frac{1}{2}$ ductisq; lineis KK, & divisis bifariàm describantur semicirculi KIK. qui in quot voluerimus partes dividantur pro vt parallelos plures, aut pauciores habere voluerimus. per divisiones sibi correspondentes, ducantur lineæ occultæ secantes lineam meridianam AE. per quæ puncta si ducantur parallelæ diametro B D, habebuntur in circumferentia horizontis amplitudines ortivæ, quale est punctum L. Eædem lineæ occultæ secant arcus K K. dántque in arcu KK declinationes parallelorum, ex puncto D, per hæc puncta in arcu



KK meridiani notata, ducantur lineæ occultæ, quæ in meridiana A E, exhibebunt apparentias punctorum per quæ transeunt paralleli. per tria igitur puncta eiusdem paralleli, nempe duo in ipso circulo horizontali notata; quæ habuimus ex amplitudinibus ortivis, & aliud in meridiana AE notata, ducantur circuli vt per L, L, & S. dico hôc modô describi apparentias parallelorum.

Demonstratio. Super A C, sectionem communem horizontis, & meridiani, intelligatur erigi ipse circulus meridianus qui sit ABCD, in quo cum Arcus B F, sit æqualis latitudini Regionis, transibit æquinoctialis circulus per punctum F, eritque linea FEG communis meridiani, & æquatoria sectio. cui cum cæteri minores circuli describendi sint paralleli (*per* 16. 11.) communes sectiones meridiani cæterorum parallelorum parallelæ erunt. ostendimus autem in analemmate, eas haberi praxi proposita. quare hi radij vere attingent meridianam A E, in punctis notatis verbi gratia in S. quia autem tam horizontale planum quam plana parallelorum recta sunt ad meridianum; (*per* 19. 11.) communes sectiones parallelorum, & horizontis rectæ erunt ad meridianum; ideóque (*per* 4. *defin*.11.) anguli LOC recti erunt. idem dicito de aliis: paralleli igitur transeunt per puncta L, & alia similia. habentur igitur singulorum parallelorum duo puncta in horizonte, restat quærendum alterum, ostendimus in eodem analemmate punctum S, illud esse in meridiano per quod transit parallelus. nam apparentiæ habentur, si ex D, quod in hac suppositione vices obit puncti nadir ducantur lineæ occultæ. ergo punctum S, & alia similia sunt apparentiæ punctorum ad parallelos pertinentium; quare cum (*per* 4. 3. *huius*) parallelorum apparentiæ sint circulares, datis tribus punctis, facile illas describemus.

COROLLARIVM.

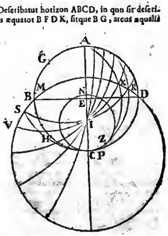
Non tantùm paralleli intra tropicos contenti; hâc praxi describentur; sed etiam quilibet alij, vt si sit describendus parallelus cuius declinatio borealis triginta graduum, sit arcus FP, triginta graduum, ducatúrque linea occulta PP, secans meridianam in puncto P, in quo excitetur perpendicularis TV, tum ex puncto D ad punctum P, ducatur linea occulta, exhibens punctum Z, per quod transire debet parallelus propositus, sicut & per puncta V V, in horizonte notata.

PROPOSITIO V.

Problema.

Circulos horarum Astronomicarum in Astrolabio horizontali describere.

Describatur horizon ABCD, in quo sit descriptus æquator B F D K, sitque B G, arcus æqualis



elevationi æquatoris, sicut CH. ducatur linea occulta DH, exhibens polum boreum I, dividendus

est æquator in gradus quindenos apparentes hôc modô; dividatur horizon in gradus quindenos, tum ex punctô I polo æquatoris B F D, ducantur ad singulas horizontis divisiones lineæ occultæ, hæ dabunt (*per 5. 3. huius*) divisiones æquinoctialis. per puncta opposita æquinoctialis, verbi gratia per puncta OO, & I polum, ducantur circuli, dico eos esse circulos horarum Astronomicarum.

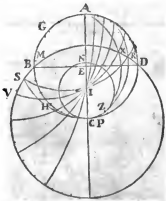
Demonstratio. Primò ostendo punctum I esse polum arcticum. cum enim arcus CH, æqualis sit elevationi poli supra horizontem, & arcûs CH apparentia, sit linea CI, necessariò punctum I polus erit. Secundò, quod divisio æquinoctialis per quindenos gradus procedat, ita demonstro. lineæ rectæ per polum I, ductæ similiter secant æquinoctialem, & horizontem (*per 5.4. huius*) sed divisio horizontis procedit per quindenos gradus, ergo æquinoctialis divisio per totidem gradus procedet. certum est autem circulos horarios ad horizontem obliquos, per polos & divisiones oppositas æquinoctialis incedere, & eorum apparentias circulares esse. quare cum tria singulorum puncta habeamus, facilis erit descriptio, & qualis data fuit.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Circulos horarum Babylonicarum & Italicarum in Astrolabio horizontali describere.

Primò describendi sunt circuli Horarum Astronomicarum (*per præcedentem propositionem*) ad-



dendus est semper apparentium maximus quem ita describes, sit arcus G M æqualis latitudini Regionis, ducatur linea occulta DM, quæ dabit punctũ N, dividatur NC bifariàm, describatúrque circulus N C, is erit apparentium maximus, qui omnes circulos horarum Astronomicarum secabit. certum est (*ex Theodosio.*) circulos horarum Italicarum & Babylonicarum, tangere semper apparentium maximum, & cum sint circuli maximi, secare æquatorem in duobus punctis oppositis, vt horizon BCD, tangit semper apparentium maximum in punctô C, transitque per puncta B, & D æquatoris, quæ in Sphæra diametraliter opponuntur. illius pars horizontalis erit circulus 24. horæ Babylonicæ, (Babylonij enim suas horas inchoant ab ortu solis,) & pars occidua pertinebit ad 24 Italicam. vt habeas circulum horæ 23. tam Babylonicæ, quam Italicæ, fiat circulus per puncta P, R, S, transiens, qui semper apparentium maximum tanget in punctô P. circulus horæ 22. transit per puncta V Z X, & ita de cæteris. Quod vt facilius præstes ex centro circuli N C, hoc est apparentium maximi, describatur circulus per E centrum Astrolabij, in eo erunt centra prædictorum circulorum.

Idem aliô modô præstare potes, non descriptô semper apparentium maximo, si describantur paralleli duo, transeuntes per puncta, in quibus circuli horæ septimæ matutinæ; & quintæ item matutinæ secant horizontem, quos, describes methodo supra tradita pro descriptione parallelorum.

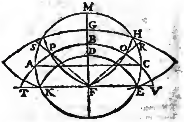
In vno parallelo sol oritur horâ quinta, occidit septimâ, igitur hora 5, erit decima Italica. & consequenter hora 7 matutina erit 12. in æquinoctiali hora 12. Italica, erit 6 matutina, & in parallelo tertio, hora 12 Italica, erit quinta matutina. fiat ergo circulus per punctum quintæ matutinæ, vnius paralleli punctum sextæ in æquinoctiali, & septimæ in alio parallelo, & ita consequenter.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Circulos horarum inæqualium in Astrolabio horizontali describere.

Descriptiô vt priùs horizonte, in eo inscribantur æquinoctialis ABC, & duo paralleli verbi



gratia tropici GH, K D E. dividendi sunt arcus diurni FH, AC, KE in duodecim partes æquales. divisio arcus ABC, facilis est, modo habeatur polus F, nam divisô semicirculô ASHC, in duodecim partes æquales, si per singula divisionum puncta, ducantur lineæ occultæ ad polum F, dividetur (*per 5. 3. huius*) arcus ABC in 12 partes æquales. dividendus item est arcus diurnus SGH in partes æquales, hôc modô per S, & H ducantur circuli horarij HO, S P, secantes æquatorem in punctis O & P, ex polo F, ducantur lineæ occultæ FOR, FPS dividatur arcus O P, in duodecim partes æquales, & per singula divisiones ducantur lineæ occultæ rursúsque (*per 5.3. huius*)

erit

erit divisus arcus P O in 12 partes æquales, per quas si ducantur circuli horarij, dividetur arcus diurnus FH, in duodecim partes æquales.

Item per puncta K, & E, ducantur circuli horarij KT, E V, secantes æquatorem in punctis T, & V, ducantur lineæ occultæ T L, V L arcus YMX dividatur in 12 partes æquales; ductis lineis occultis, ex singulis divisionibus ad polum L, divisus erit arcus TBV in duodecim partes æquales, per quas si ducas circulos horarios occultos divisus erit arcus KDE in 12 partes.

Denique singulas divisiones sibi respondentes in arcubus FGH, ABC, K D E coniunges lineis curvis, & descriptæ erunt lineæ horarum inæqualium.

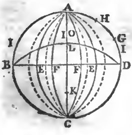
Demonstratio. Clara est: nam arcus FH, PO, intercepti inter duos circulos horarios, *(ex Theodosio)* sunt similes, divisio item arcus PO, per divisionem arcûs S M R, & per lineas ex puncto L ductas optima est, circuli item horarij transeuntes per divisiones arcûs PO, dividunt eôdem modô arcum FH. similiter ostendam divisionem arcûs KDE optimam esse, atque adeò lineas curvas connectentes prædictas divisiones, bene indicare horas inæquales, cum in singulis parallelis optime eas ostendant.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Circulos domorum cœlestium in Astrolabio horizontali describere.

Sit descriptus horizon ABCD, sintque communes sectiones meridiani, & horizontis puncta



A, & C, si docendi sunt circuli domorum cœlestium per sectiones primi verticalis, vt volunt nonnulli dividendus est primus verticalis BD, in sex partes æquales quarum quælibet gr. 30. contineat, quod facilè fiet. dividatur enim quadrans A D in tres partes æquales DG, GH, H A ex puncto C, ducantur lineæ occultæ C H, C G, secantes diametrum BD in punctis F, E, quæ divisiones transferantur in aliam partem per puncta A, F, C, item per puncta A, E, C describantur circuli. & habebuntur circuli domorum cœlestium, transeuntes per æquales primi verticalis divisiones.

Quia tamen nonnulli aliter horum circulorum distributionem instituunt, per æquales nempe æquatoris divisiones, descriptus sit æquator BLD cuius polus K, à quo ad puncta G, H, ducantur lineæ occultæ, secantes æquatorem, per hæc puncta, describantur circuli convenientes in punctis A. & C; ij erunt circuli domorum cœlestium, quæ omnia clarissima sunt. nam diviso diametro BD communis est, & sæpius demonstrata, divisio item æquatoris, habetur (*ex corol. propositionis 51 libri 4. huius.*)

Sequuntur vsus istius Astrolabij horizontalis, qui eiudem ferè sunt, cum vsibus superiorum Astrolabiorum, quare ne cogar iidem toties repetere, eos solum attingam, qui in aliis Astrolabiis locum non habent, aut certe peculiarem aliquam facilitatem in hoc inueniunt.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Observatâ solis altitudine, horam, verticalem solis & lineam meridianam inuenire.

Datâ solis elevatione supra horizontem, quære in circulis Almicantarath, (qui in hoc Astrolabio, concentrici sunt) circulum elevationis observatæ, & noto punctum in quo secat parallelum, quem sol eo die percurrit, is est locus solis in cœlo. cum enim sol eô die à suo parallelo non digrediatur, aliunde observatus sit, circulus altitudinis, necessariò debet esse sol in communi eorum circulorum intersectione, matutinâ, quidem si ante meridiem facta fuerit observatio; vespertinâ si post meridiem. circulus horarius per locum solis ductus indicabit horam. si Astronomicam desideras attende ad circulum horæ Astronomicæ, per locum solis transeuntem. Si Italicam, aut Babylonicam, circulum Babylonicum, aut Italicum notabis. idem dicito de horis inæqualibus, aut domibus cœlestibus.

Per locum solis ducatur linea recta, ex centro Astrolabij, vel ducatur regula volubilis, quæ in limbo indicabit verticalem in quo sol existit. quare si in centro Astrolabij, stylum perpendiculariter excites, planúmque eiusdem Astrolabij horizontaliter collôcatum, ita moveas, donec vmbra locum solis attingat, linea meridiana Astrolabij, cum cœlesti coincidet. Ratio est quia stylus perpendiculariter erectus in plano horizontali, indicat vmbrâ suâ verticalem solis, vt ostendimus in Gnomonica. cum ergo vmbra verum verticalem solis, iam inventum attingat, verticalis solis in Astrolabio inventus, coincidet cum cœlesti verticali, quare totum Astrolabium suum situm obtinebit, & linea meridiana, quæ in Astrolabio, æqualem cum verticali angulum comprehendit, ac linea meridiana cœlestis, coincidet cum linea meridiana, atque adeo lineam meridianam habebimus.

PROPOSITIO X.

Problema.

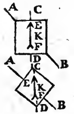
Datâ lineâ meridianâ, horam, & verticalem solis cæteráque omnia inuenire.

Quia facile acus Magneticæ ope horam meridianam

dianam habemus, hoc problemate nostrum Astrolabium pro horologio, ita adhibebimus. Astrolabij planum horizontaliter collocatum, tamdiu circumage, donec acus Magnetica lineæ meridianæ incumbat, aut, si in tua Regione acus Magnetica declinat, lineæ declinationis, tunc linea meridiana Astrolabij cum linea meridiana cœli congruet, & consequenter omnes circuli verticales Astrolabij, cum cœlestibus sibi correspondentibus coincident. excitetur in centro Astrolabij stylus verticalis; illius vmbra iodicabit circulum verticalem, quem sol occupat, qui verticalis circulum diornum solis secat in loco solis pro eo tempore; circulus horarius, per eum locum transiens horam dabit Astronomicam, si ad circulos horarum Astronomicarum attendas. Babylonicam, si ad Babylooicos.

In quo tamen notandum est, quia vmbra incidit in verticalem oppositum, & quem sol occupat, ideo ita invertendum esse Astrolabium, vt pars lineæ meridianæ; quæ austrum repræsentat, subiaceat furcinulæ, acûs Magneticæ, non verò boreali cuspidi subiecta sit.

Neque multum differt illa methodus, quam nonnulli adhibent, ita enim omnia disponunt, vt linea meridiana semper solem respiciat, tunc enim acus Magnetica horam indicabit, in eo puncto in quo secat parallelum quem sol eo die percurrit, si tamen pars matutina præferat cyphras partis vespertinæ. ponamus enim lineam AB esse verticalem, in quo sol existit tempore observationis, & CD, esse lineam meridianam ab acu Magnetica indicatam, si E F, linea meridiana Astrolabij transferatur in AB, acus denotabit alium verticalem vespertinum, tantum distantem à lineâ meridianâ versus occidentem, quantùm in priori



situ, alius verticalis, distabat à meridiana versus occidentem, & quia in Astrolabio pars occidentalis est omnino similia parti orientali, inde fit, translatis tantum characteribus horarum orientalium in occidentales, & vicissim vt vmbra, horas non indicet, sed ipsa acus. nam cum angulos AKC, semper idem sit, is nempe quem comprehendit verticalis solis cum vera linea meridiana, erit angulus AKE, æqualis angulo E K C, quare sicut vmbra styli indicaret boram, in parallelo diei, ita acus Magnetica eô officiô fungitor, modò linea meridiana Astrolabij dirigatur in verticalem solis; quod fiet si supra lineam meridianam erigatur stylus, aut pixidis Magneticæ operculum ita erigatur, vt dum pixidem totam obumbrat, linea eius meridiana verticalem solis respiciat, ex quo fluxit illa praxis; nempe vt in fundo pixidis Magneticæ, Astrolabium horizontale aptaretur, sic enim ad minimum solis lumen; dum pixidis operculum ad solem obversum, eam totam obumbrat, acus in parallelo diei horam indicat.

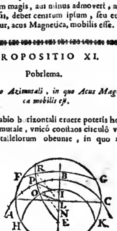
Quia tamen operosum aliquibus videtur, attendere ad parallelum diei, eum ad hoc necessarium sit, tenere memoriter solis in signa ingressum, ideo nonnulli vnicum describunt parallelum, pro omnibus signis, qui vt vices omnium parallelorum obire possit, debet esse mobilis, centróque nonnunquam magis, aut minus admoveri, aut si immobilis sit, debet centrum ipsum, seu cuspis cui imponitur, acus Magnetica, mobilis esse.

PROPOSITIO XI.

Pobrlema.

De Horologio Azimutali, in quo Acus Magnetica mobilis est.

Ex Astrolabio horizontali eruere poteris horologium Azimutale, vnicô cooitaos circulô vices omnium parallelorum obeunte, in quo acus



Magnetica mobilis sit, vocamus autem horologium Azimutala quia acus Magnetica, proprie circulum Azimutalem in quo sol existit repræsentat, debet autem cuspis cui acus innititur posse moveri secundum lineam meridianam, ita autem illud absolves. fiat æquator ABC, vt docuimus supra, cuius polus E, è quo dividatur æquinoctialis more consueto in quindenos gradus. ducantur duo saltem tropici FG, HK. describatúrque vnus saltem circulus borarins tertiæ horæ, ante aut post meridiem, sitque OPR, ducatur linea O L, cui sit parallela P I, item linea R L, cui sit parallela PN. dico si sole tropicum FG percurrente, acus Magoetica transferatur in N, horam tertiam indicabit in æquinoctiali, quando indicasset horam tertiam ex ceotro L in tropieo FG.

Demonstratio. Quando acus ex centro L, indicatura erat horam tertiam, comprehensura erat, cum meridiana linea, angulum RLB, cui angulo æqualis est internus PNB, (*per 27. 1. Eucl.*) ergo si tunc acus translata sit in punctum N, indicabit in æquatore ABC, punctum P. hoc est eandem boram tertiam, pariter ostendam quod quando acus ex puncto L, indicatura esset punctum O, seu horam tertiam, translata in ponctum IN ostendet punctum P æquatoris; seu horam tertiam. Eodem modô divides intervalla LI, LN, pro intermediis signis. Restaret demonstrandum, idem evenire in reliquis horis, quod tamen demonstrari non potest, cum falsum sit. nam error aliquis committitur, qui eum in hac materia sit exiguos, negligitur. quomodo autem moveri possit stylus, qui acum sustentat, vt currat secundum lineam IN, id relinquo artificum industriæ. scio ab

ab aliquibus formari ellypsin quæ cum in orbem moueatur, stylum illum impellit, secundum lineam NI, sed operosum esset partes omnes talis artificij singillatim describere, ideo supersedeo vt ad aliud horologium, azimutale, modò valde vsitatum gradum faciam.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Horologium Azimutale in quo circulus mobilis est.

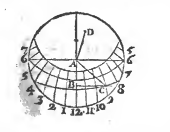
Hoc horologium facile ex superioribus principiis eruetur, describatur enim, vt priùs æquinoctialis A B C in quindenos gradus diuisus descriptis item, saltem duobus tropicis. ductisque lineis P I, P N. ita disponatur circulus metallicus, diuisiones æquinoctialis præferens, vt centro pixidis, admoueri possit, aut remoueri, ita tamen vt cum linea meridiana angulos rectos comprehendat, nec magis in vnam partem inclinet quam in aliam. tempore æquinoctij distet à centro pixidis, secundum lineam B L. In tropico capricorni, secundum lineam B N. in tropico cancri, secundum lineam BI; ostendam enim sicut priùs eandem horam indicari in tropico verbi gratia capricorni, ab acu magnetica, existente in L, ac in æquatore ABC distante ab acu, secundum lineam BN. idem de tropico cancri dicere possumus. modus autem quo admouetur, aut remouetur æquator ingeniosus est, fitque pariter per ellypsin impellentem clauum cui affixus est in puncto B, idem æquator.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Horologium horizontale, quô horam indagare possumus sine linea meridiana.

Describatur astrolabium horizontale more consueto. saltem describantur paralleli singulorum signorum vnà cum circulis horariis. In centro astrolabij, duplex erigatur stylus hypo-



thenusa A B C, in qua angulus B A C æqualis sit eleuationi poli; & stylus simplex, A D qui perpendicularis sit. astrolabium hôc duplici stylo instructum soli exponatur, donec vmbra hypothenusæ horam in lymbo astrolabij indicet, & simul vmbra styli perpendicularis eandem horam in parallelo diei currentis ostendat; nisi enim duo indices conueniant, astrolabium situm suum non obtinebit. ratio est quia situs astrolabij; est, vt linea eius meridiana, cum meridiana cœlesti congruat, tunc autem quia astrolabij limbus, eô modô diuisus est, quò horizon cœlestis, in limbo astrolabij inuenitur horologium horizontale simplex; ergo hypothenusa, quæ est stylus proprius horizontalis horologij, horam in limbo indicabit, sed etiam cum stylus perpendicularis, ostendat verticalem solis, in quo nempe sol existit, cum existat etiam in parallelô; sectio verticalis, & paralleli erit locus solis, & consequenter circulus horarius per communem vtriusque sectionem transiens, erit is in quo sol existet. quare astrolabiô situm suum obtinente, vtriusque styli vmbra eandem horam indicabit.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet quod ad describendos circulos horarios, opus non sit, diuisione æquinoctialis, sed sufficiat, in charta separata horologium horizontale describere, factoque ex polo eius vt centro, circulo æquali illi, qui in astrolabio vices horizontis obtinet, si illius diuisiones in hunc; transferas, habebis puncta horaria in limbo astrolabij, vnde si per bina opposita, & per polum, circulos describas; habebis circulos horarios.

Aliqui vt vitent multiplicationem parallelorom, vnicum tantum describunt, & stylum perpendicularem in diuersis punctis excitant pro diuersitate parallelorum quos sol percurrit.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

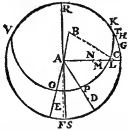
Inuentio lineæ meridianæ in plano horizontali.

Astrolabium horizontale, aptissimum est ad inueniendam lineam meridianam, etiam non cognita poli altitudine, aut declinatione solis; quæ duo in aliis astrolabiis requiruntur: intelligo autem quod aliqui eius circuli ad id sint necessarij.

Infigatur stylus A B, perpendiculariter plano horizontali, obseruenturque tres vmbræ C, D, E, ex pede styli A iungantur tres lineæ A C, A D, A E repræsentantes tres verticales, in quibus sol existebat tempore obseruationum, cognoscendæ sunt eleuationes solis in singulis obseruationibus: quæ quidem eodem tempore obseruari possent, sed habentur in ipso plano horizontali, si enim scire velis quam eleuationem sol habeat, dum eius vmbra eadit in punctum C. ad lineam A C ducatur perpendicularis A B æqualis stylo ducaturque linea occulta B C; angulus A C B, erit angulus eleuationis solis supra horizontem, ita habebis eleuationem solis, cæterarum obseruationum D, & E. ponamus in

puncto C eleuationem folis fuiffe gradnum 20. in puncto D triginta, & in E 40.

Fiat ex puncto A vt centro circulus horizontem repræfentans, ducaturque ad vnam femidia-



metrum A C perpendicularis AF, abfcindantur arcus CG 20 graduum, CH triginta, CK quadraginta, ductifque lineis occultis F G, F H, FK, fecantibus lineam AC in punctis L, M, N, eritque punctum L fecundum leges iftius aftrolabij, in circulo almicantarath eleuato gradibus 20 fupra horizontem, punctum M in almicantarath trigefimo, & punctum N in quadragefimo. fit linea A O æqualis lineæ A M, & AP æqualis lineæ A N eritque punctum O in almicantarath trigefimo, & P in quadragefimo. quare puncta L, O, P funt tria loca folis in aftrolabio, pro triplici tempore obferuationis, cum iidem verticales obferuati fint etiam communes aftrolabio. per tria puncta L, O, P, defcribatur circulus, is erit parallelus diei, quem fol eo die percurrit, cuius habebantur tria puncta. fecet hic parallelus horizontem in punctis T, V. arcus TV diuidatur bifariam in R, linea R S per centrum A traiecta, erit meridiana. nam ex fphæra omnis circulus diurnus fecat horizontem in duobus punctis, æqualiter à meridiano diftantibus.

Multa alia praxes huius aftrolabij dari poterant, fed quia non multum differunt, à praxibus aliorum aftrolabiorum, ideo iis fuperfedebo.

TRACT.

TRACTATVS XXV.

GNOMONICA

SEV DE HOROLOGIIS.

GNOMONICA *Seu horologiorum scientia, licet primò aspectu non ita abstrusa, nec tanti momenti videatur, ea tamen quæ ad illius perfectionem requiruntur ita iucunda sunt, & scitu digna, vt in mathematicis disciplinis non vltimum sibi locum vendicet. Neque enim sola linearum, & circulorum aliquorum descriptione contineri censenda est, quæ & perfectam Sphæræ cœlestis ideam, exactúmque motuum syderum calculum desideret, vt ea omnia in quecúmque plano spectanda, immo vt ita dicam palpanda exhibeat. Quæ omnia vt breuiter, & certâ methodô complectar. Libris quatuor horographiam nostram comprehendo. quorum primus horologia omnia radio directo accommodata explicat.*

Secundus portatilium horologiorum variam supellectilem suppeditat.

Tertius radium reflexum horologiis aptat,

Quartus denique refractum.

GNOMONICÆ

LIBER PRIMVS.

De Horologiis directis.

DEFINITIO.

HOROLOGIA directa vocamus, certam linearum, aut circulorum descriptionem, in qua vmbra styli, aut radius per foramen transmissus, horas indicet, seu motum solis in varias partes divisum oculis subjiciat, dicuntur autem hæc horologia sciatericea, nempe quasi vmbrosa; eò quòd non stylus ipse, sed eius vmbra indicis locum habeat. possent tam benè dici radiosa, si nempe radiô solari tanquam indice vteremur. meliùs ergo dicuntur directa; eò quòd siue vmbram, siue radium adhibeamus, lineam rectam à sole, per extremitatem styli ad horologium vsque producimus. Parum autem interest, cuius sit figuræ stylus, siue enim sit ferrea virga, siue sit columbæ rostrum, aut aliud quidlibet nihil refert: cum enim solius extremitatis ratio habeatur, quæ ad ornatum tantum, & decorem adhibentur, pro non adhibitis habentur.

SVPPOSITIONES.

SVPPOSITIO I.

Terra est in medio cœli.

Licet hæc suppositio videatur controversa, eámq; Copernici sectatores non tantum in dubium revocare, sed etiam falsitatis arguere videantur. Si tamen ad eius sensum attendamus; facile ab omnibus admittendam censebimus. nam licèt Copernicani asserant, circa solem in medio cœli positum, terram perpetuò moveri, concedunt tamen totum illum terreni motus annui ambitum, cum cœlo comparatum, instar puncti esse. atque adeo idem accidere quo ad apparentias & sensum, ac si terra in ipso meditullio posita esset. Sed neq; in eo sensu assertionem meam intelligo; falsum est enim terram, esse in centro circulorum omnium cœlestium, cum solis orbita annua sit terræ eccentrica, & propterea sint plures dies ab æquinoctio verno ad autumnale, quàm ab autumnali ad vernum, & differentia sit octo dierum. Sed ille circulus

culus in horologiis non describitur. dico ergo sufficere, vt terra sit in axe circumvolutionum diurnarum, quod in qualibet opinione admitti debet, siue enim sol, & sydera terram motu suo diurno circumeant; siue motus terrestris in axe suo, appareter in sydera refundatur; semper stat suppositio nostra terram esse in centro, aut saltem in axe circumvolutionum diurnarum. hanc autem suppositionem alibi probatam suppono. neque enim omnia revocanda sunt, præcipue eum non tractatum vnicum explicandum suscipiam; sed cursum integrum mathematicum, hanc autem hypothesin motus sydereum, eadem magnitudo aliáque multa demonstrant.

SVPPOSITIO II.

Terra respectu cœli est instar puncti.

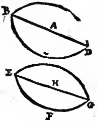
Hæc item suppositio alibi probata fuit, nempe totum globum terraqueum, si cum orbibus cœlestibus comparetur, instar puncti esse. quod intelligendum est respectu cœli stelliferi, nam respectu solaris orbis; terra sensibilem aliquam rationem habet. nam semidiameter terræ in eo tria minuta abscindit, quæ in horologia errorem invehere possunt duodecim minutorum secundorum, seu quintæ partis vnius minuti; hoc est illius temporis quo bis, aut ter recitaretur oratio dominica. Si verò cum Lunari cœlo eadem terræ diameter comparetur, gradum integrum abscindet, ettotémque inducet quatuor minutorum, nisi tamen refractio errorem hunc minuat.

COROLLARIVM I.

Ex hac suppositione facile deducemus quamcúmque terræ partem pro centro cœli substitui posse, atque adeo extremitatem cuiuscúmque styli, aut quidquid voluerimus pro stylo assumere, ad sensum, sine vllo notabili errore pro centro mundi assumi posse. Sit ergo indubitatum principium in hac scientia, extremitas styli est centrum cœli.

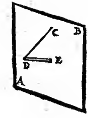
COROLLARIVM II.

Linea per extremitatem styli ducta, & vero axi cœlesti parallela pro ipso axe cœlesti assumi potest. item quodcúmque planum per extremitatem styli ductum, & parallelum plano cuiuscúmque circuli cælestis, pro illo assumi potest sine periculo vllius erroris. vt si extremitas styli sit punctum A, per quod intelligatur planum quodcúmque BCD, (neque enim circuli considerandi sunt, tanquam solæ lineæ curuæ, sed quasi plana solida) sitque planum BCD, parallelum circulo cœlesti EFG, per centrum terræ H ducto; dico pro illo assumi posse & substitui, quia enim distantia H A, à centro terræ ad extremitatem styli A, si cum immensis cœlorum spatiis comparetur sit nullius momenti, facile negligi poterit. Supponatur enim sol esse in plano circuli EFG, producto vsque ad cœlum, ita vt sol nullo modo illuminet planum E F G, dico neque illuminandum planum BCD. quia nempe cum lineæ à centro solis per centrum H, & per A, extremitatem styli ductæ sint physicè parallelæ, si vna radat vt ita dicam planum E F G, alia etiam planum BCD, quod supponitur illi parallelum radet.



COROLLARIVM III.

Planum horologij tantum distare censetur à centro terræ, quantum distat ab extremitate styli, & hæc distantia, seu linea ab extremitate styli ad planum horologij recta, & perpendicularis, est vera styli longitudo. vt si sit murus A B, in quo describendum sit horologium, sitque stylus CD, quomodocúmque etiam obliquè infixus; ab eius extremitate D ad planum A B, ducatur linea perpendicularis DE. hæc est vera distantia plani AB, ab extremitate styli D, & consequenter à centro mundi. hæc enim linea est breuissima omnium quæ à puncto D, ad planum AB duci potest, & consequenter vera distantia. hæc autem distantia verus stylus vocetur. & punctum E verus pes styli.



SVPPOSITIO III.

Circuli maximi æqualiter, minores inæqualiter Sphæram diuidunt.

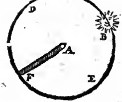
Suppono ex primo Theodosij circulos Sphæræ alios esse maximos, alios minores. circuli maximi generantur, quotiescúmque planum quodcúmque Sphæram per centrum secat, & consequenter in partes æquales. vnde sequitur necessariò, centrum Sphæræ in plano circuli maximi reperiri, & idem esse centrum Sphæræ, & centrum circuli cuiuscúmque maximi in Sphæra ducti. vnde concludo extremitatem styli, esse centrum cuiuscúmque circuli maximi Sphæræ cœlestis; circuli minores Sphæram diuidunt in duas partes inæquales, ideóque non eam diuidunt per centrum; igitur

Igitur circuli minores Sphæræ non habent in suo plano extremitatem ſtyli.

SVPPOSITIO IV.

Vmbra ex plano in quo ſol verſatur non exit.

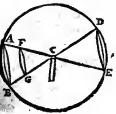
Suppono radium luminis à ſole, vel quocúmque lucido ad opacum ductum, in directum iacere, hoc eſt vnam lineam cum vmbra efficere. Ex



quo ſequitur, quòd quamdiu ſol in planô alicuius circoli maximi verſabitur, tamdiu vmbra in eodem plano conſiſtet. Sit enim extremitas ſtyli opaca A, ſol B. circulus maximus quiecúmque BDE. in quo verſetur ſol, dico vmbram ſolis non poſſe attolli aut deprimi, ita vt exeat ex eodem plano. cum enim ſol B. ſupponatur eſſe in plano circuli BDE. & (*per ſuppoſitionem præcedentem*) extremitas ſtyli, ſit in eodem plano maximi circuli. erit linea AB in eodem plano. non poſſunt enim duo puncta alicuius lineæ rectæ eſſe in aliquo plano, quin tota linea in eodem ſit plano, & cum linea vmbroſa A F. iaceat in directum, ſeu faciat vnicam lineam cum illâ, erit tota linea BAF, in eodem plano. Idem oſtendam ſi ſol eſſet in alio quocúmque puncto plani DEF.

COROLLARIVM.

Si à pluribus punctis, aut potius omnibus cuiuſcúmque minoris circuli, ducantur lineæ re-



ctæ per extremitatem ſtyli; formabitur conus, cuius apex, erit in extremitate ſtyli, ſi hæ lineæ producantur vlterius, conus vmbroſus generabitur in cuius ſuperficiem cadent omnes vmbræ extremitatis ſtyli, ſole in eiuſdem circoli circumferentia exiſtente, aut in quocúmque puncto coni radioſi. vt ſi ſol inueniatur in circumferentia circuli A B: & extremitas ſtyli ſit punctum C, dico vmbram puncti C, incidere neceſſario in ſuperficiem coni DCE, quia hæc ſuperficies generatur producendo lineas coni ACB. vmbra autem vt iam notauimus lineam rectam cum radio directo à ſole ad opacum ducto conſtituit.

Addo inſuper etiam ſi ſol non eſſet in circumferentia circuli A B C, ſed tantum in ſuperficie coni ACB, ſemper vmbram puncti C, concurſuram cum ſuperficie coni D C E. quod ideo poſui vt occurrerem alicui difficultati, quæ ex ignoratione Sphæræ oriri poſſet. nempe quotieſcúmque dicimus ſolem eſſe verbi gratia in tropico cancri, aut in aliquo circulo minori Sphæræ cœleſtis; non intelligimus eum exiſtere in ſuperficie ſeo plano talis circuli, ſed in cono cuius baſis ſit talis circulus minor. vt ſit A B, circulus minor Sphæræ cœleſtis primi mobilis. verbi gratia tropicus capricorni dum dicitur ab Aſtronomis ſol exiſtere in tropico capricorni, intelligitur eſſe non in plano circuli A B, ſed in ſuperficie coni ABC, ita vt linea ducta à centro Sphæræ per ſolem, incidat in circumferentiam circuli AB, ſeu ſol nobis occultet, ſeu tegat punctum circumferentiæ A C. vt ſi ſol exiſteret in puncto F, linea CFA, deſinit in circumferentiam circuli AB. vnde poſſet fingi alius circulus minor F G, priori parallelos in Sphæra minori cœli ſolaris, cuius ſemidiameter eſſet diſtantia ſolis à terra.

In circulis autem maximis aliter ſe res habet, cum enim in ipſorum plano inueniatur centrum terræ, dum dicitur ſol eſſe in aliquo circulo maximo; hoc eſt lineam ductam à centro terræ, ad ſolem deſinere in talem circulum, hæc linea non egreditur ex tali plano. atque adeò neceſſarium eſt, ſolem in tali plano exiſtere.

SVPPOSITIO V.

Duorum planorum ſectio eſt linea.

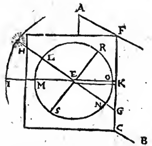
Duorum planorum ſectio communis, eſt linea recta hoc eſt quotieſcúmque duo plana ſe interſecant, id quod commune eſt vtrique plano linea eſt recta. hoc probatum eſt ab Euclide (*propoſ. 3. 11.*) volui tamen repetere, vt tyronum memoriam refricem oſtendámque ſine vndecimo vix quidquam ſolidi in hac materia fieri poſſe.

COROLLARIVM I.

Omnes vmbræ extremitatis ſtyli à ſole in circulo maximo exiſtente productæ; in plano quocúmque excepto in vnam lineam incidunt. ſeuſua eſt quod ſole exiſtente in quocúmque puncto, aut ſucceſſiue in diuerſis punctis eiuſdem circuli maximi, verbi gratia meridiani, ſi eadere debeant huiuſmodi vmbræ in quodcúmque planum puta parietis, aut pauimenti, quod nunquam iſtæ omnes vmbræ in eandem lineam cadent, neque extra illam cadere poſſint. Sit enim planum parietis AB. ſit & planum C D circuli maximi, ita vt productum illud planum concurrat cum circulo cœleſti maximo in eo autem plano (*per ſuppoſitionem tertiam*) inuenitur centrum mundi Gnomonicum nempe extremitas ſtyli E. ſitque communis ſectio illorum planorum linea F C. dico ſole exi-

 ſtente

ſtente in plano CD producto, vmbram extremitatis ſtyli E, non poſſe cadere in plano A B, niſi in lineam CF. cùm enim ſol ſit in plano CD. (*per coroll. primum ſuppoſitionis tertiæ*) vmbra non poterit extra illud planum egredi, ſed (*per ſuppoſitionem* 1.) communis ſectio. vtriúſque plani eſt linea CF, hoc eſt in plano AB, nihil eſt quod pertineat ad planum C D, niſi linea C F; igitur vmbra non poterit cadere extra lineam C F, alioquin egrederetur extra planum C D, contra ſuppoſitionem tertiam. idem erit ſi ſol in quorúmque alio puncto plani C D, per intellectum producti inveniatur: quare circuli maximi in horologiis per lineas rectas exhibentur.



CORO'LLARIVM II.

Quotieſcúmque vmbra extremitatis ſtyli E, cadet in lineam C F, toties ſol in plano C D invenietur. cum enim ex ſuppoſitione centrum mundi Gnomonicum ſit in plano C D, item punctum G, in eodem plano inveniatur, cum linea CF, ad idem planum pertineat, tota linea vmbroſa GE, in eodem plano erit, & cum radius H E, in directum iaceat cum linea GE, hoc eſt vnam lineam cum illa conſtituat, tota linea GEH (*per* 1. 11.) in eodem plano erit, & conſequenter ſol. quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM III.

Ex hoc colliges qoid ſit horologium. cum enim velimus in aliquo horologio ſcire horas, hoc eſt cognoſcere quandonam ſol verſetur in circulis horariis: ſol autem attingat circulum maximum, cum vmbra extremitatis ſtyli attingit communem ſectionem plani horologij, cum plano illius circuli. Si omnium circolorum horariorum habeamus ſectiones communes cum plano horologij, abſolutum erit horologium. neque enim ſol attingere poterit circulum quemcúmque horarium, quin vmbra in commonem eius, & plani horologij ſectionem incidat. & viciſſim quotieſcúmque vmbra attinget aliquam ex huiuſmodi ſectionibus, toties ſignum erit indubitatum, ſolem in plano talis circuli maximi inveniri.

Qood autem diximus de circulis horariis, intelligendum etiam eſt de quibuſcúmque circulis maximis Sphæræ, qui omnes in plano per lineas, nempe per ſuas communes ſectiones repræſentantur. atque ita circulos verticales; circulos horarum Babylonicarum, Italicarum, horizontem, æquinoctialem, cæteróſque maximos Sphæræ circulos in plano, per ſuas communes ſectiones cum plano horologij exhibebis.

Circuli autem illi tantum deſcribi poſſunt qui in eodem ſemper ſunt plano. Si enim ex cœlorum circumvolutione alio atque alio modo ſit diſpoſitum planum alicuius cœleſtis circuli, aliam atque aliam in plano horologij ſectionem faciet; idcóque nihil certi circa illum haberi poteſt. quare Zodiacus proprie loquendo non poteſt deſcribi, item circuli in polo Zodiaci convenientes qui circuli longitudinum in cœlo nominantur, quia ſitum eundem non obſervant; ſed continuò mutantur. idem dico de circulis latitudinum. reliqui omnes notari poſſunt.

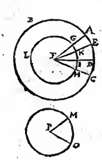
COROLLARIVM IV.

Communis ſectio circuli cuiuſcúmque, & plani horologij in gradus & minuta dividi poteſt. cum enim circulus quilibet in 360 gradus, & quilibet gradus in minuta 60 dividatur communiter; poterit &. linea quæ eſt communis ſectio plani eius, & plani horologij in ſimiles gradus dividi. nam ſi ſol in circulo ſuo, vnô gradu moveretur, mutaretur vmbra; atque adeò in aliud punctum ſectionis illios communis incideret. ponatur enim HI, eſſe circulus maximus in quo ſol verſetur; deſcendátque ſol à puncto H in I, ſitque HI 30 graduum, & G, vmbra quæ fit a ſole exiſtente in H, & K, ea quæ à ſole in puncto I poſito producitur, erit GK ſectionis CF, portio reſpondens gradibus 30. atque ita in ea ſectione poſſumus aſſignare portionem reſpondentem vni, duobus, tribus gradibus; ita vt ſi ſol in eo circulo duobus, tribus gradibus moveretur, aſſignaremus in communi ſectione, quâ illius portione, vmbra ſole deſcendente aſcenderet, & aſcendente deſcenderet.

SVPPOSITIO VI.

Circuli concentrici à lineis à communi centro ductis proportionaliter ſecantur.

Sint duo circuli concentrici ABC, GLH. commune centrum F habentes, ex qoo quæcúmque li-



neæ ducantur FA, FC, dico illos circulos proportionaliter ſecari in A, C, G, H, hoc eſt AC, ſimilem eſſe portionem circumferentiæ ABC, quæ GH, circũferentiæ GLI. dividatur enim arcus AC, in partes

quaſcúmque

quafcúmque aliquotas AE, E D, D C, ducantur-que lineæ EF, DF, quia arcus AE, ED, D C funt æquales, erunt (*per* 26.3.) anguli AFE,EFD,DFC æquales, & (*per* 27. *eiufdem*) erunt arcus GK, KI, IH æquales. igitur arcus G H, in totidem partes aliquotas diuifus eft, ac arcus A C, fi intelligere-tur arcus ABC,ʒ diuidi in partes ipfi A E æquales; & ducerentur ad punctum F lineæ, oftenderem totidem inueniri in arcu GLH, partes ipfis G K, KI,IH.quot in AB,partes ipfis AE,ED,DC æqua-les.& hoc in quacúmq; diuifione partium aliquo-tarum,quare (*per def.* 5.5.) eadem erit ratio ABC, ad AC quæ GLH ad GH.quod erat oftendendum.

Addo infuper quod etiamfi duo circoli con-centrici non fint;fi tamen,in eorum centris, fiant anguli æquales,illi in circumferentia,fimiles arcus abfcindent,qui ad totam circuli circumferentiam, eamdem rationem habebunt.vt fi in circulis ABC, MNO,fiant anguli AFC MPO æquales; dico ar-cum M O, eamdem habere rationem ad arcum MNO,quam AC ad ABC. hoc eft fi A C fit gra-duum 60.MO, fore etiam graduum 60. fiat enim circulus GLH,æqualis circulo MNO.erit per par-tem primam huius fuppofitionis vt AC, ad ABC, ita GH, ad GLH; fed (*per* 26.3.)MO,& GH æ-quales funt, item G L H, & MNO; ergo ita erit AC,ad ABC; ficut MO ad MNO.

COROLLARIVM.

Si ab extremitate ftyli, in plano alicuius circuli maximi ducatur circulus cuiufcúmque magnitudinis, qui diuidatur in fuos gradus, du-canturque lineæ per diuifiones,quæ intelligantur produci vfque ad cœlum, eodem modo diuident circulum cœleftem,quo diuifus eft prior circulus. cum enim extremitas ftyli,non diftet notabiliter à centro circuli cœleftis, pro illo Gnomonicè affu-mi poteft, circuli autem concentrici, à lineis per centrum ductis fimiliter diuiduntur;igitur eôdem modô diuidetur circulus cœleftis quo diuifus eft circellus ille in plano circuli maximi ab extremi-tate ftyli, tanquam ex centro ductus.vt fi fiat cir-cellus LMNO,ab extremitate ftyli E,(in figura pe-nultima,)tanquam ex centro, & fupponatur HI, effe circulus cœleftis,in quo fol verfatur, divida-turque circellos LMNO:dico lineas per minoris circuli diuifiones ductas, fimili ratione maiorem circulum diuifuras,eadémque puncta in lineâ CF inuenienda, vi diuifionis circelli LMNO, quæ ex diuifione circuli cœleftis orirentur.

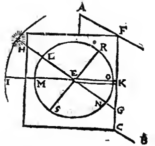
SVPPOSITIO VII.

Si linea quæcúmque in plano circuli maximi inuenia-tur, vmbra totius lineæ in communem fectionem il-lius circuli, & plani horologij cadet, fole in tali circulo exiftente.

Sit linea quæcumque R S in plano circuli ma-ximi HI, fitque hæc linea opaca, verbi gratia fit virga ferrea;dico illius vmbram in planum B A, non poffe cadere nifi in lineam CF,ita vt tota vm-bra in lineam CF cadat.cùm enim fingula puncta illius virgæ RS fint in eodem plano C D. in quo etiam fol exiftit,eum radij luminis à fole ad fingu-la puncta ducti in eodem maneant plano, & lineæ vmbrofæ in eodem plano maneant;ergo vmbra totius lineæ AS,non poterit cadere extra commo-nem planorum fectionem.

COROLLARIVM I.

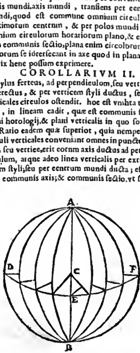
Virga quæcumq; per extremitatem ftyli ducta & xi mundi parallela,horas oftendit fe totâ. hoc eft



vmbra totios virgæ in horas Aftronomicas cadit, cùm enim circuli horarum Aftronomicarum, fint circuli maximi, qui vniuntur, & conueniunt in polis mundi.axis mundi, tranfiens per centrum mundi,quod eft commune omnium circulorum maximorum centrum, & per polos mundi eft in omnium circulorum horariorum plano,& eft eo-rum communis fectio,plana enim circolorum ho-rariorum fe interfecant in axe quod in plana figu-ra vix bene poffum exprimere.

COROLLARIVM II.

Stylus ferreus, ad perpendiculum,feu verticali-ter erectus, & per verticem ftyli ductus, fe totô verticales circulos oftendit. hoc eft vmbra totius ftyli, in lineam cadit, quæ eft communis fectio plani horologij,& plani verticalis in quo fol exi-ftit.Ratio eadem quæ fuperior, quia nempe cum circuli verticales conueniant omnes in puncto Ze-nith feu verticc,erit eorum axis ductus ad perpen-diculum, atque adeo linea verticalis per extremi-tatem ftyli;feu per centrum mundi ducta; eft eo-rum communis axis;& communis fectio.vt fi fint



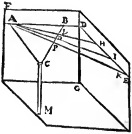
plana conuenientia in A & B,erit communis corũ planorum fectio linea AB.vnde fi circuli defcripti, fint horarij,& A & B poli & circolus DEF,æqui-noctialis erit, AB axis mundi. Si verò circuli in hac figura defcripti fupponantur affe verticales, item

item circulus D E F horizon, & puncta A & B fuerint zenith, & nadir, & C centrum mundi erit A B axis verticalium, seu linea ad horizontem recta, seu ad perpendiculum ducta, & communis sectio planorum, seu circulorum verticalium.

SVPPOSITIO VIII.

Datis tribus eiusdem plani punctis, non in eadem linea positis facile hiô tale planum producemus, communemque eius cum superficiebus quibuscumque irregularibus sectionem inueniemus.

Licèt hæc consideratio aptior videatur describendis horologiis in plano aliquo irregulari, quia tamen vniuersalis est, plurimomque formandæ imaginationi confert, & ex ea innomeras praxes horologia delineandi, ope instrumentorum demonstrantur, immo & talia instrumenta ex ea emanant; ideo eam prætermittendam non censui, nec vlteriùs differend. m sint ergo tria puncta eiusdem plani circuli maximi data, nempe A, B, C quæ non sint in eadem linea rectâ, si enim in eadem linea recta existerent nihil fieri



posset, eo quod non sit casus sufficienter determinatus nam eadem linea recta in planis innumeris existere potest. vt autem meliùs assuefiat imaginatio huic scientiæ, sit vnum ex punctis datis extremitas styli C, quæ cum sit centrum cœli pertinet ad planum omnium circolorum maximorum cœli, nempe omnium horariorum tam horarum Astronomicarum, quam Italicarum, & Babylonicarum, & etiam verticalium, à puncto B, ad punctum C tendatur filum, sed exquisitissime, ne fluctuet. aut pondere suo fatiscat; seu incuruetur, si in puncto A poneretur fax accensa vmbra fili C B nempe BDE esset communis sectio plani ABC producti cum superficiebus FG, GE siue regularibus, siue irregularibus; ita vt sole existente in plano prædicto, vmbra extremitatis styli C non possit cadere nisi in huiusmodi communes sectiones, quia nempe vmbra extremitatis styli non potest esse extra planum in quo sol & extremitas sty'i e istunt.

Quia tamen de die fax accensa esset inutilis, ideo tunc aliter operandum est. extensô ergo firmiter filô C B, vel si timeatur aliqua sinnositas, applicata regula punctis B & C si fieri possit. ex puncto A extendatur aliud filum AH. radens filum C B in puncto L. extendaturque donec superficiem G E attingat in puncto H, si requiras alia puncta, ex eodem puncto A extende filum, quod radat filum C B in puncto O; extendatur donec attingat superficiem GE, habebis punctum I, ita habere poteris punctum K.

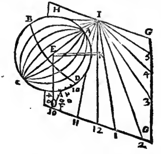
Ratio clara est linea AL attingens duo puncta A & L pertinentia ad planum trianguli A B C, est in eodem plano, cum autem linea A L H sit vnica linea, (per t. 11) erit tota in eodem plano, & consequenter punctum H ad idem planum pertinebit. idem ostendam de aliis. sunt autem coniungenda hæc puncta HIK, linea recta si superficies GE sit plana vel curua. si corua sit tot enim lineæ HK puncta haberi possunt, vt facile sit sine errore illa coniungere.

Parum autem interest a quibus punctis incipias, hoc est tam bene primo tendi potuit filum à puncto A ad C vel a puncto A ad B, vel semel inuentô punctô K a puncto A ad K, vel a B ad K, manet enim eadem semper demonstratio.

COROLLARIVM.

Primum ex hac suppositione fluxerunt praxes innumeræ describendi horologia, tam directa, quàm reflexa vnde hæc suppositio vocari potest perfugium inscitiæ, nam per eam etiam latomi & artifices quicumque nullô negotiô, omnia absoluent horologia mechanice: ideoque hic persequar aliqua instrumenta quibus ad id vti poterimus.

Primum sit instrumentum sphæra cœlestis. instructa tantum æquinoctiali suo, & duodecim circulis horariis, se in polo intersecantibus. Sit enim sphæra ABCD suis constans circulis horariis, non descripsi autem omnes vitandæ confusionis gratiâ. sit centrum eius E hæc sphæra sic composita, statuatur ita, vt meridianus ABCD subiaceat meridiano cœli, quod præstant communiter artifices ope acus magneticæ. & polus A eleuatus sit ad eleuationem poli tuæ regionis; quod facile exequeris si quadrantem C D diuidas in 90 partes, incipiendo numerum diuisionum ab æquinoctiali D nam appenso perpendiculô F

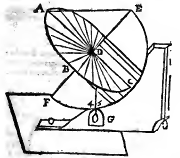


ex centro E dependente, si ita sphæra aptetur vt filum, gradum eleuatioois poli tuæ regionis attingat polus A erit eleuatus vt par est.

Addo insuper si centro C applicetur de nocte flamma candelæ; vmbræ circulorum in pariete GH exceptæ, & notatæ erunt lineæ horariæ, vel si de nocte operari nolis; ex centro E filum extendatur vsque ad parietem singulos circulos radens, & habebis singularum linearum horariarum quot puncta volueris. stylus autem ita infigatur,

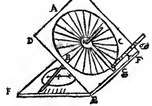
fingatur, vt eius extremitas centro E respondeat, fitque KE.

Ratio clara est cum enim ita disposita est sphæra; situm eumdem obtinet quem sphæra cœlestis nēpe meridianus circulus sphæræ materialis cœlesti respondet, seu in eodem, est cum illo plano, æquinoctialis æquinoctiali & alij quilibet circuli horarij, io eodē sunt plano cum horariis cœlestibus; si producantur plana circulorum horariorū, quod fit per vmbram facis accensæ in centro, quæ cum sit in puncto pertinente ad omnia illa plana, nēpe in communi centro vmbra singulorum circulorū in iisdem manet planis: atque adeò in superficie quacumq; excepta, exhibet cōmunem sectionem. idem dico de filo extenso, & radente singulos circulos. quod si non tantum circuli horarij in tali sphæra materiali descripti sint, sed etiam æquinoctialis, & illi paralleli signorum sub est quos sol percurrit initio signorum, ea omnia flammâ candelæ per vmbras exhibebit: vnde hoc instrumento plura adumbrabit horologia quilibet etiam de reliquo ignarus, nulla superficierum declinatione, inclinatione, irregularitate, ratione habitâ, quàm decem pictores notare possent.



Quia verò satis est difficile habere sphæram integrā quæ si sit maior facile circumferri non possit, si minor errorē inducat non modicum, ideo vt plurimum solo æquinoctiali circulo contenti esse possumus instructo suo axe, sit nempe æquinoctialis circulus ABC io cuius cētro D infixus sit axis ad angulos rectos nempe EDF, si autem velis vti vmbris, vt in sphæra superiore, selige in axe EDF puncta quælibet E; & F; à quibus ad singulas diuisiones æquinoctialis (diuiditur autem in partes æquales viginti quatuor) extendantur fila, hæc fila in planis circulorum horariorum existent, si nēpe linea meridiana AC sit in plano meridiano & planum AC ope quadrantis FC, & perpendiculi DG eleuetur vt par est, tunc enim si esset flamma in puncto D, vmbra filorum, in parietibus excepta, lineas horarias exhiberet. stylus autē optimè aptabitur; si ita parieti infigatur, vt eius extremitas axem FE, attingat. cum enim axis ad omnia plana horaria pertineat, extremitas styli attingens axem omnibus pariter illis planis communis est, atque adeo sole existente io aliquo plano, vmbra oon excedet ex tali pl no. est etiam aliud incommodū vitandum quotiescumque non tantum lineæ horariæ delineandæ sunt sed etiam, paralleli signorū: tunc enim quia crassities æquinoctialis aliquid erroris posset inducere, ideo solidum quidē æqui-

noctiale planum tanquam basis, & fundamentum alterius æquinoctialis in äëre quasi existentis cogitamus. nam in hac figura licet æquinoctialis circulus videatur esse ABC, verus tamen qui supponitur est circulus qui describitur à puncto F regulæ ascendentis. vsus autem facillimus est. sunt enim duæ tabulæ quarum inferior est horizonti parallela, dirigitur autem ope acus magneticæ, debet item eleuari tabula ABC, ita vt angulus DEF sit complementum eleuationis poli, qualis est eleuatio æquinoctialis supra horizontem. dum igitur voluitur regula KH; punctum I describit æquinoctialem in aëre, qui etiā erit parallelus plano DC, quod supponitur eleuatum pro vt exigit æquinoctialis circulus. veteris autē hoc modo, hunc æquinoctiale instrumentum statue vt par est, regulam KH, impone lineæ horariæ cuicūque tum à puncto G extremitate nempe styli, educatur filum ita vt radendo regulam KHI parietem attingat; habebis in pariete punctum pertinens ad illam horam, cui regulam K H imposuisti.



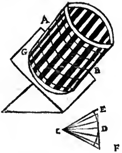
Coroll. 1. In genere quocumque horologio quodcumque delineare licet: si enim horologium iam factum statuam in suo situ oaturali, habebo singularum horarum tria puncta, nempe extremitatem styli: supponitur enim horologium suo stylo instructum. cum item habeantur lineæ horariæ habebuntur cuiuslibet plani horarij tria puncta. atque adeo licebit illius planum producere vsque ad parietem. Ita horologio horizontali quodcumque horologium io pariete, & in alio quouis plano etiam irregulari describimus, & quolibet verticali, polari, æquinoctiali vti licet tanquam instrumento, ad alia describenda.

Quæ intelligentiæ tantùm causâ dicta velim. esset enim petitio principij, si ad descriptionem horologij, aliud horologium supponerem. non fuit tamen inutile ista indicare vt discerent Tyrones plana hæc, etiam in aëre cogitare.

Supponenda item esset tota sphæræ cœlestis descriptio quam hic tradere ex professo non audim eo quod peculiarem sibi tractatum vendicet. sufficiat ergo scire quid sit polus, quid sit circulus cœlestis horarius, & alia minuta quæ breuiter sequentibus definitionibus perstringo, ne cogamur ad alios tractatus recurrere.

Vnum tamen notare velim dum regula H I in priori instrumento, circūuoluitur circa axem KG, describit cylindrū qui rectâ ad polum mundi protenditur; ex quo vides si fieret cylindrus qui eleuaretur secundum angulum eleuationis poli, cuius basis diuideretur in 24 partes æquales, & per singulas diuisiones ducerentur lineæ parallelæ axi, hic cylindrus idem omnino præstaret, qua-

re fieri posset ex lamina ærea, ita vt alternatim interualla inter lineas horarias vacua essent, & plena, sic enim per singulas horas educi posset filum ex centro, immo possent inscribi huic cylindro signa zodiaci, aut potius paralleli quos sol describit dū est in initiis signorum. seligatur enim in medio axe punctum aliquod pro centro sphæræ, quod nempe sit centrum circuli AB, ducatur separatim linea C D, æqualis semidiametro cylindri, ad quam ducatur perpendicularis D E, tum ex puncto C quocumque interuallo describatur arcus, in quo hinc inde à linea CD, assumes 11 gradus cum dimidio 20. & 23 $\frac{1}{2}$. ducesque per singula diuisionum puncta lineas rectas, quæ diuident lineam EF, has diuisiones transfer in lineas tui cylindri, verbi gratia in lineam GA, hinc inde à puncto A, idem facies in reliquis lineis habebisque non tantum circulum æquinoctialem AB, sed alios illi parallelos.



Demonstratio petitur ex eo quod si intelligantur plana circulorum horariorum, incidere in cylindrum cuius axis, sit etiam axis mundi communes sectiones singulorum planorum, & illius cylindri erunt lineæ rectæ axi parallelæ, quæ in cylindro ducuntur, quare dum per singulas diuisiones educitur filum vel fax accensa in centro collocatur, fit continuatio eorumdem planorum, vsque ad murum, quare habentur in muro, communes sectiones eorum cum pariete, seu horologium, vt diximus.

Circuli item in cylindro notati determinant conos parallelorum, quos sol describit dum versatur in initio signorum, sunt enim describi hi circuli, secundum declinationem quam habent huiusmodi paralleli.

Notandum etiam est quod si dimidiata tantum pars cylindri concaui in suo situ statueretur; axis vmbra horas notaret, in concauitate cylindri. quod si in medio axe esset globulus centrum mundi referens, eius vmbra, non tantum in concauo semicylindro horas notaret, sed etiam parallelos signorum, aliaque multa, quæ intus notari possent.

Alia multa instrumenta excogitari possunt, puto tamen nullum commodiùs adhiberi posse quam horologium horizontale simplex si enim horologium horizontale, prope murum ad distantiam vnius, aut alterius pedis statuas in suo situ naturali, nempe ita vt linea meridiana horologij, meridianæ cœlesti subiaceat, quod communiter ope acûs magneticæ præstamus. si inquam horologium suo stylo instructum ita disponatur, eô facile horologium in plano absoluemus, nam cuiuslibet plani horarij, habemus tria puncta non in eadem linea recta disposita, cum extremitas styli ad omnia plana horaria pertineat, quare (*per suppositionem* 8) ea plana facile continuabimus. si enim ex centro horologij educamus filum vsque ad murum, quod tendatur firmiter, & per extremitatem styli, aliud filum educatur, radens hoc primum, habebuntur quotquot voluerimus puncta ad illam horam pertinentia.

Pariter si ex centro horologij, per extremitatem styli educatur filum, vsque ad murum; dabitur polus in muro, punctum scilicet, in quo omnes horæ conueniunt.

Stylus autem ita aptabitur, vt eius extremitas coincidat, cum extremitate horologij horizontalis. vel saltem attingat filum eductum ex polo, per extremitatem styli in aliquo loco.

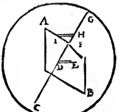
Pariter dum adhibebatur cylindrus, styli extremitas, congruere debuit, cum puncto illo medio in axe cylindri positô, quod centrum esse voluimus.

Demonstr. harum omnium praxium clarissima est: habentur enim lineæ, quæ sunt in planis circulorum horariorum, & per extensionem filorum, producuntur huiusmodi plana, donec parietem attingat, vt habeantur, communes sectiones prædictorum planorum, & plani horologij.

DEFINITIONES.

DEFINITIO. I.

Poli in sphæra, sunt puncta in sphæra diametraliter opposita circa quæ omnia sydera motu diurno, ab oriente per meridiem in occidentem rotantur, duo sunt poli.



Polus Gnomonicus est punctum in plano quocumque in quod vmbra alicuius poli incidit. cum enim in hac scientia, non circulos nec puncta cœlestia, sed illorum vmbras inquiramus; polus Gnomonicus erit punctum in quod alicuius poli vmbra incidit, hoc est si supponatur sol esse in polo, & extremitatis styli vmbram in planum proiicere, hæc vmbra polus est horologij. nunquam nisi vnus polus in eadem plani facie notari potest vt considerandi patet.

Parietes meridiei auersi notatum habent polum antarcticum, qui cum respectu nostri depressus sit; eius vmbra altiorem stylo locum occupabit, vt si sit paries AB meridianum respiciens, sitq; polus antarticus C, stylus D E ducatur lineam C D F attingens parietem in F punctum F erit polus Gnomonicus, qui à nonnullis dicitur centrum horologij in eum eo concurrant omnes lineæ horariæ vt ostendimus.

E contra vero si paries respiciat septentrionem seu polum arcticum G, & sit stylus I H polus Gnomonicus erit infra stylum IH.

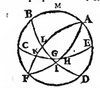
DEFIN.

DEFINITIO II.

Axis est linea per vtrumque polum,& per centrum terræ ducta. vt linea A F quæ cum sit vt iam ostendimus communis sectio omnium circulorum horatiorum ; hoc habet vt non solà extremitate horam ostendat ; sed se totà. in horologiis inquibus polus Gnomonicus.inuenitur facile habebitur axis , quem nonnulli hypothenusam vocant,eo quod angulum rectum subtendat,si nempe coniungas polum cum extremitate styli. Zenith & nadir sunt puncta in cœlo diametraliter opposita quorum primum vertici nostro ad perpendiculum imminet ; secundum vero pedibus subiectum est. ex quo sequitur tot esse zenith quot distingui possunt. puncta in superficie terræ, linea item à zenith,ad nadir per centrum terræ docta,vocatur axis verticalium,quia vt circuli horarij in polo conueniunt, ita & verticales in zenith & nadir , vnde & hic verticalium axis est & eorum cōmunis sectio.distingui etiam debet zenith Gnonomicum,nempe punctum in plano horologij in quod cadit vmbra ipsius zenith, hoc in horologiis horizontalibus cum pede styli congruit , in planis verticalibus nullus inueniri potest , quia linea à vertice cœli per extremitatem styli ducta;nullibi parietes verticales attingit.

DEFINITIO III.

Circulus æquinoctialis est circulus in sphæra æqualiter ab vtroque polo distans, & ad distan-



tiam grad. 90. ideoque constat ex primo Theodosij. axem mundi ad planum æquinoctij rectum esse, & eleuari supra horizontem complemento eleuationis poli,ita vt quanto magis eleuetur polus , tanto magis deprimatur æquinoctialis. sint enim poli A , F zenith M. AE eleuatio poli , CB eleuatio æquinoctialis, MA complementum eleuationis poli , B M distantia verticis ab æquinoctiali , seu latitudo regionis. cum AB , ME sint quadrantes æquales , ablatò communi MA erunt AE , BM æquales , vnde latitudo & eleuatio poli semper æquantur , & propterea indifferenter vna pro altera sumitur. pariter arcus AM, BC, æquales sunt ; & qoò maior est AE,eò minor est AM, ergo & eo minor erit CB.

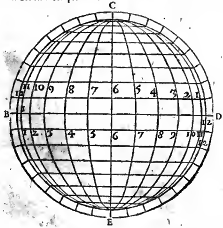
Meridianus circulus,est circulus per zenith nadir & vtrumque polum transiens. horizon vero est circulus à nadir & zenith æqualiter distans, seu quadrante.

COROLLARIVM.

Planum meridiani circuli est rectum tam ad æquinoctialis, quàm ad horizontis planum , cùm per vtriusque polos transeat. & hoc (*per 4. 1. Theodosij*) & vicissim ideoque,quia tam horizon quam æquinoctialis sunt recti ad meridianum;per polos eius transeunt (*per 8. 1. Theodosij*) arcus EG, BG , sunt quadrantes, sicut CG , GD igitur æquinoctialis, & meridianus, secant horizontem in quatuor quadrantes. secundò à puncto in quo oritur sol dum est in æquinoctio, nempe attingit horizontem in G vsque ad punctum B, quò meridianum attingit sunt 90 gradus , & tribuendo singulis horis 15 gradus. erunt horæ 6 , & totidem vsque ad occasum. Item punctum G pertinet ad horam 6. matutinam, & oppositum ad 6 serotinam.vnde æquinoctialis transit in horizonte per punctum horæ sextæ & in meridiano est eleuatus supra horizontem complemento eleuationis poli ; hoc est arcus BC ab horizonte ad æquatorem est æqualis complemento eleuationis poli.

DEFINITIO.

Circuli Horarij Astronomici qui sunt præcipui lo tota Gnomonica,sunt circuli maximi per vtrum-



que sphæræ polum transeuntes. atque adeo cum poli mundi sint poli æquinoctialis circuli, erunt ij omnes æquinoctialis circuli planum recti (*per 4. Theodosij*)

Horæ autem sunt varij generis. primò quidem sunt horæ astronomicæ diem naturalem in partes 24 diuidentes,initio facto à meridiano. & de his hic præcipue egimus,eorumque circulos descripsimus qui per polos, mundi & per quindenos æquinoctialis circuli gradus transeunt.

Aliæ autem horæ sunt Babylonicæ quæ quidem diem fere naturalem in 24 æquales partes diuidunt , sed initio facto ab ortu matutino. de his circulis vt pote difficilioribus dicemus suo loco cum tyronum imaginatio istis circulorum,& planorum intersectionibus paulo magis assueuerit.

Horæ Italicæ diem item naturalem in partes æquales diuidunt,initio tamen facto ab occasu.

Horæ antiquæ tam diem artificialem,quam noctem artificialem in duodecim partes æquales diuidunt. ex quo fit vt æstate horæ diei maximæ sint longissimæ , noctis vero breuissimæ ; è contrà vero hyeme longiores sint noctis horæ, diurnæ vero breuiores , in æquinoctiis sunt æquales & cum astrologicis conueniunt. meridies est semper secundum hoc horarum genus hora sexta.

Circuli verticales sunt circuli maximi per zenith & nadir transeuntes,& consequenter ad horizontem perpendiculares. vertex autem ab horizonte vndique gradibus 90 distat.vt si sit horizon ABC , zenith D , nadir E circuli per puncta D & E transeuntes sunt verticales. linea autem DE est communis eorum sectio. dicuntur illi circuli azimutales.

Circuli altitudinum seu almicantarat sunt circuli minores, horizonti paralleli. dicuntur almicantarath seu altitudinum , quia penes illos numeramus syderum altitudinem,supra horizontem, seu distantiam. ab horizonte. si enim diuiso quadrante AD in 90 gradus , per singulos gradus intelligantur ex D tanquam polo describi circuli; illud astrum dicetur quinque verbi gratia gradibus supra horizontem eleuari , quod quintum circulum attinget illi item circuli vt patet omnes circulos verticales simili modo diuidunt.

Circuli æquinoctiali paralleli in Gnomonica describuntur,qui eodem modo ad æquinoctialem se habent ; quo circuli altitudinum ad horizontem. suntque circuli quos sol aut sydera motu diurno describunt.qui cum sint minores circuli, in planis non per lineas,sed per circulos,ellypses, parabolas, aut hyperbolas notantur. quæ omnia dum opus erit reuocabimus.

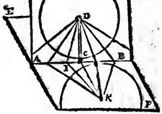
Non multas hic adhibere propositiones necessarium esse existimo sed ex vno aut altero Theoremate , omnes huius scientiæ demonstrationes deducam. Erit tamen difficultas in fingenda tyronum imaginatione, concipiendisque variis planorum intersectionibus, seu sphærà in planum proiicienda.

PROPOSITIO I.

Problema.

Communem circuli maximi, & plani horologij sectionem per pedem styli transeuntem in gradus diuidere.

Sensus propositionis ex superioribus satis patet ; proponitur ergo linea per pedem styli transiens, quæ sit communis sectio plani circuli maximi cum plano horologij ; in gradus Gnomicos diuidenda ; ita vt moto sole per vnum aut plures gradus in eo circulo ; assignetur in linea illa, in quam semper vmbram cadere(*vt s.upp.5. ostendimus*) quant.m mota sit vmbra.



Sit hæc linea A B per styli pedem C transiens, sitque planum horologij EF. intelligatur planum A D esse planum illius circuli maximi , cœlestis, hoc est si planum A G produceretur vsque ad cœlum coincideret cum circulo illo , cuius AB est communis sectio cum E F plano horologij. cùm autem tam punctum C quam punctum D sint in plano AD;erit tota CD in plano AD, CD autem cum sit stylus, ad planum EF rectus, erunt anguli DCA , DCB recti (*per 4. def. 11*) si ergo operari possemus in plano A D. cum extremitas D sit centrum circuli maximi,& eædem habeantur diuisiones si minor fiat circulus , ac si maior describeretur ; ex puncto D describendus esset circulus C D in gradus suos diuidendus, ductisque lineis ex puncto D , eædem haberentur diuisiones , in linea AB quæ ex diuisione circuli cœlestis orirentur (*per suppositionem 6*) sed non possum in plano A D operari ; quia nempe planum illud solidum non est. quare in plano horologij E F , duco lineam C K ad rectam A B perpendicularem , æqualem rectæ CD , factoque ex K circulo quocumque , in suos pariter gradus diuidendo , si ex K per singulas eius diuisiones rectæ ducantur lineæ ; eædem diuisiones habebuntur , quæ ex diuisionibus circuli C D orirentur.

Demonstratio. cum enim in triangulis D C I, KCI, anguli DCI, KCI, sint æquales vt pote recti (*per constructionem*) lineæ DC, KC factæ sint æquales ; & anguli CDI, CKI facti sint æquales, eò quòd circulus vterque similiter sit diuisus ; (*per 21. 1. Eucl.*) bases erunt æquales nempe habebitur eadem basis CI , igitur idem punctum I habebitur per vtriusque circuli diuisionem, idem ostendam de quibuscumque aliis punctis. quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Cum linea C D sit ad planum EF recta , planum AD per illam ductum , erit ad planum E F rectum (*per 18. 11*) vnde omne planum cuius communis sectio transit per pedem styli ad planum horologij rectum est ; & cum ab extremitate styli ad idem horologij planum, vnica tantum linea duci possit, omnis plani circuli maximi, ad planum horologij recti, communis sectio transit per pedem styli.

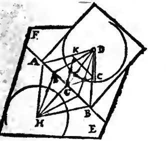
PROP.

PROPOSITIO II.

Problema.

Communem circuli maximi cum plano horologij sectionem per pedem styli non transeuntem in gradus diuidere.

Sit linea AB per pedem styli, C, non transiens, quæ sit communis sectio, plani cuiuscumq; circuli maximi cum plano horologij. ex pede styli C ad lineam A B diuidendam, ducatur perpendicularis



CG, vlteriùs producenda; item parallela C K æqualis stylo. sitque G H æqualis lineæ G K. ex puncto H, vt centro fiat circulus diuidendus in suos gradus. dico lineam AB diuisam esse, eodem modo ac si circulus cœlestis fuisset diuisus, & per singula diuisionum puncta, & per extremitatem styli D, ductæ essent lineæ rectæ. sit enim planum AK, planum circuli illius maximi, cuius A B, est communis sectio cum plano horologij. ducatur linea D G; factóque ex D, circulo quocúmque diuiso in suos gradus, si ducantur lineæ; illæ diuident lineam AB, eodem modo, ac si lineæ ducerentur ex diuisionibus ipsius circuli maximi (*per suppos. 6.*) ostendo autem eandem fieri diuisionem ex puncto H.

Demonstratio. Cùm recta C G ad A B sit perpendicularis, & KC sit eidem parallela, erit (*per 28. 1.*) angulus GCK rectus, sicut G C D rectus est; per def. styli, & (*per def. 3. 11.*) quare in triangulis KCG, DCG, cum anguli DCG, KCG sint æquales & recti, (licet figura non id ostendat, eò quòd tota figura sit in vno plano) item lineæ K C, & D C æquales; erunt (*per 4. 1.*) bases GK, GD æquales; GK, autem, & GH factæ sunt æquales; igitur GD, & GH æquales sunt. rursus quia stylus CD est sectus ad E F planum horologij, omnia plana per CD, ducta ad idem planum horologij erunt recta; (*per 18. 11.*) ideóque planum trianguli DCG, ad planum E F rectum erit, cuius communis sectio cum plano EF est CG, ad quam eum in plano EF, ducta sit perpendicularis BG, erit (*per def. 4. 11.*) B G, recta ad planum trianguli DCG, ideóque (*per def. 3. 11.*) angulus BGD rectus erit.

Denique cum in triangulis HGI, DGI, anguli EHI, D G I. sint recti & consequenter æquales; item latera HG, GD, ostensa sint æqualia, & anguli GDI, GHI supponantur æquales, eò quòd circuli ex D, & H vt centris descripti, sint diuisi similiter, idem latus G I, vtrique triangulo commune erit. (*per 26. 1. Eucl.*) ostendam eodem modo alias omnes, lineæ A B diuisiones fieri, siue operemur ex puncto H, ac si ex puncto D. quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Quoties linea, quæ est communis sectio circuli maximi, & plani horologij per pedem styli non transit, toties planum circuli maximi obliquè cadit in planum horologij, si enim ad ipsum rectum esset, eius sectio per pedem styli transiret.

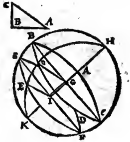
Hæc duo problemata diligenter addiscantur, & concipiantur, immo non tantum in superficie plana, sed etiam infixo stylo, & vt ita dicam secundum suam soliditatem perficiantur, vt formetur Tyronum imaginatio; alioquin nihil solidi in hac materia consequi poterunt: cum tamen in his duabus propositionibus tota Gnomonica contineatur.

PROPOSITIO III.

Problema.

Horologium æquinoctiale delineare.

Horologium æquinoctiale vocamus quod in superficie parallela æquinoctialis circuli plano describitur. sit æquinoctialis A B C, sitque



horologium describendum in plano D E F, ipsi parallelo. sint circuli horarij se intersecantes in polis H, K, & transeuntes per quindenos gradus æquinoctialis circuli. sitque I G longitudo styli. & G extremitas styli, seu centrum cœli, & centrum circuli æquinoctialis. & cum, G, sit etiam centrum omnium circulorum horariorum; punctū G, erit in omniū plano. atque ita BG, OG, & reliquæ lineæ erunt communes sectiones æquinoctialis circuli, eritque angulus B G O graduum 15, sicut circumferentia BO supponitur esse graduum 15 angulus enim BGO, sit in centro circuli æquinoctialis, & cum axis H K, secet planum horologij DEF, in puncto I, & axis sit communis sectio omnium planorum circulorum horariorum; punctum I, pertinebit ad singula plana circulorum horariorum, eruntque S I, E I, & reliquæ lineæ concurrentes in puncto I, lineæ horariæ, seu communes sectiones, circulorum horariorum & plani horologij. dico pariter angulum E I S, & alios factos in puncto I esse graduum quindecim. consideretur enim planum KBH, se-

 cans

cans duo plana ABC, DEF, fibi invicem paralle-la, (*per* 16. 11.) erunt BG, EI parallelæ, eòdem modô ostendam SI, OG esse parallelas: vnde (*per* 10. 11.) anguli OGB, EIB æquales sunt; sed OGB ostensus est graduum 15. igitur & EIS quindecim graduum erit.

Vnde non erit difficile horologium æquinoctiale describere; si enim ex pede styli tanquam centro circulum describas dividendum in 24 partes æquales, absolutum erit horologium. Suppono autem semper stylum esse plano horologij perpendiculariter infixum.

Tota difficultas est in elevando plano horologij ita vt sit plano æquinoctiali parallelum. hoc ita præstabis, sit in plano horizontali AB linea meridiana. fiat triangulum A B C, cuius angulus B A C, sit æqualis elevationi æquinoctialis, seu complemento elevationis poli. hoc autem triangulum statuatur supra lineam meridianam AB, ita vt punctum eius C respiciat meridiem, huic si imponatur horologium æquinoctiale prius descriptum, ita vt linea eius meridiana cum linea AC coincidat, aut saltem illi sit parallela, nec deflectat ad alterutram partem; hoc est tam planum trianguli ABC, sit ad horizontale planum; quàm ad horologij superficiem rectum, erit in suo situ.

Notandum autem primò occasione istius horologij quod in multis aliis casibus accidet, multiplicem aliquando distingui lineam meridianam, cum enim linea meridiana; sit communis sectio, plani meridiani circuli cum alio quocumque plano. datur linea meridiana horizontalis, qualem voluimus esse lineam AB, quæ est communis sectio meridiani, & horizontalis, datur item AC, linea meridiana æquinoctialis communis scilicet sectio, plani meridiani cum æquinoctiali. ita pro variis planis variæ dantur lineæ meridianæ. quod dixi de meridiana, intellige de quacumque linea horaria, item de linea æquinoctiali, datur enim in horizontali plano communis sectio æquinoctialis plani cum illo; datur & in verticali quocumque.

Notandum secundò horologium æquinoctiale in vno plano, esse tantum vtile per 6 menses, per alios sex inutile. Sit enim H polus Arcticus. sol per 6 menses, manebit inter æquinoctialem circulum & polum H, faciémque superiorem æquinoctialis A B C illuminabit, & consequenter faciem DEF horologij. quando vero erit æquinoctium sol erit in plano A B C, ideóque illud non illuminabit; & quia planum DEF, insensibiliter à plano ABC distat, respective ad cœlum; non illuminabitur etiam planum DEF.

Hoc diligenter notandum est, ne Tyrones hallucinentur, eò quod in figura planum DEF, sensibiliter à plano ABC distare videatur, neque enim aliter figuram effingere potnimus. ita dum planum horizontale habemus, licet verus horizon Gnomonicus intelligatur produci per extremitatem styli, si tamen tam ille horizon, quam planum horizontale horologij intelligerentur produci vsque ad cœlum, tam parum distarent inter se, vt hæc distantia pro nulla haberetur: vnde sole in horizonte posito, eius radius vtrúmque planum stringeret.

Idem in aliis omnibus dicendum est, quare si sole in æquinoctiali posito radius non illuminet planum A B C, neque illuminabit planum DEF. Aliis autem consequentibus 6 mensibus, cùm sol versetur inter circulum ABC, & polum antarcticum K, aliam faciem tam circuli A B C quam circuli DEF illuminabit. vnde alius stylus, alia extremitas styli fingenda. & consequenter aliud centrum mundi, & alia Sphæra Gnomonica. horologium inferius licet videatur esse pars superioris, est tamen aliud omnino horologium, & alia suppositio, cum aliud supponatur centrum Sphæræ.

COROLLARIVM I.

Lineæ horariæ in plano horologij quocúmque sunt semper parallelæ, lineis horariis in plano circuli maximi ipsi parallelo ductis. ostendimus enim lineas horarias plani D E F, parallelas esse, lineis horariis plani ABC; Item si lineæ horariæ concurrant in centro circuli maximi; ibique angulos aliquos comprehendant, concurrent etiam in plano horologij. & in eo angulos facient prioribus æquales; ex quo fit vt si habeamus angulos quos lineæ horariæ inter se comprehendunt in plano quocumque horologij, iisdem angulis vti possimus, in alio plano ad dividendum communem sectionem circuli prioti plano horologij parallelt. vt si habeamus horologium æquinoctiale descriptum, possimus eo vti ad dividendam lineam æquinoctialem in quocúmque plano existat; si horologium horizontale; ad dividendam lineam horizontalem, eò modô. quô horizon à lineis horariis dividitur; si verticale primarium, od dividendam lineam verticalis primarij. excipio plana per ipsum polum transeuntia, propter rationem infra afferendam. vnde iis exceptis poterimus, quocúmque horologio in charta descripto quodcúmque horologium delineare.

COROLLARIVM II.

Circulos verticales eòdem prorsus modô in plano horizontali describes; eòdem enim modô comparantur cum horizontali circulo, quô horarij cum æquatore.

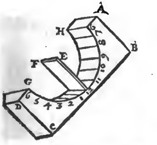
PROPOSITIO IV.

Problema.

Horologium æquinoctiale varie deformare.

Cum circulus æquinoctialis æqualiter à duobus polis distet, circa quos scilicet motus cœlestis diurnus peragitur; recte assumitur tanquam prima mensura naturalis illius motus, & consequenter temporis; id tamen habet incommodi horologium in plano æquinoctiali descriptum, quòd circa æquinoctia sit inutile, eo quod cum sol in eius plano versetur, non illuminatur, & consequenter vmbræ in eo non notentur. quare primò potest ita excavari eius planum, vt restet annulus aliquis, in quo horæ notentur, hoc est media tantum pars circuli assumi, sitque media tantum annulus. vt si proponatur planum A B C D elevatum secundum angulum elevationis æquatoris, cæaveturque ad modum semicylindri, qui dividatur in 12 partes æquales, relicto tantum asserculo FE, cuius latus FE, erit vice axis seu hypothenusæ, clarum est, quod quilibet circulus, huius semicylindri concavi, se habet per modum horologij æquinoctialis, eadémque praxi dividi potest quâ circulum æquinoctialem, immo ablato asser-culo

culo FE, poterit limbi G, vmbra in eodem horas notare; sed cum anguli in centro sint dupli an-



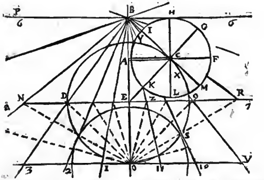
gulorum in circumferentia; intra vnam horam; duo intervalla ab vmbra percurrentur, vnde semicirculus A r a G in 6. tantum horas erit dividendus, & vespertinis horis limbus H erit vsui; illius vmbra, easdem horas percurret: duplicem igitur characterem singulis divisionibus addes, vnum matutinum alterum vespertinum. Et quia tale horologium per 12 tantum horas vtile esse potest, multi cylindri cavi in orbem disponi possunt,

PROPOSITIO V.

Problema.

Data linea meridiana horologium Horizontale describere.

Sit data linea meridiana AB, in plano horizontali, quæritur modus horologium absolvendi, cæterásque horas delineandi, seu inveniendi sectiones cæterorum circulorum, posita tamen alicuius styli longitudine, vt vmbram facere possit, id autem facile præstabimus ope horologij æquinoctialis hoc modo. Supra lineam A B, in quocumque eius puncto supponatur stylus infixus perpendiculariter cuius AC sit longitudo. certum est quod si sol esset in Zenith vmbra extremitatis



styli, caderet in punctum A. igitur punctum A, est Zenith Gnomonicum. Supponatur B, versus meridiem & E; ad Septentrionem vergere. quia Zenith à polo distat complemento elevationis poli, versus Septentrionem; & ab æquinoctiali æquali elevationi poli. dividatur per primam propositionem linea AB in gradus, ita vt in AB, tot sint gradus quot in complemento elevationis poli, & in A E, quot in elevatione poli. propositio autem prima imperat duci lineam AC, per pedem styli A, perpendicularem, æqualem stylo, & ex C, vt centro fieri circulum, hic circulus repræsentat meridianum; licèt autem hic circulus sit descriptus in plano horizontali, cogitandus tamen esset, vt erectus ad perpendiculum. in eo circulo sic erecto, F esset Zenith M, & I poli. MI axis, HL; linea meridiana horizontalis per extremitatem styli, seu centrum C transiens, L M elevatio poli sicut IH, depressio alterius infra horizontem. HG; aut AI complementum elevationis poli, linea GK linea meridians æquinoctialis, seu communis sectio æquinoctialis circuli & meridiani. GF latitudo Regionis, seu distantia verticis ab æquinoctiali semper æqualis elevationi poli. tota igitur linea CK, ad æquinoctiale planum pertinet, & sol in æquinoctio, meridie vmbram styli in punctum E projiciet. quia autem tam planum æquinoctiale, quam planum horizontale horologij recta sunt ad planum meridianum; erit communis sectio æquinoctialis circuli, & plani horologij recta ad planum meridianum (*per* 19. 11.) ideóque (*per* 4. *def.* 11.) erit tam angulus NEA, quam NEG rectus. supposito quod circulus IFK, erigatur perpendiculariter supra planum horologij, ducatur ergo per punctum E linea N E, perpendicularis hæc erit æquinoctialis linea in plano horologij.

Quia autem linea E C est perpendicularis ad N E, erecto circulo meridiano ad planum horologij, erit E C, distantia extremitatis styli à linea N E; dividi autem debet hæc linea æquinoctialis NE, ex puncto C, & quia operari non possumus in aëre; sumamos NO æqualem lineæ EC, & perpendicularem ad NE, ex puncto O; tam bene dividetur linea NE, in quindenos gradus, ac si divideretur ex styli extremitate, quam punctum C repræsentat;

repræſentat. quare facto ex puncto O, circulo dividendo in quindenos gradus, & ductis ex puncto O, lineis occultis diviſa erit linea æquinoctialis N E; eo modo quo dividitur æquinoctialis à circulis horariis, habebuntúrque ſingula puncta in linea N E, quæ pertinent ad ſingulas lineas horarias. ſic diviſa eſt æquinoctialis per ſecundam propoſitionem.

Denique quia in puncto B, axis ſecat planum horologij, punctum B, ad ſingula plana horaria pertinebit, ideóque pertinebit ad ſingulas lineas horarias; ſi ergo coniungatur punctum B, cum ſingulis punctis inventis in linea N E, perfectum erit horologium. deeſtque tantum linea 6 horæ. quæ ita invenitur. cum tam planum horizontale horologij, quam planum ſextæ horæ, ſint ad planum meridianum recta, erit eorum communis ſectio ad idem planum meridianum recta, atque adeo linea ſextæ horæ perpendicularis erit ad lineam AB due ergo per punctum B lineá BP perpendicularem, ad AB, hæc erit linea horæ ſextæ.

Tota autem demonſtratio melius apparebit ſi circulus H F K, ita perpendiculariter plano horizontali inſiſtat, vt ſit in plano meridiano, & punctum C, cum extremitate ſtyli coincidat, & planum NOR, ita voluatur circa lineam N R, vt punctum O, pariter cum extremitate ſtyli congruat.

Praxin igitur breviter perſtringo. datâ lineâ meridianâ AB, & determinatô ſtylo A C, dividatur meridiana (*per propoſitionem primam huius*.) ita vt à pede ſtyli A, verſus meridianam plagam B, numeres tot gradus, quot ſunt à Zenith ad polum, hoc eſt complementum elevationis poli, atque ita invenies polum Gnomonicum B, pariter (*per eandem propoſitionem primam*) ita eandem meridianam divide. vt à Zenith Gnomonico A, procedendo verſus Septentrionem, numeres elevationem poli, hoc eſt arcus AK ſit æqualis latitudini, aut elevationi poli, eritque punctum E, æquinoctiale, per quod ſi ducas perpendicularem EN, hæc erit æquinoctialis.

Hanc æquinoctialem divide in quindenos gradus (*per propoſit.* 2.) vt in ea habeas puncta horaria, quæ coniunges cum polo B, & perfectum erit horologium.

Notandum autem aliquas praxes ab hac non differre, licèt videantur aliquid novi præferre. aliqui enim in quadrante ducunt lineam vni laterí parallelam in qua inveniunt, omnes diviſiones lineæ æquinoctialis NR. Vt ſi EOSR, eſſet quadrans in quo ducta eſſet linea E R, lateri O S parallela, haberentur in quadrante diviſiones lineæ ER, quæ tranſlatæ in ER, E N, exhiberent puncta horaria, vt perficaretur horologium, ex puncto E, intervallo E 9. id eſt vſque ad punctum horæ 9. fiat arcus 9C, æqualis elevationi poli ducatúrque lineæ E C, ad quam ſit perpendicularis CB, pariter invenietur polus B, eritque ſtylus linea CA, perpendicularis ad maridianam A B, vel hypothenuſa B C, hoc eſt erigendum eſt perpendiculariter triangulum ABC.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Vnicâ aperturâ circini horologium Horizontale deſcribere.

Hæc praxis vnicâ apertura circini horologium horizontale deſcribens, non differt à ſuperiore ſi attentius conſideretur. ita autem peragitur ductis duabus lineis A O, N R, ſe interſecantibus perpendiculariter in puncto E, fiat ex illo vt centro circulus O9C. Eritq; pūctum 9. punctum in æquinoctiali horæ 9. & D erit horæ tertiæ, eadem aperturâ circini pedem vnum pone in puncto O, alterum ſupra circulum in puncto S, & eádem aperturâ in R, habebiſque punctum horæ 8. & ex alia parte horæ 4. ſi duo talia intervalla, aſſumas ex R, verſus T. habebis punctum horæ ſeptimæ, Ex puncto horæ octavæ, ſi verſus meridianam aſſumas vnam diviſionem habebis punctum horæ 10. ſi aſſumas alterum exhibebitur punctum horæ primæ. ſi idem præſtes ex alia parte habebis puncta horarum 5. 2. & 11. perficies, ita horologium, arcus 9C, ſit æqualis elevationi poli, ducatur linea E C, ad quam ſit perpendicularis CB, & habebitur polus B, ex quo ſi ducas lineas rectas ad puncta horaria perfectum erit horologium.

Demonſtratio. Petitur ex eo quod, ſi EO, fiat ſemidiameter circuli, lineæ E 9, E R, E T, erunt tangentes arcuum 15. 30. 45. 60. 75 graduum, ſed tangens graduum 45. æqualis eſt diametro; ergo ſi EO, E9 ſint æquales, punctum 9. pertinebit ad horam nonam, ſit item O S æqualis ſemidiametro O E, ergo arcus O S, eſt graduum 60. quare reliquus arcus ad ſemicirculum erit 120. eſt ergo angulus EOR graduum 60. & conſequenter angulus O R T graduum 30. In triangulo ERE, ita eſt O R, ad E O, ſicut ſinus totus, ad ſinum anguli R, 30 graduum qui ſinus eſt dimidius ſemidiametri, ſemidiameter enim æqualis eſt ſubtenſæ graduum 60. quare OR ſecans graduum 60. eſt dupla radij EO.

Notatum etiam eſt, tangentem graduum 75. ſuperare tangentem graduum 60. lineâ æquali toti diametro, vt videre potes in tangentium canone, ergo bene repetitur bis idem intervallum O E, ex R in T, eſt enim tangens graduum 75. 373205. & tangens graduum 60. 173205. differentia eſt 200000.

Pariter 173205. tangentes graduum 60. addita tangenti 15 graduum efficit præciſe diametrum, quare ſi ex puncto horæ 8. bis ſumas ſemidiametrum habebis punctum horæ primæ, eodem intervallo abſcinde arcum Y X, & duc lineam occultam OX, & habebis punctum horæ 10.

Ad habendas ſemihoras intervallo 9, O. ſi fiant arcus in æquinoctiali hinc inde à puncto 9 dat 4$\frac{1}{2}$ & 10$\frac{1}{2}$. pariter intervallum O, 11 tranſlatum in æquinoctialem ex puncto 11 dat 8$\frac{1}{2}$ & 2$\frac{1}{2}$ intervallum O 7. tranſlatum in æquinoctialem dat 6$\frac{2}{7}$ & 1$\frac{2}{9}$. & ita de reliquis. quia tamen in his poteſt eſſe hallucinatio praxin naturalem ex diviſione quadrantis præferrem. fundatur autem hæc praxis in notationibus, ſupra ſecantes, & tangentes.

Probatur

Probatur hæc vltima praxis nempe transferendo lineam D O in D Z inueniri punctum dimidiæ horæ post decimam si nempe D sit punctum horæ tertiæ cum enim angulus D O E sit graduum 45. & angulus E, sit rectus, erit angulus EDO graduum 45. & consequenter in triangulo isoscele DZO. Erit angulus DZO dimidium reliquorum, nempe 135. erit inqnam angulus NZO $67\frac{1}{2}$, & eius complementum EOZ $22\frac{1}{2}$. id est angulus debitus vni horæ cum dimidia. abscindatur item linea Da æqualis lineæ D O ostendo punctum a, pertinere ad quartam cum dimidia. nam in triangulo isoscele DAO angulus externus EDO graduum 45, æqualis duobus oppositis DAO, DOA, ergo quilibet est graduum $22\frac{1}{2}$. si ergo angulo D O A grad. $22\frac{1}{2}$. addas DOE graduum 45 fiet angulus E O A graduum $67\frac{1}{2}$. qui est debitus horæ quartæ cum dimidia. Ita si accipias secantem, graduum 75; ostendam eam exhibere dimidiatam horam ante meridiem, & positam ex alia parte dare punctum dimidiatæ post quintam. pariter secans horæ primæ dat ex vna parte dimidiatam post nonam, & ex alia dimidiatam post 3. secans horæ 11 dat dimidiatam post secundam, & post 8. & ita de reliquis. quò etiam artificio inuenies puncta horaria, nam secantes horarum parium dant puncta horarum vt applicanti demonstrationem manifestum fiet.

PROPOSITIO VII.

Problema.

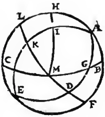
Trigonometricè horologium Horizontale perficere.

Qui Trigonometriam nescit hanc propositionem omittat.

Dupliciter vsurpari potest trigonometria, ad perficiendum horologium horizontale. Primò quidem adhiberi potest trigonometria rectilinea hôc modô. cum incipiamus à stylo, eiusque longitudinem supponamus, supponatur igitur stylus diuisus in 1000 partes, assumaturque tanquam scala, ad metiendas reliquas lineas in triangulo ABC. cum angulus ACB sit complementum eleuationis, angulus ABC erit æqualis eleuationi poli. fiat ergo vt sinus totus, ad tangentem complementi eleuationis pnli, ita A C ad A B, & habebitur A B. fiat item vt radius ad tangentem anguli ACB eleuationis poli, ita stylus AC, ad AE, & dabitur AE, & vt radius ad secantem eiusdem, ita A C, ad E C habebitur EC. qua cognita cum EO sit illi æqualis, & lineæ ER, ET, E9 sint tangentes arcuum 15. 30. 45. 60. 75 fiat vt sinus totus ad tangentes eorum arcuum, ita EC cognira, ad lineas E9, ER, ET & cæteras; dabuntur hæ lineæ: atque adeo vtendo longitudine styli tanquam scalà, facilè determinari poterunt.

Hanc methodum nonnulli vsurpant, etiam in horologiis muralibus, vt exactissime procedant, hæc autem scienti trigonometriam nullam difficultatem facere potest e quam volui innuere, vt eam adhibeat cui per otium licuerit.

Alia methodus immediate quantitatem angulorum quærit, nempe angulorum quos lineæ horariæ cum meridiana comprehendnnt. quod vnica analogia perficio. quærimus igitur arcum horizontis, inter meridianum, & quemcumque circulum horarium comprehensum. hic enim arcus est mensura anguli quem inuestigamus. sit ergo polus A. horizon B C, circulus horarius A D E, cuius nota sit distantia in æquatore D F. sit verbi gratia circulus horæ secundæ & D F sit triginta graduum, quæritur arcus G B, quem talis circulus, in horizonte abscindit. supponitur cognita poli eleuatio A B fiat vt sinus totius quadrantis A F, ad sinum arcûs AB eleuationis poli, ita tangens D F, ad tangentem G B; & ex ea habebitur arcus B G, qui quæritur.



Similem regulam si vsurpes pro singulis horis habebis omnes angulos, quos lineæ horariæ cum meridianà comprehendunt, quare si ducta meridiana, eos angulos transferas perfectum erit horologium. Idem præstabis per logarithmos, vt docuimus in trigonometria.

Non tantum horizontale horologium hâc praxi perficies, sed etiam verticale primarium, inueniesque quantitatem angulorum, qnos lineæ horariæ cum meridiana comprehendunt. Intelligo verticale primarium planum quod directe opponitur meridiei, aut septentrioni. in eo tamen pro eleuatione poli vtere complemento eius.

Demonstratio sit arcus H M, verticalis primarius, sitque circulus quilibet horarius A I K; quæritur arcus H I, mensura scilicet anguli, quem linea horaria comprehendit cum meridiana. ostendimus enim proposit. 3. eosdem angulos fieri in plano horologij, ac, in circulo cui parallelum est. fiat vt sinus totus quadrantis A L, ad sinum arcûs AH complementi eleuationis poli, ita tangens arcus L K, distantiæ horariæ in æquatore, ad sinum arcus H I. atque ita haberi possunt omnes anguli quos lineæ horariæ comprehendunt cum meridiana.

Hæc eadem praxis valet etiam pro omnibus horologiis inclinatis, modo eorum plana ad meridianum sint recta, quia illa plana sunt horizontalia plana diuersarum regionum eumdem meridianum habentium. vt si planum inclinetur ad partes B, & ad partes C attollatur; augetur eleuatio poli, donec tale planum cum æquatore congruat. Si vero assurgat

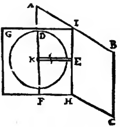
ad partes B, minuitur eleuatio poli respectu talis plani.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Linea meridiana in verticalibus perpendiculo ducitur.

Ad hoc vt describantur horologia in planis verticalibus omnibus vt communiter sunt parietes, ad perpendiculum erecti, qui hora meridiana illuminari possint; siue obliquè siue directè meridiem respiciant parum interest, necessarium est hoc Theorema. cognosces autem an meridie illuminetur, si pixidis magneticæ ad parietem applicatæ furcinula eum respiciat, sin minus non illuminabitur hora meridiana, neque ad idem praxin pertinebit. suppono autem mihi dari lineam meridianam, saltem in plano horizontali, quare si expectes donec sit meridies, & extremitatem vmbræ nores in plano verticali, habebis in eo punctum vnum lineæ meridianæ. Dico autem in omni plano verticali lineam meridianam seu communem sectionem plani meridiani cum plano verticali, semper duci perpendiculô. sit enim paries ABC quem verticalem suppono hoc est parallelum alicui circu-



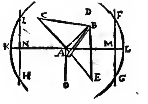
lo verticali D E F sit planum circuli meridiani GH, commonis sectio omnium verticalium est linea ducta à zenith ad nadir, sit hæc D F. quæ perpendiculo ducitur, sit ergo communis, sectio plani meridiani G H, & plani verticalis linea D F, cum ergo planum meridianum duo plana parallela DEF, ABC secet erunt (*per* 16. 11) communes sectiones parallelæ, igitur linea H I communis sectio meridiani, cum pariete perpendiculo ducetur; quare si habeatur eius vnum punctum facile tota linea ducetur.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Pedem styli reperire, & lineam horizontalem in verticalibus ducere.

Quia sæpe non ita facile pes styli verus haberi potest, præcipue si obliquè plano infixus fuerit, ideo nonnullas praxes afferam sit styli extremitas B, cui applicetur norma angulum rectum continens, tandem inuenietur pes styli A vel notentur circinô tria puncta in pariete æqualiter à puncto B distantia, quæ sint C, D, E, & horum quæratur centrum A (*per* 5. 3) dico punctum A esse verum pedem styli, seu lineam A B esse rectam ad planum parietis. cùm enim in triangulis C B A, A B E, latus A B sit commune, item AE, AC; sicut BC, BE, erunt anguli B A C, B A E æquales, & ita probabo lineam A B non magis in vnam, quàm in aliam partem inclinare. Vel ex puncto B fiant hinc inde arcus circulorum F G, K L, ducanturque perpendiculô lineæ F G, I H, quæ bifariam diuidantur in M, N, ducaturque linea M N hæc horizontalis erit. vt satis patet & diuisâ linea K L, bifariàm in A; erit A verus pes styli quod si A inuentum sit primô, aut secundo modô, ducatur perpendiculô linea A O, ad quam sit



perpendicularis KL, dico K L esse lineam horizontalem. cum enim linea AB sit recta ad planum verticale; transeatque per B centrum sphæræ, erit hæc horizontalis, & communis sectio horizontis cum pariete, per punctum A transit.

PROPOSITIO X.

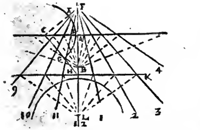
Problema.

Horologium in verticali non declinante.

Sit punctum A pes styli, A B eius longitudo, ducaturque A B, stylus inclinatus. habeatur linea meridiana, quæ vel coincidet cum linea AB, vel ad sinistram, aut ad dextram eiusdem AB existet. Primò coincidat, vt accidit quoties paries meridiem directè respicit, hoc est parallelus est primo verticali. diuidatur linea horizontalis per primam propositionem, eô modô quô horizon diuisus est; quod facile exequeris si punctô B applices centrum horologij horizontalis in charta descripti (*per prop.* 4.) cadat item eiusdem horologij linea meridiana in lineam BA; cæteræ lineæ horariæ productæ, diuident lineam horizontalem eô modô qoo horizon diuisus est, secundum propositionem 1.

Diuidatur itē linea meridiana, & in ea quæratur polus sursum ascendendo à punctô A, quia nempe hic

hic paries respicit meridiem, & polum Antarticum. vnde si à polo Antartieo per extremitatem styli, ducatur linea recta hæc dabit polum horologij, in linea meridiana, supra horixontalem A C. præscribir autem prima propositio vt ad lineam A B diuidendam ducatur ex pede styli A perpendicularis, quæ iam ducta est, quæ sit æqualis stylo. sit ergo hæc linea A C. ex C vt centro describatur circulus, in quo abscindes arcum D E æqualem eleuationi poli, ducesque lineam C E F, punctum F erit polus horologij, ex quo si ad singula puncta horaria in horizontali iam inoenta, ducantur rectæ lineæ; absolutum erit horologium.



Poterit & aliâ viâ idem horologium perfici. In eodem circulo deorsum versus, numera eleuationem æquinoctialis, seu complementum eleuationis poli nempe arcum D G, ducaturque linea CGH, puoctum H pertinebit ad æquinoctialem, nempe si intelligatur attolli perpendiculariter triangulum F C H, ita vt punctum C coincidat cum extremitate styli, erit F C axis mundi. linea CA meridiana horizontalis, seu communis sectio meridiani, & horizontis, linea C H meridiana æquinoctialis, seu communis sectio meridiani, & æquinoctialis, linea F H meridiana verticalis, seu communis sectio meridiani, & plani horologij. quod monere volui, vt omnia meliùs intelligerentur.

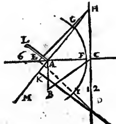
Quia vero tám planum horologij, quàm planum æquinoctiale sunt recta, ad planum meridianum, illorum communis sectio ad planum meridianum, seu ad planum trianguli A C B recta erit. (*per* 19. 11) quare perpendicularis erit ad lineam A B, si ergo per punctum H ducatur perpendicularis H K ad lineam meridianam, hæc erit æquinoctialis, quæ si diuidatur (*per* 2. *propositionem*) eô modô quô æquinoctialis à circulis horariis diuiditur, seu in quindenos gradus, habebuotor poncta horaria. hæc autem diuisio facile fiet si abscindatur linea H L æqualis lineæ HC. & ex L fiat circulus diuidendus in quindenos, gradus. vel eidem poncto L applices centrum horologij æquinoctialis, & lineam meridianam lineæ L H. si has diuisiones coniungas cum polo F, absolutum erit horologium.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Horologium in plano verticali declinante.

Non erit difficilior operatio si linea meridiana fuerit ad dexteram styli inclinati cum nempe paries declioabit ad orientem. vel fuerit ad sinistram declinabitque ad occidentem. sumo autem dexteram vel sinistram respicientis parietem.



Sit ergo pes styli A, stylus ioclinatus A B. linea meridiana C H. horizontalis linea A C, quæ per primam propositionem diuidatur eô modô quô horizon secatur à circulis horariis, fiatque initium diuisionis à puncto C meridiano horizontis. debes igitur docere lineam BC, & superponere horologij horizontalis chartacei centrum puncto B, & lineam meridianam lineæ B C. nam si intelligatur triangulum ABC erigi perpendiculariter ad parietem, linea B C esset meridiana horizontalis, ita habebuntur in linea horizontali A C singula puncta horaria. Ad habeodum polum, aut etiam punctum æquinoctiale in linea meridiana, diuidatur linea meridiana, per secundam propositionem. hoc est sumatur linea C E æqualis lineæ C B, & in descriptô ex E vt centro, circulo, abscindantur arcus F G, æqualis eleuationi poli, & F I æqualis complemento eleuationis poli; seu eleuationi æquinoctialis ductis lineis occultis habebitur H polus, & D punctum æquinoctiale, ita vt si erigatur triangulum A B C perpendiculariter, & triangulum H E D, ita vt punctum E cum extremitate styli conueniat, linea E C cum linea B C congruet, eritque E C meridiana horizontalis, & E D meridiana æquinoctialis, & E H axis. vt ducatur linea æquinoctialis, sit 6 punctum horæ sextæ, per quod necessario transit circulus æquinoctialis, sed transit etiam per punctum D, & constat esse lineam rectam si Gnomonice sumatur, ducatur ergo linea 6D. quæ erit æquinoctialis, quæ diuidi debet (*per secundam propositien.*) ductâ nempe ex pede styli A perpendiculari A K, & parallela A L, æquali, ipsi stylo

tranſlatáque hypothenuſa KL, in KM. diuidenda eſt linea æquinoctialis ex puncto M, vtendo horologio æquinoctiali cuius linea horæ ſextæ dirigetur ad punctum 6. & linea meridiana ad punctum D inuenieſque alia puncta horaria in linea GD. ſi ergo coniungas cum polo H, ſingula puncta horaria quæ habentur in horizontali; vel quæ habentur in æquinoctiali, perfectum erit horologium. vel ſi polo vti non poſſis coniunge puncta horaria horizontalia, cum ſibi correſpondentibus in æquinoctiali, & perfectum pariter erit horologium.

Demonſtratio vtriuſque praxis facile patet per 1. & 2. propoſitionem.

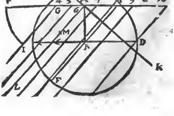
Aliô item modô duci poterit linea æquinoctialis, ex polo H, per pedem ſtyli ducatur linea H A, quæ ſubſtylaris dicatur. intelligaturque planum ductum per eam, & ſtylum, illud planum (*per* 18. 11) erit rectum ad planum horologij. Item cum illud planum tranſeat per polum H, nempe polum æquinoctialis; erit etiam rectum ad planum æquinoctialis (*per* 1. *Theod*) cum igitur duo plana, nempe æquinoctiale & planum horologij, ſint recta, ad planum illud ductum per lineam HA, & ſtylum, erit communis eorum ſectio nempe linea æquinoctialis, ad idem planum recta (*per* 19. 11) & (*per* 4. *def. eiuſdem*) perpendicularis. ad ſubſtylarem, ſi ergo ex puncto 6 horæ ſextæ, ducatur perpendicularis ad ſubſtylarem, hæc erit linea æquinoctialis. Si linea meridiana ſit ad ſiniſtram eodem modô operandum eſt.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Horologium in plano meridiano deſcribere.

Planum meridianum ſeu meridiano parallelum duas habet facies, orientalem vnam, occidentalem alteram. orientalis ita ſe habet, vt reſpiciens parietem habeat polum arcticum ad dex-



teram; occidentalis ad ſiniſtram. in huiuſmodi plano linea meridiana nulla eſt, nam linea meridiana, eſt communis ſectio plani meridiani & plani horologij: cum autem ſupponantur parallela illa plana non ſe interſecant. Sit ergo pes ſtyli A, ſtylus inclinatus A B, horizontalis A C. ducatur linea B D, horizontali A C parallela. hæc linea B D repræſentat lineam meridianam horizontalem, poſitô quod linea A B excitaretur perpendiculariter. diuidatur horizontalis A C (*per primam propoſitionem*) initiô factô à puncto A, quod eſt horæ 6. ſeu centrum horologij horizontalis charracei, ſtatuatur in B, linea meridiana congruat cum linea B D, & linea horæ 6. congruet cum linea A B, cæteræque lineæ horariæ productæ diuident lineam horizontalem. dico omnes lineas horarias parallelas eſſe inter ſe, & cum linea horizontali comprehendere angulum æqualem eleuationi poli.

Demonſtr. intelligatur linea A B eſſe erecta perpendiculariter ſupra planum parietis, ita vt punctum B ſit extremitas ſtyli, ex qua vt centro deſcribatur circulus in plano meridiano, ſeu parieti parallelo. hic circulus meridianum repræſentaret, in quo linea B D erit horizontalis. ſit axis mundi B F, qui eſt communis ſectio omnium circulorum horariorum cum meridiano. cum ergo quodlibet planum circuli horarij ſecet duo plana parallela; nempe planum meridianum, & planum horologij, (*per* 16. 11) ſectiones nempe lineæ horariæ, & axis erunt parallelæ: igitur omnes lineæ horariæ ſunt axi parallelæ, ergo & inter ſe; quia autem lineæ BD & A C ſunt parallelæ, item axis & ſingulæ horariæ, (*per* 10. 11) æquales angulos comprehendent. quod erat demonſtrandum.

Vnde ſi ex puncto quocumque G tanquam centro circulum deſcribas in quo abſcindas arcum H I æqualem eleuationi poli, linea G I, erit horaria cui aliæ parallelæ duci debent

Diligenter tamen aduerte an ſit orientale meridianum an occidentale, nam in occidentali, axis aſcendit a dextera ad ſiniſtram, & conſequenter etiam omnes lineæ horariæ. In orientali verò aſcendunt a ſiniſtra ad dexteram reſpicientis parietem.

Linea æquinoctialis in his horologiis eſt perpendicularis ad omnes lineas horarias, tranſitque per punctum horizontale horæ ſextæ, ſeu per pedem ſtyli.

Demonſtrat. cum planum circuli æquinoctialis, & planum horologij ſint recta ad planum horæ ſextæ, communis eorum ſectio nempe linea æquinoctialis ad idem planum horæ ſextæ recta erit (*per* 18. 11) ergo perpendicularis ad lineam horæ ſextæ. ergo & ad reliquas omnes ipſi parallelas. qualis eſt linea A K. quod erat demonſtrand.

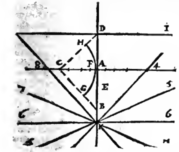
Si quis indigeret aliis punctis horariis in linea æquinoctiali, poſſet ſine horologio horizontali perficere horologium. nempe cum pes ſtyli ſit punctum horæ ſextæ, poterit per illud ducere lineam horæ ſextæ, ad quam per idem punctum duces perpendicularem, quæ erit æquinoctialis, quâ diuiſâ (*per primam propoſitionem*) ductiſque parallelis lineæ horæ ſextæ iam ductæ, perfectum erit horologium.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Horologium in plano verticali Septentrionem respiciente describere.

Planum verticale potest Septentrionem spectare, vel directe vel oblique. quomodocumque autem eum respiciat, parum interest. peculiare autem habet hæc horologij species; quod polus



Gnomonicum,seu centrum horologij, infra lineam horizontalem inveniatur. cuius rei ratio facilis est. cùm enim illius planum, polum arcticum respiciat, qui in his Regionibus multis gradibus supra horizontem elevatur; si intelligatur linea recta à polo per extremitatem styli duci quæ sit axis, hæc murum attinget infra horizontem.

Sit igitur planum directe Septentrionem respiciens, & consequenter linea meridiana per pedem styli A transeat. sitque stylus inclinatus AB, si ita applices horizontale horologium chartaceum, vt eius polus congruat puncto B, & linea meridiana cum linea B A, reliquæ lineæ horariæ productæ horizontalem lineam AC divident, eò modò quò horizon dividitur à circulis horariis. dividatur item (*per primam propositionem*) meridiana AB, vt quæratur infra horizontalem, polus hóc modò. sit AC æqualis stylo. ex puncto C facto circulo, sit arcus FG æqualis elevationi poli, & arcus FH æqualis elevationi æquinoctialis, seu complemento elevationis poli, ductis lineis CG, CH, habebitur K polus, & D punctum æquinoctiale duc lineam D I parallelam lineæ A C, aut perpendicularem meridianæ A D hanc assero esse æquinoctialem.

Demonstratio, Cum in hoc horologio planum meridianum per stylum,transeat(*per* 18. 11.)erit rectum ad planum horologij. cùm ergo tam planum æquinoctiale, quam planum horologij sint ad planum meridianum recta: communis eorum sectio, seu linea æquinoctialis erit recta ad planum meridianum (*per* 19. 11.) ergo (*per* 4. *def. eiusdem*) erit perpendicularis ad lineam meridianam AD. eòdem modò ostendam lineam horæ 6. perpendicularem esse ad lineam meridianam.

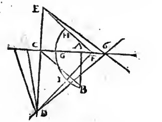
Notandum autem lineam A B, non tam esse meridianam quam horam mediæ noctis, ideóque plurimæ horæ sunt inutiles vt 9. 10. 11. 12. 1. 2. 3. sunt enim horæ circa mediam noctem, quas sol notare non potest, sicut æquinoctialis linea est fere inutilis, nisi ad notandas horas. illa enim pars æquinoctialis in hoc horologio notatur, quæ est infra horizontem.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Horologium verticale Septentrionale declinans describere.

Si linea meridiana non congruat cum stylo, sed ad dexteram, aut sinistram vergat; ita operaberis.



Sit stylus inclinatus AB, linea meridiana CD, horizontalis A C. dividatur horizontalis initió divisionis factô, à puncto C, & hoc (*per primam propositionem*, (seu duc lineam BC. applica horizontale chartaceum, ita vt centrum eius cum puncto B congruat, & linea meridiana cum linea BC.habebuntúrque reliqua puncta horaria in horizontali,inter quæ sit 6 punctum horæ sextæ. dividatur linea meridiana, (*per secundam propositionem*) hoc est sit linea C F æqualis lineæ C B, factóque ex F vt centrô, circulo H G I, sit arcus GI æqualis elevationi poli, & G H elevationi æquinoctialis, ducantúrque lineæ FH FI. habebisque polum D, & punctum æquinoctiale E hahes & aliud æquinoctialis punctum, nempe 6. punctum horæ sextæ. erit ergo E 6 linea æquinoctialit. reliquæ divisiones horizontalis, coniungendæ sunt cum polo D:& absolutum est horologium.

Notandum autem, parietem ad Septentrionem spectare, si pixidis Magneticæ acus, acumen ad parietem obvertat.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Prima praxis ad inveniendam lineam meridianam in pariete,ex data linea meridiana in plano horizontali.

Quia superiores praxes supponunt, lineam meridianam esse inventam, reddenturque inutiles, nisi methodum aliquam, lineam meridianam inveniendi doceremus, ideo multiplicem methodum propono.

Peto autem vt mihi liceat nonnihil ex aliis materiis decerpere. nam quæcúmque excogitari potest lineæ meridianæ inventio,aut ope Magneticæ

 pixidis

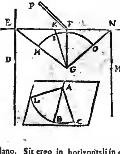
pixidis peragitur; aut ſimpliciter ex ſolari radio eruitur. & quidem quadruplici via nempe, vel Geometrice aliquibus lineis, vel Trigonometricè per numeros, vel per Aſtrolabia, proiectionéſque Sphæræ in planum, ſeu analemmata.ſit ergo ptima ope pixidis Magneticæ.

Habcatur pixis inſtructa aeu chalybea, exquiſite librata, figura pixidis ſit quadrangula, hæc enim aprior eſt, & commodior rotunda, aut ovali. linea ſignetur tranſiens pet pedem ſtyli cui imponitur acus, quæ ſit duobus pixidis lateribus æquidiſtans. quæ meridianam lineam repræſentet; ſit item alia linea à priori declinans, tot gradibus quot acus Magnetica a linea meridiana ſolet declinare. neque enim in omni regione acus Magnetica, cum meridiana congruit, ſed nonnihil in aliquibus ſurcinula à Septentrione in orientem declinat; in aliis verò à Septentrione in occidentem deviat, nempe aliquibus gradibus. in quo vix vlla certa regula obſervatur, pendet enim ex varia Magneticæ virtutis in tatta ipſa diſpoſitione, quam modò non expendo.

Huiuſmodi autem pixide facile in plano horizontali lineam meridianam habebis. imponatur enim pixis plano horizontali, itáque diſponatur, vt acus lineæ declinationis incumbat, & tunc non tantum linea meridiana quæ mediam pixidem dividit, verum ſitum obtinebit; ſed ſi ſecundùm latus pixidis, lineam ducas, hæc cum priori ſit parallela meridiana erit, & hôc modô in omni plano horizontali, de die, de nocte, cœlô nubilô, & ſereno lineam meridianam invenies. huic principio tota fere hodierna navigandi methodus innititur, vt explicuimus.

Difficilior operandi modus invenitur in verticalibus quem hic explicare ſuſcipio. ſit igitur linea meridiana inventa in plano horizontali in cuius aliquo punctô excitetur perpendiculariter ſtylus. Sol luceat tàm in eo plano horizontali, quàm in verticali, in quo lineam meridianam deſideras. primò quidem ſi vmbra ſtyli in horizontali incidat in lineam meridianam, atque adeo ſit meridies, notetur in verticali plano, extremitas vmbræ, per quam lineam meridianam duces ad perpendiculum.

Si verò non liceat per otium expectare donec ſit meridies, & ſol luceat vtrobique, hoc eſt tam illuminet planum horizontale, quàm verticale. notabis vtrámque vmbram, nempe quæ ſit in vtró-



que plano. Sit ergo in horizontali in quo linea meridiana inventa eſt vmbra antemeridiana C, & eodem tempore ſit extremitas vmbræ in plano verticali punctum D. ſitque linea horizontalis E H, notata more conſuetô cum ſtylo inclinato FG. ducatur linea A C, repræſentans in horizontali plano circulum verticalem in quo ſol exiſtit tempore obſervationis vt oſtendimus. ducatur ad perpendiculum linea E D, per extremitatem vmbræ tranſiens, quæ erit communis ſectio plani verticalis in quo ſol exiſtit; & parietis. ſicut enim oſtendimus omnes lineas horarias in plano meridiano parallelas eſſe, ita & oſtendemus in plano verticali omnes verticalas exbibendos eſſe per lineas inter ſe parallelas, & ad perpendiculum ductas. dividatur linea horizontalis ita vt ex punctô E verſus dextram, quæratur pars lineæ reſpondens arcui B C. dixi autem ad dexteram quia cum vmbræ in omni pariete procedant à ſiniſtrâ ad dexteram, neceſſariò linea meridiana, magis ad ſiniſtram erit quam vmbra D, quæ ſupponitur eſſe antemeridiana. modus diviſionis eſt. (*in prop.* 1.) quare ducatur ex punctô G, extremitate ſtyli inclinati linea G E, fiatque ex G vt centro, arcus HI, ad intervallum A B, ſit arcus H I æqualis arcui BC, ducatúrque linea G I K. punctum K erit meridianum; per quod ſi ducatur linea ad perpendiculum hæc erit meridiana.

Demonſtr. Verticalis in quo ſol exiſtit obſervationis tempore, facit cum meridiano angulum BAC. idcóque arcus in horizonte inter vtrúmque interceptus, eſt ſimilis arcui B C, ſed etiam fecimus vt E K æquivaleret arcui B C: igitur per punctum K, tranſit circulus meridianus. vnde ſi intelligatur ſtylus inclinatus P G, erigi perpendiculariter, EG, eſſet communis ſectio verticalis, & horizontalis qualis eſt A C, & GK qualis eſt AB, ſeu meridianus horizontalis.

Sit obſervatio pomeridiana L, & in pariete M, ducatur linea A L, item perpendiculô demittatur linea N M. pariter ducatur linea G N, factóque circulô O I ad intervallum A B, quia hæc obſervatio eſt pomeridiana, regrediendum eſt à dextera ad ſiniſtram, vt inveniatur linea meridiana. ſit ergo arcus OI æqualis arcui C L, ducatúrque linea GIK, pariter punctum K, ad lineam meridianam pertinebit. atque hæc methodus lucente ſola adhiberi poteſt, ſive linea meridiana AB, fuerit notata ope Magneticæ pixidis, ſive alia quacúmque ratione, immò eôdem fere modô, inventâ lineâ meridianâ in vno pariete, eam invenimus in alio dummodo ſol vtrúmque parietem aliquando ſimul illuminet.

PROPOSITIO XVI.

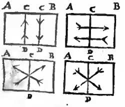
Problema.

Secunda praxis inveniendæ meridianæ.

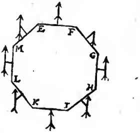
Poſſumus item immediate lineam meridianam in pariete invenire ope Magneticæ pixidis, etiamſi ſol non luceat. debet autem parari aſſerculus ad cuius vnum latus AB, ducatur linea perpendicularis CD linea AB repræſentat horizontalem parietis, & CD ſtylum, applicatur linea A B parieti, ita vt ipſi congruat. deinde aſſerculo imponitur pixis Magnetica, quæ ita ſtatuitur, vt acus lineæ declinationis inſiſtat; tunc duc lineam per limbum pixidis, parallelum lineæ meridianæ quæ vel congruet cum CD, vel illi erit parallela, quod

idem

idem eft. In primo cafu, paries directè refpicit Septentrionem, & linea meridiana, feu potiùs

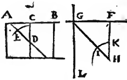


mediæ noctis tranfit per pedem ftyli. vt K I, vel furcinula eundem parietem refpicit. tunc linea meridiana per pedem ftyli tranfit, & paries meridiem directè fpectat, vt EF.



Poteft linea meridiana pixidis angulum rectum comprehendere cum linea C D, feu effe parallela lineæ A B; & hoc item dupliei modo primo, ita vt cufpis fit ad dexteram, & tunc paries fpectat directè occidentem vt GH. fecundò ita vt cufpis fit ad finiftram, & in hoc cafu paries directè orientem fpectat vt LM.

Item poteft linea meridiana cum linea CD, angulum comprehendere acutum vel ad dexteram vel ad finiftram, vel ita vt cufpis tendat ad parietem, vel furcinula ad eundem dirigatur. habes autem octo cafus in figura fuperiori. nam omnes lineæ meridianæ horizontales, quæ finguntur per extremitatem ftyli tranfire funt inter fe parallelæ, mutatio autem in parietibus invenitur.



Praxis igitur talis eft. applicato afferculi latere AB parieti, & impofitâ pixide, inventus fit angulus EDC ad finiftram. fiat arcus E C ex puncto D vt centro. fitque in pariete horizontalis linea FG, ftylus inclinatus F H. ex H, vt centrô arcus KI. pariter ad finiftram & æqualis fiat arcui C E, ducatúrque linea HIG punctum G erit meridianum.

Demonftr. Si intelligatur ftylus F H, erigi perpendiculariter, & applicari afferculi punctum D eius extremitati H, linea DE, effet meridiana horizontalis, quæ fi continuaretur attingeret horizontalem FG in puncto G, vt facile ex æqualitate angulorum in D & H oftendi poteft; quare punctum G meridianum eft, per quod perpendiculò demitti debet linea meridiana G L. fi angulus EDC effet ad dexteram, ad dexteram in pariete notandus effet.

Notandum tamen quod iam monui fupra in parietibus ME, E F, F G, centrum horologij effe fupra lineam horizontalem; in parietibus GH, LM, polum nullum notari poffe, in pariete, ideóque lineas horarias parallelas effe. in parietibus HI, IK, KL, centrum horologij, feu polum Gnomonicum infra horizontalem fitum effe.

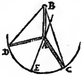
Notandum denique in applicatione pixidis Magneticæ, cavendum effe à lateritiis fragmentis, quæ omnia acum Magneticam ad fe poffunt attrahere. vnde horologia ope Magneticæ pixidis defcripta vix cenfentur vfque adeo exacta. adhibitis tamen cautionibus poffunt etiam fuccedere. neque hæc methodus, vt compendiofior omnino repudianda eft, poffet applicari menfa parieti, & pixis in eius extremo, maxime remoto à pariete.

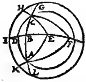
PROPOSITIO XVII.

Problema.

Tertia praxis ad inveniendam lineam meridianam in plano fcilicet horizontali.

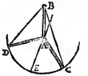
In plano horizontali infigatur ftylus AB, cuiuſcúmque longitudinis ad angulos rectos, fitque pes ftyli A, extremitas B, matutinis horis duabus, aut tribus horis ante meridiem, notetur extremitas vmbræ C, tùm ex A vt centro, intervallô A C defcribatur circulus. vmbra ftyli deferet circulum, fiétque brevior, donec vefpertinis horis, denuò crefcet circulúmque attinget in puncto D, dividatur bifariàm arcus D C in puncto E, ducatúrque linea AE, hanc affero effe meridianam.

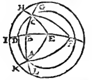




Demon

Demonstratio. In triangulis ABD, ABC, cum latus AB sit commune, & A D, A C æqualia, &





anguli ad A recti, erunt (*per* 4. 1.) anguli ADB, ACB æquales. Sed illi sunt anguli elevationis solis supra horizontem: igitur sol in vtráque observatione æqualiter elevatus erat. Sit igitur in alia figura horizon GHIKL, parallelus quem sol eo die percurrit LABG. Almicantarath seu circulus elevationis in quô, sol versabatur in vtráque elevatione sit ADC, meridianus FEB, in quo vertex seu Zenith sit E polus F. ducantur ex Zenith duo verticales ECH, EAK. item ex polo duo circuli horarij FA. FC.

Sol in observationibus erat tam in circulo parallelo L A G, quam in circulo Almicantarath ADC, ergo in vna erat in A; & in alia in C. Almicantarath autem æqualiter vndique distat à suo polo, nempe à Zenith, igitur arcus E C, E A, æquales sunt. Licet figura id non satis ostendat, pariter cùm parallelus L A G, æqualiter distet à polo F; erunt arcus C F, A F æquales. quare in triangulis CFE, AFE, cum singula latera singulis æqualia sint, (*per* 14. 4. *Trigonometriæ*) erunt anguli AEF, CEF æquales, & consequenter CEB, AEB, ideóque & arcus H I, I K, æquales erunt. igitur meridianus æqualiter distat à verticali vtriúsque observationis, sed in prima figura AD, est verticalis Gnomonicus vnius observationis, & A C alterius, & A E, distat æqualiter ab vtróque ergo AE est meridianus Gnomonicus.

Hâc praxi acûs Magneticæ declinationem definies, invêta enim superiore praxi lineâ meridianâ, si pixidem Magneticam ita illi imponas, vt eius latus lineæ meridianæ inventæ præcise congruat; acus insistet lineæ declinationis in pixide notandæ, qua semel notata; habebis quoties volueris lineam meridianam, in ea regione.

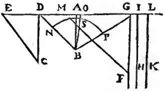
Notandum tamen quia sol proprio motu, exit ab eodem parallelo; si præcisionem vltimam requiramus, hæc praxis nonnihil aberrat à vero: nisi in tropicis, sed differentia tam parua est, vt nonnisi in Astronomicis illius ratio sit habenda.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Quarta praxis inveniendæ lineæ meridianæ.

Si nullum habeas planum horizontale paratum, poteris tamen operari in ipso muro, modò habeas quadrantem Astronomicum, quô possis solis ele-



vationem venari. Sit ergo C matutina vmbra styli AB in pariete infixi. eôdem autem tempore observetur quadrante Astronomicô solis elevatio supra horizontem, aut si eo careas, etiam in ipso pariete eá ita invenies, ducatur enim perpendiculô linea DC, quæ repræsentat circulum verticalem. erit D C elevatio solis. nempe quantum sol supra horizontem attollitur, tantum vmbra descendit. inveni igitur quot gradus respondeant in circulo portioni DC. quod fit eôdê prorsus modô ac si divideretur linea D C, (*per primam propositionem*) hoc est hypothenusa BD, transferatur in DE, ducatúrque linea CE; erit angulus DEC, angulus elevationis solis supra horizontem. Expectandum rursus est post meridiem, donec sol æqualem habeat elevationem. Si enim paries non posset illuminari, post meridiem; hæc praxis inutilis redderetur. si ergo circa horam 9. fuit hæc vmbra C; notata expectandum est circa horam 3. pomeridianam, donec sol æqualem elevationem obtineat, quod experiri poteris quadrante Astronomicô, vel superiori praxi. sit enim vmbra F, vt scias quot gradibus sol sit elevatus dum vmbram F, proiecit demitte perpendiculo lineam GF, sumptáque linea G M, quæ sit æqualis hypothenusæ B G; ducatur linea M F. si fuerit parallela lineæ E C, sol obtinebit in F æqualem elevationem, quam obtinebat in C. sin minus tentandum est in multis, donec aliqua occurrat parallela. sit hæc M F. linea meridiana tantum distabit à verticali D C, quantum à verticali G F. quare fiat ex B vt centro arcus N P, qui dividatur bifariam in S. linea BSO, dabit punctum meridianum O. demonstratio satis patet per se: quia in his verticalibus sol æqualem elevationem obtinet: ergo meridianus circulus ab vtróque æqualiter distat.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

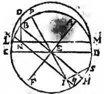
Quinta praxis ad inveniendam lineam meridianam per Analemma.

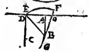
Hæc praxis fundatur in vna specie proiectionis Sphæræ in planum, quæ multis modis fieri potest. nam omni Astrolabio ex cognita solis elevatione, in lineæ meridianæ cognitionem devenies. vnum igitur explicemus quod solis lineis rectis, & circulis non ita magnæ diametri absolvi potest.

Hoc autem Astrolabium, quod ab aliquibus analemma dicitur in plano meridiano exhibetur, quod supponitur esse solidum, vt in eo circuli & lineæ

lineæ depingi & notari possint; ex quo sequitur, vnicam tantum cœli faciem in illo exhiberi simul posse; neque vt plurimum requiritur; vt alia exhibeator; cum enim sint similes, quod in vna spectarur, in alia subintelligitur. generatur autem hoc analemma si à singulis cœli punctis ad planum meridianum intelligantur duci lineæ perpendiculares. ex quo sequitur quod omnes circuli ad meridianum recti, lineis notentur; quia nempe, omnes perpendiculares à singulis illorum punctis in planum meridianum ductæ, cadunt in communem vtriusque plani sectionem, quæ cum sit linea recta; ille circulus per eam lineam exhibebitur. de hoc egi in tractatu proprio.

Vt lineam meridianam ex nostro analemmate inuenire possimus debemus describere horizontem, æquinoctialem, & parallelum quem sol percurrit eô die. Sit ergo circulus ABCD repræsentans meridianum. Quia horizon est maximus circulus, ad meridianum rectus, describetur per lineam rectam, quare ducatur vtcumque linea CD pro horizonte. sitque arcus D A æqualis eleuationi poli supra horizontem; ducatur linea A E F, quæ erit axis, poterit item circulum horæ sextæ repræsentare. ad lineam A F, per centrum E excitetur perpendicularis E B, quæ æquinoctialem circulum exhibebit. punctum A pro polo artico sumatur, qui in hac regione supra horizontem eleuatur, & F sit polus antarticus qui infra eundem deprimitur. vt describas circulum diurnum quem sol eo die percurrit, scienda esset eius de-





clinatio quæ ex tabulis erui posset. sed hoc esset nimis operosum. primo cognoscendus est gradus quem sol in zodiaco occupat. qui ex ingressu solis in signa facile erui potest. nam à 21. martij sol in arietem ingreditur.

Aries	Taurus	Gemi	Cancer	Leo	Virgo	Libra	Scorp.	Arcit.	Caper.	Amphora	Pisces
21. Mart.	21. A.	22. M.	22. Iun.	23. Iul.	23. Au.	23. Sep.	24. Oct.	22. N.	22. Dec.	22. Ianv.	19. Feb.

Vel his duobus carminibus totum negotium absolues.

Inclita laus iustis, impenditur, haresis horret
Garrula, grex, Gratus fausios gratatur honoribus.

Vsus talis est prima vox (*inclita*) tribuitur Ianuario. Secunda *Laus* Februario & ita deinceps. ratio tantum habenda est primæ litteræ. v. g. I quæ est nona, si nouem auferas ex 30, restabunt 21. igitur 21. Ianuarij sol ingreditur signum nempe Amphoræ Laus, quia L est vndecima si ex triginta auferas vndecim restant 19. igitur decima nona die Februarij sol ingreditur Pisces. quo cognito addendo, vel demendo pro singulis gradibus vnum diem, habebis quocumque die quemnam sol in zodiaco locum occupet ponamus primam diem decembris erit sol in nono gradus arcitenentis.

Ita autem inuenies parallelum & respondentem, quia Eclyptica declinat ab æquinoctiali circulo gradibus $23\frac{1}{2}$ abscinde ab æquinoctiali BH versus polum arcticum gradus $23\frac{1}{2}$. nempe arcum BP, ducaturque linea PEq hæc erit Eclyptica. P initium Cancri, & q initium Capricorni. vt possit diuidi vtendum est ipso circulo meridiano, qui modo vicem obibit ipsiusmet Eclypticæ. diuidatur meridianus per trigesimos gradus, initiô sumptô à punctô P; inuenietur initium Arcitenentis esse punctum S. sumes adhuc nouem gradus, quia inuenisti solem in nono Arcitenentis versari, igitur punctum H repræsentat nonum Arcitenentis vt autem scias quisnam gradus illi respondeat in Eclyptica proiecta. ex puncto H ducatur perpendicularis H I ad Eclypticam. punctum I erit nonus gradus Arcitenentis. per quod si ducas lineam I K parallelam æquinoctiali, hæc erit parallelus quem sol eô die percurrit: atque adeò eô die sol ab ea linea non discedet.

Sit quærenda linea meridiana. notetur extremitas vmbræ in pariete, qua habebis eleuationem solis supra horizontem. abscindantur arcus C L, D M æquales eleuationi solis, ducaturque linea L M. hæc repræsentabit almicantarath in quo sol versatur tempore obseruationis, cùm igitur sol non egrediatur ex suo parallelo, necessariò erit in puncto N, intelligatur per punctum N ex zenith duci circulus verticalis, quem ego non duxi ne figuram confunderem: hic circulus verticalis eodem modô diuidit omnes almicantarath, quô diuidit ipsum circulum horizontalem. Si ergo sciam quod gradus respondeant portioni L N, cognoscam etiam, quot gradibus, hic verticalis quem sol tempore obseruationis occupabat, distet à circulo meridiano. diuisa igitur bifariàm lineâ L M, describatur circulus LOM exciteturque perpendicularis N O, arcus O L erit distantia verticalis in quo sol tunc versabatur à punctô L meridiano. quæ enim est distantia in circulo altitudinis eadem est in horizontali, nisi quod gradus circuli horizontalis sunt maiores.

Hâc cognitâ distantiâ verticalis, in quo sol existebat tempore obseruationis à meridiano, facile lineam meridianam inuenies. sit enim vmbra matutina C. per punctum C ducatur linea verticalis D C. sit inuenta distantia verticalis in quo sol versabatur à tempore obseruationis, nempe à meridiano nempe arcus LO esse 45. ducatur linea B D, descriptôque circulô E F, sit arcus E F graduum 45. ducatur linea B F secans horizontalem in punctô O. punctum O erit punctum meridianum. nam vere linea D O gradibus quadraginta quinque æquiualet.

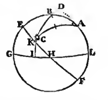
Notandum tamen si vmbra obseruata esset vespernna; esse procedendum contrariò modo; nempe à dextera ad sinistram. deinde si accidat vt B F secare non possit horizontalem lineam versus F, sed versus G. hoc est si BF non attingeret horizontalem DO; sed linea BG; tunc linea B G in horizontali assignatet punctum mediæ noctis. si denique linea B F esset parallela horizontali, paries meridianus esset; & orientem, aut occidentem directe spectaret: hæc praxis habetur in præcedenti.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Sexta praxis, Trigonometrica ad inueniendam lineam meridianam.

Suppono ex trigonometria in quocumque triangulo sphærico, tribus quibuscumque cognitis, cæteta facile innotescete. Neque ergo quæ in trigonometria dicta sunt hic repetenda censui. quia autem hæc methodus exactissima est, nec potest errorem vllum admittere, ideo etiam præcognita debent esse exacta. supponit ergo sciri eleuationem poli regionis, in qua fit horologium, supponit item sciri declinationem solis ab æquinoctiali. dantur autem, plurimæ huiusmodi tabulæ. dedi vnam exactam in tractatu nauigationis; cognita solis declinatione, & eius qualitate, nempe vtrum australis sit an borealis. quôcumque tempore notetur vmbra extremitatis styli in pariete, ex qua habebis eleuationem solis supra horizontem. suppono item cognosci eleuationem poli tuæ regionis; quibus suppositis sit meridianus ABG, polus A, zenith B. verticalis in quo

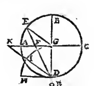


sol existit tempore obseruationis sit B C I eleuatio solis supra horizontem sit I C cognita & consequenter cognitum sit eius complementum BC. ex cognita eleuatione poli AL, cognoscitur complementum A B. si sol fuerit in signis australibus addenda est declinatio quadranti seu gradibus nonaginta, & cognoscetur arcus AC si verò sol existat in signis borealibus, ablatâ declinatione ex quadrante, restabit arcus A C. In triangulo ergo ABC cognitis lateribus AB, AC, B C cognoscetur angulus ABC. & consequenter GBI, nempe distantia verticalis in quo sol versatur, à meridiano, cætera sunt obseruanda vt in superiori praxi.

PROPOSITIO XXI.

Quinta praxis per Astrolabium horizontale.

Suppono describi posse astrolabium horizontale. positô enim quod in sphæra planum circuli meridiani esset diaphanum, & oculus positus esset in Nadir, omnes circuli verticales viderentur vt lineæ, circuli altitudinum vt circuli concentrici. circuli vero paralleli æquinoctiali seu circuli diurni, quos sol singulis diebus percurrit, apparerent vt circuli. quæ omnia suppono ex peculiari tractatu de astrolabiis. quàm in horologio simplici horizontali verticales circuli describantur per lineas rectas, diuidentes horizontem in partes æquales. si styli triplex vmbra notetur in plano horizontali hæc dabit lineas verticalium, quæ tam horologio horizontali, quam huic astrolabio vtiles erunt. est autem differentia in determinandis circulis altitudinum in hoc astrolabio, & in horologio horizontali. nam sit astrolabium istud describendum, supponatur esse verticalis ABC, & oculus esse in nadir qui singulos arcûs AB, gradus spectet, radij attingentes lineam AC, quæ est communis sectio horizontalis, plani, & verticalis; in ea linea AC determinant punctum per quod transit aliquis circulus altitudinis. supponatur enim circulus altitudinis 30 graduum describendus. sit A E graduum 30. ducatur ex puncto D, repræsentante Nadir linea DE, secans diametrum A C, in F. per punctum F describendus esset in hoc astrolabio circulus altitudinis graduum 30. nempe ex G vt centro, interuallô G F.





Si autem aliquis Gnomonice operari vellet, posita styli longitudine G D, vt eiusdem circuli altitudinis punctum notaretur in eadem linea AG. ex D vt centro describendus esset quadrans circuli HIG; assumendusque arcus HI graduum 30 & ducenda linea D I K per punctum K describendus esset circulus altitudinis 30 graduum. cum autem arcus HI, AE sint æquales, erunt arcus IG, EB æquales; ideoque anguli FGB, IDG æquales; vel angulus E G B est duplus anguli EDG. (*per* 10. 3) ergo angulus KDG duplus est anguli FDG, ideoque si habeas punctum K ductaque linea K D si diuidas bifariam angulum K D G habebis punctum F, repræsentans locum solis secundum istud astrolabium.

Sit

Sit ergo in plano horizontali ſtylus AB ad angulos rectos infixus, expectentur tres vmbræ C, D.E. quomodocumque. ducantur ex A lineæ AC, AD , AE , repræſentantes circulos verticales. & puncta A,D,E, ſunt puncta per quæ tranſire debent circuli almicantarath quos ſol obtinet tempore harum obſeruationum. Si Gnomonice in horologio horizontali procedamus. ſed quærimus puncta aſtrolabica, eorumdem verticalium. deſcribatur in plano horizontali circulus cuius diameter ſit æqualis ſtylo. & ad lineam verticalem AE excitetur perpendicularis AF, tum ducatur linea FE & angulus AFE diuidatur bifariam, habebiturque punctum G. ita operare circa lineas AD , A C. vt habeas puncta G H , I ; quæ erunt puncta aſtrolabica quæ ſol obtinuit tempore obſeruationum. quia autem puncta G ,H, I ſunt in parallelo quem ſol eô die percurrit , qui parallelus in hoc genere aſtolabij per circulum exhibetur (*per* 5. 4.) ducatur circulus qui per puncta G , H , I tranſeat , & qui priorem circulum repræſentantem horizontem in punctis K, L ſecet; diuidatur arcus KHL , aut KML aut etiam KBL biſariam in M , linea A M erit linea meridiana. non puſſum rationes omnium afferre; eſſet enim reuocanda tota aſtrolabiorum doctrina,quod nimis operoſum eſſet & ſuperuacaneum, cum ſuum ſibi peculiarem tractatum vendicet, in quo ſunt demonſtrata.

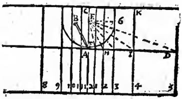
PROPOSITIO XXII.

Problema.

Horologium polare deſcribere.

Aggredimur plana inclinata ; quæ haud dubie perfectam ſphæræ cognitionem requirunt neque enim omnes circumſtantias exceptiones, & caſus diuidere poſſumus , cùm tam varij ſint , vt eos minutiùs enucleare. confuſionem potiùs pariat. vnde in iſtis vt plurimum principia generalia dabimus, ex quibus omnes praxes facile deducentur. Iam vnum horologium inclinatum dedimus, nempe æquinoctiale,aliud ei quaſi oppoſitum hic tradimus vocamus autem horologium polare, illud quod in plano aliquo horario per polos tranſeunte deſcribitur præcipue vero quod deſcribitur in plano quod eſt parallelum circulo horæ ſextæ & in genere quotieſcumque axis,ſeu linea per extremitatem ſtyli ducta,& parallela axi mundi, planum horologij non attingit, hoc horologium polare dicitur ; licet vt plurimum eo nomine nuncupetur , quod in plano horæ ſextæ deſcribitur. ſit igitur tale horologium deſcribendum.

Sit ſtylus AB , linea meridiana ſit A C quæ in hoc horologio per pedem ſtyli tranſit , ad eam ad angulos rectos ducatur A D linea æquinoctialis; quæ diuidatur per primam propoſitionem,eô modô quô æquinoctialis,à circulis horariis ſecatur. praxis autem hæc eſt in linea meridiana A C abſcinde lineam AF æqualem ſtylo;tum ex puncto E vt centro deſcribatur quocumque interuallo arcus FG ; diuidendus in quindenos gradus;ducantur ex centro E lineæ per diuiſiones , verbi gratia EH, EI, & diuiſa erit linea æquinoctialis. cum autem axis ſit parallelus plano horologij, nullum erit centrum in tali horologio , atque adeò lineæ omnes horariæ erunt parallelæ inter ſe. vt iam probauimus in horologio meridiano.



Demonſtratio huius praxis eſt. Primò quod certum ſit planum circuli æquinoctialis rectum eſſe, tam ad planum horologij, quam ad planum meridianum ; ideoque & communis ſectio eius cum plano horologij , debet eſſe perpendicularis ad lineam meridianam. debetitem per pedem ſtyli tranſire (*vt prop.* 2.) oſtendimus. ſecundò bene diuiditur linea æquinoctialis hâc methodo. tertiò oſtendimus in praxi horologij meridiani toties lineas horarias parallelas eſſe, quoties axis plano horologij parallelum eſt.

COROLLARIVM I.

Eadem methodo horologium perficies in quocumque alio plano , quod ſit parallelum circulo per polos tranſeunte , ſeu circulo horario. adhibitâ tamen ea cautione . quod ſicut in plano horæ ſextæ meridianæ medium locum obtinet,& per pedem ſtyli tranſit , in plano horæ ſeptimæ, linea horæ primæ ſit medio loco. in plano horæ octauæ,linea horæ ſecundæ & ita deinceps.

COROLLARIVM II.

Hæc plana duplicem habent faciem , ſuperiorem & inferiorem. vt in horologio polari ſuperiori notantur horæ à ſeptima matutina ad quintam veſpertinam , incluſiue;in inferiori à ſeptima veſpertina. ad quintam matutinam. idem de aliis horologiis polaribus dicendum eſt.

COROLLARIVM III.

Poſſunt adhiberi eædem praxes ad diuiſionem æquinoctialis A D , quæ adhibitæ ſunt ad horologium horizontale. nempe ductâ in quadrante circuli. linea vni lateri parallela, vel ad vnam aperturam circini.

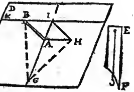
PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Horologium in plano quocumque declinante & inclinato deſcribere.

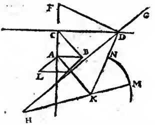
Nullas hic praxes apponam ad declinationem, aut inclinationem inueniendam ; neque enim id neceſſarium iudico. deſiderarem tantum regulam æream inſtructam perpendiculo ad inueniendum zenith Gnomonicum. Sit ergo ſtylus Gnomonicus A B ; infixus perpendiculariter cuicumque plano inclinato C D. applicetur linea E F regulæ æreæ , extremitati ſtyli B, itaque

itaque statuatur regola, vt perpendiculum incumbat lineæ fiduciæ punctum F notabit in plano CD punctum G, quod erit zenith seu vertex Gnomonicus, eò quòd linea E F per extremitatem styli transiens. supponatur esse ad perpendiculum ex puncto G per A pedem styli, ducatur linea GA. diuidatur linea G A per primam propositionem vt in ea inueniatur punctum aliquod distans gradibus nonaginta a puncto G, nempe à vertice, & cum horizon distet totidem gradibus, inuenies in linea G A punctum per quod transit linea horizontalis hoc modo. ad lineam AG diuidendam, per pedem styli excitetur perpendicularis AH, ducaturque linea GH, ad quam fiat perpendicularis HI: erit portio G I æquiualens gradibus nonaginta, cum angulus G H I sit rectus, quare punctum I erit horizontale. cum autem tam planum C D, sit rectum ad planum GHI erectum, vt par est, cum ductum sit per stylum, quam planum horizontale ad planum verticale G H I cuius linea G H verticalis est; (*per* 19. 11) erit communis vtriusque sectio nempe linea horizontalis K I ad planum G H I recta, & consequenter angulus HIG rectus est. quare si per I ad GI ducatur perpendicularis hæc erit horizontalis.



Quærendum restat in horizontali KI punctum meridianum. quod debet quæri eodem prorsus modo quo in verticalibus, nisi quod linea horizontalis, quæ in planis verticalibus diuidebatur per primam propositionem, in planis inclinatis diuidenda est per secundam, quia non transit per pedem styli.

Notandum item est circulos verticales, qui in planis verticalibus, per lineas ad perpendiculum ductas, repræsentabantur, in planis inclinatis concurrere in zenith, nempe in puncto G. nam ex definitione circuli verticales, sunt maximi circuli in zenith, & nadir conuenientes.



Sit igitur AB longitudo styli. C D linea horizontalis, punctum E zenith, D punctum meridianum in horizontali, ducatur linea D E, hanc asſero esse meridianam. nam circulus meridianus transit per verticem, vertex autem Gnomonicus, est punctum E. diuidenda est linea horizontalis per secundam propositionem. hòc modò transferenda est hypothenusa CB in C F. ducendaque linea F D si ergo horologij horizontalis chartacei centrum, puncto F applices, & lineam meridianam lineæ F D, reliquæ lineæ horariæ productæ diuident horizontalem CD.

Quærendus est polus seu centrum horologij. Et primo quidem ex circumstantiis scire potes an polus inueniatur inter D & E. nempe si planum deprimeretur versus septentrionem tunc polus erit inter D horizontem & E verticem. si vero planum horologij meridiem spectet, vel polos antarticus inuenietur inter D, & G vel articus inter E & H quod operatio satis ostendet.

Diuidatur (*per secundam propos.*) line a meridiana DE factô initiô diuisionis à puncto D. hôc modô. ex pede styli A ad lineam D E diuidendam, duc perpendicularem AI, & parallelam æqualem stylo AL; sumptâque hypothenusa LI, transferatur in IK ducatur linea KD, eo quod initium diuisionis sit ducendum à puncto D. ex K tanquam centro fiat circulus N M. sitque arcus N M æqualis eleuationi poli. linea MK, vel secabit lineam DE in H, & tunc H erit polus articus, vel eam secabit versus G, & tunc punctum G esset polus antarticus, vel illi erit parallela, & tunc lineæ horariæ omnes essent parallelæ lineæ meridianæ D E, atque ita perfectum erit horologium. Si opus esset linea æquinoctiali. illius vnum punctum habetur in linea meridiana inter D & E, & aliud in horizontali, punctum nempe horæ sextæ.

PROPOSITIO XXIV.

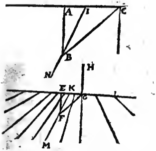
Problema.

Quid agendum quoties polus & alia desunt puncta, ad descriptionem horologij necessaria.

Sæpè accidit vt propter varios casus, & circumstantias, multa desint puncta in plano horologij, sine quibus horologium videtur non posse describi. vt si muro impositum sit rectum; ideoque linea meridiana satis produci non possit, vt habeatur polus vel ita sit remotus vt inutilis reddatur. in tali casu seruatâ eadem declinatione, quâcumque styli longitudine assumptâ in charta separatâ, conficiendum est horologium, & anguli quos lineæ horariæ, cum horizontali in charta comprehendont, in puncta horaria parietis transferenda. sit v. g. horologium in muro describendum in quo AB sit stylus inclinatus; C D sit linea meridiana. in horizontali A C sint notata puncta horaria. sed haberi non possit polus horologij In charta separata fiat horologium, translatô angulô E F G æquali angulo ABC; perficiaturque horologium. transferantur deinde omnes anguli quos lineæ horariæ horologij chartacei, cum horizontali comprehendunt, in puncta horaria parietis. v g. punctum K pertineat ad horam 10. & in muro sit punctum I. imponatur puncto I, punctum K, & linea KG, coaptuat cum linea I C, & linea K M producatur, habebiturque linea I N, pertinens ad horam decimam, & ita de reliquis. Est

&

& alius modus, sumatur longitudo styli E F, quæ est media pars, aut tertia, quarta lineæ AB; tunc linea EG erit media, tertia & quarta pars lineæ A C. ideóque bis, aut ter repetita dabit lineam AC & ita de reliquis, atque ita & longitudinem linearum, & angulos omnes habebis, & consequenter nihil requiri potest ad horologij in pariete descriptionem.



Ratio clara est si fierent in eodem parietis plano duo horologia, vnum maius aliud minus, in singulis horis radij solares per extremitatem vtriúsque styli ducti, erunt paralleli inter se, atque adeo vt notent eandem horam debebunt lineæ horariæ eandem inter se habere rationem, æqualésque angulos comprehendere.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Horologium describere in superficie scabra, non plana, aut ex pluribus planis constante.

Quotiescúmque superficies occurrit non plana, aut ex pluribus planis constans. verbi gratia si murus non est exacte planus. addenda est regula lignea ipsi parieti secundum lineam horizontalem, quæ perfecto horologio auferenda sit. in qua notentur puncta horaria. addenda est & alia regula secundum lineam meridianam ad perpendiculum cum priori conveniens, vt hæ duæ sint in eodem plano verticali. in secundâ inveniendus est polus horologij. Quia autem cuiuscúmque circuli horarij tria habentur puncta, nempe polus: extremitas styli, & punctum in linea horizontali, poterunt quæcúmque alia puncta in ipso pariete inveniri. verb. g. si extendatur filum à polo, per punctum cuiuscúmque horæ in horizontali linea notatum, deinde ab extremitate styli aliud filum extendatur, quod prius radat, quotquot libuerit puncta habebuntur in pariete ad eandem horam pertinentia, & ita in aliis horis operandum est. Et hac methodo vtendum est, quoties in turribus rotundis, sive concavis, sive convexis, in laquearibus gradibus, operandum.

Possent & aliæ methodi adhiberi, nempe si æquinoctiale solidum, aut horizontale, aut quodcúmque horologium habeas. Sed de his praxibus adhuc inferius.

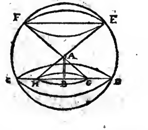
PROPOSITIO XXVI.

Problema.

In horologio æquinoctiali, parallelos seu diurnos circulos describere.

Parallelos dierum absolute vocamus, circulos minores æquinoctiali parallelos, quos sol motu diurno peragrat. describuntur autem communiter in horologiis ij tantum circuli, quos sol initio signorum peragrat. illi autem declinant ab æquinoctiali initium Tauri, & virginis gradibus 11 cum dimidio initium geminorum & Leonis grad. 20. cum min. 13. Initium cancri gradibus $23\frac{1}{2}$. quæ declinatio Septentrionalis est. Pariter ad Austrum declinant initium scorpij & piscium grad. $11\frac{1}{2}$, initium arcitenentis & aquarij gr. 20. 13. initium capricorni grad. $23\frac{1}{2}$.

Hi circuli cum sint æquinoctiali paralleli, in plano pariter æquinoctiali parallelo, describuntur per circulos, quorum pes styli centrum erit.



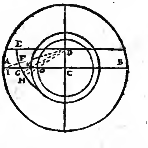
Demonstr. Sit enim stylus A B, planum horologij æquatori parallelum C D. circulus diurnus EF, qui cum sit circulus minor centrum Sphæræ, seu extremitas styli in eius plano non erit. intelligantur à singulis punctis, circumferentiæ circuli EF, duci lineæ per extremitatem styli A, hæ generabunt conum. luminosum EAF, & vmbrosum GAH, quorum communis vertex A. quoties autem conus secatur plano ad axem recto, communis sectio est circulus cuius centrum est in axe; igitur HG erit circulus.

COROLLARIVM I.

Vt autem ad praxin hoc revocemus dividenda est vnica tantum linea horaria, horologij æquinoctialis (*per primam propositionem*) sit ergo dividenda linea AB, a eam per pedem styli C excitetur perpendicularis CD æqualis stylo. per punctum D fiat DE parallela lineæ A B. & ex eodem puncto D, vt centro fiat circulus EH. in quo arcus E F sit gr. $11\frac{1}{2}$. arcus E G sit 20. 13; arcus EH sit $23\frac{1}{2}$. ductisque per singulas divisiones lineis occultis, habeantur in linea AB, puncta I. K. O. dico illa esse per quæ ducendi sunt hi circuli diurni quorum primus declinabit grad. $11\frac{1}{2}$ secundus 20. 13. tertius $23\frac{1}{2}$.

Demonstr. Quando sol est in æquinoctiali vmbra extremitatis styli D, parallela est plano horo-

logij. quare hæc bene exhibetur per lineam D E, si vero sol ascendat 11½. gradibus vmbra descen-



det totidem gradibus; ergo vmbra D F, quæ incurrit in planum in puncto I, ergo punctum I, pertinet ad parallelum declinantem gr. 11½. cum autem vt ostendimus totus parallelus sit circulus, si ex C, vt centro intervallo CI fiat circulus, ille erit parallelus supradictus; ita vt sole illum parallelum percurrente, vmbra extremitatis styli ab eo circulo non discedat.

COROLLARIVM II.

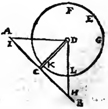
Eodem modo in horologio horizontali describes circulos altitudinum, seu quos vocant Almicantarath, quia tam sunt paralleli horizonti, quam circuli diurni sunt paralleli æquinoctiali.

PROPOSITIO XXVII.

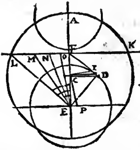
Problema.

Circulos verticales, in plano æquinoctiali exhibere.

Vt describantur circuli verticales, qui secundum regulam circulorum maximorum per lineas rectas exhibentur, habendum est punctum in quo omnes concurrunt nempe Zenith. quod necessario est in linea meridiana per definitionem



meridiani circuli, qui definitur, circulus maximus Sphæræ, per polos & per Zenith transiens. dividatur ergo linea meridiana (*per primam propositionem*) ita vt incipiendo à pede styli deorsum versus, invenias complementum elevationis poli. Sit enim linea meridiana æquinoctialis AB, stylus C D; intelligatur in eodem plano circulus meridianus in quo E est polus, & consequenter polus Gnomonicus, seu centrum horologij C. sit F Zenith; G punctum horizontale circuli meridiani, erit arcus F E, seu K L æqualis complemento elevationis poli; & E G, elevatio poli. ideoque habebis punctum H pro Zenith Gnomonico, & I, erit punctum horizontale lineæ meridianæ, quia autem tam planum horizontale, quam æquinoctiale rectum est ad meridianum erit communis eorum sectio, seu linea horizontalis in hoc horologio recta ad planum meridianum, (*per 19. 11.*) atque adeo (*per 3. def. 1.*) perpendicularis ad A B. quibus positis facilis erit praxis. dividemus enim lineam horizontalem in suos gradus, & à Zenith Gnomonico ad singulos ducemus lineas rectas.



Sit igitur in horologio æquinoctiali A E linea meridiana, non sunt ductæ reliquæ lineæ horariæ vitandæ confusionis gratiâ; in ea sit C centrum horologij E Zenith. & F, punctum horizontale in linea meridiana. ducatur F K, perpendicularis ad F E, hæc erit horizontalis quæ dividenda est (*per secundam propositionem*) translatâ scilicet hypothenusa FD in F A, & ex A facto circulo, divisô in suos gradus; si per singulas divisiones ducantur lineæ occultæ; illæ dabunt divisiones lineæ horizontalis. ducantur lineæ à puncto E, nempe Zenith Gnomonico, ad singulas divisiones horizontalis, & habebuntur omnes verticales. sufficit enim ad ducendam lineam, vt eius duo habeamus puncta. nempe Zenith E, omnibus commune, & puncta divisionum. restat tantum verticalis primarius qui in horizontali linea non invenitur. cum ergo tam æquinoctiale planum, quam planum verticalis primarij, sint ad planum meridianum recta, erit communis eorum sectio, ad idem planum meridianum recta, (*per 19. 11.*) & (*per 3. defin. eiusdem*) erit perpendicularis ad lineam meridianam. quare linea E P, erit verticalis primarius.

COROLLARIVM.

Notandum autem, quod linea horizontalis FK, dividat singulos parallelos in duas partes, quarum vna quæ est infra eam, est nobis conspicua, ea vero quæ versus punctum A, posita est, eam repræsentat, quæ infra horizontem latet. Sit enim circulus AB, parallelus verbi gratiâ tauri. pars eius LAK est infra horizontem, & K B L supra horizontem, & sol eô die oritur in puncto K, B est meridies & L est occasus. vnde videre potes in hoc

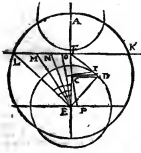
hoc horologio omni die qua horâ sol oriatur, quâ occidat. nam si lineæ horariæ essent ductæ videres in parallelo AB. solem oriri inter 4 & 5. & hoc in aliis omnibus parallelis;excepto tamen æquinoctiali,& parallelis valde vicinis,qui in hoc horologio notari non possunt.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Circulos Almicantarath, in plano æquinoctiali describere.

Operosa sane descriptio, non quidem quò ad intelligentiam, & demonstrationem, quæ non differt à praxi communi primæ, aut secundæ propositionis. Sed ob repetitam sæpius eandem praxin, tædij & laboris plenam, eam tamen mollire satagemus. omnes circuli Almicantarath excepto horizontali, sunt minores circuli horizonti paralleli, atque adeo vt iam supra ostendimus, centrum mundi, seu extremitas styli, in eorum plano non reperitur. & consequenter producitur conus luminosus, cuius vertex est extremitas styli; & alius conus contrapositus vmbrosus qui si oblique secetur planô; communis sectio erit aliquando hyperbola,nonnunquam parabola, aliàs Ellypsis, iuxta Apollonium. difficile autem est examinare quænam ex huiusmodi figuris producatur. vnde vt ad praxin communem omnia revocemus, singulos circulos Azimutales, seu verticales dividimus per primam aut secundam praxin. & divisiones eiusdem rationis,in singulis verticalibus coniungimus per lineas curuas. vt si lineas ME, N E, O E, dividas singulas in gradus nonaginta, & linea curuâ coniungantur singuli gradus primi, erit descriptus primus circulus Almicantarath, & ita de reliquis.



Praxis autem communis ita habet sit dividenda linea O E, ex C pede styli, ducatur ad lineam OE, dividendam perpendicularis CS, & parallela CP æqualis stylo, sitque linea S T, æqualis hypothenusæ SP. punctum T, erit illud ex quo dividenda est linea O E, vt clarum est (*ex secunda propositione.*) dico si ex E vt centro, intervallô ED fiat circulus, punctum T, casurum in circuli circumferentiam. nam linea quæ quæritur est æqualis distantiæ extremitatis styli erecti vsque ad punctum S, hanc lineam vocemus S D, positô quòd triangulum CDE, erigeretur perpendiculariter. ostendimus autem alias angulum D S E esse rectum; ideòque (*per* 47. 1.) quadratum E D, æquale est quadratis SE, SD, sed pariter quadratum ET, seu E D, æquale est quadratis S T, S E, igitur lineæ ST, SE æquales sunt lineis SE, S D, quare ablata communi S E, erit linea S T, vsque ad circumferentiam circuli æqualis lineæ SD.

COROLLARIVM.

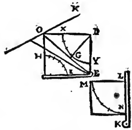
Ex hoc exurgit praxis optima quoties dividendæ sunt lineæ concurrentes in aliquo centro,describatur circulus aliquis,intervallô distantiæ centri illius ab extremitate styli. nam in illius circuli circumferentia, invenientur omnia puncta ex quibus dividendæ sunt illæ lineæ. vnde describtô ex punctô E, vt centrô intervallô ED,circulô; ductâque ex C perpendiculari CS. hæc producta dabit punctum T, ex quo dividenda est linea OE. datô punctô T, facile peragetur tota divisio,incipiendo scilicet à punctô O vel E.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Secunda praxis dividendi circulos verticales, vt describantur Almicantarath.

Quia hæc praxis operosa est, necessaria tamen ad describendos quoslibet circulos diurnos in



horizontalibus, aut verticalibus, ideo adhuc vlteriùs mollienda est. igitur ex superiori figura, sumatur tantum triangulum CDE. in quo C D est stylus erectus. linea D E, est linea verticalis, ad planum horizontale recta, nempe ducta à Zenith per centrum Sphæræ, seu extremitatem styli D, repetatur in hac figura horizontalis G K. sitque vt prius Zenith Gnomonicum E, linea verticalis dividenda sit O E, ducatur linea D O, hæc cum transeat per punctum horizontalis lineæ nempe O, item per centrum mundi D, seu extremitatem styli, erit in plano horizontali, atque adeo cum D E, sit recta ad planum horizontale (*per* 3. *def.* 11) erit angulus ODE rectus, & planum O D E verticale erit; in quo si ex D, vt centro describeretur quadrans XY, divisus in suos gradus, & per singulos ducantur ex centro D lineæ occultæ, bene divisa erit linea O E, si volueretur idem quadrans circa lineam D E, immotam quæ verticalis est, tendit enim à Zenith E ad extremitatem styli

styli, dunec esser in plano lineæ G E, pariter bene divideretur linea GE. In äere autem operari non possumus. quare si in plano horologij sir linea EF, æqualis lineæ ED, sitque angulus OFE rectus tam bene ex puncto F, descriptu quadrante HI divides lineam OE.

COROLLARIVM.

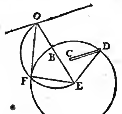
Ex ea cunsideiatione fluxit hæc praxis, nempe vt in centru in quo plures lineæ dividendæ concurrunt, vt in puncto E, applicetur regula K L, sitque linea K L, æqualis distantiæ centri lilius, ab extremitare styli, nempe lineæ E D. huic autem regulæ affigatur ad angulos rectus firmiter charta MN, sitque angulus KLM rectus. describatur denique ex L, quadrans. hæc regula secundum punctum K infigitur puncto E, itáque voluitur, donec linea L M, tendat ad punctum O. si educatur ex puncto L, filum per singulas quadrantis divisiones; bene divisa erit linea OE, eódemque mudû dividitur, atque ex puncto D divideretur, vt ex æqualitate angulorum facile demunstrari puteft.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

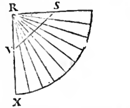
Tertia praxis describendi circulos Almicantarath.

Si ex puncto E, centro communi linearum dividendarum, intervallô distantiæ illius centri ab



extremitate styli, nempe intervallô E D describatur circulus, & ex punctu hurizontali O, lineæ dividendæ, ducatur tangens circulum in F. punctum F, erit illud ex quo dividenda est linea OE. facile autem invenietur punctum F, seu ducetur illa tangens. divide lineam OE bifariam in B. fiátque ex B vt centru, intervallo B O semicirculus OFE. punctum concursûs F erit quæsitus. quia (*per* 31. 3.) angulus OFE, in semicirculo rectus est, ergo (*per* 16. 3.) O F est tangens. quia autem præcipue in minoribus horologiis, difficile est toties applicare, aut describere quadrantem, habeatur quadrans descriptus, & divisus; in quo notetur linea RS, æqualis lineæ D E, sume circinu intervallum lineæ dividendæ O E, fiátque ex S arcus in R X, notetúrque punctum V. linea S D, erit divisa eôdem modô ac O E dividenda est, & punctum S illius repræsentat punctum E.

Licèt ista videantur difficilia, eò quod multæ lineæ in sublimi cogitandæ sint; clariora tamen ex sequentibus praxibus fient. Hæ praxes va-



lent ad describendos parallelus signorum, in horizontalibus & verticalibus.

PROPOSITIO XXXI.

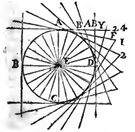
Problema.

Horologium Babylonicum, in plano æquinoctiali describere.

Dicuntur horæ Babylonicæ quæ ab ortu solis initium ducunt, diémque naturalem in horas 24 dividunt, terminus illarum est horizon matutinus, qui erit circulus horæ 24 Babylonicæ. demonstravit autem Theodosius circulos huiusmodi horarum esse circulos maximus, non secantes, sed tantum tangentes circulum semper apparentium maximum. vocamus autem semper apparentium maximum circulum parallellum æquinoctiali, & transeuntem per punctum meridianum horizontis, seu intersectionem meridiani, & horizontis. Hoc est si in globo cœlesti intelligas pedem circini esse infixum polo, & aliû extensum vsq; ad horizontem via brevissima, & hôc intervallô describi circulus: ille & totus est supra horizontem, & maximus est omnium, qui toti sunt supra horizontem. datur & circulus semper latentium maximus, in eo circulo semper apparentium maximo Horæ Babylonicæ, & Astronomicæ convenient. nam si sol moveretur in eo circulo, horizontem attingeret, seu occideret præcise media nocte, & eodem præcise momento orireiur. Sed horæ Astronomicæ incipiunt à media nocte, ergo idem est initium horarû Astronomicarum & Babylonicarum in eo circulo. quare reliqua puncta horaria sunt eadem in dictu circulo. In æquinoctiali verò circulo, cum sol oriatur hurâ sextâ. In æquinoctiali hora sexta erit initium horarum Babylonicarum, seu 24. & hora septima, erit horæ prima, hora uctava Astronomica erit secunda & ita deinceps. videndum est quomodu describantur.

Sit circulus ABCD, apparentium maximus in plano æquinoctiali, qui cum sit parallelus æquatori; per circulum describitur ex polo vt centro, per intersectionem horizontis, & meridiani circulus horæ Babylonicæ 24. ex suppositione secat æquinoctialem circulum in puncto horæ sextæ, quod punctum est polus circuli meridiani. (nam quilibet circulus horarius habet suum polum, seu punctum æqualiter distans à singulis punctis suæ circumferentiæ, in æquinoctiali. nempe distans 6 horis. vt polus meridiani, est punctum sextæ horæ in æquinoctiali. polus horæ primæ post meridiem, est punctum horæ septimæ in circulo æquinoctiali; & ita de reliquis; quare circulus horæ Babylonicæ

Babylonicæ 24 transit per polos meridiani, & (*per 6. 1. Theodosij*) eius planum. ad meridianum rectum est. quare cum tam æquinoctiale planum, quam planum circuli maximi horæ 4 sint ad planum meridianum recta, eorum communis sectio, nempe linea horæ Babylonicæ 24. in plano æquinoctiali, erit recta ad planum meridianum (*per 19. 11*) & (*per 3. def. eiusdem*) perpendicularis ad lineam meridianam. quare cum punctum A, circuli apparentium maximi, pertineat ad horam 24. Babylonicam & hæc debeat esse perpendicularis ad meridianam. ducatur A 24 perpendicularis ad meridianam, hæc erit linea horæ 24.



Pariter quia circulus horæ primæ Babylonicæ, transit in circulo apparentium maximo per punctum horæ primæ post mediam noctem, & in æquinoctiali per punctum horæ septimæ, quod est polus circuli horarij eiusdem horæ primæ. si ad lineam E I per punctum I ducas perpendicularem, seu tangentem circulum, linea I F erit linea horæ primæ Babylonicæ. & hôc modô perficietur horologium facillime, ductis tangentibus in punctis horariis.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Horas Italicas in plano æquinoctiali describere.

Horæ Babylonicæ ita cum Italicis cohærent, vt sint iidem circuli; neque pars orientalis horizontis v. g. sit circulus horæ 14 Babylonicæ, & pars eius occidua sit circulus horæ Italicæ 24. nam Itali initium horarum ducunt ab occasu solis. ideoque dum sol occidit est 24. hora Italica. Ex quo si vlterius producantur horæ Babylonicæ; habebuntur horæ Italicæ quod erat faciendum.

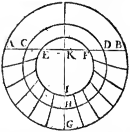
PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Horas antiquas in plano æquinoctiali describere.

Antiqui diem artificialem in duodecim partes æquales diuidebant. nempe tempus quod intercedit ab ortu solis, ad occasum, ex quo sequitur circulum meridianum esse circulum horæ sextæ. pariter tempus nocturnum in 12 partes æquales diuidebant, ex quo concluditur in his regionibus hyeme horas nocturnas esse longissimas, diurnas breuiores è contra æstate, in æquinoctiis æquales.

Ad descriptionem huiusmodi horarum, primò, in plano æquinoctiali describantur plures paralleli, cum linea horizontali AB, diuidente singulos parallelos, in partem diurnam & nocturnam. sint igitur paralleli AB, CD, EF, diuidantur arcus EIF, CHD, AGB singuli in duodecim partes æquales, & per diuisiones in singulis arcubus sibi respondentes, ducantur lineæ siue curuæ, siue rectæ parum interest. quæ productæ conuenient in puncto K: & perfectum erit horologium antiquum.



Notandum tamen est in his horologiis Italicis, Babylonicis, & antiquis, extremitatem solam styli horas notare.

Alia multa in plano æquinoctiali notari possunt quæ non recenseo, qui enim has praxes & demonstrationes tenuerit; facile alias similes inueniet, & ex infra dicendis colliget.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

In plano horizontali circulos Azimutales, & Almicantarath delineare.

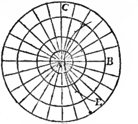
Proponantur in plano horizontali describendi circuli verticales, qui eôdem modô comparantur cum horizontali circulo, ac circuli horarij cum æquinoctiali. sicut enim horarij circuli transeunt per polos mundi, qui sunt etiam poli æquinoctialis circuli; ita verticales transeunt per zenith, & nadir, qui sunt poli circuli horizontalis; atque adeo, ad eius planum sunt recti & ducuntur per singulos eius gradus. omnesque conueniunt in zenith Gnomonico, seu in pede styli. immò stylus qui totus in singulorum plano existit eos notabit secundum totam suam vmbram. quare.

Ex pede styli vt centro describatur circulus quicumque diuidendus in singulos, gradus, vel quinos, vel denos, vel quindenos pro vt volueris. & ex pede styli A ducantur lineæ rectæ per singulas diuisiones; eruntque descripti circuli verticales. vt demonstrauimus cum circulos horarios descripsimus in æquinoctiali plano.

Pro circulis Almicantarath diuidendus est aliquis verticalis in suos gradus, & quia circuli huiusmodi sunt concentrici, eorumque commune centrum est pes styli (*vt ostendimus prop. 17.*) diuidatur linea meridiana CD in gradus initio factô à punctô A. & hoc (*per prop. 1.*) nempe ad lineam C D ducatur perpendicularis A B

E e styl-

ſtylo æqualis, tum ex B vt centro,interuallo quocúmque deſcribatur quadrans A E diuidendus in



ſuos gradus. ducantur per ſingulas diuiſiones lineæ ex centro B,quæ diuident lineam CD in gradus. denique ex puncto A, vt centro per ſingulas diuiſiones ducantur circuli concentrici, illi erunt Almicantarath.

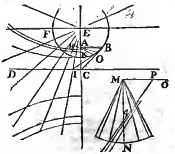
Demonſtratione hic opus non eſt, cum omnia ſuperius in æquinoctiali fuerint demonſtrata.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Circulos diurnos æquinoctiali parallelos in horizontali plano deſcribere.

Suppono iam deſcriptas lineas horarias in horologio horizontali,eſſéque deſcribendos circulos diurnos quos percurrit ſol initio ſignorum. hoc eſt duos hinc inde, gradibus 11½. declinantes; tum alios duos vnum ad auſtrum, alium ad boream declinantem gradibus 20. 13. denique duos tropicos declinantes ab æquinoctiali gradibus 23½.



Sit ſtylus inclinatus A B, linea æquinoctialis CD, tota operatio conſiſtit vt ſingulas lineas horarias diuidas hinc inde ab æquinoctiali in grad. 11½, 20. 13. & 23½.

Vt autem id præſtes facillime habeatur in charta ſeparata arcus ſignorum, hoc eſt ducta linea M N, quæ ſit radius æquinoctialis;ex puncto M, fiat arcus in quo hinc inde ſumantur arcus graduum 11½. item 20. 13. denique 23½. item ad lineam MN ſit linea MO perpendicularis.

Ex puncto E, vt centrô interuallô EB, deſcribatur circulus. oſtendi (*propoſit. 27. huius*) puncta omnia ex quibus quaſi centris diuiduntur omnes lineæ concurrentes in puncto E, eſſe in circulo BF. ſit ergo diuidenda linea horæ primæ. ex puncto A pede ſtyli (*per ſecundam propoſitionem*) ducatur ad illam perpendicularis H D. quæ ſecabit circulum BF in puncto D. punctum D, erit centrum ex quo diuidenda eſt linea horæ primæ. nam (*per ſecundam propoſitionem*) illud punctum eſt in perpendiculari, & (*per 27.*) eſt in circumferentia circuli:ergo eſt in puncto D. debet igitur duci linea O I. quæ eſt radius æquinoctialis, & ex puncto O vt centro, fieri arcus in quem diuiſiones arcûs ſignorum transferendæ eſſent ſecundum praxin communem demonſtratam (*propoſit. 2.*) quia tamen operoſum eſſet tot arcus diuidere, ſi horologium horizontale eſſet maximum. verbi grat.deſcriptum eſſet in pauimento aliquo,ita vt in plures pedes extenderetur; applicanda eſſet linea MN lineæ OI, & punctum M,puncto O.reliquæ lineæ productæ eam diuiderent, vel vtendum eſſet regula cui affigeretur arcus ſignorum, vt fecimus in æquinoctiali horologio.

Si verò horologium ſit paruum, ita vt difficillimum ſit in eo applicare arcum ſignorum. quia oſtendimus (*propoſit. 27.*) angulum E O I, huius figuræ rectum eſſe, qui in illa erat O F E. ideo volui in arcu ſignorum duci perpendicularem MO. abſcinde igitur in M O, lineam MP æqualem lineæ EO,& Mq, æqualem lineæ OI,ducitúrque linea P q, hæc diuiſa erit eodem modo ac linea horæ primæ diuidenda eſt. ratio clara eſt ſit enim triangulum M P q, omnino æquale triangulo E O I, & punctum M, habet vicem puncti O, linea P q, coincidit cum linea E I. ſicut ergo bene diuideretur linea EI, ſi arcus ſignorum transferretur in punctum O. ita etiam bona erit diuiſio ſi linea E I, transferatur in arcum ſignorum.

Sed adhuc hanc praxin faciliorem reddes, neque opus erit inuenire punctum O. fiat linea MP æqualis lineæ EB aut E O ſunt enim æquales. Sumatúrque circino linea EI, & ex puncto P, fiat linea Pq æqualis lineæ EI, idem habebitur punctum q, quod priori praxi inuentum fuerat. nam cum anguli M, & EOI ſint recti, & M P, EO æquales, item EI, Pq (*per lemma 2. ante propoſit. 27. 1. Eucl.*) triangula E O I, M P q omnino erunt æqualia ; atque hoc modo facile diuides lineas horæ ſecundæ, tertiæ, quartæ, quintæ meridianæ, vndecimæ, decimæ, nonæ, octauæ ſeptimæ.

Horam 6. diuides ex puncto K. initiô factô non ab æquinoctiali, eo quod non inueniatur in ea punctum æquinoctiale, ſed initiô factô à polo. vnde puncto K applica punctum M, lineam MP lineæ K E, habebiſque tres tantum diuiſiones in linea horæ ſextæ.

Alias horas nempe 5. matutinam & 7. veſpertinam diuides pariter incipiendo à polo, & vtendo linea MP, nolui in ſigura totum abſoluere horologium,poſuique mediam partem vt in alia operatione fieri poſſent.

COROLLARIVM.

Eodem modô quô deſcripſimus circulos diurnos

quos

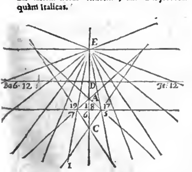
quos sol percurrit initiô signorum, facile & alios quoscumque describemus, mutatâ tantum declinatione sicut enim descripsimus tropicum caneri cuius declinatio est graduum 23 ½. poterimus semper apparentium maximum delineare, cuius declinatio versus polum arcticum est graduum 44 ½. quantum est complementum altitudinis poli. aut parallelum in quo sol oritur præcise horâ quintâ. aut horâ quarta. prior declinat in his regionibus gradibus 14. 33. hic autem parallelus erit vsui infra.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

In Horizontali plano horas Italicas, & Babylonicas delineare per semper apparentiam maximum.

Io horologio horizontali, primo describitur linea æquinoctialis, secundum praxin communem. cum autem sol oriatur hora quando percurrit æquinoctialem circulum;in linea æquinoctiale punctum horæ septimæ Astronomicæ pertinebit ad primam Babylonicam, octauæ, ad secundam; 9 ad tertiam & ita deinceps. item quia in æquinoctiis sol occidit hora sexta vespertina, hora sexta matutina erit duodecima septima matutina erit 14. octaua coincidet cum 14 Italica, & ita deinceps. habemus ergo vndecim horarum tam Babylonicarum, quàm Italicarum vnum punctum in æquinoctiali linea. vt habeatur adhuc vnum punctum describatur parallelus apparentium maximus. (*per superiorem*) in eo punctum mediæ noctis pertinet ad horam 24 tam Italicam quam Babylonicam. & hoc punctum in hoc horologio non inuenietur;est enim punctum horizontis; horizon autem in planis horizontalibus non notatur cum sit ipsis parallelus. In semper apparentium maximo punctum horæ primæ, est punctum horæ primæ Babylonicæ, & Italicæ & ita de reliquis quare si coniungas punctum horæ septimæ Astronomicæ in æquinoctiali notatum cum puncto horæ primæ in semper apparentium maximo existente, habebis saltem horas vndecim, tam Babylonicas quàm Italicas.



Quia autem deficiont aliquæ horæ in æquinoctiali, notandum est horæ duodecimæ Italicæ circulum, transire per punctum horæ sextæ in circulo æquinoctiali. hoc autem punctum est polus circuli meridiani; ideoque (*per* 4. 1. *Theod*) planum circuli horæ duodecimæ Italicæ, ad planum meridianum rectum est sed ad idem rectum est horizontale planum, igitur communis sectio horizontis, & plani circuli horæ Italicæ duodecimæ (*per* 19 11) perpendicularis erit ad meridianam. idem ostendam de duodecima Babylonica vtraque autem transit, per punctum horæ meridianæ notatum in semper apparentium maximo. nempe in puncto distante à polo distantiâ æquali eleuationi poli nolui huiusmodi horas delineare ne esset confusio in horologio.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Secunda praxis horarum Babylonicarum, & Italicarum.

Datur alia methodus descriptô parallelô in quo sol oritur hora quinta matutina vel quarta. nam in eo parallelo punctum horæ 6. matutinæ, est primæ Babylonicæ, & 13. Italicæ & ita deinceps. coniunge puncta tam in parallelo quam in æquinoctiali notata, ad eamdem horam pertinentia & horologium vtrumque perfectum erit.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Tertia praxis Horarum Babylonicarum, & Italicarum.

Tertia praxis ratiocinationem continet, diuidatur sola linea meridiana ita vt in ea inueniantur duo puncta A & C declinantia grad. 14. 33. qualis est declinatio parallelorum in quibus sol oritur horâ quintâ, & septimâ. sitque A punctum paralleli in quo oritur horâ quintâ; & C paralleli in quo oritur hora 7. incipiamus à Babylonica hoc ratiociniô. dum sol oritur hora quinta, meridie est hora septima igitur punctum, A pertinet ad septimam Babylonicam ducatur ergo linea 7A. quæ erit septima Babylonica.

Pariter ita dicere possumus dum sol oritur hora 5. occidit septima,: igitur septima matutina erit duodecima; & meridiana erit 17. Italica duc igitur lineam 17. A. quæ erit decima septima Italica. Vlterius septima Babylonica secat vndecimam Astronomicam in puncto O, quare dum vmbra incidit in O est vndecima Astronomica,& septima Babylonica, quæritur quænam sit hora Italica. cum sit hora septima Babylonica, à septem horis sol ortus est, igitur sol ortus est hora quatta & occidit horâ octaua; igitur octaua matutina est duodecima Italica & vndecima erit decima - quinta ducatur linea 15. O eritque hora decima quinta Italica.

Addo eamdem lineam horæ septimæ Babylonicæ secare lineam horæ decimæ in puncto L igitur in tali parallelo hora decima Astronomica esset septima Babylonica seu sol ortus fuisset hora tertia matutina,& occidisset hora nona vespertina, ideoque 9 matutina, esset 12 Italica & 10. Astronomica esset 13.duc lineam 13.I & ita de reliquis.

desunt tamen intermediæ ; ideo horologium debet habere lineas dimidiarum horarum, & inueniri in vna ex lineis horariis astronomicis imparibus.punctum vnum per quod transit parallelus declinans gr. 14. 33. alioquin habebuntur lineæ horarum parium,non autem imparium. vnde ex inuentione punctorum in quibus parallelus prædictus secat lineam meridianam, & lineam horæ vndecimæ astronomieæ,perficietur per varias decussationes totum horologium.

Simili raciocinio idem horologium perficere poteris inuento puncto D, in quo ducenda est linea 1 tam Italica quam Babylonica. nempe sit punctum D illud per quod transit semper apparentium maximus, seu sit FD æqualis eleuationi poli, ostendam infra,hanc lineam esse parallelam æquinoctiali, aut lineæ horæ 6 Astronomieæ : eius pars orientalis pertinet ad Italicam, occidentalis ad Babyloniam.

In eius parte orientali ista conueniunt puncta horarum Babylonicarum & Astronomicarum.

Astron $6\frac{1}{2}$ 7 $7\frac{1}{2}$ 8 $8\frac{1}{2}$ 9 $9\frac{1}{2}$ 10 $10\frac{1}{2}$ 11 $11\frac{1}{2}$ 12
Baby. 1 2 3.4 5 6 7 8 9 10 11 12

In parte occidenrali ita conueniunt horæ Astronomieæ & Italicæ.

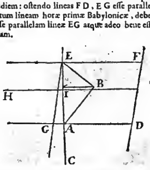
Astr. $5\frac{1}{2}$.5. $4\frac{1}{2}$.4 $3\frac{1}{2}$. 3. $1\frac{1}{2}$. 2. $1\frac{1}{2}$. 1. $12\frac{1}{2}$ 12
23. 22. 20. 19. 18. 17. 16. 15. 14. 13. 12

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Tertia praxis horarum Babylonicarum, & Italicarum in plano Horizontali.

Supponatur vt prius ducta in plano horizontali linea æquinoctialis, & in ea inuenta puncta horaria, horarum Astronomicarum;estque punctum horæ 7 astronomicæ punctum horæ primæ Babylonicæ. ducenda sit linea horæ primæ Babylonicæ radius æquinoctialis A B transferatur in meridianum sitque A C, ponatur punctum horæ 7 matutinæ,seu 1. Babylonieæ esse D.transferatur secans C D, in lineam horæ sextæ.nempe sit illi æqualis E F, ducatur linea D F, dico illam esse lineam horæ primæ Babylnnicæ. supponatur E G, esse lineam dimidiatæ horæ post meridiem : ostendo lineas F D, E G esse parallelas. tum lineam horæ primæ Babylonicæ, debete esse parallelam lineæ EG atque adeo bene esse ductam.



Demonstratio vidimus in propositione 6, lineas DC & DG esse æquales, sed lineæ EF, DC factæ sunt æquales, ergo lineæ D G, E F sunt parallelæ. quod autem linea horæ primæ Babylonicæ, debeat esse parallela, lineæ dimidiatæ horæ Astronomicæ, in horologiis horizontalibus ita demonstro. punctum horizontale circuli horarij Astronomici semihoræ post meridiem, pertinet ad horam primam Babylonicam. ponamus enim solem in eo puncto horizontali inueniri, quia est in parte horizontis occidentali, sol occideret, dimidia hora post meridiem, ergo ortus esset dimidiatâ horâ ante meridiem. ergo esset prima hora Babylonica.conueniunt ergo in eo puncto horizontali hi duo circuli nempe horæ primæ Babylonicæ, & dimidiatæ horæ Astronomicæ, & cum sint circuli maximi se intersecabunt in puncto opposito diametraliter : horum ergo planorum intersectio tota est in circulo horizontali, & cum horologium sit in plano horizonti parallelo, intersectiones horum planorum cum horizonte erunt illi parallelæ ; ergo inter se parallelæ erunt : quod erat demonstrandum.

Quod demonstraui de hora prima de aliis omnibus demonstrabo, nempe translatâ secante in lineam horæ sextæ, horam Babylonicam, immo etiam Italicam per huiusmodi puncta transire, sed contrario situ.

Per hanc tamen praxin duci non potest 12 quam facile demonstrabo, esse parallelam lineæ sextæ horæ Astronomicæ. nam punctum veri occasûs est punctum horæ 12 Babylonicæ, & punctum horæ sextæ Astronomicæ ; ergo in eo puncto horizontali conueniunt, & cum sint circuli maximi, conuenient etiam in puncto horizontali opposito, ergo communis sectio eorum planorum horizontalis est,cui erunt parallelæ communes sectiones eorum planorum, cum plano horizonti parallelo.ergo inter se parallelæ erunt. sit ergo linea A I tot graduum quot sunt in eleuatione poli, vt hic Lugduni graduum 46. & per punctum I ducatur linea HI, parallela lineæ horæ sextæ, & habebitur duodecima tam Italica, quam Babylonica.

PROPOSITIO XL.

Problema.

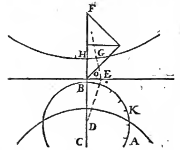
Horologium antiquum in plano Horizontali describere.

Describantur tres paralleli solis nempe æquator, & vterque tropicus. sciendum item est qua hora sol oriatur & occidat in vtroque tropico. Ponamus in his regionibus solem oriri in tropico canceri quadrante post quartam,& in tropico capricorni tertio quadrante post septimam.

Proponatur horologium horizontale, in quo supponantur ducti tropici, & æquator. sit circulus A B C ille, quô, diuisa fuit linea æquinoctialis in horas, sitque in eo circulo B punctum meridies, C mediæ noctis & punctum A pertineat ad quadrantem post quartam, diuidatur arcus A B in 6 partes æquales, & per singulas diuisiones ducantur lineæ occultæ secantes æquinoctialem, sitque prima linea occulta D E, secans æquinoctialem in puncto E, ducatur ex polo F, linea F E, secans tropicum cancri in puncto G, dico punctum G pertinere ad horam quintam antiquam, quare si transferas arcum H G ex

alia

alia parte habebitur hora feptima antiqua in tropico cancri. Eodem modò divides tropicum ca-



pricorni, dividendo arcum K B in 6 partes æquales: fi ergo coniungas punctum G,cum puncto O æquinoctialis, item eum puncto quod dabitur in tropico capricorni: & idem fiat pro fingulis horis; perfectum erit horologium.

Demonftratio. Primò certum eft puncta horaria horologij antiqui,coincedere cum punctis horariis Aftronomicis in æquinoctiali. eum enim fol oriatur horâ fextâ,& occidat pariter hora fexta, dividendo hoc intervallum in 12 partes cahibetur intervallum horarium, quare feptima matutina, erit prima antiqua.

Secundò omnis circulus maximus ex polis ductus, eodem modò dividit omnes parallelos, ex tali polo defcriptos (*per 5. Theodofij*) fed linea FE, ita dividit æquinoctialem; vt B E, fit fexta pars temporis intercepti inter quartam matutinam eum quadrante, & meridiem;ergo HG,in tropico cancri erit fimilis pars eiufdem temporis.

Facilius defcriptum fuiffet tale horologium fi loco tropicorũ defcripti fuiffent paralleli in quibus fi fol verfaretur orietur hora tertia; & nona, nam in primo, vna hora Aftronomica, cum dimidia, vnam antiquam perfeciffent, in fecundo, dimidiata hora Aftronomica, vnam antiquam adæquaffet. lineæ horariæ Antiquæ tantifper à linea recta deflectunt, non tamen multum.

COROLLARIVM.

Habes in hac propofitione methodum dividendi quemlibet parallelum in gradus, per divifionem fcilicet æquinoctialis, quæ praxis diligenter notanda eft.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Afcenfionem fignorum plano Horizontali infcribere.

Explicandus primò eft fenfus propofitionis. certum eft quod fingulis diebus fex figna oriantur, & fucceffive in horizonte, feu horofcopo inveniantur. volumus autem lineas aliquas in plano horizontali ducere, quas cum radius folaris attigerit, indicet tale fignum inveniri in horofcopo, feu afcendere fupra horizontem, & quia vno figno afcendente, oppofitum defcendit feu occidit, eædem lineæ, indicant afcenfionem vnius figni, & defcenfionem alterius.

Notandum item eft quod cum fol bis in anno eundem parallelum percurrat, & eafdem vmbras faciat,non tamen propterea, idem fignum afcendere indicabit, ideòque, duplices lineæ ducendæ funt,diverfifque coloribus diftinguendæ,quarum primæ, à folftitio æftivo ad hybernum fint viriles, aliæ à folftitio hyberno ad æftivum.

Tertio fciendum eft quid fint hæ lineæ,& quos circulos referant. certum eft dum aries verbi gratia afcendit fupra horizontem, Eclypticæ punctum vnum attingere horizontem ortivum, & oppofitum attingere horizontem occiduum, ita vt femicirculus Eclypticæ qui tunc eft fupra horizontem aliquem fitum peculiarem habeat, cogitetur Eclyptica in tali fitu vt immobilis,cum fit circulus maximus, communis eius fectio,cum plano horologij, notari poterit, fupponamus horatam effe tale communem fectionem, & vere arietem afcendere,fole aliud fignum occupante: vtibi gratiâ fole in initio pifcium pofitò, ita vt totum fignum pifcium fit iam fupra horizontem, cum oritur aries. cum Eclyptica tunc habeat fitum in horologio notatum, & fol fit in Eclyptica,vmbra folis in communem eam fectionem cadet, neque enim vmbra poteft effe extra circulum maximum in quo fol verfatur, ergo vmbra non poteft parietem attingere nifi in ea communi fectione. multis modis defcribi poffunt hæ communes fectiones Eclypticæ cum horizonte.

Primo Afcendente ariete, eius oppofitum fignum eft in horizonte, Initium capricorni eft in meridie,habetur autem capricorni punctum in linea meridiana, & cum fol initium arietis,& libræ fint in primo verticali, communis fectio erit horizontalis, cui parallela erit, tam communis fectio verticalis primarij cum horizonte; quam fectio Eclypticæ in tali fitu cum eodem horizonte. quare fi per punctum capricorni, in meridiana notatum, ducas parallelam verticali primario,aut lineæ æquinoctiali, habebis fectionem quæfitam.

Pariter fi libra invenitur in horizonte ortivo aries eft in occiduo, & cancer in meridie. fi igitur per punctum cancri in meridiana, ducatur linea parallela æquinoctiali, hæc erit linea afcendentis libræ.

Pro reliquis eft maior difficultas, Ponamus Taurum fuppono autem dari afcenfionem rectam Tauri, amplitudinem ortivam, & differentiam afcenfionalem, quæ omnia habentur, vel per Trigonometriam vel ea tabulis. Supponatur hæc omnia; neque enim materias confundere debeo. Ea differentia afcenfionali, habebis afcenfionem obliquam tauri. Ponamus amplitudinem ortivam Tauri effe 15 graduum, intelligatur in horologio horizontali, ductus verticalis cum primario angulum comprehendens 15 graduum, huic lineæ debet effe parallela afcenfio primi gradûs Tauri, cum enim Taurus eft in horizonte.

Eclyptica concurrit in horizonte cum eo verticali ex fuppofitione, quare cum fectio communis horum planorum, fit horizontalis, communes fectiones horum planorum, cum plano horizonti parallelo; parallelæ erunt. reftat vt habeamus vnum punctum illius lineæ, quod pluribus modis fieri poteft. primò fi habeatur afcenfio aliqua initij Tauri, ponatur afcenfio obliqua primi gradûs Tauri effe 20 gra-

 duum

duum, hoc eſt vigeſimum gradum æquatoris ſimul cum eo oriri. Supponatur ſol in ariete, & conſequenter percurrere æquinoctialem, & percurriſſe 10 gradus; nempe eſſe in quinto gradu poſt ſeptimam. ergo ſole eum gradum occupante, orietur Taurus. quare ſi per trientem horæ poſt ſeptimam ducas lineam parallelam, verticali gra-duum 15. qualem ſuppoſuimus eſſe amplitudinem ortivam, habebitur linea aſcendentis Tauri.

Poteſt & alio modo haberi. cum habeatur aſcenſio obliqua initij Tauri quæ eſt 10. ab ea ſubtrahe 90 gradus aſſumpto ſcilicet circulo integro; reſtabitque 290. pro gradu æquatoris qui eſt in meridiano. in tabula aſcenſionum rectarum quæratur gradus Eclypticæ reſpondens, cuius iam in linea meridiana habetur apparentia. Si per eam ducatur linea præcedenti verticali amplitudinis ortivæ, parallela; habebitur pariter linea aſcendentis Tauri.

Idem præſta circa reliqua ſigna. & vt totam praxin breviter comprehendam. ſigni propoſiti quæratur aſcenſio obliqua, à qua auferes 90. vt habeas punctum æquatoris culminans, ſeu in meridiano exiſtens, cui in tabula aſcenſionum rectarum, quæres gradum Eclypticæ reſpondens, ſeu in meridiano exiſtens, cuius cum ſciatur declinatio, facile per illud punctum duces lineam parallelam verticali amplitudinem ortivam talis ſigni denotanti.

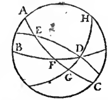
In aliis planis eſt minor difficultas, eo quod habeatur linea horizontalis, in qua iovenientur puncta in quibus oriuntur aliqua ſigna, aut occidunt. quare ſi in linea meridiana inveniatur gradus culminans, facile perficietur tota deſcriptio, vel ſi inveniatur punctum in quo Eclyptica ſecat æquinoctialem, ſecat autem ſemper in ariete, aut libra, quare quærendum eſt in quo circulo horario inveniatur interſectio arietis aut libræ, in æquinoctiali, quæ ex aſcenſionibus obliquis innoteſcit.

Hæc tamen vltima praxis non habet locum in planis æquinoctialibus, ſi præciſe ſpectetur. quia non invenitur talis interſectio: nempe non invenitur punctum culminans, tunc linea aſcendentis ſigni ducitur parallela illi lineæ horariæ in qua ſit talis interſectio.

Vt ſi invenero ex tabulis, aut per Trigonometriam, aut per Aſtrolabia cum ſigno arietis verbi gratia toto, aſcendere 20 gradus æquatoris; & conſequenter primum gradum Tauri aſcendere cum gradu 20 æquatoris, cum ſol in ariete oriatur hora ſexta, erit gradus vigeſimus horæ ſeptima cum triente; ſi per punctum in quo parallelus tauri ſecat horizontem ducas lineam parallelam horæ ſeptimæ cum triente, habebitur aſcenſio Tauri.

Demonſtratio. Cum enim linea aſcendentis Tauri debeat tranſire per hunc gradum æquatoris, & operemur in plano æquatori parallelo; linea Horaria, & aſcenſio Tauri erunt parallelæ.

Habemus ergo in plano horizontali punctum vnum in æquatore, ſingularum aſcenſionum, modò ſciatur, aſcenſio obliqua; aſcenſio autem obliqua ſolutione vnius trianguli abſolvitur. Si enim meridianus A B C, horizon B D æquator A C. Supponatur oriri aliquod ſignum in D verbi gratia initium Tauri; ſitque interſectio æquatoris A C, & Eclypticæ punctum E, in triangulo D E F, datur D E, graduum 30. datur angulus DEF 23½, cognoſcitur angulus E F B, complementum elevationis poli, quare non latebit latus



FE, & cum puncto F, ſit horæ ſextæ, ſcietur in quo puncto æquatoris verſetur interſectio arietis dum orietur ſol. Si ad triangula rectangula velis revocare hoc triangulum EDF, ex polo H, ducatur circulus horarius HDG, ſolvatur triangulum EDG, & habebitur, arcus E G, aſcenſio recta. ſolvatur & triangulus FDG, vt habeatur differentia aſcenſionalis F G, quæ ſubtracta ex EG relinquit arcum FE.

Quare ſol æquatorem percurrens erit in E, quando Taurus orietur; ſic in æquatore inveniemus vnum punctum ſingularum aſcenſionum.

Poſſumus item ex eadem tabula invenire vnum punctum in ſingulis tropicis. Supponatur deſcriptus vterque tropicus, ſupponatur ſol in tropico cancri in meridie, interſectio arietis erit in horizonte, intelligatur cœlum volui cum ſole, donec primus gradus tauri horizontem attingat, tot gradus æquatoris tranſeunt quot gradus cuiuſlibet paralleli, quare tot gradibus promovebitur ſol in tropico, quot gradibus diſtabit interſectio arietis ab horizonte, ſeu quanta eſt aſcenſio obliqua primi gradus Tauri. cum igitur ſciamus dividere quemlibet parallelum in gradus (*per 39. huius*) inveniemus in tropico cancri vnum punctum, aſcenſionis cuiuſlibet.

Atque hæc ſufficiant ad deſcribendas huiuſmodi lineas tam in planis horizontalibus, quam etiam in æquinoctialibus; ſed ſemper neceſſaria eſt tabula aſcenſionum obliquarum.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Domos cœleſtes in plano Horizontali, & æquinoctiali deſcribere.

Non conveniunt Aſtrologi in determinatione horum circulorum, aliqui enim dividunt æquatorem, alij vero verticalem primarium; quomodocúmque tamen accipiantur facile in vtróque plano deſcribentur.

Incipiamus à plano æquatoris. hi circuli conveniunt in communi interſectione meridiani, & horizontis, & ſecundum omnes horizon eſt vnus ex his circulis, & meridianus eſt alter. ſi ergo dividatur verticalis primarius qui eſt horizontali lineæ parallelus in gradus, & per diviſiones triginta gradus continentes, ducas lineas ad communem interſectionem horizontis, & meridiani, perfecta erit deſcriptio domorum cœleſtium ſecundum hanc methodum.

At

At verò fecundum methodum alteram. fiat quadrans circuli, ex communi interfectione meridiani & horizontis, vt centrô, qui dividatur in 3 partes æquales, & per divifiones ducantur lineæ, & erit perfecta defcriptio.

Demonftratio. Hi circuli fecundum hanc methodum tranfeunt in æquatore per puncta horæ octavæ, decimæ. fecundæ & quartæ ibique interfecant circulos horarios, quare communis interfectio, erit tota in plano æquatoris, & huic erunt parallelæ, communes fectiones iam circuli horarij, quam circuli domus cœleftis cum æquatore. ergo funt inter fe parallelæ; fed factô quadrante vt præfcripfimus, fiunt hæ lineæ horariis lineis Horarum octavæ, decimæ fecundæ,& quartæ parallelæ: ergo proba eft defcriptio.

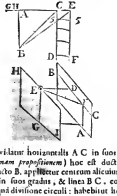
Pro plano horizontali, cum interfectio horizontalis, & meridiani in pianis horizontalibus non inveniatur, erunt lineæ domorum cœleftium inter fe parallelæ. fi ergo per divifiones aut æquatoris,aut verticalis primarij, ducantur parallelæ, lineæ meridianæ,perfecta erit defcriptio.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Circulos verticales in plano verticali defcribere.

Sint in plano verticali defcribendi circuli verticales, fit ftylus inclinatus A B. linea meridiana



CD. dividatur horizontalis A C in fuos gradus (*per primam propofitionem*) hoc eft ducta linea BC, puncto B. applicetur centrum alicuius circuli divifi in fuos gradus, & linea B C. coincidat cum aliqua divifione circuli: habebitur horizontalis eôdem modô divifa, quô circuli verticales dividunt circulum horizontalem. quod demonftratione non indiget: dividitur etiim in partes æquales feu gradus.

Ducantur autem fectiones verticalium cum planis verticalibus, ad perpendiculum.

Demonftratio. Sit planum verticale AB in quo ftylus DE, linea horizontalis BC,extremitas ftyli, feu centrum mundi E, fitque aliud planum verticale H I, priori parallelum, in quo fit linea E G ad perpendiculum. per centrum mundi tranfiens, quæ producta Zenith & nadir atringit, atque adeo linea E G, eft communis fectio omnium verticalium inter fe. fitplanum aliud verticale EFAG, cuius communis fectio cum plano horologij fit FA. oftendo FA parallelam effe lineæ EC: cum enim planum EFAG, fecet duo plana parallela HI, BA, (*per* 16. 11.) erunt fectiones EF,FA parallelæ: ergo ducetur ad perpendiculum. idem intelligi debet de fectionibus cuiufcúmque alterius circuli verticalis. ergo duximus circulos verticales.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

In plano verticali circulos Almicantarath defcribere.

Sint defcribendi circuli elevationum folis fupra horizontem in plano verticali. primò defcribantur circuli verticales (*per præcedentem*) fingulæque eorum lineæ dividantur in fuos gradus (*per fecundam propofitionem*) verbi gratia. fint in penultima C D, EF, duæ lineæ verticales, quæ dividi debent in fuos gradus, vt dividatur C D, transferatur hypothenufa BC, in CG, & ex puncto G, vt centro dividatur linea C D. pariter ad dividendam E F, transferatur hypotenufa B E in EH & ex puncto H, vt centro divide lineam EF. divifis omnibus lineis verticalibus coniunge lineâ curvâ omnia puncta ad eandem divifionem pertinentia & abfoluta erit defcriptio.

Demonftratio. Circulus Almicantarath verbi gratiâ quinque graduum,omnes verticales dividit eodem modo; tranfitque per quintum gradum vniufcuiúfque verticalis; ergo bene exprimitur per lineam curvam 5, 5. tranfeuntem per fingulos quintos gradus verticalium. quod erat demonftrandum.

COROLLARIVM.

Eôdem modô defcribes in plano horæ fextæ aut polari parallelos fignorum. nam lineæ horariæ in eo horologio funt parallelæ inter fe.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

In planô verticali circulos diurnos defcribere.

Praxis eadem adhibenda eft, quæ in horologiis horizontalibus. neque differt ab ea, nifi quod aliter vt plurimum difpofita fit linea æquinoctialis.

Notandum autem ficut defcribuntur circuli quos fol percurrit initiô fignorum, poffe & circulum diurnum quem fol abfolvit affignatâ die verbi gratia prima Ianuarij, aut quacúnque alia die. cum hoc tamen incommodô, quod exceptis duobus tropicis, in eodem circulo diurno fol inveniatur bis in anno: ex quo fit vt femel in anno falsò diem propofitam indicet.

Ex hac propofitione nempe quemcúmque diem infcribi poffe horologio, modò habeatur declinatio quam fol obtinet eo die, fluxerunt multæ fpecies, poffumus enim infcribere dies, quibus fol oritur, aut occidit data hora, aut qua incipit aftrora tali hora, atque hoc modo infcribentur in horologio ea fere omnia quæ in Aftrolabiis exhibentur. Alij fefta principalia, immobilia tamen infcribunt.

inſcribont. allj menſes. nonnulli dies quibus aliqua victoria accidit, quæ omnia novam difficultatem non continent. tantum loco arcus ſignotum, notanda eſt declinatio ſolis pro diebus inſcribendis.

PROPOSITIO XLVI.

Problems.

In plano verticali horas Babylonicas, & Aſtronomicas delineare.

In eo plano verticali in quo deſcribendæ ſuut horæ, Italicæ & Babylonicæ. deſcribantur horæ Aſtronomicæ ſimul cum ſemihoris. ducatur item lines æquinoctialis, & horizontalis. in æquinoctiali habebis puncta communia horis Aſtronomicis, & Babylonicis, & Italicis; hoc eſt punctum meridianum eſt punctum 18. Italicæ & 6 Babilonicæ, punctum horæ vndecimæ Aſtronomicæ, pertinet etiam ad horam Babylouicam quintam, & 17 Italicam.

In horiaontali verò linea, alirer ſe res habet. quare ſi horizontalis linea habeat horas antemeridianas incipe ab horologio Italico. ſi pomeridianas à Babylonico. hoc eſt coniunge punctum meridianum æquinoctialis, cum puncto horizontali horæ nonæ Aſtronomicæ, & habebis 18. Italicam. punctum æquinoctiale vndecimæ cum horizontali horæ 8 cum dimidia; & habebitur hora 17. Italica & ita de cæteris. procedendo in æquinoctiali per boras integras, & in horizontali per horas & ſemihoras, perficietur horologium Italicum.

Si vero linea horizontalis exhibeat horas pomeridianas Aſtronomicas operationem incipe ab horis Babyiouicis. coniunge puuctum meridianum æquiuoctialis, cum puncto horiaontali horæ tertiæ, & habebis lineam horæ 6. Babylonicæ. coniunge puuctum æquinoctiale horæ primæ, cum horizontali mediæ poſt tertiam, & habebis lineam horæ 7. Babylonicæ, & ita de cæteris.

Demonſtratio. Si ſol oriretur hora nona, & talem parallelum deſcriberet, occideret hora tertia pomeridiana. ideóque hora tertia poſt mediam noctem eſſet duodecima Italica: ergo nona antemeridiana eſſet decima-octava Italica. Si vero ſol oriatur hora ſeſquioctavâ; occidet ſeſqui tertiâ, pomeridiana. vnde ſeſqui tertia matutina, erit duodecima Italica. ergo ſeſqui octava Aſtronomica congruet cum decima ſeptima Italica. quod erat primo demonſtrandum.

Eódem modô oſtendam punctum horizontale horæ tertiæ Aſtronomicæ commone eſſe horæ ſextæ Babylonicæ. nam ponamus ſolem attingere horizontem in puncto horæ tertiæ pomeridianæ; eo die ortus fuiſſet hora nona ante meridiana. ergo hora tertia eo die congrueret cum ſexta Babylonica. ſi occideret hora ſeſqui tertia; oriretur ſeſquioctava. ergo ſeſqui tertia cougruit cum ſeptima Babylonica.

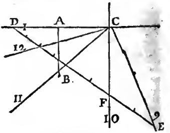
Horologium antiquom in verticalibus nullam habet peculiarem difficultatem, debent enim dividi arcus ſemidiutni iu 6 partes æquales, quæ diviſio peragitor dividendo æqnatorem (*vt in propoſit.* 39.)

PROPOSITIO XLVII.

Circulos domorum cæleſtium in planis verticalibus delineare.

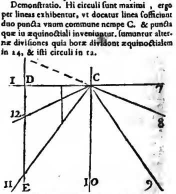
Non conveniunt Aſtrologi in determinandis circulis domorum cœleſtium. In eo quidem conſentiunt quod ij circuli vniantur omnes in communibus ſectionibus horizontis & meridiani, vnde certum eſt lineam meridianam exhibere vnum ex his circulis nempe decimæ domûs, & horizontis partem orientalem eſſe primam domum ſeu horoſcopum; occiduam verò eſſe 7. domum, reliquæ autem quæ quatuor circulis abſolnuntur diviſos teneut Aſtrologos. aliqui enim æquinoctialem circulum dividunt in duodecim partes æquales: & per eas diviſiones circulos ducunt, couvenientes iu communibus ſectionibus horizontis, & meridiani.

Alij verò verticalem primarium iu doodecim partes dividunt, & per has diviſiones circulos deſcribunt, pariter couvenientes in communibus ſectionibus meridiani; & horiaontis.



Si primô modô deſcribantor, ita operaberis. Sit diviſa linea æquinoctialis DE more conſueto, ſitque AB ſtylus; AC horiaontalis; CF meridiana. omnes iſti circuli conveniunt in puncto C; quare ſi coniungas alternas diviſiones æquinoctialis cum puncto C, communi concurſu meridianæ CF, & horizontalis AC, perfecta erit deſcriptio.

Demonſtratio. Hi circuli ſunt maximi, ergo per lineas exhibentur, vt ducatur linea ſofficiunt duo puncta vnum commune nempe C. & puncta quæ iu æquinoctiali inveniuntur. ſumuntur alternæ diviſiones quia horæ dividont æquinoctialem in 24, & iſti circuli in 12.



Si verò cupias circulos domorum cæleſtium ſecundùm

secundùm aliam opioionem, viee æquinoctialis verticalis primarius substituatur sitque D E, qui diuidatur (*per secundam propositionem*) in gradus. ducantur lineæ à singulis trigesimis gradibus, ad punctum C communem sectionem meridiani & horizontalis.

Demonstratio eadem cum superiori.

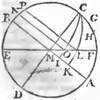
Si horologium describatur in plano meridiano in quo nulla inuenitur linea meridiana, & consequenter nulla intersectio, meridiani circuli cum horizonte, omnes lineæ domorum cœlestium sunt inter se parallelæ, & cum linea horizontalis, sit in earum numero; omnes erunt horizootali parallelæ. & hoc per demonstrationem propos. 42.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

In plano verticali notare horam ortûs solis, & occasûs, quantitatem dierum, initium auroræ, finem crepusculi vespertini, declinationem solis ab æquinoctiali.

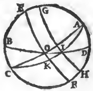
Quamvis doceamus methodum notandi superiùs recensita, in plano verticali, facile tamen omnibus planis eadem methodus accommodabitur. Necessarium autem est scire declinationem parallelorum; in quibus sol quacomque horâ oritur. hoc est quantum declinet ab æquatore sol, dum oritur horâ quintâ, aut quadrante post quintam &c. hæc declioatio habebitur primo ex tabulis Astronomicis, quarum nonnullæ inueniuntur apud Clavium, per Trigonometriam autem facillimum est, quibus satis otij suppetit illas construere. potest item eadem declinatio haberi ex Analemmate in quo si ducas æqoinoctialem A B, horiaontem E F, ita vt arcus F G



sit æqualis eleuationi poli, si diuidatur quadrans A C in sex partes æquales, & ex duabus primis diuisionibus G & H ad æquinoctialem A B ducantur occultæ perpendiculares, quæ dent puncta I & K, & describantur duæ Ellypses quarum maior diameter MC, minor M I, M K: illæ secabunt horizontem in punctis O, L, per quæ ducantur duæ lineæ O N, L P parallelæ æquinoctiali A B. erit B N declinatio paralleli in quo sol oritur hora quinta, & B P declinatio paralleli in quo oriretur hora quarta si illum percurreret. eodem modô operari poteris circa semihoras. si autem habeas declinationem paralleli in quo sol oritur hora quinta, habebis declinationem paralleli in quo oritur horâ 7. sunt enim æquales, nisi quod prima sit borealis secunda australis.

Astrolabia quælibet eam declinationem exhibent, si enim centro astrolabij communi, in quo describitur totus terrarum orbis, applices regulam, ita vt polus ab ea distet secundum poli eleuationem, atque adeo hæc regula vices horizontis obeat, in ea regula videbis declinationem parallelorum, in quibus sol oritur quacumque horâ.

Quicumque per trigonometriam eam declinationem quærere voluerit ita poterit operari. sit meridianus ABCD, æqoinoctialis FOE, horizon BOD. supponatur sol oriri hora quinta. sit igitur sol in I, sitque hora quinta, ideoque arcus O K in æquinoctiali sit graduum 15. angulus I O K;



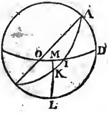
eleuatio æquinoctialis, angulus in K rectus. quare fiat vt sinus totus, nempe arcûs O F ad sinum arcus OK, 15 graduum, ita tangens arcus D F, seu anguli D O F complementi eleuationis poli, ad tangentem arcûs I K declinationis quæsitæ.

Atque hôc modo habebitur declinatio omnium parallelorum in quibus sol oritur quacumque hora data. ex hoc cognosces quantitatem dierum.

Elevatio poli 45

Hora ortus	Hora ortus	Declinatio gr. mi
6	6	0. 0
5. 3/4.	6 1/4	3. 35
5 1/2	6 1/2	7. 5
5 1/4	6 3/4	10. 28
5	7	14. 21
4 3/4	7 1/4	17. 15
4 1/2	7 1/2	20. 13
4 1/4	7 3/4	23. 15

Posses item in eodem triangulo quærere angulum O I K hôc modô in triangulo A I D



rectangulo in D, si fiat vt sinus arcûs A I, iam præcogniti, eo quod cognoscatur I K

ad ſinum rectum anguli D; ita ſinus AD eleuationis poli, ad ſinum anguli A I D, aut OIK. intelligatur ex puncto L duci verticalis LKM ſit KM grad. 18. quot requiruntur ad finem crepuſculi. fiat vt ſinus anguli I, ad ſinum KM, ita ſinus totus M, ad ſinum IK cum ergo iam eſſet cognita declinatio puncti I, & cognuſcatur arcus I K; cognoſcetur facile declinatio puncti K, quod cum ſol attigerit initium auroræ erit præciſe hora quinta. quod autem dixi de hora quinta intelligi debet de hora quarta, tertia, & aliis ſiue integris, ſiue mediis.

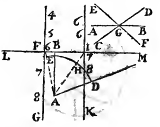
Cognita declinatione ſolis pro ſingulis parallelis, in quibus oritur qualibet hora, in horologio verticali deſcribes eos parallelos eâ methodo quam ſupra dedimus. tum in æquatore tam in ſerie ortûs ſolis, quam in ſerie occaſûs, appones characterem 6. ſignificantem ex vna parte ſolem oriri hora ſexta, ex alia occidere hora ſexta, vnde dum extremitas vmbræ æquinoctialem lineam percuttet, & per totum diem illi inſiſtet, videbis ſolem oriri hora ſexta, & hor. ſexta occidere, idem dicendum eſt de reliquis parallelis, vnde lucente ſole præter horas hæc omnia indicabit vmbra.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Horologium verticale per diuiſionem cuiuſlibet verticalis deſcribere.

Quia nonnunquam accidit, vt deſint aliqua puncta ad horologiorum deſcriptionem perneceſſaria, hanc praxin addimus quæ multum lucis huic operi addet, oſtenderque ex cuiuſlibet puncti cœli vmbrâ datâ, totum in parietem cœlum proiici poſſe. deſit igitur polus, habeamus vnam aut alteram lineam verticalem, dico eâ linea in ſuas partes diuiſa abſolui poſſe totum horologium. ſed prius in charta ſeparata habenda ſunt horologia propria talium verticalium. verbi gratia habeatur in charta horologium proprium primi verticalis. ſeu illius plani quod directe reſpicit meridiem; habeatur item aliud quod deſcribetur in plano declinante grad. 45 verſus ortum, item aliud quod proprium eſt plani declinantis totidem gradibus verſus occaſum; ne



autem fiat aliqua hallucinatio ſit A B verticalis primarius reſpiciens meridiem, ſitque C D alius verticalis cuius planum declinabit verſus ortum gradibus 45 ipſe vero circulus intelligitur eſſe ſeptentrionalior totidem gradibus; idem dicendum eſt de plano E F declinante verſus occaſum cuius pars GF, eſt meridionalior primo verticali GB, alia pars EG ſeptentrionalior, verticali. ſed AG. nunquam in aliquo plano verticali muri, poteſt inueniri eiuſdem verticalis pars vtraque, nempe ſi G D exprimatur in aliquo plano horologij; C G in eodem non inuenietur. habeantur ergo horologia chartacea propria illorum planorum; dico iis abſolui poſſe horologium. Sit ergo verticale horologium deſcribendum in plano fere meridiano ita vt linea meridiana horizontalis ſit A D; & vix haberi poſſit vera meridiana. ſit ſtylus BA. ex A vt centro fiat arcus circuli ſitque arcus DE quadrans: ducta linea A E, dabit in horizonte punctum F horæ ſextæ, per quod duci debet verticale primarium FG. ſit arcus DH grad. 4. linea A H I, dabit punctum I in horizontali per quod ducetur verticalis IK, meridionalior quam verticalis primarius hoc eſt qui eſt, idem cum GF figuræ ſuperioris.

Vtere horologio verticalis primarij ad diuidendam lineam F G. hoc eſt linea F A transferatur in L, & puncto L applica centrum horologij chartacei verticalis primarij, & lineam horæ 6. lineæ LF habebiſque diuiſam lineam FG.

Eodem modo operare circa lineam I K. translatâ linea I A in I M. centrum horologij chartacei conuenientis plano E F ſuperioris figuræ applica puncto M, & lineam per polum eiuſdem horologij ductam, & parallelam lineæ horizontali, impone lineæ M I, cæteræ lineæ horariæ dabunt puncta horaria in linea I K. coniunge puncta horaria ad eamdem horam pertinentia & abſolutum erit horologium.

Demonſtratio primo certum eſt ex praxi verticalium lineas F G, I K, pertinere ad circulos verticales, quod ſupra indicauimus. ſecundò (*per cor. 3 huius,*) æquales anguli fiunt à lineis in plano alicuius circuli, illis qui in plano ipſi parallelo formantur; ſed dum verbi gratia deſcribitur horologium in plano parallelo, verticali primario, habentur omnes anguli, qui à lineis horariis, ſeu communibus ſectionibus circulorum horariorum cum tali plano fiunt ergo habentur anguli qui fiunt in plano primi verticalis à lineis horariis, nempe in eius centro, quod cum ſit centrum ſphæræ cum extremitate ſtyli coincidit; praxis autem aſſignata eſt communis quæ adhiberi debet, vt eædem habeantur diuiſiones, quæ ex centro ſphæræ haberentur; ergo bona eſt diuiſio verticalis primarij; eodem modo oſtendam diuiſionem alterius verticalis bonam eſſe; atque adeo lineam ductam per vtriuſque ſimiles diuiſiones veram eſſe lineam horariam; quod oſtendendum erat.

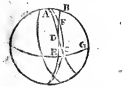
PROPOSITIO L.

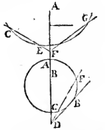
Problema.

Horologium Achas deſcribere.

Solemne eſt & notum omnibus, illud miraculũ, quod præſente Achas in ſignũ promiſſionis diuinę perpetratum eſt, nempe in quo vmbra, veſtigia ſua relegeret,

relegeret, easdemque percurreret lineas, quas ante attigerat. Aliquid non dico simile, sed tantum affine tentat Gnomonica, non vt fidem miraculo deroget, sed vt specimen edat suæ industriæ. asserit igitur posse aliquando fieri, vt vmbra tantisper regrediatur, easdemque lineas, non horarias quidem antiquas, vt in horologio Achas, sed alias, verticales nempe in die bis indicet quod vt concipiatur. sit in sphæra æquinoctialis circulus, tropicus capricorni B C in circulo BC, ex eadem parte sumantur duo quælibet puncta à puncto meridiano, non distantia, quadrante integro sintque C & F per quæ intelligatur duci circulus maximus A F C. hic circulus maximus non potest secare parallelum B C nisi in duobus punctis C. & F. attinget autem meridianum in puncto A, quod erit zenith alicuius regionis cuius horizon erit EG, & circulus AFC erit circulus verticalis. clarum autem est, quod dum sol percurret tropicum, nempe circulum BC; bis attinget eundem verticalem A F C hoc est à verticali AFC procedat ad verticalem ADE, & ab eo rursus ad verticalem AFC & intra breue tempus, nempe quô perficiet arcum FB, perueniet ad meridianum A B quare qui hoc practicè exhibere voluerit debet eleuare planum aliquod ex parte septentrionali gradibus circiter 25 in his regionibus, & consequenter polus testet eleuatus gradibus viginti in eo plano infigatur stylus longissimus, vt nulla extremitatis styli ratio habeatur, sed secundum totam vmbram circulos verticales illius regionis notet; quare more consueto, facto circulo ex pede styli, diuisoque in gradus æquales, ductis per diuisiones lineis rectis, exhibentur circuli verticales. notandum autem quo punctum A fuerit propius, puncto B eò puncta F & C remotiora sumi posse.





Hoc item problema in quolibet horologio exhibere possumus. sit enim in horologio horizontali linea meridiana AB, supponaturque descriptus, quilibet parallelus CEG, in quo assumptis ex eadem parte duobus punctis C, E, ducatur linea C E P. puncto F infigatur stylus longissimus qui per extremitatem vtri styli transeat, quò bene firmatô verus stylus, subducatur dico dum sol percurret parallelum cuius C E G est proiectio, fore vt vmbræ, bis in lineam FC incidat

Demonstr. In stylo proposito inuenitur centrum mundi, nam voluimus stylum hunc secundum, per extremitatem veri styli transire, igitur verum centrum mundi Gnomonicum in eo inuenitur, cuius vmbra nunquam toto die deflectere debet a parallelo C E G. cum ergo vmbra illius puncti fuerit in C, vmbra styli secundi insistet lineæ FC, rursus cum vmbra eiusdem puncti fuerit in E, rursus vmbra totius styli secundi incidet in lineam FC. quod erat ostendendum.

Neque hoc mirum videri debet. nam si in horologio quolibet infigatur stylus aliquis longissimus in aliquo puncto lineæ æquinoctialis, qui per extremitatem veri styli transeat, illius vmbra tempore æquinoctij, lineæ æquinoctiali toto die insistet.

Notandum autem problema melius perficiendum in parallelis magis curuis, seu qui magis recedent a linea recta. quare in plano æquinoctiali in quo paralleli per lineas curuas describuntur, licebit hoc melius intueri. Sit enim parallelus cancri ABC. linea meridiana ACD. ducatur quæcumque linea FED. infigaturque stylus longissimus puncto D, qui per extremitatem veri styli transeat. cum vmbra extremitatis veri styli, toto die insistat circulo F B C, dum erit in F, vmbra styli secundi, erit DEF. cum vero peruenerit in B, vmbra styli secundi erit DB, cum denique peruenerit in E, rursus vmbra styli secundi erit D F. igitur vmbra potest lineas quas prætergressa est rursus remetiri; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LI.

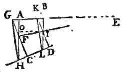
Problema.

Duabus lineis concurrentibus, ignoratô tamen punctô concursûs, per punctum inter eas datum, ducere lineam quæ talem concursum attingat.

Hæc propositio vtilissima est, fuitque inuenta ad perficiendum eam praxin, quâ sine centro horologium per diuisionem horizontalis, & æquinoctialis absoluimus. cum enim lineæ horizontalis & æquinoctialis se inuicem in puncto sextæ horæ intersecarent, non poterat hæc praxis esse vsui ad lineam sextæ horæ producendam, cuius vnicum tantum punctum habebatur. vnde ad istam propositionem recurrendum fuit.

Duæ lineæ A B, C D concurrant in puncto E quod haberi non possit. sitque inter illas datum punctum F, à quo ad punctum E ducenda est linea; etiamsi eidem puncto E, nulla regula applicari possit. ex puncto F ad lineas ABCD ducantur perpendiculares EA, FC, quæ producantur vtrinque, in G, H. tum assumpto quocumque puncto D, ducatur ad CD perpendicularis DK, seu parallela lineæ CG, item ex K ducatur KL parallela lineæ G H, denique ex L ducatur ad A B perpendi

perpendicula... secans KD in I. dico lineam F I productam, cadere in punctum E. seu quod idem est iunctam lineam E I, in directum iacere cum FI.



Demonstratio. cum KD, CG;GH, KL;AH,BL sint parallelæ; triangula omnia erunt æquiangula nempe KLD,GHC,AFI,BGK;& erit (*per* 4. 6) vt AF ad FH, ita BI ad IL,si autem EI producta non caderet in punctum F (*per* 4. 6) ita esset BI ad IL,sicut AO ad OH,nempe vt IE ad OE; ita IB ad AO, & pariter vt IE, ad OE ita IL ad FH ideoque non esset AF ad FH, sicut BI, ad IL, ergo E I producta cadit in punctum F. quod erat demonstrandum,

PROPOSITIO LII.

Ascendentium signorum lineas in omni plano notare.

Diximus initio zodiacum aut Eclypticam in horologiis notari non debere, quia cum alium atque alium,cum horologij plano situm obtineat, atque adeo aliam atque aliam communem cum ipso sectionem efficiat, non est potior ratio cur, vnâ determinatâ lineâ exhibeatur quam aliâ. Potest tamen pro certo, & determinato tempore sectio communis zodiaci cum plano horologij exhiberi. verbi gratiâ quando initium arietis oritur, zodiacus certum & determinatum habet situm,in quo sectionem aliquam communem cum horologij plano efficit. hæc sectio communis est linea, & in quocumque gradu zodiaci sol inueniatur,vmbra in eam cadit. quare dum signa ascendentia in plano notamus, sectiones communes zodiaci cum plano horologij ducimus tali signo, aut potius signi initio oriente.

Ex qua explicatione sequitur, si habeamus amplitudines ortiuas, aut occiduas nos inuenturos in linea horizontali punctum vnum pertinens ad singulas sectiones. verbi gratiâ certum est, initiô arietis solem oriri in puncto horæ sextæ. vnde si sectionem notare velimus quam zodiacus efficit oriente ariete, hæc sectio transit in horizonte per punctum horæ 6. idem dico de initio libræ. In horologiis in quibus non habetur amplitudo ortiua.quæratur amplitudo occidua signi oppositi. nam quando Taurus oritur, Scorpius occidit, eò quòd duo circuli maximi quales sunt zodiacus, & horizon se inuicem bifariam secent (*per Theod.*)

Docuimus supra methodum inueniendæ differentiæ ascensionalis, & ascensionis obliquæ, in quo notandum est. si Taurus oriretur hora 7. vespertina, sole in libra versante. detractisque 6 horis quia ab initio arietis ad initium cancri sunt totidem horæ, habebis taurum initio cancri oriri hora 1. post mediam noctem & initiô Capricorni oriri horâ primâ post meridiem in illa suppositione qua oriretur hora 7. matutina initio arietis.

	Taurus	Gemini H. M.	Cancer H. M.	Leo H. M.	Virgo H. M.	Scorpius H. M.	Arcit. H. M.	Capet. H. M.	Aquar. H. M.	Pisces H. M.
Sole in ariete	H. M. 7. 5 Matu	H 8. 25 Mane	10. 17 Mane	12. 42 postmeri	2. 55 postmeri	8. 38 Sero	11. 16 Sero	1. 43 post med.	3. 34 Mane	4. 55 Mane
Sole in cancro	1. 5 Mane	2. 25 Mane	4. 17 Mane	6. 42 Mane	8. 55 Mane	2. 38 Sero	5. 16 Sero	7. 43 Sero	9. 34 Sero	10. 55 Sero
Sole in cancro	1. 5 Post meridiem	2. 5 Sero	4. 17 Sero	6. 42 Sero	8. 55 Sero	2. 38 Mane	5. 16 Mane	7. 43 Mane	9. 34 Mane	10. 55 Mane

Ostendit autem hæc tabula quâ hora, initia signorum oriantur,tam sole in æquinoctiali,quam in tropicis existente,atque adeò ope illius tantum tabellæ, lineas ascensionum signorum delineabis. sit enim describenda verbi gratia linea ascensionis tauri.quære in æquinoctio 7 matutinam cum m. 5. habes vnum illius punctum, & quia communiter in horologiis, non notamus partes parallelorum quæ infra horizontem latent; inuenire non poterimus punctum horæ primæ post mediam noctem,quod secunda linea exhibet dum sol est in cancro. sed habere possumus punctum horæ primæ post meridiem in tropico Capricorni,quod si coniungas cum alio puncto iam innento in æquinoctiali; habebitur linea ascendentis tauri. & ita de reliquis. recurrendo ad alterutrum ex tropicis.

Desunt duo signa in tabella nempe aries, & libra quorum sectiones traseunt per punctum horizontale 6 horæ in horologiis in quibus linea horizontalis depingi potest & per punctum meridianum tropicorum. nempe linea ascendentis arietis per punctum meridianum tropici capricorni. nam quando aries oritur, capricornus est in puncto horizontali horæ sextæ, nempe in polo circuli meridiani; ergo tunc aries distat à meridiano grad. 90. si vero libra oriatur eius linea transibit per punctum meridianum tropici cancri.

In horologiis horizontalibus horizontalis linea ascendentis arietis ad meridianam perpendicularis est.

Dem. In eo situ cum zodiacus transeat per polos meridiani (*per* 8. 1. *Theodosij*) erit ad meridianum rectus. quare cum tam planum zodiaci, quam planum horologij sint ad meridianum recta, communis eorum sectio,seu sectio zodiaci & plani horologij erit ad meridianum recta,& consequenter ad lineam meridianam, idem ostendam de linea ascendentis libræ.

COROL

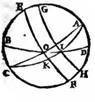
COROLLARIVM.

Sequitur in omni plano ad meridianum recto qualia sunt æquinoctialia, horizontalia; verticalia primaria, omne polare, lineam ascendentis arietis duci perpendiculariter ad meridianam, per punctum Tropici Capricorni, & lineam ascendentis libræ esse pariter perpendicularem, & transire per punctum meridianum Cancri.

Notandum item eandem esse lineam ascendentis arietis & descendentis libræ.nam cum libra opponatur arieti, quando initium arietis attingit horizontem ortiuum, initium libræ attinget occiduum, atque adeò si quis velit descensiones signorum in horologio delineare, eôdem modò operetur.

In iis horologiis quæ lineam habent horizontalem, compendiosior est operatio. nam in linea horizontali habetur punctum in quo singula signa oriuntur. quæ puncta vocantur amplitudines ortivæ, seu distantia puncti in quo oritur aliquod signum, vt autem habeas amplitudines ortivas, vide tractatum de Astrolabiis.

Qui Trigonometriam habet ad manum, multas alias inveniet praxes, neque enim erit difficile scire quorúmque signo oriente, quinam gradus Zodiaci quemcúmque circulum horarium attingat, modò habeatur tabula ascensionum rectarum, &



differentia ascensionum obliquarum à rectis. Sit enim Taurus oriens in puncto I, sciatur autem differentia ascensionalis O K. ex tabula ascensionum rectarum erue gradum æquinoctialis respondens Tauro, hoc est qui simul oritur in Sphæra recta cum Tauro, ille gradus erit K. à quo si auferas differentiam ascensionalem O K, scies gradum æquinoctialis existentem in circulo horæ sextæ,cui si quæras respondentem gradum in Zodiaco: habebis gradum Zodiaci existentem in circulo horæ sextæ. quod si eius declinationem sciąs; assignabis punctum in linea horæ sextæ per quod, linea ascendentis Tauri debet transire. Eôdem modô scięs quis gradu Zodiaci occupet meridianum. si enim à gradu æquinoctialis, iam invento, & existente in circulo horæ sextæ subtrahas gradus 90. seu 6 horas, invenies gradum æquinoctialis existentem in circulo meridiano. cui si quæras correspondentem in Zodiaco ope tabellæ ascensionum rectarum; scies gradum Zodiaci existentem in meridiano, cuius si scias declinationem,determinabis in linea meridiana punctum per quod transit linea ascendentis Tauri.

Sicut determinavimus sectiones Zodiaci & plani horologij quolibet signo culminante, ita ope tabellæ ascensionum rectarum & declinationum, assignabimus lineas signorum culminantium. seu lineam quam cum vmbra attigerit tale signum existet in meridiano. sit enim propositum signum Aries. cuius nulla declinatio, igitur eius linea transit per punctum in quo æquinoctialis linea secat meridianam. quæritur aliud punctum eiusdem lineæ. ascensio recta arietis, est primus gradus æquinoctialis, si operari velis in linea verbi gratiâ horæ nonæ matutinæ. Adde ascensioni rectæ arietis gradus 45. seu tres horas, & habebis gradum æquinoctialis existentem in circulo horæ nonæ, cui si in tabella ascensionum rectarum quæras correspondentem gradum Zodiaci;habebis gradum Zodiaci existentem tunc in circulo horæ nonæ matutinæ, & quæsita eius declinatione, & divisâ lineâ horæ nonæ assignabis locum per quem transire debet hæc sectio culminantis arietis. immo si divideretur hæc sectio in gradus viderentur omnia signa in sua positione.

Ex his principiis multa iucunda excogitari possunt,quæ tamen vix sine tabularum vsu, aut Trigonometria quisquam tutò poteſt perficere.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

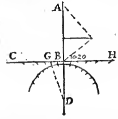
Meridianos seu circulos longitudinum in quocúmque plano delineare.

Circuli meridiani seu circuli longitudinum cum horariis coincidunt, totáque difficultas est in assignando cuique regioni suo circulo horario. vt autem totum negotium intelligatur revocandum est, circulum meridianum in genere illum esse qui per polus mundi, & verticem alicuius regionis transit. vnde cum meridianus noster transeat per verticem omnium regionum quæ directè à meridie ad Septentrionem positæ sunt, omnibus illis simul est meridies. circulus vero qui nobis est vndecimæ horæ, cum transeat per verticem multarum regionum, cum nobis erit hora vndecima omnibus illis erit meridies. vnde quærimus singulis circulis horariis suas regiones assignare, ex quo fiet vt vmbra non tam indicet quænam sit hora hic Camberij, quàm ostendat modò est Romæ meridiès vel Constantinopoli. immò si rectè fiat operatio, tota mappa Geographica sine vllis cyphris plano horologij inscribi poterit, vnóque intuitu licebit intueri, quibus regionibus sol incumbat perpendiculariter, quibusnam sit meridies immo quænam sit hora, in quacúmque orbis parte. etiamsi nulla adhibeatur horarum nota. operatio non est difficilis licet in explicanda mea mente mihi sit difficile prolixitatem devitare.

Id aliqui primò ita exequuntur, vt singulis meridianis cyphras aliquas apponant. easdem nempè quæ in mappis inveniuntur. nempe quia in mappis Geographicis meridianus noster est circiter 27. lineæ meridianæ nostræ osset apponenda cyphra 27. quia autem ista numeratio in mappis fit versus ortum, horæ 11. essent addendi 15 gradus seu numerus 42. decimæ 57.nonæ 72. octavæ 87. septimæ 102. & ita de exteris. horæ primæ 372. horæ secundæ 357.horæ tertiæ 342.& ita de exteris. vnde cum sol ostenderet horam vndecimam sensus esset esse meridiem iis regionibus, quæ subiacent meridiano 42.vnde alij loco cyphrarum lineis horariis subscribunt omnes regiones, quæ talibus meridianis subiacent. Ita vt cum vmbra

tales lineas attigerit signum est esse meridiem in illis regionibus.

Quia tamen existimo fatius esse ipsas regiones describere quod facillimum esset, si lineæ horariæ correspondenter meridianis notatis in mappis Geographicis, neque enim correspondent, nam in Geographicis descriptionibus notantur meridiani non omnes, sed decimi quique facto initio à primo meridiano. in nostris horologiis notantur non decimi, sed decimi quinti, initiò factô à nostro meridiano. vnde puto diuisionem æquinoctialis lineæ paulo aliter instituendam esse. quod in horologio horizontali ostendemus, facileque aliis omnibus adaptabimus.



Sit horologij horizontalis linea meridiana A B æquinoctialis B C, punctum ex quo diuiditur æquinoctialis sit D. facto circulo, quia meridianus noster DA, distat à primo meridiano in mappis notato, gradibus 27. versus occasum, sit arcus BG graduum 27. versus horas vespertinas. incipe diuisionem circuli à puncto G. diuiderurque in denos gradus. si ducantur lineæ occultæ habebuntur diuisiones æquinoctialis lineæ, per quas si ex polo ducantur lineæ; habebuntur meridiani correspondentes meridianis qui sunt in mappis Geographicis. linea horaria per punctum G transiens est primus meridianus, seu meridianus 360. sequens versus H est decimus, deinde vigesimus, & ita consequenter, vnde pars horologij GH est orientalis, & GC occidentalis. non duxi circulos horarios, quia facile intelliguntur esse ducti.

In horologiis æquinoctialibus eadem diuisio circuli facienda est, nempe ad habendum meridianum primarium retrocedendum est à linea meridiana, versus horas vespertinas 27 grad. & ab eo primario meridiano instituenda est diuisio per denos gradus, series cyphrarum procedit versus horas matutinas, quia hæc diuisio in mappis perficitur ab occasu in ortum.

Ad notandos meridianos in plano polari, vteris æquinoctiali hoc modo diuisa. vt verò eos plano verticali inscribas, vel æquinoctiali vteris, vel horizontali hac methodo constructo.

PROPOSITIO LIV.

Problema.

Parallelos horologio inscribere, seu circulos latitudinum.

Parallelos seu circulos latitudinum vocamus, circulos minores æquinoctiali parallelos, quorum quidem aliquos sol percurrit aliquando suo motu diurno, eos nempe qui intra Zonam torridam positi sunt, seu qui ab æquinoctiali hinc inde gradibus tantùm $23\frac{1}{2}$ declinant. modus autem eos describendi iam traditus est, nam singulæ lineæ horariæ, (*per precedentem*) iam inscriptæ, diuidendæ sunt in denos gradus (*per primam aut secundam propositionem*) initiò diuisionis factô ab ipso polo, aut ab æquinoctiali. In æquinoctiali plano res erit facillima; diuidenda enim erit vna linea horaria, seu vnicus meridianus, & per singulas diuisiones, circuli concentrici ex pede styli tanquam centro describendi. notandum seriem cyphrarum procedere versus polum. Secundo partem superiorem horologij repræsentare hæmisphærium boreale, inferiorem meridionale, seu australe.

In horologiis horizontalibus peractâ diuisione singulorum meridianorum, seu linearum horariarum, poncta ad eandem diuisionem pertinentia coniunguntur lineâ curvâ. quod in verticalibus polaribus, & aliis præstandum est. non repeto hic praxes quia iam datæ sunt, cum de parallelis signorum egimus; nihil enim mutandum nisi quod in aliâ lineæ horariæ diuidebantur hinc inde ab æquinoctiali in gradus $11\frac{1}{2}$. 20. 23. $23\frac{1}{2}$; in hac verò diuisio fiat in denos gradus. vnde loco quadrantis signorum, vtendum est semicirculo per denos gradus diuisô.

PROPOSITIO LV.

Problema.

Totum terrarum orbem horologiis inscribere.

Notatis meridianis, & parallelis, facilè totum terrarum orbem in horologiis describemus. notandum tamen quis polus in horologio habeatur. & in æquinoctiali quidem facies superior polum borealem haber, inferior australem, horizontis polus borealis est. verticalis primarij polus est antarcticus. ideoque pars superior australis est inferior borealis, & hoc sient & in polari. ratio clara est, quia nempe vmbræ in contrarias semper partes procedunt.

Habeatur igitur præ oculis mappa Geographica, suis insignita meridianis, & parallelis; qui circuli eam diuidunt in quadrilatera, diuisum est horologij planum in totidem quadrilatera, licèt aliquantisper deformata, transfer regiones iotra singula quadrilatera mappæ inclusas, in sibi correspondentia horologij quadrilatera, & absolutum erit negotium. obserua tamen diligenter eundem ordinem in quo falli non poteris, si numerorum notæ bene fuerint adhibitæ; ita vt procedatur ab horis vespertinis ad matutinas.

Mirabilis erit vsus, istius descriptionis, & iucundus. nam Primò extremitas vmbræ, semper insistet illi regioni, cui sol perpendicularis est, & singulis diebus videbis quos populos sol motu suo percurrat.

Secundò videbis quibus regionibus sit meridies, nam totus tractus terræ meridiano quem vmbra attingit suppositus, meridiem haber.

Tertiò poteris facile scire quænam sit hora in quacúmque volueris regione. vide enim quantum vmbra distet à meridiano propositæ regionis. attribuendo vnum interuallum meridianorum

cum

cum dimidio singulis horis, quia singula intervalla 10 gradus continent, & quælibet hora quindecim sibi vendicat. sciésque quænam sit hora post meridiem, si vmbra iam pertransijt meridianum propositæ regionis, vel quænam sit hora ante meridiem si nondum attigit.

Quartò poteris scire quantum sol in meridie distet à vertice cuiuscúmque regionis, numerando gradus interceptos inter parallelum tuæ regionis, & eum quem sol percurrit eo die. atque hoc in horizontali bene succedet, eò quòd in eo polus arcticus inveniatur, regionésque quæ desunt versus Tropicum Capricorni non sint maximi momenti. inscribetur enim facile tota Europa, Asia fere tota, Africa magna ex parte, & America. in horologiis vero verticalibus in quibus polus antarcticus habetur, vix fieri potest, vt regiones nostræ inveniantur, immo absolute, si rationem communem Gnomonices sequamur, id accidere non potest. nam si sol nostrum attingeret verticem, vmbra styli in nullum planum verticale incideret. quare in iis negligatur Gnomonica parallelorum descriptio; & ad libitum per circulos concentricos exhibeantur. neque illæ regiones quæ circa polos sunt notentur. Sed assumpta ad libitum portione meridianæ lineæ, aut cuiuscúmque horariæ, dividatur in partes æquales duodecim, ductísque circulis ex polo concentricis; erit æquator, hinc inde erunt paralleli, seu circuli latitudinum. posui autem vsque ad sexagesimum quia regiones circa vtrúmque polum sitæ; sunt fere nobis incognitæ. cognitâ autem longitudine, & latitudine cuiuscúmque regionis, eam in tuo horologio facile collocabis, modò præ oculis habeas mappam vniversalem.

Neque verò necessarium omnino erit, parallelos circulis exhibere, sufficeret enim ducere rectas lineas horizonti parallelas. vt autem scias vsum huius horologij sit aliqua regio sita sub meridiano 50. & vmbra cadat in meridianum 20. sunt tria intervalla id est duæ horæ, ex quo fuit meridies in illa regione, & ita de reliquis. si tamen hôc modô peragatur descriptio; vmbra non indicabit quibus regionibus sol sit perpendicularis.

PROPOSITIO LVI.

Horologium Lunare.

Horologium Lunare vocamus illud, in quo vmbra Lunæ solarem horam indicat, id est ostendit quem horarium circulum sol obtineat. nam vmbra Lunæ in horologio communi, ostendit circulum horarium in quo ipsa invenitur. Sed nesciunt propterea quænam hora sit; eò quòd homines in eo convenerint, vt horas ex solari motu numerarent.

Poteris tamen ex loco Lunæ venire in cognitionem solaris horæ. si horæ Lunari inventæ toties tres quadrantes addideris quot fluxerunt dies à novilunio, seu pro quinque diebus quatuor horas. vt si die decima Lunæ, Luna inventa sit in circulo horæ vndecimæ matutinæ, adde vndecim horis, octo horas; fiétque septima vespertina.

Demonstr. Cum enim Luna retrocedat à sole singulis diebus gradibus 12, minutis 11. tres autem quadrantes contineant gradus 11. min. 15. est quidem defectus pro singulis diebus gradus fere vnius. hoc est 4. minutorum temporis, qui defectus excresceret nisi corrigeretur. si autem velis exactam tabellam hic adscriptam habes.

Dies Lunæ ineuntes.		Adde H.	Mi.
	1.	0.	0.
16.	2.	0.	49.
17.	3.	1.	37.
18.	4.	2.	25.
19.	5.	3.	13.
20.	6.	4.	2.
21.	7.	4.	52.
22.	8.	5.	37.
23.	9.	6.	29.
24.	10.	7.	13.
25.	11.	8.	5.
26.	12.	8.	56.
27.	13.	9.	45.
28.	14.	10.	33.
	15.	11.	20.

Si vero tabella hac vti nolueris, velísque horologium in quo Lunæ vmbra veram horam indicet. superiori praxi describe circulos meridianos, non distantes ab invicem 10 gradibus, sed distantes 11 gradibus initió facto à linea meridiana, seu quod idem est intervallum 4 horarum, contineat quinque intervalla. hæc autem divisio primo fiat in linea æquinoctiali horizontalis horologij. singulis meridianis vnum diem Lunæ adscribes, factô initiô à linea meridiana, cui dabis cyphram primæ diei, & ita deinceps, & confectum erit horologium.

V[illegible] autem est facilis inspice horologium quocúmque tempore lucebit Luna, & numera quantum distet à die Lunæ currente, & in horologio nota [illegible]. hæc enim distantia horas à meridie indicabit, si cuique intervallo tres quadrantes tribueris. sit verbi gratia meridianus 70. assignatus septimo diei Lunæ, sitque de facto Lunæ septima dies, & vmbra Lunæ cadat in meridianum 310. sunt decem intervalla, seu octo horæ, igitur erit hora octava post meridiem.

Demonstratio. Cum isti meridiani retrocedant à linea meridiana singuli, secundum distantiam, qua Luna retrocedit à sole singulis diebus, quando vmbra Lunæ caderet septimo die, in meridianum 70. esset meridies, ergo toties addendi sunt tres quadrantes, quot inveniuntur intervalla inter meridianum in quo inveniebatur in meridie, & meridianum in quo tunc versatur Luna.

PROPOSITIO LVII.

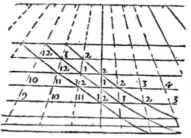
Horologium describere, in quo videatur quanam sit hora in qualibet orbis parte.

Primò describatur horologium commune quodcúmque; horariæ autem lineæ, ita notentur vt facile deleri possint.

Secundò stylus sit axis longissimus, vt vmbra illius tota, horariis lineis incumbat, ex quo fit, vt si singularum horarum vnicum punctum notatum relinquas, sufficiat ad indicandas horas. quoties enim axis vmbra, illud attinget, indicabit

sufficientes

ſufficienter horam. quare ſi vnicam lineam ducas quæ lineas omnes horarias ſecet, & in ea cy-



phras horarum annotes, deletis omnibus aliis ſufficiet, vt horas videas in tua regione. Sit enim talis linea 93, in qua notes puncta horarum, non requiretur aliquid aliud. neque opus eſt vt ſit linea recta; poſſet enim eſſe circulus.

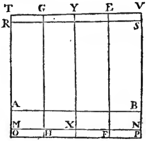
Supponamus me velle in eodem horologio videre quænam ſit hora Romæ, & in omnibus regionibus Romano meridiano ſubiectis, ſupponatúrq; meridianus Romanus diſtare à noſtro grad. 15. ſeu vnâ horâ, & quia Roma eſt orientalior, ſol prius, illius attinget meridianum quam noſtrum, prius ergo erit meridies Romæ, quam Camberij, quare dum vmbra axis cadet in lineam vndecimæ horæ Camberienſis, erit duodecima Romæ, & conſequenter horæ Romanæ, Camberienſes antecedent vna hora. Linea 104, attribuatur regionibus Romano meridiano ſubiectis, & in ea ponatur cyphra meridiei in linea horæ vndecimæ, & reliquæ horæ eodem tenore procedant. aſſero vmbram axis indicaturam quænam ſit hora Romæ. nam dum vmbra indicabit verbi gratia vndecimam in linea 93, quæ Camberio tribuitur indicabit duodecimam in linea 104 aſſignata Romæ.

Pariter oſtendam in linea 122, vmbram axis horas indicare pro regionibus ſubiectis meridiano, diſtante à noſtro verſus ortum gradibus 30. ſeu duabus horis, & lineam aliam, horas congruentes meridiano diſtante à noſtro gradibus 45.

Quia tamen cyphræ eædem toties repetitæ, in ſingulis nempe lineis confuſionem aliquam parerent. coniunge omnia puncta ad eandem horam pertinentia, lineâ curuâ, vt vides in horis, meridianis, & tunc poteris delere cyphras ferè omnes relictâ vnicâ tantùm in ſingulis lineis curuis. a. poteris ſcire quænam ſit hora, non tantum in locis præciſe meridiano alicui ſubiectis, ſed etiam in intermediis, cùm enim lineæ horariæ huius horologij, quæ non ſunt communes ſectiones planorum; Sed lineæ curuæ coniungentes puncta horaria eiuſdem horæ in diuerſis meridianis ſenſim reperit, ſi cuilibet lineæ parallelæ, omnes regiones inſcriberentur, quæ meridiano per ipſam repræſentato ſubiectæ ſunt, & in ſpatiis intermediis regiones inter tales meridianos poſitas: haberetur tota mappa deſcripta in horologio, & poſſet videri hora pro quacúmque regione totius orbis. quod erat demonſtrandum.

Vt autem hoc ad praxin revocetur quia meridianus Camberienſis non eſt primarius in mappis, deſcriptus; ſed diſtat ab eo gradibus 27, infra lineâ 93, ponantur adhuc duæ lineæ ipſi parallelæ, in cuius prima notentur horæ meridiani diſtantis verſus occaſum, gradibus 15. in ſecunda horæ meridiani diſtantis gradibus 30. item verſus occaſum, quod facillimum erit, nam hæ lineæ horariæ quæ ſunt quaſi diagonales continuari debent, hæ autem lineæ parallelæ meridianos mappæ repræſentabunt, hoc eſt ſi illis inſcribamus regiones ſubiectas meridianis chartæ. in ſingulis videbimus quænam hora ſit in iiſdem regionibus.

Quia tamen meridiani in mappis notati non incipiunt à Camberienſi, qui eſt 27. immò meridianus 27. in mappis ſubintelligitur. Et in horologio noſtro ducti ſunt meridiani decimi quinti, in mappis ducuntur decimi quique, vt poſſit facilior eſſe deſcriptio terræ in horologio, dele omnes lineas parallelas quæ deberent eſſe numero tredecim, vt fierent intervalla duodecim. vt igitur habeas primum meridianum ſpatium infimum divide in partes 15. & accipe tres partes, & ducatur



parallela, hæc erit primus meridianus diſtans à linea 93, ſeu meridiano Camberienſi gradibus 23. erit igitur MN primus meridianus, & quia aliquid relinquitur infra primum meridianum nempe ſpatium MO, tantumdem aſſumendum eſt ſpatij ſupra lineam decimam tertiam, quod vt concipiatur non repetitis lineis curuis horariis, quæ jam deſcriptæ ſupponuntur, & perſeverare debent. reperatur linea A B, ſeu meridianus Camberienſis, hoc eſt linea continens horas pro meridiano Camberienſi. ſit OP, vltima diſtans ab AB duobus intervallis. ſitque MN primus meridianus. ſit RS decima tertia linea ab OP, ita vt inter OP, & RS fuerint 12 intervalla. TV, tantum diſtet à linea RS quantum MN ab OP deleantúrq; OP, AB, R S. intervallum X Y, dividatur in partes octodecim ducantúrque lineæ parallelæ per ſingulas diviſiones, & habebis meridianos in mappa deſcriptos, per ſingulos decimos gradus initio facto à primo meridiano.

Vnum tamen moneo me hic poſuiſſe meridianos tantum 18 ſeu 180. Initio facto à primo meridiano, & procedendo verſus ortum. quare propriè loquendo iſtud horologium eſſet confectum tantum pro Europa, Aſia & Africa. quia tamen in America ſunt regiones, quæ reſpondent iiſdem meridianis, ita vt dum eſt media nox in aliqua parte Europæ, inveniatur aliqua regio in America in qua eſt meridies, & viciſſim; ideo iſtud horologium poterit etiam Americæ accommodari,

ſi

si dom quæres borsm pro regionibus Americanis, inueniasque primam horam verbi gratia post meridiem, dicas primam boram post mediam noctem.

2. Vt fiat discretio borarum, quando lineas horarias transuersales duximos optimum erat horas à media nocte ad meridiem vno colore notare, & horas à meridie ad mediam noctem aliô colore.

Quare partem dextram horologij Europæ, Asiæ, Africæ attribuimus. partem sinistram Americæ. & quia habemus hic lineas pro meridianis substitutas, parallelas horizonti; circuli paralleli debebunt exhiberi per lineas verticales.

In medio igitur interualli destinati Europæ, Asiæ, & Africæ ducatur linea E F quæ æquinoctialem repræsentet diuisisque interuallis inter E F & X Y, item inter EF & VP in septem partes æquales, ducantur totidem lineæ verticales quæ singulos parallelos repræsentabunt, ita vt XY intelligatur esse septuagesimus parallelus versus septentrionem, & VP septuagesimus versus austrum. In America H G sit æquator, TO sit septuagesimus versus septentrionem, & GH septuagesimus versus Austrum, sint & alij intermedij paralleli, quos non notaui, eritque XN primus meridianus per Canarias transiens. M X eiusdem meridiani medietas transiens per Philippinas.

Habebis igitur in tuo horologio omnes meridianos descriptos. & parallelos plerosque & facile erit si præ oculis habeas mappam, totum terrarum orbem describere in tuo horologio, transferendo singulas regiones in mappa vniuersali descriptas, in singula quadrilatera sibi in horologio correspondentia.

Vsus autem facilis est nam si videas in quonam puncto cuiuscumque regionis propositæ, vmbra secet meridianum; linea horaria per illud punctum transiens dabit horam quæsitam.

PROPOSITIO LVIII.

Problema.

Horologium Lunare describere.

Non dissimili ratione horologium Lunare describes. immò duplex horologium, ex eodem principio deduci posset, vnum in quo vmbra Lunæ, indicaret circulum horarium in quo sol versatur: aliud in quô solis vmbra indicaret circulum horarium Lunæ, modò tamen in vtroque sciatur Lunæ dies.

Prius horologium ita describes, incipe à linea A B, quam suppones attribui Lunæ nouæ; quô tempore cum sit cum sole coniuncta; si horas indicaret, easdem ostenderet quas solis vmbra. illi tempori quo Luna digressa est à sole gradibus 15 versus ortum, quod tempus est inter primam diem absolutam & secundam item absolutam. Luna in circulo horæ vndecimæ existente, sol erit in meridie. & ita de cæteris. igitur horæ vndecimæ, cyphra 12 addi debet. linea E F tribuatur illi tempori quo Luna duabus horis digressa est à sole; & pariter omnes cyphræ promouebuntur versus ortum vnô gradu & ita consequenter; donec fuerint duodecim interualli. transuersalibus vt prius lineis omnia puncta ad eandem horam pertinentia coniunges. quia tamen Luna singulis diebus non recedit à sole vna hora integrâ sed tantum tribus quadrantibus, hoc est quatuor horis intra quinque dies. spatium quatuor interuallorum diuide in quinque fientque 15 interualla. quare deleris prioribus lineis parallelis lineæ A B per singulas diuisiones alias repones, quarum prima A B primæ diei Lunæ ineunti tribuetur. secunda secundæ, & ita deinceps vsque ad decimam quintam.

Quia autem in plenilunio Luna opposita est soli, oppositasque ostendit horas & pariter progreditur tribus quadrantibus in singulos dies. Idem horologium poterit esse vsui, etiam pro Luna decrescente, si tamen dum horas inuenies; intelligas horas oppositas, nempe si inuenias octauam matutinam intelligas vespertinam. ideoque primæ lineæ nempe AB diem 16 ineuntem adscribes, sequenti 17, & ita de cæteris.

Vsus ex supradictis per se patet. vmbra enim, in linea deputata, diei lunæ currenti, horas indicabit. Lineæ autem horariæ sunt curuæ, & diagonales vt in antepenultima figura videre potes. vt verum tamen fatear quæcumque horologia ad Lunam fiunt, exacta non sunt. primo quia communis calculus epactarum deficit aliquando à vera ætate Lunæ vno die, qui defectus est trium quadrantum. secundò declinatio Lunæ ab æquatore irregularitatem inducit in eius ascensionem rectam, atque adeo licet eius motus omnino vniformis esset, non propterea sequeretur eam à sole singulis diebus æqualiter digredi.

Secundum horologium quod proposui illud est in quo solis vmbra, locum Lunæ indicaret. quod contrariô modò fieri debet. nempe sicut in priori, lineæ horariæ transuersales ascendunt à dextera ad sinistram, in hoc ascendant à sinistra ad dexteram. nam cum Luna à sole digressa fuerit vnâ horâ, dum sol ostendet meridiem, Luna erit in circulo horæ vndecimæ; igitur si linea C D tribuatur illi tempori quô Luna digressa est à sole per vnam horam; lineæ meridianæ tribuenda est cyphra 11. & ita consequenter. cætera fiant vt in superiori.

PROPOSITIO LIX.

Problema.

Horologium in quo vmbra solis diem Lunæ indicat.

Duo superius descripsimus horologia; vnum in quo Lunæ vmbra locum solis indicaret, alterum in quo solis vmbra Lunæ locum ostenderet. Restat & istud in quo solis vmbra ætatem Lunæ patefaciat. Et primò quidem si quis lucente sole locum Lunæ cognosceret, facile in secondo horologio inueniret ætatem Lunæ. vel lucente Luna, si quis aut à syderibus aliis, aut ab horologiis automatis, horam solis deprehendat; in primo horologio ætatem Lunæ hôc modo inueniet. videat in quonam puncto, vmbra Lunæ horam inuentam secet; linea parallela per hoc punctum transiens dabit ætatem Lunæ sed fieri potest horologium in quo absolute solis vmbra Lunæ ætatem indicabit. hoc horologium primò quod sciam à R. P. De sainct Rigaud inuentum fuit.

Fiat horologium commune valde magnum in quo sint nouemdecim lineæ horariæ, si communes

lineæ non sufficiant ponantur semihoræ. hæ lineæ ita distribuentur vt prima tribuatur illi anno quo cyclus aureus est 1, secunda, secundo, & ita deinceps. describantur in eo horologio æquinoctialis item omnes paralleli per singulos gradus, vsque ad declinationem graduum 23 $\frac{1}{2}$. hinc inde ab æquinoctiali. Quære in tabulis astronomicis aut Ephemeridibus pro eo anno in quo numerus aureus est 1 primum diem, vndecimum ineuntem. & vigesimum primum Lunæ pro toto anno. neque enim possunt omnes dies notari, sed sufficiet si per denos procedamus. inuentis illis diebus pro eo anno in quo numerus aureus habet 1 quæratur pro diebus inuentis solis declinatio ab æquinoctiali, inuenienturque puncta in linea illius anni quæ notabuntur & quidem puncta dierum inter tropicum capricorni & cancri, notabis in linea illa punctis nigris. puncta autem quæ diebus inter tropicum cancri, & tropicum capricorni contentis conueniunt, notabis alio colore in eadem linea vt rubeo.

Idem præstabis pro anno in quo numerus aureus est 2 & ita de reliquis nouemdecim lineis. notatis punctis in singulis lineis, primum diem Lunæ notatum in vna linea cum primo itidem puncto notato in linea 2, & cum primo notato in linea 3. 4. 5 coniunges linea curua. nam totia mensium lunarium in singulis annis retrocedunt diebus 11. versus annorum principia. eò quòd duodecim lunationes dies tantum 354 continent. caue tamen ne coniungas puncta nigra cum rubeis. neque puncta respondentia in vno anno diebus aliquibus, cum consequentibus in alio anno. hoc est si habeas 20 diem Ianuarij in anno numeri aurei 1 illius punctum in linea notatum non coniungas cum die anni sequentis, qui sequatur diem 20, sed cum anteriori nempe cum 9. ex quo fiet vt in tali dispositione lineæ nigræ ascendant a sinistra ad dexteram, lineæ rubeæ è contra ascendant à dextera ad sinistram, qualis est linea quam in figura notaui.

Hôc modò notatis omnibus lineis quas in figura non duxi vitandæ confusionis gratiâ; ita ex solis vmbrâ diem Lunæ inuenies. vmbra extremitatis styli cadet in aliquem parallelum, hunc sequere parallelum vsque ad lineam, quæ numerum aureum currentem præfert. communia intersectio dabit Lunæ ætatem. verbi gratia extremitas styli cadat in aliquod punctum paralleli EF. sitque numerus aureus 2. sequere parallelum EF. videbisque intersecari à linea cui numerus 2 adscriptus est in medio duarum linearum hoc est esse diem Lunæ circiter 15.

Vitandæ confusionis gratiâ, deberent initia Lunationum lineis integris & non interruptis notari & lineæ dierum 11. & 21. punctuatim designari. pariter paralleli quinti quilibet, curuis lineis rubeis, alij nigris determinari.

Hoc autem horologium difficillimum est indigetque accuratiori diligentia, alioquin vel minimus error in maximum excrescet. debet item horologium esse satis magnum, vt possint omnes paralleli distingui ab inuicem.

COROLLARIVM.

Ex hoc principio parallelorum per singulos gradus descriptorum, facilis erit eorum horologiorum constructio, in quibus certi dies notantur. nempe vita alicuius principis. notatis enim quam pluribus diebus quibus aliquid insigne accidit, circa talem principem, quæsita eorum dierum declinatione, facile habebis parallelos illis respondentes. quos parallelos si dies intercipiantur inter capricornum & cancerum vno colore notabis, si verò intercipiantur inter cancrum & capricornum designabis aliô colore. ita vidi Lugduni vitam Ludouici 13. descriptam ita vt in quo die natus est, solis vmbra non aberret toto die à parallelo eius natali affixo.

Ita alibi Marianum construxi horologium in quo vmbra certis parallelis, in singulis festis Beatæ Mariæ insisteret.

Vidi Auenione horologium in quo vmbra Eclypses solis & Lunæ notaret; sed hoc horologium nullius est momenti apud me. licet enim assignari possit parallelus quem sol percurret datô die in quo erit Eclypsis tali anno. nihilominus & eodem anno sol eidem parallelo bis insistet, immo & singulis annis bis eundem parallelum percurret, licet non sit Eclypsis.

GNOMONICÆ
LIBER SCVNDVS.
De variis Horologiorum speciebus.

IN hoc libro demonstrabimus eas horologiorum species, quæ non ex communi planorum cum planis sectione oriuntur; sed aliis innituntur principiis: sint immobiles sint siue mobiles, & portatiles. Siue in planis, siue in superficiebus concauis, aut conuexis describantur. neque omnia hic explicanda suscipio, est enim seges vberrima, puto tamen, si hæc bene percipiantur, fore vt quæcumque noua proponuntur facili negotio explicentur.

PROP.

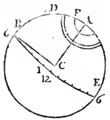
PROPOSITIO I.

Problema.

Globum solidum, ita aptare vt horas sine stylo indicet.

Supponenda sunt aliqua facilia ex tractatu de illuminatione terræ. nempe globum soli expositum, illuminatione centrali & perfecta media sui parte illuminari. nam si fingantur ex centro solis duæ tangentes duci ad aliquem globum verbi gratia terram, cum diameter terræ ad solis distantiam sensibilem non habeat rationem, illæ sensibiliter & physice erunt parallelæ, atque adeo mediam sphæram intercipient si vero habeatur ratio illuminationis imperfectæ, paulo plus quam media pars illuminabitur, nempe fere quarta pars gradus. quæ omnia in hac materia negligi possunt, nam quarta pars gradus vnum temporis minutum conficit. ex quo fit vt sole existente in aliquo plano circuli maximi, globi illuminati ; illuminationis limbus semper transeat per polum illius circuli. quia nempe talis polus distat gradibus 90 a tali circulo.

Quo supposito in globo quocumque solido sumpta diametro, circinò aduncò, vel duabus, quadris eidem plano insistentibus. ex puncto quôcumque interuallo diametri quadrati, cuius latus sit semidiameter globi verbi gratia ex puncto A vt polo, interuallo AB quæ sit diagonalis quadrati cuius latus est AC, aut CB semidiameter globi, describatur circulus 6 12.6. diuidendus in 24 partes æquales. dico si ita statuatur vt circulus, ADE per vnam ex diuisionibus transiens subiaceat meridiano. & punctum D distans à polo A; complemento eleuationis poli supremum locum obtineat; & diuisioni quæ respondet meridiano ADB adhibeas cyphram 6. sequenti versus occasum 7 & ita consequenter, dico absolutum esse horologium, & illuminationis limbum indicaturum horas in æquinoctiali circulo.



Demonstratio omnes circuli horarij per polum A transeunt qui est polus æquinoctialis; ergo (*per 8. Theod* vicissim æquinoctialis per illorum polos transit hoc est poli singulorum circulorum horariorum in æquinoctiali existunt; distantque à suis circulis 90 gradibus seu horis 6. quare polus circuli horæ sextæ est in puncto meridiano æquinoctialis sed dum sol est in circulo aliquo (*per suppositionem factam*) illuminatio transit per eius polum : igitur quando erit hora sexta, illuminatio transibit per punctum cui cyphram 6 addidimus & ita probabo de reliquis circulis horariis quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Quia in hac horologij specie illuminatio notat horas in solo circulo æquinoctiali, cæteræque globi partes inutiles sunt, ideo si tollantur reliquæ partes solusque maneat æquinoctialis, in cuius superficie conuexa, horæ sint notatæ, & horæ sextæ character, sit in sectione meridiana; tam bene limbus illuminationis, horas in conuexa illius superficie indicabit; ac in globo.

PROPOSITIO II.

Problema.

Globum in suo situ naturali sine acu magnetica statuere.

Circa alterutrum polum A describantur tres circuli; primus sit ad interuallum 11 graduum cum dimidio. secundus ad interuallum grad. 20. 13. tertius ad interuallum $23\frac{1}{2}$. polo A adhibeatur nota arietis & libræ, primo circulo tauri, virginis, scorpij & piscium secundo notam geminorum, leonis, arcitenentis, & amphoræ. tertio capricorni & cancri

Globum ita notis instructum & dispositum ad eleuationem poli tuæ regionis, ita ad solem obuerte, vt limbus illuminationis circulum attingat, cui addita est est nota signi in quo sol versatur, & tunc benè dispositus erit globus. hæc tamen cautio adhibenda est, quod si polus A sit polus arcticus ab ariete ad libram debeat esse illuminatus, atque adeo limes illuminationis debeat vltra polum progredi vt attingat circulum proprium. à libra ad arietem debeat illuminatio non attingere polum arcticum.

Demonstr. quando sol in ariete versatur, aut in libra; existit in plano æquinoctialis circuli : ergo per suppositionem transit per polos eius seu polos globi. ponamus autem solem declinare 10 gradibus à circulo æquinoctiali. debebit & illuminationis limbus totidem gradibus à polo declinare. respondeat enim sol puncto E. hoc est linea ducta à sole, ad centrum globi attingat superficiem globi in puncto E, ab eo puncto in orbem illuminatio procedit ad gradus nonaginta, sit arcus EF nonaginta graduum, quia arcus 6A, erat etiam graduum nonaginta, ablatò communi arcu EA, restabunt arcus 6E, EA æquales. ergo si arcus 6E fuerit graduum decem; hoc est sol declinet decem gradibus ab æquinoctiali; arcus AF totidem graduum erit. qui tamen declinatio ab æquinoctiali alia est borealis alia australis, ideo aliquando illuminatio vltra polum protenditur; aliquando citra.

Vnde si globus suspensus esset per punctum D cuius distantia ab æquinoctiali seu latitudo æqualis esset eleuationi poli tuæ regionis, hôc modô bene disponi posset secundum lineam meridianam sine acu magnetica.

PROPOSITIO III.

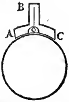
Problema.

Totam terram in globo soli exposito describere.

Horologium simplex & vt ita dicam naturale

propono, vtilissimum tamen, vt tota geographia menti infigatur. compositionem primo propo-nam, sequentibus propositionibus, vsus illius iucundissimos aperiam.

Primò præparetur globus lapideus perfectè sphæricus quantum fieri potest, & politus. fit autem lapideus quia cum soli & pluuiæ exponi debeat, periculum esset ne rimas ageret si esset ligneus, aut rubiginem contraheret si metallicus. imponatur basi cui firmiter adhæreat, ne vnquam à situ suo naturali deflectat, inueniatur primo zenith illius globi, quod quidem aliquam difficultatem continet. Fiat ergo libella A B C concaua, sed concauitatis quæ possit globo quadrare, in qua sit perpendiculum, ea facile punctum supremum globi inuenies.



Inuento zenith expectetur donec sit meridies, sume præ manibus filum instructum pondere quocumque, illudque ita soli expone vt vmbra illius transeat per zenith; notabisque in globo alia duo, aut tria puncta vmbræ, quæ ad meridianum circulum pertinebunt. si vt prius circinum aduncum & valgum extendas, ad diagonalem quadrati cuius semidiameter globi sit latus, & ex duobus aut tribus punctis meridiani arcus describas, intersectionis punctum erit polus meridiani; seu punctum veri ortûs, aut occasûs. ex quo describes meridianum. hunc diuides in gradus incipiendo à zenith, & in eo versus septentrionem numerabis complementum altitudinis poli, & polum habebis. ex quo describes æquinoctialem, & omnes parallelos tam signorum quam alios, per diuisiones scilicet meridiani, inter quos qui per zenith transit diligenter notandus est.

Restarent soli circuli horarij ducendi, qui diuiso æquinoctiali in partes 24, si ex singulis diuisionis punctis tanquam polis describantur, absoluta videretur omnium circulorum descriptio. hi tamen circuli horarij, vltimo loco describantur, quia terræ descriptionem transferendam suscipimus ex mappis geographicis; quæ meridianos non habent quindenis à se inuicem gradibus distantes; sed tantum denis: adde quod meridiani mapparum non incipiunt à nostro; sed à meridiano insularum fortunatarum.

Quare in æquinoctiali numera versus occidentem incipiendo à meridiano iam notato, qui est meridianus regionis in qua versamur gradus 27. per illud punctum transire debet primus meridianus. iam diuide æquinoctialem, incipiendo à primo meridiano in partes 36 vt describas tot meridianos, quot habes in charta geographica, quibus parat is facile totam terram describes, nam globum habes diuisum eò prorsus modò, quò mappæ vniuersales. si ergo singulas regiones in mappa geographica notatas, transferas in globum sub suis meridianis, & parallelis, habebis totum terrarum orbem in tuo globo adumbratum.

Tunc delendi sunt meridiani isti vltimi, tanquam suô iam officio functi, quippe qui ad solam terræ descriptionem adhibiti fuerant, ideoque substituendi priores circuli horarij per quindenos gradus ducti, & à meridiano tuæ regionis initium ducentes; cyphræ autem variæ adhibendæ sunt. primo circa æquinoctialem in singulis horariis circulis hoc est in communi eorum sectione cum æquinoctiali, numeri horarum Astronomicarum adhibendi sunt. circulo meridiano adhibeatur numerus 6. circulo horæ primæ pomeridianæ adhibe numerum 7 & ita consequenter.

Circa parallelum per zenith globi transeuntem in circulo meridiano adhibeatur cyphra 24. circulo horæ primæ numerum 1, & ita deinceps donec peruenias ad 24.

Circa vtrumque polum sunt tres circuli descripti quorum primo distante à polo gradibus $11\frac{1}{2}$. apponentur notæ tauri, virginis, scorpij, piscium. secundo gradibus 20. 13 distante notas geminorum leonis, arcitenentis, & aquarij. tertio distante gradibus $23\frac{1}{2}$. capricorni & cancri. polo ipsi characteres arietis & libræ.

Sunt & alij paralleli æquinoctiali, nempe primus qui ab eo declinat versus septentrionem gradibus $11\frac{1}{2}$. pertinet ad taurum & virginem, habetque eorum notas, secundus declinans ab æquinoctiali versus septentrionem gradibus 20. 13. notas habet geminorum & leonis, tertius declinans ad septentr. gr. $23\frac{1}{2}$. cancri ex alia parte nempe versus polum antarcticum qui declinat gr $11\frac{1}{2}$. habeat istas notas scorpij & piscium, qui gr. 20. 13 sagittarij & aquarij; tropicus deinde capricorni declinans gradibus $23\frac{1}{2}$. immo non inutile erit ipsum zodiacum depingere intersecantem æquinoctialem in puncto meridiano Eum autem describes ex puncto in quo verus circulus 6. horæ intersecat circulum polarem, tanquam ex suo polo, atque hoc modo absoluta erit globi descriptio, quæ vsus habet mirabiles, ita vt tota luminis distributio quæ in terra accidit, in hoc globo perfectissime adumbrata videatur vt ex sequentibus patebit.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Quibus regionibus sol oriatur, & occidat in globo illuminato determinare.

Globus supra descriptus soli expositus media sui parte illuminatur, media vero radiis solaribus non perfunditur. regiones quæ in parte illuminata inueniuntur diem habent, quæ verò in vmbra positæ sunt, noctem: quare duplex limbus illuminationis distinguendus est, ortiuus & occiduus. ortiuum vocabo cui finitima vmbra est occidentalior, occiduum vero, qui vmbram sibi contiguam orientaliorem habet. ortiuus ergo regiones eas attingit quibus sol oritur; occiduus eas perstringit quibus occidit. quod si per intellectum concipias in vmbra circulum parallelum illuminationis limbo, & ab eo gradibus octodecim

decim diſtantem;eas etiam regiones babebis quibus incipit autora, item eas in quibus deſinit crepuſculum veſpertinum.

Eôdem intuttu eirca polos ſpectabis eas regiones quæ ſolem totô eô die vident;& circa polum oppoſitum eas quæ noctem babent. nam quæ inter polum Illumioatum, & parallelum pes limbum illuminationis tranſeuntem continentur, noctem eo die non experiuntur, quæ vero inter polum nun illuminatum, & patallelum per limbum illuminationis tranſeuntem poſitæ ſuot,ſolem eo die non vident.

PROPOSITIO V.

Problema.

Horas in globo vidre pro toto orbe.

Primo de Hòris Aſtronomicis dicendum eſt. videbis autem boram Aſtronomicam pro tua regione in æquinoctiali eirculo. quam enim cyphram in eo attinget limbus illuminationis, ſive occiduus, ſive ortiuus, ea horam dablt. in quo illud notandum eſt proprie loquendo limbum ortiuum boram veram indicare. occiduum verò boram totâ diametro iili oppoſitam.

Horam Aſtronomicam pro quacúmque regione volueris ita invenies. vide punctum in quo meridianus propoſitæ regiunis æquinoctialem interſecat, & oumeta vſque ad limbum illuminationis ortiuum, proeedendo in eodem æquinoctiali,occidentem verſus; quot boræ intercipiantur; tot erunt horæ poſt ſextam.

Horam Italieam in parallelo per regionem tuam tranſeunte indicabit limbus illuminationis occiduus. Babylonicam vero limes ortiuus. Ratio clara eſt, in parallelo anim illo, puncto proprio illius regionis cyphram 24. appoſuimus;certum eſt autem quod ſi limes ortiuus attiugat illud punctum, hoc eſt ſol oriatur io ea regione,erit hora Babylonica 24. quod ſi limes illuminationis vna hora verſus oceaſum procedat, erit hora prima, boc eſt ab vnâ horâ ſol ortus fuerit. Idem dico de limbu oeciduo reſpectu boræ Italieæ.

Non diſſimili modo invenies horam Italieam, & Babylonicam pro quacúmque segiune volueris, ſi enim à propoſita segione ad limitem vſque illuminationis ortiuum,numeres horas procedendo occidentem verſus, & ſemper ſiſtendo in parallelo illius segionis; babebis huram Babylonicam. ſi vero iiſdem obſervatis, numeres vſque ad limitem occiduum, habebis horam Italicam. Ratio autem eſt eadem, nempe quod vbi limes ortiuus attingit aliquam regionem,ſol in ea oriatur, ſi vero limes illuminationis provectus fuerit vnâ horâ, poſtquam aliquam attigit regionem, erit vna bosa ex quo ſol ortus fuerit; & ita de cæteris.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Quantitatem diei, aut noctis determinare, in qu alibet orbis parte.

Numera in parallelô propoſitæ regionis horas interceptas inter limitem illuminationis ortiuum & occiduum, & habebis quantitatem diei.Si verò in eôdem parallelô, & in parte eius vmbroſa numeres horas interceptas inter limitem occiduum, & ortiuum, habebis quantitatem noctis Item quantitatem erepuſculi, & auroræ poteris intueri, ductô per intellectum circulô parallelô limiti illuminationis, & gradibus octodecim diſtante.

Aliô item modô eandem diei quantitatem habebis, ſi ootes eirculum horarium, in quo illuminationis limbus ſecat æquinoctialem, & eum in quo ſecat parallelum regionis propoſitæ, hæc enim differentia addita, vel ſubtracta ab hora ſexta matutina, dabir horam ortûs ſolis, cum hac cautione, ſi bora paralleli ſit minor quam bora æquinoctialis, ſol in ea regione oritur poſt ſextam matutinam. vt ſi in æquinoctiali ootetur nona; in parallelo octava, ſol oritur hora ſeptima.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Cui regioni ſol immineat inuenire.

Vt ſciatur locus ſolis in globo, boc eſt cui regioni perpendicularites immineat; inveniendus eſſet polus eirculi illuminationis. quia tamen eſt ſatis difficile, talem polum reperire, quærendus eſt iu parallelo quem ſol eo die percurrir, ſecundo in eirculo horario vero in quo ſol invenitur; eirculum autem horarium verum facile reperies, ſi à limite illumioationis ortivo in æquinoctiali progrediatis verſus ortum, per ſex boras. circuli autem borarij, & paralleli communis ioterſectio, eſt locus ſolis.

Quia tamen niſi in globo perfectiſſimo, limes illuminationis non eſt ita præciſus, vt boras iodicet exactiſſime, & omne errandi periculum adimat; ideo nonnulli, addunt globo aut ſemicirculum aliquem æreum, aut ſaltem arcum 23 gradibus; cum dimidio maiorem quadrante, & mobilem circa polum; eúmque circulum ita movent donec nullam vmbram efficiat, eireulus borarius cui tunc inſiſtet erit verus;ſuppoſito tamen quod meridiano appooatus numerus 12. & aliis borariis ſuæ cyphræ propriæ & naturales. vt autem adhuc præciſior ſit operatio huic circulo æneo addunt ſtylum; ad angulos rectos conſiſtentem, movetur autem circulus donec ſtyli vmbra in ipſum circulum incidat.



Si ſtylus A B moveretur in circulo i perpendicularitet tamen, donee nullam efficeret vmbram, locum ſolis in globo oſtenderet, & conſequenter parallelum, quem ſol eô die percurreret.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Quantum sol elevatus sit in quacúmque Regione, invenire.

Inventô solis locô in glubo, sume circinô arcum interceptum inter solis locum, & quamcúmque regionem; eúmque arcum compara cum gradibus æquinoctialis circuli; vt numerum graduum habeas, talis erit distantia solis a vertice illius regionis, seu complementum elevationis solis supra horizontem illius.

In eo autem globo facile tabulas elevationum solis supra horizontem pro qualibet hora in singulis parallelis conficies hôc modô. In cuiuslibet paralleli intersectione cum quolibet circulo horario vero, accipe circino distantiam inter eam intersectionem, & regionem tuam, quam si in æquinoctiale transferas, habebis complementum elevationis solis supra borizontem, pro tua regione tali hora. & ita de reliquis.

Hæc tabula communis erit omnibus regionibus, eandem latitudinem obtinentibus, seu in eodem parallelo positis.

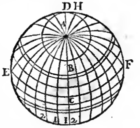
Quare si tabulam pro alia latitudine construere volueris, determina in tuo meridiano punctum illi latitudini respondens, respectu cuius côdem modô operaberis ac operatus es, respectu tuæ regionis. Multi alij vsus eiosdem globi inveniri possunt qui cum non pertineant ad illuminationem, illud non respiciunt quatenus horologium est.

PROPOSITIO IX.

Problema.

In semiglobo concano horologium describere.

Sit hæmisphærium concavum materiæ solidæ, in quo ducatur circulus meridianus AB. sit pun-



ctum B polos illius hæmisphærij, sumatúrque pro nadir. sit arcus AB, æqualis complemento elevatioois poli seu arcos AD æqualis elevationi poli, erítque punctum A polus, ex quo, intervallô quadrantis duces æquinoctialem E C F, dividendum in duodecim partes æquales. ducésque per singulas maximos circulos se intersecantes in polo A, horum circulorum poli ex quibus scilicèt describuntur, inveniuntur in æqoiooctiali; eidémque circuli horarum Astronomicarum. adduntur paralleli signorum qui omnes ex polo A ducuntur. facile autem est invenire in circulo ABC. puncta per quæ transire debeor, cum eorum declinatio satis perspecta sit.

Aliqui addunt circulos horarum Italicarum & Babylonicarum. nam si ex poncto A intervallo A D, ducatur circulus hic erit semper apparentium maximus. qui singulos circulos borarios secat. certum est autem punctum D esse horam 24. punctum H, esse punctum horæ primæ, & ita de cæteris, habentur alia puncta in æquinoctiali: stylus autem potest esse infixus polo, & eius extremitas debet convenire cum centro hæmisphærij.

Demonstratio. Huius horologij patet ex ipsa figura, est enim ipsa Sphæræ descriptio, certum est autem quod si Sphæra materialis sit Sphæræ cœlesti concentrica; vmbra cadet in partem oppositam illi, quam sol occupat.

Id habet compendij hæc Sphæræ descriptio, quod sine acu Magnetica possit facile linea meridiana inveniri. Si enim hæmisphærieum concavum ita statuas, vt circulus DEF, sit borizonti parallelus, & vmbra extremitatis styli attingat parallelum, quem sol eo die percurrit, bene statutum erit horologium, circulúsque meridianus suum obtinebit situm. habet etiam hanc vtilitatem quod Sphæram cœlestem meliùs exhibeat, quam planum quodcúmque; ex quo factum est vt multis hæc horologia arrideant, voluerintque ea in hortis exponere, quia tamen pluviâ implerentur imposuerunt aliud hæmisphærium etiam opacum, & loco styli illud in tribus locis perforarunt, vt solis radius per foramina traiectus, horas indicaret. Et quia angulus ad centrum duplos est anguli ad circumferentiam; pauciores circulos horarios descripserunt. illorum tamen methodus falsa est. qui ergo hoie iocommodo obviam ire voluerit, & à coocavitate hoius horologij pluvias arcere; imponat aliud hæmisphærium vitreum, vel vitrum quodcúmque eiusdem densitatis.

Secunda vtilitas quam istius generis horologia præbent; est quod licet styli magnitudo sit iusta, horologium tamen non evadat adeo magnum, qood in planis accidit, nam concavitas hæmisphærij, it obviam planis horariis. denique istud horologij genus vocabo concavum horizootale, eò quòd circulus ille, qui hæmisphærij limes est, horizontali plano sit parallelum, est horologium portatile valde commodum.

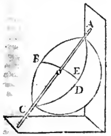
PROPOSITIO X.

Problema.

Horologium polare concauum.

Sit hæmisphæriom concavom ABCD, cuius circulus extimus ABCD. polos eios E, in quo se intersecent perpendiculariter duo circoli A E C meridianus, BED æquinoctialis. sit polus antarcticus A, arcticus C. dividatur semicirculus BED in partes 12. ducantúrque per singulas divisiooes circuli se intersecantes in polis A, & C. item ex iisdem polis A & C, circuli describaotur paralleli æquinoctiali B E D, qui erunt paralleli signorum. stylus erit axis A C. in cuius medio poterit esse

esse foramen ad transmittendum radium solarem qui horas indicet. debebit autem ita disponi horologium, vt circulus A B C D, sit circulo horæ sextæ parallelus, vt hæc figura satis ostendit.



Eâdem methodô, posset describi horologium concavum, cuius circulus extimus, qui totius hæmisphærij limes est, esset circulo meridiano parallelus, & tunc circulus horarius medius, esset circulus horæ sextæ, matutinæ quidem si ortum respiciat, serotinæ vero si occasum.

Alia hæmisphærica concava describi possunt vt verticalia, nempe quorum extimus circulus primo verticali parallelus est, aut potius ipsum primum verticalem repræsentaret, & in his regionibus quæ quadragesimum quintum latitudinis gradum obtinent idem est ac horizontalis. in aliis vero non differt, nisi quod elevatio poli aliter accipienda est. in quo non errabit, qui Sphæram menti infixam habuerit.

Possunt item horologia hæmisphærica construi vt æquinoctialia. quæ nempe circulum extimum, qui totius hæmisphærij limes est habent æquinoctiali circulo parallelum, & sic de aliis ita nulla concavitas Sphærica dari possit, in qua non possit facile dimidia pars cœli describi, quomodocúmque tandem sit disposita, quia semper circulus eius extimus alicui cœlesti erit parallelus.

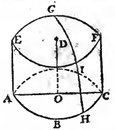
PROPOSITIO XL.

Problema.

Horologium horizontale cylindricum in pixide describere.

Horologia horizontalia portatilia in quibus situs proprius, & linea meridiana, non ope Magneticæ acûs; sed ex parallelis signorum quæritur, & quæ aliâs ante acum Magneticam inventam erant maxime vsui, id habent incommodi, quod si stylus fuerit maior, excrescant in magnitudinem incommodam; si verò stylo minori instructa sint; errorem non raro inducunt. vnde excogitata sunt hæmisphærica concava quia tamen non semper ad manum pixides hæmisphæricas habemus; ideo hic methodum conficiendi horologij in pixide cylindracea, ita vt basis cylindri statuatur horizontaliter.

Sit igitur pixis cuius basis circulus A B C, in eius medio sit infixus stylus O D, cuius extremitas D, sit centrum circuli EGF. primò quidem in charta separata fiat horologium horizontale, cuius stylus sit æqualis stylo OD quod transferatur, in planum circuli ABC, describantúrque lineæ



omnes horariæ, quas continere poterit, item æquinoctialis linea, & alij paralleli, quantum in superficie ABC describi poterunt. tota difficultas est in continuandis tam lineis horariis quam parallelis signorum in superficie concava cylindrica.

Et primò quidem quod ad lineas horarias pertinet; illæ facile continuabuntur, quia earum plurima puncta habentur in plano horizontali ABC, & punctum D omnibus commune, quare si filum adhiberi possit facile plana horaria producentur, donec superficiem concavam cylindri attingant. item si opus fuerit in circulo EGF, horizontalem repræsentante, habebuntur singula puncta horaria, si nempe dividatur eô modô quô horizon à circulis horariis dividitur, quæ divisio in horologio horizontali continetur. si fiat ex polo horizontalis chartacei, tanquam centrô circulus, æqualis circulo EGF, illiúsque divisiones transferantur in circulum EGF. quare facile hoc modo absolventur lineæ horariæ. Paralleli vero signorum inchoati in plano horizontali ABC ita continuabuntur. Primò si dividantur singulæ lineæ horariæ, secundum declinationem signorum. æquinoctialis linea sit HI, inchoata in plano horizontali ABC. dividatur semicirculus EGF in puncto G, certum est æquinoctialem transire per G punctum veri ortûs, & per oppositum punctum nempe veri occasûs.

Poterunt item haberi puncta ad singulos parallelos pertinentia in circulo EGF, si habeantur amplitudines ortivæ.

Demonstratio. Hic opus non est, nam horologium horizontale quod in planum ABC transfertur, iam demonstratum est. certum est item circulum EGF esse circulum horizontalem, atque adeò eôdem modô dividendum, quô horizon in Sphæra dividitur.

Eôdem modô construi possent horologia cylindracea quorum circulus E G F, cum verticali primario, aut meridiano, aut etiam cum æquinoctiali congrueret, aut cum circulo horæ sextæ.

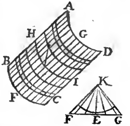
PROPOSITIO XLI.

Problema.

Horologium cylindricum concavum polare describere.

Sit semicylindrus concavus ABCD, in cuius medio E, infigatur stylus eiusdem longitudinis cum semidiametro circuli, qui basis est cylindri, atque

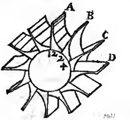
atque adeò extremitas styli sit in axe illius. ducatur semicirculus HI parallelus basi cylindri, &



per pedem styli transiens; qui sit æquinoctialis, dividatúrque in partes 12. tum per singula divisionum puncta, agantur lineæ parallelæ axi. quarum FG erit meridiana, seu communis sectio plani meridiani, cum superficie cylindri, reliquæ ad reliquas horas pertinebunt. dividatur linea F G, ita vt hinc inde inveniantur puncta declinária gradibus $11\frac{1}{2}$. tum 20. 13. denique gradibus $23\frac{1}{2}$. & per divisiones duc circulos parallelos æquinoctiali. dico absolutum esse horologium. dividetur autem facile si in charta separatá ducas lineam F G, cui ad angulos rectos insistat perpendiculariter alia linea EK æqualis stylo. ex puncto K ducatur arcus, in quo hinc inde sumantur gradus $11\frac{1}{2}$. 20, 13. $23\frac{1}{2}$. ductis lineis occultis per divisionum puncta, habebis lineam FG divisam. hæc divisio transferatur in lineam FG horologij.

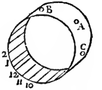
Demonstr. Axis cylindri supponitur congruere cum axe mundi; axis mundi est communis sectio planorum horariorum, omne autem planum per axem alicuius cylindri ductum, in superficie cylindri sectionem facit lineam rectam axi parallelam; igitur omnes lineæ horariæ in superficie cylindri per lineas axi parallelas ducuntur. habetur autem singularum vnum punctum per divisionem æquinoctialis; igitur absolutum erit horologium.

Potest item fieri horologium cylindricum concavum sine stylo. erit autem stylus post meridiem linea A B axi parallela; ante meridiem linea C D eidem axi parallela. Ideo duplex ordo cyphrarum adhibendus est, vnus horis matutinis serviens, alter serotinis. & semicirculus in 6 tantum partes dividendus est. quia cum lineæ A B aut C D, vicem styli obtinentes sint in superficie cylindri, & (*per* 20. 3. *Eucl.*) angulus ad centrum duplus sit anguli ad peripheriam; debebit distantia horarum esse dupla, seu graduum 30.



Hôc fundamentô nititur constructio stellæ alicuius solidæ, constantis quadrantibus tantum cylindrorum axi parallelorum. styli autem sunt lineæ axi parallelæ & possunt fieri 12. huiusmodi quadrantes singuli descripti ab extremitatibus radiorum fiet simplex divisio quadrantum in 6 partes æquales. cum hâc tamen cautione quod si in primo quadrante prima linea horaria, quæ locum centro viciniorem obtinet est 12. in secundo quadrante B, infima sit secunda pomeridiana. in tertio C. quarta, & ita deinceps. singuli quadrantes habent adversam faciem planam. fit autem in illa horologium polare. supponimus ita rosam elevatam esse, vt singula plana æquidistent horariis, sed hæc facile vel ex ipsa figurâ concipiuntur, praxínque facilem habent, quam quilibet in præcedentibus exercitatus excogitabit.

Cylindrus integer polariter elevatus, hoc est ita vt eius axis, axi mundi sit parallelus; non tantum secundum convexitatem sine stylo horas ostendet, sed etiam in concavitate. styli autem vi-



ces aget foramen A, in plano meridiano. quia autem anguli in centro dupli sunt angulorum ad circumferentiam (*per* 20. 3.) circulus qui basis est cylindri, & consequenter qui æquinoctiali parallelus est, dividendus est tantum in partes duodecim, quarum quæ infima est, meridiana erit: ex quo fit vt idem foramen A, horas tantum notare possit à septima matutina ad quintam vespertinam. quare vt reliquæ horæ habeantur, duo alia foramina sunt adjicienda. vnum nempe B, orientem spectans, inciperéque posset à prima post mediam noctem vsque ad vndecimam, & respectu illius, hora quæ prius erat duodecima, erit nona matutina: & ita de cæteris. tres igitur cyphrarum ordines sunt adhibendi. pro quolibet foramine vnus. idcóque foramen quodlibet suo colore distinguendum est, singulique cyphrarum ordines, eôdem colore notandi.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Horologia cylindrica, verticalia describere.

Potest aliquando accidere, vt iubeamur horologium describere in superficie convexa, aut etiam concavâ alicuius turris puta columbarij. certum est autem quod circuli verticales in huiusmodi superficiebus semper ducantur perpendiculo; quia axis verticalium, parallelus est axi cylindri verticalis. addo quod si stylus esset in axe cylindri concavi verticalis omnes circuli altitudinum exhiberentur, per circulos basi cylindri parallelos. reliqui autem circuli varias in superficie cylindri

lindri sectiones efficerent puta ellypses, quas inuestigare diligentius nimis operosum esset; quare ad regulas generales recurrendum est.

Primo quidem infixô stylô inuentôque pede styli; secundum lineam horizontalem quantum fieri potest affigatur regula recta, ita vt à sua rectitudine non deflectat. in ea regula, quæratur per praxes communes linea meridiana. secundum quam in plano eodem in quo est prior norma aliam muro affiges vt in ea polum inuenire possis; neque enim erit difficile operari in his duobus regulis in eodem plano existentibus, eódem prorsus modô, ac in plano quopiam operaveris. Inuenies igitur in regula quam volo vices obire horizontalis lineæ, omnia puncta horaria horizontalia. vnde cum singularum horarum tria puncta habeas non in eadem lineà rectà positâ. nempe extremitatem styli, polum, & punctum in horizontali linea, facile plana horaria produces, & quot volueris puncta in superficie cylindri inuenies, quibus perfectis auellentur regulæ ligneæ perfectum tamen erit horologium.

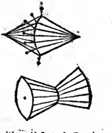
Qui facilius operari voluerit vtatur horologio quocumque iam facto, verbi gratiâ horizontali solido, & in suo situ naturali constituto. & his praxibus vtemur quotiescumque plana erunt irregularia, vt dum animaduertis gibbositatem aliquam notabilem in pariete, quæ corrigi facile non possit.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Horologia Conica.

Sicut constituimus horologia cylindrica, ita etiam conica describemus. quæ tamen breuitatis causa indicabo potius quam explicabo. construatur ergo conus conuexus cuius axis sit axi mundi parallelus. & consequenter circulus qui ipsius est basis, erit circulo æquinoctiali parallelus, quare si diuidatur in partes 24. & per singula diuisionum puncta, ducantur lineæ ad verticem; erit perfectum horologium sine stylo. cyphræ autem horarum ita disponentur, vt illi lineæ quæ meridiano subiacet, tribuatur hora sexta & ita de cæteris.



Posset aliô modô fieri, si essent duo coni contrapositi communem scilicet basin habentes, quæ basis æquinoctialem repræsentet, sitque diuisa eius circumferentia in partes 24, ex quibus ad duos vertices fiant ductæ lineæ horariæ, sint item 24 styli, nam ille stylus cuius vmbra lineæ horariæ incumbet sibi subiectæ, horam indicabit.

Non dissimili ratione in concaua coni superficie horas notabimus; si nempe duo sint coni trunci contrapositi cum suo axe, bases enim erunt circulo æquinoctiali parallelæ, & vna concauitas sole hemisphærium æstiuum obtinente vsui erit: alia vero eôdem sole, in australibus signis versante.

Item si in conuexa coni superficie lineæ horariæ descriptæ sint; etiam si nullus sit stylus poterimus horas videre. si assiculam circuli æquinoctialis circumferentiæ successiue adhibeamus, linea enim cui congruet vmbra horam dabit.

Si duo coni secundum bases congruant, duoque aut tria in basi sint foramina, per quæ radius transmittatur, poterunt in concauâ, superficie horæ notari cum ea tamen cautione; quod tunc cum stylus sit in superficie, angulique in centro dupli sint illorum qui in circumferentiâ, debeant singulæ horæ à se inuicem distare gradibus triginta.

Denique si quis concaua aut conuexa coni superficie horas simpliciter notare velit, debet potius vti aliquo horologio iam facto, vt horizontali aut alio quocumque vt iam alias docuimus, quam vti praxi aliqua geometrica, tot enim cautiones adhibendæ essent, vt nisi quis perfecte totam scientiam teneat, facile in errorem impingat; si verò eam perfectissime calleat, facile praxin inueniat.

PROPOSITIO XV.

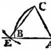
Problema.

Horologia vniuersalia simplicia.

Voco horologium vniuersale simplex, quod in plano parallelo alicui circulo cœlesti multis, aut saltem pluribus regionibus communis describimus. vnde aptissimi sunt ad id præstandum circuli omnes horarij, & æquinoctialis; alij verò vt plurimum ad id muneris sunt inutiles. debent autem assumi ea plana quæ facilius in situ sibi proprio collocari possunt. primum autem inter illa sibi locum vendicat æquinoctiale, acu tamen magnetica instructum. quare communes pixides magneticæ sunt aptissimæ; harum enim operculum facile secundum, omnem æquinoctij eleuationem, attolli aut deprimi poterit, ope virgulæ alicuius in latere operculi affixæ, & scalæ in plano horizontali notatæ. huius autem scalæ conficiendæ methodum hic tradimus. in charta separata fiat ex centro A interuallô F G quadrans circuli BC, diuidendus in suos gradus. determineturque in operculo, punctum G in quo lingulam ferream, aut æream aptare debes: determinata item sit lingulæ longitudo G H. ducatur linea A C per quemcumque gradum eleuationis volueris verbi gratiâ 45. eritque linea AC æqualis lineæ F G. tum ex puncto C vt centro interuallo autem G H fiat arcus circuli secans A B in puncto E, dico si FH sit æqualis lineæ AE, punctum H pertinere ad eleuationem graduum 45. ita vt si lingulæ extremitas insistat puncto H, angulus GFH sit graduum 45.

Demonstr. triangula GFH, DAE habent singula latera æqualia ergo (*per 7. primi*) erunt æquiangula, sed angulus DAE est graduum 45; igitur angulus GFH erit graduum 45 quod ostendendum erat.





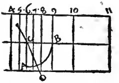
Ita construes totam scalam. si in singulis gradibus idem facias. notandum tamen est in cyphris adhibendis, ponendam esse cyphram complementi, vt si angulus CAE, esset 50 graduum hoc est æquinoctialis eleuatus esset gradibus quinquaginta; puncto E esset adhibenda cyphra quadraginta, nempe vt in scala habeantur cyphræ eleuationum poli, & non eleuationum æquinoctialis circuli.

Aptissimum autem est æquinoctiale planum, eò quod, in eo opus non sit habere rationem longitudinis styli, cuius vt plurimum in aliis ratio haberi debet.

Polare horologium vniuersale est, id tamen habet incommodi vt fiat portatile, quod hora quinta vespertina, & septima matutina multum distent à linea meridiana, ideoque horologium longius esse debeat, & incommodum. cui incommodo occurrere possemus si duas partes eiusdem horologij diuideremus vt vides in hac figurâ, in qua operculi eiusdem pars superior est matutina, inferior serotina, atque adeo duplici stylo determinatæ longitudinis opus est. scala eodem modo construitur quò superior, nisi quod cyphræ propriæ diuisionibus adhibentur, & non complementi. denique planum polare eleuatur versus polum, planum autem æquinoctiale attollatur versus meridiem.

Planum meridianum faciliùs quidem attollitur ad propriam eleuationem difficilius tamen situm obtinet meridianum describatur enim in tabula horologium simplex meridianum aut polare, nam horæ eodem interuallo inter se distant in vtroque horologio. stylus infigitur in puncto horæ sextæ. ex pede styli vt centro describatur quadrans circuli AB, diuisus in gradus 90. & cyphræ procedant à puncto B versus A. si puncto horæ sextæ appendatur pendolum, itaque eleuetur planum horologij, donec filum characterem eleuationis poli tuæ regionis attingat; consentaneam singulæ lineæ horariæ obtinebunt eleuationem. nam si pendulum incumberet lineæ CB, singulæ lineæ horariæ essent parallelæ horizonti, prout autem perpendiculum magis recedit à puncto B, eò magis lineæ horariæ attolluntur.

Vt autem planum prædicti horologij situm meridianum obtineat, aco magnetica vtendum est, aut si in eo signorum arcus fuerint descripti, si interea dum perpendiculum eleuationis poli gradum obtinet, tota tabella moueatur donec extremitas vmbræ parallelum in quo sol versatur attingat; optime constitutum erit horologium.



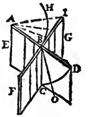
Quia tamen vt iam monui horæ vndecima, & decima nimis à sexta distant, desitque duodecima, ideo communiter duplex simul horologium coniungitur meridianum scilicet, & polare seu quod in horæ sextæ plano describitur. ita vt hæc duo plana in crucem aptentur de qua infra.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Crux Gnomonica.

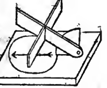
Crux Gnomonica ex duobus asserculis componitur, ad inuicem in angulum rectum coaptandis, vnos asserculos meridianum repræsentat; alter verò circulum horæ sextæ. quia autem hæc duo plana sunt horaria, communis eorum sectio, nempe linea B C debet esse axi parallela. ideo in vna facie describendus est quadrans circuli CD, in suos gradus diuidendos, in quo numerus graduum debet à puncto D, ad punctum C procedere. debet item in centro quadrantis appendi perpendiculum.



Styli horologiorum erunt extremitates asserculorum, quæ cum sint lineæ C B parallelæ, axi mundi parallelæ erunt. poterit item in singulis extremitatibus fieri crena, quæ vicem styli obtineat. licet enim tota extremitatis vmbra horam indicet, crena parallelo signi in quo sol versatur incumbere debebit.

Praxin horas notandi vt iam traditam tantum indico. ex puncto A fiat arcus circuli B H diuidendus in quindenos gradus. ex puncto A ducantur lineæ occultæ quæ lineam BI, in punctis horariis

horariis diuident, per quæ duces lineas axi C B parallelas. harum linearum interualla in cæteras asserculorum partes transferenda sunt. describendi item signorum arcus, secundum praxin in polaribus traditam vsus autem horologij talis est linea AB ita attollitur vt perpendiculum attingat gradum eleuationis tuæ regionis, tum mouetur totum horologium donec vmbra crenæ parallelo quem sol eo die percurrit incumbat. & tunc vmbra eiusdem extremitatis, in opposita superficie horam indicabit. in singulis faciebus sex horæ inueniuntur, nempe in parte orientali meridiani, horas videbis à tertia post mediam noctem ad nonam matutinam. in facie superiori plani horæ sextæ, à nona matutina, ad tertiam pomeridianam in occidentali superficie meridiani à tertia meridiana ad nonam in parte inferiori circuli horæ sextæ, à nona vespertina ad tertiam matutinam; si nempe in iis regionibus degetes in quibus sol non occidit.



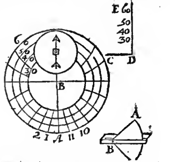
Est & alius modus ctuecm Gnomonicam collocandi in situ debito, si nempe centro quadrantis in suos gradus diuisi connectatur ita vt attolli aut deprimi possit, quod artificis ingenio relinquendum est. situm autem meridianum obtinebit ope acus magneticæ, in basi col ocatæ. tunc autem necessarij non sunt signorum paralleli, neque tam lati esse debent asserculi vt ea excipiant.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Horologium horizontale vniuersale describere.

Quia horologium horizontale facile, situm suum obtinet, iden aptissimum est vt circumferatur; aliunde verò, cum polus & consequenter omnes circuli horarij, in diuerso horizonte non eodem modo eleuentur; atque adeo, tot horologia describenda essent, quot polus diuersas mutat eleuationes; ideo operæ pretium erit si tale horologium horizontale describamus, quod aut vniuersale sit; aut saltem pluribus regionibus aptari possit duo autem requiruntur vt mutetur horologium horizontale, nempe vt aliæ fiant lineæ horariæ, deinde vt stylus seu hypothenusa, eleuetur pro vt eleuatio regionis tuæ exigit. quod pertinet ad primum fiant in chartâ separatâ plura hotologia horizontalia verbi gratia pro trigesimo, quadragesimo, quinquagesimo sexagesimo gradu eleuationis fiant in materia solida totidem circuli concentrici quorum primus trigesimo, secundus quadragesimo gradui tribuatur, & ita consequenter. describatur in horologio horizontali trigesimi gradûs, quod in charta separata exarauimus, circulus eiusdem diametri, cum eo qui tribuitur gradui trigesimo, qui circulus à lineis horariis diuidetur: & illius diuisiones in hunc circulum transferes. eodem modo operaberis in circulo assignato eleuationi poli graduum quadraginta, & ita de aliis. tum diuisiones diuersorum circulorum, ad eandem horam pertinentes coniunges linea curua, & horologium descriptum erit.



Quod pertinet ad secundum, nempe, vt hypothenusa ad eleuationem poli cuiuscumque regionis collocetur, id duplici via præstabis, primo si in pixidis operculo, aut in aliquo quocumque stylo, perpendiculariter supra lineam meridianam erecto; varios gradus adscribas, quibus filum à centro horologij protensum annectetur. posset autem talis stylus in puncto A lineæ meridianæ erigi, quod artificis industriæ relinquimus. dabimus igitur tantum modum styli in gradus diuidendi. sit igitur stylus reptæsentatus linea DE, sitque linea D C æqualis lineæ A B, distantiæ styli ab horologij centro. ex puncto C, vt centro, quocumque interuallo describatur arcus in suos gradus diuidendus. denique per singula diuisionum puncta ducantur lineæ rectæ, hæ diuident stylum in suos gradus.

Vsus autem horologij talis erit, erigatur stylus, filum annectatur gradui competenti, eleuationi tuæ regionis. dirigatur totum horologium ope magneticæ acûs secundùm lineam meridianam, obseruetur que in qua diuisione vmbra secat circulum tuæ regioni destinatum, hæc enim horam indicabit.

Poterit aliò modò construi stylus, si nempe supra lineam meridianam, ita aptetur quadrans circuli vt facile eius linea AB ad quamlibet eleuationem attolli, aut deprimi possit. diuisio autem ipsius quadrantis tem satis oculis subiicit.

PROPOSITIO XVIII.

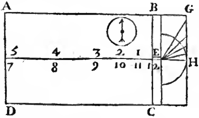
Problema.

Aliter horologium horizontale vniuersale reddere.

Ex descriptione horizontali, ex mus modum quo vniuersale reddi potest. nam diuisio æquinoctialis in omnibus horizontalibus eadem est, solaque

solaque diuersitas ex mutatione poli oritur, qui magis aut minus eidem æquinoctiali admouetur ducatur ergo in asserculo A B C D, linea æquinoctialis E F, quæ diuidatur eo modo quo diuiditur in descriptione horizontalis ne tamen indigeamus plano nimis magno, sufficiet dimidia linea æquinoctialis ita vt eædem diuisiones, duplici charactere instruantur horæ scilicet matutinæ & vespertinæ. perfecta est descriptio horizontalis vniuersalis.

Restat stylus qui necessariò debet esse hypothenusa quare fiat lamina E G, in qua linea EH æqualis sit radio illi, secundum quem facta est diuisio æquinoctialis. in hac lamina fit semicirculus diuisus in suos gradus. ducuntur autem lineæ per singulas diuisiones. hæc lamina in puncto E, ita debet aptari, vt sit perpendicularis ad planum AC, & volui possit circa idem punctum, secundum quamcumque eleuationem. vsus talis erit lamina situm proprium eleuationis poli ha-



beat, tum voluatur planum, donec acus lineæ meridianæ incumbat vmbra lineæ G H ostendet horam, vespertinis horis linea GH est stylus matutinis HI. demonstratio debet peti ex praxi horizontalis horologij.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Horizontale ad lineam meridianā situm se dirigens construere.

VSitatissimæ sunt apud nautas, pixides magneticæ, in quibus rosa chartacea, horizonti parallela, ventorumque Rhombis insignita, seipsam in vero & proprio situ dirigit, & conseruat. quæ rosa faciliores habet vsus, & commodiores, quam si acus magnetica, in subiecto horizontali plano, eosdem Rhombos indicaret. res est notior quam vt à me longiori explicetur sermone, quare indicasse sufficiat. Fiat ergo circulus è crassiori, & compacta papyro, planus quantum fieri potest, cui in centro metallicum annectitur capitellum, longiusculum vt vices styli obtinere possit. huic capitello tantisper excauato subiicitur stylus acutissimus, & teres, vt facile circa illū volui possit. In rosa chartacea describitur horologium horizontale pro vt longitudo styli exigit. lineæ meridianæ, acus magnetice excitata, aut filum chalibeum in Rhombum efformatum, & magnetice excitatum subiicitur. si accidat circulum chartaceum, stylo suo tereti impositum deflectere ab æquilibrio, & in vnam partem inclinare, para oppositā cerā hispanica tantisper oneretur. debet autem vitrum quod imponitur tori pixidi, esse concauum vt locus stylo concedatur dico igitur hoc horologium horizontale tale esse, vt quo modocumque soli exponatur, situm proprium sua sponte quærat. quod satis manifestum est nec indiget probatione. habenda tamen est ratio declinationis magnetis.

PROPOSITIO XX.

Problema.

De eleuationibus solis supra horizontem quālibet horâ, in quolibet signo.

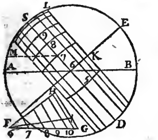
Nouum inchoamus principium, nouamque attingimus horologiorum methodum; quæ planorum intersectionibus non innititur, sed eleuationibus solis supra horizontem. In duobus tamen hoc principium deficit; primum quod meridiem exacte non ostendat; cùm enim circa meridiem eleuatio solis non mutetur sensibiliter, aliquanto tempore, horologia solis eleuatione horas indicantia, vix quidquam certi indicant. secundus defectus in eo positus est quod cum sol bis eodem die æqualiter supra horizontem attollatur, semel antemeridianis horis, & iterum pomeridianis; nisi aliunde scias, an meridies prætertierit, ex horologio id non addisces. cui tamen incommodo obuiam ire possumus, si nempe bis intra breue tempus solis eleuationem obseruemus, si enim crescere deprehendatur, tempus antemeridianum indicabit; si verò decrescere pomeridianum.

In hac propositione modum ostendimus tabulas eleuationum solis conficiendi, pro singulis eleuationibus poli, singulisque parallelis, & pro singulis horis hæ autem variis instrumentis haberi possunt, quorum facillima indicabo tantum, alia difficiliora paulo fusius explicabo Primum instrumentum sit horologium quodcumque verbi gratia horologium horizontale, in quo præter horas, & signorum parallelos, describantur circuli altitudinum. in eo horologio ita descripto, pro singulis signis, videbis eleuationem solis, si nempe aduertas ad circulum eleuationis transeuntem per communem intersectionem paralleli solis, & lineæ horariæ. vt si velis

scire

scire in elevatione poli gradunm 45. quot gradibus sol elevetur supra horizontem horâ meridianâ, in Tropico Caneri. nota circulum elevationis transeuntem per commuoem intersectionem Tropici Caueri,& lineæ meridianæ, inveoiésque gradus $68\frac{1}{2}$. & ita de reliquis. quod dixi de horologio horizoniali intelligendum est de quolibet alio horologio. verbi gratia æquinoctiali, pulari, verticali, &c. in quibus præter horas, & signa circulos Almicantarath describes; habebis instrumentum in quo solis elevationes pro quâlibet hora inspicere licebit.

Secundum iostrumentom erit Astrolabium quodcúmque io quo idem videre potes. hic vnicum referam analémma, aut saltem praxin alli-



quam, neque enim totum Astrolabiorum tractatum hue advocare licet. Sit ergo analemma in quo AB horizon.arcus A S, æqualis complemento elevationis poli, S D æquinoctialis. deinde alij paralleli gradibus 11 $\frac{1}{2}$ gradibus 20. 13. & gradibus $23\frac{1}{2}$. ab æquinoctiali declioantes hinc inde. debet primo dividi æquinoctialis in puncta sua horaria, dividatut quadrans S E io sex partes æquales, à quibos ad æquinoctialem S D, ducantur perpendiculares occultæ;habebuntúrque puncta horaria 7. 8. 9. 10. 11. 12. quæ eadem sunt 5. 4. 3. 2. 1. invenienda suot puncta horaria in aliis parallelis, vt habeantur circuli horarij, vt autem tali methodo vteris sit linea F G, æqualis lineæ æquiooctiali 6C, & eodem modo divisa,sitque FH, ad libitum eâ multò mioor, ducatúrque linea G H, & ex singulis punctis ipsi totidem parallelæ ducantur. sit divideodus Tropicus Caneri KL, accipe circino iotervallum KL, & eô intervallo ex centro F, fiat arcus secans lineam GH in puncto I, ducatur linea FI, in eâ habebis divisiones Tropici Caneti, ita operaberis circa reliquos parallelos.

Iam quærenda sit alevatio solis, esistentis in æquiooctiali pro horâ septimâ. ex puncto horæ septimæ in æquinoctiali ootatô ducatur lioea 7M parallela horizonti. arcus A M, 33. circiter graduum erit solis elevatio pro dato tempore. ita operaberis in reliquis horis.

Qui vellet non tantum ducere septem parallelos, qui à sola initio signorum, percurruotur;sed alios quoscúmque, indigeret tabula declinationum solis.

TABVLA ELEVATIONVM SOLIS SINGVLIS HORIS.

LATITVDO 42. Gr.

Signa	12. G. Mi	1. 11. G. M.	2. 10 G. M.	3. 9. G. M.	4. 8. G. M.	5. 7. G. M.	6. 6. G. M.	7. 5. G. M.	
Cancer	71.30.	67.41.	58.59.	48.29.	37.25.	26,18.	15.28.	5. 21.	Cancer
Leo	68.12.	64 47.	56.37.	46.25.	35.27.	24.19.	13.22.	2. 55.	Gemini
Virgo	59 30.	56.48.	49 49.	40.25.	29.50.	18.47.	7.40.		Taurus
Libro	48. 0.	45.52.	40. 4.	31.42.	21.49.	11.5.			Aries
Scorpius	36.30.	34.45.	29 49.	21.26.	13.20.	3.9.			Pisces
Arciteo.	27.48.	26.14.	21.52.	15.10.	6.44.				Aquarius
Caper	24.30.	23. 3.	18.52.	12.25.	4.14.				Caper
				Laritudo 44.					
Cancer	69. 30.	66. 5.	58. 2.	48. 2.	37. 22.	26. 36.	16. 5.	6 6.	Cancer
Leo	66. 12.	63. 7.	55. 32.	45. 50.	35. 16.	24. 30.	13. 55.	3. 44.	Gemini
Virgo	57. 30.	55. 1.	48. 30.	39. 34.	29. 24.	18. 43.			Taurus
Libra	46. 0.	44. 1.	38. 31.	30. 34.	21. 5.	10. 44.			Aries
Scorpius	34. 30.	32. 51.	28. 10.	21. 6.	12. 21.	2. 31.			Pisces
Arciteo.	25. 48.	24. 21.	20. 10.	13. 44.	5. 36.				Aqoatius
Caper	22. 30.	21. 7.	17. 7.	10. 55.	3. 2.				Caper
				Latitudo 46.					
Cancer	67. 36.	64. 27.	56. 59.	47. 30.	37. 15.	26. 51.	16. 40.	7. 0.	Cancer
Leo	64. 12.	61. 29.	54. 23.	45. 11.	35. 3.	24. 39.	14. 63.	4. 34.	Gemini
Virgo	55. 30.	53. 13.	47. 8.	38. 40.	28. 56.	18. 38.	8. 15.		Taurus
Libra	44. 0.	49. 2.	36. 39.	29. 25.	20. 19.	10. 21.			Aries
Scorpius	32. 30.	30. 56.	26. 30.	19. 45.	11. 22.	1. 53.			Pisces
Arciten.	23. 40.	22. 25.	18. 26.	12. 16.	4. 27.				Aquarius
Caper	20. 30.	19. 11.	15. 27.	9. 25.	1. 49.				Caper
				Latitudo 48.					
Cancer	65. 30.	62. 45.	55. 52.	46. 54.	37. 6.	17. 4.			Cancer
Len	61. 12.	59. 41.	53. 10.	44. 29.	34. 47.	24. 47.			Gemini
Virgo	53. 30.	51. 24.	45. 44.	37. 43.	28. 26.	18. 32.			Taurus
Libra	42. 0.	40. 16.	35. 25.	28. 18.	19. 33.	9. 58.			Aries
Scorpius	30. 36.	29. 2.	24. 49.	18. 23.	10. 21.	1. 14.			Pisces
Arciten.	21. 48.	20. 29.	16. 42.	10. 48.	3. 17.				Aquarius
Caper	18. 30.	17. 14.	13. 36.	7. 54.	0. 36.				Caper
				Latitudo 50.					
Cancer	63. 30.	61. 2.	54. 41.	46. 15.	36. 53.	27. 16.	17. 47.	8. 48.	Caocer
Leo	60. 12.	57. 55.	51. 54.	43. 43.	34. 29.	24. 53.	15. 20.	6. 23.	Gemini
Virgo	51. 30.	49. 34.	44. 17.	36. 44.	27. 53.	18. 24.	8. 47.		Tantus
Libra	40. 0.	28. 23.	33. 49.	27. 2.	18. 45.	9. 35.			Aries
Scorpius	28. 30.	27. 7.	23. 8.	17. 1.	9. 20.	0. 35.			Pisces
Arciten.	19. 48.	18. 33.	14. 57.	9. 20.	2. 8.				Aquarius
Caper	16. 30.	15. 18.	11. 50.	6. 24.					Caper
				Latitudo 52.					
Cancer	61. 30.	59. 16.	53. 26.	45. 31.	36. 37.	27. 25.	18. 19.	9. 41.	Cancer
Leo	58. 12.	56. 7.	50. 35.	42. 54.	34. 8.	24. 56.	15. 47.	7. 2.	Gemini
Virgo	49. 30.	47. 43.	41. 49.	35. 43.	27. 18.	18. 15.	9. 2.	0. 3.	Taurus
Libra	38. 0.	36. 29.	32. 13.	23. 48.	17. 56.	9. 10.			Aries
Scorpius	26. 30.	25. 11.	21. 26.	15. 38.					Pisces
Arciten.	17. 48.	16. 37.	13. 22.	7. 51.					Aquarius
Caper	14. 30.	13. 12.	10. 4.						Caper

Tabulas

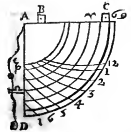
Tabulas hic apponere omnes nimis longum eſſet. aliqnas taotum ſuperfluum, quia nempe pro ſingulis iatitudinibus vatiantur. Dedimus vatiis occaſionibus modnm Trigonometricum in veniēdi elevatiooes ſolis pro ſingulis horis. nam poſito ſole in quocúmque eirculo horatio, & in quocúmque ſigno, formatur ttiangulum Sphæricum, nempe ſi à Zenith ad ſolem citeulus vertiealis dncatnr, & à polo ad euodem ſolem eitculus hurarius. in quo duo latera cognoſeuntnr, nempe diſtantia ſolis à polo, quæ ex declinatione ſolia innoteſcit, cognoſcitur item, diſtantia poli à vertice, ſeu complementum elevationis poli, & angulus qui fit in polo, à eireulo botario eum meridiano, ergo non latebit diſtantia ſolis à vettiee, ſeu complementum elevationis eius.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Horologium in quadrante circuli delineare.

Fiaot ſeptem quadrantes eoneentrici quornm qui medius eſt Arietis, & Libtæ triboatur, ſeqoens Tauro & Virgini & ita conſequenter. notentur in eirenlo deſtinato, Tropico Cancri; ſingulæ elevationes ſolis reſpondentes ſingulis horis, pro eo ſigno ex tabula aceommodata tuæ regionl, acceptæ. idem præſtabis eirca citeulum aſſignatum Geminis & Leoni, & ita conſequenter. tuin puncta in diverſis circulis ad eandem horam pertinentia coninnges lineâ coroâ, & perfectum erit horologium.



Debet autem è eentro A, pendere pondus aliqnod D, Item vnio, debet eſſe mobilis ſecundum longitudinem fili. Inſtruitnr item quadtans duobus pinnacidiis perforatis B & C.

Vſus horologij talis eſto, vnio, ita addneatur donec inſiſtat circulo quem ſol eo die percurrit. exponatur quadrans radiis ſolatibus, ita vt lumen tranſmittatnr per pinnacidia B & C. tunc vnio ioſiſtet lineæ horatiæ.

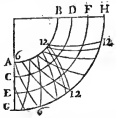
Demonſtratio. Clatiſſima eſt. nam vnio non egreditur è circulo in quo notatæ ſunt elevationes ſolis in ſingnlas horas pro eo die. alinnde filum oſtendit in eo citeulo elevationem quam ſol obtinet, ergo ſi vnio cadat in aliquam horam, oſtendet ſolem eam obtinere elevationem, quam habere debet tali hora pro eo ſigno: igitur in eo circulo horario verſati. qnod erat demonſtrand.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Horologium aliter in quadrante deſcribere.

Quia in præcedenti horologio finnt ſeptem circuli, ex quo ſequitur vel quadraotis magnitudinem nimiam eſſe; vel citeulos aliquos eſſe nimis paruos, atque adeo nun ſatis exacte horarum intervalla in iis nutari poſſe. ideo quatuor tantum



eiteuli deſcribuntur quornm vnus æquinoctiali AB attribuitur. duo ſequentes C D, E F quatuor parallelos repræſentant. G H autem duos Tropicos exhibet. quate in circulo A B, elevationes ſolis notandæ ſunt quas ſol obtinet ſingulis horis dum percurrit circulum æquinoctialem, in G H autem notantur tam elevationes propriæ Tropico Cancri, quam quæ Tropico Capricorni conveniunt, idcóque bis invenitur quælibet hora. idem dicendum eſt de citculis E F, C D. nam in circulo E F, notantur elevationes tam parallelo Geminotum, quam parallelo Arcitenentis. pariter in citeulo C D, duplex elevationum ordo adſcribendns eſt. quare pro ſingulis horis duplex linea habebitur vna erit vſui ab æquinoctinoctio verno ad autumnale; alia vero ab autumnali ad vernum. Poteſt fieri idem horologium, ita vt lineæ horariæ ſint rectæ.

Si confuſionem vitare volueris vnum horologium in vna quadrantis facie deſeribes, & aliud in oppoſita.

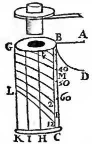
PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Horologium in cylindro conuexo deſcribere.

Paretur paruus aliquis cylindrus cuius longitudo ſit trium, aut qnatnor digitornm; craſſities vnius. huic imponatur capitelium, exacte aptatum inſtructum ſuo ſtylô. capitellum autem ita debet aptari, vt io omnem pattem circumvoluatur, & ſtylus ſemper ſit perpendicularis ad ſuperficiem cylindri. Sit longitudo ſtyli æqualis lineæ AB perpendicularis ad lineam B C. centro A, intervallo quocúmque deſcribatur arcus BD; dividendus in ſuos gradus, & per ſingula diviſionum puncta dncantur lineæ occultæ; hæ dabunt in linea BC, vmbras competentes ſingulis elevationibus. ducantur

ducantur secundum cylindri longitudinem septem lineæ, quarum media æquinoctiali; reliquæ



singulis parallelis tribuantur. sit verbi gratia GK, assignata æquinoctiali, in ea sint elevationes horarum notandæ. inveniatur in tabula elevationum, altitudo solis meridiana pro æquinoctiali cui assignatur linea GK, esse verbi gratia graduum 43. quære in linea B C gradum 43. qui sit M, transfer lineam BM in GL, punctum L, erit vmbra quam sol efficiet horâ meridianâ tempore æquinoctij, modò stylus transferatur in G, & vmbra cadat in lineam GL. eôdem modô notabis in linea G K eleuationes respondentes aliis horis, tempore æquinoctij.

Non dissimili ratione operaberis circa reliquos parallelos, & puncta iisdem horis respondentia in diversis parallelis coniuuges lineâ, cui cyphram proptiam illius horæ adscribes. Eritque descriptum horologium.

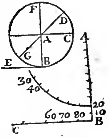
Vsus facilis erit. ita circumvoluatur capitellum, vt stylus parallelo diei respondeat: tum totus cylindrus ita moveatur, vt situm verticalem obtineat, & vmbra in parallelum diei incidat, hæc vmbra horam indicabit. restat tamen iudicandum, an sit pomeridiana, an vero antemeridiana.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Horas in baculo describere.

Commodissimum est istud genus Hurologij, multísque modis fieri potest, pro vt baculus diversimode tenetur. habet autem id emolumenti, quod æque accurate horas, cognoscere possis, ac si horologium haberes cuius stylus baculi tui longitudinem æquatet. primo quidem potest baculus perpendiculariter erigi, ad horizontem, & notari vmbræ longitudo in eodem horizontali plano ex qua facile hora habebitur. quod vt explicem diligentiùs; notandum est vmbræ horizontalis longitudinem stylo verticaliter erecto, esse tangentem complementi elevationis solis, in circulo cuius radius sit æqualis baculo. Sit enim baculus A B, perpendiculariter erectus ad planum horizontale B E. ponatur punctum A, esse centrum mundi (*per suppositionem primam primi huius*) describatúrque circulus, intervallô A B, & sol faciat vmbram BE, ita vt radius eius sit D A E. ducatur linea A C horizonti parallela, erit C D solis elevatio, & D F eius complementum, est autem arcus BG illi æqualis. quare per definitionem in



Trigonometriâ positam, erit B E tangens arcûs B G, complementi elevationis solis supra horizontem. dividatur baculus in 10 partes, & singulæ in alias 10. fiéntque 100. quas subintelliges divisas in alias 10 vt fiant 1000. & ita deinceps. vt vti possis tabulâ tangentium, quæ habetur in Trigonometria. quibus paratis in baculo tuo horas notare poteris, divisio autem baculi incipiat à pede.

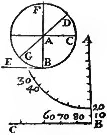
Fiant 7 lineæ in baculo secundum eius longitudinem pro singulis parallelis vna. quarum extremæ Tropicis, media æquinoctiali assignanda est. Sint ergo puncta horaria notanda in linea Tropici Cancri, quære in tabula elevationum solis, elevationem competentem horæ meridianæ pro Tropico Cancri; invenies 68. 30. cuius complementum est 21. 30. huius complementi quære in tabula tangentium, tangentem, inveniésque 3939. si nempe baculus fuerit divisus in 10000. transfer in lineam Tropici Cancri partes 3939. & punctum illud erit horæ 12. quare huic adscribatur numerus 12. eôdem modô quære elevationem solis existentis in Tropico Cancri pro hora prima invenies 50. cuius complementum est 40. tangens autem arcus 40. est 8391. si nempe baculus sit divisus in 10000. sume igitur 8391 partes, quas transferes in lineam æquinoctialem, & in fine notabis horas. 11 & 1. Eódem modô operaberis circa reliquas horas, & circa reliquos parallelos: puncta autem in diversis parallelis ad eandem horam pertinentia coniuuges lineâ curua, & inter duos quoscúmque signorum parallelos alias lineas ducere poteris, vt denos parallelos habeas.

Sola difficultas quæ restat est circa horas quarum elevatio est minor quam 45. tunc enim tangens complementi maior est toto baculo, illas tamen notabis hoc modo. Si tangens complementi maior fuerit radio verbi gratia, sit elevatio 40. cuius complementum est 50. tangens autem graduum 50. est 11917. auferatur ab ea radius nempe 10000. restabítque 1917. sit hora tertia verbi gratia sole existente in æquinoctio cuius elevatio sit 40. & tangens complementi 11917. noterur in linea assignata æquinoctiali quasi esset 1917. subintelligendo illi addendam esse longitudinem totius baculi, atque ita pro singulis parallelis notabuntur puncta horaria, in lineis assignatis.

Vsus autem talis erit baculus perpendiculariter erectus teneatur, noteturque in subiecto pa-

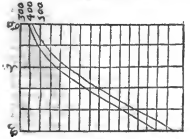
pimento

aimento horizontali extremitas vmbræ. cui vmbræ applicetur baculus. tunc extremitas vmbræ, in linea parallelo, quem sol percurrit assignata, horam indicabit. si fuerit vna ex horis in quibus tangens complementi maior est radio; tunc ex vmbra primò auferenda est longitudo ipsius baculi, & reliqua vmbra horam baculo applicato indicabit.



Quia non omnes trigonometriam sciunt, ideo geometrice eandem praxin perficiam. in charta satis magna. sit linea AB cuius cumque longitudinis, diuisa in totidem partes, in quot baculus diuisus fuerit; huic ad angulos rectos ducatur linea B C. tum ex puncto A, quôcumque interuallô describatur circulus diuidendus in suos gradus. per quos ducantur lineæ occultæ, secantes lineam B C. tum notatis vt prius 7 lineis in tuo baculo, pro singulis nempe parallelis vna. adi tabulam eleuationum. inueniantùrque v.g. pro eleuatione meridiana in tropico canceri, gradus 67. sit ille numerus in puncto E. sume circino lineam BE, eamque applica lineæ BA, inueniesque eam continere 500 partes. sumendæ sunt 100 partes in baculo & ad eam longitudinem, notandum punctum in linea canceri. quoties autem linea fuerit maior baculo. vt si pro aliqua hora, fuerit eleuatio inuenta graduum 40 linea B 40 maior est lineâ A B; quare auferatur AB ex B40, restabitque linea minor cum qua eôdem modô operaberis, subintelligendo in vsu baculi ex vmbra inuenta auferendam longitudinem baculi. & in aliquibus horis bis auferenda erit.

Nonnulli tot in baculo diuisiones nolunt; ideoque vnicam in baculo lineam notant in partes 100. 1000, aut 10000, diuisam habentque chartam separatam in qua cætera habent.

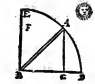


Fiant ergo in charta separata septem lineæ pro singulis parallelis vna, quarum media æquinoctiali, extremæ tropicis tribuuntur. harum vna in quotcumque partes æquales diuidatur v g. in 40 quarum quælibet in centum alias subdiuidi intelligatur, & quia aliquæ diuisiones inutiles, primæ diuisioni apponatur cyphra 300, secundæ 400 & ita consequenter donec peruenias ad 4000; ducantur item per singulas diuisiones lineæ parallelæ. hæ diuisiones repræsentant longitudinem vmbrarum, & consequenter sunt tangentes complementorum eleuationum solis. vt horas inscribas, quære in tabula eleuationum. eleuationem solis existentis in cancro horâ meridianâ; inueniesque esse 68. 30. cuius complementum est 21. 30 huius tangens est 390. in linea canceri notetur punctum in parte 390 dum sol percurrit parallelum geminorum eius eleuatio horâ meridianâ est 65 complementum est 25, cuius tangens est 464. notetur punctum in linea geminorum, è regione partis 464. & illud pertinebit ad lineam meridianam. ita operaberis in reliquis punctis, coniungesque omnia puncta ad eandem horam pertinentia lineâ curuâ.

Vsus talis erit baculi erecti verticaliter exploretur vmbra quam merieris baculo diuiso in 1000 partes, vt scias quot partes continet, ponamus eam continere 1500 partes. quære lineam quæ talem cyphram habeat, cuius intersectio cum parallelo diei quem sol percurrit eô die, horam indicabit; vt si sol eô die percurreret parallelum piscium esset meridies.

Duo incommoda habet hæc ratio construendi baculum Gnomonicum, primum quod nimis longa sit vmbra, eò quod tangentes in infinitum excurrant; secundum quod non sit adeo facile baculum verticaliter statuere vtrique incommodô obuiam ibimus.

Baculus A B ita obuertatur soli, vt nullam vmbram efficiat, seu vmbra in eius pedem B incidat, tunc si baculus supponatur esse semidiameter circuli, seu sinus totus, distantia summitatis A, ab horizontali plano B C; nempe linea AC erit sinus anguli A B C, quam metiri poterimus filo quocumque.



Fiant in baculo 7 lineæ pro singulis parallelis vna, diuidatur item baculus in 10 partes, & quælibet in 10 vt fiant 100; & iterum vna in 10 vt fiant mille initium diuisionis erit à summitate. puncta horaria, ita in qualibet parallelorum linea notabuntur. sint notanda in linea canceri. adi tabulam eleuationum, inuenies meridie solem eleuatum gradib. 68½. huius sinus est 930. è regione 930. partis (nam baculi linea aliqua supponitur diuisa in 1000 partes.) in linea canceri notam appones. ita operaberis circa reliquas horas, non tantum

tantum in linea canceri; ſed etiam in aliis, habebiſque in ſingolis, puncta horaria. & quæ ad eandem horam pertinebunt coniunges linea curuà. poterunt inter quaſcumque parallelorum lineas,alij duo aut quinque paralleli interſeri.

Vſus talis erit; ita ſtatuatur baculus vt vmbra ſummitatis in pedem eius incidat. filoque dependente, ab eius vertice metire diſtantiam illius à plano horizontali. hanc diſtantiam nempe lineam AC applica baculo, in parallelo quem ſol eô die percurrit, & in eo horas indicabit.

Qui careret tabula ſinuum facile operando in charta idem conſequeretur. nempe ſi conſtructo quadrante DAE & in gradus diuiſo. diuideret lineam B E in totidem partes, in quot diuiſus eſt baculus poſſet enim facile ſcire quot partes contineret quilibet ſinus. verbi gratiâ inuenta ſit in tabulâ, eleuatio graduum 40, qualis eſt DA acceptam circinô lineam A C, transfer in BF & BF exhibebit numerum partium. Poſſent item vt priùs omnia notari in charta & adhuc facilius, quia ſinus, non ſunt maiores ſinu toto. vnde ſufficeret primam lineam in partes 1000 diuidere.

Nonnulli vnicâ in baculo lineâ pro omnibus parallelis ſubſtituta vti voluerunt, correctione tamen aliquâ adhibita hoc modo.

In eâ lineâ,notant eleuationes pro ſingulis horis, ſole in æquinoctiali exiſtente, notata ſcilicet in ea lineâ, ſingulorum ſinuum longitudine. quando autem in aliis parallelis eadem linea vtendum eſt, atque adeo dum baculus ſoli ita exponitur, vt vmbra ſummitatis in pedem incidat, & metienda eſt diſtantia ſummitatis à planô horizontali, in ſignis borealibus cum in ſingulis horis ſol maiorem habeat eleuationem; quàm in æquinoctiali, aliquid auferendum eſt ab ea menſura, vt hora inueniatur, è contra vero in ſignis auſtralibus aliquid addendum eſt. ſola difficultas eſt an in ſingulis horis idem addendendum ſit. hoc eſt ponamus ſinum anguli 45 quæ eſt eleuatio ſolis meridiana in æquinoctiali eſſe 707. hoc eſt in baculo horæ meridianæ punctum diſtare partibus 707 à ſummitate. & me velle ſole exiſtente in cancro horam indagare ſol eleuabitur gradibus 68. 30. cuius ſinus 930. atque adeo inuenirem filum longum partibus 930. aliquid auferendum eſt ab eo nempe 223 partes.quæritur an in omnibus horis idem accidat nempe an ſemper ex fili longitudine auferendo partes 223.hoc experiamur pro hora 9.quæ in æquinoctiali eleuationem habet; grad.30.34. cuius ſinus 508. At vero in tropico eleuatio eſt 48. 2 cuius ſinus eſt 743 ex quibus ſi auferas 223. reſtabunt 510 ſeu eleuatio 31. 20. pro 308. ſeu gradibus 30. 34. ideoque defectus eſt minut. 46 vnius gradûs. qui defectus non videtur intolerabilis. hora autem ſexta in æquinoctiali ſol habet eleuationem nullam in tropico cancri habet eleuationem 16.5. cuius ſinus eſt 277. ex quibus ſi auferes 223 reſtabunt 54. eleuatio 3 graduum. deficiet igitur,oſtendetque quadrans poſt ſextam quem puto maximum defectum poſſet autem hoc corrigi vlterius ſi circa meridiem auferrentur 253. circa octauam 235. circa ſextam 277.

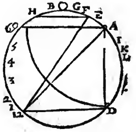
Quia autem deeſt hora quinta matutina hæc notetur pro tropico cancri in alia linea ſeparata, cum eo quod addendum eſt in parallelis geminorum, & tauri. ſed hunc modum vlterius proſequi non lubet cum falſus ſit, horamque non veram oſtendat, licèt non longe aberret,

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Horologium in annulo deſcribere per eleuationes.

Eôdem fere modô quô in baculo, per vnicam lineam horologium conſtruximus;non vſque adeo exactum, In annulo quôcumque idem præſtabimus. ſit ergo annulus quicumque communis, per cuius medium ducatur linea circularis, eius latitudinem bifariam diuidens quæ linea repræſentetur circulô ABD.conſtruatur autem horologium, vt oſtendat exacte horas ſole in æquinoctiali exiſtente hôc modô. Aſſignetur in circumferentia punctum aliquod, A in quo ſupponatur foramen, quo ſolis radius tranſmittatur, ducatur linea horizontalis AC, hoc eſt ſint puncta A & C æqualiter à ſuſtentaculo B diſſita. tum ex punctô A vt centro deſcripto quadrante in ſuos gradus diuiſo. quæratur in tabula eleuationum pro ſingulis horis eleuatio ſolis exiſtentis in æquinoctiali, quas eleuationes in quadrante numerabis, ductæque per ſingulas eleuationes lineæ occultæ puncta horaria exhibebunt in ſuperficie annuli.



Opus non eſt vllâ demonſtratione ad oſtendendum, ita ſuſpensô ex punctô B annulo, vt peripheria BAD oppoſitam BCD obumbret, radium ſolarem per foramen A tranſmiſſum, horas indicaturum exactè. ſole æquinoctialem percurrente: quia tunc tantum in punctum horarium incidet, cum ſol eam obtinebit eleuationem quam exigit talis hora. hic igitur annulus optimus eſt tempore æquinoctij, aliis verò temporibus aberraret à vera hora; ideoque nonnullâ correctione opus eſt. fiant ergo alia foramina, vel potius foramen A ſit mobile, abſcindantur igitur hinc inde arcus AE, AI 21 gradus, nempe dupli declinationis tauri, item arcus A F, AK, ſinguli graduum 40 nempe dupli declinationis geminorum. denique arcus A G, A L, ſinguli graduum 47 duplâ declinationis tropicorum. dico ſole exiſtente in tauro, ſi foramen A transferatur in E, fore vt in ea poſitióne dum erit meridies radius per illud tranſmiſſus, cadat in punctum horæ 12 eôdem modô oſtendam ſi ſol exiſtat in geminis & foramen transferatur in F; fore vt hora meridiana, incidat in punctum horæ 12.

ducantur

ducatur enim linea F, 12 item lineæ FH, & 12 D parallelæ horizonti, atque adeò parallelæ lineæ AC

Demonstratio angulus C A 12 & A 12 D illi æqualis cum sit alternus, sunt æquales eleuationi solis meridianæ tempore æquinoctij. angulus autem A 12 F, (cum arcus AF sit duplus declinationis solis, in geminis existentis, & (*per* 20.3) angulus ad centrum sit duplus anguli ad peripheriam) erit æqualis declinationi geminorum, quare totus angulus F 12 D est æqualis eleuationi solis in geminis existentis, huic autem æqualis est angulus alternus H F 12, ergo angulus HF 12 æqualis eleuationi meridianæ geminorum, quare correctio adhibita optima est pro hora 12. quod erat demonstrandum. quod verò eadem correctio optima sit pro reliquis horis demonstrate non possum, cum falsum sit, non est tamen in multis error valde notabilis. Et hoc est artificium cui innituntur annoli illi horarij simplices.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Horologium exactum describere in annulo per eleuationes.

Fiat annulus cuius diameter vnius sit digiti, aut etiam vnius digiti cum dimidio: & circumferentia aliquam habeat latitudinem, ita vt in ea quatuor saltem circuli notari possint. fiant hinc inde à sustentaculo duo foramina, distantia à sustentaculo arcu æquali eleuationi solis, licet hoc non sit omnino necessarium. foramen vnum cum circumferentia sibi opposita in qua sunt 4 circuli, vsui erit ab æquinoctio verno, ad autumnale. Aliud vero foramen adhibebimus ab æquinoctio autumnali, ad vernum. seu à die 24 septembris ad 21. martij.

Methodus autem talis erit. eôdem prorsus modô quo horas notauimus in superiori annulo pro æquinoctiali. hoc est notauimus puncta horaria in circulo, posito foramine tanquam stylo; notanda sunt puncta horaria pro tempore æquinoctij, in vno ex circulis, extremis, consulendo scilicèt tabulam eleuationum. idem præsta pro parallelo tauri, idem pro geminis, & tropico cancri: & puncta ad eandem horam pertinentia in diuersis circulis coniunge linea curuâ, & peractum erit horologium pro signis borealibus.

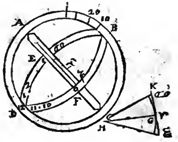
Eâdem methodô vtere vt horas inscribas signis australibus & habebis annulum horarium; cuius vsus facilis erit. si enim suspensô liberè annulô, foramen ad solem obuertas, ita vt circumferentia conuexa, concauam oppositam obumbret, tunc radius per foramen transmissus in circulo proprio horam indicabit.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Annulus vniuersalis.

Fiant duo circuli A B C D, B E D F qui aptari possint ad angulos rectos in punctis B & D circulus A B C D meridianum repræsentat, atque adeò vnus eius quadrans A B in gradus nonaginta diuidatur, initiô factô à punctô B æquinoctialis. circulus æquinoctialis B E D F in 24 horas diuidatur punctum D est punctum horæ meridianæ. in punctis A & C. polos repræsentantibus, aptetur lamina ærea cum aliqua latitudine, in cuius medio sit foramen mobile secundum fissuram 10 è regione fissuræ notentur signa, hôc modô. sit GH æqualis semidiametro circuli æquinoctialis, ad quam per punctum G ducatur perpendicularis G K. ex H vt centro describatur arcus, in quo hinc inde abscindantur arcus M N, M P graduum $11\frac{1}{2}$. deinde alij duo arcus graduum 20. & alij duo graduum $23\frac{1}{2}$. ductisque per singulas diuisiones lineis occultis, notentur puncta in ea linea quæ transferenda sunt in lineam 50.50.



Vsus horologij talis. erit. libere suspendatur meridianus ex punctô eleuationi poli tuæ regionis respondente filo nempe tum ita totum insttumentum soli opponatur, vt foramen priùs translatum in signum in quo sol versatur, eô tempore, radium solarem transmittat præcise in circulum æquinoctialem, ibi enim horam indicabit.

Demonstratio dum solis. radius per foramen transmissus æquinoctialem attinget, totum instrumentum sphæram cœlestem repræsentans, situm suum naturalem obtinebit: ergo radius ille horas indicabit. consequentia patet, nam si punctum A polo cœlesti respondeat, & circuli meridianus & æquinoctialis cœlestibus sint paralleli, clarum est quod axis & consequenter foraminis vmbra in æquinoctiali horam ostendet. quod verò hi circuli congruentem situm obtineant, sic ostendo, totâ sphæra suum situm obtinente, vmbra centri, tantum infra declinat ab æquinoctio, quanta est solis declinatio pro eo die; ergo puncti in axe sumpti & eandem declinationem obtinentis vmbra, in æquinoctialem cadet, cum autem id in vna tantum positione accidat,

cidat, necessarium est vt ea sit congruens & naturalis.

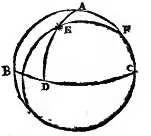
Alia multa horologia per eleuationes excogitari possunt, inter quæ sunt nonnulla vniuersalia, quæ quia difficiliora sunt in finem huius libri reiicio.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Azimutales circulos pro singulis horis desinire.

Sicot tabulas aliquas eleuationum coostruximus; ita eriam ad sequentes praxes necessarium est vt aliquas tabulas aaimutalium seu circulorum verticalium exhibeamus. hoc est pro singulis signis, & singulis hotis assignemus quem verticalem sol occuper: hæ autem tabulæ si exactissimæ requiruntur, per trigonometriam habeantur. Sit enim sol in tauro verbi gratia, supponatotque in puncto E horæ nonæ matutinæ, sitque verticalis AE. quæritur arcus BD, seu angulus DAB, qui facile innotescet, nam in triangulo AFE cognoscitur latos A F complementum eleuationis poli. tuæ regionis cognoscitur item latus EF complementom declinationis tauri. cum enim à polo F ad æquinoctialem sint gradus nonaginta & taurus decliner gradibus $11\frac{1}{2}$ versus polum F. erit arcus E F $78\frac{1}{2}$. cognoscitur item angulus EFA, nempe graduum 45 cum hora nona distet totidem gradibus à meridiano: igitur non latebit angulus E A F, neque coosequenter angulus EAB seu arcus BD



2. Eadem tabula per quodcumque astrolabium, & per analemma haberi potest. facillime autem si in horologio horizontali in quo non tantum horas, sed etiam solis parallelos descripsisti, circulos Azimutales ducas. poteris enim in qualibet signi cuiuscumque hora assignare circulum verticalem congruentem. quia autem pro singulis eleuationibus poli varia sunt tabulæ verticalium, omnes hic dare non potero, quare eas tantum appooam quæ in Europa vtiles esse possunt.

ELEVATIO 48

	11 gr. 1	10 2	9 3	8 4	7 5	6 6	5 7	4 8	4
♋	30. 34	54. 1	71. 0	84. 12	95. 31	106. 2	116. 30	127. 25	
♌ ♊	28. 13	50. 50	67. 51	81. 20	92. 53	103. 39	112. 49	119. 7	
♍ ♉	23. 39	44. 6	60. 43	74. 27	86. 20	96. 40	105. 15	0	
♎ ♈	19. 38	37. 33	53. 6	66. 34	78. 37	90. 0			
♏ ♓	16. 45	32. 30	46. 45	59. 31	71. 13	75. 0			
♐ ♒	14. 54	29. 14	41. 25	54. 28	60. 18				
♑	14. 20	28. 4	40. 50	51. 36					

PROPOSITIO XXIX.

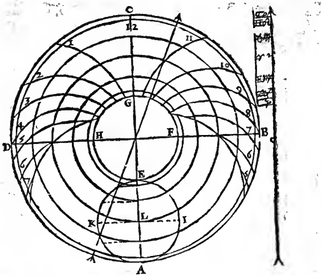
Problema.

Horologium describere in plano horizontali per circulos verticales.

Sit describendum horologium in plano horizontali, per verticales circulos. centrô quocumque septem describantur circuli concentrici. pro singulis parallelis vnus. medius æquinoctiali, exterior tropico cancri, interior tropico capricorni tribuatur. ducatur vtcumque linea AC meridiana. ad describendas reliquas horas ita operare. quære in tabula pro hora 11. dum sol est in cancro circulum verticalem inueniesque 30. 34 sit arcus C 11. graduum 30. 34. in geminis eidem horæ competit arcos graduum 28. 13. totidem gradus abscinde in sequenti circolo, quem nempe tribuisti geminis & leoni, incipiendo semper à linea meridiana, ita operare in reliquis horis, & parallelis; puncta ad eandem horam pertinentia coniunge lineâ curuâ & horologium perfectum erit.

Duplex erit vsus huius horologij. primus si in puncto A, infigas ad angulos rectos stylum satis longum, qui erit axis circulorum verticalium, & linea meridiana situm suum naturalem occupet; hoc est fuerit lineæ meridianæ cœlesti parallela, tunc vmbra secabit parallelum diei, in vero puncto horario.

Secundus vsus erit, si centro insistat acus magnetica,



netica, ſitque in lineæ meridianæ quocúmque poncto L, iofixus perpendiculariter alius ſtylus cuius vmbra incidat ſemper in eandem meridianam, tune acus Magnetica parallelum diei ſecabit in vero puncto horario. Ratio clata eſt cum enim tune linea meridiana horologij ſeu linea AC directe ſolem reſpiciat, hoe eſt ſubiaceat circulo verticali ſolis: acus Magnetica quæ cœleſti meridianæ ſubiacet, tantum diſtabit à linea AC, quantùm verticalis ſolis diſtar à linea meridiana atque adeo in horologio ipſa acus vices circuli verticalis ſolis obibit, & cum iſtud horologium ita ſit compoſitum, vt in ſingulis parallelis, horaria puncta ſint notata, in interſectione verticalis quem ſol occupat ſingulis horis; ſi notetur punctum in quo acus interſecat parallelum diei, ibi horam indicabit.

Aliô modô ſtatoitur hoc horologium nempè in fundo pixidis Magneticæ, & loco ſtyli cuius vmbra in lineam AC ſemper incidere debet, operculum pixidis ita ad ſolem obvertitur; vt totam pixidem obumbret, tunc acos Magnetica in parallelo diei horam indicabit.

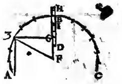
Poſſet idem horologium ſine vlla tabula Geometrice deſcribi; ſed quia hæc praxis eſt peculiaris Aſtrolabio horizontali, & ab eo deſumitur ideo in tractatum de Aſtrolabiis rejicienda eſt.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Horologium Azimutale in quo unicus circulus mobilis deſcribere.

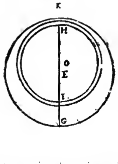
Novum eſt iſtud inventum, & ex ſuperioribus originem duxit, quia enim in ſuperiori praxi ſeptem deſcribuntur circuli concentrici, pro ſingulis, nempe parallelis vnus; in hoc horologio vnicos tantum deſcribitor; ſed mobilis ita vt dum ſit vicinior centro, ſeu puncto cui inoititur



acus Magnetica, tune repræſentet Tropicum Caneri, quando vero ab eodem puncto, eſt remotiſſimos Tropici Capricorni vices obeat; in mediis intervallis pro reliquis parallelis ſubſtituatur. deſcribatur ergo circulus quicúmque in quo ope ſuperioris tabulæ deſcribantur puncta horaria pro æquinoctiali per azimuta hoc modo. hora 3. habet in tabula gradus 53. 6. hoc eſt ſol dum percurrit æquinoctialem; hora 9. eſt in verticali diſtante à meridiano grad. 53. 6. ſomentur hinc inde à puncto B arcus B3. graduum 53. 6. pariter in eodem æqoinoctiali horâ ſecundâ, & decimâ ſol attingit verticalem diſtantem à meridiano gradibus 37. 33. fiant arcus graduom 37. 33. & ita de reliquis horis, vſque ad ſextam incloſive.

Quia autem in Tropico Caneri horâ tertiâ, & ſol magis remotus eſt à meridiano, ſecundum verticales, ſeu attingit verticalem magis diſtantem à meridiano. nam ſecundum tabulam ſuperiorem eſt in Azimutali 71. 1. fiat angulus A3F gradoum 71. 1. intelligatur circulus deſcriptus, ita moveri vt punctom B. fiat vicinius centro nempe eius diſtantia æqualis ſit lineæ B F, debet igitur ita transferri prior circulus ad hoc vt vices obeat Tropici Caneri. Locum eius invenies pro

Tropico Capricorni in quo distantia à meridiano pro hora tertia est graduum 40. 50. fiat angulus I F graduum 40. 50. invenietúrque aliud punctum infra F, quare distantia puncti B, à centro maior erit. tota difficultas est in removendo eô



circuló pro vt par est. hoc est vt in Tropico Canceri sit in I, in æquinoctio attingat B, in Tropico Capticorni incumbat puncto H fiat ex ære, aut argento circulus GH, cuius centrum F. sitque linea IK. æqualis distantiæ AC. & linea IF æqualis lineæ I F, præcedentis figuræ & linea F H, lineæ F H. tum divisâ bifariàm lineâ K L in puncto O, describatur HI excavetur crena aliqna secúdum circulum HI. hic circulus GH, sit sub fundo pixidis Magneticæ, volui autem possit circa centrum. & in fundo pixidis ita apteiur circulus mobilis, vt in punctis B, sit paruus stylus attingens crenam HI in puncto HK. accidet autem vt, si voluatur totus circulus G H. punctum B, quod moveri tantùm potest secundum longitudinem fissuræ, in fundo pixidis factæ, aliquando magis aliquando minus à centro removeatur. hoc eit dum punctum H, erit in superiori loco punctum B, maxime distabit à centro F, quando autem punctum I superiorem locum obtinebit, punctum B circuli mobilis; minùs distabit à centro secundum distantiam FI, vnde circulus G H in 365 partes dividitur, pro numero dierum anni, vt singulis diebus circulus mobilis mutet suam distantiam à centro F.

Posset aliô modô fieri horologium, si nempe circulus immobilis fieret, sed cuspis cui acus Magnetica innititur, fieret mobilis, & in Tropico Cancri admoveretur circulo, in Tropico vero Capricorni ab eo removeretur, quod artificis industriæ relinquendum est. perinde autem est vt pateat sive circulus, centro admoveatur, sive centrum circulo.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Horologia Lunaria.

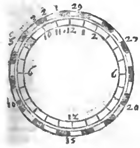
Nemo in hac materia exactam præcisionem requirat, licèt enim absolute loquendo, ex Lunari vmbra, horam habere possimus, ea tamen res tot conditiones, tot supputationes requirit, vt ad Astronomiam potius, quam ad horographiam pertineat. possumus tamen horam ex Lunâ venari, licèt non adeo exactam aut præcisam. certum est autem in horis nostris metiendis nos attendere ad solis motum, vt maxime clarum & apparens: ideóque dies naturalis est circumvolutio solis, qua à meridiano digreditur, & ad eundem meridianum redit. & quia sol motum aliquem sibi peculiarem, & proprium habet, quô ab occidente in ortum secundùm signorum seriem progreditur; inde fit vt dies naturalis contineat vnicam cœli stelliferi circumvolutionem, & insuper id quod motui solis diurno respondet. Supponamus enim solem attingere meridianum simul cum Spica Virginis, sequenti die dum Spica Virginis eundem meridianum attinget, sol ab eodem meridiano vno circiter gradu distabit: & quia sol secundum verum motum non movetur æqualiter, inde fit vt dies naturales sint alij, aliis paulo longiores, sed hæc differentia vt pote aliquorum tantum secundorum seorsim spectata negligitur. certum igitur sit horas ex sole metiendas esse: vnde dum horam quærimus investigamus in quo circulo horario sol inveniatur. oportet ergo ex Lunæ vmbra scire in quo circulo horario sol inveniatur. vmbra Lunæ in horologio quocúmque scioterico indicabit circulum horarium in quo ipsa reperitur; non autem circulum solis horarium, vnde totum negotium in eo positum est, vt ex circulo Lunæ horario, cognoscam solis circulum horarium. quod ex Lunæ motu proprio petendum est. Si enim Lunæ motus esset motui solis æqualis nulla esset difficultas. Supponamus ergo esse novilunium; atque adeo solem, & Lunam in eodem versari meridiano. si tunc solaris radius, non officeret lumini, Lunæ hora eadem esset, cum solis hora, cum simul in eodem meridiano, & in reliquis circulis horariis inveniantur.

Dies Lunæ	horæ addendæ H.	M.	Dies	H.	M.
1.	0.	0.	17.	15.	0.
2.		48.	18.	13.	49.
3.	1.	36.	19.	14.	37.
4.	2.	25.	20.	15.	25.
5.	3.	13.	21.	16.	14.
6.	4.	3.	22.	17.	4.
7.	4.	52.	23.	17.	52.
8.	5.	42.	14.	18.	41.
9.	6.	30.	25.	19.	29.
10.	7.	15.	26.	20.	16.
11.	8.	7.	27.	21.	8.
12.	8.	56.	28.	22.	0.
13.	9.	45.	29.	22.	44.
14.	10.	32.	30.	23.	35.
15.	11.	24.			
16.	12.	8.			

Sequenti die Luna erit occidentalior tribus circiter quadrantibus, atque adeo si ex vmbra eius, horam Lunarem habeas, tres quadrantes addendi erunt vt solis horam habeas. secundo die addendi erunt 6 quadrantes, seu hora cum dimidiâ, & ita

ita consequenter nempe pro quinque diebus quatuor horæ;pro vt tabula indicat.tabula autem habet dies ineuntes. ita vt primo die ineunte nihil addendum sit. Secondo ineunte id est primo perfecto 48 minuta. posui dies ineuntes quia communis computus dies ineuntes offert & non absolutos. alioquin nonquam Luna trigința dies haberet.

Ope ergo istius tabulæ solius, poterimus ex vmbrâ Lunæ solarem horam invenire. nam si in horologio communi vmbra Lunæ,indicet quamcumque horâ verbi gratia sextô die, vmbra Lunæ indicet horam quintam pomeridianam, huic adde 4 horas cum tribus min. erit hora nona. ratio clara est ex superiùs explicatis. quia autem difficile est meminisse totius tabulæ, sufficiat scire quinque diebus Lunam progredi à sole versus orientem, 4 horis. ex quo facile scies quid addendum sit verbi gratia 17 die, addendæ primo erunt duodecim horæ, eo quod quindecim dies, ter continent quatuor horas, debet addi hora cum dimidia si intelligas septemdecim dies esse absolutos.



Hæc autem consideratio est fundamentum omnium horologiorum Lunarium quorum aliqua hic describo, & primo quidem in plano æquinoctiali. fiat in plano æquinoctiali immobili circulus A B C D. qui dividatur in partes 29 cum $\frac{1}{2}$, quale est tempus Lunationis integræ,quæ est.dierum 29. horarum 12. min. 44. sitque divisiones à puncto A versus B, contra seriem horarum quibus apponantur cyphræ dierum Lunæ. fiat alius circulos interios, concentricus priori, & mobilis, in 24 horas divisus. sitque in eo denticulus è regione horæ duodecimæ. dico si denticulus transferatur in diem Lunæ currentem. tunc vmbram Lunæ indicaturam, veram horam solis.

Demonstr. Supponatur denticulus respondens horæ 12. translatus esse in notam primæ diei, (oportet autem intelligere dies absolutos. tunc hora 12. occupabit locum quadrantis post vndecimam, & cæteræ omnes horæ pari intervallo in anteriora promovebuntur; sed post primam diem absolutam, dum Luna existit in quadrante vndecimæ, vere est meridies cum Luna sit orientalior sole,tribus quadrantibus; ergo tunc vmbra Lunæ indicabit circulum horarium in quo sol existit.ita ostendam in reliquis diebus idem accidere.

Aliter per duos circulos horologium Lunare in eodem plano construitur. exterior horas habet consueto more inscriptas. interior vero mobilis dies Lunæ secundùm horarum seriem notatos præfert. vsus autem talis est. Lucente Luna eius vmbra horam Lunarem indicabit ad hanc horam transferatur indiculus toot è regione dies Lunæ invenietur hora solaris. verbi g. si octava dies, & Luna meridiem ostendat,transferatur indiculus, ad 12 videbisque è regione diei octavæ esse sextam cum tribus quadrantibus.

Demonstratio. Singulis diebus Luna retrocedit à sole versus orientem tribus quadrantibus, ita vt intra dies 29$\frac{1}{2}$. retrocedat circulô integrô, hoc est solem denuò attingat:igitur hora solaria occidentalior erit horâ Lunari pro ratione illius temporis; ergo si initium Lunationis horæ Lunari incumbat; dies Lunæ horam solarem indicabit.

Si verò in eodem interiori circulo dies Lunæ inscripti essent contra horarum seriem debeset dies Lunæ, incumbere horæ Lunari, & tunc indiculos, seu dies 30 horam solarem indicaret.

In horologio horizontali aptatur ab aliquibus eadem methodus, sed malè; eò quòd horæ non distent ab invicem æquali intervallo, atque adeò quomodocúmque componatur circulus interior, aliquando eidem intervallo vnius diei, responderunt plures, aut pauciores quam tres quadrantes.

In parietibus in quibus difficillimum esset aptare circulum interiorem mobilem, debent plura fieri horologia,pro singulis nempe diebus vnum. in his autem horologiis eædem sunt lineæ horariæ, sed quæ mutent characteres. vt verbi gratia sexto die, quæ meridies habet cyphram 4. hoc est dum Lunæ vmbra indicabit meridiem, sol versabitur in circulo horæ quartæ, & ita de reliquis; quod vt ad praxin revocemus, sum autem vt pro stylo addatus hypothenusa longissima tunc enim horas Astronomicas delere poterimus, cum vmbra hypothenusæ earum vices suppleat. Sed de hoc iam supra diximus.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Horologia ad stellas horam indicantia.

Fundamentum omnium horologiorum ex stellarum motu horas indicantium in eo positum est, quod sol vnô circiter gradu à qualibet stella singulis diebus recedat ad ortum. ita vt intra sexdecim dies vnâ horâ, intra mensem duabus horis secedat in consequentia, seu ab occasu in ortum: qui recessus non est ita exactus, non enim fit misur secundum Eclypticam, sed per ascensiones sectas ad æquatorem redoci debet. ideóque duplex in eo accidit irregularitas, prima quæ ex orbitæ solaris eccentricitate oritur, quâ in signis borealibus pesentrendis plures insumit dies,quam in australibus, & huius irregularitatis facile in his horologiis rationem habere possumus. scimus enim quibus diebus sol in quælibet signa ingrediatur. alia irregularitas petitur ab ascensionibus rectis, quam vt nonnihil expliccem, supponamus aliquam stellam versari in ipsa intersectione æquinoctialis & Eclypticæ, & solem digressum ab ea stella pervenisse ad primum gradum Tauri,non propterea sol duabus horis post eam stellam ad meridianum

meridiaoom pervenlet, ſed deficient 12 minuta, qui defectus in bis omnibus negligitur, nequa enim poteſt eſſe maior, eo quod ſubito cortigarur. nempe in ſingulis qoadrantibus. duo ergo ſcienda ſunt, vt de oocta per ſtellarom motum, ſolis horam inveoiamus. primum ſtellæ circulus horarius. deiude quid ab ea bora dettahendom ſit, vt babeatut ſolis hora. quod pertiner ad primum ſi ſtella vmbram faceret; in quolibet horologio videreiur cireulus botarius io quo ſtella verſaretur. quia autem nullam vmbram procreat recurrendum eſt ad elevationem ſtellæ ſupra borizootem, vel ad azimutum. vnde babeatur declinatio ſtellæ, ſeu diſtantia ab æquatore, & ea aoalemmare poteris conſtruere tabulam elevatioonm, quas obtinet in ſingulis circuiis horariis, vt diximus.

Immo ſi babeas quadrantem paratum ad cognoſceodas horas per elevationes ſolis. ſi ſtella eandem habeat declinationem, quam aliquod ſignum Zodiaci, eôdem modò quætatur hora, per ſtellæ elevatiooem, quô ea ſolis elevatione pro eo ſigno quærendam docuimus.

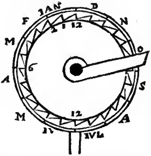
Non diſſimili modô horologio azimutali, circulum hotarium quem ſtella obtinet obſervabimus. ſi nempe ſtella eaodem habeat declinationem, quam obrinet aliquod ſignum, tnnc eoim ita diſponendum eſt horologium, vt exigit tala ſignum, item ita movendum, vt ſtellam eius extremitates radere videas; tunc eoim acus horam ſtellæ in circuio mohili indicabit.

Ex cognito circulo hotario ſtellæ, qoærimus circulum horatium ſolis hôc modô. primò ſciendum eſt qoô tempore ſtella coniuncta eſt eum ſole ſecundum aſcenſionem rectam. hoc eſt quô tempore ſimul meridianum attingit eum ſole. ponamos enim caudam Leonis conunctam eſſe cum ſole ioitio Septembtis, & die 5. Mattij eam deprehendi in eirculo horæ vndecimæ matutioæ, ea ſuperiori principio ſingulis quiodecim diebus ſol recedit à ſtellis voa bora, ſeu ſingulis meoſibus duabus horis. ſunt autem ſea menſes ab initio Septemb, ad initium Mattij; igitur ſol receſſetit horis duodecim, & inſoper ſont quioque dies ſeu tertia pars horæ. ſi ergo ab hora vndecima matutina auferas 12 horas cum triente, remanebit hora decima veſpertina, cum duabus tertiis ſeu quadragiota minutis.

Coi tamen ble calculus importunus videbitur, potarit tale inſtrumeotum eoostruere, fiat circulua divideodua in 12 pattes æquales, tribuatur vni poncto 21 Mattij, ſequeoti 22 Aprilis, & ita deinceps pro vt ſol ingreditur ſigna Zodiaci, deinde cætera intetvalla intermedia dividantur ſecundom numerum dierum interiectorom. verbi gratia ſpatium primum in 32 partes. quia à 21 Martij ad 22 Aprilis ſunt dies 32. apponaotúrque notæ menſium & dierum. fiat alius circulus conceotticus in 24 pattes, diviſus qui notas borarum præferat, tribuatúrque horis ſolarihos. Ordo autem boratum, ſit contrarius ſeriei ſignorum. fiat item alius circulus mohilis horas ſtellarom continens; move circulom mobilem, donec horæ interiores exterioribus exactè reſpondeant, & è regione diei quâ ſtella quælibet eandem cum ſole aſcenſiooem rectam obtinet, adſcribes notam cum nomioe ſtellæ in circulo interiori & paratum erit ioſtrumentum.

Vſus autem erit talis. cognitô circulo horario in quo invenitur ſtella. notam ſtellæ in interiori circulo adſcriptam, transfer in diem menſis currentia, tune hora ſtellæ in interiori circulo, habebit horam ſolarem ſibi correſpondentem in circulo exteriori, atqoe hôc modo facile præcipuas ſtellas in tuo horologio notabis, & quocúmqoe tempore nullô negotio horam, & earum altitudinem indagabis.

Fit alıud horologium qoô de nocte, ex ſtellis nunquam occidentibus horam habere potes communiter aſſumitor aliqua ex pertioentibus ad vrſam maiorem, quia ſunt maxime conſpicuæ. ita autem horologium conficies. fiat vt ſupra in ma-



teria ſolida circulos, qui dividatur in menſes & dies. fiat ſecundos circulus interior mohilis diviſus io 24 boras. qoæ horæ vt ſine lumine cognoſci poſſint, habeant denticulom, eritque denticolus horæ 12. aliis paolò maior, vt digitô ſine lumine diſcerni poſſit. additur & alladada. quæ omnia ita diſponootur vt in medio ſit foramen ſatis magnum per quod ſtella polaris videri poſſit. ſit hora 12. in loco ſoperiori, & tone nomen ſtellæ ad quam componitur horologium, ioſcribatur in circulo mohili è regione menſis, & diei, quô talis ſtella eandem cum ſole habet aſcenſionem rectam. qood ex globo cœleſti facile eruere poteris, hoe modô. ſtellam de qua agitur transfer in circulum meridianum, gradus Eclypticæ, qui ſimul attinget meridianum, erit is, qoem eom ſol attigerit, eandem eom ſtella, aſcenſiouem rectam ohtinehit.

Idem habere poteris ex tabulis.

Stella lucidior in rotis poſterioribus minoris vrſæ tertia die Novembris; duæ poſteriores rotæ maioris currûs die 30 Auguſti. cum ſole coniunguntur ſecundum aſcenſiouem rectam. quare tranſlatâ horâ 12. ad locum ſuperiorem è regione 3 Novembris indiculum ſeu notam lucidioris, poſteriorum rotarom minoris vrſæ inſcribes. Et è regione trigeſimæ diei Aug. notam appones poſteriorum rotarum maioris plauſtri, alias multas ſtellas circumpolares inſcribere poteris, modò habeas diem, quô cum ſole coniunguntur ſecundum aſcenſionem rectam.

Vſos talis erit notam ſtellæ deſtinatam transfer in diem menſis currentem, & inſtrumentum ſic diſpoſitom, manuhriô ita attolle vt ſitum fere æquinoctiali parallelum ohtineat, detegatúrque per foramen ſtella polaris, & ſtella qoa vtendum eſt detegatur in limbo circuli, transferatúrque ad illam

illam allidada hæc, horam in circulo mobili indicabit.

Alia multa horologia inueniri poſſunt quæ quia iiſdem nituntur principiis,vlterius proſequi ſuperuacaneum eſſet. notandum autem in hoc horologio eſſe aliquem errorem ortum ex eo quod ſtella polaris non ſit in ipſo polo. ideo eſſent inſcribendæ ſtellæ quæ eumdem cum ſtella polari meridianum habent, ſeu quæ cum ſole coniunguntur, eodem die quo ſtella polaris, aut die oppoſito.

DE HOROLOGIO vniuerſali per eleuationes.

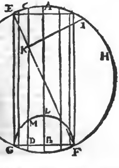
Horologij illius deſcriptio à pluribus etiam ab ipſo Clauio ſine demonſtratione profertur, neque hoc mirum videri debet, abſtruſioribus enim nititur fundamentis; multaque ſcitu digna continet precipua autem demonſtrationes ex ſuperius tradito analemmate eruuntur; immo vt verum fatear eſt ipſum analemma, ſed varie inflexum prout operationes exigunt.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

In analemmate deſcriptio parallelorum eadem eſt, at diuiſio æquinoctialis in horas.

Sint in analemmate paralleli ſignorum A B, CD & alij deſcripti more conſueto, nempe per diuiſionem Eclypticæ E F, dico ſi ducatur linea F G, ſupra quam deſcribatur ſemicirculus F L G diuiſus in 6, aut ſi velis ſingulas horas, & dimidias ſeu in 12 partes æquales, demittanturque perpendiculares, quæ eſt communis methodus diuidendi æquinoctialis circuli in ſua puncta horaria; per quæ ducas lineas parallelas lineæ BA. vel diuidas more conſueto eclypticam F E nempe diuiſo ſemicirculo E H F in partes æquales, & à ſingulis diuiſionibus demittantur perpendiculares in Eclypticam E F, qualis eſt I K, dico inquam eaſdem lineas parallelas vtrâque methodô duci.



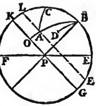
Demonſtratio ſit verbi gratiâ arcus G M graduum quotcumque vt 60 graduum, ducaturque perpendicularis M D, & per D agatur linea D C parallela lineis E G. A B, quæ ſecet Eclypticam in puncto K; excitetur ad Eclypticam perpendicularis K I, demonſtrare debeo arcum E I eſſe graduum ſexaginta cum enim in triangulo FEG, ſit ducta linea DK baſi parallela; erit vt FD, ad DG; ita FK, ad KE. (*per* 4 6.) & componendo vt FG ad DG; ita FE, ad KE; ſed FG. ad DG ſe habet vt diameter ad ſinum verſum areûs G M graduum 60, ergo FE ad KE ſe hab bit. vt diameter ad ſinum verſum graduum 60, erit que arcus EI graduum 60 quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Singula lineæ parallelos repræſentantes ſimiliter ſecantur, per puncta horaria ſimilia.

Sint duæ lineæ G K, E L repræſentantes in analemmate duos parallelos, ſintque duo puncta horaria A, & O eiuſdem horæ verbi gratia tertiæ pomeridianæ; dico ſimiliter eſſe ſectas huiuſmodi lineas, hoc eſt ita eſſe EA, ad AL vt GO ad O K ſi ex arcubus 45 ſuorum circulorum ducerentur perpendiculares ad A & O tam O K erit ſinus verſus arcûs 45, quàm AL. quare ita erit GK ad OK; ſicut E L ad A L; & diuidendo ita EA, ad AL ſicut GO, ad OK. quod erat demonſtrandum.



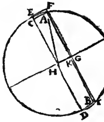
PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

In analemmate poterunt ſeruatâ eadem proportione ſinguli paralleli æquales eſſe æquinoctiali; ſi eorum diſtantia ab æquinoctiali æqualis ſit tangenti declinationis eorumdem.

Quia in analemmate communi eſt difficile ducere lineas horarias, eò quòd vel deſcribendæ ſunt Ellypſes, vel diuidendi ſimiliter ſinguli paralleli, in ſinus verſos areuum ſingularum horarum,poſſunt fieri ſinguli par alleli æquales æquinoctiali, & ſimilitar diuidi à lineis horariis,quæ conſequenter erunt parallelæ inter ſe, & ad parallelos perpendiculares, quia tamen tunc paralleli ſunt nimis magni, vt pote qui fiunt omnes æquales circulo æquinoctiali.mutanda eſt diſtantia quã habent ab æquinoctiali népe parallelus v.g. AB,diſtat ab æquinoctiali CD,ſecundũ lineam AC;

quæ eſt ſinus arcus A E, ſeu declinationis eius, dico ſi augeatur parallelus A B, ita vt æqualis ſit æquinoctiali, & pariter eius diſtantia fiat maior, ſitque æqualis tangenti eius declinationis; quod eadem erit ratio, paralleli ſic aucti ad tangentem declinationis, quæ eſt paralleli ſimpliciter ſumpti ad ſinum declinationis. quod fundatur in propoſitione trigonometriæ, quæ ita habet vt ſinus complementi ad ſinum arcûs, ita ſinus totus, ad tangentem arcûs, quod in hac figura facile demonſtrabimus.



Ex centro H ducatur linea HAF, & per punctum E, excitetur perpendicolaris ad HE, nempe EF quæ ex defin. erit tangens arcûs EA, declinationis paralleli AB, ducatur item tangens DI, & per F ducatur linea F I parallela æquinoctiali DE, & (*per* 33. 1) illi æqualis, dico ita eſſe BA, ad AC; ſicut FI ad FE.

Demonſtratio cum triangula AHK, FHG ſint æquiangula, vt patet propter parallelas AK, FG; erit (*per* 4. 6) vt KA, ad AH; ita GF, ad HF; pariter ita erit vt AH, ad AC; ita HF, ad FE; atque adeo ex æqualitate vt AK, ad AC, ita GF ad FE, & conſequenter vt BA dupla ipſius AK, ad AC; ita IF, dupla ipſius GF, ad EF. quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

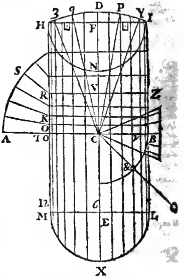
Ex hac demonſtratione ſequitur modus deſcribendi analemmatis, in quo omnes circuli horarij. per lineas parallelas exhibentur. Item omnes circuli paralleli æquinoctiali, per lineas item parallelas deſcribuntur. In quo id etiam compendij habetur, vt eædem lineæ, quæ circulos horarios exhibuerunt, poſſint pro parallelis circulis ſubſtitui, per propoſitionem antepenultimam, quare primo deſcriptionem huius analemmatis, tradémus; exinde eius vſus & indicabimus & trademus.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Deſcriptio Horologij vniuerſalis.

Fiant rectangulum quodcumque H L M I. & ſupra lineas H I, M L deſcribantur duo ſemicirculi HNI, MXL in duodecim partes diuidendi; tùm per ſingula diuiſionum puncta, ducantur lineæ parallelæ, illæ erunt horariæ, quarum HM, ad mediam noctem pertinebit, I L ad meridiem; quælibet autem cæterarum ad duas horas pertinet. quod commune eſt tam analemmati, quam omnibus aſtrolabiis, cæteriſque horologiis per eleuationes deſcriptis, ita prima & vndecima, 2. & 10; 3. & 9; 4 & 8; 5 & 7; 6, & 6. & ita deinceps eandem ſibi lineam vendicant.



Hæ lineæ horariæ ſecundùm propoſitionem præcedentem deſcriptæ, ſupponendo quod æquinoctialis analemmatis ſit linea TB; poterunt eſſe paralleli ſignorum in analemmate communi multò maiore, in quo nempe linea FH erit ſinus declinationis vnius tropici. quare in puncto H, fiat angulus F H C æqualis complemento declinationis tropicorum ſeu 66. 30. tum ex C vt centro interuallô CH deſcribatur circulus HDI, eruntque lineæ HM, IL, FC, cæteræque illis parallelæ, circuli paralleli ſignorum in analemmate communi, cuius ſemidiameter erit C D, & arcus Dq, D P, D Y D I declinationes ſignorum ducantur lineæ CP, Cq, CY, CI.

Ex C vt centrô quôcumque interuallo, ducatur quadrãs circuli in ſuos gradus, aut ſaltem in quinos aut denos diuidendos, tũ ex puncto C ad ſingula diuiſionum puncta ducãtur lineæ occultæ ſecantes lineam T H, in punctis O, K, R & cæteris, erũtq; TO, TK, TR tangẽtes reſpectu circuli cuius diameter CT, aut FH, reſpectu cuius lineæ TH, CD, BI cæteræ quæ ſunt lineæ horariæ ſecundum genus illud analemmatis propoſitione præcedenti deſcriptum. per puncta O, K, R, cæteraque ducantur parallelæ, ipſi AB, quæ poſito quod lineæ TH. CD, BI ſint lineæ horariæ, erunt paralleli æquinoctiali circulo TB.

Ex puncto C deſcribatur rurſus arcus ſignorum, ita vt linea CB, ſit radius æquinoctialis, hoc eſt habeantur in linea BI tangentes. hinc inde

Inde gradunm 11 $\frac{1}{2}$. tum grad. 20. & graduum 23. $\frac{1}{2}$. atque hôc modô deſeriptum etit horologium vniuerſale cuius ptaxes, & vſus ſequentibus propoſirionibus demonſtrabo. ſuppono autem iam analemma commune demonſtratum eſſe, atque adcò ſi oſtendero, hôc inſtrumentô eandem prorſus horam indicarl, quam in analemmatc, rem perfeciſſe cenſeri debeo.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

In ſphara recta arcum diurnum, ſeu horam ortûs; & occaſûs inueſtigare.

In ſphætâ rectâ fili extremitas, cui appenſum eſt pondus ſemper punctô C affixa eſt. filo autem præter pondus debet inſeri nodulus ſeu vnio mobilis. filô igitur in punctô C affixô, extendatur nodulus ad ſignum notatum in linea B I, & ſole oriente, tranſmittatur eius tadius per pinnacidia lineæ HI, clarum eſt quod in tali caſu linea HI, hotizontalis erit; ſicut & linea TB illi patallela, perpendiculum autem inſiſtet lineæ C G, ſeu lineæ horæ ſextæ. quare ſole oriente in ſphæta recta quôcumque tempore globulus inſiſtet lineæ horæ ſextæ. clarum autem eſt in ſphærâ recta ſolem perpetuo oriri hora ſexta. igitur in ſphæta recta inſtrumentum hoc, probe horam ortûs & occaſus ſolis indicat; & conſequenter arcum ſemidiurnum aut diurnum. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

In ſphara recta ſole æquinoctialem percurrente horam inueſtigare.

Filô pariter in punctô C affixô, globulus ad punctum B, pertinens ad arietem & libram extendatur; tùm lucente ſole, ita eius radius per pinnacidia tranſmittatur; vt perpendiculum liberè pendeat; dico lineam horariam cui nodulus inſiſtet eſſe veram horam aſtronomicam. Inſiſtat nodulus horæ nonæ matutinæ in punctô &.

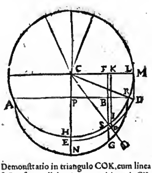
Demonſtratio primò clarum eſt angulum GC&; eſſe angulum eleuationis ſolis. item globulum deſcribere circulum cuius ſemidiameter CB. ſupponatur ergo deſcriptus talis circulus fierique analemma commune, in quo linea C G ſtatuatur horizon ſphæræ rectæ; erit C B æquinoctialis quem ſol ſupponitur eo die percurrere, quia autem ſupponitur ſol vt dixi eleuatus angulo GC& ſeu gradaum 45 ſi ex punctô &. in æquinoctium C B ducatur perpendicularis & γ erit γ locus ſolis in æquinoctiali. ruſus ſi velis ſcire quot horæ reſpondeant ſegmento Cγ, aut γB deſcribendus erit ex punctô C interuallo CB circulus qui iam à globulo deſcriptus eſt, diuidendus in quindenos gradus, educendaque perpendicularis γ&, & quot erunt quindeni gradus à punctô B, tot deficient horæ à meridie, ſupponuntur autem deeſſe 45. igitur eſt hora nona antemeridiana. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

In ſphara recta ſole quemcumque parallelum percurrente horas inueſtigare.

Repetantur ex ſuperiori figura, eæ tantùm lineæ, quæ ad demonſtrationem ſunt neceſſariæ; vitandæ confuſionis gratiâ. filum pariter annectatur punctô C. nodulus autem extendatur vſque ad punctum paralleli currentis verbi gratiâ vſque ad punctum D, pertinens ad cancrum. ita vt nodulus deſcribat motu ſuô circulum D E, maiorem quam ſit circulus M H, quem in ſuperiori propoſitione diximus eſſe circulum in quo, deſcriptum eſt analemma. radius C D ſecat circulum M H in punctô R eritque M R declinatio cancri; ſi linea CM ſupponatur pro æquinoctiali. eritque A R tropicus cancri in analemmate communi. ſupponatur obſeruata ſolis eleuatio, angulus nempe ECS. & tunc nodulus inſiſtat lineæ KO verbi gratia nonæ matutinæ. dico vere eſſe tunc nonam matutinam. EC in hoc analemmate eſt horizon ſphæræ rectæ, & arcus HS eleuatio inuenta. ducatur almicantarath S B erit punctum B locus ſolis in ſuo parallelo, tempore obſeruationis. circa parallelum A R, ducatur ſemicirculus AGR, educaturque perpendicularis B G erit ſecundum regulas communes analemmatis, arcus GR diſtantia ſolis a meridiano, quem debeo oſtendere ſimilem eſſe arcui I M. ſimiles autem demonſtrabuntur, ſi oſtendero ita eſſe, CK ad CM, ſicut PB ad PR; aut CF ad C L. & ſic β R ſinus verſus arcus G R, eandem habebit rationem ad PR ſemidiametrum ſui circuli, quam habebit K M ſinus verſus arcûs IM, ad CM pariter ſemidiametrum ſui, circuli atque adcò arcus ſimiles erunt.



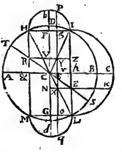
Demonſtratio in triangulo COK, cum linea SF baſi OK ſit parallela, (*per 4. 6.*) ita erit CK, ad CF, vt CO, ad CS, ſeu vt CD ad CR, ſed (*per eandem*) vt CD ad CR, ita CM, ad CL, aut PR, illi æqualem: igitur vt CK ad CF, ita CM, ad PR, & permutando vt PR ad CF, ſeu ad PB, ita CM ad CF quod erat oſtendendum. igitur arcus GR, SM ſimiles ſunt. ſed arcus G R eſt diſtantia ſolis à punctô meridiei, igitur & SM erit vera diſtantia. quare linea horaria inſtrumenti, cui nodulus inſiſter erit vera hora Aſtronomica quæ quærebatur.

PROPOSITIO XL.

Problema.

In quacúmque poli eleuatione horam ortûs, & occasûs quemcúmque parallelum sol decurrat inuenire.

In figura penultima diximus lineas parallelas, lineæ A B, repræsentare circulos parallelos æquinoctiali; seù circulos latitudinum. Sit igitur linea R Z, repræsentans latitudinem Cambriensem, supponatúrque sol versari in æquinoctiali: radius autem C D tribuatur æquinoctiali, sicut radius CI assignatur Tropico Capricorni, & CH Tropico Cancri. extremitas fili annectatur puncto V, intersectioni radij æquinoctialis C D, & lineæ latitudinis R Z, nodulus transferatur in punctum h. clarissimum est sole æquinoctiale percurrente, horâ sextâ esse eius ortum; & quia tunc linea HI erit horizonti parallela, filum & nodulum insistere linea D C, seu lineæ horæ sextæ. atque adeo indicare veram horam ortûs, & occasus.



In alio verò quocúmque parallelo ita idem demonstrabimus, & primo quidem vt ideam quasi generalem demonstrationis indicemus. sit æquator AB. parallelus regionis RZ. sitque sol in parallelo Capricorni. declinétque ab æquinoctiali A B, versus polum antarcticum G; certum est, quod quanta erit declinatio eius, tantum illuminationis circulus declinabit à circulo horario CD, sit ergo circulus declinationis CI. secans parallelum in puncto Y, certum est in globo terrestri arcum semidiurnum tantum deficere à G horis, quanta est linea V Y, vnde si linea V Y aut C R æquivalet vni horæ, arcus semidiurnus erit tantum horarum quinque. quod dixi dumtaxat, vt vniversalem aliquam notionem huius horologij iogenerarem: alia igitur magis exacta demonstratio attexenda est.

Intervallô C H, circulus describatur in quo supponatur descriptum analemma, & consequenter in quo F C sit æquinoctialis, I L Tropicus Cancri, posito quod meridies inveniatur versus arcum TDI. sit horizon obliquus SCT, & sit RZ, parallelus regionis secundùm praxin traditam. Supponatur sol in Tropico Cancri I L, sitque eius radius CI, secans parallelum R Z in puncto Y. annectatur filum in puncto Y, teneatúrque instrumentum in eo situ vt filum Y O sit lineis horariis parallelum, & hic est situs quem habere debet sole Oriente: dico filum indicaturum lineam ortûs, aut occasûs, solis existentis in Cancro, seu arcum PbH esse semidiurnum. nam in analemmate commune punctum E, est punctum veri ortûs, ductáque ad parallelum IL perpendiculari EK, & descriptô semicirculô LeI, circa lineam I L; erit per communes leges analemmatis, arcus K e I semidiurnus. dico ergo arcum P b H illi æqualem esse.

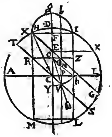
Demonstratio. Primò ostendo lineas hE, R&, seu Zh, Yr æquales esse, cò quod triangula HCE, RC& habeant lineas C&, CH æquales, angulos in C, æquales, item angulum rectum, item ostendam Yr, rX æquales esse, eò quòd anguli Y C r, XCr supponantur æquales. ideóque linea K E N transit per punctum X. In triangulo L I H, cum sit ducta EX, parallela basi erit (*per* 3. 6.) vt LI ad IH, ita XΒ, seu E I ad βH, atque adeo arcus KI, PH similes erunt. sed arcus K I est semidiurnus; igitur & P H, erit arcus semidiurnus. quod autem demonstravi de Tropico Cancri, de alio quocúmque parallelo eâdem methodô demonstrari potest. ergo hora ortûs & occasûs, hâc methodô inventa, proba est. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Ad quamcúmque latitudinem sole æquinoctium percurrente, horas Astronomicas obseruare.

Sit linea datæ latitudinis R Z. secans CD radium Arietis, & Libræ in puncto O, huic annectatur extremitas fili. & nodulus transferatur in punctum h, pertinens ad Arictem, & Libram in paruo Zodiaco, clarum est quod nodulos dum attollerat aut deprimetur instrumentum, pro varia solis elevatione, describet circulum hVY, dico quod transmissô radiô solari per pinnacidia, linea horaria eni nodulus insistet erit vera hora.



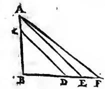
Primò quidem nodulus insistat lineæ oY, iam demonstratum est, tunc solem oriri, & esse horam sextam, Secundo insistat lineæ I L, quæ est 12. seu puncto h. dico tunc esse meridiem. est enim meridies si tunc sol obtineat eam elevationem

pem quam in meridie obtinere debet, seu si angulus Yoh æqualis sit, veræ elevationi solis meridianæ quam in æquinoctio obtinet. ex puncto C interuallô CH circulus describatur, in quo si analemma describatur; CD erit æquator, & linea SCT, erit horizon illius regionis. elevatio meridiana sole æquinoctium percurrente erit T C D, angulus quem assero æqualem esse angulo Coh.

Demonstratio. Triangula RoC, oZh, ex constructione instrumenti sunt rectangula in punctis O & Z, latera item R o, o Z; o C, Z h, sunt æqualia: ergo (*per* 4. 1.) anguli Zoh, oRC sunt æquales, qui cum sint internus & externus, lineæ oh, RC parallelæ sunt, quare anguli alterni hoC, oCT æquales erunt, sed oCT, est angulus elevationis meridianæ sole æquinoctium percurrente: ergo & angulus Y o h, erit angulus elevationis meridianæ pro eo tempore. quod demonstrandum erat.

Tertiò nodulus V cadat in lineam Q P nempe octavæ horæ: dico esse horam octavam, seu angulum Y o V, esse æqualem elevationi solis hora octava. fiat enim eadem analemmatis constructio, in quo C D erit æquinoctialis; sitque I K arcus duarum horarum, sicut gb, est arcus duarum horarum ex suppositione; ducatúrque KE, perpendicularis ad lineam æquinoctialem CD. erit E locus solis in æquinoctiali CD, horâ octavâ. ductâque linea XEG parallelâ horizonti TS, erit arcus TX, seu angulus T C X elevatio solis, cui æqualem assero angulum YOV.

Demonstr. In triangulis ONV, X E C. primò anguli XEC, ECV sunt æquales, vt pote alterni. restat probandum ita esse X C ad CE; sicut oV ad C V, vt ostendam angulum C o V æqualem esse angulo EXC, & consequenter angulo illi æquali XCT vt pote alterno. nam licèt in (*propos.* 6. 6. *Eucl.*) requiratur ad probandum triangula æquiangula esse. vt habeant vnum angulum æqualem, & latera circa angulum æqualem proportionalia. demonstratur tamen in Trigonomet. si duo triangula habeant angulum obtusum æqualem, & latus ei angulo oppositum alteri proportionale, æquiangula esse triangula. ostendo igitur ita esse C X, ad C E, sicut o V; ad C V. cum enim tam C E, sit sinus duarum horarum positô sinu totô C D, aut C X, quàm F q, posito sinu toto F I ex constructione; ita erit C X, ad C E, vt FI ad Fq, seu CH, ad CP. sed (*per* 2. 6. *Eucl.*) vt Ch, ad CP, ita OH, ad O N, seu o V ad C V. igitur vt CX, ad CE, ita oV, ad CV. quod erat demonstr.



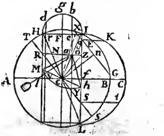
Vt autem probem propositionem quâ vsus sum, sint duo triangula DBC, ABE æqualem angulum B, obtusum habentia, sitque vt CD ad CB, ita AE ad AB. dico triangula ABE, CDE esse æquiangula. si enim non sint, supponatur angulus BAE minor esse, angulo BCD. fiat angulus B A F angulo BCD æqualis; eruntque triangula BCD, BAF æquiangula, atque adeo erit vt CD ad BC, ita AF, ad AB; sed ita iam erat A E, ad A B. quare lineæ AE, AF essent æquales, quod absurdum est. cum enim angulus ABD sit obtusus AEB acutus erit, & AEF obtusus. attamen (*per* 5.) anguli AEF, AFE essent æquales; vnde in triangulo duo essent obtusi anguli. quod est absurdum.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Ad quamcúmque latitudinem, sole quemcúmque parallelum percurrente, horas Astronomicas obseruare

Sit linea latitudinis RZ, secans radium Cancri CI in puncto O, cui annectatur filum, & nodulus



transferatur, in punctum h, pertinens ad cancrum in paruo Zodiaco. transmissóque solari radio per pinnulas. nodulus insistat lineæ horariæ Vd nempe decimæ matutinæ. nam linea H L, est meridiana. probandum igitur est angulum V O Y aut OVN, æqualem esse angulo elevationis, quem sol obtinet hora decima. dum est in cancro seu angulo XCR.

Perficiatur vt priùs analemma in quo I L est tropicus cancri. circa quem describatur circulus ICL, in quo arcus I K æquivaleat duabus horis. ducatur perpendicularis K E, eritque punctum E, locus solis eô tempore. per illud ducatur Almicantarath XEG parallelus horizonti TS. item ductâ perpendiculari St erit arcus t C K, semidiurnus. est item (*per proposit.* 33. *huius*) arcus bdH semidiurnus. ducatur linea h C M. cum anguli aeo, f c h æquales sint; nempe æquales declinationi cancri; additô communi ocf, erunt duo acf, och æquales; rectus autem est angulus aef. igitur och rectus erit. ostendam pariter angulum o c M rectum esse. item lineas Mc, c h, & consequenter OM, oh æquales esse. & circulum à nodulo descriptum cadere in punctum M.

Demonstratio. Circa quadrilaterum o R M c cum anguli oRM, MCo recti sint (*per* 22. 3 *Euclid.*) describi poterit circulus, & anguli RMo, RCO, in eodem segmento æquales erunt. Sed R C o æqualis est alterno C g n: igitur anguli RMo, cgn æquales sunt, & cum anguli Cno, MRo recti sint; æquiangula sunt triangula MRo, Cgn. (*per* 4. 6.) erit vt cg, ad cn; ita Mo, ad oR.

Ex alia vero parte eum SI, fit finus verfus arcus femidiurni, ficut eH; & Ht,& IE, finus verfi duatum horarum, ita erit S I ad S E, ficut e H ad er, feu oR ad oN. vt autem SI, ad SE, ita CI, aut CX ad C g. igitur ita eft CX ad C g, vt oR ad oN. eum igitur fit vt C X ad C g, ita o R ad oN; & vt C g ad C N, ita o M, feu o V ad o R. ex æqualitate perturbata ita erit C X ad C n, vt o V ad o N, & eum anguli in N & n, recti fint æquiangula funt triangula, & anguli CXn, oVN, feu eorum alterni ECR, VoY æquales.

Probavimus initiô demonftrationis, in quadrilatero oRMC angulos RMo, RCo effe æquales, fed angulus RCo feu TCI, eft angulus quem fol obtinet horâ meridianâ dum percurrit cancrum, & angulus R M o, æqualis eft angulo alterno MoY quem inftrumentum exhibet. ergo elevatio quam inftrumentum exhibet horâ meridianâ vera eft.

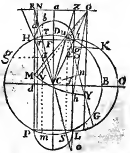
Non diffimili modo horas inveniemus in aliis parallelis.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Eadem quæ fuperius in latitudine maiori, quàm 66 graduum cum dimidio inveftigare.

Quamvis omnes huius horologij praxes non excedant fexagefimum fextum latitudinis gradum cum dimidio. operæpretium erit fi vnicâ propofitione, ea omnia complectar, quæ ad regiones illas pertinent in quibus poli altitudo gradum fexagefimum fextum fuperat.



Sit igitur linea latitudinis R Z, orta fcilicet à linea T S, analemmatis fecante lineam meridianam PR, in punƈto R. clatum eft in analemmate defcriptô, lineam ST effe horizontem obliquum, omnéfque para lelos infra illum pofitos, non afcendere fupra horizontem. ideóque fi ponatur polus arcticus fupra horizontem, C T elevari, quanta eft latitudo TD, atque adeò paralelus IL effe tropicus canceri parallelus verò PH effe tropicus capricorni. omnes paralleli quorum radij inveniuntur infra lineam R C non afcendent fupra horizontem fed toti fub horizonte latebunt, qui vltra linea C Z inveniuntur verfus O, toti fupra horizontem emit e it, & fol dum in iis invenitur, nunquam totô die occidit, quæ nulla alia demonftratione indiget, nifi in fpeƈtione analemmatis.

Si velis feire quotnam fint paralleli infra horizontem femper latentes; per punƈtum r, in quo horizon obliquus fecat lineam H I, ducatur parallelus mr fecans circulum H b I in punƈto b arcus H b. oftendet quot fint paralleli a tropico ad eum parallelum qui horizontem ftringit. feu quot fint gradus in Zodiaco. quod ex ipfa defcriptione tam horologij, quam analemmatis fatis patet, cæteris etiam praxibus fuperioribus demonftrationes facile applicantur. fupereft igitur praxis communis horarum inveftigandarum demonftranda.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

In latitudine fuperante gradus 66½. horas Aftronomicas inveftigare.

Sit in latitudine, cuius linea RZ; inveftiganda hora Aftronomica fole tropicum canceri percurrente, cuius radius C I lineam R Z fecet in punƈto O. punƈto O. anneƈtatur filum, & nodulus transferatur in h punƈtum canceri in paruo Zodiaco. fitque HCM, circulus defcriptus à noduio duƈtâ linea hcM. quia triangula h e f, Med, funt omnino æqualia, oftendam lineas h e, e M effe æquales. item quia anguli DCI, f c h, æquales funt declinationi tropici ex conftruƈtione, & æquales; additô communi ICf, erit angulo D C f reƈto æqualis OCh, ita oftendam angulum OCM reƈtum effe. & confequenter lineas oM, oh æquales effe, atque adeo circulum à nodulo defcriptum fecare lineam meridianam HP in punƈto M. ponatur nodulus transfinif ô per pinnulas folari radio infiftere lineæ rV decimæ antemeridianæ. perfeƈtô vt prius analemmate in quo I L, fit tropicus canceri, circa quem defcriptus fit circulus L K I. fit item arcus IK duarum horarum. duƈtâ perpendiculari IK, erit folis locus hora decima matutina in punƈto E, per quod ducendus eft Almicantarath XEG parallelus horizonti obliquo TCS. oftendere debeo angulum V O Y æqualem effe angulo X C T.

Demonftratio. Circa quadrilaterum ORMC, defcribi poteft circulus, cum anguli MRO, OCM fint reƈti. quare anguli R M O, R C O æquales erunt. (*per* 22. 3.) cùm fint in codem fegmento. fed angulo RCO, æqualis eft alternus CEN quare triangula MRO, egn æquiangula funt, & (*per* 3. 6.) erit vt eg ad c n, ita MO. feu OV ad OR.

Item triangula IZo, lfe æquiangula funt, propter angulos f, & Z reƈtos, & angulos ad verticem æquales, eritque vt ZI ad lf, ita Z O, ad ef. & vt ZI, aut LS ipfi æqualis ad LI, duplam lf, ita Zo ad ZR, duplam ipfius ef; fed vt LI ad LE finum graduum 60. auƈtum femiradio, f E, ita IH, ad Ir, feu ZR, ad Z N. ergo ex æquo ita erit S I ad LE, vt OR ad ZN, & componendo vt S I, ad SE, ita OR ad O N, fed cum bafi C S duƈta fit parallela XG; ita eit SI, ad SE, vt CI feu CX ad ce. quare ita eft OR, ad ON vt CX ad cg, & ita vidimus effe cg ad en; vt OV, ad OR; ex æqualitate perturbata ita erit CX, ad c n, vt OV, ad ON, quare triangula reƈtangula C X n, O N V, habentia

habentia latera CX, Xn; OV, o n proportionalia æquiangula sunt, atque adeo angulus nVo, seu eius alternus V O Y, erit æqualis angulo CXn, seu eius alterno XCR. quod erat demonstrand.

Notandum autem est in hoc casu duplicem dari altitudinem meridianam qualis est MoY, hoY. Facile autem est ostendere vtrámque æqualem esse altitudini veræ meridianæ, nempe angulum M o Y æqualem esse angolo I C T, & angulum hoY æqualem esse accui SL.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Vtriúsque crepusculi quantitatem inuestigare.

Primò ita aptandum est instrumentum vt duo habeat perpendicula vnum quidem in puncto C aut alio quocúmque, ita tamen vt vi illius perpendiculi instrumentum inclinare possis quasi velles Solis depressionem infra horizontem venati, sic igitur notatus in quacúmque parte instrumenti gradus 18. infra horizontem apterúrque instrumentum more consuetó, nempe perpendiculum ordinarium annectatur puncto in quo radius signi secat lineam latitudinis; nodulúsque extendatur ad paruum Zodiacum. si instrumentum ita inclines, vt perpendiculum adsciticium notet 18 gradum, infra horizontem, perpendiculi consueti nodulus insistet horæ in qua incipit aurora, quæ omnia eódem modo demonstrantur, quó superiores praxes.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Tabulas eleuationum solis ope horologij vniuersalis construere.

Sint vt priùs in instrumento duo perpendicula, vnum quidem in puncto C. aliud consuetum mobile, & in limbo horologij notentur elevationes, ita vt vi primi perpendiculi possit observari elevatio solis supra horizontem. perpendiculum ordinarium sit in quocúmque parallelo, & nodulus ad paruum Zodiacum extendatur, tum ita instrumentum teneatur, donec nodulus horæ cuilliber insistat: tunc perpendiculum adsciticium elevationem solis pro ea hora indicabit atque ita tabulam elevationum construes.

Sunt alij multi vsus eiusdem instrumenti, hi tamen sufficiant.

GNOMONICÆ
LIBER TERTIVS.
Catoptrices horaria.

NON iniucunda est, hæc horologiorum species, maximaque vtilitatis, quæ non in planis solo exortu fitur, sed in conclauibus ipsis non inepte vsurpari potest; usque in locis, & casibus horas exhibere, in quibus directo radio solari nullus est locus: possumus in reflexionibus istis, speculorum frusta adhibere, quæ si vitrea sint potentissime quidem radios remittunt; si tamen crassitiem aliquam habeant, eos, vt pote ab vtráque superficie repercussos geminant, vnde specula tenuia huic muneri aptiora sunt: stelnitidis folium bene terminatum ob tenuitatem aptissimum foret. Metallica verò specula, quia rubiginem contrahunt, multúmque de læuore illo perfectissimo decursu temporis amittunt, vix adhibenda censeo. Aqua id habet commodi quod de eius horizontali situ, nullus est dubij locus, adde quod propter leuem identidem crispationem, statim locum reflexionis indicet. neque occurrunt alia corpora quæ huic muneri vsui esse possint. volo autem esse superficies planas quæ radium non immutent. pracipua difficultas erit in collocando speculo secundum situm quem habere debet. si enim, vel tantillulum deflectat, duplus in radiis reflexis error procreabitur: conabimur tamen aliquas methodos tradere, quibus, omnibus incommodis eatur obuiam.

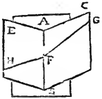
SVPPOSITIONES.

SVPPONO Primò. Radium directum, & reflexum in eadem esse superficie, ad planum speculi recta; vt explicuimus in Catoptrica. hoc est si in puncto reflexionis excitetur perpendicularis ad planum speculi radij directus & reflexus, & hæc perpendicularis, in eodem erunt plano. quod ad speculi superficiem rectum erit.

Suppono Secundò. Angulum reflexionis æqualem

qualem esse angulo incidentiæ. hoc axioma explicatum, & probatum est in Catoptrica; estque huius libri fundamentum.

Suppono Tertiò. Centrum speculi esse centrum mundi, in quo omnes solares radij vniantur, & seruatâ angulorum æqualitate in aduersam partem remittantur.



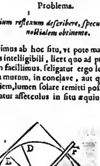
Suppono Quartò. Si planum directum, sit inclinatum ad planum speculi, planum reflexum ad idem speculi planum simili modò inclinatum erit. vt si sit planum speculi A B. ad quod planum directum CB sit inclinatum, dico planum reflexum B E, eodem modo inclinatum esse ad speculum, seu si ducatur radius GF, incidentiæ, qui in plano GB existat, dico lineam FH, reflexionis, esse in plano B E, æqualiter inclinato ad planum speculi AB.

PROPOSITIO I.

Problema.

Horologium reflexum describere, speculô situm æquinoctialem obtinente.

Incipimus ab hoc situ, vt pote magis regulari, & magis intelligibili, licet quoad praxin non sit omnium facillimus. seligatur ergo locus speculi, è quo in murum, in conclaue, aut quamcúmque superficiem, lumen solare remitti possit. in eo loco statuatur affeculus in situ æquinoctiali. & è



punctô A, cui respondere debet centrum speculi describatur horologium æquinoctiale commune; infigatúrque stylus ad angulos rectos. centrum est (*per suppositionem primam huius*) superficiem reflexionis esse ad planum speculi rectam; sed plana horaria sunt etiam ad planum æquinoctiale recta, quare dum sol existet verbi gratia in plano horæ primæ, atque adeò radius incidentiæ ductus à sole, ad punctum A centrum mundi, in eodem plano versabitur; & consequenter radius reflexus in eodem plano erit, cum vt dixi, planum circuli horarij, & superficies reflexionis coincidant. quare si continuetur planum circuli horarij donec murum, aut quamcúmque superficiem attingat; habebitur linea horaria, extra quam radius reflexus non incidet in murum; sole in eo circulo horario, versante. non erit autem difficile tale planum horarium continuare, secundùm praxin traditam superiore libro, in quo datis eiusdem plani tribus punctis, non in linea recta dispositis, docuimus modum, huiusmodi planum continuandi. habemus verbi gratia horæ primæ quotquot voluerimus puncta in linea E D, habemus item quotquot voluerimus in axe AF. ideóque si filum annectamus punctô D; educamúsque illud donec tadat axem A F; continuabitur planum quantùm sufficiet ad horas Astronomicas ducendas.

Si continuetur axis A F, donec murum attingat; habebitur polus. Ratio est quia polus Gnomonicus reflexus est punctum quod reflexe illuminaretur, sole polum occupante, si transferretur in polum, sed si ex polo in centrum A duceretur radius incidentiæ, qui nempe esset A F, radius reflexus etiam coincideret cum A F. eo quod axis A F, supponatur rectus ad planum horologij.

Si superficies horologij plana sit; modò singularum horarum vnicum habeatur punctum; simul cum polo, sufficiet ad horologium perficiendum.

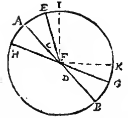
Neque etiam in superficie plana difficillimum erit horologium sine instrumento perficere. cum vt dixi extremitas styli seu centrum mundi, sit centrum speculi, longitudo styli, erit distantia speculi à muro; axis autem & polus idem est vt iam ostendi, insuper ostendo lineas horarias easdem esse.

Si enim sol supponatur esse in æquinoctiali nulla propriè reflexio fiet, atque adeo radius reflexus in directum iacebit cum radio incidentiæ. ergo pro eo die puncta horaria directa coincident, cum reflexis. est item idem polus; ergo lineæ horariæ directæ & reflexæ sunt eædem. Ex quo sequitur quod si in extremitate styli cuiuslibet aptetur speculum planum secundum situm æquinoctialem, radius reflexus horas sit indicaturus.

Quòd si in eo horologio communi, & plano essent notati signorum paralleli, sole existente in cancro, notaretur Capricornus; existente in Tauro notaretur Scorpius; seu sole posito in signis borealibus notarentur australia. Sit enim planum æquinoctiale AB, in quo speculum CD sit radius incidens EF pertinens ad Cancrum, reflectetur in FG, ita vt sint anguli EFA, GFB æquales, igitur radius reflexus F G, coincidit cum radio directo proueniente ex punctô H declinationem æqualem, sed contrariam habente.

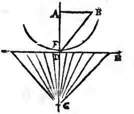
In planis verticalibus, si speculum sit æquinoctialiter dispositum circuli azimutales non erunt paralleli. ideo enim in horologiis verticalibus directis, circuli azimutales sunt paralleli, quia zenith, seu polus in quo circuli azimutales conueniunt, in quo

plano verticali non reperitur, sed zenith Gnomonicum reflexum in verticalibus reperitur, aut aliquando nadir; ergo in verticalibus reflexis circuli azimutales conueniunt. Sit enim zenith punctum I radius incidentiæ erit I F, & radius reflexus F K qui aliquando mutum attinget, & in his regionibus in quibus latitudo est graduum 45. zenith aut nadir sunt in linea horizontali directa.



Econtra verò lineæ meridiana horizontalis, fit verticalis; atque adeo in planis verticalibus reflexe notari non potest. Est ergo maxima difficultas in notandis circulis verticalibus. eò quòd in horologiis directis notentur per diuisionem lineæ horizontalis, hæc autem non inuenitur in horologiis verticalibus primariis reflexis, saltem in his regionibus vnde ad alias praxes recurrendum erit. notandum igitur in latitudine graduum 45. communem sectionem plani horizontalis reflexi, & plani cuiuscumque verticalis duci ad perpendiculum, planum enim horizontale reflexum fit verticale, igitur eius sectio communis cum plano verticali, verticalis erit. transibit autem semper per punctum horizontale horæ sextæ. nam si ex puncto veri ortûs ducatur radius incidens in speculum, radet speculum, nullamque reflexionem patietur; atque adeo punctum horizontale directum, sextæ horæ, idem erit ac reflexum; sed punctum illud est horizontale; igitur per tale punctum transit linea horizontalis reflexa cum habebitur autem linea horizontalis reflexa, habeatur item vnum eius punctum veri ortûs aut occasûs; difficile non erit eam in gradus diuidere more consueto, habetur item zenith reflexum quod diximus esse in puncto horizontali directo horæ meridianæ, quare tunc facile erit circulos azimutales reflexos ducere quibus diuisis in gradus initio facto à zenith reflexo, facile describentur circuli almicantarath.

Quando deest linea horizontalis, per diuisionem lineæ æquinoctialis inuenienda sunt puncta circulorum azimutalium. quæ vt habeas in æquinoctiali ita operaberis. fiat horologium horizontale sed sola ducatur æquinoctialis & meridiana, in qua sit pes styli A, stylus AB, meridiana A C, æquinoctialis D E. ex puncto A, vt centrô describatur quôcumque interuallô circulus FG, diuidendus in quinos, aut denos gradus, ex puncto A, per singula diuisionum puncta ducantur lineæ occultæ, quæ secent æquinoctialem DE in punctis notandis; tùm sit linea D C, æqualis hypotenusæ DB, seu distantiæ lineæ æquinoctiali, DE ab extremitate styli B. ducantur ex puncto C, ad singula diuisionum puncta lineæ rectæ adeo si lineam æquinoctialem reflexam in horologio verticali, (quam dixi esse eandem cum directa, diuidas) more consueto vtrasque angulis qui fiunt in puncto C, habebis puncta azimutalia in æquinoctiali horologij verticalis. nam vere anguli qui fiunt in puncto C, sunt ij quos faciunt communes sectiones verticalium cum plano æquinoctiali in centro mundi, seu in extremitate styli. ideoque sicut vteris horologio horizontali chartaceo ad diuidendam lineam horizontalem eo modò quò horizon diuiditur à circulis horariis, ita etiam vtere hâc descriptione azimutali ad diuidendam lineam æquinoctialem eô modô, quò diuiditur à circulis azimutalibus.



Si manente eôdem situ æquinoctiali speculi; planum in quo describendum est horologium fuerit horizontale, linea æquinoctialis eadem erit, eædem item lineæ horariæ, quæ in horizontali communi; sed pariter paralleli signorum australium, in parallelos borealium mutabuntur. Et hoc siue fuerit planum horizontale superius siue horizontale inferius, vt in laquearibus. linea horizontalis in iis inuenitur, transitque per pedem styli. vt iam ostendi, estque parallela æquinoctiali. zenith reflexum non inuenitur, in latitudine graduum 45 ex quo fit vt circuli verticales sint omnes paralleli lineæ meridianæ, habenturque facile per diuisionem aut lineæ horizontalis aut lineæ æquinoctialis, secundum praxin superiùs traditam.

Si planum horologij sit inclinatum satius est, horaria plana filo producere, secundum praxin primô librô traditam, quàm methodum aliquam peculiarem adhibere.

PROPOSITIO II.

Problema.

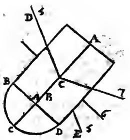
Horologium reflexum describere speculi planô, situm parallelum axi obtinente.

Voco situm parallelum axi situm quemcumque circuli horarij, præcipue vero circuli horæ sextæ; seu eum situm quem horologio simpliciter polari tribuimus. Planum autem horologij vel verticale erit, vel horizontale vel inclinatum, videamus igitur primò quomodo lineæ horariæ in plano verticali ducendæ sint.

Circuli omnes horarij, speculi planô situm parallelum axi obtinente, in verticalibus planis eôdem modô describuntur reflexè, quô directè.

Demonſtratio (*per ſuppoſitionem quartam huius*) omne planum incidens ad ſpeculum inclinatum, reflectitur in planum eódem modô inclinatum, ſed omnia plana horaria habent communem ſectionem extenſam ſecundum ſpeculi longitudinem, ſitum axi parallelum obtinentis, & æqualiter inclinantur, nempe circulus horæ ſeptimæ matutinæ, & quintæ veſpertinæ; octauæ & quartæ; nonæ, & tertiæ; decimæ, & ſecundæ; vndecimæ & primæ, atque adeo ſi planum horæ ſeptimæ matutinæ fuerit incidens, & ſol in eo fuerit; planum reflexum, erit horæ quintæ veſpertinæ, & in eo inuenietur radius reflexus, & ita de reliquis. quare eædem erunt ſectiones cum plano horologij, ſed diuerſi characteres cyphrarum apponendi.

Notandum tamen ne fiat æquiuocatio & vt omnia ſubiiciantur oculis; dum dixi ſole exiſtente in circulo horæ ſeptimæ matutinæ, reflexionem fieri in planum horæ quintæ veſpertinæ, id intelligendum eſſe in planum reale horæ quintæ veſpertinæ, & non in planum Gnomonicum, quod vt explicem, ſit planum ſpeculi AB eleuatum ſecundum eleuationem poli, ſitque ſol in circulo horæ ſeptimæ matutinæ, ita vt radius incidens ſit 7C; erit radius reflexus CD in plano horæ quintæ veſpertinæ. qui erit planum Gnomonicum reſpondens in horologio communi, & directo horæ quintæ matutinæ. nam ſi ſol eſſet in E, radius directus eſſet EC, & vmbroſus CD quare factô horologió communi lineæ horæ matutinæ quintæ Gnomonicæ adhibeatur character horæ 7. matutinæ. lineæ horæ quartæ matutinæ. cyphra 8 lineæ horæ tertiæ matutinæ cyphra 9. & ita deinceps pariter appono lineæ mediæ noctis Gnomonicæ notam meridiei, lineæ horæ vndecimæ veſpertinæ characterem 1, & ſic deinceps.



Si autem habeas horologium in quo inueniatur hora prima pomeridiana; ſi velis horam primam poſt mediam noctem, producenda eſt linea illa vltra polum, & ita de reliquis. ſunt autem paralleli ſignorum iidem.

Reliqui circuli diuerſimode in planis verticalibus exhibentur, & primo azimutales eódem modô ſe habent proportionaliter, ac ſi ſpeculum ſitum æquinoctialem obtineret. hoc eſt punctum zenith, in concurſu horizontalis & meridianæ inuenitur, in latitudine graduum 45. horizon vero per punctum horizontale horæ ſextæ tranſit duciturque per lineam meridianæ parallelam. cætera vt verum fatear ratiocinió indigent, potiuſque ex variis circumſtantiis intellectâ naturâ reflexionis eruuntur, quam variis præceptis addiſci poſſunt.

In planis vero irregularibus vix deſcribi poſſunt hæc horologia niſi inſtrumentis aliquibus. primò quidem ſi ſpeculo ad angulos rectos ſemicirculum in quindenos gradus diuiſum imponas, hic ſitum æquinoctialem obtinebit, quare ſi ex centro ſpeculi per ſingulas diuiſiones filum bene extenſum educas, habebis ſingularum horarum vnum punctum. vt autem perficias lineas horarias, intelligatur per centrum duci linea parallela axi, & conſequenter extenſa ſecundùm longitudinem ſpeculi, hæc erit omnium horariorum communis ſectio, quorum cum habeantur plura quam duo puncta, & non in eadem lineâ rectâ facile eorum plana quantumlibet producentur.

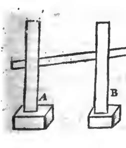
Ductis lineis horariis ſi quis vlteriùs ſignorum arcus deſiderat; eôdem ſemicirculo ſecundum longitudinem lineæ AC applicato, in horariis lineis puncta ad ſingulos ſignorum parallelos pertinentia obtinebit. ſi enim circulum ita inclinet, vt ducta ſecundum eius ſuperficiem duo aut tria fila, lineam horariam attingant, erit circulus in plano horario diſpoſitus, ideoque ſi filum per gradum medium educas notabit punctum æquinoctiale. ſi hinc inde gradibus vndecim cum dimidio recedas, filum per hos gradus eductum puncta tauri, & piſcium exhibebit. ſi viginti gradibus, habebis, puncta geminorum, & amphoræ. denique vigeſimus gradus cum dimidio, tropicorum puncta indicabit.

Tota difficultas eſt in habendo primo puncto æquinoctialis, neque enim ita facile inſtrumenta adaptantur, cùm inſtrumentorum error, maiorem, vt plurimum in horologia inducat, qui ſemper in parallelis ſignorum fœdiſſimus eſt, eò quòd ſeipsô detegatur. cum enim ſciamus ſufficienter parallelum quem ſol decurrit ſingulis diebus, ſi radius alium indicet, error ſtatim apparet; & circa ſolſtitia periculum erit ne aliquando decem integris diebus aberret. vnde ſum author vt qui horologium reflexum delineandum ſuſcipit primo, conetur habere aliquo die determinato, vnum punctum pro ſingulis horis, ex alio horologio quod quidem nonnihil mechanicum videtur, perficiet autem lineas horarias traditâ methodô, productô nempe axe ſecundum longitudinem ſpeculi, quod ſupponitur eſſe axi parallelum. perfectis lineis horariis facile inueniet in ſingulis puncta ſignorum. cum enim poſſis ſcire declinationem ſolis pro eô die, in quo tuas obſeruationes feciſti, ſi ſemicirculum cuius centrum, ſit in medio ſpeculi, ita inclines, vt ſit in eodem plano in quo, linea horaria diuidenda, & punctum declinationis diei propoſitæ in circulo notatum, ita diſponatur, vt filum per illud è centro eductum, incidat in punctum obſeruationis factæ; tunc filum per reliquas declinationes ſignorum eductum, puncta ſignorum in dicta linea exhibebit.

Quia tamen circulus aut minor eſſet, quam par ſit, aut ſi ſit maior ſua grauitate nimium

niom officit, alij regula vtuntur quam ita diuidunt secundum diuisionem signorum, immo in omnes gradus declinationis. sit linea ad quam in puncto quocumque educatur perpendicularis tum ex eius puncto vt centro quolibet interuallo describatur circulus qui diuidatur in gradus. notentur tamen praecipue declinationes signorum, hinc inde sumptis gradibus vndecim cum dimidio; gradibus viginti cum 15 minutis, & gradibus 23 $\frac{1}{2}$. ductisque ex centro lineis occultis, diuisam habebis lineam. nempe continebit tangentes declinationum hac ita vteris. regulam collocabis firmiter ope fulcri alicuius duplicis, in eodem plano, cum linea horaria diuidenda, quod consequeris ope duplicis, aut triplicis fili educti ex centro speculi. duae autem cautiones adhibendae sunt, prima vt punctum regulae medium remoueatur à centro speculi quantum satis. secunda vt filum ex centro speculi per gradum declinationis propositae diei, in regula notatum, incidat in punctum horarium; eô die notatum, tunc autem, si filum per reliquas diuisiones educas; habebuntur reliqua puncta atque ita in singulis lineis horariis praestandum est.

Facile detorquebitur regula in omnem partem, ope duplicis fulcri A & B, vt figura satis exhibet.



Si quis circulos horarum Babylonicarum desiderat, describat parallelos in quibus sol oritur hora quinta, aut quarta. cum enim ducantur per lineas datis duobus punctis in horologio & extremitate styli facile eorum plana quantumlibet producentur.

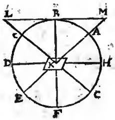
Si quis circulos azimutales requirat, primò ex diuisione lineae meridianae & zenith, & punctum horizontale habebit. caetera vsus edocebit.

PROPOSITIO III.

Problema.

Horologium reflexum delineare speculo situm horizontalem obtinente.

Facillimus est iste modus; tum quia sine magna difficultate speculum horizonti parallelum statuitur; tum quae plurima corpora reflectentia quae sponte eum situm accipiunt; vt omnia liquida, tum quia non multum immutatur sphaera, sed tantum quae sunt septentrionalia, fiunt australia & vicissim, caeteris immotis & immutatis permanentibus. sit enim sphaera A B C D, speculum vero K. sit polus A eius reflexio erit in C. si vero C sit punctum aequinoctiale, & radius incidens sit CK, erit radius reflexus KA. horizon manet idem, zenith B cuius radius incidens B K, reflectetur in K B. ex quo fit vt polus A qui superior est ita reflectatur in C, ac si esset in puncto G mitteretque radium directum CKG.

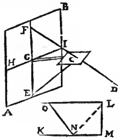


Si speculô horizontaliter dispositô, planum horologij fuerit horizontale; debebit autem esse horizontale inferius quale est planum laquearium. horologium simplex horizontale describendum est, cuius styli longitudo aequalis est, distantiae speculi à laqueari; polus versus austrum positus est, aequator versus septentrionem.

Demonstratio intelligatur linea L M meridiana, in laqueari; certum est quod si in sphaera punctum A sit polus, erit punctum L punctum reflexionis ipsius poli, si vero C sit punctum aequinoctiale, erit punctum M punctum aequinoctiale reflexum. & K M radius aequinoctialis in plano meridiano. descriptio autem communis horologij horizontalis in describendo hoc horologio reflexo obseruanda est, eaedem quippe demonstrationes vim habent. ita vt circuli azimutales sint iidem; circuli almicantarath similiter describantur, sicut & signorum paralleli.

Si speculô horizontaliter dispositô, planum in quo describendum est horologium fuerit verticale. Eaedem erunt diuisiones lineae horizontalis quae in horologiis directis, atque adeo eadem declinatio parietis, & eôdem modô quaerenda, cum enim lineae omnes horizontales sint speculo parallelae, hae radent speculum, illiusque planum tantùm perstringent. In muris in quibus polus supra horizontalem lineam notandus erat, infra eandem constituendus est, & vicissim hoc est in parietibus austrum respicientibus, atque adeo polum antarcticum; polus Guomonicus reflexus inferiorem locum occupat. vt si sit paries AB in quo stylus GC, loco styli sit speculum in situ horizontali positum, sitque axis D C F, certum est polum Gnomonicum si horologium directum describendum esset, debere esse in puncto F, at vero in horologiô

reflexô vt per se patet, erit in punctô E, ex quo totum horologium facile absoluetur, modò linea meridiana in eo inueniatur.



In horologiis autem in quibus linea meridiana non inuenitur, atque adeo nec polus; lineæ horariæ angulum eleuationis poli cum horizontali comprehendunt, non tamen ex eadem parte, hoc est si sit paries K L respiciens ortum, & linea horizontalis sit K M, si directum esset describendum horologium, vna ex lineis horariis esset NL, vt suô locô docuimus, ita vt angulus LNM æqualis sit eleuationi poli. dico lineas horarias in horologiis reflexis ex alia parte æqualem angulum comprehensuras, qualis est angulus K N O. Ratio clarissima est; cum enim plana horaria reflexa æqualem cum speculo horizontali inclinationem habeant, quam plana horaria directa. ex alia parte similiter attollentur.

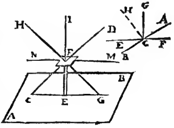
Notandum autem quod in horologiis reflexis, verticalibus speculo situm horizontalem obtinente eæ tantum partes linearum horariarum sint vsui; quæ supra lineam horizontalem notantur; quæ verò sunt infra, sint inutiles cum eas partes repræsentent. quæ infra horizontem latent.

Circuli azimutales in his horologiis non mutant situm, cum enim sint ad speculi planum perpendiculares, planum directum à reflexo non distinguitur, quare in horologiis verticalibus reflexis speculo situm horizontalem obtinente, circuli verticales per lineas verticales exhibentur, eôdem prorsus modô, quô in horologiis directis vt tamen describantur circuli eleuationum, illæ partes diuidendæ sunt, quæ supra lineam horizontalem notantur.

Pariter linea æquinoctialis, & reliqui paralleli supra eandem horizontalem describantur, nisi partes æquinoctialis requirantur quæ infra horizontem positæ sunt, illæ enim infra lineam horizontalem reflexe adumbrantur.

Si horologium reflexum, speculô situm horizontalem obtinente describendum sit, in planis quomodolibet inclinatis, aut in superficiebus irregularibus, aptissimô vteris instrumentô. si horizontale horologium in materia solida descriptum, suoque stylo, aut axe instructum adhibeas, inuertendus tamen situs, ita vt polus Gnomonicus qui in horizontalibus directis ad austrum positus est; septentrionem respiciat, in reflexis. linea verò meridiana situm suum proprium habeat. Si igitur ex quocumque lineæ horariæ punctô per extremitatem styli, filum educas; illud in superficie horologij describendi, punctum reflexionis ipsi respondens ostendet. atque ita si horologium horizontale habeat omnes circulos descriptos, hoc est non tantum horarias lineas, sed etiam signorum parallelos, verticales, circulos almicantarath, horas Babylonicas, Italicas, & alia huiusmodi facile correspondentes radios in superficie horologij notabit

Demonstratio sit horologium horizontale commune in quo polus Gnomonicus C, axis CD, stylus communis E F, dico si inuertatur horologium, ita vt pars C, quæ est australis, fiat septentrionalis fore vt educendo, filum ex C per F, inueniatur polus Gnomonicus reflexus. dum enim mutabitur situs, eô modô quô dixi, punctum C, erit in G, ita vt EC, EG sint æquales, & linea G F H repræsentat filum eductum. cum



autem lineæ EC, EG sint æquales, & anguli ad punctum E recti, item latus EF commune; erunt (*per 4 1.*) anguli CFE, GFG æquales, & consequenter oppositi ad verticem IFD, IFH æquales, & reliqui DFM, HFN, æquales. quare positô radiô DF vt incidente, radius HF erit reflexus quod ostendendum erat. Ita demonstrabo si inuertatur hôc modô horologium, inuentum iri omnium radiorum incidentium, radios reflexos, atque ita cum in horologio horizontali omnes circuli inscribi possint, omnium circulorum puncta reflexa, in quibuslibet etiam planis irregularibus inueniemus.

Notandum tamen stylum præcise extremitatem styli occupare debere; si nempe præter horas astronomicas, aliquid aliud notaretur. quando verò nihil aliud notandum esset; sufficeret vt stylus aliquam axis partem occuparet, præcipua tamen difficultas in eo sita est, nempe vt speculum horizontaliter disponatur, & primò quidem si loco speculi statuatur vas aquâ plenum, nulla est difficultas certum est enim aquæ superficiem ad æquilibrium semper librari. si verò disponendum sit speculum solidum, posset quidem ad libellam exigi si paulo latius esset, quia tamen apponitur tantum eius pars exigua, cui non ita certò applicari potest libella, ita operandum erit. primò si prope locum speculi vas aquâ plenum habeatur, cuius reflexio videatur, si ita disponatur speculum, vt eius reflexio, sit priori parallela, horizontalis erit speculi situs.

Secundò, si in horologio reflexo notati sint, non modo circuli horarij sed etiam paralleli, animaduerte in aliô horologiô quôcumque siue directo

directo siue reflexo quænam sit hora, tum ita disponatur speculum donec eius reflexio, horam attingat, in communi intersectione paralleli in quo sol versatur, & circuli horarij, tunc enim proprium situm, speculum obtinebit. quæ methodus adhibenda etiam est in alio quocúmque situ.

PROPOSITIO. IV.

Problema.

Horologium Reflexum delineare speculô situm verticalem obtinente.

Sit primò delineandum horologium in plano horizontali, speculô situm verticalem obtinente, quod sæpe commodum esse potest, si nempe in pariete aliquo speculum affigatur, quod in subiecta area radiis directis impervia, radios remittat. item in cubiculo, si lateri fenestræ pariter speculum appendatur, cuius ope horas in pavimento notatas videas.

Prima difficultas erit in invenienda linea meridiana reflexa, hæc enim pro variâ speculi declinatione, in vnam, aut alteram partem deflectit. si speculum, planum meridianum obtineat, eadem erit linea meridiana, directa & reflexa; pariter si speculum sit parallelum primo verticali; eadem erit linea meridiana directa, & reflexa. eùm enim planum meridianum, in tali casu, sit ad planum speculi rectum, in seipsum reflectetur; atque adeo idem erit planum meridianum directum, & reflexum; & consequenter eadem eum plano horologij sectio communis. Si planum speculi fuerit cuicúmque alteri verticali parallelum; quot gradibus declinabit hic verticalis à primo, duplo pluribus linea meridiana reflexa, à verâ & directâ deviabit.

Sit enim planum speculi A C B, declinans à primo verticali E F, versus Septentrionem gradibus quotcúmque, ita vt angulus E C B, sit graduum quotcúmque, erit etiam angulus ACP totidem graduum. sit linea meridiana directa GC; & reflexa EC ducatur H C, perpendicularis ad planum speculi A B, cum tam angulus G C F, sit rectus, quam HCA, ablatô communi GCA; restabunt anguli ACF, HCG, æquales; sed angulus GCE, duplus est anguli H C G; igitur angulus GCE, declinatio lineæ meridianæ reflexæ à directa CG; duplus est anguli ACF, declinationis speculi à primo verticali.

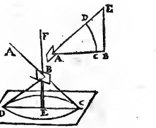
In planis horizontalibus superioribus, speculô situm verticalem obtinente, nunquam invenitur polus antarcticus. si supponeretur sol esse in polo antarctico, & aliquem radium in speculum immittere, radius reflexus attolleretur, atque adeo in laquearibus tantum, & planis horizontalibus inferioribus notari potest.

Polus igitur antarcticus solus in planis horizontalibus superioribus invenitur, & in linea meridiana, versus eam partem ad quam, pars lineæ meridianæ Septentrionalis reflectitur. in quo illud cogitandum est, methodi gratiâ vtrámque speculi superficiem reflexivam esse. dum ergo habebitur linea meridiana reflexa, continuetur per pedem styli, & cum pes styli sit zenith Gnomonicum etiam reflexum, dividatur linea meridiana reflexa Septentrionalis, quæ in directum iacet cum linea meridiana reflexa meridionali, dividatur inquam more consuetô in suos gradus, donec invenias arcum complementi elevationis poli; hoc punctum erit horologij reflexi polus.

Eâdem methodo invenies punctum æquinoctiale in linea meridiana reflexa australi. per hoc punctum duces lineam æquinoctialem ad angulos rectos, cum enim plana circuli meridiani, & æquinoctialis directa, similiter inclinentur ad planum speculi, ac plana eorumdem reflexa, similiter ad invicem plana reflexa se habebunt, ac directa; sed directa sunt ad invicem recta; igitur plana reflexa meridiani, ac æquinoctialis, sunt ad invicem recta. quare cum tam planum æquinoctiale reflexum, quam planum horologij quod supponitur esse horizontale, ad planum meridianum reflexum, sint recta, communis eorum sectio (*per* 19 11.) ad idem planum meridianum recta erit, & per 4. definit. erit perpendicularis ad omnes lineas in eo plano existentes: ergo erit perpendicularis ad lineam meridianam.

Ducta linea æquinoctiali reflexa, & divisa in quindenos gradus non erit difficile praxi communi totum absolvere horologium, & pariter parallelos ducere. Et reliquos circulos, quos in horizontali communi descripsimus, praxes enim eôdem nituntur fundamentô.

Notandum item circulos Azimutales, & Almicantarath eodem modo in horologiis horizontalibus reflexis, à speculo verticali, describi ac in directis, Azimutales quidem per lineas concurrentes in pede styli. Almicantarath per circulos, commune centrum in pede styli habentes. quod manifestum est, eò quòd si ex Zenith ad speculum ducatur radius, nullam reflexionem patietur, ac proinde eodem modo cadet in pede styli. Sit enim radius AB incidens in speculum, qui si vlterius produceretur attingeret circulum Almicantarath D C, dico reflexum eius radium attingere pariter eumdem circulum elevationis in puncto D.



Demonstratio. Anguli ABF, EBC, oppositi ad verticem sunt æquales, item (*per primam suppositionem*) anguli incidentiæ & reflexionis, nempe ABF, DBE sunt etiam æquales, sunt igitur anguli DBE, EBC æquales: sed anguli in puncto E recti sunt. quare triangula D E B, E B C sunt (*per* 26. 1.) æqualia, & latera DE, EC æqualia, quare circulus ex puncto E pede styli, tanquam centro, descriptus ad intervallum E C, transit etiam per punctum D. & idem probabo de quolibet alio

 radio,

radio, qui productus incideret in circumferentiam circuli DC; nempe eius radium reflexum in eandem circumferentiam incidere.

Si planum horologij verticale fuerit; ſpeculô pariter ſitum verticalem obtinente. primo omnes circuli Azimutales, eôdem modô per lineas verticales exhibentur, cùm enim omnium verticalium tam directorum, quam reflexorum communis ſectio, cum plano ſpeculi; ſit linea verticalis, & conſequenter muro parallela, communis ſectio parietis, & plani verticalis, etiam reflexi illi erit parallela; quare praxis inſcribendorum paraleti circulorum verticalium reflexorum, ſpeculô hunc ſitum obtinente, non differt à praxi communi, primô librô tradita. idem dico de praxi notandi circulos Almicantarath, nempe per diviſiones circulorum verticalium. Tota difficultas quæ poteſt occurrere eſt ad inveniendam lineam meridianam reflexam, quæritur autem linea meridiana in planis verticalibus, per lineam meridianam horizontalem. docuimus autem modum ſuperius, nempe ſecundum regulam traditam, quod linea meridiana reflexa duplo pluribus gradibus declinet à verâ, quam planum ſpeculi declinat à primo meridiano. Si quis autem certiùs operari deſiderat, expectet donec ſol in alio horologio directo meridiem indicet, & tunc notet radium reflexum in pariete, linea enim ad perpendiculum, per hoc punctum ducta, erit meridiana.

Inventâ ſemel lineâ meridianâ reflexâ, facillimè totum horologium abſolvetur per diviſionem horizontalis lineæ more conſueto, nam inventô punctô meridianô, horizon eôdem modô dividitur, quo in directis. Polus antarcticus in his horologiis invenitur ſupra horizontem, arcticus verò infra. ſed in parietibus obverſis ad Septentrionem invenitur polus antarcticus, in iis qui ad auſtrum reſpiciunt, arcticus. vel melius, & univerſalius quoties ſpeculi facies reflexiva Septentrionem reſpicit, ſolus polus arcticus notari debet, è contra vero ſi facies ſpeculi reflexiva obverſa ſit meridiei. quæ omnia propter diverſos caſus iudiciô, & conſideratione indigent.

In his horologiis radius non à ſiniſtra ad dexteram ut in directis, ſed à dextera ad ſiniſtram procedet; ideóque in horologio communi horizontali, quô ad diviſionem lineæ horizontalis utendum, lineæ undecimæ matutinæ apponenda eſt cyphra horæ primæ pomeridianæ, & ita de reliquis.

Quotieſcúmque ſpeculi, & parietis plana ſunt meridiano parallela, lineæ horariæ ad invicem, & axi ſunt parallelæ, ſi verò vel ſpeculi planum, vel parietis à meridiano declinaverint, alteruter polus invenietur. cætera quæ in horologio notari poſſunt, non requirunt alias praxes quam quæ in horologiis directis adhibentur.

Quia tamen, non eſt ita facile, ſitum verticalem, ſpeculi plano tribuere, præcipue cum exiguæ tantum ſpeculorum partes adhibentur, & error unius gradûs in ſitu ſpeculi, duplicem, in radios reflexos inducat, ideo exiſtimavi, excogitandam praxin quæ huic obviam iret incommodo. collocato, in ſitu verticali quantùm fieri poteſt ſpeculô, die determinata notentur in pariete radij reflexi, ſi fieri poteſt pro quâlibet hora; quod aliô horologiô, directô ſcilicet facile præſtare poteris, aptetur ſpeculo regula ſatis longa ad libellam ſecundum lineam meridianam directam, in cuius extremitate ſit lamina chartacea perforata. ita ut ſi ſupponeretur ſol in puncto meridiano horizontis, radiaret per hoc foramen in centrum ſpeculi. tum ante illud foramen ita aliud ſpeculum diſponatur ut reflexe per illud tranſmittat radium ſolarem, in ſpeculum horologij; à quo rurſus reflectetur in planum horologij; hoc punctum reflexum ad lineam meridianam pertinet, ſi enim ſol in puncto meridiano horizontis collocaretur, vere per regulæ foramen, in centrum ſpeculi radiaret; à quo radius remitteretur in lineam meridianam reflexam. per hæc duo puncta ſi linea ducatur hæc erit meridiana. poteris autem experiri an bene operatus fueris. quære enim quanta ſit ſolis declinatio, eô die quô operatus es; ex qua facile cognoſces elevationem ſolis ſupra horizontem. dividatur more conſuetô linea meridiana, & ſiquidem inter duo puncta inventa, tot gradus inveniantur, quot debent eſſe in elevatione ſolis meridiana eô die; bene fuiſti operatus.

Inventô punctô horizontali lineæ meridianæ, per eiuſdem diviſionem facile polus invenietur, ex quo ſi per ſingula horarum puncta iam notata ducantur lineæ rectæ perfectum erit horologium. paralleli ſignorum more conſueto per diviſiones ſingularum linearum horariarum deſcribentur.

Si linea meridiana in horologio inveniri non poſſit & conſequenter neque polus; Aptetur ſimiliter ſpeculo regula ſatis longa, cui in extremitate annectatur lamina perforata. ſit autem horizontaliter ſeu ad libellam diſpoſita, faciátque angulum rectum cum linea meridiana, ſi ſolis radius ope alterius ſpeculi per foramen, in horologij ſpeculum tranſmittatur. radius ſecundò reflexus, ad lineam horæ ſextæ pertinebit. quod ſi loco regulæ, planum integrum diſponas horizontaliter in quo deſcriptum ſit horologium horizontale; cuius polus coincidat cum centro ſpeculi. ſed ex illo plano auferantur aliquæ partes circa ſpeculum, ut locus fiat radio reflexo, & ſingulis horis adhibeatur lamina perforata, per cuius foramen tranſmittatur, vel radius ſolaris ope alterius ſpeculi, vel de nocte lumen candelæ; notabuntur in pariete; ſingularum horarum puncta horizontalia, quæ ſi cum aliis iam priùs notatis coniungantur perfectum erit horologium.

Atque hæc praxis utiliſſima eſt, quotieſcúmque planum horologij irregulare eſt, inventis enim cuiuſcúmque horæ duobus punctis, facile totam (ſecundum praxin iam primo libro traditam) eius communem cum horologij ſuperficie ſectionem, inveniemus.

PROPOSITIO V.

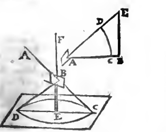
Problema.

Speculô quomodolibet firmiter collocatô, in quacúmque ſuperficie Horologium reflexum deſcribere.

Variæ adhibendæ ſunt praxes, pro ut varius erit ſpeculi ſitus, magíſque aut minus, de horizontali, aut de verticali participabit. Si igitur ad verticalem ſitum propiùs accedat, ſit autem ſpeculum priùs in ſuo ſitu benè firmatum; ita ut

ampliùs

amplius dimoveri non possit. Si ergo fere sit verticale, revoca, priorem praxin, hoc est vtere plano horizontali benè ad libellam disposito, quod non omnino speculo admoveatur, sed locus fiat radio reflexo. vellem autem planum horizontale si crassitiem aliquam habeat resecaretur oblique ne radius refl. xus praeriperetur, quae omnia artificis industriae relinquuntur. planum autem quò fuerit maius, eò certiorem reddet operationem. In eo plano ex centro speculi, describatur quòlibet intervallò circulus, quaerarúrque linea meridiana directa, quae per centrum speculi, & consequenter circuli transeat. in eo circulo hinc inde à meridiana, anguli horarum transferantor, hoc est perficiatur horologium horizontale, quod tamen inversum erit, hoc est polus seu centrum illius ad Septentrionem verget. singulis lineis horariis successive applicetur lamina perforata per cuius foramen vel radius solaris, vel de nocte lumen candelae transmittatur, radius reflexus cuiuslibet horae reflexae, punctum horizontale exhibebit, si supra lineam meridianam stylum excites tantae longitudinis, quantam poli elevatio exigit, facile polus reflexus habebitur hôc modo. sit speculum A linea meridiana A B, intelligatur ex A,



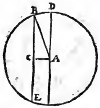
vt centro descriptos arcus CD, aequalis elevationi poli, ducatúrque linea ADE, B E erit longitudo styli. dixi (intelligator) quia circulus CD, in loco separato describendus est. stylus autem BE, debet esse supra lineam meridianam A B, si punctum B vergat ad Septentrionem, è contra verò infra eandem si punctum B vergat ad meridiem. puncto E applicetur lamina perforata, & per illius foramen solaris radius transmittatur, radius reflexus AF, exhibebit in superficie in qua horologium describitur, polum. vnde perfectum erit horologium.

Aliam praxin adhibere poterimus, si nempe cuiuslibet horae, vnum punctum quorúmque die observemus. polum deinde quaeramus hâc methodo. si autem acciderit, vt vnum ex polis hebere non possimus, ad alium recurrendum esset.

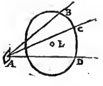
Praxis erit facillima si duobus diebus vnò aut alterò mense, à se invicem distantibus, singularum horarum punctum vnum observemus. datis enim duobus singularum horarum punctis, & extremitate styli, earum plana perficiemus, & communes sectiones in superficie quacúmque irregulari habebimus.

Sicut vsi sumus horologiô horizontali, ita etiam aequinoctiali vti possemus. si enim planum aequinoctialiter statuamus, & in eo ex centro speculi circulum describamus in quindenos gradus dividendum. si singulis lineis horariis applicetur lamina perforata, transmittatúrque vel radius solaris vel de nocte lumen candelae; habebitur singularum horarum vnicum punctum reflexum, si deinde singulis horariis lineis excitetur perpendiculariter aliquis stylus cuiuscúmque longitudinis, in cuius extremitate petitur lamina applicetur; habebitur alterum cuiuscúmque horae punctum perficietúrque horologium.

Praxis autem vniversalissima erit, si quocúmque die, tres radios horarios reflexos observes, horarum scilicet multum à se invicem distantum, supponuo autem horas illas cognitas esse. extendantur ex centro speculi tria fila adducantúrque quantùm fieri poterit. notetur in singulis filis punctum vnum aequaliter à centro speculi distitum, fiat in loco separato analemma cuius semi-



diameter AB aequalis sit, distantiae punctorum in filis notatorum à centro speculi, sit arcus BD, aequalis declinationi solis, eô die ab aequinoctiali, intelligatúrque A D aequinoctialis circulus; eritque circulus B C D, parallelus quem sol eô die percurrit; cuius semidiameter C B. fiat ergo in materia solidâ circulus cuius semidiameter B C, qui in 24 partes dividatur. isque erit parallelus quem sol, eô die percurrit in Sphaerâ cuius radius aequalis est lineae A B, seu distantiae punctorum in filis notatorum, à centro speculi.



Sint igitur fila extensa AB, AC, AD, & A, sit speculum. sint autem in filis notata puncta B, C, D, ita statuatur circulus, prius descriptus & cuius radius observatus est, vt tria eius puncta horaria, etticgant, puncta in filis notata tunc situm suum naturalem obtinebit hic parallelus reflexus; atque adeo si ex punctô A, per reliqua puncta horaria filum aliud educas, habebis singularum horarum vnicum punctum. si per centrum E, ex speculo A, filum eductum fuerit; habebitur centrum horologij. vel si ita circulus BCD, reflectetur vt habeantur singularum horarum quae ad centrum ducuntur, aliud punctum; perfectum erit Horologium.

Demonstratio. Eô nititur fundamentô, quòd supponatur

ſupponatur Sphæra deſcripta cuius diameter ſit AB, certum eſt autem in ea Sphæra, puncta B, C, D, pertinere ad parallelum ſupra deſcriptum, determinatis autem tribus in Sphærâ punctis vnicus tantum, & determinatus, tam quo ad ſitum, quam quò ad magnitudinem circulus deſcribi poteſt; habemus autem magnitudinem illius circuli atque adeo circulus hic verum ſuum ſitum obtinet, in dictis punctis tangit fila atque adeo cum ſit reflexus ſuum ſitum obtinens lineæ horariæ, quæ omnes in eius centro conveniunt cum axe, ſitum ſuum naturalem habent.

Deſcriptis hôc modô lineis horariis, & productis, non erit difficile notare parallelos ſignorum; cum enim in ſingulis lineis horariis habeatur vnum punctum pertinens ad diem datam, & conſequenter cuius ſcitur declinatio, ſi ex ſpeculo vt centro deſcribatur circulus in plano ſingularum horarum, in quo facto initiô à punctô obſervato tali die, potentur declinationes ſingulorum ſignorum, habebuntur puncta ſignorum in ſingulis horis, non erit autem difficile circulum ſtatuere, in plano cuiuſlibet horæ, ſi nempe tria aut quatuor fila, à centro ſpeculi ad diverſa huræ illius puncta educantur, & quantum fieri poteſt tendantur.

Alias praxes non moror quas ex ſupra poſitis principiis facile quilibet excogitare poterit.

Vſus autem horologiorũ reflexorum commodiſſimus eſt, ſi nempe fiant in iis planis quæ ſol nunquam radiis ſuis perfundit, immo ficti poſſet aliquando, vt idem ſtylus in eodem plano horas matutinas directe, reflexe veſpertinas indicaret, pariter in conclavibus, laquearibus, cæteriſq; locis iucundiſſimum eſt cœleſtes omnes circulos deſcribere, ita vt radius ſolaris, locum ipſum ſolis indicet.

GNOMONICÆ
LIBER QVARTVS.
Gnomonica Dioptrica.

LICET iſta horologiorum ſpecies non ſit multum in vſu, nec aliquid commodi afferat, ne tamen huic noſtro operi aliquid deeſſe videatur; radium refractum, vt huic etiam muneri non ineptum admittere libuit, quò etiam ad horas indicandas vteremur. In hac igitur horologiorum ſpecie intelligere debemus lineas vmbreſas, non in directum iacere cum radiis luminoſis; ſed cum iis aliquem angulum obtuſum efficere; ex quo fit, vt non in eodem ſemper horario plano inueniantur, atque adeo res iſta ſatis intricata ſit, et præſertim, qui circulorum cœleſtium ſectiones non optime tenuerit.

SVPPOSITIO PRIMA.

SVPPONO I.

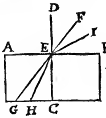
DAri aliquam refractionem, cuius principia, cauſas, & rationes quantum potuimus, explicuimus. hæc autem refractio toties fit ad perpendicularem quoties, radius à medio rariori in denſius incurrit, toties vero à perpendiculari recedit, quoties à medio denſiori, in rarius emergit.

SVPPONO II.

Radium incidentem, & refractum in eôdem eſſe plano, recto ad ſuperficiem communem vtrique medio; quæ omnia repeti debent ex Dioptricâ; vt ſi ſit radius FE, incidens ex aëre in ſuperficiem aquæ A B, qui vlteriùs produci debuerat rectà, per lineam GEF, ſiatque refractio ſecundum lineam E H, lineæ F E, E G, E H in eodem ſunt plano, vt iam aliàs oſtendimus.

SVPPONO III.

Non eamdem ſemper eſſe rationem anguli incidentiæ ad angulum refractionis, aut anguli inclinationis ad angulum refractum. vt ſi F E D, ſit angulus inclinationis, & GEC, angulus refractus ſitque ratio vnius ad alium, vt 10 ad 7. non eadem ſemper ratio obſervabitur: in reliquis angulis, ideóque vt ſtatim ad praxim veniamus ſupponenda eſt tabula refractionum tam in aqua, quam in vitro.



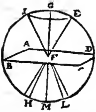
PROP.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Circuli maximi quorum plana per axem incidentia ducta sunt, idem habent planum directum & refractum, hoc est radius refractus, & incidens in eodem tali plano remanent.

Sit aquæ superficies ABCD. sit radius incidens EF, in maximo circulo E G H cuius planum sit ductum per lineam G F, quæ supponitur esse axis incidentiæ, seu perpendicularis ad superficiem aquæ A B C D. dico radium refractum F H in eodem esse plano.



Demonstratio radius refractus HF. & incidens FI in eodem sunt plano ad superficiem aquæ recto (*per suppositionem secundam*) sed planum E G H (*per 19. 11*) est rectum ad superficiem aquæ; igitur radij incidens & refractus in eodem sunt plano. quod erat ostendendum.

COLLORARIVM I.

Quoties fit refractio ad superficiem aquæ; circuli verticales eôdem modô exhibentur, in plano horizontali per lineas. in pede styli concurrentes.

COROLLARIVM II.

In omnibus autem planis, eâdem superficie aquæ refringente radios, iidem circuli verticales per lineas exhibentur. cum enim radius refractus non egrediatur planum proprium vt ostendimus, semper attinget communem sectionem circuli verticalis & plani horolo;ij.

COROLLARIVM III.

Si superficies refringens, esset parallela æquinoctiali; circuli horarij, per lineas exhiberentur. propter eandem rationem.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Circuli minores, quorum plana parallela sunt superficiei refringenti, per circulos in plano parallelo exhibentur.

Sit circulus minor in sphæra EI, verbi grata circulus almicantaratb, cuius planum sit parallelum superficiei aquæ ABCD dico talem circulum exhiberi in plano horizontali subiecto, per circulum; minorem tamen, quàm esset si directe, sine vlla refractione exhibendus esset.

Demonstratio ponatur sol esse in puncto E illius circuli minoris; erit radius incidens EF, & refractus F H, magis accedens ad perpendicularem F M, idem ostendam in radio incidente I F, & refracto F L, cumque inclinationum anguli IFG,EFG sint æquales; erunt anguli HFM, LFM ipsis respondentes æquales, atque adeo si planum HL sit parallelum superficiei ABCD, conus HFL secabitur perpendiculariter ad axem, & consequenter communis sectio, illius & plani erit circulus,quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Si superficies refringens sit parallela æquinoctiali; omnes paralleli signorum per circulos, in plano pariter parallelo exhibentur.

PROPOSITIO III.

Problema.

Quadrantem refractionum preparare.

Sit præparandus quadrans eleuationum solis, aptus tamen ad eas refracte exhibendas in aquâ. describatur quadrans circuli, qui primò diuidatur in suos gradus nullæ tamen adhuc cyphræ apponantur. Eleuationis cyphræ communes si adhiberentur procederent à puncto infimo; quia tamen tabula refractionum. dat angulos refractos respondentes inclinationibus, & non incidentiæ angulis. incipiendum est à puncto superiori,modo gradus 1.inclinationis,quem radius solis facit cum aqua, sole eleuato supra horizontem gradibus 89. habet correspondentem angulum min. 46, igitur incipiendo à puncto infimo numera minuta 46. & ibi appones notam 89. nempe hunc esse angulum refractum sole obtinente eleuationem 89 graduum. si procedere velis per quinos gradus, gradui 5 cum minutis 54, apponatur cyphra 85. is enim est angulus refractus sole eleuato gradibus 85, seu inclinationi graduum 5. gradui 7. cum. min. 46. apponatur cyphra 80; gradui 11. 38. ad latur cyphra 75. & ita perficies quadrantem eleuationum refractarum.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Horologium horizontale refractum describere, superficie aqua refringente situm horizontalem obtinente.

Sit in fundo horizontali, alicuius vasis describendum horologium, ita vt horas non nisi vase aquâ pleno, probè ostendat. Primò quidem styli extremitas non emergat ex aqua. Secundò in plano seu fundo horizontali prædicti vasis notentur circuli verticales more consueto,nam (*per secundam huius*) etiam refracte bene notati erunt. diuidatur vnus,Gnomonice (*per primam propositionem 1. huius*) sed loco quadrantis ordinarij, adhibeatur quadrās refractionum supra descriptus,per singulas diuisiones ex pede styli tanquam centro describantur circuli cōcentrici,eruntq; illi circuli

altitudinum seu Almicantarath, sed refracti. quibus addantur si opus est suæ cyphræ. vt circulos horarios, aut parallelos signorum describas, vtendum est tabulis altitudinum solis, & verticalium.

Facilius tamen operaberis, si habeas horologium horizontale commune descriptum in charta separatâ, instructum suis circulis verticalibus, & almicantarath. Si enim in eo animaduertas in quonam verticali, & quò circulo altitudinis inueniatur quodcumque volueris punctum lineæ horariæ. quære in tuo horologio refracto, intersectionem similis almicantarath refracti, cum eodem verticali, punctum illud ad eandem horam pertinebit, seu erit punctum refractum, respondens puncto horæ horologij directi, ita facies circa quatuor aut quinque puncta cuiuslibet horæ, quæ deinde lineâ curuâ coniunges.

PROPOSITIO V.

Problema.

Horologium æquinoctiale, aut polare describere, superficie aqua refringente situm horizontalem obtinente.

Non erit dissimilis modus describendi horologij æquinoctialis aut polaris, & quia circuli azimutales, seu verticales nullo modo mutantur (*per prop. 1. huius*) eôdem modô describentur ac in horologiis directis æquinoctialibus, aut polaribus. illi igitur per lineas in zenith Gnomonico concurrentes ducentur, hi circuli diuidendi pariter fuot in suos gradus, initiô factô à zenith Gnomonico, sed vtendum est ad eorum diuisionem quadrante refractionum supra descripto. similes autem diuisiones coniunges lineâ curuâ, secundum praxin horologiorum directorum, atque ita habebis circulos verticales, & almicantarath descriptos. Si lineas horarias cæterosque desideres, habeatur horologium quodcumque directum in quo præter azimutales, & almicantarath, notatæ sint lineæ horariæ; in singulis horis horologij directi determinentur quatuor aut quinque puncta, quorum animaduertatur azimutalis & almicantarath. si in horologio refracto similem azimutalem & almicantarath requiras, punctum intersectionis; ad eandem horam pertinebit; atque ita quatuor, aut quinque habebis puncta refracta, ad eandem horam pertinentia, quæ lineâ curuâ coniunges: atque hæc praxis vniuersalis est, vt descriptis circulis azimutalibus, & almicantarath puncta quotcumque horaria inuenias.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Horologium verticale refractum describere superficie aqua refringente situm horizontalem obtinente.

Huius horologij describendi praxis à superioribus non differet. nam circuli Azimutales eôdem modô describentur refractè in planis verticalibus; ac si directè indicandi essent. nempe per lineas verticales, seu ad perpendiculum ductas. diuisio item earum eôdem modô peragitur, nisi quòd quadrante refractionum vtendum est, non quadrante simplici in nonaginta partes æquales diuiso. ex qua diuisione habentur circuli almicantarath, linearum horariarum 4 aut quinque puncta quærenda sunt per intersectionem circulorum verticalium, & almicantarath vt præstitimus in superioribus propositionibus.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Horologium refractum in vase hemisphærico describere, superficie refringente situm horizontale obtinente.

Sit vas concauum hemisphæricum, cuius circulus hemisphærium terminans sit horizonti parallelus stylus sit infixus punctô infimo, seu polo circuli terminantis hemisphærium. circuli verticales eôdem modô describentur, quò in horologiis directis, nempe si diuidatur ille circulus terminans hemisphærium in suos gradus, ducantur circuli ad pedem styli qui in hoc casu est zenith Gnomonicum, habebunturque circuli verticales. diuidetur autem vnus quadrans, eô modô quô diuisus est quadrans refractionum supra descriptus; si ex pede styli vt polo, per singulas diuisiones circuli describantur. eruot circuli almicantarath. Ex quibus & circulis verticalibus facile reliqui describentur, vt supra.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Horologium refractum describere superficie refringente quemlibet situm obtinente.

Quia vix habetur Christallus sufficientis crassitiei, vt post refractionem in eâ factam possit describi horologium, ideo phialæ vitreæ adhiberi possunt, non habetur autem ratio refractionis in vitro factæ, eo quod vt docui in dioptricâ, tanta est refractio in ingressu vitri, quanta in egressu, modo æqualis sit vbique vitri crassities; potest autem phiala varie detorqueri & statui. Et primo quidem si ita eleuetur aut deprimatur, vt illius superficies sit ad meridianum recta pro eius varia inclinatione, varia etiam erit poli supra prædictam superficiem eleuatio, pro qua si fiat horologium refractum horizontale habebitur intentum. Longum autem esset singulos casus recensere, in quibus vt pote ab vsu communi valde alienis, non diutius immorer; licet ex supra explicatis principiis omnia nullo negotio absolui possint.

PROP.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Horologium exhibere in cubiculo clauso.

Sit Christallus plano conuexa, vel phiala vitrea eiusdem figuræ, in cuius plana superficie describatur horologium simplex, aut verticale, aut polare prout Christallus collocanda est. stylus autem quia Christallo vix infigi potest, alteri corpori vicino inhæreat. lineæ horariæ colore satis perspicuo depingantur; hæc Christallus in fenestræ fecun lum suum situm naturalem collocetur, plana superficie foras, conuexâ intus spectante, clausô vndique cubiculo, solaris radius horas mirum in modum auctas in pauimento exprimet, inuerso tamen situ, ideoque inuerso situ Christallo imprimi debent, vt recto appareant.

PROPOSITIO X.

Problema.

Horologium describere quod pro numero horarum, totidem sclopeta explodat.

Fiat vas metallicum in quo horologium directum describatur, lineæ autem horariæ sint satis profundæ, ita vt puluere pyrio impleri possint, & vna cum alterâ non communicet. ex singulis autem lineis horariis, per singula foramina procedant funiculi sulphure illiti vsque ad sclopeta. In extremitate styli erit sphæra vitrea, quæ vniat radios solares in superficie concauâ vasis, dico fore vt quoties radius irrefractus qui & centralis est, incidet in lineam horariam, toties accendet puluerem pyrium & consequenter sclopeta illi horæ destinata, explodentur.

Quia hæc horologia vix vllum habent vsum, ideo iis non immorabor, vt ad vtiliora properemus.



TRACTATVS XXVI.

ASTRONOMIA.

QVANTUM Cæteris corporibus cœlum supereminet, quantum sublunaribus astra, & splendore & dignitate præstanti tantum cæteris naturalibus scientiis superior est Astronomia, quâ nempe mens humana, iucundô sapientiæ pabulo recreata, ad sublimes illos tractus assurgit, externæque mansionis æternæ speciem contemplata, ad diuina sensim aspirat. Quare mirum non est si tantum apud omnes nomen adepti sunt Astronomi, si diuinorum consiliorum participes, si deorum interpretes, si viri ingentes, numinum lege deprehensa, rerumque naturæ capaces, & conscij fuerunt appellati. Si enim in tantâ versamur caligine, vt obuia quæque ea nempe quæ tangimus ignoremus; nosque in dies in minimis, & facilibus, errore deceptos deprehendamus; quis meritò eum non suspiciat, qui cœlestium corporum leges in tanta à nobis distantia, deprehenderit, syderumque tam varie implexos motus, certis, & indubitatis calculis alligarit. Iam ab ipsis mundi primordiis inchoatam esse Astronomiam facile quis in animum inducat, & tam longa patriarcharum ætate excultam, repetitis nempe ab eodem homine iisdem obseruationibus perpolitam, apud Hebræos primum vsurpatam, ab Hebræis ad Ægyptios, ab Ægyptiis ad Chaldæos, vt postea ad Græcos, inde verò ad Romanos transmissam. Si verò non coniecturis, sed scriptis ipsis notatisque obseruationibus, & experimentis agendum sit, Chaldæis haud dubie laudem hanc debebimus, quos vltra cæteros Astrologiæ deditos fuisse ferunt, & apud Babylonicos septingentorum annorum obseruationes syderum, coctilibus laterculis inscriptas asserat Plinius. Et Hyparchus obseruationes eclypsium vetutissimas Nabonassari anno 7. seu ante Christum 720. celebratas referat.

Exciderunt hæc omnia, exceptisque Eclypsibus nonnullis, ab Hyparcho relatis, nihil de Chaldæorum doctrina nisi famam, & nomen habuimus. Græci pariter parum admodum hanc doctrinam promouerunt; totique in anno ciuili excelendo, æquinoctiis, nempe & solstitiis obseruandis, cyclisque luna-solaribus excogitandis fuerunt, ita Oenopides Cleostratus, Harpalus, Democritus, trieteridem, seu periodum 4 annorum & octaeridem octo annorum, & Meton periodum nouemdecim annorum in quibus, additis aliquibus mensibus Lunaribus, Lunæ motus, cum anno solari connectebatur excogitarunt. Ægyptum igitur tanquam Astronomiæ nostræ parentem agnoscimus, nam ex quo apertum est Alexandriæ Gymnasium, floruerunt in ea vrbe Aristillus, Timochares, Eratosthenes Conon, Hypparchus Sosigenes, Theon senior, Ptolemæus, Paulus Alexandrinus, Theon Iunior Hypatia eius filia. Pappus, Diodorus Alexandrinus & Theophylus & Cyrillus. ita vt ab annis ante Christum trecentis ad annum Christi quingentesimum Astronomia sedem Alexandriæ fixisse videretur. Ptolemæus tamen inter alios excelluit & egregium illud opus magnam scilicet constructionem, composuit, in quo quæ in aliis dispersa erant in vnum corpus, scientificâ methodô collegit. Ab Ægyptiis ad Arabas, & Saracenos transmigrauit Astronomia, nihil tamen ab iis ad Alphonsum vsque nempe ad annum 1252. egregie præstitum, ex Arabum opinionibus potiùs quàm certis obseruationibus Alphonsinæ tabulæ prodiere, quarum breui tempore animaduersi sunt errores, sicut & æquinoctiorum versus anni initia retrocessio, quare actum de Kalendario reformando. Ex quo factum est vt multi sæculo superiori Astronomiæ vacarent. inter quos primas tulerunt Copernicus, & Tychobrahe, qui occasione nouæ in Cassiopeya stellæ, Astronomiam de nouo cudere cœpit. post hunc Ismael Bullialdus ex obseruationibus Tychonis brahe, Gassendi & suis, philolaicas tabulas omnium accuratissimas concinnauit. post quem Ricciolius noster Almagestum nouum seu bibliothecam integram Astronomicam in lucem edidit; opus scilicet ingens & egregium, in quo Ptolemei exemplô, quæcumque in aliis scitu digna continentur, adunauit, quia tamen immensum illud opus tyronum mentes mole sua potiùs obruit, quàm ad huius

scientiæ

ſcientiæ penetralia manuducat ; opuſculum hoc concinnandum putaui ; in quo methodô quàm potero facillima & ſcientifica, totum Aſtronomiæ progreſſum, & quibus obſeruationibus, & ratiocinijs omnia concludat ; quibus gradibus ad hunc apicem ſit euecta aperiam: hoc eſt ſi tota Aſtronomia exceptis obſeruationibus ; interijſſe penitus, ſupponatur, hanc de nouo in lucem edendam ſuſcipio, & à fundamentis excitandam. ſimile opus optime prouexit Pater Tacuet; conabor & ego vlteriùs progredi, faciliorique methodô perficere. Octo libros tractatus iſte ſibi vendicat.

Primus nonnullas quæſtiones phyſicas ; circa cælorum, & ſyderum motus, totámque primi mobilis doctrinam explicabit.

Secundus erit de Sole.

Tertius de Luna.

Quartus de varijs affectionibus Solis, & Lunæ.

Quintus de ſtellis fixis.

Sextus de quinque minoribus planetis.

Septimus de diſtantijs, magnitudine, ortu, & occaſu planetarum.

Octauus de Cometis.

ASTRONOMIÆ
LIBER PRIMVS.
Quæſtiones phyſicæ de cœlis, & doctrina primi mobilis.

QVAMVIS *philoſophum agere, & concluſionibus certis, & indubitatis, mathematicus nempe, aſſertiones quæ probabilitatem non excedant admiſcere pudeat ; quia tamen ex his aliquid lucis, & claritatis, Aſtronomiæ noſtræ affulgere poteſt ; aliquas quæſtiones phyſicas delibabo, de cælorum natura, & proprietatibus.*

PROPOSITIO I.

Tres ſunt cæli.

QVAMVIS nomina cœli, & terræ varie à varijs accepta ſint, nec deſint qui creationem cœli, & terræ, de ſubſtantia ſpirituali, & corporea intelligant, proprium tamen, & non metaphoricum hic ſenſum aſſumo, nominéque terræ, globum terraqueum ſuâ circomveſtitum athmoſphærâ, nomine verò cœli quidqoid ſupra elementarem molem telluri adhærentem, poſitum eſt intelligo. vnde ſive planetarios othes, totúmqoe illud in quo moventur ſpatium, ſolido corpore impleas, ſive purom, & fluidom æthera in eo cogites, hoc inquam quodcúmque illud ſit corpus ſub nomine cœli nuncupetur, quia talis eſt communis, & conſueta apud homines vſurpatio, nec alia de vſu recepto, præter hominum voluntatem ratio quærenda eſt.

Dico igitur tres cœlos eſſe Empyreum, ſtelliferum ſeu firmamentum, & planetiferum.

Præter authoritatem ſcripturæ, cœlos in plurali numero ſæpe nominaotis, nempe cœli cœlorum, ſanctum paulum aſſerentem ſe raptum vſque ad tertium cœlum, nempe vſque ad Empyreum in quo Deus beatis, ſe videndum exhibet.

Probatur ratione. Datur ratio ſufficiens diſtinguendi tres cœlos, non datur ratio vlla ſufficiens diſtinguendi in plures ; ergo tres cœli, diſtinguendi ſunt. Antecedens probatur, proprietatom notabilium diverſitas, ſufficit ad diſtinctionem; ſed dantur proprietates valde diverſæ in Empyreo ; qualis eſt immobilitas. ſplendor, officium, debet enim eſſe beatorum ſedes, immobilis firma; in firmamento item datur ſoliditas illa, vi cuius ſtellæ eamdem ſemper inter ſe diſtantiam obſervant, & quæ neceſſaria eſt ad ſuſtentandas aquas quæ ſuper cœlos ſunt ; qoæ ſoliditas in planetifero cogitari probabiliter non poteſt : ergo ſaltem admitti debent tres cœli.

In plures tamen eos dividere non poſſumus. potà in ſeptem planetarios, in firmamentum, in primum mobile, & alios huiuſmodi.

Probatur ſi qoæ ratio ſuaderet plures admittere cœlos, maxime iſta, vt motus cœlorum explicentur ; cuilibet enim planetæ noooulli propriom aſſignant cœlum, ſtellis fixis ſuum, ſupra firmamentum primum mobile cogitant, immò & aliud in quo, declinatio Eclypticæ per 24 minuta, aliud item vt explicent præceſſionem æquinoctiorum ; de qua ſuo loco dicemos ; firmamentom deniqoe. moltiplicant igitur cœlos hac maxime ducti ratione, quod vni corpori ſimplici, convenire non poſſit niſi vnicus motus ſimplex;

ergo tot erunt cœli, quot motus simplices in iis observantur. Sed observantur isti omnes motus, simplices. primu motus generalis, & quasi communis ab ortu ad occasum, quô omnia sydera, immò & cometæ feruntur: & ideò primum mobile excogitatur, quod inferiores orbes contineat, & dum continuò rotatur motum suum inferioribus cœlis, quibus non per se conveniat communicet. sub primo mobili aliud cœlum concentricum priori fingi poterit in quo poli Eclypticæ distent à polis, primi mobilis modo 23 gradibus, & 30 minutis, modo 23 gradibus, & 54 minutis. eò quòd vtráque declinatio Eclypticæ ab æquatore fuerit observata, vnde ad explicandum hunc motum, novum hoc cœlum sub primô mobili excogitatum est.

Tertium erit ad salvandam inæqualitatem notatam ab aliquibus in motu stellarum, stellæ enim fixæ præter motum communem ab ortu, ad occasum, alium habent peculiarem, quô ab intersectione æquinoctialis, & Eclypticæ recedunt ad ortum, ita vt ea quæ in cornu arietis altàs in primo gradu arietis versabatur, modò in 27, aut 28 gradu posita sit. putarunt in eo motu nonnulli esse aliquam inæqualitatem, ad quam explicandám.

Tertium hoc cœlum excogitatum sit.

Quartum erit cœlum stelliferum cuius motus erit is quem explicuimus.

Quintum erit cœlum saturni quod suam circulationem ad ortum secundum seriem signorum perficiat intra 30 circiter annos. sequitur iovis cœlum quod periodum habeat 12 annorum, cœlum martis duorum, solis vnius anni, mercurij item vnius anni, sicut & veneris, habeant tamen suos eccentricos, quibus modò solem sequantur, modò antecedant. vltimum erit cœlum Lunæ integram circumvolutionem intra dies 27 perficiens. volunt ergo vni corpori simplici vnicum convenire motum simplicem, quare quot motus simplices observabuntur in cœlo; tot erunt necessario admittendi cœli. Hæc ratiocinatio meô quidem iudiciô ex Aristotelis placitis originem duxit. qui videtur distinguere corpora simplicia per motus simplices. motus autem simplex, vel rectus est vel circularis, rectus vel est ad centrum, vel à centro, & hoc adhuc vel simpliciter, vel secundùm quid, vnde distinguit 4 elementa per motum rectum; duo quibus conveniat motus ad centrum, terra cui convenit simpliciter, aqua cui absolute. per motum à centro, seu levitatem duo elementa constituit aërem, & ignem. per motum circularem aliud corpus simplex admittit nempe cœlum. cum igitur motus realis & physicus; verbi gratiâ solis, componatur, ex duobus saltem circularibus, diurnô nempe, & annuô, ex quo fit vt spiralis evadat; volunt ex mente, vt putant Aristotelis eum motum partiri, in duos motus simplices, & duos motores, seu duo principia distincta, illius motûs admittere duos nempe cœlos, cœlum solis & primum mobile: confirmant autem totam hanc doctrinam quod natura sit principium motûs, & quietis; ergo principium motus simplicis simplex erit, & tot admittenda principia quot erunt motus.

Dico igitur etiam admissô illo principio, & distinctione, non constare hunc cœlorum numerum. Prima ratio sit planetorum motus proprius adhuc simplex non est, sed modò in ortum, modò in occasum, modò incitatus modò tardus, ideóque Epicyclos excogitarunt Astronomi; ergo plures in quolibet planeta motus simplices cogitandi sunt; & consequentèr plures cœli.

Secundò cuilibet planetæ suum cœlum assignari non potest, si quatuor planetæ indifferenter, in eodem cœlo moveantur; sed sol, mars, venus & mercurius in eôdem spatio moventur; ergo non cuilibet suum cœlum assignandum est. probatur minor, mars, mercurius & venus, nonnunquam supra solem, alias infra observantur: ergo omnes in eodem cœlo moventur. probatur de marte, primò quod sit supra solem admittitur ab iis communiter; infra verò ostenditur ex eius diametro plusquam decuplo aucta. de mercurio & venere, ita demonstratur. omne astrum pleno orbe lucens, & distans minùs semicirculo à sole debet necessario esse supra solem, vt nempe medietatem à sole illuminatam ad nos totam obvertat: sed nonnunquam venus, & mercurius plena facie lucent, vt ex tubis opticis constat; ergo aliquando supra solem existunt. ponamus



enim solem esse in A, terram B, venerem 48 gradibus à sole distantem, sed infra solem, dichotoma necessariò apparebit, eo modô quô Luna. quia pars à sole illuminata tota, ad terram non obvertitur. Si vero fuerit in D tota, aut ferè tota à terra B spectabitur. pariter venus & mercurius apparent orbe dichotomo, immò etiam mars, igitur nonnunquam sub sole existunt.

Tertiò miror ex simplicitate motûs argui cœlorum existentiam maxime ab Aristotelicis, cum ipse existimavit cœlum moveri ab intelligentiis. vt enim corporis simplicis existentia ex motu simplici concludatur, debet ille motus simplex procedere à tali corpore tanquam principio; sed procedit tantum ab extrinseco, seu ab intelligentia secundum illos, ergo ex eô motu nihil concludi potest.

Quartò hæc definitio naturæ principium motûs, & quietis, nihil eos iuvat, quia non intelligitur de motu locali, sed de motu metaphorico. ruit item cum aliqua mixta sint graviora terra, vt sunt metalla. cur enim aliquid mixtum etiam mixtione imperfecta, non producet motum localem simplicem cum omnia mixta, per easdem lineas descendant per quas, elementa. denique demonstravimus suô locô, nullam dari levitatem, sed dari gravitatem absolutâm immutabilem, & vnicam.

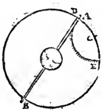
Dices

Dices quidquid sit de hac simplicitate idem cœlum, moveri non potest duobus motibus, ergo tot erunt motus quot cœli.

Respondeo sive cœli moveantur ab intrinseco, sive ab intelligentia potest fieri vt cœlum totum, multò magis planeta, motu composito moveatur. si ex peculiari aliqua conformatione cogatur motum hunc compositum producere. quod enim possunt artifices nostri, id etiam poterit Deus, & exquisitioribus elateriis. ponamus enim dari elaterium intra tympanum inclusum, quod in orbem movere possit tale tympanum, nonne si supra axem in cocleas, & spiras excavatum in orbem moveatur, in spiras agetur: igitur motus simplex nullô negotiô, ex peculiari determinatione sæpe ex figura, aut aliis circumstantiis orta, in motum compositum degenerabit.

Dum trebitur cutrue an motus rotæ non simplex videtur, quantam tamen in singulis partibus irregularitatem, & compositionem patir. Vnicum est in horologio automato principium motûs, nempe gravitas ponderis descendentis, quam tamen varias, & sibi oppositas circulationes & motus, denticulorum occursu producit.

Ex his colliges necessarium non esse primum mobile à firmamento, aut cœlo stellifero distinctum, quamvis enim motus stellarum totiúsque firmamenti in duos motus simplices dividatur; vt ad regularitatem, & simplicitatem revocetur, nempe in motum raptûs. quô ab ortu ad occasum continuò voluitur, & eum vi cuius stellæ omnes recedunt à primo puncto sectionis vernæ, id tamen vnicô principio reali, ex peculiari determinatione oriri potest. verbi gratiâ posset aliud atque aliud punctum reale cœli stelliferi coincidere cum polo mundi, id si ego vellem organice vnicô motu exhibere, fingerem axem mundi im-



mobilem A B, C polum Eclypticæ cogitarem ab eo distantem 2 · gradibus cum dimidio. descripto circulo CDE, denticulatô, ita voluatur totum cœlum circa axem immobilem ab ortu in occasum, vt in singulas circumvolutiones vnus pertranseat denticulus, mutabuntur sectio æquinoctialis & Eclypticæ, atque adeo, stellæ magis distabunt à sectione verna; videbuntúrque procedere in consequentia eò quòd sectio verna recesserit, quod si punctum C, non esset omnino polus circuli D E, salvaretur vnico motu, mutatio declinationis Eclypticæ, si tamen vera est.

Quod quidem exempli tantum gratiâ dico, nam quod elateriis, crassioribúsque. & solidis instrumentis præstamus, id Deus & natura, exquisitis, & optime elaboratis, omnémque oculorum aciem fugientibus adminiculis exequitur, vt in animalium membris, vegetantium partibus animadvertimus. Constituto autem semel vtróque motu firmamenti, crediderim totum planetiferum cœlum eodem firmamenti motu, ferri ab ortu ad occasum. debemus enim & communem, & proprium in planetis motum distinguere, vt suô loco explicabimus, si enim spiralem tantum cogitemus motum, nec aliquid intelligemus vnquam, nec rationem vllam assignabimus proprietatum, horum motuum, vt meliùs infra ostendemus, sed omnia confundemus. Satiùs est igitur duo principia motûs planetarij cogitare, eúmque motum in duos motus dividere: puto ergo totum cœlum planetiferum simul cum firmamento volui ab occasu in ortum, intra 24 horas, in eo autem cœlo liquido licet, aut spirabili varios cogito vortices, concentricos, aut eccentricos, in quibus planetæ proprium motum habeant, qui vortices ex pluribus causis oriri possunt.

Dices si cœlum planetiferum æthereum licèt, moveatur ab ortu, ad occasum eò quod contineatur intra firmamentum, eô modô quô aqua vase contenta, movetur ad motum vasis, etiam aër cœlo planetifero contentus eundem motum sequeretur, falsum autem est aërem eum saltem qui circa terram existit, sequi motum cœlorum: ergo neque cœlum planetiferum sequi debet motum firmamenti.

Respondeo esse maximam disparitatem, in eo positam quod aër circa terram fusus in eam gravitet, eique vi talis gravitationis insistat; at vero æther seu cœlum planetiferum, gravitate caret, nec vi talis gravitationis, cum terra immobili connectitur. ostendo autem clarissime id ita se habere, sive Cometæ sint infra Lunam sive supra, haud dubié versantur in aliqua regione æthetea, & fluida, cum illam facile penetrent, motúsque suos proprios in ea peragant; sed ea regio motum cœlorum ab ortu, in occasum participat; quandoquidem cometæ similem motum habent, non aliunde quam ab eo corpore quô ambiuntur. neque enim philosophari puto eos qui asserunt, vbi per accidens aliquid, aut in cœlis, aut etiam si velis infra Lunam nascitur, & generatur; intelligentiam aliquam deputari ad motum hunc perficiendum, tam hoc mihi ab omni verisimilitudine alienum videtur, ac si asserantur angeli perficere motum gravium deorsum. quamvis enim admitterem cœlos moveri ab intelligentiis, nunquam tamen ad eam descenderem ineptiam; vt cometis movendis angelos peculiariter addicerem. Sed potius motum cometarum diurnum ex diurno totius cœli necessariò sequi pronunciarem.

PROPOSITIO II.

Cœlum est corpus compositum.

Cœlum est corpus compositum ex materia & forma.

Ostenditur quod factum est ex aqua, necessariò est corpus compositum, sed scriptura asserit cœlum esse factum ex aquâ, ergo necessariò dicendum est componi ex materia, & forma maior videtur certa. nam illa particula ex significat aliquid

aliquid commune remanete, aquæ & cœlo, idem nempe subiectum.

Secundò non debemus admittere vllum gradum entis, nisi evidentibus signix, & rationibus convincamur, nulla autem ratio suadet admittendam esse substantiam simplicem corpoream, hoc est non constantem materia, & forma, argo talis admitti non debet; immo etiamsi admitteretur in aliquibus elemenis talis simplicitas, nec in aqua, nec in cœlo admittenda esset ob eam transmutationem quam asserit scriptura aquæ in cœlum. Denique videntur in cœlis eadem accidentia quæ in reliquis corporibus compositis ex materia, & forma.

Accedunt generationes cometarum, quos in cœlo fuisse hoc est supra Lunam, aliquarum stellarum, etiam forsitan supra saturnum probabile est, in sola pariter fiunt novæ generationes facularum, macularum quæ omnia generationem & consequenter compositionem sonant.

Dices hoc esse contra Aristotelem asserentem cœlum esse corpus simplex.

Respondeo me lubenter ab Aristotele discedere, cum verba scripturæ contrarium enunciant, vt dixi de conversione aquæ in cœlum. vnde facile putarim cœlum stelliferum christallinum esse., christallus enim ex indurata glacie, & nivibus concrescit.

Secundò dico nullus tempore Aristotelis fuerat Astronomus qui observasset Cometas supra Lunam axistere, ex negatione parallaxis, rudiori enim minervâ antiqui suas observationes peragebant.

Tertiò caruit Aristoteles tubo Optico, neque vnquam spectarat maculas solares, immo nihil tale ipsi vnquam in mentem venerat.

Assero tamen posse dici cœlum corpus simplex secundum mentem Aristotelis, ea nempe simplicitate, quam inesse quatuor elementis asserit, quæ tamen invicem transmutari pluribus locis axpresse dicere videtur. simplicitas illa in eo posita est, quod elementa non præraquitant aliquam mixtionem corporum, vt generentur, sicut mixta, ita etiam non ex pluribus elementis factum est cœlum, sed ex sola aqua.

Consequenter ad hæc dici debet materia cœli eiusdem rationis, ac sublunarium corporum. neque propterea corruptibilas atuut proxime ex toto, sed tantum remote, & secundum partes. sicut terra incorruptibilis est, si tota spectetur, quamvis extima eius superficies ad aliquos pedes, corruptiones aliquas patiatur. vnde puto plures, & maiores in cœlis corruptiones accidere, quàm in terris, neque enim vlla facta est, quæ Europam magnitudina adæquet, quamvis Pater Scheiner asserat faculas in sole nonnunquam spectari, totâ Europâ maiores. vnde si aliquis è Luna terram spectarat nullam generationem adverteret, nullam mutationem etiamsi tota Europa de novo nive tegeretur. vasta igitur illa corpora non possunt nisi secundum aliquas exiguas partes corrumpi, quia nullum ast agens applicabile, quod possit ea corrumpere ax totô; sicut nullum datur agens in rerum natura, quod ita terræ applicari possit naturaliter, vt totam destruat. quare semper stabit incorruptibilitas proxima, & totalis.

Cœli sicut fumus liquescent ait sariptura, quod corruptibilitatem aliquam innuit, non quidem proximam secundum præsentem rerum ordinem, sed saltem remotam, & via extraordinaria inducendam.

PROPOSITIO III.

Cœlum stelliferum solidum est.

Hic soliditatem sumo in stricta significatione, pro vt opponitur fluiditati, seu facili illi divisibilitati. & in ea acceptione.

Dico firmamentum solidum esse.

Probatur ex scriptura Deus fecit firmamentum vt divideret aquas, ab aquis, sed nisi solidum esset, non posset dividere aquas ab aquis, nec earum lapsum cohibere: ergo vere solidum est. favet autem vox ipsa firmamenti, quæ in omni lingua soliditatem sonat. Iobi 37. Tu forsitan fabricatus es cœlos, qui solidissimi quasi ære fusi sunt. In psalmis extendens cœlum sicut pellem, qui tegis aquis superiora eius.

Probatur item authoritate Aristotelis, & omnium fere antiquorum qui stellas quasi christallo innexas existimaruut. afferunt autem argumentum, nempe congruum esse, vt cœlum sit ex eodem corpore cuius est sidus, sydus autem quodlibet solidum est, ergo & cœlum. hoc tamen argumentum ni fallor non probat uaqua enim vlla apparet necessitas huius conformitatis.

Probatur Tertiò, ax stellis fixis, quæ eundem ordinem, easdámque observant distantias, hoc autem soliditatem potiùs, quam fluiditatem denotat. quamvis enim absoluta fieri possit, vt quamvis in fluido corpore existerant; observarent eundem situm, facilè tamen ab invicem recedere, aut accedere possent: vel enim moverentur singulæ motu proprio, vel ad motum cœli, si primum vel multiplicandæ erunt intelligentiæ, si ab intelligentiis moveantur; vel quod incredibile videtur immò impossibile, prout à polo mundi magis recedent, determinari debebunt ad motum maiorem, mutant autem declinationem, vt videbimus infra, & non est assignabile à quo determinentur ad maiorem, aut minorem motum. certum enim ast stellam sub æquinoctiali positam longe maiorem circulum perficere, quàm quæ vicina polo. Si verò dicatur stellas licèt in cœlo fluido existentes, moveri ad motum ipsius cœli, à quo rapiantur. Sed contrà non bene intelligi potest quomodo toti cœlo fluido, communicari possit motus circularis circa polos immobiles, siva ponatur ab intelligentia moveri sive à seipso, cum enim sit eiusdem substantiæ, cur punctum vnum restat immobile, & quæ ab eo magis, recedunt maiorem motum habeant: vix item concipi potest quomodo eius singulis partibus, non cônexis omnino, motus inæquales imprimantur. bene quidem concipio, positâ superficie aliquâ solidâ, quòd ea omnia quæ in ea continentur, similem motum participent, vix autem bene video seclusâ tali superficia solida, quomodo vniformiter rotari possit aliquod corpus.

Addunt nonnulli argumantum deductum ex motu stellarum velocissimo, qui si fieret in corpore fluido, dividendo scilicet illud, sonum ingentem ederat, & ex partium attritu calorem, & resistentiam vincendam haberet, qualem proportionalitet in divisione aëris experimur.

Dices impossibile est, si firmamentum solidum

sit,

sit, vt stellæ moueantur simul circa polum æquatoris immobilem, & simul moueantur circa polum Eclypticæ; sed vterque motus conuenit stellis fixis; ergo cœlum stelliferum solidum, non est. maior probatur stellæ nonnullæ vi motus proprij recedunt à polo mundi aliæ verò ad eundem accedunt, sed recedere non possunt à polo, si affixæ sint cœlo solido, ergo illi affixæ non sunt. quæ enim sunt solida ita se habent vt eandem semper distantiam habeant; ergo si cœlum solidum sit, stellæ omnes eôdem modô semper distabunt à puncto illo immobili.

Propter hoc argumentum vt iam supra ostendi, duos nonnulli admittunt cœlos solidos primum mobile & stelliferum, ita vt primo mobili conueniat per se motus ab oriente ad occasum, intra autem sit stelliferum, illi anneaum tantum secundum polos Eclypticæ, & mobile circa illos polos, nec est dubium quin possit vterque ille motus exhiberi organice. potest & dari alia explicatio facilior per mutationem poli, ita vt aliud atque aliud eiusdem firmamenti punctum fiat polus, locumque eius & sedem obtineat. quare dico vnicum esse motum ab ortu in occasum, qui ex peculiari figuræ determinatione, nonnihil lente admodum detorqueatur. non igitur stella recedit à puncto reali, quod modo munere poli fungitur, sed tantum ab eo loco, & puncto imaginario, quod polo respondet. hoc autem totum fieri potest, sine vlla diuisione firmamenti.

PROPOSITIO IV.

Cælum planetiferum fluidum est.

Voco hic cœlum planetiferum totam illam intercapedinem, in qua planetarum motus peraguntur, quam assero fluidam esse, & diuisibilem.

Ratio præcipua petitur ex cometis, quos supra cœlum Lunæ existere constans est modo opinio, immo plusquam opinio, cum visi sint multi cometæ nullam, aut exiguam habere parallaxin; sed cometæ vt plurimum præter motum raptus, seu communem ab ortu ad occasum, habent & motum per lineam rectam, quam traiectionis vocant, vt explicabitur suo locô. impossibile autem est, vt hunc motum habeans, si cœlum planetiferum solidum sit, ergo non est solidum.

Si dicantur cometæ esse sub Luna, adhuc habebo, aliquod corpus mobile motu diurno, atque adeò cœlum fluidum. nam cometæ duos motus habent, diurnum & sibi proprium, diurnom habent à medio in quo versantur; ergo medium in quo inueniuntur mouetur ab ortu ad occasum.

Secundum argumentum petitur à motu planetarum. absolui non potest motus planetarum nisi, vel cœlum sit fluidum, vel detur penetratio, sed penetratio admitti non debet, ergo planetiferum fluidum est maior probatur accedere, ad inuicem & recedere non possunt, nisi corpus intermedium vel loco cedat vel detur penetratio, sed cedere loco est esse fluidum: ergo cœlum planetarum vel fluidum est, vel dabitur penetratio. quod verò accedant ad inuicem ostenditur, sunt enim coniuncti, oppositi, variisque modis combinati. pariter eorum motus explicati non possunt, nisi accedant, & recedant à terra, & modò maiorem modò minorem ab ea distantiam habeant; sed pariter hic accessus, aut recessus peragi non potest, nisi corpus intermedium loco cedat; hæc autem omnia sine fluiditate explicari non possunt. si enim cœlum planetiferum omnino solidum esset, & consequenter planetarum corpora intra eius profunditatem immersa essent; se haberent vt fixæ, solumque motum corporis continentis participarent, cum tamen alios, atque alios motus, valde intricatos, & implexos in iis obseruemus.

Propter hoc argumentum aliquam fluiditatem, sed tantum partialem admittere coacti; canales certos concentricos, immò & in modum epicyclorum formatos excogitarunt, plenos materia fluida. in quibus corpora planetarum proprios suos motus peragerent. quales formare deberemus, si organice cœlorum motum oculis subiiciendum susciperemus.

Quamuis hæc ingeniose excogitata sint, iis tamen non aquiesceret omnino qui tam varios motus perpenderit. incipiamus à Saturno cuius systema ex eccentrico, & epicyclo constat, & præterea corpus planetæ duobus asseclis stipatur, debebit ergo esse canalis in quo totus epicyclus contineri possit, & in epicyclo alius canalis in quo planeta cum suis assecIis delitescat.

Idem dicendum de Ioue circa quem 4 satellites assidue voluuntur, circa martem maior est difficultas cuius orbis infra cœlum solis descendit, quare interrumpet eius soliditatem, & cum in variis locis illum successiue secet, canalem aliquem æqualem toti eius orbi fingere debebimus. materia fluida plenum.

Antiqua opinio quæ planetarum orbes, aut fere concentricos, aut certe cum eccentricitate, modica facile huiusmodi canales tuebatur; sed cum noua experimenta, nouæque obseruationes tubo optico factæ. martem soli oppositum decuplo auctum in diametro apparenti deprehendant; via cohærere possunt cum cœli stelliferi soliditate, quicumque tandem excauentur canales. quia facile ostendemus eos canales maiorem partem huius cœli occupaturos: si quis enim schemata motuum martis describat quomodocumque ea implicet cœlum solis magna ea parte peruium, & fluidum admittere cogetur.

Addamus Veneris & Mercurij epicyclos, quorum centrum ipse sol, & cum sol per canalem suum moueatur secumque deferat centrum epicycli, & consequenter epicyclos ipsos, alius canalis horum epicyclorum capax necessariò admittendus erit, cuius latitudo sit graduum circiter 100. & pertingat ferè ad cœlum Lunæ.

Addo maculas solares, quæ circa solem mouentur, in eoque quasi adnascuntur, licèt autem absolute earum motus per epicyclos explicari possit, quia tamen innumerabiles esse deberent, satiùs puto, cœlum solis peruium, & liberum admittere.

A maculis Lunaribus alia nascitur repugnantia, cum enim Luna eandem semper ad nos faciem obuertat, & alioquin sit non minus aspera quam terra, saltem aliquam materiam fluidam cogitare debebimus, quæ huiusmodi cauitates occupet, & circumuolutioni Lunari, non obsistat. Ticho brahe alia vtitur ratione

nempe refractione, quæ in tot orbibus excentricis & epicyclis varia eſſet, & inobſeruabilem redderet motum planetarum. Sed telum hoc imbelle eſt nec vim habet cum duo facile reſponderi poſſint, primum erit tantam irregularitatem motuum cœleſtium forſitan ex refractione nobis adhuc ignotâ oriri. ſecundò ſi omnes illi orbes eiuſdem ſint denſitatis, nulla erit refractio, cum autem nulla ſit ratio quæ denſitatis varietatem adſtruat, ruit tota hæc ratiocinatio.

Multa contra hanc aſſertionem dici poſſunt. Primum erit ſi cœlum planetarum fluidum eſſet impoſſibile foret, vt tam multiplices motus planetis conuenirent; quales in iis obſeruamus, neque vlla ratio excogitari poſſet, cur modò regrediantur neque vlteriùs procedant; cum nullo modò coërceantur. ideo enim motus habent apparentes irregulares quod pluribus motibus conſtent, hoc eſt dum in vnam plagam proprio motu feruntur, aliò à propriis orbibus ferantur. Sed hoc dici non poterit nec hic modus explicandi admitti, ſi cœlum planetiferum fluidum ſit: ergo fluidum non eſt, nam plura neceſſario in motibus planetarum principia motus cogitanda ſunt, vel nulla afferetur ratio apparentiarum. non poſſunt autem plura principia motuum cogitari, niſi motus orbis communicari poſſit planetæ; non communicabitur autem ſi deſit ſoliditas; & vt rem in exemplo exhibeam ſolet motus ſolis à nonnullis per ſpiras explicari. quæro autem cur laxiores ſint circa æquinoctialem, cur compreſſiores circa ſolſtitia, huius nulla ratio affertur, quamdiu in motu ſpirali conſiſtemus; ſed vbi duplicem in ſole motum cogitabimus, ſolemque in ſuo orbe ad æquinoctium inclinato intra annum circumagemus, & interea orbem hunc ſolidum circa polos mundi motu diurno circumuoluemus rationem omnium faeile aſſignabimus.



Ponamus enim ſolem per A in B intra ſpatium ſex menſium ferri paſſibus æqualibus, oſtendemus facile cum Theodoſio licèt arcus HL, LN, ſint æquales, circulos tamen parallelos HK, LM, NO quos interea vi motûs communis, circa polos F & G deſcribere cogitur; non æqualiter inter ſe diſtare, ex quo ſolemne emanauit exemplum muſcæ ſenſim ſupra circumferentiam IVNLH reptantis, interea dum globus circumvoluitur, & quamdiu non ſeparabuntur hi motus quos verè & realiter à diuerſis principiis ortum habere exiſtimo, nihil dicetur omninò nec vlla ratio etiam phyſica afferetur apparentiatum. Sed videntur tolli hæc omnia poſita fluiditate cœlorum, ergo fluidi non ſunt.

Reſpondeo concedendo neceſſariò partiendos eſſe motus cœleſtes. & motum ſpiralem vt irregularem, non eſſe admittendum, niſi pro vt oritur ex duobus principiis regularibus. contendo tamen etiam poſitâ eorundem fluiditate, poſſe aſſignari hæc duo principia, ſi enim firmamentum ſolidum ſit, totus in eo contentus æther motum diurnum participabit, quô ab ortu ad occaſum quotidie feretur; ſecumque omnes planetas cæteraque in cœlo planetifero poſita rapiet. cogitari alius debet peculiaris motus planetæ, ſiue oriatur ab intrinſecis eius principiis, ſiue à vortice aliquo circulari, planetam in contrarias partes oblique deferente neque enim quos in lacubus etiam quietis animaduertimus vortices, ita alienos puto, vt in cœlis admitti facile non poſſint, immò faciliùs quam canales, cum duo vertices ſibi occurentes, aut ſe interſecantes, non ſe inuicem interturbent aut perimant, quare puto huiuſmodi verticibus ea vitari incommoda, quæ ex ſoliditate oriuntur, idem tamen emolumentum haberi, vt explicentur motus cœleſtes.

Non igitur in cœlo mouentur planetæ, vt aues in aëre quieto, aut piſces in mari tranquillo, ſed vt piſces in flumine, in quo & communem fluminis motum, & ſuum peculiarem habere poſſunt.

Dices ſecundò niſi admittatur cœlum planetiferum ſolidum, debebunt multiplicari intelligentiæ ad mouendos ſingulos planetas, ſingulos ſaturni, aut iouis aſſeclas, ſingulas maculas ſolares quæ omnia vnicâ intelligentiâ præſtaremus ſi cœlo ſoliditatem affingeremus. Reſpondeo primò non fore propterea numerum intelligentiarum nimis magnum. Reſpondeo ſecundò etiam poſitâ ſoliditate, non magis euitari hanc multiplicitatem, nec magis adſtrui per fluiditatem. nam mouendo planetam in ſuo orbe in vtraque opinione, æqualiter opus erit intelligentia, niſi forſitan dentatis rotulis motui diurno eodem modo affigas cæteras, quo cum rota principali in horologio. omnes motus cæterarum connectuntur. Sed tam craſſa & rigida inſtrumenta, natura non ſolet adhibere, aliis minutioribus res ſuas peragit. quales ſunt ſpirituum emiſſiones, ſympathiæ, aut etiam qualitates. ita puto omnes ſolaris globi partes, inuicem cohærere eôdem ferè modò quo vi grauitatis, partes elementares in vnum globum coaleſcunt; vt ſi quæ pars, ab eo globo vi caloris feruentioris tantillum ſeparetur, in eum recidat, & cum illo per hanc tendentiam connectatur, vnde ſi circa centrum ſuom ſol circumuoluatur, quæcumque cum illo connexionem habent, eandem circumuolutionem patientur, idem dicendum de Iouis ſatellitibus, & aliis huiuſmodi.

Dices admiſsâ ſoliditate orbium cœleſtium magis relucet artificium diuinum in machina cœleſti, tanquam horologio affabre compoſito, ſic enim motus cœleſtes inter ſe connectuntur, meliuſque copulabuntur. Reſpondeo etiam poſitâ planetiferi fluiditate, artificium diuinum euidentius eſſe, & mirabilius: immo magis appoſitè & ſecundum modum agendi naturæ. qui connexas inter ſe rotulas videt, ita vt vnius motus, ab alterius motu pendeat mirabitur haud dubie, neque tamen minus mirabile illi videbitur ſi ad motum magnetis ſine vlla connexione ſolida acum magneticam moueri & motum magnetis ſequi animaduertet, quod emiſſione ſpirituum, & quadam concatenatione peragitur.

PROP.

PROPOSITIO V.

Angeli cœlestibus motibus præsunt mouentur tamen cœli, & sydera etiam à propria formâ.

Dico primò Angelos aliquem influxum physicum directiuum habere in motum cœlestium orbium. Probatur primò authoritate omnium ferè Sanctorum Patrum, & inter alios sancti Thomæ, qui fidei asserit sententiam esse quod angeli non solum corpora cœlestia moueant localiter; suo imperio: sed etiam alia corpora, in quo textu, diligenter notandæ suot illæ voces suo imperio. Aristoteles etiam aliquid simile admittit.

Multi ex necessitate intelligentiarum ad motum cœlorum, potentissimum desumunt argumentum contra Atheos vt intelligentiarum existentiam astruant, quod argumentum magnam vim habet si bene perpendatur, comprehendo sub nomine intelligentiæ ipsum Deum. cum enim motus cœlestes ita ordinati sint, suasque periodos ita præcisas habeant, opus intelligentiæ dici debent, hoc est non fortunæ, aut casui tribui possunt. quare necessario aliqua intelligentia quæ tale opus vel dirigat, vel cum tali firmitate extruaerit, vt tam diuturno tempore eumdem ordinem constanter teneat admittenda est. vnde vt dixi siue dicantur intelligentiæ immediate cœlos mouere, siue non; eandem vim habebit argumentum. cum nullus sanæ mentis alteri, quam intelligentiæ & prouidentiæ rationali hoc opificium adscribere possit.

Probatur secundò assertio, constat de fide singulis hominibus angelos præsides adesse; & affine est fidei vrbibus, prouinciis immo & elementis singulis suos præfici angelos, ergo idem in cœlis & syderibus dicendum est. Non inaniter autem & inutiliter hanc curam suscipiunt, sed multos effectus præstant, & vbi causæ naturales deficiunt, & a fine aberrant, illi sua prouidentia occurrunt. Idem dicendum de angelis respectu motûs cœlorum, sic cum sistendus fuit sol hoc ab angelis præstitum, cum Luna in passione Domini, ex oriente, motu incitatissimo soli supponenda fuit; pariter si quæ extraordinaria mutatio timenda, vel si in aliquam potius partem quam in aliam determinandus sit motus aliquis indifferens, aut nimis vagus, multaque alia huiusmodi.

Accedunt ad hoc multa scripturæ loca nam illud 106. 9. sub quo curuantur qui portant orbem, & cap. 26. columnæ cœli contremiscunt, & cap. 38 cum me laudarent astra matutina, & iubilarent omnes filij Dei. Matth. 24. virtutes cœlorum mouebuntur. quare SS. Dyonisius, Augustinus & alij asserunt suauitatis diuinæ esse vt inferiora per superiora, & corporea per spiritus moueat, & gubernet.

Dico secundò Non ita moueri aut dirigi cœlorum motus ab intelligentiis; vt cœlorum, & syderum forma effectiue non concurrat.

Probatur quia non est maior ratio cur Deus ita rebus sublunaribus prouiderit, vt præter communem Angelorum prouidentiam, omnium suorum motuum haberent principium connaturale intra se, & corpora cœlestia ita imperfecta fecerit, vt ad motus peragendos, ad quos destinantur; influxu extrinseco ita indigeant vt nihil omninò præstent; sed angelorum prouidentia circa res sublunares non excludit consortium principiorum intrinsecorum: ergo neque tale consortium in corporibus cœlestibus denegare debemus. maior probatur, vel ideo erit potior ratio quod motus cœlestes sint nobiliores. Sed contra quia in animalibus mutationes animaduertimus multo perfectiores quam videamus in cœlis, nam sunt mutationes substantiales cum tanta organorum, & membrorum supellectile, vt putem attente consideranti mirabiliorem videri acarum, animalculum illud minimum; quam ij omnes effectus quos in machinis cœlestibus animaduertimus. idem dico de plantis, quarum virtus, & pulchritudo, fibrarum textura & compositio, fructuum productio; & generatio, formatrix illa virtus, qua & in animalibus fœtus, & in plantis semina tam exquisito artificio componuntur, & in ordinem digeruntur, ventorum impetus, & procellarum, pluuiarum, niuium productio, magneticorum directio, metallorum generatio hæc inquam omnia longo interuallo superant motum quemcumque localem; sed Deus instruxit hæc omnia suis principiis intrinsecis, à quibus producantur nec ille vt philosophus haberetur, qui ita intelligentiarum aduocaret opem, vt omnem his corporibus efficientiam denegaret; ergo neque putandos est ille recte philosophari, qui ita intelligentiis omnem circa motus cœlestes efficientiam tribuit: vt nullam in syderibus efficientiam ab intrinseco agnoscat. mihi quidem arrisit aliquorum similitudo; qui ita ratiocinantur. Si quis è loco dissito turrim campanariam spectet, & ab indice horas apposite ostendi, immo si velis & alia adiicere, variis indicibus Lunæ incrementa & decrementa, variasque phases, syderum locum, dies hebdomadæ, horas planetarias, animaduertat item horas & quadrantes ad amussim pulsari; an inquirentibus à quo principio hæc omnia procedant, ille bene responderit qui intra turrim hominem latere, immediate & indices mouentem, & statis horis campanam pulsantem asserat, meliùs haud dubie & rectius philosophabitur, qui varios rotarum ordines variaque elateria descripserit, vnicumque totius machinæ principium in chalybe adducto, & se ad conuenientem rectitudinem reducente, aut in grauitate ponderum positum agnoscet. idem in nostro casu euenire censeo, ille haud dubie suam insciriam detegit, qui ad Deum recurrit, aut intelligentias motrices, cum aliud assignare principium debeat.

Respondebis esse disparitatem quod elementorum, aut viuentium formæ eos præstare possint effectus, quos supra recensui, at verò cœlorum aut syderum formæ motum hunc efficere non possint Sed contra effectus recensiti supra, perfectiores sunt, quam sit omnis motus localis excogitabilis, Deus tamen illis assignauit causam aliquam creatam, non intelligentem nec vtentem ratiocinio: immo ille ineptissimus esset qui eos ad intelligentiam aliquam referret; ergo idem in nostro casu dicere debemus.

Probatur secundò. non repugnat aliquod corpus, cui connaturalis sit appetitus ad motum perpetuum, vel afferatur illa repugnantia; maxime

maxime cum in viuentibus talem motum perpetuum obſeruemus, vt in corde, & arteriis animalium. videamus item impetum impreſſum rotæ non niſi per accidens deſinere, ex reſiſtentia aëris, item funependulum tantum aſcendere ex vna parte, quantum ex alia deſcendit, ita vt differentia inter aſcenſum, & deſcenſum ſit ita modica, & recte reſiſtentiæ aeris tribui poſſit, ex quo concludo motum perpetuum per accidens tantum impediri; ſi ergo deſit in cœlis grauitas, nulla pariter erit reſiſtentia quare vel minimus impetus ſemel impreſſus nunquam deſinet.

Dices in eo eſſe repugnantiam, quod ſi cœli ſydera in proprio loco poſita mouerentur eſſent animata, omne enim quod mouetur in proprio loco exiſtens illud animatum eſt. Sed Reſpondeo me concedere tale axioma in iis corporibus quæ locum proprium habent; & quæ mouentur, vt quieſcant; nego tamen impoſſibile eſſe corpus, quod moueatur non vt in peculiari aliquo loco quieſcat; quamuis enim nullum habemus corpus ſublunare, quod moueatur dum in loco proprio exiſtit, exceptis animalibus, non propterea ſequitur cœleſtia eò modò ſe habere; aut dari in iis aliquem motum ſpontaneum, cum motus ſpontaneus & in omnem loci differentiam ſit proprius animalium. Alter vero perpetuus, & in orbem poſſit eſſe proprius alterius quam animalis. Adde quod hæc differentia viuentium, quâ dicuntur in ſtatu connaturali poſita ſe vlteriùs mouere; non intelligitur de motu locali, ſed de motu quólibet perfectiuo, neque enim arbores in ſtatu connaturali poſitæ mouentur localiter. dico ergo non eſſe ſignum vitæ, vt corpus indifferens ad plurima loca ſe moueat ad illa ab intrinſeco. Dices ſi corpus illud ſit indifferens ad plurima illa loca, tam benè erit in vno loco, ac in alio; ergo non mouebitur, cum nullam perfectionem acquirat per illum motum. reſpondeo motum ipſum poſſe eſſe bonum ipſius corporis; ita vt producatur talis motus non ratione loci acquirendi; ſed quia motus ipſe bonus eſt. Sic ſæpe deambulamus in aula, relegimuſque noſtra veſtigia, quamvis nullam perfectionem quæramus in vno loco, quam non habeamus in alio vnde qui motum ita refert ad locum, vt niſi appareat aliqua peculiaris bonitas in loco, nullam etiam agnoſcat in motu ad ſenſum Turcarum, Barbararumque nationum accedit, quæ ſatis concipere non poſſunt, quomodo aliquis in aula deambulet, eatque & redeat, ſine vlla peculiari intentione locum determinatum acquirendi. vt autem oſtendam motum non ita referri ad locum; vt eô adeptô ceſſare debeat motus. peto quis ſit peculiaris locus cordis, & quare non ceſſet talis motus: vbi locum aliquem determinatum acquiſierit, dices quia ipſe motus bonus eſt animali alioquin moreretur; ſed contra quidni dabitur aliquod corpus cui bonum ſit moueri, vt ſi daretur ignis cui ad excutiendas fuligines, & accendendam flammam conuenientiſſimus eſſet motus.

Probatur noſtra aſſertio locis ſcripturæ aſſerentis ſolem ſeipſum mouere. exultauit vt gigas ad currendam viam à ſummo cœlo egreſſio eius cumque ſol occumberet: Sol egreſſus eſt ſuper terram. Ioſuë 10. ſtetit itaque ſol & non feſtinauit occumbere, & ſol in medio cœli non procedebat ad occidentem. 4. Regum 20. & reuerſus eſt ſol decem lineis per gradus quos deſcenderat. Eccleſiaſtis c. 1. oritur ſol, & occidit & ad locum ſuum reuertitur & capite 43. magnus dominus qui fecit illum, & in ſermonibus eius feſtinauit iter.

Quæ omnia loca ſi litteraliter prout ſonant explicentur, ſoli tribuunt motûs efficientiam, quod autem ita explicari debeant, & non metaphorice, oſtendo clare. ideo reprehenditur Copernicana opinio, quòd metaphorice hæc loca intelligat, & pro motu reali, apparentiam motûs ſupponat; ſed pariter opinio tribuens efficientiam motùs angelis, & non ſoli, eadem loca metaphorice intelligit, & pro ſole vult intelligi angelum; ergo non minùs reprehendi debet hæc opinio, quàm Copernicana, vt ſine euidenti demonſtratione verba ſcripturæ in alienum ſenſum & metaphoricum detorquens. afferatur ergo differentia, cur vna toleretur alia verò minime, cum in eundem vtraque impingat lapidem, cur erit licitum aliquando aliqua verba ſcripturæ, aliter explicare, quam ſonent, ſine euidenti demonſtratione, & aliquando nefas ſit. vnde puto ſi attentè res conſideretur, & ſine vlla præoccupatione, vel vtraque opinio condemnetur vt eodem modo contraria ſcripturæ ſacræ, vel vtraque vt indifferens approbetur. eadem enim argumenta in vtraque intorquebimus. vt ſi dicamus contra Copernicum quod male locutus eſſet Ioſuë dicens & ſol contra Gabaon, ne mouearis debuiſſet enim ad intelligentiam, ſuam apoſtrophen dirigere & non ad ſolem ſi ſol moueatur ab intelligentia.

Debet igitur vel dari diſparitas, inter vtramque opinionem, vel afferri aliqua demonſtratio pro opinione aſſerente ſydera ab intelligentiis moueri: vnde non tantum non damnanda eſt temeritatis opinio aſſerens cœlos à propria forma moueri vt aſſerunt P. Suarez, & P. Theophilus Reynaudus ſed contrariam potius in eadem cum Copernicana claſſe verſari exiſtimo. Si præciſe ſpectetur in ordine ad loca ſcripturæ, quamuis enim plures habeat authores qui ſecuti ſunt Ariſtotelem, non debuit Ariſtotelis authoritas ſufficiens eſſe vt tantam vim ſcripturæ faceret; ſed neque hoc dicunt Ariſtotelis teſtimonia ſi perpendantur vt par eſt.

Dices ſi ſol & ſydera ab extrinſeco mouerentur, nulla eſſet ratio cur modò à terra recederent, modò vero ad illam accederent, ſed debet aliqua ratio afferri cur id ita eueniat. nulla item ratio cur ſol motu proprio celerius feratur, modò vero tardius.

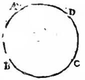
Reſpondeo infinitos eſſe modos quibus motus planetarum explicari poſſint, & primò quidem ſi cœli ſolidi eſſent, facilius per eccentricos circulos impulſum ſolis determinantes explicarem. puto tamen varios poſſe dari vortices, in cœlo fluido, quorum centrum terra non ſit, in quibus deferantur planetæ vniformiter; interea dum totum cœlum circumuolutiones ſuas diurnas peragit, clarum autem eſt licet ſol v. g. in eccentrico ſuo moueatur æqualiter, quod inæqualiter tamen moueri appareat idem dico in cæteris. Idem aliter nonnulli explicant quod locus ſolis proprius, & connaturalis ſit in mediis diſtantiis à terra, & illi impreſſus ſit violentus impetus, vi cuius

ad

ad terram accedit, sed qui sensim destruatur, & vbi totus destructus est sol producat impetum, quo ad locum proprium deferatur, qui impetus vlterius eum defert ad maiorem distantiam quam par sit, hic autem impetus vbi sol mediocrem distantiam transierit incipit esse contrarius, & sensim languescere, & tunc alium producit, quo rursus descendit eodem prorsus modo, quo si perforaretur terra, & lapis demitteretur; tantumdem ascenderet, ea alia parte vltra centrum, quantum descendit ex ista, & seclusa aëris resistentia, quam in cœlis nullam esse existimant, perpetuus foret ille motus, idem dico in funependulis.

Dices repugnat vt aliquod corpus in orbem hoc modo moueatur, vel enim pars eius qualibet esset indifferens ad omnem locum illius circuli, vel determinate vnum potius exigeret quam alium. si esset indifferens, nulla esset ratio cur moueretur, cum ex eo motu nullum emolumentum perciperet, si esset determinata ad vnum locum, vbi illum adepta foret, quiesceret.

Respondi peccare hoc argumentum quod motus propter locum peculiarem existere tantum, supponat, dico ergo esse indifferentem, & moueri tamen, quia motus præcise sumptus illi bonus est; & non ratione loci acquirendi. hoc enim argumentum fieri posset de motu cordis animalis; vt dixi id ergo quod respondebis pro motu cordis applica motui circulari. Si velis item aliam res-



ponsionem supponamus partis A, locum proprium esse C, fertur ex A per B in C, acquiritque impetum vi cuius vlterius feretur, ex C per D in A, & ita consequenter, sicut multi asserunt, rotam in æquilibrio positam, & impulsam seclusa aëris resistentia, & attritu axis, motum perpetuo continuaturam.

Dices secundo gratis fingi in cœlo planetifero varios vortices in quibus moueantur planetæ.

Respondeo licitum esse excogitare modos, quibus explicentur motus illi, non aliter probandos quam quod iis positis bene sequantur tales motus: quæ omnia quantumvis inepte fingerentur, magis philosophum decerent, quam ad asylum ignorantiæ, & ad intelligentias recurrere.

Dico ergo tales vortices dari, addo vlterius eos vortices eccentricos esse, nec explicari posse motus cœlestes, per concentricos vt volebat Aristoteles, quantumvis diversi motus fingantur. Immo & vortices Epicyclos admitto præcipue, si centrum habent solem qui radiis suis, quasi Magneticis motum iis vorticibus imprimere possit.

Quamvis autem non tot existimem esse huiusmodi vortices, quot finguntur circuli eccentrici, aut Epicycli in singulis hypothesibus, puto enim nonnullos explicationis tantum artificiosæ causa admitti. At tamen veros dari verbi gratia in sole, in Luna existimo cum certum sit ea sydera nonnunquam a terra longius abesse, nonnunquam propius. Neque propterea sequetur terram non esse in centro cœlorum, aut in medio saltem firmamenti quamvis non sit in medio circulique cœli planetiferi.

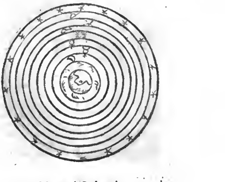
Neque dicas quod solis elementis conveniat motus sursum & deorsum, sed si darentur eccentrici, & Epicycli etiam syderibus conveniret motus sursum, & deorsum; ergo non dantur.

Respondeo, motum deorsum & sursum secundum quid, non absolute posse convenire syderibus, seu non per lineam rectam, sed circulariter. non desinet etiam quodlibet cœlum esse Sphæricum, quamvis non semper in ordine ad centrum mundi, sed in ordine ad proprium centrum moueatur. Aristoteles omnes motus cœlestes per concentricos fieri existimavit; Ptolemæus, Hyparchus, & Pythagorei eccentricos invexerunt, abstrahentes tamen a soliditate, aut fluiditate cœlorum, per meras lineas eos exhibebant, videamus quid dicendum sit.

PROPOSITIO VI.

Explicatio systematum terræ immotæ.

Systema est coordinatio præcipuarum mundi partium, Elementorum scilicet & cœlorum, sunt autem duo præcipua systemata. Primum terram in centro firmamenti immotam, solem in medio planetarum mobilem constituens. Aliud vero soli in medio firmamenti constituto quietem, terræ vero inter planetas relatæ, motum tribuens. hæ duæ opiniones alternatim in scholis dominatum obtinuere. Pythagoras terram immobilem statuerat, post eum nonnulli Pythagorei licet, vt Aristarchus, & Philolaus solem in medio immobilem, tellurem inter planetas collocarunt. Plato rursus tellurem in locum pristinum restituit, post quem Aristoteles, & omnes fere Astronomi in eadem fuerunt opinione; quamvis concentricos nonnulli, alij vero eccentricos, & Epicyclos admitterent. Donec Copernicus Aristarchi, & Philolai commentum de motu terræ circa solem immobilem, ita rationibus stabilivit, vt pluribus persuaserit. hæc duo systemata expendere debemus, & in hac propositione systemata terræ immotæ explicare suscipio.



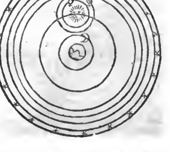
Primum systema erit Pythagoricum terram in medio firmamenti immobilem collocans, circa

 terram

terram athmosphæram immobilem item agnoscens, supra quam immediate cœlum Lunæ, quod à cœlo mercurij ambiatur, hoc excipiat cœlum Veneris, tum solis, martis, iovis, saturni, vltimùm & remotius firmamentum.

Tale est systema Pythagoricum concentricis circulis & cœlis constans, & quia Pythagoras erat Musices amantissimus, quippe qui proportiones Musicas plurimas adinvenisset; eas etiam in hac materia adhibet, syderúmque distantias à terra, secundum leges, & divisiones monochordi assignat, vt harmoniam quandam, & concentum motu suo sydera producant.

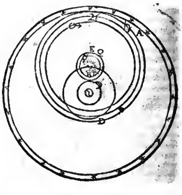
Hoc Pythagoræ systema multi post eum renuerunt, vt Archimedes immò & Ptolemæus, nisi quod in singulis ferè cœlis, excentricos orbes vt ad regularitatem motus planetarum revocarent, agnoverunt. addidit & aliquos Epicyclos. Huic systemati subscripsere omnes Arabes, & omnes fere Latini, quod systema rationibus comprobare nititur P. Clavius. præcipue verò circa hoc punctum quod Venus, & Mercurius sint infra solem, rationes autem sunt hæ. prima à parallaxi quam maiorem putat esse in Venere & Mercurio, quam in sole, sed hoc gratis dicit sine vlla observatione, parallaxis enim observatio lubrica est, potiúsque ex distantiis constitutis deducitur, quam vi parallaxis hypotheses, & distantiæ constitui possint, exceptâ forsitan Luna. idem dicendum de vmbra Gnomonis, quam à sydere viciniore terræ, in eâdem elevatione vult produci longiorem, sed idem est cum parallaxi. Ex Eclypsibus item bene concludet Lunam esse sub sole, nunquam autem visa est Venus occultare Mercurium, aut Mercurius Venerem. Ex tarditate motûs videtur colligi totus ordo systematis, nam stellæ fixæ remotiores post multa annorum millia suas periodos absolvunt, Saturnus intra 30 annos. Iupiter intra 12. Mars duobus annis, sol vnicô, Luna intra 27 dies; sed hoc ratiocinio nihil circa Veneris & Mercurij locum concluditur; eò quod eorum motus medij, æquales sint, motui solis annuo. Addit vltimam rationem quod sol sit planetarum moderator, ita vt eorum motus, cum motu solis connexi sint, & ab eo dependeant, quare in medio planetarum situs esse debet.



Platonici nonnulli hoc quidem systema assumpsere, nonnihil tamen variatum, nam Mercurium supra Venerem evexerunt; vtrúmque tamen sydus sub sole collocarunt. Alij verò inter quos Plato ipse Mercurium & Venerem supra solem posuerunt. In qua sententia fuerunt etiam Aristoteles Eudoxus, & Calippus.

Ægyptij, vt refert Macrobius, antiquorum circa loca Veneris Mercurij & Solis, controversias dirimere voluerunt, inquirentes enim rationem cur nunquam Venus magis quam octava parte circuli à Sole, & Mercurius non integrâ duodecima recederet, circa solem duos Epicyclos, maiorem pro Venere, pro Mercurio minorem descripserunt, & quod telescopio deinceps certisque rationibus demonstratum fuit, ipsi ingenij sui solertiâ invenerunt. hos duos igitur planetas solem circuire, & continuo ambire, & illo superiores, nonnunquam inferiores esse prudenter opinati sunt.

Tychonicum systema addit aliquid supra hoc Ægyptiaticum systema. vult enim omnium planetarum centrum, esse in sole. cum enim animadverteret, in Copernicana hypothesi conuexionem illam, quam quinque minorum planetarum periodi, cum solari apparenti motu obtinerent, tam appositè explicari, vt vnico terræ motu retrogradationes quinque planetarum, atque multa simplicissime explicarentur, non ampliùs vt antiqui eorumdem planetarum motus à motu solis separavit, sed connexos esse voluit. Quod non bene intelligetur donec, singulorum planetarum Theoriam explicuero; neque enim modò hæc definire animus est, sed tantum ideam aliquam horum motuum ingenerare, quantùm ad præsentem controversiam de motu telluris requiritur. Constat igitur observationibus infra recensendis, omnium planetarum motus cum solis motu, esse connexos, ita vt duplicem in quolibet planeta periodum liceat agnoscere, vnam quidem qua totum percurrunt zodiacum, Saturnus intra 30 annos, Iupiter intra 12, Mars duos, Venus &

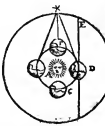


Mercurius intra annum, Luna intra dies 27. Loquor de mense Lunari periodico, non de synodico. hæc periodus suas habet irregularitates. Sed præter irregularitatem huius periodi, à coniunctione planetæ cum sole, ad coniunctionem aliam, fit alia periodus suas etiam habens irregularitates, valde mirabiles. nam vbi planeta coniunctus fuerit

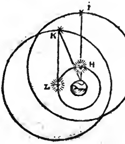
rit cum sole, velocissime feretur in consequentia, tum fiet stationarius, hoc est per aliquod tempus in eodem loco immotus permanebit, tum regredietur hoc est feretur in antecedentia, seu contra seriem signorum. donec solis oppositua fiat, post oppositionem continuat suum regressum; tum fit stationarius rursúsque fertur in consequentia, donec cum sole coniungatur. ponamus hoc in exemplo. ponamus Saturnum in A solem in B. ideóque fit coniunctio. Saturnus motu suo intra annum 12 gradus, perficere debet hoc est ab A in C, & quia sol interea totum suum circulum absolvit, sol intra annum & 12 aut 13. dies rursus cum eo coniungetur, & intra 6 menses, & 6 circiter dies illi oppositus fiet, cum scilicet erit in D. sed hæc periodus à coniunctione ad coniunctionem varias habebit anomalias. nam initiô Saturnus feretur in consequentia per 5 aut 6 gradus, plusquam ferret motus eius respondens tali tempori, tum fiet stationarius, hærebitque in eodem gradu Zodiaci, incipiétque regredi per 4 aut quinque gradus, donec sol sit ei oppositus in D, & per 4 adhuc aut quinque gradus vlterius feretur in antecedentia, donec fiat rursus stationarius, tum de novo per quinque aut 6 gradus feretur in consequentia, donec rursus sol eum attingat. hæc nutatio maior est in iove, erit enim plus quam 10 graduum, & in Marte multo plurium. hoc Ptolomæus & alij communiter Epicyclo explicabant. vt si centro A, describeretur Epicyclus in quo, supponerentur planeta in superiori parte secundum seriem signorum, inferiori verò contra seriem signorum deferri, ita vt tempus vnius in eo revolutionis, præcise adæquaret tempus illud, quod sol insumit à coniunctione ad aliam. possunt excogitari alij modi.

In Venere & Mercurio res paulo aliter se habet, neque enim vnquam soli opponuntur, neque habent medium motum, distinctum à motu solis. Sed vbi coniunctus fuerit planeta in superiori parte cum sole, fertur in consequentia Mercurius ad 27 gradus. Venus ad 48 tum fit stationarius, exinde regreditur in antecedentia ad solem cui ad partes inferiores coniungitur; & ab eo in antecedantia recedit totidem gradibus, donec fiat stationarius. Luna item aliquam habet cum solis motu coniunctionem habet enim suum motum ab vna coniunctione ad aliam magis irregularem, quam si solæ coniunctiones spectarentur.

Omnium simplicissime motus istos explicat Copernicus, ita vt nisi eius hypothesis scripturæ esset contraria, divina prorsus appellari posset. nam vt ostendemus postea, istas secundas periodos ab vna coniunctione ad aliam, non per veros planetarum motus explicat, sed tantom per rationes Opticas, ita vt sola translatio terræ, in diversas, suis orbis partes, totam mutationem superius explicatam quò ad apparentiam producat. Cum ergo videret Tycho hanc hypothesin simplicissimam phænomenis respondere vnicóque terræ motu tot Epicyclos de medio tollere; idem æquivalenter præstare aggressus, per motum centri planetarum, idem enim præstiteris, si terram moveris, circa centrum alicuius circuli, vel centrum eiusdem circuli circa terram. Sit enim vt vult Copernicus sol in A, planeta in B, & terra in C, transferatur terra in D, non in eodam loco nec per lineam A B, aut ipsi parallelam D E, videbitur planeta B, sed per lineam D B, ita vt motus fuisse videatur planeta in consequentia secundum angulum B D E; & aliquandiu subsistet, si



vero & quandiu feretur terra in DF motu celeriori, quam sit motus proprius planetæ, is regredi videbitur.



Idem suô modô præstat Tychobrahe. Sit enim tellus immobilis G, sol H, centrum deferentis Saturni. Saturnus in puncto I, sol simul cum deferente moveatur mane tq. Saturnus in eodē puncto deferentis, nempe in K, non videbitur amplius per lineam GI, sed per G K, videbitur ergo per simplicem motum solis, Saturnus processisse in consequentia. Secundom apparentiam, & regredi ad eundem locum, dum sol suum circulum absolvet Et in progressu semper accidet, vt punctum deferentis soli oppositum sit valde vicinum terræ, quod cum observationibus optime convenit, præcipuè verò in Marte, qui oppositus soli; multo maior apparet, quam in aliis aspectibus.

Vides item rationem eur, eodem modô velit omnium, planetarum orbes habere suum centrum in sole, quia similiter omnes, exceptà Luna similes habet progressiones, & retrogradationes, pro vt cum sole coniunguntur, aut eidem opponuntur, maiores quidem in Marte quia orbis solis, cum illius orbe maiorem habet rationem, quare non potuerunt motom habere solutum; hoc est non connexum com sole cum ab eo pendeat.

Deficit autem hæc hypothesis in Luna, cuius item motus coniunctionem habet cum motu solis, habet enim aliquam irregularitatem à coniunctione ad oppositionem, & ab oppositione ad coniunctionem, quæ quidem irregularitas retrogradationem non facit, eò quòd motus Lunæ

in

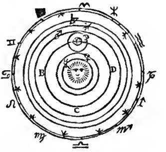
In conſequentia prævaleat, retardat tamen, & incitat illius motum, ſed de his omnibus dicemus ſuis loeis; hæc ſufficiant ad ingenerandam ideam generalem horum motuum.

Pater Ricciolius, aliud ſyſtema ſemi Tychonicum excogitavit nam Saturni, & Iovis orbes terræ fere concentricos, poſuit vt Ptolomæus, cætera ex Tychone ſumpſit, rationes quas affert cur noluerit Saturnum, & Iovem, circa ſolem circumagere ſunt hæ. Prima quod Saturnus, & Iupiter ſuos ſatellites habeant, ideóque ipſi non poſſunt cenſeri inter ſolis aſſeclas, ſed tantum Mercurius, Venus & Mars. Secunda quod videatur maior connexio in eccentricitate Mercurij, Veneris, & Martis cum Sole, quam Saturni, & Iovis, præcipue cum hi duo vſque ad orbem ſolis non deſcendant vt Mars. Sed meo quidem iudicio, connexio quam habent retrogradationes, & directiones Saturni, & Iovis cum motu ſolis debent prævalere; vt is planeta ſolutus non ſit, qui re vera connexus obſervatur.

PROPOSITIO VII.

Explicatio ſyſtematis terra mota.

Copernicus omnem ſoli, & ſtellis fixis motum realem ademit, ſolóque tellutis motu multiplici, omnia ſolis, & ſtellarum phænomena explicat.



Suos tamen motus, proprios Saturno, Iovi, Mercurio, Veneri & Lunæ tribuit, ſtatuunt ergo Copernicani Solem in centro vniverſi omninò immobilem circa quem in plano Zodiaci omnes planetæ, & terra ipſa circumvoluatur.

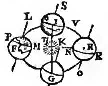
Primus planeta ſoli vicinior erit Mercurius cuius nempe ſemidiameter è terra ſpectata ſub angulo graduum 17 appareat.

Proxime ſequitur Venus quæ à Sole digreditur gradibus 47.

Exinde terra cuius centrum circa ſolem totum annum, ſuum circulum abſolvit.

Terram ambit Luna quaſi in Epicyclo delata, Mars, Iupiter, Saturnus ſuccedunt, quorum primus intra duos annos, ſecundus intraduecem. Tertius intra 30. ſuas circumvolutiones peragunt. Tum ſtellæ fixæ prorſus immobiles, quamvis è terra ſpectatæ moveri videantur.

Duplex igitur in terra motus admittendus eſt, vt tam ſolis, quam ſtellarum immobilitas ſalvetur. Primus iam indicatus, vi cuius centrum eius in ſignorum conſequentia, hoc eſt ſecundum ſignorum ſeriem defertur, nempe ex A in B, C, D, hoc eſt ab occaſu in ortum, non tamen omninò directè, ſed in plano Eclypticæ. Hic motus annuus eſt qui in ſolem refunditur; ſecundùm apparentiam, id eſt terra exiſtente in A, in ariete nempe, ſol videtur in C, libra, ſigno oppoſito, & ita de cæteris.



Secundus motus qui terræ tribuitur, erit motus eius circa axem. Intelligatur enim interea dum centrum terræ intra annum movetur, per circulum ABCD, terræ ſuperficies circa axem, intra 24 horas circumvolui, hic motus refunditur in omnia Aſtra, quæ propterea videbuntur moveri in contrarias partes, ſeu ab ortu in occaſum, ſi motus terræ diurnus procedat ab occaſu in ortum. Ex his duobus terræ motibus annuo nempe quô eius centrum, decurrit Eclypticam circa ſolem, & Diurno quô eius ſuperficies, circa axem circumvoluitur ſemel in die, reſultat motus terræ totalis ſimillimus motui rotæ currûs, cuius circumferentia circa axem rotatur; & eius centrum circulum terræ concentricum deſcribit, quare proprietates motûs rotæ, telluris motui tribuantur.

Vt meliùs quæ dicturi ſumus intelligantur, conſiderandus eſt diligenter axis terreſtris ſitus. Axis enim terræ ad planum Eclypticæ, ſeu circuli annui, obliquus eſt; obliquitate ſcilicèt quæ gradus $23\frac{1}{2}$ continent. Atque hæc inclinatio ad eaſdem ſemper partes ſpectat, ſeu quod idem eſt axis ſemper ſibi ipſi parallelus eſt. hoc eſt ſit terra in puncto F, tum ſucceſſive in G, H, I, neceſſarium eſt vt axis in F, ſit parallelus axi terræ, in G poſitæ. Ex hoc enim paralleliſmo oritur quatuor anni tempeſtatum, Veris, ſcilicèt æſtatis, Autumni, & hyemis viciſſitudo. videbitur igitur ſol percurrere, diverſos in terra parallelos: ſeu fiet perpendicularis regionibus, in aliquo terræ parallelo iacentibus. Sit enim terræ centrum in puncto F, punctum cui ſol perpendiculariter reſpondebit, erit punctum M; & cum interea terra circumvoluatur motu diurno circa axem F L. ſol ſucceſſive reſpondebit punctis paralleli M P. & cum diſtantias cœleſtes non metiamur niſi per angulos; videbitur ſol diſtare à polo boreali ſecundum angulum LFK. Transferatur terra motu annuô in H ſol reſpondebit perpendiculariter punctô N, & vi motûs diurni, videbitur percurrere parallelum NR, & accedere ad polum Antarcticum ſecundum angulum OHK. In punctis H, & G, ſol reſpondebit circulo medio terræ, ſeu æquinoctiali, quem apparenter percurret: & angulus quô à polis diſtare videbitur, erit K I S, aut KIT, qui anguli recti ſunt.

Hic

Hic parallelisimus diligenter notandus est, & omninò necessarius ad opinionem Copernici explicandam. notandum item est diametrum orbis annui terræ nullam cum diametro firmamenti sensibilem habere rationem: ex quo sequitur quod licet axis terræ in diuersis sui orbis partibus positæ, si produceretur, diuersas firmamenti partes attingat, eæ tamen partes pro vno eodemque puncto assumi possunt hoc est si intelligatur produci axis F L, T S, O H; idem tamen physicum firmamenti punctum illi respondere: vnde licèt terra motu annuo circumferat suum axem, non tamen ad illum stellæ fixæ accedere videbuntur, propter improportionem diametri orbis annui, cum firmamenti diametro. In quo, eôdem modô Philosophandum de magnitudine orbis annui cum firmamento, ac in opinione communi de magnitudine terræ respectiua, volumus enim eius diametrum cum firmamento nullam habere sensibilem rationem; quod de terra diximus, de orbe terræ annuo in opinione Copernicana necessariò dicendum est.

Ex motu annuo terræ, primum explicatur solis annuus motus, nam cum terra est in A sub ariete, Sol apparebit in C sub libra, & ita deinceps tellure per omnes & singulos orbis annui gradus translatâ. Sol secundum apparentiam oppositas lustrare videbitur. sicut ex sola circumvolutione diurna omnes stellæ fixæ, & omnes planetæ spatio 24 horarum, ab ortu in occasum apparenter mouentur.

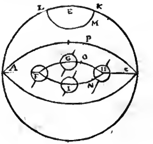
Cum autem obseruatum sit quinque planetas minores, præter irregularitatem illam quam in suis orbibus independentem a Sole patiuntur, aliam crebriorem ex coniunctionibus & oppositionibus cum Sole aut mediis, aut veris mutuari, hæc tanta irregularitatis ita appositè sequitur telluris annuum motum vt nihil simplicius excogitari possit. nullis enim opus est orbibus, nullis Epicyclis. sed sola ratione optica nam ponamus Saturnum sub ariete, terra existente in A, hoc est in oppositione cum Sole vbi terra mouebitur versus B, Saturnus regredi videbitur, & quia versus B non multum recedit stare videbitur Saturnus; tellure deinde procedente versus C, videbitur in suum locum restitui Saturnus, progredi in consequentia, tellure arcum CD percurrente, & ita deinceps. idem dicendum de reliquis planetis, & quo orbis annuus terræ, maiorem habebit rationem, cum orbe alicuius planetæ, eò maior erit illa directio, & retrogradatio. ita in marte maior est quam in Ioue, in Ioue maior, quam in Saturno.

Apparet etiam ratio cur Sol, Venus, & Mercurius medium motum æqualem, aut potius eundem habeant, cum eorum orbes intra orbem magnum includantur. Sol stationarius non erit, eò quòd in centro orbis annui existat, atque adeò progrediente terra semper progredi videatur, Luna pariter retrogradationem non habeat, eò quod tellus sit circa centrum orbis Lunaris.

Sequitur item Mercurium & venerem à Sole digredi non posse toto semicirculo, seu tellurem non posse esse mediam inter Solem, & prædictos planetas, eò quòd orbis annuus, horum planetarum orbes complectatur.

Alios item motus tellurî tribuit Copernicus ad explicandos varios motus cœlestes. verbi gratia suspicati sunt hactenus astronomi dari motum obliquitatis Eclypticæ, nempe ex obseruationibus constat maximam Solis declinationem esse graduum 23 & min. 31, sed nonnullæ extant antiquorum obseruationes; quæ eandem maximam declinationem ad gradus 23, & min. 54 extendunt, mutata igitur fuit, hæc declinatio, motumque videtur habere 24 minutorum. hoc nullo negotiô explicat Copernicus, cum enim hæc declinatio nihil sit aliud secundum Copernicum, quam inclinatio axis terrestris, cum plano Eclypticæ, cum quo angulum facit graduum $66 \frac{1}{2}$, si admittatur mutari declinatio maxima Eclypticæ, hæc mutatio explicari facilè poterit per mutationem istius inclinationis, vt alias non fuerit graduum $66 \frac{1}{2}$, sed pauciorum, sic enim declinatio maxima superabit gradus 23. 30 min. quia tamen de hac mutatione iure dubitatur a plurimis, crediturque non ita exactè fuisse obseruatam ab antiquis, ideo hic motus relinqui potest, licèt a Copernico admittatur.

Restat explicandus motus stellarum in consequentia, quem per solum motum axis terrestris, explicat, omnem enim vt iam dixi stellis fixis motum adimit. hic motus est difficilis intellectu, eò quòd opus sit figuris solidis, vt oculis subiiciatur.



Diximus iam supra axem terræ esse eodem modo inclinatum ad planum Eclypticæ. Sit ergo Eclyptica firmamenti A B C D, cuius polus E sitque orbis annuus terræ FGHI, in qua terra circumducatur, ita vt axis eius tendat semper ad punctum K distantem à polo E, 23 gradibus cum dimidio, vel non longius ab eo discedat, quam distantia diametri F H, quæ respectu firmamenti nullius sit momenti, atque adeò axis terræ physicè loquendo, semper tendat in K, in tali suppositione, sectio æquinoctialis & Eclypticæ erit in G. vnde si stella aliqua inueniatur in puncto G, hæc erit in sectione verbi gratia verna. describatur ex polo E, interuallô E K, circulus K L, & axis non amplius tendat in K, sed in M, solstitium non amplius erit in H, sed in N, & consequenter sectio verna in O, & P, quare stella quæ erat in G, distans videbitur à sectione verna, non quòd reuera mota fuerit; sed quòd sectio ab ea recesserit in præcedentia. Hi sunt præcipui motus quos terræ tribuit Copernicus, præcipuaque phænomena quæ systemate suo explicat:

& hoc ſimpliciſſime, vt de illo omnes fateri cogantur nullam hypotheſin ſimplieiorem excogitatam fuiſſe : & in phænomenis explicandis faciliorem. ſed hoc non ſufficit vt eam amplectamur, repugnantia enim quam habet cum ſcriptura, eam omnino interdicit.

PROPOSITIO VIII.

Argumenta pro Copernico.

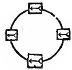
Argumenta quæ pro Copernicano ſyſtemate aut contra illud afferam, ſunt prorſus naturalia, & à fide nullo modo dependentia.

Prima Ratio qua vtuutur Copernicani, ad negandos motus cœleſtium orbium, præcipue vero ſtellarum, in hoc communi axiomate fundatur Non debet fieri per plura, quod per pauciora præſtari poteſt. Sed minus eſt, vt terra circa ſuum axem ſemel in dies ſingulos circumuoluatur, quam vt eà immubiliter ſtante; innumeræ ſtellæ circa terram eodem tempore muueantur motu, ita celeri, vt omnem pene cogitationem ſuperet. terræ enim punctum ſub æquatore poſitum intra 24 horas Leucas Gallicas percurrit 7200, Luna autem percurrit ſingulis diebus circulum quinquagecuplo maiorem. ſtellæ autem ſub æquinoctiali poſitæ percurrunt Leucas Gallicas 145584000 intra diem. id eſt circulum qui ad æquinoctialem terreſtrem ſe habeat vt 20220 ad 1. qui motus incredibilis eſt : Addo magnitudinem ſolis & ſtellarum. Sol centies ſexageſies terram continet in opinione communi, & ſecnodum P. Ricciolium multo pluries. ſtellæ ſecundum plurimos aliquæ ſunt ſole maiores. minus eſt igitur vt tellus circa ſuum axem circumuoluatur, quam vt tam vaſta corpora circumagantur. quare ſi nihil fruſtra operatur natura, ſed ſtudet compendio, hoc primum ſeligere debuit.

Secundum argumentum tale erit. Quidquid In cœlo generatur, etiam per accidens motum diurnum habet, ab ortu ad occaſum; ſed niſi tellus circumageretur circa ſuum axem, non haberet talem motum diurnum : ergo tellus mouetur. probatur minor. ſi tellus ſit immobilis, •vel habebit talem motum diurnum ab intelligentia aliqua ad id deputata, vt nouum cometem deferat, vel ab intrinſeco, vel à cœlo : Primum reſponſum indignum eſt Philoſopho, nec minus abſonum eſt, quam ſi dicerem motum grauium deorſum ab intelligentiis fieri. Non ſecundum. quia cometes iam habet peculiarem & proprium motum, quo fertur per lineam rectam, impoſſibiliſque eſt vnicum principium motûs tam intricati qui nempe, ex motu proprio Cometæ, & ex diurno reſultat: ergo non eſt ab intrinſeco. non etiam à cœlo, quia cœlum ſolidum non eſt, cum ſoliditas eius, obſtet motui proprio Cometæ; ſi cœlum ſpirabile eſt, non videtur poſſe moueri per modum vnius, ſecumque Cometas auehere. quàm aptius Copernicus iſtos motus explicat per reuolutionem diurnam terræ circa ſuum axem, motus enim diurnus Cometarum erit apparens tantum in Cometis, & realis in terra, hoc argumentum magnam probabilitatem continer ſi bene perpendatur. nempe vt quidquid etiam per accidens generatur in cœlo, & quod vt plurimum habet alium peculiarem motum : continuò motum diurnum participet.

Tertium argumentum peti poteſt à virtuta magnetica, quam telluri ineſſe ſupra vt puto demonſtrauimus ex duplici capite : nempe ex declinatione magneticorum ſi enim magnetica non dirigerentur ad terram; ſed ab aliqua virtute, quæ aut à cœleſti polo prouenire. aut eum tanquam terminum reſpiceret; nulla afferri poſſet ratio cur in aliquibus regionibus, a plano meridiano magnetica exorbitent, quæ tamen optime affertur ſi telluri virtus magnetica ineſſe dicatur; ſecundo inclinatio magnetis oſtendit terminum eius, non eſſe polum cœleſtem ſed terreſtrem, cum eodem modo verſoria circa tellurem ſe accommodent, quò circa magnetem Acus Chalybea : ex quo formari poteſt tale ratiocinium.

Niſi tellus moueatur motu annuô, inutilis foret virtus magnetica; ergo talis motus illi concedendus eſt. P. Ant. Non poteſt excogitari alius vſus iſtius virtutis magneticæ, niſi vt axem terræ in ſitu parallelo detineat, reſpiciatque idem punctum cœli. Si enim terram per orbem annuum in machina circumferre vellem, & parallelismum axis imitari, nulla ratione id melius poſſem, quam per virtutem magneticam, cuius vt aliquod exemplum oculis ſubiiciam, circumferatur pixis magnetica in orbem, acus tamen ſemper parallela erit. ergo



ſi terra circumferatur in orbe annuo, & neceſſarium ſit axem ſemper paralleliſmum conſeruare, vt nempe tempeſtatum anni viciſſitudo oriatur, nullà id melius ratione perfici potuit, quam virtute magnetica, quá poli terreſtres, certum & determinatum punctum cœli reſpiciant. atquæ hæc virtus motui vertiginis telluris non magis erit contraria, quam adhæſio turbinis, cum magnete eius motum ſiſtat.

Poteſt hoc argumentum confirmari reiectione alterius vſûs, ad quem indita eſſe dicatur telluri virtus magnetica. Hoc argumentum demonſtratiuum non eſt; habet tamen meo iudicio magnam veri ſpeciem.

Quartum argumentum à ·Galilæo excogitatum petitur ab æſtu maris, cuius nullam cauſam ſatis probabilem hactenus inuenire potuerunt Philoſophi. ita autem formari poteſt. Niſi tellus moueretur, nulla poteſt aſſignari cauſa æſtûs maris, vi cuius bis in die aſſurgit ſupra conſuetam altitudinem, & bis in die detumeſcit; poſitó autem telluris motu nullo negotio explicatur : igitur terra mouetur.

Prima

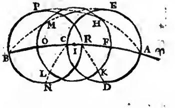
Prima pars antecedentis facile probatur reiectione aliarum opinionum, quas efficaciter refellere operosum non est, cum sit in confesso apud omnes, nullam esse quæ ita satisfaciat, vt animus acquiescat.

Ad probationem secundæ partis antecedentis, supponit quotiescumque corpus mouetur, acquiri impetum, vi cuius etiam cessante causâ motûs productiuâ, continuetur vlteriùs idem motus. id primò in proiectis manifestum est. Pariter qui cimba vehuntur, si ea sistatur proni cadunt, seu in anteriora inclinantur. quod multò magis verum esset si cimba esset plena aquâ, vbi ad littus appelleret, aqua tamen vlteriùs motum continuaret. Vult igitur notabilem maris tractum, ad modum vasis alicuius considerare, quô nempe aqua contineatur, ex quo concludit quod si, aliquando incitatius, aliquando tardius moueatur tellus, necessario aqua maris in vtrumque littus per vices debebit excurrere.

Duo mihi sunt explicanda, primum an verum sit debere fieri excursionem istam, si motus terræ irregularitati subiaceat, & modò retardetur, nunc vero incitatior sit. secundum an motus telluris vere talis sit.

Quod pertinet ad primum exemplum afferam vasis cuiuslibet, verbi gratiâ scutellæ, quæ si satis velociter in orbem circumuoluatur; non propterea in orbem continuò aqua mouebitur, sed aliquandiu consistet immobilis, donec impetum concipiat; eô tamen semel conceptô, licèt sistatur scutella motum tamen circularem continuabit aqua: quod si per vices augeatur, aut minuatur scutellæ motus; non sequetur in aqua motus similis: sed nonnunquam tardior, aliquando celerior. Ratio huius experimenti est, quod quamvis aqua innitatur scutellæ, potest tamen scutella propter læuorem, sub aqua moueri, & quasi præterlabi. pariter quando aqua concepit impetum; non cessat omnino conceptus impetus; licet sistatur scutella, sed adhuc eam mouet. quia tamen vasis labra resistunt, quibus grauitate incumbit aqua, cessabit tandem motus aquæ, & quò maior erit littorum resistentia eò magis vasis motum sequetur aqua. Idem in mari accidet modo tamen identidem sistatur telluris motus. Idem multo melius accidit in cimba, quæ media sui parte aqua impleretur, hæc enim dum moueri inciperet; aqua in puppim excurreret, dum sisteretur. eadem nauicula, ferretur aqua ad proram; si per vices sisteret, & moueretur cimba, aut incitatiùs, & tardiùs; per vices etiam aqua libraretur; & qui eâdem nauicula veheretur, licet eius motum, aut quietem non posset animaduertere, notaret tamen aquæ librationem.

Restat mihi probandum terræ motum inæqualem esse. Et primo quidem in opinione semicopernicorum, qui terram in medio vniuersi; mobilem motu diurno, eoque vniformi statuunt, hoc argumentum locum non habet. Sed tantum in opinione Copernici motum ex duplici compositum telluri assignantis. nam supponit terræ centrum circa solem, annuum circulum describere; interea dum eius superficies circa axem suas circumvolutiones peragit. ex quo duplici motu, sequitur in singulis partibus motus valde irregularis, nam in semicirculo terræ, aut potiùs hæmisphærio quod solem respicit; motus orbis seu diurnus contrarius est motui centri, ex quo sequitur motus tardissimus; in semicirculo autem superiori, seu opposito soli, est motus incitatus, quod vt in schemate ostendam. sit circulus A B annuus terræ

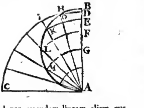


cuius centrum sol. aut saltem non longe à centro. Sitque terra AECD; cuius centrum F, intelligatur terræ centrum intra tres horas motum esse ex F, in I, in consequentia, & interea punctum A motu orbis ascendisse in H; punctum E descendisse in M; C in L; D, in K, fuit ergo motus puncti A, linea curua A H, puncti E, E M, puncti C, CL; puncti D, DK, sequentibus tribus horis translatum sit centrum terræ vi motûs annui (qui maior est diurno eo quod terra distet à sole, seu centro sui circuli annui, plusquam trecentis sexaginta quinque diametris suis.) punctum E descendet ex M, in B, punctum C ex L, in N; punctum D ascendet ex K in R; punctum A ex H in P. quò motu vix quidquam est irregularius. nam circa D hoc est punctum cui est meridies, tardissime mouetur, immò si diuideremus vlterius inueniremus punctum D aliquô tempore, fecisse motum quôuis tardô tardiorem; in punctô E, velocem, ita vt possit per diuisiones vlteriores, & vlteriores, esse proportio quauis minor. motûs puncti D ad motum puncti A. sit ergo fixum quamlibet terræ partem circa meridiem vix moueri, circa mediam noctem incitatissimè. immò in meridie videtur esse quies, deinde sensim crescit motus vsque ad mediam noctem in quo est incitatissimus, decrescit deinde vsque ad meridiem. igitur constat motum cuiuslibet partis terræ irregularem esse, ergo dum oceanus mouetur, & subiecti aluei incitatur motus, quia hic motus tam cito communicari non potest aquæ, refluit aqua, vbi verò communicatus fuerit etiamsi tellus aquæ subiecta retardetur; aqua tamen vlterius tendet erit æstus.

Hoc argumento conatur Galilæus Copernicanam opinionem stabilire, quod nempe in ea facile æstus marini causa assignetur in aliis vero non item Expendam autem inferiùs, an tali argumento eius opinio stabiliatur, an potiùs confutetur.

Quintum argumentum à Galilæo, item inuentum; petitur ab acceleratione grauium, ostendimus enim in statica, grauia dum decidunt, motum suum accelerare, ita vt initiô lente admodum procedant, sensim autem augeatur motus, cuius rei indicium est maior percussio. contendit autem Galilæus physicam huius accelerationis causam assignari non posse, nisi in opinione Copernicana. nam si grauitas produceret talem motum,

vt fert sententia communis, cum hæc fit constans & eadem, eundem semper motum, & æquabilem produceret. vult ergo apparentem tantum esse huiusmodi accelerationem, quamuis re vera vniformis fit ille motus. potest igitur ex illius principiis ita explicari, vt principium motus illius, fit idem quod motus circularis, quo terra in orbem mouetur circa suum centrum, dum verò demittitur lapis, determinetur à grauitate ad accedendum ad centrum terræ; sed per lineam aliam circularem, aut circulo similem, quæ æqualem motum perficiat. vult autem talem lineam esse circularem. sit ergo terræ centrum A, circumferentiæ terræ quadrans BC. sitque graue in B, quod si maneat coniunctum cum terra, percurrat intra 6 horas circumferentiam BC. si verò demittatur liber idem lapis, determinetur à



grauitate, ad percurrendam lineam aliam curuam transeuntem per centrum terræ, & æqualem priori. sitque hæc linea semicirculus BLA, cuius arcus BO, OK, KL, LM sint æquales (*per* 27.3.) cum subtendant angulos BAO, OAK æquales. supponuntur enim arcus BH, HI æquales. vnde quamuis arcus BO, OK, KL æquales sint, percurranturque ab eodem principio à quo terra motum diurnum habet; si tamen fiat abstractio à motu diurno, animaduertaturque tantum motus deorsum, hic videbitur fieri secundum lineas BD, DE, EF, quæ fere se habent, vt acceleratio grauium qualis de facto datur. vnde concludit in opinione Copernicana bene rationem reddi accelerationis motûs grauium, nempe quod motus diurnus terræ, ad quod peragendum determinata est pars quælibet terræ, magis ac magis detorqueatur versus centrum à grauitate. Expendam inferius an argumentum concludat habeatque aliquam vim, sunt enim contra illud instantiæ irrefragabiles vnde. P. Ricciolius eodem vtitur ad impugnandam Copernicanam opinionem.

Sunt alia multa argumenta pro hac opinione, quæ sunt leuioris notæ, potiusque in congruentiarum quam in demonstrationum numerum referri debent, ea tamen breuiter perstringo.

Primò quia constat tellurem esse sphæricam, non constat autem an cœlum tale sit, volunt nonnulli, consentaneum esse vt potius terræ, quam cœlo motus tribuatur, cum figura sphærica sit aptissima ad motum. hæc tamen ratio nulla est, quia figura sphærica vtilis est ad motum, quoties aliquod graue supra planum duci debet. aut extra proprium centrum positum, supra cardines moueri, vt æqualiter libretur. in aliis verò motibus in quibus medium nihil obsistit, nullum ex figura emolumentum oriri potest. Addo seclusò omni motu figuram sphæricam, non inutilem esse terræ, primò vt vniformiter à sole, & syderibus illuminetur, quæ illuminationis vniformitas ex figura maxime petitur. Secundò necessaria fuit figura sphærica, vt omnes terræ partes habitarentur, maxime assignatò centrò grauitatis, cum enim hæc figura æqualiter vndique circa centrum vnum, extendatur, linea omnis ad illud ducta, ad eius superficiem perpendicularis est, ex quo sequitur commodissima habitatio.

Secundò si cœlum moueretur, motum suum, aëri, & consequenter terræ imprimeret, si enim cœli superiores, vt volunt plerique inferiores cœlos ab ortu in occasum rapiunt, quidni cœli inferiores, aërem & medio aëre terram. Sed fluiditas summa ætheris, aut ignis, inter terram & cœlum intercepti eum impetum concipere non potest, vt videmus res leues, non concipere impetum. Addo grauitatem summam terræ immo & reliquorum elementorum vi cuius terræ innituntur; & virtutem magneticam.

Tertiò proponuntur varia argumenta, petita à dignitate cœli, cui quies potiùs conuenire deberet, quam terræ ignobiliori. deinde illi tribuendus est motus, quod motu indiget; posset quidem responderi, motum circularem quieti esse similem, saltem aliquo dum corpus, mouetur circa centrum suum, cum tali motu, locum totalem non mutet. meliùs tamen respondetur, cœlos non propter terram in orbem rotari, sed propter hominem. vnde terra secundum suam substantiam non debet considerari, sed prout est habitatio hominum.

Pariter quod dicitur melius esse locatum, quam locum moueri. respondendum est. negando simpliciter maiorem si de loco physico loquamur, si locatum nobilius sit loco. nam immobilitas, est pure metaphysica.

Quartò si ad motum firmamenti fluidi mouerentur stellæ, non seruarent eandem distantiam, inter se. nam primo fluiditas impedit quominus cœlum secum rapiat corpora tam vasta, vt sunt stellæ. Secundò per quid determinarentur stellæ polo viciniores ad perficiendos circulos minores; immò eadem stella quæ est vicina polo, decursu temporis, dum ab eo remota est, circulos maiores perficit. facilis responsio nempe propterea à multis firmamentum fieri solidum, in quo tantum mutentur poli. vel si intelligentiæ cœlos moueant, facile poterunt stellarum motus, aut inhibere, aut incitare prout libuerit. hoc item argumentum facit contra Copernicum. nam animalia, quæ ad polos accedunt, determinantur ad circulos diurnos minores, vnde eadem recurrit difficultas.

Quintò improportionatus esset cœlorum motus, nempe vt Luna circulum suum absolueret intra mensem, exinde Sol intra annum, Mars intra duos, stellæ fixæ motum proprium habeant valde lentum, tandem fingatur primum mobile, quod intra diem circulum suum absoluat. res videbatur melius ordinata, vt terra intra diem absoluat suam circulationem circa centrum aut axem. Luna intra mensem; Sol intra annum, &c. posset enim dici omnes motus æquales esse, sed absolui maiori, aut minori tempore, pro ratione spatij decurrendi. addunt incredibilitatem illius motûs, ob velocitatem tantam. denique quod in eodem astro motus duo contrarij inueniantur, si opinio communis admittatur, nempe motus diurnus, ab ortu in occasum, motus

motus proprius ab occidente in ortum. At vero in opinione Copernici, tam motus diurnus terræ, quam annuus est in consequentia, nullámque habet contrarietatem. Addunt experientiam nempe ventum fere continuũ sub zona torrida ab ortu in occasum, eo quod terra communicare perfecte non possit, motum suum aëri eam ambienti.

Respondeo non fuisse necesse huiusmodi proportionem quærere, addo nullam esse improportionem, si intelligatur primum mobile, velocissime motum, & omnia secum rapiens, cui minus resistant astra viciniora.

Pro contrarietate motûs, respondent communiter nullam talem esse, quia vnicus est, & simplex omnium astrorum motus per spiras, qui tantum explicationis causa in duos motus fere contrarios dividantur.

Fateor quidem hypothesin semicopernicanam, statuentem nempe, terram in centro vniversi, mobilem tantùm motu diurno, facillime explicare, quomodo astra per spiras moveri videantur, quod nempe singula vnicum motum habeant, verbi gratia sol singulis diebus vnicum fere gradum percurrat, cum interea terra vnam circulationem ab occasu in ortum perficiat, vi cuius sol videatur vnicam circumvolutionem perfecisse, ab ortu in occasum.

Pro vento ab oriente in occidentem, is attribui potest soli attenuanti, & rarefacienti aërem, aut si velis motui cœlorum aut syderum.

Antequam vlteriùs progrediar, debeo solvere ea quæ contra Copernicum faciunt, debeo solvere, argumenta superius allata, quorum vltima ita contra ipsum detorquentur, vt totidem videantur demonstrationes terræ immobilitatem adstruentes.

Ad primum igitur, in quo dicitur fieri non debere per plura, quod per pauciora fieri potest.

Respondendum est, verum esse axioma, si æque apposite per pauciora fieri possit, nego autem ita appositum esse; & consentaneum, vt terra vna cum homine circumferatur, quam astra quæ propter hominem producta sunt. Secundò si terra gravitatem habeat, & astra tali gravitate careant, facilius est cœlos & sydera movere, quam terram, neque enim facilitas tantum spectanda est, penes numerum, & magnitudinem corporum; sed etiam spectanda est aptitudo subiecti ad recipiendam formam de qua agitur, sicut faciliùs est comburere acervum integrum pulveris Pyrij quam lapillum, facilius est navim integram cum adiecto pondere immenso licet, in medio non resistente loco movere, quam centum libras, super terram, ob maiorem medij resistentiam.

Ad secundum in quo dicuntur cometæ, etiamsi fortuito casu generentur, variásque habeant traiectionis lineas, nihilominus motum communem ab ortu in occasum participare.

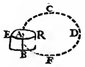
Respondeo aliter posse explicari, quomodo statim haberent motum diurnum; nempe quòd cœli licet fluidi voluantur in occasum, secumque rapiant cometas. Fateor quidem nisi multa obstarent, quæ supra recensuimus, potuisse hoc argumentum probabilitatem aliquam inducere, aut potius coniecturam; quæ tamen talis non est, vt auctoritati aliisque rationibus contrariis præponderet.

Ad tertium de virtute Magnetica, quam terræ inesse supponimus, dicendum non ad terrestris axis parallelismum illi inditam esse; sed vt immobiliter, in suo situ naturali hæreat, motionibúsque æthereis possit resistere. hoc est non tantum à centro divelli non possit; sed eius axis ad idem cœli punctum semper dirigatur, immò reliquæ telluris partes, eundem situm obtineant.

Quarto argumento non tantùm respondebimus, sed etiam eò cum Reverendo Patre Fabri vtemur, ad refellendam hanc opinionem. putat autem prædictus Pater, illud vim demonstrationis obtinere; quā adstruatur terræ immobilitas, primò ergo cum Galilæo conatur stabilire, inæqualitatem motus, in singulis partibus terræ, qualem nos probavimus supra affert item eadem vt plurimum exempla, quæ attulimus, vt ostendat ex irregularitate motûs absoluti partium terræ, resultante, ex duplici illo motu, nempe motu centri, & motu orbis, sed ex motu diurno, & motu annuo, necessario sequi aliquam excursionem aquæ in orientem, & occidentem. quod totum concedit Galilæus; sed contendit, & meritò, eam excursionem esse aliquem effectum distinctum à matis æstu, qui non existat, & nullibi animadvertatur. Nam hæc quasi nutatio aquæ, & libratio, oritur ex inæqualitate, & irregularitate motûs partium terræ, eique affixa esse debet; sed irregularitas motûs partium terræ, intra diem naturalem, seu intra 24 horas absolvitur, igitur & libratio aquæ inde secuta intra 24 horas absolvi debet. ostendimus enim supra, punctum terræ meridianum esse in minimo motu, incitaréque continuo suum motum, vsque ad mediam noctem, tunc autem sensim imminui, & hoc quotidie fieri, & eodem tenore, sine vlla intermissione. Ex quo sequeretur si hæc aquæ libratio idem esset cum æstu maris, nullam sequi retardationem. ponamus enim vnò die sole oriente respectu alicuius regionis esse in ea maximam aquæ elevationem, deberet esse eadem semper elevatio sole oriente, quod probatur. debet sequi eadem aquæ elavatio in eo terræ tractu, sole oriente, si sole oriente, sit idem motus; sed est idem motus, & eadem habitudo, cum centro circuli annui nempe cum sole; igitur idem æstus deberet sequi in ea regione, sole oriente, idem sole meridianum attingente, idem æstate, idem fere hyeme, idem in novilunio, idem in quadraturis, idem in plenilunio; sed æstus maris non sequitur motum solis diurnum apparentem, nec illi affixus est; sed potius Lunæ. Cum eandem habeat, ac Luna retardationem, nempe tardius singulis diebus accidat, igitur hæc libratio aquæ in orientem, & occidentem confundi non potest, cum æstu maris. Ex quo formari potest argumentum si terra moveretur eò modò quò vult Copernicus, animadvertetur in mari aliqua libratio in orientem, & occidentem, quæ finiretur intra viginti quatuor horas; essétque distincta ab æstu maris; sed nulla talis libratio animadvertitur, igitur tellus non movetur eò modò quò vult Copernicus. Fatendum est hoc argumentum habere vim demonstrationis contra Galilæum. an vero absolvere eamdem vim obtineat contra omnes Copernicanos mihi expendendum restat. Facit autem mihi difficultatem non levem, quod licat singulæ partes terræ, modò celerius, modò tardius, eodem die moveantur, immò circa meridiem fere stare videantur, non tamen de repente transeant à motu tardiore, ad velociorem; nec vicissim à velociore ad tardiorem; experimur autem posse nos,

 deferre

deferre vas aliquod plenum aquâ, velociúsque, & tardius eum illo ambulare, sine vllo effusionis periculò, modò cautè, & quasi per gradus incitemus, aut retardemus motum. Ita si vas aquâ plenum vehatur cimba, modò, non de repente inhibeatur motus cimbæ, sed sensim decrescat, nulla sequetur aquæ vacillatio. Et primo quidem si tellus tota sisteret omninò, quamvis sequeretur aliquis motus, in aquâ, ex præconcepto impetu, finietur tamen hic motus, & impetus, quia invenitur aliqua in aquâ resistentia; sive eò quod vi gravitatis fundo innitatur, sive quod ambiatur vndique aëre, sive propter aliam rationem; decrescit igitur impetus aquæ, qui, si decrescat eodem modo, & eodem tenore, quo in terra decrescit, à media nocte, seu à puncto, averso à sole, ex hoc capite nulla sequi debet, nutatio, aut excursio aquæ in orientem. eodem modò ac si navicula aquâ oneraretur, & motum velocissimum vi remorum conciperet, cessante remigatione etiamsi motus navigij remittat, nulla sequitur in aquâ contentâ vacillatio, eò quòd eadem ratione cesset impetus conceptus, tam in cimba, quam in aqua. Pariter dum in meridie rursus incipit motus velocior fieri, id fit etiam per gradus, & quamvis animadvertamus scutellam moveri posse, in orbem immota aqua, id verum quidem erit, si moveatur statim scutella moto veloci; non tamen si motu crescente à quiete per gradus, præsertim imperceptibiles. quia connexio quæ invenitur inter scutellam, & aquam illi incumbentem vi gravitatis, est satis firma respectu motûs tardi, quamvis non possit resistere motui velociori: vnde si sensim in orbem moveatur scutella, ille motus perfectè communicabitur aquæ contentæ. ita etiam assero si terræ tractus aqua opertus, qualis est totus ille alveus quo continetur oceanus motu sensim crescente moveatur, fore vt aqua eo contenta, tali motui obsequatur; præcipue cum, non in orbem sicut scutella, sed quasi in latum moveatur, ita vt littora in aquam incurrant eámque secum deferant. quod ita explicare licet. dupliciter moveri potest scutella. primò in orbem circa axem AB, & in eo casu, partes sibi invicem succedunt, hoc est quem locum vna pars derelinquit alia occupat, vel potest moveri in orbem per circulum ACDF, & in tali casu facilius aquæ communicatur impetus, eò quòd labrum E B F aquam propellat, eámque ad motum cogat. idem dico in oceano dum incipit iocendi motus, littus Americanum aquam ad motum cogit; resistit enim tale littus excursioni aquæ in occidentem, cum autem motus non fiat de repente intensus, sed per gradus quantolacúmque resistentia, aquam illi se accommodare cogit.



Secundò aliter philosophandum est de motibus pure ab intrinseco, & de motibus ab agente extrinseco productis, principium enim quod in terra, motum retardatum, & acceleratum producit, in aqua item motum acceleratum, & retardatum produci, si enim ille motus ab intrinseco est, seu à singulis partibus terræ, erit etiam à singulis partibus aquæ, & sicut partes terræ in se impetum, (si opus sit impetu) modò maiorem, modò minorem producunt, ita etiam partes aquæ. quod si huius motus duo sint principia, vnum in centro terræ, quò feratur per circulum annuum, aliud in ipsis partibus, vt circa centrum voluantur dicendum est tale secundum principium, inveniri æqualiter in aqua ac in terra. Quod si duo agnoscantur principia motûs terræ, nempe in ea sit principium motûs annui, quò eius centrum circa solem circumfertur intra annum; secundus autem motus vertiginis circa axem oriatur ab illuminatione; qua continuò sol eiaculatur suos radios in terram. (loquor autē hic in opinione existimante lumen esse corpus quam licet falsam existimem, non puto tamen demonstrative refelli) vnde est aliqua ex parte luminis resistentia, qua terram aliquo modo sistit, sicut ergo rota solo incumbens, si eius axis moveatur in rectum, ob resistentiam pavimenti in orbem movetur, circa axem; ita etiam dicere poterit aliquis Copernicanus, ex ea resistentia ab illuminatione solis orta, oriri motum vertiginis, si igitur hoc modò quis vtrúmque motum explicare velit, non video sequi vllam differentiam, inter motum partis fluidæ, & partis consistentis, quod tamen necessarium esset ad hanc oscillationem, & librationem in oceanum invehendam.

Miratus autem sum quod potiori ratione hæc ratiocinatio applicata non fuerit aëri, seu athmosphæræ terram ambienti, quæ pariter motum habebit irregularem, vt pote compositum ex annuo, & diurno, puto autem omnia fere exempla quæ afferimus, de motibus violentis non esse ad rem si motus terræ, maris, & athmosphæræ sit ab intrinseco, hoc est non communicatus tantum, à partibus solidis, & iis mediantibus, partibus fluidis, sed immediate ab omnibus partibus tam fluidis, & spirabilibus, quam solidis productus.

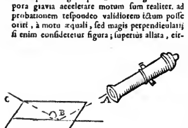
Quod si ab angelo tellus moveatur, cum illius substantia possit compenetrari cum aqua, æque ac cum terra, æqualem impetum iu omnibus, & singulis partibus producet. quare dicendum est argumentum ingeniosissime, & efficaciter retorqueri contra Galilæum; non tamen absolute convincere contra Copernicum.

Ad quintum argumentum pariter respondet Reverendus Pater Ricciolius, eóque potius validissime impetit Copernicanam opinionem.

Ita enim argumentatur. corpora gravia demissa per aërem accelerant motum suum, non solum apparenter; sed etiam realiter & physice; sed si tellus moveretur, præcipue vero motu diurno, corpora gravia non accelerarent realiter; sed tantum apparenter motum suum: igitur tellus eo motu non movetur. probatur ma. percussio validior sensu perceptibilis maiorem dolorem infligens, diffringens aliquod vas, quod alia percussio non poterat, non potest oriri à causa tantum apparente, sed hæc oritur ab acceleratione; ergo acceleratio non est tantùm apparens; sed realis, & vera. igitur verè, & realiter, & non apparenter tantum corpora gravia suum motum accelerant. prima minor probata est supra à Galilæo nempe ostendere conatur, quòd corpora gravia dum

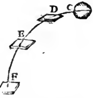
dum descendunt moveantur circulariter, immò semper æqualiter, sine vllo incremento reali validum autem putat argumentum esse contra Copernicanam opinionem, puto tamen facilè infringi posse.

Respondeo igitur pro Galilæo negando corpora gravia accelerare motum suum realiter. ad probationem respondeo validiorem ictum posse oriri, à motu æquali, sed magis perpendiculari; si enim consideretur figura; superiùs allata, cir-





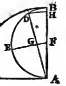
culus B L A obliquiùs incidit, in radium A O, quàm in radium AL. aut A M, ex quo fit vt validior sit ictus. quod innumeris exemplis ostendo. Sit enim tormentum A maius, quod explodatur contra superficiem aquæ, sed ictu valde obliquo; non poterit eam pervadere, sed globus reflectetur ab aqua, qui si magis perpendiculariter ferretur eam nullô negotiô penetrasset, validior ergo fit ictus, quamvis non sit absolute maior motus. ratio est quia motus nihil efficit in corpore in quod occurrit, nisi in quantum illi resistitur; sed non resistitur in tali casu motui quatenus horizontali; sed tantum quatenus verticalis est; ergo quò magis participat de horizontali, seu potius de circulari terræ concentrico, eò maiorem habet ictum. vnde si globus ferretur per circum-



ferentiam CDEF, motu æquabili; in puncto D minor esset ictus, quam in puncto E aut F.

Hanc responsionem variis experientiis confirmo. præcipue factis in corporibus translatis, si quis in navi existens transversim à latere ad latus pilam projiciat, sive celeriter navis decurrat, sive stet immota, idem omnino erit ictus in adverso tabulato, quamvis in vno casu celerior sit motus pilæ, quàm in alio. vt si immotum sit navigium GH, projiciatúrque pila ex puncto I, in K; motus illius erit IK, si vero interea dum pila percurrit latitudinem I K, navis transferatur ex G in L; motus pilæ compositus ex motu navis, & ex motu impresso à projiciente erit I M, vtrobique tamen erit idem ictus; quia dum pila percurrit spatium I M, non debet considerari motus illius totus; sed tantum, quatenus participat de transverso. ita etiam dum decidit aliquod grave; illius motus quatenus circularis est, nihil efficit in subiecto corpore etiam moto circulariter, sed tantum quatenus deflectit à circulari concentrico terræ; & ad illud accedit; qui accessus ad centrum, cum sit acceleratus quasi secundum seriem sinuum versorum, quæ initiò ferè coincidit cum serie numerorum imparium, ex eo capite reprehendi non potest. secundo hoc argumentum detorqueri non potest ad infirmandam opinionem Copernici.

Rejicitur tamen valdè hoc Galilæi argumentum, quô ostendere conatur, genuinam in opinione Copernici assignari rationem cur gravia suum motum accelerent. primò gratis assumit, gravia ferri ad centrum terræ per lineam circularē neque hoc ostendere potest, nam quod gravitas nullum motum efficiat, sed tantum determinet àd aliam lineam, motum circularem; probari non potest. Secundo quare potius ad lineam illam circularem, quàm ad alias infinitas, compositas ex circulari, & recta. Tertiò sequeretur omnia gravia intra horas sex perventura ad centrum terræ, quod falsum est, nam aliqua citius alia tardius descendunt, quod pendet à figura, & mole medio. deinde ostendimus in Statica hunc descensum sex horarum non consentire cum experientiis, nam terræ semicircumferentia est Leucarum Gallicarum 3600. seu milliarium 10800. milliare autem continet pedes 5000. est ergo semicircumferentia terræ, pedum 54000000. fiat vt 22. ad 7. ita 5400000. & habebitur semidiameter



A B pedum 16172717. ponatur mobile motum fuisse per BD, intra secunda minuta temporis quatuor. eritque B C vnius minuti gradus, nam si gradu vnus dat temporis minuta quatuor, vnum minutum gradus dabit minuta secunda temporis quatuor. erit ergo B C vnius minuti gradùs, & B D duorum minutorum gradûs, eritque arcus AED graduum 179. min. 58. qui si dividatur bifariam in E erit ED graduum 89. 59. cuius sinus DG, est 9999999. & DA 19999998 qualium AB est 20000000. & DC est partium duarum. si ergo AB partium 20000000 exhibet B H partium duarum; eadem AB pedum 16272727. dabit minus quam duos pedes. quod toto cœlo aberrat ab experientiis, nam intra duo minuta secunda invenimus plusquam nonaginta pedes.

Deinde hic modus explicandi tantum valet in opinione semicopernicanorum, cum nullam Galilæus rationem habeat, motus annui terræ, immò impossibile

impossibile iudico, vt assignet lineam, quam describant gravia omnia, cum hæc sit composita ex motu annuo, diurno, & motu recto descensûs.

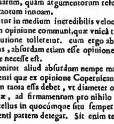
Adde quod sub æquatore alia linea sit percurrenda, alia sub quôlibet parallelô. quænam autem percurretur sub ipsis polis in quibus nullus est motus diurnus, debebit adhuc in illo loco assignare accelerationis gravium aliquam rationem.

Quare dicendum est ex Copernicana opinione, duci non posse rationem aliquam quæ accelerationem gravium satis explicet. vnde eandem debet rationem afferre, quam ipse etiam attulit, nempe gravitatem singulis temporibus æqualem velocitatem producere, quô positô fundamentô neque acceleratio gravium, aliquid iuvat Galilæum; neque etiam aliquid nocet Copernico. nam gravitas de se apta est ferre per lineam rectam, & brevissimam suum mobile ad centrum terræ; si autem præter eum motum, habeat & alium, quô feratur simul cum centro in alium locum, id per accidens est gravitati. sicut si ferrum relinquatur naturæ suæ accurrit ad Magnetem per lineam brevissimam rectam, si interea transferatur magnes, aliam etiam carpit viam. vnde motus præcise procedens à gravitate; est motus rectus, motus vero compositus, ex motu gravitatis, motu annuo terræ, & motu diurno varius est, pro varia dispositione terræ, in ordine ad centrum sui circuli annui. vnde concludo præcise ab acceleratione gravium, nec probari, nec refelli Copernicanam opinionem.

Sunt & nonnulla alia quæ pro Copernico afferuntur, possúntque potiùs in numerum convenientiarum, quàm argumentorum referri, ideóque ea tantum innuam.

Affertur in medium incredibilis velocitas stellarum in opinione communi, quæ vnicâ terræ circumvolutione tolleretur. cum ergo absurda sit velocitas, absurdam etiam esse opinionem terræ immotæ necesse est.

Reponitur aliud absurdum nempe magnitudo firmamenti quæ ex opinione Copernicana sequitur, nam tanta esse debet, vt diameter orbis annui terræ, ad firmamentum pro nihilo ducatur, ita vt tellus in quocúmque situ semper mediam firmamenti partem detegat. Sit enim terra in A



postea in B, nullam in hoc duplici situ parallaxin patiuntur stellæ, nec maior apparet stella in C, ex A spectata, quam eadem appareat ex D aut E. pariter terrâ in punctô A constitutâ, si stella A oriente occidat stella G, tellure in D constituta non idem accidet. Ex quo sequitur circulum annuum terræ eamdem habere rationem ad firmamentum, in opinione Copernici, quam habet tellus ipsa ad idem firmamentum, sed demonstratur diameter orbis annui continere semidiametrum terræ 7000. ergo Copernicani efficiunt semidiametrum firmamenti 7000 maiorem, quam reliqui Astronomi. confirmantur rationes allatæ etiam alio modô. axis mundi semper parallelus est sibi ipsi, in diverso terræ situ, & attingit productus, sensibiliter idem punctum cœli; ergo cylindrus cuius basis est orbis annuus terræ, se habebit per modum lineæ, nec vllam ostendet maiorem aut minorem distantiam, stellarum à polo. quare totus orbis annuus se habet per modum puncti, respectu firmamenti. si igitur incredibilis videatur stellarum velocitas in opinione communi; reponenda est magnitudo incredibilis firmamenti in opinione Copernicana.

Opponunt præterea, quod si sydera moveantur, idem motibus contrariis moveri, nempe motu diurno, & proprio.

Respondeo primo idem sequi in Copernicana opinione, nam partes terræ, quà parte solem respiciunt, seu hæmisphærium illuminatum, movetur motu centri in consequentia, seu secundum seriem signorum, & motu orbis, seu motu vertiginis in contrarias partes. immo dici vix potest quam implexus sit motus cuiuslibet, partis telluris, si seorsim consideretur, videnda sunt quæ nonnulli scripserunt de rota. dico ergo non repugnare quò minùs moveatur aliquod mobile tali motu, qui in motus secundum quid contrarios dividi, & distingui possit. Addo vlteriùs non repugnare, vt aliquid à diversis agentibus motus contrarios habeat, & motus totalis inde resultans aut nullus, quando scilicet oppositiones motuum sunt directæ, aut varius sit.

Dices pauciores, & simpliciores sunt motus si tellus moveatur quam si cœlum: ergo movetur. Vt nihil dissimulemus fateor simpliciores esse motus telluris, & pauciores quam sint in opinione communi, præcipue cum tota hæc retrogradatio, & directio planetarum sit tantum Optica ratio, nullísque indigeat circulis. nego tamen id quod simplicius est continuò admittendum esse, si detur aliqua ratio cur aliter fiat, nempe quies animalium. & præcipue hominis terram habitantis. simpliciorem excogitaremus si vellemus hypothesin Copernicana, in qua terra non in eccentrico, sed in concentrico, planetæ pariter motum haberent æquabilem, nulli irregularitati obnoxium, non tamen ita res voluit Deus disponere.

Objiciunt item quod si stellæ moverentur eô motu, quô dicuntur, stella quæ nunc in æquinoctiali existens movetur velocissime, motu proprio in consequentia, declinationem sit habitura, & tunc minus velociter movebitur, non potest, autem assignari à quo determinetur ad motum hunc minus velocem.

Respondeo me admisisse firmamentum solidum, & explicuisse talem motum mutatione axis. dico igitur determinari ad motum minùs velocem ex mutatione axis.

Dices ventus orientalis est signum, motûs terræ ab occidente in oriente secundum leges proiectorum, quæ enim sunt solidiora. meliùs impetum concipiunt, quam quæ tenuiora. quare tellus citiùs feretur quàm aër.

Respondeo non afferri rationem cur extra zonam

ronam torridam non regnet hic ventus orientalis. Secundò male procedit ratiocinatio, nempe ex proiectis in medio resistente, vt ex motu sagittæ, cuius ferrum præcedit reliquas partes, non bene concluditur ad motum aeris, moti in medio non resistente. vera igitur ratio venti orientalis, præcipue in zona torrida, tribuitur Soli attenuanti vapores, qui extensionem maiorem acquirentes, ad partes non rarefactas nempe ad occidentales procurrunt.

Dices, locus nobilissimus soli debetur potiùs quam terræ. Secundò Sol est maior terrâ, ergo potiùs mouetur quam terra. Sol est centrum planetarij motûs, ergo & immobilis est & in centro vniuersi. Adde quod tellus indiget Sole, & Sol non indiget terrâ, ergo potiùs mouetur.

Ad primum respondeo terram cum animalibus nobiliorem esse Sole.

Ad 2. fateor Solem esse centrum planetarij motûs excepta Luna; sed nego propterea esse in centro. Iupiter est centrum motûs suorum satellitum, non tamen est immobilis aut in centro vniuersi. tellus autem indiget Sole, & stellis: ergo Sol & stellæ propter hominem facta sunt; ergo moueri debent non homo. Rex indiget seruis, non tamen mouetur sed serui.

Obiicitur multas esse imperfectiones in motu planetarum vt sunt stationes, retrogradationes, inæqualitates motuum quæ essent tantùm apparentes in opinione terræ motæ. Respondeo huiusmodi retrogradationes, aut stationes non esse imperfectiones. datò etiam quod sint imperfectiones dico multò plures esse in motu telluris, præcipue si motus singulatum partium consideretur. multa alia minoris momenti prætereo.

PROPOSITIO IX.

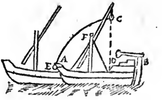
Argumenta contra Copernicum.

Primum argumentum quô impetitur opinio Copernici circa motum terræ est vulgare illud & commune, quod aues inuenire non possent nidos suos, interea enim dum in aere suspensæ manerent, tellus motu vertiginis in ortum circumacta, nidos secum aueheret, quos propterea non assequerentur.

Pariter asserunt faciliorem fore motum animalium, & proiectorum versus ortum, quam versus occasum; iuuante scilicet vertigine terræ, aut resistente talibus motibus. voluntque propterea bombardæ versus ortum explosæ globum; celeriùs moueri, maioremque ictum efficere, quàm si versus occasum laxaretur.

Hæc, & similia argumenta nullam vim habent: sunt enim ex suppositione falsa, nempe quod aer terræ non innitatur, nec eadem, quâ terra vertigine rapiatur. quo posito principio quæro an simile argumentum fieri possit de piscibus in aqua natantibus, an de animalibus in terræ superficie ambulantibus, an de hominibus in naui celeriter translata, progredientibus, est enim vtrobique eadem ratio. certum tamen est quamuis naues celerius ferantur, quam muscæ, possunt tamen muscæ

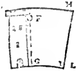
à puppi ad proram volare, & æque celeriter ac à prora ad puppim. considerandi igitur sunt duo motus, & si velis duo impetus in aue volante; vnus quo simul cum terra, & aëre contiguo in orbem voluitur, innititur enim aëri, & aër terræ, sicut ergo musca Rhedæ incumbens, tam facile motu proprio in omnem partem ambulat; quamuis motum communem habeat, ita etiam respondendum est omnibus istis argumentis. Et ea occasione referam experientiam à Gassendo propositam. disputatum iam à 30 annis fuit, quem motum habiturus esset globus, è superiori triremis antenna suspensus, si incumbentibus omnibus remigibus, triremémque ad motum celerrimum incitantibus, dimitteretur ad casum. communis fuit opinio fore, vt talis globus longe post triremem, in aquam decideret, præterlabente scilicet triremi, interea dum descenderet. Gassendus autem aliique doctores, asseruerunt fore, vt idem punctum cui perpendiculariter initiò responderet, assequeretur. nec fefellit euentus.



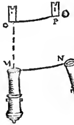
parata enim est triremis A B. globus C respondens perpendiculariter, puncto D tabulati subiecti, dúmque incitatissimus erat nauigij motus, resecto fune, dimissus est globus, qui impendit in descensu duo aut tria minuta secunda, ita vt interea punctum D, motum sit in E, globus non descendit. per lineam rectam C D; sed per curuam CFE, idémque punctum tabulati attigit. Ratio clara est dum globus pendebat ex C; mota triremi, concepit & ipse impetum, quô in anteriora ferretur; sicut animaduertimus ipsam triremem cessante remigatione, vlteriùs tamen procedere, accedente deinde motu deorsum, necessariò sequitur motus mixtus, ex perpendiculari, & horizontali, & quia horizontalis naturalis non est, sensim deficit, crescente perpendiculari. quare linea C F E, non erit linea recta, sed curua, & vt volunt nonnulli parabola.atque hôc modò pleraque soluuntur argumenta,quæ ex motu petuntur.

Nonnullæ tamen videntur superesse difficultates, quæro enim dum globus æneus, è bellico tormento emittitur, in ortum, aut occasum an aliquid amittatur, de impetu quo in ortum, simul cum terra voluitur, vel nihil. puto dicendum esse non amitti talem impetum; sed si emittatur in ortum, iuuari ab impetu impressu, vi rarefactionis, maiúsque realiter spatium decurrere. vt si tormentum explodatur in turrim orientalem, & spatio vnius secundi possit globus vi pulueris pyrij ferri ad illam, si

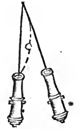
interea tota terra in ortum vertatur, & tormenmentum transferatur ſicut & turris; globus vi rarefactionis conficiet ſpatium ſuum, & vertigine terræ rapietur:quare tantundem ſpatij emetietur vertigine terræ interea dum addetur illi motus proprius, ac ſi manſiſſet intra tormentum. è contra ſi ſupponatur oriens eſſe verſos tormentum atque adeo explodatur tormentum verſus occidentem; debuiſſet intra minutum ſecundum globus moueri, verſus occidentem ſed intra minutum ſecundum fertur turris ex oriente in ortum & tormentum cum illa:vertigo igitur terræ tantum imminuet de motu proprio, vel ſi velis motus proprius de vertigine terræ, quibus poſitis ſequitur, quod vertigo terræ in globo virtualiter totum ſuum effectum habeat.



Vnde poſſunt fieri multæ inſtantiæ, ſit globus F pendens è ſumma turri, reſpondenſque perpendiculariter, puncto G, ſit centrum terræ K & interea dum deſcendit globus ex F, vſque ad ſolum transferatur turris ex F in H, & punctum G in I, oſtendo globum F, non debere attingere punctum G tranſlatum in I, dum demittitur globus, habet totum impetum quem habebat antea, vi cuius tranſlatus fuiſſet ex F, in H, & vi illius tantumdem promoueri debet verſus ortum; at ſi manſiſſet in F percurriſſet arcum F H, arcus autem G I, minor eſt arcu FH, ſit arcus G L æqualis arcui F H, ſequeretur debere globum attingere punctum L orientaliorem.



Pariter ſit bombarda è parallelo aliquo directa verſus polos, ita vt ſcopus ſeu turris O ſit in parallelo aliquo minore. ſupponatur globus vt à parallelo MN perueniat, ad parallelum O P, impendere vnum ſecundum, & interea tormentum transferatur in ortum, ex puncto M, in N. interea dum globus vi puluerís pyrij transfertur ex parallelo MN, ad parallelum OP, habet totum impetum vertiginis, qui competit puncto M, vi cuius poteſt percurrere arcum M N qui illi æqualem, ſed arcus MN maior eſt arcu OP, igitur debet ferri magis ad ortum quam ſit punpum P, & aberrabit a Scopo.



Hæc difficultas meliùs adhuc apparet, ſi aliquis eſſet vicinus polo dirigeretque tormentum ex puncto S, in polum R, intereaque dum globus in polum transfertur, punctum S deſcribet parallelum S T, à quo globus determinabitur in ſingulis punctis lineæ curuæ SOR ad ſe accommodandum diuerſis parallelis, nempe vt impetus conceptus in puncto S, vi cuius percurriſſet arcum ST, in polis omnino deſinat, ſi vlterius pergat idem globus iam incipiat maiores arcus percurrere. à quo enim de nouo augebitur iſte impetus? multo maior erit difficultas ſi exploderetur tormentum ex ipſo polo in quo omni careret motu vertiginis. idem dico de auibus volatu diuerſos parallelos percurrentibus.

Huic argumento reſpondendum eſt, primò, in deſcenſu turris, aut in mutatione parallelorum rem nullius eſſe momenti, & imperceptibilem. vnde ſi accideret eô modô, quô contendit obiectio, nihil concluderetur contra Copernicum. neque tamen cogitur Copernicus id admittere. concederet enim obiectionem valituram ſi motus fieret in vacuo, cum autem fiat in aëre ſimul cum terra rapto in ortum, poteſt retardari, aut incitare motum globi, prout res tulerit. aut ſi quæ intercedat differentia, in tam paruis diſtantiis, non erit alicuius momenti.in polis vero probabile eſt propter eandem rationem, globum ſe accommodare terræ vertigini. nihil tamen facit hoc argumentum contra hanc opinionem donec experientia in polis ſumpta fuerit.

Aliô modô à nonnullis impetitur Copernicus globus æneus, è maiori tormento emiſſus, intra vnum minutum temporis. milliare germani cum maius percutrit, terræ autem vertigine punctum in æquinoctiali quadrantem gradus percutrit ſeu milliarial 40:igitur invenire poſſumus in terra parallelum aliquem cuius partes æque velociter moueantur, ac globus è tormento bellico emiſſus. ponamus in eo parallelo, explodi tormentum in murum occidentalem; cum vi pulueris pyrij tantundem moueri debeat globus in occaſum, quantum vi motûs diurni in ortum; ſuſpenſus manebit globus in aëre, & murus in globum impinget contrà verò ſi in murum orientalem laxetur tormentum, globus duplici impe-

ta

tu incitatris, fugientem mutum assequetur; quæritur ergo vtrum idem effectus produci debeat; si murus in globum impingat, aut si globus in murum. aliqui contendunt non eundem sequi: ponamus enim esse duos globos valde inæquales; quorum minor in maiorem immotum incurrat; resiliet quidem, sed motus illius tantus non erit ac si maior æquali motu in eum impingeret; ratio videtur esse, quod dum maior mouetur, plures sunt partes motus, quam dum minor, atque adeò maiorem effectum producere debent.

Hæc obiectio est ingeniosa, ad quam omninò soluendam opus esset multis experientiis. quare simpliciter debent Copernicani asserere eundem, & æqualem esse sensibiliter effectum, siue arx tota in globum incurrat, siue contrarium eueniat; ad rationem dicendum est maiorem globum non ferire minorem secundum omnes partes. sed tantum secundum aliquas, fateor quidem globum maiorem incurrentem, in minorem, maiorem motum in eo producere, quam minor in maiori si in eum impingat, assero tamen seclusis accidentibus, eundem impetum produci, in minori, siue maiorem imperat, siue ipse eodem motu à maiori feriatur, præcipue si partes maioris non ita cohæreant, vt separari non possint ab inuicem: atque adeo propter hanc separabilitatem non se habeant per modum vnius. obiicitur Item impetus & motus horizontalis in globos æneos vi pulueris pyrij accensi productus; tantus est, vt suspendat aliquandiu motum deorsum grauium, nam globus emissus per duo minuta temporis secunda manet in aëre quo tempore, deorsum debuisset descendere per 90 pedes. quare ergo motus maior vertiginis qui est in terra, & globo non suspendet eiusdem globi descensum.

Respondeo 1. negando motum violentum, globo impressum a puluere Pyrio, suspendere motum deorsum, de hac difficultate iam diximus in Pyrotechnia. nescitur item an motus vertiginis retardet motum deorsum grauium, qui longe forsitã alius esset si tellus immota maneret, ad hoc enim vt ostendatur motus vertiginis, non retardare motum grauium deorsum, cognoscere deberemus quidnam accideret, si terra immota maneret, quod in eâ hypothesi Ignoratur.

Instabis si motus globi ænei a septentrione in austrum quo milliare germanicum percutrit intra vnum minutum; notabiliter retardet motum deorsum grauium, is motus additus motui terræ, dum explodetur in orientem, magis retardabit motum grauium, quam dum feretur in septentrionem. tunc enim globus intra duo minuta perficiet 9 minuta germanica & dum explodetur in occidentem perficiet tantum septem. quare aliqua differentia inueniretur, inter descensum in terram, globi in orientem & occidentem emissi; hoc est dum globus æneus in occidentem explodeteruur, tardius tangeret terram, quam dum in orientem.

Deinde si semel admittatur motus incitatissimus telloris retardare descensum grauium, non tantum motus diurnus vertiginis id præstabit, sed etiam motus annuus, quare cum partes terræ quæ in meridiano inueniuntur fere quiescant, vt ostendimus; quæ verò in circulo mediæ noctis motum habeant non tantum duplo, triplo, sed etiam millecuplo incitatissimum; si nempe per subdiuisionem minores partes motus inter se comparentur, sequetur maxima differentia inter casum grauium meridie, & eorumdem descensum media nocte, quæ tamen hactenus nulla notata fuit.

Quare propugnari non posse existimo motum telluris suspendere descensum grauium, maximè cum in naui plenis velis nauigante nullam animaduertamus differentiam in grauium descensu, & tam bene ferantur deorsum, ac in loco quiescente. Inuenienda igitur restaret disparitas quomodo suspendatur grauitatio globi emissi à bombarda; & non suspendatur grauitatio per motum terræ. Negandum igitur est, istos ictus maiores, quibus à tormento emittitur globus ad vnum milliare germanicum manetque in aëre, per duo minuta temporis habuisse directionem horizontalem, neque enim maiora tormenta ad ducentos passus talem directionem obseruant, quin pulisper globus descendat; vnde puto, non suspendi eius grauitationem, in emissione horizontali, immo experientia compertum est, vt ignis globum initio ascendere supra lineam directionis maxime si puluis pyrius, sit optimus, aut non ad mensuram apponatur: vnde si directio sit horizontalis non adhuc liquet, an suspendatur grauitatio; vt si in percurrendis centum pedibus impendat semminutum secundum descendet per quatuor pedes. refert enim Mercenus culuerinam, pedibus 36 supra superficiem maris extantem, directam horizontaliter emisisse globum qui per octò secunda mansit in aëre ideoque intra octo secunda descendit tantum per pedes 36. debuit autem descendere intra illud tempus plusquam trecentos pedes. dicendum igitur initio vim ignis sursum tendentis sustentare globum, saltem aliquandiu. Alia culuerina minor 54 pedibus supra superficiem maris extans, emisit globum, qui insumpsit in aëre tria secunda. hoc est globus descendit per 54 pedes eo tempore quo descendere debuerat per 160. quare nisi recurratur ad vim ignis ascendere conantis, & impedientis aliquandiu descensum globi, immo attollentis sæpe globum supra lineam horizontalem; dicendum est vere suspendi grauitationem ab impetu illo impresso. In aliis iactibos non est tanta difficultas cum sint contrarij grauitationi, certum est autem subito globum deflectere à linea directionis propter grauitatem. & cum restet semper aliquid de illo impetu sursum tendente, poterit facile dubitari, an descensus fiat eodem modo, ac fieri debuisset; fateor tamen mihi non esse omnino satisfactum, defectuque experientiarum non potuisse rem omnino constituere.

Alij respondent concedendo impetum impressum globis æneis, suspendere aliquandiu grauitationem, negando tamen motum terræ idem præstare, quia nempe impetus globorum violentus est & minime naturalis, potestque esse contrarius grauitationi, at verò motus vterque tam vertiginis; quam grauitationis naturalis est in singulis partibus, & fundatur in attractione aliqua, vnde mirum non est si sibi inuicem non aduersentur vt pote ab eadem causa producti. huic tamen responsioni videntur, nonnulla aduersari; nempe experientiæ nauigij violenter, aut vi ventorum, aut remigatione incitati in quo tamen grauia leges sui descensus obseruant.

Respondere possunt motum navigij non esse adeo celerem, vt possit notabiliter alterare descensum gravium, at motus globorum æneorum longe alius est, & centuplo celerior.

Vltimum quod in opinione Copernici difficultatem non modicam facit; circa impetum, est perseverantia simultanea duorum impetuum omnino contrariorum, ponamus enim casum illius paralleli cuius partes moveantur in ortum, æque celeriter ac globus æneus, à bombardâ emissus, fertur in occasum, eritque circiter parallelus 83. distans 7 gradibus à polo, seu milliaribus Germanicis 105. circumferentia eius erit milliarium Germanicorum 720. vt singulis duobus minutis vnum milliare eius partes singulæ percurrant, seu 30 intra horam. diximus si in eo parallelo explodatur globus contra occidentem fore vt, maneat suspensus aliquandiu verbi gratia per duo minuta secunda, donec deficiente impetu impresso, tandem ad consuetum motum diurnum redeat. hic multa consideranda sunt satis difficilia. primum quod per duo minuta; perseverent simul in eodem subiecto impetus contrarij, qui nullum effectum habeant. nam talis est natura impetus, vt si interrumpatur, & impediatur omninò motus, quem producere debet subito cesset. vt impetus qui ferre debuerat proiectum, per mille passus, si retundatur, & impediatur motus eius, subito cessat; igitur dum primo emittitur globus, deberet in eo cessare tam impetus vertiginis terræ; quàm impetus impressus à puluere pyrio, quare ergo perseverat per duo minuta integra.

Respondebis non perseuerare, sed destrui vtrúmque impetum, restitui tamen sensim ab aere incurrente impetum vertiginis, ita vt tandem in fine duorum minutorum totus restitutus sit. & sic non perseverabũt simul in eodem subiecto impetus contrarij. quam solutionem satis bonâ existimo. non tamen soluit omnino difficultatem, quia si cesset vtérque impetus deberet cadere in terram globus. Multa alia proferuntur quæ nihil probant, vt quod globus in orientem emissus maiorem ictum faceret. probant enim tantum quod maius spatium percurrat, vt assequatur scopum, non autem quod maiorem ictum efficiat.

Objicies ibi est centrum terræ vbi est terminus ad quem tendunt omnia gravia; sed hic terminus est centrum vniversi; min. probatur Ablata terra gravia tenderent ad centrum vniversi. confirmatur si tellus ad Lunam transferretur, non eò propterea tenderent gravia. Item gravissimo corpori debetur locus infimus, sed tellus est gravissimum corpus: ergo illi debetur locus infimus.

Ad hæc omnia quæ de gravitate feruntur.

Respondent Copernicani gravitationem nihil aliud esse nisi attractionem partium terræ ad hoc vt componant vnum totum. similem in omnibus planetis dari. vnde locus infimus est centrum terræ. partes terræ ad terram confluere quando sunt intra Sphæram activitatis eius, extra talem casum non posse confluere, neque tendere ad centrum terræ, Levitatem in elementis nullam esse.

Objicitur si esset vera Copernicana opinio integrum hæmisphærium à nobis videri non posset; Sed tantum media pars cœli, sublata ea parte vtrínque quæ respondet semidiametro orbis annui.

Respondeo concedendo totum, sed asserendo eam portionem respectu firmamenti modicam esse. & nullius momenti.

Dices sed hæc portio quæ parallaxis in orbe annuo dici posset, non esset contemnenda respectu orbium planetarum.

Respondeo concedendo totum, ea enim parallaxis facit stationes, & retrogradationes planetarum vt videbimus. objicitur Eclypses non fierent, Luna constitutâ, sub gradu zodiaci opposito illi, cui Sol responderet, immo accidere non possent vtróque luminari in horizonte posito.

Respondeo falsam esse vtrámque sequelam. nam si terra interponatur inter Solem & Lunam, Sol videbitur in vno loco apparenter, & Luna in opposito: vt apparet si quis figuram intueatur. erit igitur tam Sol quam Luna in horizonte, nisi quantum parallaxis impedire potest, quæ in Luna sæpe gradum integrum superat.

Iam dixi de mole firmamenti in hac opinione quæ haud dubie maxima admitti debet, & fere incredibilis, cum enim sint stellæ quæ in opinione communi sunt maiores terra, & sit eadem ratio orbis annui ad stellam, in opinione Copernici, quæ telluris ad stellam in opinione communi; erunt stellæ maiores orbe annuo, & secundum ipsum Copernicum erunt octuplo maiores, quod incredibile videtur. sequitur item tantam earum esse distantiam, vt à sole illuminari non possint. item tantam esse, vt tubi Optici non possint amplius augere earum magnitudines quod vltimum conforme est experientiis.

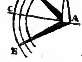
Postquam nonnullas quæstiones physico-mathematicas circa cœlorum naturam, & accidentia superioribus propositionibus explicuimus. Ordo doctrinæ postulat, vt primi mobilis problemata nonnulla proponamus, nempe quæ generalia sunt, omnibúsque syderabus, tam erraticis quam fixis communi; hæc autem problemata Trigonometræ quidem erunt facilia, Trigonometriæ vero ignaro difficillima.

PROPOSITIO X.

Problema.

Linea meridianæ inventio.

Suppositis iis quæ iam in Geographiâ, de Sphæra diximus. circulum meridianum vocamus circulum maximum Sphæræ, per verticem, & per polos mundi transeuntem, cuius exactam quærimus cum horizontali plano sectionem. praxis communis est, pareturr plánum horizontale, perfecte æquilibratum, quod ope libellæ diligenter examinandum est. in eo ad angulos rectos excitetur stylus pedalis, & Sole lucente matutinis



horis notetur vmbræ extremitas F, per quam ex pede styli A describetur circulus, tum vespertinis horis

horis notetur punctum F, in quo vmbræ extremitas rursus eius circuli circumferentiam attigit in E, arcus EF, dividatur bifariam in C, ducatur linea A C, hanc esse meridianam contendo. si quis tamen exactam desiderat, ob circa æquinoctia hanc observationem faciat, quia tunc mutatio declinationis solis posset errorem inducere.

Demonstratio Huius praxeos fundatur in observatione communi qua Sol observatus est elevari supra horizontem vsque ad medium diem, deinde similibus decrementis descendere ad horizontem occiduum, ex quo sequitur in distantiis æqualibus à meridie, æqualiter supra horizontem elevari, & consequenter vmbras esse æquales.

Tycho brahe vtebatur stellis nunquam occidentibus; hoc ita præstare poteris, infigatur pla-

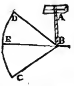


no horizontali stabili, & firmo cylindrus cuius crassities sit vnius digiti, circa illius axem voluatur Allidada instructa pinnulâ, quæ duas habeat fissuras. intervallum autem inter fissuras interceptum, sit æquale diametro cylindri, cum vna ex stellis circumpolaribus erit quam poterit maxime orientalis, moveatur Allidada, donec collimando per vtrámque fissuram tantumdem videatur stellæ radere vtrúmque limbum cylindri. tunc ducatur linea, secundum longitudinem Allidadæ, idem fiat dum stella, ad partes occiduas maxime accedet, & ducatur alia linea; angulus bis lineis comprehensus bifecetur, & habebis lineam meridianam.

Demonstratio. Petitur ab observatione, quâ stellæ circa polos circulariter moveri notatæ sunt. & æqualiter à polo recedere, ergo notatis verticalibus in quibus maxime distant a polo, per bisectionem invenitur verticalis per polum transiens, seu meridianus.

Idem habere poteris notatis punctis in quibus eadem stella oritur, & occidit, si enim duas acus, ita infigas in planum horizontale, vt dum stella occidit collimes per eas acus, ita vt linea per duas acus ducta, bifecet diametrum occidentis stellæ, expectatisque horis aliquot, donec oriatur, (sunt autem aliquæ stellæ versus Septentrionem; quæ per vnam tantum, aut alteram horam manent sub horizonte,) duas alias acus infigas, bisecando pariter arcum, invenies lineam meridianam.

Nonnulli vtuntur triangulo filari, vt verticales circulos stellarum observent. quæ omnia optima sunt, modò nihil negligatur, nam paruus error in primis Astronomiæ elementis, excrescit & augetur, potiùs adhibentur stellæ, quàm sol ob



mutationem declinationis, in solstitiis tamen tutò sole vti possumus.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Observatio elevationis poli.

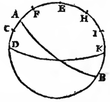
Ordo doctrinæ postulat, vt elevationem poli observemus independenter à declinatione syderum, quam ignotam esse adhuc supponimus. Elevatio autem poli, est arcus meridiani, inter polum, & horizontem interceptus, qui sine vlla declinatione cognita ex stellis circumpolaribus haberi potest. habeatur quadrans circuli divisus in suos 90 gradus, singulósque gradus in 60 minuta, cuius vt singula minuta exhibeat, radius sit quatuor, aut quinque pedum. poterit quidem esse ligneus, quia tamen lignum dum siccatur, luxatur, & incurvatur, constet Tignis crassiusculis, & eo sensu dispositis, vt nullum sit luxationis periculum. modi plurimi sunt vtendi eo instrumento, & aptandarum in eo pinnularum, nonnulli pro pinnula, in centro cylindrum, cuius diameter vnius saltem digiti infigunt, pinnulam alteram in circumferentia mobilem addunt, duabus perforatam fissuris vt per vtrámque æqualiter hinc inde videatur astrum. Sed de instrumentis aliquibus ad venandam astrorum altitudinem, iam diximus multa in tractatu Navigationis. Quia vt dixi supra instrumenta lignea luxationi sunt obnoxia, quælibet autem vel minima luxatio, poterit facile errorem aliquorum minutorum inducere; ideo cuprea præferuntur, in quibus accuratiùs divisiones possunt exarari.

Tali instrumentô supra lineam meridianam, propositione præcedenti inventam collocatô, expectetur donec stella aliqua circumpolaris lineam meridianam attingat, eiúsque altitudo observetur diligenter, tum post 12 horas, si fuerint noctes diebus multò maiores, expectetur donec eadem stella rursus, in meridiano plano deprehendatur, & observetur eius elevatio supra horizontem, numeros graduum vtriúsque observationis in vnam summam addantur, quæ bifariàm dividatur, huius dimidium erit elevatio poli.

Demonstratio. Pendet ex motu stellarum observatô, quô circa polum spatio 24 horarum voluuntur. Sit ergo meridianus BAC, horizon KD, stella attingat meridianum in I, & instrumentô observetur, numerus graduum in arcu K I contentorum; tum expectatis 12. horis stella rursus in meridiano deprehendatur in E, observetur numeros graduum in arcu KE contentorum, iussi vt fieret summa nempe vt EF, arcus sumeretur æqua-

 lis

lis arcui KI, tum arcus FK, bifariam divideretur in H, assero punctum H esse polum, & KH, dimidiam partem arcûs KF, esse altitudinem poli.



arcus enim IH, HE sunt æquales, cum stella à polo non recedat, sed describat circulum circa illum, arcus item FE, KI assumpti sunt æquales: ergo FH, KH sunt æquales. quod erat demonstrandum.

Hæc praxis adhibetur optime extra zonam torridam, nam in aliquibus locis zonæ torridæ, nempe prope lineam æquinoctialem, stellæ meridianum bis non attingunt supra horizontem, & insuper in iis locis, cum earum altitudo modica sit periculum erit ne refractio noceat. Sed in iis locis cum Sol in vtróque solstitio elevationem magnam habeat, ad Solem dirigenda est observatio, vt dicemus postea.

COROLLARIVM.

Cognitâ elevatione poli habetur latitudo Regionis, quæ non est eadem res cum elevatione poli, quamvis illi semper adæquetur. est autem latitudo Regionis, distantia verticis alicuius regionis à circulo æquinoctiali, seu circulo æqualiter distante ab vtróque polo, qui consequenter est circulus maximus in cuius plano est terra. hunc circulum potiùs in terra quam in cœlo considerat Copernicus, nos ne confusionem pariamus eum in cœlo considerabimus. Sit ergo horizon KD, zenith E, polus H, æquator AB, erit arcus EA latitudo Regionis, & KH altitudo poli. qui sunt æquales, quia arcus EK, & HA sunt quadrantes, & consequenter æquales,& auferendo arcum EH, KH communem,restabût EA æquales. quare cum arcus CA sit quadrans circuli, subducendo altitudinem poli inventam ex 90 gradibus, reliquus erit AE, altitudo æquatoris.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Maximam solis declinationem obseruare.

Certum est ex observationibus, Solis meridianam altitudinem bis in anno æqualem esse altitudini æquinoctialis circuli, cæteris diebus aut maiorem, aut minorem esse. hoc animadverterunt Astronomi, vt nempe circa 21 Martij, altitudo meridiana solis inveniatur æqualis altitudini æquatoris, tum fiat maior per tres menses, rursúsque decrescat per alios tres donec circa 24 Septembris fiat æqualis altitudini æquinoctialis. tum fiat minor vsque ad 22 Decembris rursúsque crescat. arcus autem interceptus, inter æquatorem & Solem vocatur declinatio, possunt igitur singulis diebus observari Solis declinationes, eius altitudine meridianâ observatâ, nam subducendo elevationem Solis meridianam, ab elevatione æquatoris, vel elevationem æquatoris, ab altitudine Solis meridiana. id quod relinquitur erit declinatio. potuerunt autem observari decrementa declinationis non esse æqualia, sed circa æquatorem esse maxima, circa solstitia minora, & fere nulla per aliquos dies. sicut ergo per altitudinem meridianam Solis, quôlibet die observare possumus eius declinationem, ita circa solstitia, maximam Solis ab æquatore distantiam habere poterimus. vt si circa solstitium hybernum minimam Solis meridianam altitudinem observemus, ope quadrantis nostri, & lineæ meridianæ, relinquetur maxima Solis declinatio australis. pariter si circa solstitium æstiuum, Solis meridianas altitudines observemus, & ex omnium maxima subducamus altitudinem æquinoctialis, relinquetur declinatio borealis. hæ declinationes semper inventæ sunt æquales, ita vt tantum, Sol recedat ad austrum, ab æquatore. quantum recedit ad boream.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

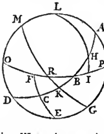
Cuiuscúmque syderis declinationem obseruare.

Eô ferè modô, quô solis declinationes observavimus, omnium fixarum immò & planetarum declinationem observare licebit. nempe observando cum ad planum meridianum, venerint eorum altitudinem meridianam, quâ demptâ ab altitudine æquatoris, si eâ minor fuerit, restabit declinatio australis, vel subtrahendo altitudinem æquatoris ab ea, si maior fuerit, reliqua erit declinatio borealis. & hoc quoties stellæ inveniuntur inter verticem B, & horizontem australem, si vero sint inter zenith, & horizontem ex parte Septentrionali, (loquor in hæmisphærio nostro adhuc distinguendum est, vel enim eius elevatio maior est elevatione poli; tunc complementum elevationis stellæ adde latitudini, & habebitur eius declinatio, vt si stellæ elevatio fuerit EK maior altitudine polari KH, complementum eius addatur latitudini, resultabit declinatio borealis EA. Si verò minor fuerit altitudine poli qualis est KI, hæc addatur elevationi æquinoctialis quæ est BK, & habebitur declinatio BI. quare si erigatur planum verticale supra lineam meridianam inventam, & cum stellæ illud attigeret earum altitudinem obverses, habebitur facile omnium declinatio.

Possumus item extra meridianum tam Solis, quam syderum declinationem invenire. observa simul verticalem in quo versatur sidus vna cum eius elevatione supra horizontem.

Verticales autem voco circulos eos, qui in zenith conveniunt, ducuntúrque ad singulos gradus horizontis. hos observabis si planum verticale excites supra planum horizontale, ita vt collineando secundum eius superficiem detegas Astrum, angulus quem communis sectio istius plani cum linea meridiana faciet, est is qui denotat angulum verticalis huius cum meridiano. Sit ergo sydus in H, inveniatúrque eius elevatio HI, & consequenter eius complementum HL,

HL. polo item obſervati arcum I P, ſeu angulum HLA. quare in triangulo Sphærico AHL, eognoſcitur



noſcitur latus HL complementum elevationis ſyderis, latus AL, complementum elevationis poli, & angulus H L A. ergo cognoſcetur baſis A H, quæ ſi fuerit minor quadrante; eius defectus à quadrante erit declinatio ſyderis; ſi ſuperet quadrantem, eius exceſſus ſupra quadrantem, erit pariter declinatio ſyderis. Poteris item ſyderum declinationem obſervare, modò ſcias tempus quod intercedit donec ad meridianum pertingant. hoc tempus haberi poteſt aliis rationibus, vt ſi pendulum habeas, tempus enim illud, eſt menſura anguli LAH. quare in triangulo HAL, cognitis lateribus, & angulo cognoſcetur latus A H, ex quo habebitur declinatio.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Quomodo concludatur Solem in Eclyptica circulo nempe maximo ad æquinoctialem inclinato moveri.

Duplicem iam obſervavimus in Sole motum primum communem omnibus ſyderibus, vi cuius ſingulis 24 horis fertur ab ortu, in occaſum, & ſuam revolutionem abſolvit: ſed ab eo motu nempe vt communi abſtrahere licet, nam ſi illum tantum motum haberet, nobis eamdem cœli partem ſemper occultaret, & eum ea æqualiter moveretur, ita vt quocúmque tempore duceretur linea à terra ad Solem, ſive in oriente, ſive in occidente, ſive in meridie poſitum, hæc linea inquam ad eamdem ſtellam, aut partem cœli pertingeret.

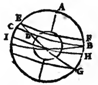
Hunc motum ne conſideremus ampliùs, ſed tantum eas partes cœli quibus reſpondet, aut quas nobis occultat, iam invenimus proprium aliquem in Sole motum vi obſervationum poſitarum, nempe ad Auſtrum, & ad boream, occultat enim nobis partes Auſtraliores æquinoctialis 24 Septembris, ad 21 Martij, tum borealiores à 21 Martij ad 24 Septembris. ſed quæritur, an motu proprio (abſtrahimus enim ut iam dixi à motu diurno) feratur directè à Septentrione, ad Auſtrum, & ab Auſtro ad Septentrionem, ſeu an partes cœli quas ſucceſſive nobis occultat ſint directè diſpoſitæ à Septentrione, in Auſtrum, an verò obliquè, ſi nulla alia ſuppeteret obſervatio, quam quæ ſuperiùs allatæ ſunt; facile ſuſpicaremur directè ferri in Septentrionem & Auſtrum.

Sed obſervatum fuit, & obſervari à quolibet poteſt. ſi ſtella aliqua vno tempore hora ante Solis ortum, oriatur poſt 15. dies duabus horis ante Solem orietur. & poſt 30 dies tribus horis, & ita conſequenter ſingulis menſibus duæ horæ adjiciantur. Ex quo ſequitur aut ſtellas motu proprio ad occidentem ferri, aut Solem potiùs verſus orientem moveri, nam certum eſt. quod ſucceſſive alias, atque alias partes orientaliores nobis occultet. cum autem ſtellæ eumdem ſemper ordinem inter ſe ſervent, ſatiùs eſt hunc motum, Soli tribuere. Sol igitur movetur motu qui ad orientem procedat, & qui modò, ad Auſtrum modo ad Septentrionem declinet, ita vt declinatio Septentrionalis æqualis ſit declinationi auſtrali. Ex quo ſequitur, quòd moveri non poteſt per circulum minorem, nullus enim circulus minor in Sphæra fingi poteſt, qui tantum declinet, ad Auſtrum, quantum declinat ad Septentrionem, in punctis oppoſitis, ſunt autem puncta oppoſita, quia ſi dum Sol eſt in vno Tropico, verbi gratia æſtivo, obſerves, quantum ſtella aliqua verbi gratia lucida Arietis eum antecedat, ſeu ſit occidentalior ſint verbi gratia 3 horæ, addendæ erunt aliæ horæ 12. cum invenietur in Tropico Capricorni. Explico meam mentem Ægyptij clepſydris vſi ſunt, vt motum Solis metirentur, ſupponamus nos talibus Clepſydris tempus metiri, aut ſi velimus æquiorem menſuram, & automaton adhibere etiam ſuo pendulo inſtructum, quod à meridie, horas, & minuta indicet, & die ſolſtitij æſtivi, dum apparebit lucida Arietis, eius elevatio obſervetur, vna cum azimuto, ſeu verticali in quo invenitur, ex quibus facilè deducemus circulum horarium illius ſtellæ, vt docebimus infrà independenter ab his. ſcimus per horologium circulum horarium Solis; ſciemus ergo quantum ſtella antecedat Solem, ponamus duabus horis. dico quod ſi fiat eadem obſervatio in ſolſtitio Hyemali invenietur eadem ſtella antecedere Solis horarium circulum horis 8.

Idem exquiſitius præſtabimus, ſi primò ſeligamus 4 aut quinque ſtellas, & ope noſtri horologij automati obſervemus quantum diſtent ab invicem, earum meridiani, quod facile erit, ſi notemus tempus quô tranſeunt per meridianum: cum ergo tempore ſolſtitij vna illarum per meridianum tranſit, ſciemus ex horologio horam Solis, & quantum diſtet meridianus, ſeu circulus horarius Solis, à circulo horario in quo eſt ea quæ tranſit per meridianum. ita operatio evadet facilior, & extra aleam refractionis. Concludam ex his Solis horarium in vtróque ſolſtitio differre 12 horis, ergo opponi ſemicirculo, Sol item habet in his duobus locis declinationes æquales, & oppoſitas: ergo conſtat ex his obſervationibus puncta ſolſtitialia diametraliter opponi. non ergo Sol movetur in circulo minore.

Item ſi hoc modo Solis in æquinoctiali exiſtentis meridianus obſervetur, vel vtendo eadem ſtella, vel alia quâlibet, notabitur hic circulus horarius differre quadrante integro, à meridiano ſeu coluro ſolſtitiorum. quare non potuit alius, quam maximus circulus aſſumi ad explicandum Solis motum proprium, qui ab æquatore declinaret gradibus $23\frac{1}{2}$ quanta eſt maxima Solis declinatio. hôc autem ſemel conſtitutô, ita reſponderunt elongationes in longitudinem, declinationibus ſibi convenientibus, vt nulli hactenus dubium

bium fuerit Solem motu proprio, circulum maximum describere ; hoc est vt intelligant Tyrones, si notarentur partea cœli stelliferi quas Sol successive occultat intra annum, illæ omnea in circulum dispositæ essent, qui per medias illas constellationes Zodiacum componentes transiret, & ad æquinoctialem inclinaretur gradibus $23\frac{1}{2}$. Ex quo concludo vnicô motu Solis proprio, per Zodiaci medium, seu per Eclypticam. explicari vtrúmque phænomenon, & quod Sol modò ad Austrum, modò ad boream declinet, & quòd mutet suam longitudinem, seu quod ad orientales partes semper feratur. Sit enim æquator H I eius



polus A, intelligatur alius circulus ad æquatorem obliquus E G, cuius maxima elongatio, seu declinatio sit arcus H F aut I E graduum $23\frac{1}{2}$, & consequenter eius poli, distent totidem gradibus à polo mundi A. & supponatur Sol in consequentia ferri ex G in E, clarissimum est primò declinationem mutari, & excrescere hinc inde in 23 gradus cum dimidio. Secundò notatâ aliquâ parte determinatâ, verbi gratiâ stellâ, fieri continuò orientaliorem. Suppositâ autem declinatione, & ascensione recta, seu differentia in circulis horariis, ita omnia quadrare videntur, vt nulla vnquam ab Astronomis notata sit differentia. quare ex iis observationibus concluserunt solem motv proprio, moveri in plano circuli maximi, ad æquatorem gradibus $23\frac{1}{2}$ inclinati, ita vt ab eius plano nunquam digrediatur, sed nobis occultet semper aliquem gradum illius circuli in firmamento descripti. In hoc circulo notanda præcipue sunt puncta in quibus intersecat æquatorem, quæ sunt duo, nempe sectio verna, seu initium Arietis, & sectio autumnalis, seu initium Libræ. puncta item ab his distantia gradibus 90 sunt puncta solstitialia, quæ maximam habent declinationem. hunc circulum in duodecim partes dividunt Astronomi, quas signa vocant, quæ habent nomina constellationum.

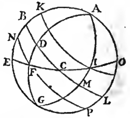
Sunt Aries, Taurus Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

PROPOSITIO XV.

Problema,

Solis declinationem ad singulos gradus Eclypticæ supputare.

Quoniam vt diximus circulus sub quo Sol movetur, ad æquinoctialem obliquus est, illius gradus singuli variam sortiuntur declinationem, seu inæqualiter ab æquinoctiali distant. hæc distantia sumitur in circulo per polos mundi transeunte. vtile autem erit si tabulam construamus in qua habeamus ad manum declinationem singulorum graduum Eclypticæ. neque opus erit nisi supputatione vnius quadrantis ; cùm gradus hinc inde, à sectionibus æqualiter distantes, æqualem habeant declinationem. quia nempe in triangulis etiam Sphæricis, si duo triangula habeant duos angulos æquales, alterum alteri, & latus vni angulo oppositum æquale, reliqua latera habebunt æqualia. Sit ergo datus arcus Eclyp-



ticæ C I, ducatúrque per punctum I, circulus AIMG, per polos mundi transiens, quæritur declinatio I M. triangulum M C I, est rectangulum in puncto M, cum circulus A I M, per polos æquinoctialis transeat. cognoscitur item angulus ICM, cuius mensura est arcus OL, maxima declinatio Eclypticæ iam inventa, nempe graduum $23\frac{1}{2}$ fiat ergo, vt sinus totus

Ad sinum arcus Eclypticæ CI,
Ita sinus anguli $23\frac{1}{2}$.
Ad sinum declinationis quæsitæ.

Si per logarithmos operari velis, scribe in scheda logarithmum sinus $23\frac{1}{2}$. hunc adde successive logarithmis singulorum arcuum vsque ad 90. subtrahendo logarithmum sinus totius, quæ subtractio fiet abiecta prima vnitate ad sinistram ;] habebis logarithmos arcuum declinationis in singulos gradus vnius quadrantis. & quia vt dixi puncta æqualiter distantia à sectionibus, æqualem habent declinationem, & eiusdem rationis ; si in eodem hæmisphærio boreali, aut australi inveniantur ; diversæ rationis si in diverso hæmisphærio inveniantur, sufficiet vnus quadrans Eclypticæ. intelligo nempe quod initium Tauri, & initium Virginis eamdem declinationem habeant borealem, quod primus gradus Virginis exactus, & 29 Arietis, pariter eamdem declinationem sortiantur. pariter initium Scorpij, & initium Piscium æqualem habeant priori; sed australem.

Ex his vides primo artificium tabulæ, quæ invenitur inferiùs, & quomodo facta sit. habet autem gradus Eclypticæ descendentes, qui pertinent ad signa in fronte tabulæ notata. ascendentes gradus qui habentur in vltima columna, pertinéntque ad gradus signorum in calce notatorum. vsus facilis est, si enim velis poteris ope istius tabulæ cognito gradu Eclypticæ que Sol aliquo tempore occupat, assignare eius declinationem, vel cognita declinatione, scire & determinare locum Solis in Eclyptica.

PROP.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Quolibet die obseruare locum solis in Eclyptica.

Obseruetur (*per 11. huius*) declinatio solis, nempe ex altitudine meridiana solis subtrahe altitudinem eleuationis æquatoris, vel altitudinem meridianam solis subtrahe, ab altitudine æquinoctialis; habebis declinationem solis. cum hac declinatione consule tabulam declinationum, & quære declinationem obseruatam, in medio tabulæ, tunc è regione in gradibus, vel descendentibus, vel ascendentibus inuenies locum solis in Eclyptica.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Ascensionem rectam singulorum graduum Eclypticæ supputare.

Solem in circulo ad æquinoctialem obliquo moueri iam diximus suprà, & in eo motu, duas proprietates considerauimus, nempe quòd feratur in Austrum, & boream, seu declinationes varias habeat; quod præstabimus penultima propositione. secunda proprietas erit, quod in orientem tendat, & quia oblique, inæqualiter, etiam incedit. vt ergo sciamus quantum ad orientem processerit, motum obliquum, ad circulum directè ad occidentem protensum reducimus. Ascensio igitur recta alicuius puncti Eclypticæ, est punctum circuli æquinoctialis, simul cum eo oriens in ea regione, quæ subiacet æquatori, cuius nempe horizon transit per polos mundi. & quia circulus meridianus, immò & omnes circuli horarij, sunt horizontes respectu alicuius regionis, in æquatore positæ, punctum illud quod ascensionem rectam vocamus, simul inuenietur in omnibus circulis horariis cum puncto Eclypticæ sibi correspondente.

Sit ergo propositus gradus Zodiaci I, per quem describatur circulus A I M, secans æquatorem in puncto M, supponitur ergo cognitus arcus VI, & quæritur arcus CM.

Fiat vt sinus totus
Ad sinum anguli ICM, seu arcus LO,
Ita tangens hypothenusæ IC,
Ad tangentem arcus M C, hæc ex Trigonometria clara sunt.

Quare si in scheda scribas logarithmum sinûs maxima declinationis Eclypticæ, eúmque addas logarithmis tangentium singulorum graduum quadrantis subtrahendo ex summa logarithmum sinûs totius, quæ subtractio fit abjiciendo primam vnitatem ad sinistram, intra vnam horam habebis ascensiones rectam primi quadrantis. & ex ea si bene consideres ascensionem rectam Eclypticæ. nam si primus gradus Tauri habeat verbi gratia 27 grados ascensionis rectæ. initium Virginis habebit 180 minuta 27. quare subtrahendo singulos arcus ascensionis rectæ, primi quadrantis habemur Ascensiones rectæ secundi quadrantis. pariter addendo ascensiones rectas primi quadrantis semicirculo, seo huic numero 180. habentur ascensiones rectæ, tertij quadrantis. & auferendo denique ascensiones rectas primi quadrantis ex 360. habentur ascensiones rectæ quarti quadrantis.

In quo notare potes in primo & tertio quadrante, plures gradus esse in arcu Eclypticæ, quam in ascensione recta ipsi respondente. in secundo autem plures gradus esse ascensionis rectæ, quam in arcu Eclypticæ, computatis arcubus ab initio Arietis, quod est initium omnis numerationis, tam in æquinoctiali quam in Eclyptica.

Ex hoc sequitur quod aliqua signa integra, ascensionem rectam habeant, vel maiorem vel minorem, 30 gradibus. hoc est quod ducendo duos circulos horarios, vnum per initium alicuius signi, alterum per finem eiusdem signi, hi circuli in æquinoctiali, vel plures vel pauciores gradus, quam triginta abscindant, & quia æquinoctialis est mensura temporis, eò quòd ad orientem & occidentem directè protendatur, aliqua signa minus quam duas horas impendent vt ascendant, supra horizontem, in Sphæra recta, & consequenter per meridianum transeant, & hæc signa rectè ascendere dicuntur. alia vero plusquam duas horas, quæ oblique ascendent.

Vsus istius tabulæ optimus est, vt cognitô punctô zodiaci quod in meridiano, aut circulo quolibet horario inuenitur, definias punctum æquatoris quod est in eodem circulo horario, immò & in quolibet alio, item possis assignare circulos horarios, in quibus quilibet gradus Eclypticæ reperitur.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Angulum Eclypticæ, & meridiani inuenire.

In triangulo superiùs proposito nempe IMC, restabat etiam angulus MIC cognoscendus, qui nobis in decursu non erit inutilis, præcipue vero in solaribus Eclypsibus supputandis. certum autem est quod Eclyptica cum meridiano varios comprehendit angulos. nam cum initium arietis est in meridiano, angulum comprehendit ex parte orientali, boreali; & illi oppositum in parte australi occidentali minorem rectò, nempe graduum $66\frac{1}{2}$. æqualem complemento maximæ declinationis Eclypticæ. & duos alios oppositos maiores rectò, nempe orientalem australem, & occidentalem borealem graduum $113\frac{1}{2}$. sufficit autem notare angulum acutum. hic angulus in solstitiis rectus est. quare à solstitio hyemali ad arietem, decrescit à nonaginta gradibus ad $66\frac{1}{2}$. tum ab ariete ad solstitium æstiuum crescit, & fit rectus, & hoc eo modo quo dixi. a solstitio æstivo, ad hyemale angulus acutus fit ex parte occidentali boreali, & orientali. decrescitque à solstitio æstivo ad æquinoctium, & ab æquinoctio ad solstitium hyemale rursus crescit. Ita vt sufficiat supputare vnum quadrantem, ita autem cum exhibebimus per Trigonometriam, supponitur data longitudo CI.

Fiat vt sinus totus
Ad sinum hypothenusæ CI,

Ita tangens anguli ICM, seu arcûs OI
Ad tangentem anguli MIC

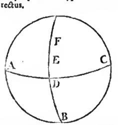
Quare si in scheda describas logarithmum graduum 23½, eumque addas logarithmis tangentium, singulorum graduum quadrantis, subtrahendo semper sinum totum, quod facile fiet abiectâ scilicet primâ vnitate ad sinistram, habebis logarithmum tangentis anguli prædicti pro singulis gradibus vnius quadrantis, & consequenter ex dictis, cognitò gradu Eclypticæ culminante, hoc est meridianum attingente, cognosces angulum Eclypticæ & meridiani. tabulam in fine huius libri reieci.

PROPOSITIO XIX.

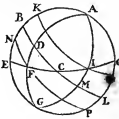
Problema.

Distantiam nonagesimi, à meridiano inuestigare.

Vt videatur vtilitas præcedentis tabulæ, propositionem hanc subiicio. vtilem præsertim in Eclypsibus solaribus, quam vt expliceam suppono, medietatem Eclypticæ omni tempore esse supra horizontem, alteramque esse infra horizontem, cum enim vt vidimus tam Eclyptica, quam horizon sint circuli maximi, se bifariam interfecabunt ex Theodosio quare si semicirculum Eclypticæ supra horizontem bifariam feces, habebis duos quadrantes, eritque diuisionis punctum gradus nonagesimus ab intersectione vtraque horizontis & Eclypticæ dico quod si à puncto illo nonagesimo, ducas circulum verticalem, is erit vt patet ad horizontem rectus, cum per eius polum transeat, addo insuper eum esse rectum ad Eclypticam. Sit enim horizon A B C zenith punctum E Eclyptica A D C. sitque semicirculus A D C bifariam diuisus in D, ducatur ex puncto E circulus verticalis E D B, fiunt duo triangula rectangula in B, quorum anguli A, & C sunt etiam æquales; & latera AD, DC ex suppositione:ergo vt vidimus in trigon. anguli in D æquales erunt & recti; ergo arcus BDE vlterius productus per polum Eclypticæ transit cum ad eam sit rectus.



Datô autem angulo quem comprehendit Eclyptica cum meridiano, facile cognoscetur distantia gradûs nonagesimi à meridiano. Sit enim meridianus AB, Eclyptica OCE;& sciatur quisnam gradus Eclypticæ attingat meridianom, sitque aliquis gradus Capricorni,Aquarij, Piscium, Arietis, Tauri, aut Geminorom, certum est qood angulus acutus cadet ad partes boreales orientales, ergo nonagesimus orientalior est meridiano. supponamus cognosci angulum A O C, & punctum I esse nonagesimum quæritur arcus OI. Primò supponitur cognosci gradus O, hoc est gradus Eclypticæ qui meridianum attingit, illius grados habebitur declioatio, quæ addita alt tudini æquinoctialis, si borealis fuerit, vel subtracta si australis,exhibet eleuationem illius gradûs, & eius complementum O A, supponitur enim A esse zenith in hoc exemplo. in triangulo ergo rectangulo OIA, cognoscitur hypothenusa A O, & ope tabulæ superioris angulus AOI, quæritur arcus OI, fiat vt sinus totus.



Ad sinom complementi anguli AOI
Ita tangens hypothenusæ AO
Ad tangentem lateris OI

Quare scies quisnam gradus Eclypticæ sit nonagesimus. & addendo nonaginta gradus nempe arcum D C, scies quisnam gradus Eclypticæ oriatur.

Si velis in triangulo OIA inquirere latus A I, cognoscetur eius complementum,quod erit mensura anguli quem Eclyptica cum horizonte comprehendit.

Quando solstitialia puncta sunt in meridiano, tunc nonagesimus gradus erit in ipso meridiano.

Si aliquis gradus signorum Cancri, Leonis, Virginis, Libræ, Scorpij, Arcitenentis fuerit in meridiano nonagesimus erit occidentalior meridiano.

Æqualem angulum Eclyptica comprehendit, cum omnibus circulis horariis, cum idem eius punctum transit per eos circulos. hoc est si gradu primo Arietis occupante meridianum, angulus Eclypticæ cum eodem meridiano fuerit graduum 66½. gradu primo Arietis occupante circulum horæ primæ, pariter Eclyptica cum circulo horæ primæ angulum comprehendet graduum 66½.

PROPOSITIO XX.

Problema.

De differentia Ascensionali.

Differentia ascensionalis, est differentia inter ascensionem rectam, alicuius gradus Eclypticæ, aut puncti cæli cuius cognoscitur declinatio & asceosionem obliquam eiusdem; seu est arcus interceptus, inter punctum æquatoris oriens in sphæra recta,cum puncto cœli & punctum æquatoris oriens cum eodem in sphæra obliqua. quò autem maior est obliquitas sphæræ, eò maior est ista differentia cæteris paribus, volo igitur esse cognitam obliquitatem sphæræ, seu latitudinem illius regionis pro qua quæritur talis differentia ascensionalis, cognosci item declinationem puncti cuius quæritur differentia ascensionalis. fiat

Vt

Vt sinus totos
Ad tangentem elevationis poli
Ita tangens declinationis
Ad sinum differentiæ ascensionalis.

Sit enim punctum I oriens, & horizon OE, & C, sit illud punctum quod eum eo oritur in Sphæra obliquâ. ex polo A, ducatur circulus horarius AIM, punctum M, erit ascensio recta eiusdem puncti I. supponitur autem cognita declinatio M I. quare per Trigonometriam habebitur arcus MC, eo modô quô diximus. differentia ascensionalis puncti I. eôdem modô invenitur, ascensio obliqua puncti F, modò habeatur elevatio poli, & declinatio FD.

Potest facillime fieri tabula differentiarum ascensionalium pro singulis elevationibus. si enim scribas in scheda logarithmum tangentis elevationis poli; eúmque addas tangentibus singulorum graduum declinationis incipiẽdo ab vnitate, auferendo logarithmum sinus totius, quod exequeris abjiciendo primam vnitatem ad sinistram; habebis logarithmos sinuum differentiarum ascensionalium, respondentes singulis gradibus declinationis.

Vt ex differentiis ascensionalibus habeas ascensiones obliquas primò singulorum graduum Eclypticæ. si gradus Eclypticæ est in hæmisphærio australi, & elevatio poli borealis, adde differentiam ascensionalem eius ascensioni rectæ, vt habeas ascensionem eius obliquam; vides enim in figura, si punctum I oriatur, eius ascensionem rectam esse M & obliquam C. adde igitur arcum MC, vt invenias punctum illud C, cum procedendum sit versus orientem, seu in consequentia. Si gradus Eclypticæ foret in hæmisphærio boreali, & pariter latitudo regionis borealis, subtrahe differentiam ascensionalem, ex ascensione rectâ, vt habeas ascensionem obliquam. vt si punctum F oriatur, cuius ascensio recta, erit punctum D, subtrahe arcum C D, vt habeas punctum C, ascensionem eius obliquam.

Contrarium observandum est, vt habeas descensionem obliquam, voco autem descensionem obliquam, alicuius puncti Eclypticæ, gradum æquatoris, occidens simul cum eo, quod etiam intelligendum de quolibet Astro, aut puncto cœli. si fuerit gradus Eclypticæ, cuius quæritur descensio obliqua in hæmisphærio australi, & latitudo borealis. subtrahe differentiam ascensionalem, ex ascensione eius rectâ, vt habeas descensionem rectâ, si fuerit in hæmisphærio boreali, & latitudo borealis, adde differentiam ascensionalem ascensioni rectæ, vt habeas descensionem obliquam.

Notandum autem punctum illud cœli, nullam habere ascensionalem differentiam cuius declinatio maior fuerit complemento elevationis poli. quia illud punctum aut non orietur, si declinatio eius, fuerit in alio hæmisphærio, quam polus conspicuus, aut non occidet, seu non attinget horizontem, si fuerit in eodem hæmisphærio cum polo conspicuo.

Nam si habeat maiorem declinationem australem quam HI elevatio æquinoctialis, quæ est æqualis complemento elevationis poli, non assurget supra horizontem. pariter si fuerit declinatio maior quam K L, complementum elevationis poli, punctum illud non attinget horizontem. atque adeo non orietur, aut occidet.

Ex quibus sequitur cum maxima Eclypticæ declinatio sit graduum $23\frac{1}{2}$; in omni latitudine minori 66 gradibus cum dimidio; quotidie Sol orietur & occidet. si verò latitudo fuerit maior, eius complementum minus erit, maxima declinatione Eclypticæ, atque adeo Sol aliquando habebit maiorem declinationem, quam sit complementum elevationis poli, quare eo die non occidet, & in opposita declinatione non orietur.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Propositâ latitudine maiori 66 gradibus cum dimidio, inuenire gradus Eclypticæ, qui nunquam occidant in data latitudine, item eos qui nunquam oriantur.

Sit proposita latitudo regionis graduum 70. quæruntur gradus Eclypticæ qui nunquam occidant in dicta latitudine. item ij qui nunquam oriantur.

Quære complementum latitudinis eritque graduum 20. quicúmque gradus Eclypticæ habebit declinationem borealem, maiorem gradibus 20. in latitudine boreali graduum 70. nunquam occidet. quære ergo in tabula declinationum qui gradus Eclypticæ tantam habeant declinationem borealem inveniésque initium Geminorum, & initium Leonis habere declinationem 20 graduum, quare ab initio Geminorum ad initium Leonis, seu per duos menses Sol non occidet in iis regionibus. Et quia initium Arcitenentis, & aquarij æqualem habent australem declinationem, Sol non orietur, ab initio Arcitenentis ad initium Aquarij hoc est per duos integros menses.

Ex hoc vides quod sub polis, vbi complementum elevationis poli est 0, vbi Sol habuerit declinationem vnius minuti, per hanc regulam non occidet, si fuerit in eodem hæmisphærio, cum polo conspicuo, nempe eius declinatio superabit complementum elevationis poli; & dum erit in opposito hæmisphærio, non orietur.

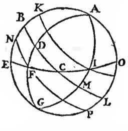
PROPOSITIO XXII.

Problema.

Arcum semidiurnum cuiuslibet gradus Eclypticæ in data latitudine inuenire.

Certum est quod in æquinoctiis arcus semidiurnus sit horarum sex, cum enim æquinoctialis sit circulus maximus, sicut & horizon; se bifariàm intersecabunt, atque adeò semicirculus æquinoctialis erit supra horizontem. quare Sol percurrens semicirculum æquinoctialis erit supra horizontem, arcus igitur diurnus erit semicirculus, seu graduum 180. & semidiurnus, seu ab ortu solis meridianum erit graduum 90. differentia ascensionalis est excessus, vel defectus arcûs semidiurni à 90 gradibus. hoc est si arcus semidiurnus sit maior 90 gradibus, excessus ille erit æqualis differentiæ ascensionali, si fuerit minor defectus pariter æquabitur differentiæ ascensionali. Sint enim poli A & G, æquator C D, Sol oriatur in F, & motu primi mobilis delatus

percurrat parallelum FN, eritque arcus F N arcus ſemidiurnus, vel ſi cum arcum velis ſumere in æquinoctiali, erit arcus DB, ille arcus quem percurret punctum D æquinoctialis, ſeu aſcenſio recta puncti F, interea dum Sol percurret arcum FN, in ſuo parallelo, ſunt autem arcus DB, & FN ſimiles ex Theodoſio. arcus autem DB, minor eſt quadrante, deficitque ab eo, arcu DC, quæ eſt differentia aſcenſionalis.



Sit modò parallelus borealis IK, erit IK arcus ſemidiurnus, cui ſimilis eſt arcus M B. nam Sole exiſtente in I, eius aſcenſio recta eſt in M, & quando Sol motu primi mobilis raptus, eo die percurret arcum I K, punctum M percurret arcum MB, eritque in B; nam punctum aſceuſionis rectæ, invenitur ſimul cum gradu ſibi correſpondente iu omnibus circulis horariis, arcus autem MB ſuperat quadrautem BC, arcu M C, ſeu differentia aſcenſionali puncti I.

Ex his primò percipis rationem cur in Sphæra recta, hoc eſt ſub æquinoctiali circulo, perpetuum ſit æquinoctium, cum enim ibi nulla poſſit eſſe differentia aſcenſionalis; arcus ſemidiurni, nec excedunt 90 gradus, nec deficiunt. quia nempe horizon ibi coincidit cum circulo ſextæ horæ, atque adeo Sol ſemper oritur hora ſexta, & ſemper occidit hora ſexta.

Quod dixi de Sole exiſtente iu variis Eclypticæ ſuæ gradibus, idem intelligendum eſt de ſtellis. in Sphæra recta omnes manent per 12. horas ſupra horizontem, & per 12. infra horizontem.

Ex his facilè ad ſingulas latitudines compones tabulam arcuum ſemidiurnorum, pro ſingulis gradibus Eclypticæ, ſubtrahendo in ſemicirculo auſtrali differentiam aſcenſionalem ex 90 gradibus, & in ſemicirculo boreali addendo differentiam aſcenſionalem gradibus 90.

Hôc arcu ſemidiurnô in horas mutatô, mutatur autem in horas dividendo numerum graduum per 15, habebis horas, & ſi ſint gradus aliqui reſidui, multiplicabis hunc numerum per 4. habebiſque minuta prima horæ. ſi adhæreant gradibus minuta prima graduum, divide numerum minutorum per 15. & quotiens dabit minuta prima horaria. ſi reſidua ſint aliqua minuta gradus, ea multiplica per 4 & habebis minuta ſecunda.

Ex his colligere potes totam luminis diſtributionem ab his duobus principiis pendere, nempe ab obliquitate horizontis, & declinatione Solis, provt enim horizon eſt magis obliquus, fiunt differentiæ aſcenſionales maiores, & pariter declinatio maior, maiorem efficit differētiam aſcenſionalē.

Arcus ſeminocturnus habetur ſi ex 12 horis arcum ſemidiurnum auferas, arcus diurnus ſi duplices ſemidiurnum. Arcus nocturnus ſi duplices ſeminocturnum.

Arcus ſemidiurnus indicat qua hora ſol occidit.

Arcus ſeminocturnus quá hora Sol oritur.

Ortum ſolis numerando Italice indicat arcus nocturnus.

Occaſus Solis poſt ortum, indicatur per arcum diurnum more Babylonico.

Meridiem poſt Solis occaſum, ſeu Italicem, indicat arcus ſemidiurnus ex 24 horis detractus.

Mediam noctem Italice indicat arcus ſeminocturnus.

Meridiē Babylonice indicat arcus ſemidiurnus.

Mediam noctem Babylonice indicat arcus ſeminocturnus ex horis 24 detractus.

Ex hora Aſtronomicâ data poſt mediam noctem, detrahatur arcus ſeminocturnus, additis 24. ſi ſubtractio fieri non poteſt; relinquetur hora ab ortu Solis v.g ſit propoſita hora 8. & arcus ſeminocturnus ſit 5 horarum. ex 8 aufer 5. reſtant 3. igitur erit tertia ab ortu. ſit v.g data hora 3. poſt mediam noctem adde 24 fient 27. ex quibus ſi auferas 5. reſtabunt 22.

Idem arcus ſeminocturnus auferatur ex horis à meridie, additis prius 12. relinquetur hora ab ortu, vt ſi horæ tertiæ à meridie addas 12; fient 15. aufer 5. relinquuntur 10. hora ſcilicet ab ortu.

Horæ verò à media nocte adde Solum arcum ſeminocturnum. pariter ſi horis ab ortu addas arcum ſeminocturnum fient horæ à media nocte, & abiectis 12. fiunt horæ à meridie. ſimiliter ſi arcus ſeminocturnus detrahatur ab hora ab occaſu, fit hora à media nocte. & detrahendo 12 hora à meridie. Si arcus nocturnus adjiciatur horæ ab ortu fit hora ab occaſu.

Denique ſi arcus nocturnus detrahatur ex horis ab occaſu fit hora ab ortu.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Sol quotidie percurrit ſenſibiliter parallelum qui tranſit per gradum Eclypticæ. ſub quo exiſtit initio illius diei.

Quamvis motus Solis realis & phyſicus, compoſitus nempe ex motu diurno, quo fertur ab oriente ab occaſum, & quaſi rapitur, & ex motu proprio, quo retrocedit per Eclypticam, aliáſque illius partes nobis occultat, ſit ſpiralis, licet tamen nobis hunc motum in duos motus partiri, immò neceſſario nobis id faciendum erit; quamdiu enim manemus in hoc motu ſpirali nihil, vnquam intelligemus, nec demonſtrare poterimus. ita enim ſe implicant iſtæ ſpiræ, vt nullius apparentiæ rationem reddere poſſimus. vbi vero iſtos motus in ſuas claſſes diſtribuerimus; omnium phænomenon rationem facile reddemus. ideóque non dubito quin duo ſint principia diſtincta horum motuum. Si enim ab vnico principio oritur ſolis motus, non tantum irregularitates innumeras continet, ſed inordinatus, & abſonus erit. vbi verò hæc diſtinctio admittetur; regularitatem ſummam habere videbitur. hoc iam ſæpius inculcavi; philoſophi enim, qui intelligentiam tantum volunt per motus ſpirales hos motus peragi exiſtimant, ad ſingula quæſita quæ fieri poſſunt haber, cur ſpiræ verbi

verbi gratia aliquæ aliis sint laxiores, nihil respondere possunt, nisi quia sic placitum. cum aliæ explicationes miras afferant circuli proprietates.

Primo igitur ostendo motum, hunc compositum spiralem esse. ponamus enim æquinoctialem LB Eclypticam OE. sit Sol in puncto C arietis. si solum motum raptus haberet, & ab eodem puncto Eclypticæ non digrederetur percurreret circulum æquinoctialem LB, & simul cum initio arietis moveretur ex C in B, sed interea dum punctū arietis movetur ex C in B, Sol motu proprio retrocessit secundum Eclypticam ex C in I, ita vt nobis occultet punctum I, sed cum punctum C, arietis erit in B, I attinget punctum K. quare motus realis solis non fuit per æquinoctialem C B, nec per parallelum IK, sed per lineam spiralem, & id quod ostendi in prima revolutione de secunda, tertia, cæterisque intelligendum est.

Quamvis hoc ita se habeat, quia intra 24. horas non mutatur notabiliter solis declinatio, cum maxima mutatio sit tantum 24 minutorum. si inter æquinoctialem CB, & Tropicum tot concipiantur circuli æquatori paralleli quot dies; illæ spiræ quas realiter Sol percurrit ita sunt dispositæ, vt initium primæ sit in æquatore, initium secundæ in secundo parallelo & ita deinceps. quare cum paralleli illi sint valde vicini, illæ etiam spiræ à parallelis non multum differunt, idcóque paralleli ipsi pro spiris assumi possunt.

Notandum autem est, quòd solis motus per spiras prædictas, seu ad sensum per parallelos, est aliquantò tardior motu primi mobilis & fixarum; eò quòd sit compositus, ex motu primi mobilis ab ortu, in occasum & ex motu sub Eclyptica ab occasū in ortum, qui priori sic adversatur, vt retrocedat 58 minutis in singulos dies; & intra annum circuló integrô, hoc est stellæ fixæ 336. revolutiones perficiunt dum Sol 365 absolvit.

Ex his vides rationem cur communiter in determinanda diei artificialis magnitudine, vtamur parallelis, quasi Sol totô die eidem insisteret, quamvis recedat ab eodem, sed ita parum sensibiliter, vt iter vnius diei pro parallelo assumi possit.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Assignatur ratio omnium accidentium Sphæræ rectæ.

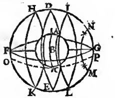
Quamvis iam multa dederimus de istis accidentibus in Geographia, ea tamen hunc tractatum supponebant, vnde ista paulò vberius, & magis scientifice hic agitabimus.

Dies naturalis, est vna solis revolutio, donec redeat, ad eundem meridiani semicirculum è quo digressus erat, impendit autem in hac revolutione peragenda horas 24. communes, visuales, & Astronomicas.

Dies autem artificialis est ea pars revolutionis solaris, quæ supra horizontem absolvitur, & consequenter à nobis videbitur.

Quamvis revolutiones solis naturales minores sint versus solstitia, quam prope æquatorem, eódem tamen tempore absolvuntur; vnde vides in supputatione diei artificialis, nos invenisse numerum graduum parallelorum, qui supra horizontem existerent. quare cum Sol in percurrendo quolibet parallelo, 24 horas impendat, tardiùs movetur dum in minoribus parallelis invenitur. neque verò hoc in Sole tantum notare potes, sed in omnibus, etiam stellis fixis, eū stella polaris quæ duobus gradibus, & 40 minutis distat à polô; non citiùs circomvoluatur, quàm spica virginis quæ prope æquinoctialem, longe maiorem circulum absolvit. immo planetæ cum apogæi sunt, & longius distant à terra, non tamen citiùs suam circumvolutionem perficiunt, quod est signum manifestum hunc motum esse communem omnibus, immò & ab eódem principio.

Sequitur ex his quod arcus diurnus artificialis, qui est maior pars sui circuli, diem faciat maiorem, quia nempe Sol in percurrendo suo parallelo semper impendit 24 horas.



In Sphæra recta perpetuum est æquinoctium, quia horizon GF, coincidit cum circulo horario, sextæ horæ, & per polos F & G transit, similiter secat ex Theodosio, æquinoctialem ED, & omnes parallelos, LI, KH, &c. sed æquinoctialem vt pote maximum circulum bifariàm secat; ergo & omnes parallelos bifariàm secabit. quod intelligendum etiam est de parallelis stellarum, quare nullæ sunt stellæ quæ non videantur, & intra 24 horas supra horizontem 12 horis maneant; nullæ quæ non occidant.

Secundò cum Sol 21 Martij, & 24 Septembris æquinoctialem circulum percurrat, & æquinoctialis per eorum verticem transeat iis diebus Sol meridie erit verticalis.

Tertiò Sol a 21 Martij, ab eorum vertice D digreditur versus boream, nempe polum F, donec recesserit 23 gradibus cum dimidio in H, tùm redit, & 24 Sept. rursus fit illis verticalis meridie. tū recedit singulis diebus magis & magis versus Austrū.

Quartò vmbræ fiunt meridie australes, cum Sol borealis est, boreales cum est ad Austrum, perpendiculares, cum æquatorem percurrit.

Quintò possunt dici habere duplicem hyemem nempe in solstitiis, & duas æstates cum Sol illis fit perpendicularis in solstitiis.

Sextò vtrúmque polum vident, in horizonte scilicèt positum.

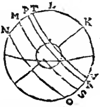
PROPOSITIO XXV.

Theorema.

De Accidentibus Sphæræ obliquæ.

In Sphæra obliquâ in qua nempe vnus polorum supra horizontem elevatur, & alter delitescit. accidit æquinoctium circa 21 Martij, & 24 Septembris, Sole motu diurno illis diebus æquinoctialem circulum AB percurrente, qui cum sit circulus maximus ab horizonte CD bifariam se-

catur. in eo igitur inter alia differt Sphæra obliqua, à recta, quod hæc perpetuum habeat æquino-



ctium, hæc vero duos tantum dies habeat æquales noctibus. 2. In Sphæra obliqua boreali, in quâ nempe polus borealis K conſpicuus eſt, ſeu ſupra horizontem, dies longiſſima eſt circa 21 Iunij, nempe dum Sol percurrit Tropicum Cancri VT, quia nempe arcus diurnus ſupra horizontem conſpicuus, maior eſt arcu nocturno, ſub horizonte deliteſcente.

Pariter 22 Decembris dies eſt breviſſima, eò quod arcus nocturnus paralleli ON ſuperet diurnum, creſcunt igitur dies à 22 Decembris, ad 22. Iunij decreſcunt à 22, Iunij ad 22 Decembris. & à 21 Martij, ad 24 Septembris, dies ſunt longiores noctibus, a 24 Septembris ad 21 Martij, dies ſunt breviores noctibus. hoc autem totum oritur ex obliquitate Eclypticæ & quod ſol declinet ad boream, cum percurrit Eclypticæ ſemicirculum borealem, tum declinationem habeat auſtralem, cum verſatur in Eclypticæ ſemicirculo auſtrali.

In Sphæra obliqua dantur duo dies æquales, ij nempe qui æqualiter à ſolſtitio diſtant. quia nempe quilibet parallelus verbi gratia PR, Eclypticam in duobus punctis ſecat.

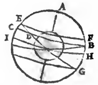
Dies qualibet in Sphæra obliqua boreali, æqualis eſt nocti Sphæræ auſtralis oppoſitæ, ſeu nocti quam habent antipodes. quia nempe eundem habent horizontem: & arcus nocturnus vnius, eſt diurnus alterius.

In quâlibet Sphæra in æquinoctiis Sol oritur, & occidit in puncto æqualiter diſtante à meridie; & media nocte à 21 Martij ad 24 Septembris, Sol oritur in puncto magis boreali, reliquis temporibus in puncto magis auſtrali.

In Sphærâ obliquâ cuius latitudo ſuperat 23 gradus cum dimidio, Sol nunquam fit verticalis, non enim vnquam extra Tropicos egreditur, vnam habent æſtatem, & hyemem.

In omni Sphæra obliqua polus vnus ſupra horizontem attollitur, ſtellæ aliquæ nunquam oriuntur, aliæ nunquam occidunt.

Quò maior eſt latitudo, eo dies æſtivi fiunt longiores, & hyemales fiunt breviores.



Qui zenith habent intra Tropicum, & æquatorem bis in anno Solem habent verticalem: duas vt plurimum æſtates, duas hyemes inæquales tamen.

In Sphæra obliqua cuius latitudo ſuperat grad. $66\frac{1}{2}$. Alteruter Tropicorũ horizontem non attingit, atque adeo Sol eum Tropicum percurrens per totum diem erit ſupra horizontem, vt ſi horizon ſit IB, Tropicus EF. Aliquando hæc dies continua plures menſes perſeverare poteſt, ſi nempe plures paralleli horizontem non attingant.

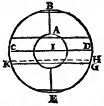
Sicut in pluribus parallelis Sol non occidit, ita etiam in oppoſitis Sol non apparebit ſupra horizontem, vt vides parallelum G, & alios multos eſſe infra horizontem.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

De Sphæra parallela.

Sphæra parallela, illa eſt diſpoſitio in qua polus æquatoris, & zenith concurrunt, atque adeò horizon, & æquator ſunt vnus idémque circulus.



vt ſi circulus CD vicem horizontis, & æquatoris obeat, & cùm Eclypticæ ſemicirculus declinet ab æquatore, ad boream; invenietur totus ſupra horizontem, & ſemicirculus oppoſitus infra horizontem deliteſcet. quare cum Sol ſex menſes impendat in percurrendo vno Eclypticæ ſemicirculo; per 6 menſes erit ſupra horizontem, & per 6 menſes infra horizontem.

Intra 24 horas Sol deſcribet parallelum æquinoctiali, & conſequenter parallelum horizonti, vnde ſi ſtylus plano horizontali infigatur ſingulis diebus vmbræ extremitas circulum deſcribet.

Dies erit ſex menſium, nox pariter ſex menſium; ſed crepuſcula erunt hinc inde ferè duorũ menſiũ.

Quæ ſtellæ aliquando videntur, ſemper ſunt ſupra horizontem, quæ ſunt ſub horizonte, nunquam oriuntur.

Quamvis iſtæ proprietates oriantur ex motu ſolis ſupra explicato, proportione tamen reliquis planetis conveniunt. vt Luna per 15 dies erit ſupra horizontem, & per 15 dies infra. ſi Sol ſit infra horizontem ſemper in plenilunio Luna erit ſupra horizontem. pariter Saturnus per 15 annos continuos erit ſupra horizontem, & per 15 annos infra. niſi retrogradatio aliquid efficiat.

PROPOSITIO XXVII.

De Amplitudine ortiua.

Puncta veri ortûs, & occaſûs ſunt ea puncta horizontis in quibus Sol oritur, & occidit tempore æquinoctij. ea autem æqualiter diſtant à meridiano hoc eſt inde gradibus 90. in iis punctis æquator

æquator secat horizontem, & consequenter in iis Sol tempore æquinoctiorum oritur, extra verò æquinoctia,in aliis punctis oritur,pro vt maiorem, aut minorem habet declinationem. differentia inter ortum Solis,& punctũ veri ortûs vocatur amplitudo ortiva,estque veluti declinatio,non sumpta secundum circulum horarium, sed sumpta secundum horizontem, mutatur secundum maiorem aut minorem inclinationem horizontis ad circulos horarios. quare cum in Sphæra recta,horizon coincidat cum circulo horæ sextæ,amplitudo ortiva non differt à declinatione.duplex igitur est amplitudo ortiva borealis,& australis.vt si horizon sit OE æquator CD,& Sol percurrat parallelum borealem IK,orietur in puncto I,& amplitudo ortiva erit arcus IC;pariter Sole percurrente parallelum australem P N, australis amplitudo ortiva erit CF.

Ita habebitur amplitudo ortiva. fiat

Vt sinus complementi elevationis poli
Ad sinum totum
Ita sinus declinationis Solis
Ad sinum amplitudinis ortivæ.

Nam in triangulo rectangulo CIM, per Trigonometriam S. hætic.am, ita est sinus anguli ICM, cuius mensu a LO complementum altitudinis poli,EB,ad sinum lateris MI, seu declinationis;vt sinus totus anguli recti M,ad sinum arcus CI, hoc est amplitudinis ortivæ.

Quare si in schedasetibus logarithmum sinûs complementi elevationis poli, & eum continue subtrahas ex logarithmis sinuum declinationis, quibus subintelliges additum esse logarithmum sinûs totius, quæ additio sit additâ vnitate initio logarithmi; habebis facile logarithmos omnium amplitudinum ortivarum. sufficiet autem id præstare pro borealibus, nam australes æquales sunt borealibus.

Si operari velis per sinus sine logarithmis, ad vitandam divisionem rettahendus erit sinus totus, in primum locum. quod fiet facile eo quod sinus totos sit medius proportionalis inter sinum complementi & secantem arcus. fiat ergo

Vt sinus totus
Ad secantem elevationis poli
Ita sinus declinationis
Ad sinum amplitudinis ortivæ.

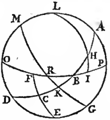
Notandum autem non tantum graduum Eclypticæ haberi hâc praxi amplitudinem ortivam,sed cuiuslibet syderis,etiam extra Tropicos positi,modò cognoscatur eius declinatio.punctum illud cœli cuius declinatio æqualis est complemento elevationis poli, oritur præcise in meridiano vel in puncto O;si habeat borealem, vel in puncto E,si australem.denique si maior fuerit declinatio complemento elevationis poli;quærenda non est amplitudo ortiva,quia aut non orietur, aut non occidet Astrum, amplitudo ortiva & occidua æquales sunt.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Cognitâ syderis declinatione,& elevatione poli, & distantia horaria à meridiano, an elevatione syderis supra horizontem Azimutum, seu verticalem eiusdem invenire.

Sit sydus aliquod in puncto H, cuius cognoscatur declinatio, & consequenter distantia à polo boreo A. nam declinatione boreali detractâ à 90



gradibus, relinquitur distantia syderis à polo boreo,vel additâ australi declinatione. vnde cognoscitur arcus AH,supponatur item cognita elevatio poli & complementum illius AL,ponatúrque cognita distantia illius horaria à meridiano, nempe angulus HAL,tria in triangulo HAL cognoscuntur, vnde non latebit angulus ALH, determinans Azimutum.

Supponatur deinde pro cognitâ distantiâ horariâ cognosci elevationem syderis H I, & consequenter complementum eius H L, in triangulo AHL, singula cognoscuntur latera, ergo pariter per Trigonometriam non latebit angulus ALH.

Secundum hanc praxin confecerunt nonnulli tabulas Azimutales,pro singulis horis, Sole percurrente parallelos singulorum signorum,qui sunt 7. & hoc ad quamlibet latitudinem, quæ tabula potest esse vtilis ad Azimutalia horologia describenda, & ad inveniendam pixidis nauticæ declinationem quôlibet tempore.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Cognitâ declinatione syderis, & horariâ à meridiano distantiâ,eius elevationem supra horizontem invenire.

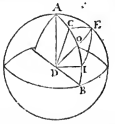
In eâdem figurâ cognita sit declinatio syderis, & vt priùs eius distantia à polo nempe arcus AH, cognoscatur item eius distantia horaria à meridiano hoc est angulus LAH,& elevatio poli,seu eius complementum AL.ex his datis facile per Trigonometriam innotescet latus H L, nempe complementum elevationis syderis.

Per hanc praxin conficiuntur à nonnullis tabulæ elevationum Solis,pro singulis horis ad initia signorum,quæ tabula erit vtilissima ad horologia nonnulla sciotherica, præcipue cylindrica, annularia, quadrantalia.

Eôdem modô, datô verticali, & distantia horaria,vnà cum elevatione poli invenitur elevatio,aut complementum eius.nam in triangulo AHL,datis angulis A L H, LAH, & latere AL, innotescet latus LH.

Ex his confici possunt tabulæ pro singulis verticalibus, quam nempe elevationem habeant puncta,in quibus secantur à circulis horariis, hæ autem elevationi complementa exhibeant angulum,quem lineæ horariæ comprehendunt cum meridiano.Sit enim verticalis circulus AB, quem secent circuli horarij

horarij EC, EO, EI. ita vt per hanc propositionem cognoscantur arcus AC,AO,AI,ducantur ex



centro D lineæ D C, D O, D I, certum est arcus prædictos esse mensuras angulorum ADC, ADO, ADI, seu angulorum quos lineæ horariæ facerent, cum linea meridiana AD, quare si in proposito pariete aliquis velit horologium describere, primò exploret quem angulum linea meridiana, cum tali verticali faciat, habeat nempe parietis declinationem. tum per Trigonometriam inveniat prædictos angulos, & seligat in pariete punctum quod assumat pro polo horologij, demissâque perpendiculo linea meridiana, ducat lineas cum eâ comprehendentes angulos inventos, & descriptum erit horologium.

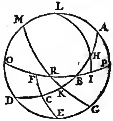
Quod dixi de inventione Azimuti, ex elevatione syderis, intelligendum est de depressione syderis infra horizontem, ex quibus facile crepusculorum doctrinam absolvemus.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

De Crepusculis, & Aurora.

Crepusculum est tempus illud quod intercedit inter ortum, aut occasum Solis, & primum, aut vltimum lucis fulgorem. experientia enim quotidiana compertum est, vbi Sol horizontem subierit non propterea statim tenebras obscuriores incipere, sed sensim lucem desinere, & languescere. non expendo rationem physicam huius phænomeni, de qua iam aliàs. non enim refractioni tribuenda est, sed reflexioni, cum athmosphærâ vndique tellus circumdetur, athmosphæra autem constet halitibus, & corpusculis non lævigatis, sed scabris. quamdiu hæc pars Athmosphæræ, quæ à nobis videbitur à Sole illuminatur remittit aliquos lucis radios, non quidem ordinatos alioquin Solem ipsum reflexe videremus, sed inordinatos, quales nempe à corporibus scabris remitti solent. Observatum item est ab Astronomis, dubiam illam lucem perdurare donec Sol obtinuerit infra horizontem, gradum depressionis decimum octavum, quod multis modis cognosci potest. primò quidem observanda est duratio vnius crepusculi, quæ ita habebitur. dum Sol occidit clepsydra metiri possumus tempus, vsque ad finem crepusculi. vel mane cum primus auroræ fulgor apparet, perpendiculô metiri possumus tempus quod elabitur vsque ad ortum Solis. tum quia cognoscimus horam ortûs Solis, nota fiet hora quâ incipit aurora, & ex hac nota fiet Solis depressio infra horizontem, hôc modô. Sit circulus horarius ABD, in quo Sol existit ini-



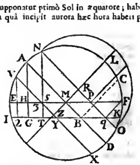
tiô auroræ, qui cognitus supponitur, nempe cognoscitur angulus BDE. supponatur Sol in punctio C, EF circulus verticalis, ductus ex nadir E. DC, distantia Solis à polo antarctico, nota erit ex declinatione Solis cognita. in triangulo igitur DCE, cognoscitur latus DC, item latus DE. complementum elevationis poli, & angulus CDE, ergo non latebit latus EC, & eius complementum CF, depressio Solis infra horizontem FB inventus autem plerúmque est arcus FC graduum 18. & in eo conveniunt Astronomi, quamvis nonnulli maiorem inveniant. puto autem rem istam præcisam esse non posse. eò quòd athmosphæra altius nonnunquam ascendat. pendet enim ex vaporibus, & exhalationibus. possumus tamen hanc depressionem supponere, nempe creperam illam lucem videri cum Sol obtinet 18 gradum. respondet enim observationibus pleiorúmque Astronomorum.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Datâ duratione crepusculi, & declinatione solis, eius depressionem infra horizontem investigare, & vicissim.

Supponatur primò Sol in æquatore; habeatur hora quâ incipit aurora hæc hora haberi potest



observando altitudinem stellæ alicuius, vt docebimus independenter ab his. Sit diameter æquatoris AD; EF diameter horizontis, erit AH, sinus elevationis Solis meridianæ, nempe arcûs AE, HG, erit sinus depressionis Solis infra horizontem, nam IK, supponitur esse diameter circuli Almicantarath in quo Sol existit initiô auroræ, & Sol esse in B, eritque

qoe M B, finus durationis crepusculi in gradus conversæ, clarissimum autem est ita esse A M, ad MB; vt AH, ad HG, fiat ergo

Vt sinus totus AM,

Ad sinum durationis crepusculi MB,

Ita sinus complementi elevat. poli seu A H,

Ad sinum H G, depressionis solis infra horizontem.

Si Sol fuerit extra æquatorem v.g. in parallelo cuius diameter NO, erit NR, sinus totus in eo parallelo: RP, sinus differentiæ ascensionalis, seu sinus excessûs, arcûs semidiurni supra 6 horas; linea Rq, erit sinus differentiæ temporis quô incipit aurora à sexta hora: aufer sinum PR, ex sinu Rq, restabit linea Pq. adde sinum PR, sinui toti RN. vides autem ita esse NP, ad Pq, vt NS, ad ST, vt autem NP ad Pq, in parallelo, ita similes sinus in æquinoctiali. Igitur fiat vt aggregatum ex sinu toto, & sinu differentiæ ascensionalis, ad reliquum ex sinu arcûs initij auroræ sumpti à sexta hora, subtracto sinu differentiæ ascensionalis,

Ita NS, sinus elevationis meridianæ solis in eo parallelo

Ad G H, sinum depressionis solis initio auroræ in signis borealibus.

In parallelo denique australi VX, auferatur ex radio VZ, linea Z 3. quæ est sinus differentiæ ascensionalis, tum eidem lineæ 3 Z addatur linea ZY, quæ est sinus arcûs, quô aurora incipit ante sextam. si non incipit ante sextam auferatur sinus illius arcus, qui deest ad hoc vt incipiat hora sexta, à sinu differentiæ ascensionalis, & sic habebitur linea 3Y fiat

Vt linea V3,

Ad lineam 3Z,

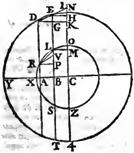
Ita VS sinus elevationis solis meridianæ

Ad S2, sinum depressionis solis infra horizontem initio crepusculi.

Cùm sæpiùs & diversis diebus facta fuerit observatio, si semper eveniat vt incipiat aurora sole 18 gradus infra horizontem depresso, deinceps regula generalis constitui poterit, incipere auroram, sole gradum decimum octavum infra horizontem obtinente. & per propositam analogiam supputari tabula integra crepusculorum. pro singulis parallelis, & singulis latitudinibus.

LEMMA I.

Si in diametro circuli sumantur duæ lineæ æquales, inæqualiter à centro distantes, excitentúrque per eorum extrema perpendiculares, quæ vicinior centro arcum minorem subtendet.



Sumantur duæ lineæ æquales AB, BC, inæqualiter à centro C distantes, ducantúrque perpendiculares AD, BE, CN dico arcum DE maiorem esse arcu EN, ducantur perpendiculares DG, HE, producatúrque DE, in I.

Dem. (*per* 3. 6) ita erit DE, ad EI, sicut DG ad GK, sed DG, GK æquales sunt cum AB, BC supponantur æquales: ergo DE, EI æquales erunt. cũ autẽ angulus H rectus sit angulus ENH erit acutus, & ENI obtusus, ergo linea EI, maior erit quam EN, ergo DE, maior est quam E N, & consequenter arcus D E, maior erit quàm EN.

PROPOSITIO XXXII.

Sole existente in duobus gradibus Eclyptica æqualiter ab eodem solstitio distantibus crepuscula sunt æqualia.

Idem parallelus transit per duo puncta, æqualiter ab eodem solstitio distantia, ergo vnicus eius arcus inter horizontem, & Almicantarath 18 intercipietur. vnde eamdem esse crepusculi durationem necesse est.

LEMMA II.

Si in diametris circulorum concentricorum, excitentur perpendiculares hæ abscindent in minori circulo arcum maiorem, seu plurium graduum.

Excitentur perpendiculares BE, CN, dico arcum LO esse maiorem arcu EN.

Demonstr. Linea LM est sinus arcûs LO, & EH, sinus arcus EN, & cum sint æquales maior est ratio sinus LM, ad radium minorem CO, quam sinus EH ad radium NC; ergo arcus LO, maior est quam vt sit similis arcui EN. Vel facilius, si duceretur recta C L quæ ducta non est, hæc abscinderet in vtróque circulo arcus similes, sed in maiori abscinderet arcum maiorem quam EN, ergo arcus L O, maior est quam vt sit similis arcui EN.

Secundò eódem modô ostendam plures gradus esse in RO, quam in DN, sicut in SZ, plures quam in T4, igitur pauciores restabunt gradus in RAS, quam in DYT. vnde angulus RLS insistens arcui RXS pauciorum grad. minor erit quam DEG, & consequenter angulus E D G, minor erit angulo L R P, fiat igitur angulus P R V æqualis angulo EDG, erit linea RV æqualis lineæ DE, ergo linea RL, maior erit quam DE, sed si æqualis esset arcus tamen RL, maior esset quam vt similis esset arcui DE, ergo moltò maior erit arcus RL, quàm vt sit similis arcui DE, quod erat demonstrandum.

Idem sequitur etiam si circuli sint separati si lineæ perpendiculares ducantur in vtróque æqualiter à centro distantes.

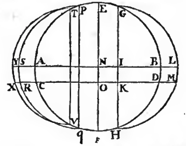
PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

In Sphæra recta minimum crepusculum erit Sole æquatorem percurrente, & in gradibus æqualiter ab æquinoctio remotis æqualia sunt. & maiora in gradibus ab æquatore remotioribus.

Sit horizontis diameter A B, & Almicantarath 18 infra horizontem sit diameter C D, in plano scilicet meridiano. diameter æquatoris sit EF, diameter paralleli cuiuslibet GH, & intelligantur perpendiculares ad planum meridianum excitatæ in punctis N & O, quas repræsentavimus per N B.

OD, hæ in æquatore arcum crepusculinum abscindent æqualem arcui BD: intelligantur, & aliæ,



excitatæ in punctis I & K, quas exhibuimus per lineas IL, KM, hæ pariter abscindent in parallelo cuius diameter GH arcum æqualem arcui LM, sed (*per lemma secundum*) arcus L M plures gradus continet quam BD, & cum Sol tantum temporis impendat, in percurrendo vno grado paralleli, quantum in percurrendo gradu æquatoris, plus temporis insumet in arcu LM, quam in arcu DB, ergo crepusculum minus durabit in æquatore, quam in parallelo.

Cum autem paralleli GH, Pq, supponantur æquales, ostendam facile arcus SR LM, esse æquales & similes; atque adeò durationem crepusculi in vtróque parallelo æqualem esse.

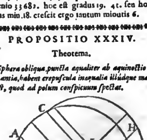
Denique parallelus T V, magis distet ab æquatore quam P q, erit etiam minor, ergo arcus YX plures gradus continebit, quam S R, & consequenter duratio crepusculi maior erit.

Coroll. Sequitur in Sphæra recta crepusculum esse grad. 18. die æquinoctij nempe horæ vnius, & minut. 12. cum autem in solstitio paralleli radios ad sinum totum se habeat vt 91706. ad 100000. & sinus 18 graduum sit 30901. dicendum erit si 91706 dant 30901. quid dabunt 100000. & invenio 33682. hoc est gradus 19. 41. seu horæ vnius min. 18. crescit ergo tantum minutis 6.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

In Sphæra obliqua, puncta æqualiter ab æquinoctio distantia, habent crepuscula inæqualia illúdque maius est, quod ad polum conspicuum spectat.



Sint in Sphæra obliqua, paralleli æque distantes ab æquatore, atque adeò æquales, quorum diametri AB, CD, sintque ipsi paralleli CHD, AMB, sit horizontis diameter OP, & qR diameter Almicantarath 18. eritque EF in diametro CD determinans crepusculum, sicut KS, determinat crepusculum in A B, item erit arcus GH arcus crepusculi, sicut M N, quod facile concipitur, si semicirculi CHD, AMB, intelligantur consistere ad rectos angulos, ad planum meridianum, & lineæ E H, F G; KM, SN, ad idem planum esse erectæ. sed (*per lemma primum*) arcus GH maior est, arcu MN, cum linea EF, magis distet à centro I quam KS, à centro L: ergo in parallelo, ad polum conspicuum vergente crepuscula sunt maiora, quam in parallelo, æque remoto pertinente ad polum non conspicuum. quod erat demonstr.

Coroll. In toto hæmisphærio spectante ad polum conspicuum, crepuscula sunt maiora quam in æquatore, eò quòd, & paralleli sint minores, & lineæ substratæ arcui crepusculino magis recedant, à suo centro.

At in hæmisphærio pertinente ad polum non conspicuum non semper maius est, quia licèt sit circulus minor, atque adeò illi ex eo capite debeat cæteris paribus respondere arcus maior, potest id compensari, ex eo quod linea substrata arcui crepusculino minùs distet à centro paralleli, quam in æquatore distet ab eius centro.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

In Sphæra obliqua, paralleli ad polum conspicuum spectantes quò remotiores sunt ab æquatore, eò crepusculum maius habent, modò horizontem secent.

Parallelus TV, sit remotior ab æquatore, quàm parallelus CD, & vterque ad polum conspicuum vergat; dico in parallelo TV maius esse crepusculum, tum quia linea crepusculo subtensa nempe TV, remotior est à centro, quàm EF; tum quia parallelus est minor; quæ sunt duæ rationes superiùs allatæ.

Ex hoc concludes, in latitudine boreali, maximum crepusculum esse, Sole Tropicum Cancri percurrente, in latitudine pariter australi, Tropicum Capricorni sibi maximũ crepusculũ vẽdicare.

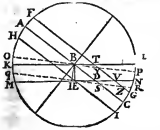
PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

In maiori latitudine, cæteris paribus maius est crepusculum.

Sit æquatoris diameter A C, parallelorum diametri FG, HI diameter horizontis KL, & paralleli crepusculini sit M N; sit item horizon OP nempe borealior sitq; QR parallelus 18. dico in omni parallelo maius esse crepusculũ respondens horizonti magis obliquo, nempe OP, ducatur ex puncto B linea BI perpendicularis ad QR, & BE perpendicularis ad MN. quæ duæ lineæ erunt æquales, certum est autem angulum PBS, & illi alternum BSI esse minorem angulo LBD, aut BDE, est autem in triangulo BIS. ratio BI, ad BS, vt sinus anguli BSI ad sinum totum; & in triangulo BED, ratio BE ad BD

BD erit vt finus anguli BDE. ad finum totum, fed maior eft ratio finus maioris nempe maioris anguli, BDS. quam minoris ad finum totum, igitur BE maiorem habet rationem ad BD, quam BI, feu



eadem B E, funt enim æquales ad BS igitur (*per* 95) BS maior eft quam BD. quare cum BS linea fubftrata crepufculo æquinoctiali, in horizonte OP magis obliquo, maior eft lineâ BD fubftrata crepufculo in horizonte KL, & confequenter crepufculum in horizonte obliquo maius erit.

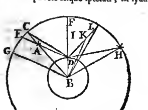
In parallelo FG, lineâ TV æqualis eft lineæ BD, & YZ lineæ BS. eft ergo YZ maior quàm TV, fed etiam magis recedit à centro, ergo per primum lemma, arcus crepufculi ipfi refpondens maior erit. Idem eodem modò oftendi poteft in parallelo HI. ergo in horizonte magis obliquo crepufcula maiora funt.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

De parallaxi.

Parallaxis eft differentia inter locum in quo videretur aftrum è centro terræ, fi terra effet diaphana, & locum vifum eiufdem fyderis è fuperficiei terræ puncto aliquo fpectati, fit fydus A,



centrum terræ B, è quo refpiciatur fydus A, optimè projicietur in C, eritque C locus verus iam fpectetur idem aftrum ex puncto D fuperficiei terræ, refpiciaturque per lineam DAE, erit E locus eius vifus hæc erit communis explicatio, nihilominus attente confideranti paulò diuerfa explicatione indiget, nam fi cœlum ipfum ftelliferum haberet proportionem aliquam fenfibilem cum terra, & diameter terræ, cum diametro firmamenti, etiam ftellæ fixæ, in ipfa firmamenti fuperficie pofitæ fuam paterentur parallaxin ponamus enim ftellam effe in H, & fpectari è puncto B, videbitur diftare à puncto I fecundum angulum IBH, & ex D fpectata fecundum angulum FDH, fed (*per* 16.1. *Eucl.*) angulus FDH maior eft interno FBH; ergo magis videbitur diftare à zenith F, ei qui eft in puncto D, quam ei qui eft in puncto B. immò à fe inuicem ftellæ magis & minus diftare viderentur quare fecundum hanc confiderationem parallaxis eft differentia inter angulum quò aftrum diftare videtur à zenit ei qui eft in centro terræ, & angulum quò videtur diftare ab eodem zenith ei qui eft in fuperficie: feu eft differentia inter angulum ADF, & angulum ABF. & (*cum per* 32.) angulus externus ADF, æqualis fit duobus internis ABD, BAD, angulus BAD, erit hæc differentia.

Coroll. cum femper angulus qui fit, in puncto fuperficiei terræ fit maior eo, qui fit in centro, aftrum magis diftare videbitur à vertice ei qui eft in fuperficie, quam ei qui verfaretur in centro. diftare autem à zenith eft deprimi verfus horizontem, ergo refpectu oculi in fuperficie terræ pofiti aftrum vi parallaxis deprimitur. Et cum omnia metiamur in ordine ad zenith. prima & præcipua confideratio parallaxis fit in circulo verticali licet refundatur etiam in longitudinem, latitudinem, declinationem & afcenfionem rectam, quas explicabimus fuò locò.

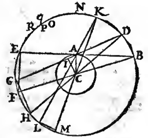
Coroll. fecundum, fydus vertici incumbens, vt in puncto I, nullam patitur parallaxin, quia nempe lineæ à fuperficiei puncto D, & à centro terræ B ductæ coocurrunt, & vnam lineam efficiunt.

PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

Parallaxis horizontalis omnium maxima eft.

Sit fydus in puncto B horizontis fenfibilis, & confequenter angulus ABC, fit parallaxis horizontalis fupponatur idem aftrum in puncto D, in eadem à centro terræ diftantia, & angulus ADC, fit eius parallaxis, dico angulum ABC, maiorem effe angulo ADC, producantur lineæ DA, DC, BA BC in E, F, G, H, iunganturque lineæ EF, GH: & CI perpendicularis ad D. demonftratio cum linea IC minor fit linea AC, linea EB magis diftabit à centro, & (*per* 15. 3.) minor erit quare fegmentum EFB, maior erit fe-



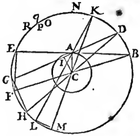
gmento GHD, & angulus F, minor angulo H; & cum anguli E, & G in femicirculo fint recti

angulus B erit maior angulo D quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

Parallaxis propior vertici cæteris paribus minor est.



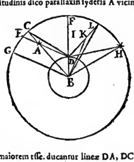
Sit Astrum in puncto K, sitque vicinius vertitici quam in puncto D. dico eius parallaxin minorem esse hoc est angulum K, minorem esse angulo D. productis enim lineis KA, KC in L & M, & iuncta linea LM. ostendam lineam KAL minus distare à centro C, quam DG, & consequenter maiorem esse. ideoque segmentum LMK, minus esse segmento GHD, & angulum H minorem esse angulo M, & cum anguli L & G in semicirculo sint recti erit angulus K minor angulo D.

PROPOSITIO. XXXX.

Theorema.

Sydus terræ vicinius maiorem patitur parallaxin.

Sint duo sydera A & C in eadem lineâ CB veræ altitudinis dico parallaxin syderis A vicinioris



terræ maiorem esse. ducantur lineæ DA, DC. erit angulus DAB parallaxis syderis A, & angulus C parallaxis syderis B: sed(*per* 16.1.) angulus DAB, maior est angulo C: ergo parallaxis syderis A maior est.

Ostendam pariter si duo astra K & L sint in eâdem lineâ DL, altitudinis visi; parallaxin DKB syderis vicinioris terræ maiorem esse parallaxi DLB, syderis remotioris: ergo cæteris paribus sydus terræ vicinius maiorem patitur parallaxin.

Vix parallaxium quantitas innotescere potest, nisi motibus constitutis quare vlteriorem earum tractationem, necessariò differendam censuimus, in genere tamen dicere possumus in sole negligi tutò posse parallaxin. cum dimidiatum minutum vix excedat. sed de his exactiùs suô locô.

PROPOSITIO XXXXI.

Theorema.

De refractione.

Refractio est deuiatio à lineâ rectâ, radij luminosi ob inæqualem duorum mediorum densitatem quamvis enim lumen propagetur per lineam rectam, si accidat vt à medio rariori in densius incurrat, aut vicissim, à cœptô itinere deflectit. Huius refractionis naturam Explicuimus in dioptrica. Astronomica refractio, leges refractionis communis obseruat, cum fundetur in iisdem principiis: nam circa terram funditur aër vapidus, nempe vaporibus, & exhalationibus plurimis densior factus, quàm sit purissimus æther, aut aër à terris remotior, dum ergo lumen syderum transit ab æthere, in athmosphæram, si oblique incidat, refractionem patitur, ex quo fit vt astrum, non appareat in eo loco in quo apparere deberet vt si intelligatur circa terram athmosphæra in quam radius luminis incidat obliquè, hic radius qui rectà procedere deberet, frangitur versus perpendicularem, ita vt propagetur lumen per vltimum radium: radius igitur incurrens in oculum eôdem modô illum afficit, ac si astrũ esset in linea vltimo productâ, apparet igitur astrũ magis eleuatum ex quibus sequentia corollaria deducere possumus.

Coroll. primum refractio Astronomica sydus attollit, hoc est illud exhibet cum minori distantia, à zenith quam reuera habeat nempe locus visus ob refractionem, altior est, quam locus verus astri: vnde vides eam intercedere differentiam inter refractionem & parallaxin, quod parallaxis deprimat astrum; & refractio illud attollat tria igitur syderis loca distinguenda sunt, locus verus, est is in quo appareret astrum oculo in terræ centro posito & ibi nulla esset refractio, quia omnis radius incideret directè in athmosphæram secundò locus visus directè, est is locus in quo apparet astrum oculo in superficie terræ suppositâ æqualitate medij. Tertiô locus visus refractè ab eo qui est in superficio terræ. Refractio autem est differentia inter hæc loca quæ consequenter duplex est, vel enim locus in quo videtur astrum comparatur cum locô vero, in quo scilicet apparet ex centro terræ, & dicitur tunc refractio simplex, vel compatatur cum loco visô ex punctô superficiei terræ & dicetur composita refractio & hic sensus est vsitatior. sit enim C locus astri visus refractè ex punctô D, superficiei terræ, quia refractio attollit sydus, altius apparet, quam apparere deberet ex D, ponamus refractionem esse semigradus apparere deberet in E quia verò parallaxis deprimit, si velimus locum verum, nempe respectu centri terræ addenda esset parallaxis, quæ si sit æqualis refractioni, restituet sydus in C, si sit maior eueher supra C, si sit minor ponet in loco minus eleuato vnde si obserues locum syderis; vt habeas verum, subtrahenda est refractio quæ nimis attollebat, addenda parallaxis quæ nimis deprimebat. E contra si locum solis verum ex tabulis habeas, vt ex eo facias visum,

fum,tolle parallaxin & adde refractionem. communiter ergo refractio est differentia inter locum visum directe, & locum visum refracte. est hæc communis eius vsurpatio.

Sydus in zenith positum nullam patitur refractionem, quia nempe eius radius, perpendicularis est, ad superficiem athmosphæræ ; atque adeò in frangi non debet. immò vltra gradum 45.& in stellis vltra vigesimum nulla est sensibilis refractio vt videbimus suo loco.

Refractio horizontalis est omnium maxima; quia tunc maximè obliquè incidit radius in athmosphæram , ergo maximam patitur refractionem cum apparet in horizonte.

Si duo sydera eandem veram altitudinem habeant, quod terræ vicinius est maiorem patietur refractionem.sint duo sydera A & C,in eadem elevatione verá,quæ refractè videantur ab oculo D, sydus A vicinius terræ,obliquiorem mittet radium AD,quam sydus C,ideóque maiorem patietur refractionem.

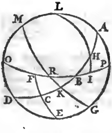
Sed hæc sufficiant,vt intelligantur termini,constituemus autem postea quantitatem refractionum,quæ constitui non possunt , nisi constitutis saltem ex parte motibus. qui tamen motus determinari possunt nullà refractionis habita ratione.

PROPOSITIO XLII.

Theorema.

De Longitudine syderum.

Explicuimus quidem suprà quid esset longitudo solis,nempe distantia eius ab initio Arietis,seu ab interfectione verna æquatoris,& Eclypticæ,& hoc in consequentia, seu ab occasu procedendo versus ortum,secundum ordinem signorum . hæc longitudo quæ sumitur in Eclyptica , est mensura omniorum aliorum motuum secundorum , seu propriorum quamvis enim cætera sydera non sint in Eclyptica, reducuntur tamen,& revocantur ad Eclypticam per circulos à polo Eclypticæ ductos. sicut enim solis locum,quamvis ab æquatore declinantem ad boream, aut ad austrum reducimus ad eumdem æquatorem, ductis circulis horariis, seu circulis ascensionum rectarum. ascensionémque rectam in ipso æquatore numeramus,ita lon-



gitudo in cœlo in Eclyptica sumitur. igitur longitudo terrestris , & ascensio recta idem fere sunt, longitudo autem cœlestis idem præstat respectu Eclypticæ quod efficit ascensio recta,aut longitudo terrestris in ordine ad æquatorem.

Sint verbi gratià poli,mundi seu æquatoris A. & D æquator GM Eclyptica OP.secan. æquatorē in puncto R. sitque illius polus L. proponatur quodcúmq; astrū H extra Eclypticam ducatur ex polo Eclypticæ L per astrum H,arcus maximi circuli LHI,secans Eclypticam in puncto I,erit punctum I eius longitudo,aut potiùs arcus RI, quod si ex polo mundi A , ducas circulum maximum AHK,erit RK eius ascensio recta,& RI.longitudo.

Hæc longitudo consideratur ab Astronomis,quia omnes motus particulares,tam planetarum,quam fixarū fiunt ferè per circulos parallelos Eclypticæ.

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

De Latitudine.

Latitudo est distantia syderis ab Eclyptica, per arcum brevissimum, vt syderis H latitudo est arcus HI. Sol nullam vnquam habet latitudinem, eò quòd Eclypticæ semper subiaceat , & ab eius planò nunquam digrediatur.cætera omnia sydera habent latitudinem , exceptis stellis fixis , si quæ præcisè in Eclyptica reperiantur.

Stellæ fixæ latitudinem semper eamdem habent, quia vi motus communis simul cum Eclyptica ipsa rapiuntur, & moventur supra polos mundi ab ortu ad occasum;atque adeò vi illius motûs,situm semper habent eundem respectu Eclypticæ. neque item vi motus proprij recedunt , aut accedunt ad Eclypticam,sed circa eius polos describunt circulos ei parallelos. Soli planetæ latitudinem habent variam,modò australem, modò borealem non tamen 6 aut 7 gradibus maiorem. vnde zodiacus non caret latitudine sicut cæteri circuli cœlestes, sed hinc inde 6 aut 7 gradus obtinet,vt omnium planetarum loca in se contineat.

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Datâ syderis Ascensione rectâ, & declinatione, & vicissim,latitudinem,& longitudinem supputare

Quia faciliùs observari possunt Ascensiones rectæ,& declinationes, quàm longitudines & latitudines,ideò communiter Astronomi ex Ascensionibus rectis & declinationibus longitudines,& latitudines eruunt.Sit ergo data Ascensio recta syderis H,scietur nempe arcus RK quem si subtrahas ex quadrante GR,restabit arcus KG , seu angulus HAP cognitus, sicut & HAL. quia autem cognoscitur declinatio KH, notum erit eius complementum H A , cognoscitur item in triangulo LAH latus AL,æqualis maximæ solis declinationi,seu distantiæ polorum æquatoris & Eclypticæ, ergo per Trigonom notum erit latus LH complementum latitudinis HI,& angulus HLA, seu arcus IP,complementum longitudinis IR.

TABVLA DECLINAtionis Eclypticæ.

GR. Eclypt.	0. 6. Aries. Libra Gr. M. Se.	1. 7. Taur. Scorp. Gr. M. Se.	2. 8. Gemin. Arc. Gr. M. Se.	
0	0. 0. 0.	11.30.11.	20.12.23.	30
1	0. 23.55.	11.51.14.	20.24.57.	29
2	0. 47.51.	12.12. 5.	20.37. 3.	28
3	1. 11.46.	12.32.46.	20.48.57.	27
4	1. 35.39.	12.44.13.	21. 0.14.	26
5	1. 59.31.	13.13.28.	21. 11.26.	25
6	2. 23.22.	13.33.30.	21.21. 6.	24
7	2. 47.10.	13.53.16.	21.32.10.	23
8	3. 10.54.	14.12.51.	21.42.10.	22
9	3. 34.38.	14.32.12.	21.51.38.	21
10	3. 58.17.	14.51.16.	22. 0.40.	20
11	4. 21.51.	15.10. 7	22. 9.18.	19
12	4. 45.24.	15.28.44.	22.17.29.	18
13	5. 8.50.	15.47. 1.	22.25.16.	17
14	5. 39.59.	16. 5. 6.	22.32.38.	16
15	5. 55.30.	16.22.52.	22.39.32.	15
16	6. 18.41.	16.40.21.	22.46. 2.	14
17	6. 41.46.	16 57.33.	21.52. 8.	13
18	7. 4.47.	17.14.19.	22.57.44.	12
19	7. 27.40.	17.31. 6.	23. 2.54.	11
20	7. 50.24.	17.47.23.	23. 7.40.	10
21	8. 13. 4.	18. 3.23.	23. 11.58.	9
22	8. 35.33.	18.19. 5.	23.15.48.	8
23	8. 58. 4.	18 34.15.	25.19. 10.	7
24	9. 20. 9.	18.49.26.	23.22. 9.	6
25	9. 42.14.	19. 4.10.	23.24.39.	5
26	10. 4 10.	19.18.30.	23.26.40.	4
27	20.25.56.	19.32.30.	23.27.39.	3
28	10.47.32.	19.46.10.	23.29. 4.	2
29	11. 8.57.	19.59.26.	23.30. 6.	1
30	11.30 11.	20.12.23.	25.30.20.	0
	Virgo Piſc. 5. 11.	Leo. Aqua. 4. 10.	cācer caper 3. 9.	GR. Eclypt.

TABVLA ANGVLORVM Eclypticæ cum meridiano.

	0. 6. Aries. Libra Gr. M.	1. 7. Taur. Scorp. Gr. Mi.	2. 8. Gemin. Arc. Gr. Mi.	
0	66. 30.	69. 21.	77. 43.	30
1	66. 30.	69. 33.	78. 5.	29
2	66. 51.	69. 45.	78. 27.	28
3	66. 52	69. 57.	78. 49.	27
4	66. 33	70. 10.	79. 12.	26
5	66. 35.	70. 23.	79. 35.	25
6	66. 37.	70. 37.	79. 58.	24
7	66. 40.	70. 51.	80. 21.	23
8	66. 42.	71. 5.	80. 45.	22
9	66. 46.	71. 20.	81. 8.	21
10	66. 49.	71. 35.	81. 32.	20
11	66. 53.	71. 50.	81. 57.	19
12	66. 57.	72. 6.	82. 21.	18
13	67. 2.	72. 22.	82. 45.	17
14	67. 6.	72. 38.	83. 10.	16
15	67. 13.	72. 55.	83. 35.	15
16	67. 19.	73. 12.	84. 0.	14
17	67. 26.	73. 29.	84. 25.	13
18	67. 33.	73. 47.	84. 50.	12
19	67. 40.	74. 5.	85. 16.	11
20	67. 47.	74. 23.	85. 41.	10
21	67. 55.	74. 42.	86. 7.	9
22	68. 3.	75. 0.	86. 32.	8
23	68. 11.	75. 20.	86. 58.	7
24	68. 20.	75. 40.	87. 24.	6
25	68. 30.	76. 0.	87. 51.	5
26	68. 40.	76. 20.	88. 17.	4
27	68. 50.	76. 41.	88. 42.	3
28	68. 59.	77. 1.	89. 8.	2
29	69. 11.	77. 22.	89. 54.	1
30	69. 22.	77. 43.	90. 0.	0
	Virgo Piſc. 5. 11.	Leo. Aqua. 4. 10.	cācer caper 3. 9.	

Hic angulus Eclypticæ cum meridiano ab initio Cancri ad initium Capricorni fit in parte Septentrionali Occidentali ab initio Capricorni ad initium Cancri in parte Septentrionali Orientali.

TABVLA

TABVLA
ASCENSIONVM RECTARVM.

Gr. Eclyp.	0. Aries fig.Gr.M.	1. Taurus fig.Gr.M.	2. Gemini fig.Gr.M	3. Cancer fig.Gr.M.	4. Leo fig.Gr.M.	5. Virgo fig.Gr.M.	6. Libra fig.Gr.M.	7. Scorp. fig.Gr.M.	8. Arciten. fig.Gr.M.	9. Caper fig.Gr.M	10. Aquar. fig.Gr.M.	11. Pisces fig.Gr.M.
0	0. 0. 0	0. 27. 54.	1. 27. 48.	3. 0. 0.	4. 2. 12.	5. 2. 6.	6. 0. 0.	6. 27. 51.	7. 27. 48.	9. 0. 0.	10. 2. 12.	11. 2. 6
1	0. 0. 55.	0. 28. 51.	1. 28. 52.	3. 1. 5.	4. 3. 14.	5. 4. 3.	6. 0. 55.	6. 28. 51.	7. 28. 51.	9. 1. 3.	10. 3. 13.	11. 3. 3.
2	0. 1. 50.	0. 29. 50.	1. 29. 54.	3. 2. 11.	4. 4. 16.	5. 4. 0.	6. 1. 50.	6. 29. 50.	7. 29. 54.	9. 2. 11.	10. 4. 16.	11. 4. 0.
3	0. 2. 45.	1. 0. 47.	2. 0. 57.	3. 3. 17.	4. 5. 18.	5. 4. 58.	6. 2. 45.	7. 0. 47.	8. 0. 57.	9. 3. 17.	10. 5. 14.	11. 4. 58.
4	0. 3. 40.	1. 1. 44.	2. 2. 0.	3. 4. 22.	4. 6. 20.	5. 5. 54.	6. 3. 40.	7. 1. 44.	8. 2. 0.	9. 4. 21.	10. 6. 20.	11. 5. 54.
5	0. 4. 35.	1. 2. 42.	2. 2. 3.	3. 5. 27.	4. 7. 22.	5. 6. 51.	6. 4. 35.	7. 2. 42.	8. 3. 3.	9. 5. 23.	10. 7. 22.	11. 6. 51.
6	0. 5. 30.	1. 3. 40.	2. 4. 6.	3. 6. 32.	4. 8. 23.	5. 7. 47.	6. 5. 30.	7. 3. 40.	8. 4. 6.	9 6. 32.	10. 8. 23.	11 7. 47
7	0. 6. 25.	1. 4. 39.	2. 5 10.	3. 7. 38.	4. 9. 25.	5. 8. 44.	6. 6. 26.	7. 4. 39.	8. 5. 10.	9. 7. 38.	10. 9. 25.	11 8. 44
8	0. 7. 21.	1. 5. 37.	2. 6. 13.	3. 8. 43.	4. 10. 26.	5. 9. 40.	6. 7. 21.	7. 5. 37.	8. 6. 23.	9. 8 43.	10. 10. 26.	11. 9. 40
9	0. 8. 16.	1. 6. 36.	2. 7. 17.	3. 9. 48.	4. 11. 27.	5. 10. 36.	6. 8. 16.	7. 6. 36.	8. 7. 17.	9. 9. 48.	10. 11. 27.	11. 10. 36
10	0. 9. 11.	1. 7. 35.	2. 8. 21.	3. 10. 53.	4. 12. 28.	5. 11. 32.	6. 9. 21.	7. 7. 35.	8. 8. 21.	9. 10. 53.	10. 12. 28.	11. 11 33
11	0. 10. 6.	1. 8. 34.	2. 9. 25.	3. 11. 58.	4. 13. 28.	5. 12. 29.	5. 10. 6.	7. 8. 34.	8. 9. 25.	9. 11. 58.	10 13 28.	11. 12. 29.
12	0. 11. 2.	1. 9. 33.	2. 10. 29.	3. 13. 3.	4. 14. 29.	5. 13. 24.	6. 11. 2.	7. 9. 33.	8. 10. 29.	9. 13. 3.	10. 14. 29.	11. 13. 24.
13	0. 11. 57.	1. 10. 32.	2. 11. 34.	3. 14. 8.	4. 15. 29.	5. 14. 20.	6. 11. 57.	7. 10. 32.	8. 11. 34.	9. 14 8.	10. 15. 29.	11. 14. 20.
14	0. 12. 53.	1. 11. 32.	2. 12. 38.	3. 15. 23.	4. 16. 29.	5. 15. 16.	6. 12. 45.	7. 11. 31.	8. 12. 38.	9. 15. 13.	10. 16. 29.	11. 15. 16.
15	0. 13. 48.	1. 12. 31.	2. 13. 43.	3. 16. 18.	4. 17. 29.	5. 16. 12.	6. 13. 48.	7. 12. 31.	8. 13. 43.	9. 16. 18.	10. 17. 29.	11. 16. 12.
16	0. 14. 44.	1. 13. 31.	2. 14. 47.	3. 17. 22.	4. 18. 28.	5. 17. 7.	6. 14. 44.	7. 13. 31.	8. 14. 47.	9. 17. 22.	10. 18. 28.	11. 17. 7.
17	0. 13. 40.	1. 14. 31.	2. 15. 52.	3. 18. 26.	4. 19. 28.	5. 18. 3.	6. 15. 40.	7. 14. 31.	8. 15. 32.	9 18. 26.	10. 19. 28.	11. 18. 3.
18	0. 16. 16.	1. 15. 31.	2. 16. 57.	3. 19. 31.	4. 20. 27.	5. 18. 58.	6. 16. 36.	7. 15. 31.	8. 16. 57.	9. 19. 31.	10. 20. 10	11. 18. 58
19	0. 17. 31.	1. 16. 32.	2. 18. 2.	3. 20. 35.	4. 21. 26.	5. 19. 54.	6. 17. 31.	7. 16. 32.	8. 18. 2.	9. 20. 35.	10. 21. 26	11. 19. 54
20	0. 18. 27.	1. 17. 32.	2. 19. 7.	3. 21. 39.	4. 22. 25.	5. 20. 49.	6. 18. 27.	7. 17. 32.	8. 19. 7.	9. 21. 39.	10. 22. 25.	11. 20. 49
21	0. 19. 24.	1. 18. 33.	2. 20. 12.	3. 22. 43.	4. 23. 24.	5. 21. 44.	6. 19. 24.	7. 18. 33.	8. 20. 12.	9. 22. 43.	10. 23. 24.	11. 21. 44
22	0. 20. 20.	1. 19. 34.	2. 21. 17.	3. 23. 47.	4. 24. 23.	5. 22. 39.	6. 20. 20.	7. 19. 34.	8 21. 27.	8. 23 47.	10. 24. 23.	11. 22. 39.
23	0. 21. 16.	1. 20. 35.	2. 22. 22.	3. 24. 50.	4. 25. 21.	5. 23. 35.	6. 21. 12.	7. 20. 35.	8 22. 22.	9. 24. 50.	10. 25. 21.	11. 23. 35.
24	0. 22. 15.	1. 21. 37.	2. 23. 28.	3. 25. 54.	4. 26. 19.	5. 24. 30.	6. 22. 13.	7. 21. 37.	8. 23. 28	9. 25. 54.	10. 26. 19.	11. 24. 30.
25	0. 23. 9.	1. 22. 38.	2. 24. 33.	3. 26. 57.	4. 27. 18.	5. 25. 25.	6. 23. 9.	7. 21. 38.	8. 24. 33.	9. 26. 57.	10. 27. 18.	11. 25. 25.
26	0. 24. 7.	1. 23. 39.	2. 25. 38.	3. 28. 0.	4. 28. 16.	5. 26. 20.	6. 24. 7.	7. 23. 39.	8. 25. 38.	9. 28. 0.	10. 28. 16.	11. 26. 19.
27	0. 25. 2.	1. 24. 42.	2. 26. 44.	3. 29. 3.	4. 29. 13.	5. 27. 15.	6. 25. 2.	7. 24. 42.	8. 26. 44.	9. 29. 3.	10. 29. 13.	11. 27. 15.
28	0. 26. 0.	1. 25. 44.	2. 27. 49.	4. 0. 6.	5. 0. 10.	5. 28. 10.	6. 26. 0.	7. 25. 44.	8. 27. 49.	10. 0. 6.	11. 0. 10.	11. 28. 10.
29	0. 26. 57.	1. 26. 46.	2. 28. 55.	4. 1. 9.	5. 1. 9.	5. 29. 5.	6. 26. 57.	7. 26. 46.	8. 28. 55.	10. 1. 9	11. 1. 9.	11. 29. 5.
30	0. 27. 54.	1. 17. 48.	3. 0. 0.	4. 2. 12.	5. 2. 6.	6. 0. 0.	6. 27. 54.	7. 27. 48.	9. 0. 0.	10. 2. 12.	11. 2. 6.	0. 0. 0.

TABVLA

TABVLA DIFFERENTIARVM ASCENSIONALIVM.

DECLINATIO	Elev. Poli 31 G. M.	32. G. M.	33. G. M.	34. G. M.	35. G. M.	36. G. M.	37. G. M.	38. G. M.	39. G. M.	40. G. M.
1	0. 36.	0. 37.	0. 39.	0. 40.	0. 42.	0. 44	0. 44.	0. 47.	0. 49.	0. 50.
2	1. 12.	1. 15.	1. 18.	1. 21.	1. 24.	1. 27.	1. 31.	1. 34.	1. 37.	1. 21.
3	1. 48.	1. 53.	1. 57.	2. 2.	2. 6	2. 11.	2. 16.	2. 21.	2. 26.	2. 31.
4	2. 24.	2. 30.	2. 36.	2. 42.	2. 48.	2. 55.	3. 2.	3. 8.	3. 13.	3. 22.
5	3. 1.	3. 8.	3. 15.	3. 23.	3. 31.	3. 39.	3. 47.	3. 35.	4. 4.	4. 13.
6	3. 37.	3. 46.	3. 55.	4. 4.	4. 13.	4. 23.	4. 33.	4. 43.	4. 53.	5. 4.
7	4. 14.	4. 24	4. 34.	4. 45.	4. 56.	5. 7.	5. 19.	5. 30.	3. 42.	5. 55.
8	4. 51.	3. 2.	5. 14.	3. 26.	5. 39.	5. 52.	6. 5.	6. 18.	6. 32.	6. 46.
9	5. 28.	5. 41.	3. 54.	6. 8.	6. 21.	6. 36.	6. 51.	7. 6.	7. 22.	7. 38.
10	6. 5.	6. 20.	6. 35.	6. 50.	7. 6.	7. 22.	7. 38.	7. 55.	8. 13.	8. 30.
11	6. 41.	6. 59.	7. 15.	7. 32.	7. 49.	8. 7.	8. 25.	8. 44.	9. 3.	9. 33.
12	7. 20.	7. 38.	7. 56.	8. 15.	8. 34.	8. 53.	9. 23.	9. 34.	9. 33.	10. 16.
13	7. 58.	8. 18.	8. 47.	8. 58.	9. 18.	9. 39.	10. 1.	10. 24.	10. 46.	11. 20.
14	8. 37.	8. 58.	9. 19.	9. 41.	10. 3.	10. 26.	10. 50.	11. 14.	11. 39.	12. 5.
15	9. 16.	9. 38.	10. 1.	10. 25.	10. 49.	11. 14.	11. 39	12. 5.	12. 32.	13. 0.
16	9. 53.	10. 19.	10. 44.	11. 9.	11. 35.	12. 2.	12. 29.	12. 57.	13. 26.	13. 55.
17	10. 33.	11. 1.	11. 27.	11. 54.	12. 22.	12. 30.	13. 19.	13. 49.	14. 20.	14. 52.
18	11. 19.	11. 43.	12. 11.	12. 40.	13. 9.	13. 39.	14. 10.	14. 42.	15. 15.	15. 49.
19	11. 56.	12. 25.	12. 55.	13. 26.	13. 57.	14. 29.	15. 2.	15. 36.	16. 11.	16. 48.
20	12. 38.	15. 9.	13. 40.	14. 13.	14. 46.	15. 20.	15. 55.	16. 31.	17. 8.	27. 47.
21	13. 20.	13. 53.	14. 26.	15. 0.	15. 36.	16. 12.	16. 49.	17. 27.	18. 7.	18. 47.
22	14. 3.	14. 37.	13. 13.	15. 49.	16. 27.	17. 5.	17. 44.	18. 24.	19. 6.	19. 49.
23	14. 47.	13. 23.	16. 0.	16. 38.	17. 17.	17. 58.	18. 39	19. 22.	20. 6	20. 52.
24	15. 31.	16. 9.	16. 48.	17. 29.	18. 10	18. 52.	19. 36.	20. 21.	21. 8.	21. 56.
25	16. 16.	16. 56.	17. 38.	18. 20.	19. 3.	19. 48.	20. 34.	21. 21.	22. 11.	23. 2.
26	17. 2.	17. 45.	18. 28.	19. 12.	19. 58.	20. 45.	21. 34.	22. 24.	23. 16.	24. 10.
27	17. 50.	18. 34	19. 19.	20. 6.	20. 54.	21. 44.	22. 35.	23. 28.	24. 22.	25. 19.
28	18. 38.	19. 24.	20. 12.	21. 1.	21. 51.	12. 43.	23. 37.	24. 33.	25. 30.	26. 30.
29	19. 27.	20. 16.	21. 6.	21. 57.	22. 50.	23. 43.	24. 41.	25. 40.	26. 40.	27. 43.
30	20. 18.	21. 9.	22. 1.	22. 53.	23. 52.	24. 48.	23. 47.	26. 49.	27. 52.	28. 59.
31	21. 10.	12. 3.	22. 58.	23. 55.	24. 53.	25. 53.	26. 55.	18. 0.	29. 7.	30. 17.
32	21. 3.	22. 59.	23. 56.	24. 36.	23. 57.	27. 0.	28. 3.	29. 13.	30. 54.	31. 31.
33	22. 58.	23. 56	24. 57.	25. 59.	27. 3.	28. 9.	29. 18.	30. 29.	31. 44.	33. 1.
34	23. 55.	24. 56.	25. 59.	27. 4.	28. 11.	29. 21.	30. 32.	31. 48.	33. 6.	34. 28.
35	24. 33.	25. 37.	26. 3.	28. 11.	29. 22.	30. 35.	31. 50.	33. 10.	34. 33.	33. 59.
36	25. 53.	27. 0.	28. 9.	29. 21.	30. 35.	31. 52.	33. 12	34. 36.	36. 2.	37. 33.
37	26. 55.	28. 5.	29. 18.	30. 32.	31. 50.	33. 12.	34. 32.	36. 4.	37. 36.	39. 13.
38	28. 0.	29. 13.	30. 29.	31. 48.	33. 20.	34. 36.	36. 4.	37. 37.	39. 15.	40. 58.
39	29. 7.	30. 23.	31. 44.	33. 6.	34. 33.	36. 2.	37. 36.	39. 15.	40. 59.	42. 49.
40	30. 17.	31. 37.	33. 2.	34. 28.	35. 59.	37 33.	39. 13.	40. 58.	42. 49.	44. 45.
41	31. 29.	32. 34.	34. 22.	35. 53.	37. 30.	39. 50.	40. 35.	42. 47.	44. 45.	46. 50.
42	32. 45.	34. 13.	33. 47.	37. 23.	39. 5.	40. 52.	42. 44.	44. 42.	46. 49.	49. 4.
43	34. 5.	35. 38.	37. 16.	38. 59.	40. 46.	42. 39.	44. 39.	46. 46.	49. 2.	51. 29.
44	35. 28.	37. 7.	38. 50.	40. 39.	42. 33.	44. 33.	46. 42.	48. 59.	31. 27.	54. 8.
45	36. 56.	38. 40.	40. 30.	42. 25.	44. 26.	46. 36.	48. 54.	51. 22.	54. 5.	57. 2.

TABVLA

TABVLA DIFFERENTIARVM ASCENSIONALIVM.

DECLINATIO

	41. G. M.	42. G. M.	43. G. M.	44. G. M.	45. G. M.	46. G. M.	47. G. M.	48. G. M.	49. G. M.	50. G. M.
1	0. 52.	0. 54.	0. 56.	0. 58.	1. 0.	1. 2.	1. 4.	1. 7.	1. 9.	1. 12.
2	1. 44.	1. 48.	1. 52.	1. 56.	2. 0.	2. 4.	2. 9.	2. 13.	2. 18.	2. 23.
3	2. 37.	2. 42.	2. 48.	2. 54.	3. 0.	3. 7.	3. 13.	3. 20.	3. 27.	3. 35.
4	3. 22.	3. 29.	3. 37.	3. 44.	4. 1.	4. 9.	4. 18.	4. 27.	4. 37.	4. 47.
5	4. 22.	4. 31.	4. 31.	4. 51.	5. 1.	5. 12.	5. 23.	5. 35.	5. 47.	5. 50.
6	5. 15.	5. 26.	5. 3[illegible]	5. 50.	6. 2.	6. 15.	6. 28.	6. 42.	6. 57.	7. 12.
7	6. 8	6. 21.	6. 34	6. 49.	7. 3.	7. 18.	7. 34	7. 50.	8. 7.	8. 25.
8	7. 1.	7. 16.	7. 31.	7. 48.	8. 5.	8. 22.	8. 30.	8. 59.	9. 18.	9. 38.
9	7. 55.	8. 12.	8. 30.	8. 48.	9. 7.	9. 26.	9. 47.	10. 8.	10. 30.	10. 53.
10	8. 49.	9. 8.	9 28.	9. 48.	10. 9.	10. 31.	10. 54.	11. 18.	11. 41.	12. 8.
11	9. 44.	10. 5.	10. 27.	10. 49.	11. 13.	11. 37.	12. 2.	12. 28.	12. 55.	13. 24.
12	10. 39.	11. 2.	11. 26.	11. 51.	12. 16.	12. 43.	13. 11.	13. 39.	14. 9.	14. 40.
13	11. 35.	12. 0.	11. 26.	12. 53.	13. 21.	13. 50.	14. 20.	14. 51.	15. 24.	15. 58.
14	12. 31.	12. 58.	13. 27.	13. 56.	14. 26.	14. 58.	15. 30.	16. 5.	16. 40.	17. 17.
15	13. 28.	13. 58.	14. 28.	15. 0.	15. 32	16. 7.	16. 42	17. 19.	17. 57.	18 39.
16	14. 26.	14. 58.	15. 31.	16. 5.	16. 40.	17. 16.	17. 54.	18. 34.	19. 16.	19. 59.
17	15. 25.	15. 59.	16. 34.	17. 10.	17. 48.	18. 27.	19. 8.	19. 51.	20. 36.	21. 22.
18	17. 24.	17. 1.	18. 38.	18. 17.	18. 58.	19. 40.	20. 23.	21. 9.	21. 57.	22. 47.
19	17. 25.	18. 4	18. 44.	19. 25.	20. 9.	20. 53.	21. 40.	21. 29.	23. 20.	24. 14.
20	18. 27.	19. 8.	19 50	20. 35.	21. 21.	22. 8.	22. 58.	23. 51.	24. 45.	25. 42.
21	19. 30.	20. 13.	20. 59.	21. 46.	22. 34.	23. 25.	24. 18.	25. 14.	26. 12.	27. 14.
22	20. 34.	21. 20.	22. 8.	22. 58.	23. 50.	24. 44.	25. 40.	26. 40.	27. 42.	28. 47.
23	21. 39.	22. 28	23. 19.	24. 12.	25. 7.	26. 5.	27. 5.	28. 8.	29. 14.	30. 23.
24	22. 46.	23. 38.	24. 32.	25. 28.	26. 26	27. 27.	28. 51.	29. 38.	30 48.	31. 3.
25	23. 55.	24. 50.	25. 47.	26. 46.	27. 48.	28. 52.	30. 0.	31. 12.	32. 26.	33. 46.
26	25. 5.	26. 3.	27. 3.	28. 6.	29. 11.	30. 20.	31. 32.	32 48.	34. 8.	33. 32.
27	26. 17.	27. 18.	28. 22.	29. 29.	30. 38.	31. 51.	33. 7.	34. 18.	35. 55.	37. 23.
28	27. 31	28. 36	29. 44.	30. 54.	32. 7.	33. 21.	34. 46.	36. 12.	37. 43.	39. 19.
29	28. 48.	29. 56.	31. 8.	31. 22.	33. 40.	35. 2.	36. 28.	38. 0.	39. 47.	41. 21.
30	30. 7.	31 19.	32. 35.	33. 53.	35. 16.	36. 43.	38. 15.	39. 33.	41 47.	43. 29.
31	31. 29.	32. 45.	34. 5.	35. 28.	36. 56.	38. 29.	39. 7.	41. 52.	43. 44.	45 44.
32	32. 54.	34 14.	33. 38.	37. 7.	38. 40.	40. 19.	42. 4.	43. 57.	45. 57.	48. 8.
33	34. 22.	35. 47.	37. 16.	38. 50.	40. 30.	41. 16.	44. 8.	46. 9.	48. 20.	50. 43.
34	35. 53.	37. 23.	38. 59.	40. 39.	41. 25.	44. 18	46. 20.	48. 31.	50. 53.	53. 30.
35	37. 30.	39. 5.	40. 46.	43. 33.	44. 26.	46. 29.	48. 40.	51. 3.	53. 40.	56. 34.
36	39. 10.	40. 52.	42. 39.	44. 33.	46. 36.	48. 48.	51. 11.	53. 48.	57. 41.	59. 59.
37	40. 55.	42. 44.	44 39	46. 41.	48. 54.	51. 17.	53. 55.	56. 49.	60. 6.	63. 46.
38	41. 47.	44. 41.	46. 46.	48. 59.	51. 22.	54. 0.	56. 48.	60. 11.	64. 0.	68. 36.
39	44. 45.	46. 49.	49. 2.	51. 27.	54. 5.	55. 57.	60. 16.	64. 4.	68. 41.	74. 49.
40	46. 50.	49. 4.	51. 29.	54. 8.	57. 2.	60. 20.	64. 8.	68. 44	74. 52.	90. 0.
41	49. 5.	31. 31.	54. 9.	57. 3.	60. 23.	64. 10.	68. 47.	74. 54.	90. 0.	
42	51. 31.	54. 74.	57. 6.	60. 24.	64. 13.	68. 48.	74. 55.	90. 0.		
43	54. 9.	57. 6.	60. 24.	64. 14.	68. 49.	74. 56.	90. 0.			
44	57. 5.	60. 24.	64. 14.	68 13.	74. 57.	90. 0°				
45	60. 23.	64 13.	68. 49.	74. 57.	90. 0.					

TABVLA DIFFERENTIARVM ASCENSIONALIVM.

DECLINATIO	Elevat. poli 51. G. M.	52. G. M.	53. G. M.	54. G. M.	55. G. M.	56. G. M.	57. G. M.	58. G. M.	59. G. M.	60. G. M.
1	1. 14.	1. 17.	1. 20.	1. 23.	1. 26	1. 29.	1. 32.	1. 36.	1. 40.	1. 44.
2	2. 28.	2. 34.	2. 39.	2. 45.	2. 52.	2. 58.	3. 3.	3. 12.	3. 20.	3. 28.
3	2. 43.	3. 51.	3. 59.	4. 8.	4. 17.	4. 27.	4. 38.	4. 49.	5. 0.	5. 13.
4	4. 57.	5. 8.	5. 19.	5. 31.	5. 44.	5. 57.	6. 11.	6. 25.	6. 41.	6. 57.
5	6. 12.	6. 26.	6. 40.	6. 55.	7. 11.	7. 27.	7. 44.	8. 3.	8. 22.	8. 43.
6	7. 27.	7. 44.	8. 1.	8. 19.	8. 38.	8. 58.	9. 19.	9. 41.	10. 4.	10. 28.
7	8. 43.	9. 2.	9. 23.	9. 44.	10. 6.	10. 29.	10. 54	11. 20.	11. 47.	12. 17.
8	10. 0.	10. 22.	10. 45.	11. 9.	11. 35.	12. 1.	12. 30.	13. 0.	13. 32.	14. 5.
9	11. 17.	11. 42.	12. 8.	12. 33.	13. 4.	13. 35.	14. 7.	14. 41.	15. 17.	15. 55.
10	12. 35.	13. 3.	13. 32.	14. 3.	14. 35.	15. 9.	15. 45.	16. 23.	17. 4.	17. 47.
11	13. 53.	14. 24.	14. 57.	15. 31.	16. 7.	16. 45.	17. 25.	18. 8.	18. 53.	19. 41.
12	15. 13.	15. 47.	16. 23.	17. 0.	17. 40.	18. 22.	19. 6.	19. 53.	20. 43.	21. 36.
13	16. 34.	17. 11.	17. 50.	18. 32.	19. 15.	20. 1.	20. 50.	21. 41.	22. 36.	23. 34.
14	17. 56.	18. 37.	19. 19.	20. 4.	20. 52.	21. 41.	22. 35.	23. 31.	24. 31.	25. 33.
15	19. 19.	20. 4.	20. 20.	21. 38.	22. 30.	23. 24.	24. 22.	25. 23.	26. 29.	27. 39.
16	20. 44.	21. 32.	22. 22.	23. 15.	24. 10.	25. 9.	26. 12.	27. 19.	28. 30.	29. 47.
17	22. 11.	23. 2.	23. 56.	25. 55.	23. 53.	26. 57.	28. 5.	29. 18.	30. 35.	31. 59.
18	23. 39.	24. 34.	25. 33.	26. 34.	27. 39.	28. 48.	30. 2.	31. 10.	32. 44.	34. 19.
19	25. 10.	26. 9.	27. 11.	28. 17.	29 27.	30. 41.	32. 2.	33. 26.	34. 54.	36. 37.
20	26. 43.	27. 46.	28. 53.	50. 4.	31. 29.	32. 39.	34. 5.	35. 37.	37. 17.	39. 5.
21	28. 18.	29. 26.	30. 37.	31. 54.	33. 15.	34. 41.	36. 14.	37. 54.	39. 42.	41. 40.
22	29. 56.	31. 8.	32. 25.	33. 47.	35. 14.	36. 48.	38. 28.	40. 17.	42. 15.	44. 25.
23	31. 37.	32. 54.	34. 17.	33. 45.	37. 19.	39. 0.	40. 49.	42. 47.	44. 57.	47. 20.
24	33. 21.	34. 44.	36. 23.	37. 48.	39. 29.	41. 18.	43. 17.	45. 26.	47. 49.	50. 27.
25	35. 10.	36. 39.	38. 14.	39. 59.	41. 45.	43. 44.	45. 54.	48. 16.	50. 54.	53. 32.
26	37. 2.	38. 38.	40. 20.	42. 10.	44. 9.	46. 28.	48. 41.	51. 29.	54. 16.	57. 39.
27	39. 0.	40 41.	42. 33.	44. 32.	46. 41.	49. 4	51. 41.	54. 38.	58. 0.	61. 57.
28	41. 2.	42. 53.	44. 53.	47. 2.	49. 24.	52. 1.	34. 58.	58. 19.	62. 14.	67. 4.
29	43. 11.	45. 12.	47. 21.	49. 44.	52. 20.	55. 26.	58. 36.	62. 31.	67. 18.	73. 46.
30	45. 29.	47. 39.	50. 1.	52. 37.	55. 32.	58. 52.	62. 45.	67. 31.	73. 55.	90. 0.
31	47. 54.	50. 10.	52. 53.	55. 48.	59. 6.	62. 58.	67. 42.	74. 4.	90. 0.	
32	50. 30.	53. 7.	56. 2.	59. 19.	63. 10.	67. 55.	74. 12.	90. 0.		
33	33. 29.	56. 23.	59. 31.	63. 21.	68. 2.	74. 19.	90. 0.			
34	56. 24.	39. 42.	63. 31.	68. 11.	74. 26.	90. 0.				
35	59. 51.	63. 40.	68. 29.	74. 32.	90. 0.					
36	63. 48.	68. 31.	74. 45.	90. 0.						
37	68. 32.	74. 45.	90. 0.							
38	74. 45.	90. 0.								
39	90. 0.									
40										
41										
42										
43										
44										
45										

TALABV

T A B V L A

Aſcenſionum obliquarum pro latitudine grad. 46.

Gr. Eclypt.	0. Aries G.M	1. Taur. G.M	2. Gem. G.M	3. Cancer G.M.	4. Leo G, M.	5. Virgo G. M.	6. Libra G. M.	7. Scorpius G. M.	8. Arciten. G. M.	9. Caper G. M.	10. Aquarius G. M	11. Piſces G. M.
0	0. 0.	15 44	35 24	63. 14	99. 48	150. 56	180. 0	220. 4	260. 12	296. 46	324. 36	344. 16
1	0. 30	16. 18	36. 11	64. 20	101. 7	141. 17	181. 19	211. 24	261. 31	297. 51	325. 22	344. 16
2	1. 0	16. 52	36. 58	65. 27	102. 26	142. 38	182. 39	212. 45	262. 49	298. 56	326. 8	345. 23
3	1. 30	17. 27	37. 46	66. 34	103. 45	143. 58	183. 59	214. 5	164. 7	300. 0	326. 43	345. 53
4	2. 0	18: 2	38. 34	67. 41	105. 4	145. 19	185. 19	225. 26	265. 25	301. 3	327. 37	346. 30
5	2. 32	18. 37	39 23	68. 49	106. 24	146. 39	186. 39	216. 47	266. 43	302. 5	328. 20	347. 3
6	3. 2	19. 13	40. 12	69. 58	108. 43	148. 0	187. 58	218. 8	268. 0	303. 7	329. 3	347. 36
7	3. 32	19. 49	41. 2	71. 8	109. 3	149. 20	189. 18	229. 19	269. 16	304. 8	319. 45	348. 8
8	4. 2	20. 26	41. 53	72. 18	110. 23	150. 41	190. 38	130. 50	270. 33	305. 8	330. 27	248. 41
9	4. 33	21 2	41. 45	73. 28	111. 43	252 1	191. 58	232. 10	271. 49	306. 8	331. 9	349. 13
10	5. 4	21. 39	43. 37	74. 39	113. 3	253. 21	193. 18	233. 31	273. 5	307. 7	331. 51	349. 51
11	5. 34	22. 16	44. 30	75. 51	114. 23	154. 42	194. 38	234 52	274. 20	308. 5	332. 32	350. 27
12	6. 5	22. 54	45. 24	77. 3	115. 44	156. 2	195. 58	236. 13	275. 35	309. 3	333. 13	350. 48
13	6. 36	23. 32	46. 18	78. 16	117. 4	157. 22	197. 18	237. 33	276. 50	310. 0	333. 53	351. 20
14	7. 7	24. 10	47. 12	79 28	118. 25	158. 42	198. 38	238. 54	278. 5	310. 57	334. 33	351. 52
15	7. 38	24. 47	48. 7	80. 41	119. 46	160. 2	199. 58	240. 14	279. 19	311. 53	335. 12	352. 22
16	8. 9	25. 27	49. 3	81. 55	121. 6	161. 22	201. 18	241. 35	280. 32	312. 48	335. 30	352. 53
17	8. 40	26. 7	50. 0	83. 10	122. 27	162. 41	202. 38	242. 56	281. 44	313. 42	336. 28	353. 24
18	9 12	26. 47	50. 57	84. 25	123. 47	164. 2	203. 58	244. 16	182. 57	314. 36	337. 6	353. 55
19	9. 43	27. 18	51. 55	85. 40	125. 8	165. 22	205. 18	245. 37	284. 9	315. 30	337. 44	354. 26
20	10. 15	28. 9	52. 53	86. 55	126. 29	166. 42	206. 39	246. 37	285 21	316. 23	338. 21	354. 56
21	10. 47	28. 51	53. 52	88. 12	127. 50	168. 2	207. 59	248. 17	286. 32	317. 15	338. 55	355. 27
22	11. 19	29. 33	54. 52	89. 27	129. 10	169. 22	209. 19	249. 37	287. 42	318. 7	339. 34	355. 58
23	11. 52	30 15	55. 52	90. 44	130. 31	170. 42	210. 40	250. 57	288. 52	318. 58	340. 11	356. 28
24	12. 24	30. 57	56. 33	92. 0	131. 52	172. 2	211. 0	252. 17	290: 2	319. 48	340. 47	356. 59
25	12. 57	31. 40	57. 55	93. 17	133. 13	173. 21	213. 21	253. 36	291. 11	320. 37	341. 23	357. 29
26	13. 30	32. 23	58. 57	94. 35	134. 34	174. 41	214. 41	254. 56	292. 29	321. 26	341. 58	358. 0
27	14. 3	33. 7	60. 0	95. 54	135. 55	176. 1	216. 2	256. 15	293. 26	322. 14	342. 33	358. 30
28	14. 37	33. 52	61. 4	97. 11	137. 15	177. 21	217. 22	157. 34	294. 33	323. 2	343. 7	359. 0
29	15. 10	34. 38	62. 9	98. 29	138. 36	178. 40	218. 43	258. 53	295. 40	323. 49	343. 42	359. 30
30	15. 44	35. 24	63. 14	99. 48	139. 56	180. 0	220. 4	260. 12	296. 46	324. 36	344. 16	360. 0

TABVLA ARCVS SEMIDIVRNI PRO SIGNIS BOREALIBVS.

G.	D.		35. h.m	36. h.m	37. h.m	38. h.m	39. h.m	40. h.m	41. h.m	42. h.m	43. h.m	44. h.m	45. h.m	46 h.m	47. h.m	48. h.m	49. h.m	50. h.m	51. h.m	58. h.m	53. h.m	54. h.m		D.		G.
0	21	Martius	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	September	24	Virgo	30
3	24		6.3	6.3	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.5	6.5	6.5	6.5	6.5	6.6	6.6	6.6	6.6	6.6	6.7		21		27
6	27		6.6	6.7	6.7	6.8	6.8	6.8	6.8	6.9	6.9	6.9	6.10	6.10	6.10	6.11	6.11	6.11	6.12	6.12	6.13	6.13		18		24
9	30		6.9	6.10	6.11	6.11	6.12	6.12	6.12	6.13	6.13	6.14	6.14	6.15	6.15	6.16	6.16	6.17	6.18	6.18	6.19	6.20		15		21
12	2	Aprilis	6.13	6.14	6.14	6.15	6.15	6.16	6.17	6.17	6.18	6.18	6.19	6.20	6.20	6.21	6.22	6.23	6.24	6.24	6.25	6.26		11		18
15	5		6.16	6.17	6.18	6.19	6.19	6.20	6.21	6.21	6.22	6.23	6.24	6.25	6.26	6.26	6.27	6.28	6.29	6.31	6.32	6.33		8		15
18	9		6.19	6.21	6.22	6.22	6.23	6.24	6.25	6.26	6.27	6.27	6.29	6.30	6.31	6.32	6.33	6.34	6.35	6.37	6.38	6.39		5		12
21	12		6.22	6.24	6.25	6.26	6.27	6.28	6.29	6.30	6.31	6.32	6.33	6.34	6.36	6.37	6.38	6.40	6.41	6.43	6.44	6.46		2		9
24	15		6.26	6.27	6.28	6.30	6.31	6.32	6.33	6.34	6.35	6.36	6.38	6.39	6.41	6.42	6.44	6.45	6.47	6.49	6.50	6.52		30		6
27	18		6.29	6.31	6.32	6.33	6.34	6.36	6.37	6.38	6.40	6.41	6.43	6.44	6.46	6.47	6.49	6.51	6.53	6.55	6.57	6.59		27		3
30	21		6.32	6.34	6.35	6.37	6.38	6.39	6.41	6.42	6.44	6.45	6.47	6.49	6.50	6.52	6.54	6.56	6.58	7.0	7.3	7.5		24		0
3	24	Mayus	6.35	6.37	6.39	6.40	6.41	6.43	6.45	6.46	6.48	6.50	6.51	6.53	6.55	6.57	6.58	7.1	7.4	7.6	7.9	7.11	Augustus	21	Leo	27
6	27		6.39	6.40	6.42	6.43	6.45	6.47	6.48	6.50	6.52	6.54	6.56	6.57	7.0	7.2	7.4	7.7	7.9	7.12	7.15	7.17		18		24
9	30		6.42	6.43	6.45	6.47	6.48	6.51	6.52	6.54	6.56	6.58	7.0	7.2	7.5	7.7	7.9	7.12	7.15	7.17	7.20	7.24		15		21
12	3		6.45	6.46	6.48	6.50	6.52	6.54	6.56	6.58	7.0	7.2	7.4	7.7	7.9	7.12	7.15	7.15	7.20	7.23	7.26	7.30		11		18
15	6		6.48	6.49	6.51	6.53	6.55	6.58	6.59	7.1	7.4	7.6	7.8	7.11	7.13	7.17	7.19	7.22	7.25	7.28	7.32	7.35		8		15
18	9		6.50	6.52	6.54	6.56	6.58	7.0	7.3	7.5	7.7	7.10	7.12	7.15	7.18	7.21	7.24	7.27	7.30	7.34	7.37	7.41		5		12
21	12		6.53	6.55	6.57	6.59	7.1	7.3	7.6	7.8	7.11	7.13	7.16	7.19	7.22	7.25	7.28	7.31	7.35	7.39	7.42	7.47		2		9
24	15		6.56	6.57	7.0	7.3	7.4	7.6	7.9	7.11	7.14	7.17	7.20	7.23	7.26	7.29	7.32	7.36	7.39	7.44	7.48	7.52	Julius	30		6
27	18		6.58	7.0	7.2	7.4	7.7	7.9	7.12	7.14	7.17	7.20	7.23	7.26	7.29	7.33	7.36	7.40	7.44	7.48	7.52	7.57		27		3
30	21		7.0	7.2	7.4	7.7	7.9	7.12	7.15	7.17	7.20	7.23	7.26	7.30	7.33	7.36	7.40	7.44	7.48	7.52	7.57	8.2		24		0
3	24	Junius	7.2	7.4	7.7	7.9	7.12	7.14	7.17	7.20	7.23	7.26	7.29	7.33	7.36	7.40	7.44	7.48	7.52	7.56	8.2	8.6	Julius	20	Cancer	27
6	28		7.4	7.6	7.9	7.11	7.14	7.17	7.19	7.23	7.26	7.29	7.32	7.36	7.39	7.43	7.47	7.51	7.56	8.0	8.5	8.10		17		24
9	31		7.6	7.8	7.10	7.13	7.16	7.19	7.22	7.25	7.28	7.31	7.35	7.38	7.42	7.46	7.50	7.54	7.59	8.4	8.9	8.14		14		21
12	3		7.7	7.9	7.12	7.15	7.17	7.20	7.23	7.27	7.30	7.33	7.37	7.40	7.44	7.48	7.53	7.57	8.2	8.7	8.12	8.17		11		18
15	6		7.8	7.11	7.13	7.16	7.19	7.22	7.25	7.28	7.32	7.35	7.39	7.42	7.46	7.50	7.55	7.59	8.4	8.9	8.14	8.20	Junius	8		15
18	9		7.9	7.12	7.14	7.17	7.20	7.24	7.26	7.30	7.33	7.37	7.40	7.44	7.48	7.52	7.57	8.1	8.6	8.11	8.17	8.23		5		12
21	12		7.10	7.13	7.15	7.18	7.21	7.25	7.27	7.31	7.34	7.38	7.41	7.45	7.49	7.54	7.58	8.3	8.8	8.13	8.19	8.25		2		9
24	16		7.10	7.13	7.16	7.19	7.22	7.25	7.28	7.32	7.35	7.39	7.42	7.46	7.50	7.55	7.59	8.4	8.9	8.14	8.20	8.26		28		6
27	19		7.11	7.14	7.16	7.19	7.22	7.26	7.29	7.32	7.35	7.39	7.43	7.47	7.51	7.56	8.0	8.4	8.10	8.15	8.21	8.27		25		3
30	22		7.11	7.14	7.17	7.19	7.22	7.26	7.30	7.32	7.36	7.39	7.43	7.47	7.51	7.56	8.0	8.5	8.10	8.15	8.22	8.27		22		0

TABVLA

TABVLA ARCVVM SEMIDIVRNORVM PRO SIGNIS AVSTRALIBVS.

G.		D.		35. h.m	36. h.m	37. h.m	38. h.m	39. h.m	40. h.m	41. h.m	42. h.m	43. h.m	44. h.m	45. h.m	46. h.m	47. h.m	48. h.m	49. h.m	50. h.m	51. h.m	52. h.m	53. h.m	54. h.m		G.	D.
0	Libra	24	Sept.	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	Martius	21	30
3		27		5.57	5.57	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.54	5.54	5.54	5.54	5.53	5.53		18	27
6		30		5.54	5.53	5.53	5.52	5.52	5.52	5.52	5.51	5.51	5.51	5.51	5.50	5.50	5.49	5.49	5.49	5.48	5.48	5.47	5.47		15	24
9		3	Octobr	5.51	5.50	5.49	5.49	5.48	5.48	5.48	5.47	5.47	5.46	5.46	5.45	5.45	5.44	5.44	5.43	5.42	5.42	5.41	5.40		12	21
12		6		5.47	5.46	5.46	5.45	5.45	5.44	5.43	5.43	5.42	5.42	5.41	5.40	5.40	5.39	5.38	5.37	5.36	5.36	5.35	5.34		9	18
15		9		5.44	5.43	5.42	5.41	5.41	5.40	5.39	5.39	5.38	5.33	5.37	5.35	5.34	5.34	5.33	5.32	5.31	5.29	5.28	5.27		6	15
18		12		5.41	5.39	5.38	5.38	5.37	5.36	5.35	5.34	5.33	5.35	5.31	5.30	5.29	5.28	5.27	5.26	5.25	5.23	5.22	5.21		3	12
21		15		5.38	5.36	5.35	5.34	5.33	5.32	5.31	5.30	5.29	5.28	5.27	5.26	5.24	5.23	5.22	5.20	5.19	5.17	5.16	5.14	Februarius	27	9
24		18		5.34	5.33	5.32	5.30	5.29	5.18	5.27	9.26	5.25	5.24	5.12	5.21	5.19	5.18	5.16	5.15	5.13	5.11	5.10	5.8		25	6
27		21		5.31	5.29	5.28	5.27	5.26	5.24	5.23	5.22	5.20	5.19	5.17	5.16	5.14	5.13	5.11	5.9	5.7	5.5	5.3	5.1		22	3
30		24		5.28	5.26	5.25	5.23	5.22	5.21	5.19	5.18	5.16	5.15	5.13	5.11	5.10	5.8	5.6	5.4	5.2	5.0	4.57	4.55		19	0
3	Scorpius	27	November	5.25	5.25	5.21	5.20	5.19	5.17	5.16	5.14	5.12	5.10	5.9	5.7	5.5	5.3	5.2	4.59	4.56	4.54	4.51	4.49		16	27
6		30		5.21	5.20	5.18	5.17	5.15	5.13	5.12	5.10	5.8	5.6	5.4	5.3	5.0	5.58	4.56	4.53	4.51	4.48	4.45	4.43		13	24
9		2		5.18	5.17	5.15	5.13	5.12	5.9	5.8	5.6	5.4	5.2	5.0	4.58	4.55	4.53	4.51	4.48	4.45	4.43	4.40	4.36		10	21
12		5		5.15	5.14	5.12	5.10	5.8	5.6	5.4	5.2	5.0	4.58	4.56	4.53	4.51	4.48	4.45	4.43	4.40	4.37	4.34	4.30		7	18
15		8		5.12	5.11	5.9	5.7	5.5	5.2	5.1	4.59	4.56	4.54	4.52	4.49	4.47	4.43	4.41	4.38	4.35	4.32	4.28	4.25		4	15
18		11		5.10	1.8	5.6	5.4	5.2	5.0	4.57	4.55	4.53	4.50	4.48	4.45	4.42	4.39	4.36	4.33	4.30	4.26	4.23	4.19		1	12
21		14		5.7	5.5	5.3	5.1	4.59	4.57	4.54	4.52	4.49	4.47	4.44	4.41	4.38	4.35	4.32	4.29	4.25	4.21	4.18	4.13	Ianuarius	29	9
24		17		5.4	5.3	5.0	4.58	4.56	4.54	4.51	4.49	4.46	4.43	4.40	4.37	4.34	4.31	4.28	4.14	4.21	4.16	4.12	4.8		26	6
27		20		5.2	5.0	4.58	4.56	4.53	4.51	4.48	4.46	4.43	4.40	4.37	4.34	4.31	4.27	4.24	4.20	4.16	4.12	4.8	4.3		23	3
30		23		5.0	4.58	4.56	4.53	4.51	4.48	4.45	4.45	4.40	4.37	4.34	4.30	4.27	4.24	4.10	4.16	4.12	4.8	4.3	3.58		31	0
3	Arcitenens	29	December	4.58	4.56	4.53	4.51	4.48	4.46	4.43	4.40	4.37	4.34	4.31	4.27	4.24	4.20	4.15	4.12	4.8	4.4	3.59	3.54		18	27
6		29		4.56	4.54	4.51	4.49	4.46	4.43	4.41	4.37	4.34	4.31	4.28	4.24	4.21	4.17	4.13	4.9	4.4	4.0	3.55	3.50		15	24
9		2		4.54	4.52	4.50	4.47	4.44	4.41	4.38	4.35	4.32	4.29	4.25	4.22	4.18	4.14	4.10	4.6	4.1	3.56	3.51	3.46		12	21
12		5		4.53	4.51	4.48	4.45	4.43	4.40	4.37	4.33	4.30	4.27	4.23	4.20	4.16	4.12	4.7	4.3	3.58	3.53	3.48	3.43	Decemb.	9	18
15		8		4.52	4.49	4.47	4.44	4.41	4.38	4.35	4.32	4.28	4.25	4.21	4.18	4.14	4.10	4.5	4.1	3.56	3.51	3.45	3.40		6	15
18		11		4.51	4.48	4.46	4.43	4.40	4.36	4.34	4.30	2.27	4.23	4.20	4.16	4.12	4.8	4.3	3.59	3.54	3.49	3.43	3.37		3	12
21		14		4.50	4.47	4.45	4.42	4.39	4.35	4.33	4.19	4.26	4.22	4.19	4.15	4.11	4.6	4.2	3.57	3.52	3.47	3.41	3.35		13	9
24		17		4.50	4.47	4.44	4.41	4.38	4.35	4.32	4.28	4.25	4.21	4.18	4.14	4.10	4.5	4.1	3.56	3.51	3.46	3.40	3.34		28	6
17		19		4.49	4.46	4.44	4.41	4.38	4.34	4.31	4.28	4.25	4.21	4.17	4.13	4.9	4.4	4.0	3.56	3.50	3.45	3.39	3.33		25	3
30		22		4.49	4.46	4.43	4.41	4.38	4.34	4.30	4.28	4.24	4.21	4.17	4.13	4.9	4.4	4.0	3.55	3.50	3.45	3.38	3.33		22	0

ASTRONOMIÆ LIBER SECVNDVS.

De Sole.

CVM à motu Solis, cæterorum ſyderum motus & proprietates pendeant; ordo doctrinæ poſtulat, vt abeo ordiamur; illiúſque hypotheſes explicemus, & irregularitates ſi quas habeat, ad regularitatem reuocemus. id Deo iuuante, hôc totò librô præſtabimus, oſtendemúſque viam quàm inierunt Aſtronomi, vt eius periodos certis limitibus definirent.

PROPOSITIO I.

Theorema.

De Natura Solis.

PRIMA quæſtio quæ ſulet circa Solem moveri, erit de illius natura, an nempe Ignis ſit formaliter, an verò aliquid aliud quod vim vrendi, & illuminandi habeat, non ſit tamen formaliter ignis. Quamvis nihil certi, circa hanc quæſtionem ſicut circa pleráſque phyſicas materias, quæ opinioni noſtræ non ſcientiæ ſubiaceot, conſtitui poſſe exiſtimem, mihi tamen ſi fidem ocolis, obſervationibus, immo autboritati ipſi habere volumus, dicendum videretur Solem, aut eſſe Ignem formaliter, aut habere naturam igni ſimillimam.

Huic opinioni faciet ſcriptura Eccleſ 43 fornacem cuſtodiens in operibus ardoris Jam Sol recedit igneus. quarto die qui flammeam Solis rotam conſtituens.

Ex Antiquis quam plurimi in ea fuerunt opinione, vt Pythagoras, Plato, multique alij. Ariſtoteles item plurimis locis dicit aſtra eſſe calida. in quo interpretis fidem redarguas qui has voces ἄστρων τῶν θερμῶν ὄντων vertit cum in aſtris virtus calefactiva inſit, cum tamen verbo ad verbum ſignificent, aſtris calidis exiſtentibus.

Probatur ratione vbi ſunt proprietates ignis, ibi ignem debemus aſſerere. ſed in Sole ſunt ignis proprietates, ergo in Sole ignem debemus agnoſcere. maior videtur certa, cum enim proprietates ſolæ ſint indicium naturæ, ex iis ad eam aſſurgere debemus. Calor, Lumen, Fuligines erumpentes, vortices ſunt ignis proprietates, ſed eas omnes in Sole, æque ac in igne obſervamus. ergo Sol habet proprietates ignis.

Si enim dicatur non eſſe calidus formaliter, ſed tantum effective, contra: quia ideo dico ignem noſtrum calidum eſſe, quia calorem producit, quomodo enim ſcio eſſe calidum formaliter, niſi quod ſentio calorem, vbi manum igni admoveo; ſed dum Soli manum eſpono, ſentio pariter calorem: ergo dicendus calidus formaliter.

Secundò productio ignis, igni tribui deber, ſed Sol ignem producit, ſola radiorum coniunctione. Si enim ope lentis convexæ, aut ſpeculi concavi radios ſolares congregaveris, non ſolus calor producitur; ſed ignis formalis, qui eos omnes præſter effectus, qui ab igne procedunt, vt liquefactio metallorum vitrefactio ſabuli, aliaque ſimilia: ergo vere Sol igneus eſt.

Tertio exundans ille tremor, qui ope tubi Optici in Sole animadvertitur, enaſcentes in medio ſolis diſco fuligines, quæ in faculas mutantur ſæpe totâ Europâ maiores, maculæ illæ Solis vertiginem imitatæ, quæ fuſe, & accurate à P. Scheiner deſcriptæ habentur in roſa Vrſina. Idem eas primus detexit Ingolſtadij anno 1611. eas item obſervavit Romæ, maxima aſſiduitate, ita vt pluſquam bis mille obſervationes habuerit. hæ intuitu ſimplici & directo videri poſſunt, ſed opus eſt vitris coloratis vt nimius ſolis fulgor retundatur. poſſunt item videri hæ maculæ in radio ſolis, aut per exiguum foramen tranſmiſſo, ad magnam diſtantiam, aut per ſpeculum planum reflexo, & excepto in charta diſtante pedibus circiter 20. vel denique in eodem ſolis radio, per tubum Opticum tranſeunte, & in chartam pariter mundam impingente; poteſt etiam oculos fieri patiens luminis ſolaris, ſi per tubum Opticum reſpiciat, ſed obiectiva lente fere obtecta, & exiguo tantum relicto foramine, adhibito item vitro colorato.

His & aliis modis à multis obſervatæ ſunt illæ maculæ, & eædem à multis, ex quibus conſtat, non eſſe ocolorum ludibria, aut lentium quibus inſtruitur tubus Opticus, bullas. corpora quæ hactenus obſervata ſunt in maculas & faculas diſtinguuntur, color macularum ſubniger, aut cæruleus, facularum lucidior. maculæ circa limbos ſolis plerúmque nigriores, ſi plores nempe ſimul coëant, nonnihil tamen à parte qua à Sole illuſtrantur, lucidiores ſunt.

Earum figura irregularis, & ſæpe inconſtans, in medio ſolis diſco ampliores apparent, circa limbos contractiores, & quæ ſeparatæ fuerant

in

in medio coeunt circa margines. Aliqoando simul 50, nonnunquam 30 observatæ, alias paucæ, & sæpe nullæ. Et quó tempore cometes ille insignis apparuit nempe anno 1618 nulla circa solem fuit macula. sicut & 1632 nulla mensibus æstivis tunc autem calor immodicus.

Magnitudo maculatum varia, maximæ venetem æquant. Blancanus refert maculam observatam esse quæ quintam partem disci solaris occuparet, atque adeo quæ totam tertam æquaret. alias æquales toti Europæ aut Africæ.

Earum duratio varia est, aliquæ per diem vnum, aut alterum videntur, aliquæ redeunt post periodum dierum 27. motus maculatum regularis est sequitur aliquam solis vertiginem, quæ intra dies 27 aut 28 absoluitur. hæc vertigo non peragitur circa eundem axem, & similiter inclinatum. sed mutat identidem inclinationem suam, pro vt sol in æstivis aut hyemalibus signis invenitur. omnes qui huiusmodi maculas observarunt, aut soli contiguas, aut non longiùs ab eo distantes fecere. eo quod vix vllam pariantur parallaxim sole in oriente, aut occidente collocato. Ex iis concludere liceret cum pluribus maculas illas non esse stellas, sed fuligines ex fornace solis prodeuntes ergo ignis est formaliter.

Dico tamen probabilius mihi esse solem non esse ignem elementarem & habere formam nobiliorem formis elementaribus. Neque enim divinam omnipotentiam ita coarctare debemus nostris elementis, vt nihil aliud nisi ex elementis concretum agnoscamus. neque ex aliqua similitudine in accidentibus nonnullis, concludere debemus similitudinem naturæ, nisi adsint omnino eædem proprietates & non notabiliter diversæ.

Probatur igitur; densitas solis longe maior est quam quæ igni elementari convenit ergo sol non est formaliter ignis elementaris. Probatur antec. Ignis elementaris purus, & solutus à corporibus extraneis, rarior est, & levior aëre; vim vrendi minimam habet: & ob raritatem lumen exiguum sed sol non est ita rarus, nec esset idoneus ad producendum tantum lumen, & calorem, quantum ab ipso produci videmus, si aëre rarior esset. ergo densitatem habet, maiorem quam quæ igni elementari convenit. Probatur min. agentia rariora infirmiora sunt, & ignis ipse coniunctus, & affixus materiæ densæ vt ferro, & æri; acriùs vrit, quam flamma erumpens, ex spiritu vini; lumen item huiusmodi flammæ non ita vehemens est ac accensi metalli, ergo vt hos effectus præstare possit quos observamus deber maiorem habere densitatem, quàm quæ igni nostro elementari convenit. qui supra aërem ascendit: eoque levior est; ergo & rarior. Quod si dicatur materia solis esse densa. vrgebo ignis attenuat continuo materiam quam informat donec eam tenviorem aëre reddat, ergo si esset ignis elementaris non posset diu in materia densa subsistere. quæro enim cur non subsistat diu ignis in carbone, accenso, aut in ferro candenti, aut aliis metallis; in vitro pariter liquefacto, sed sensim extinguitur, quia nempe materia quæ in ignem verti potest, sensim attenuatur sitque levior aëre vnde avolat, & sursum extruditur ab aëre graviore; ergo hoc habeo, quod etiam in carbone ignis sensim materiam suam attenuet. ergo nusquam invenitur ignis elementaris in statu connaturali in quo diu perseverare possit, qui rarus non sit.

Dices si auferretur omnis aër circa terram, & pro aëre substitueretur materia aetherea quæ supponitur esse levior aëre, carbo accensus aut ferrum candens nunquam extinguerentur, quia particulæ ignis non extruderentur sursum, sed semper in poris ferri delitescerent. ergo si aliquid simile inveniatur in sole, nulla erit ratio cur extinguatur, cum à nullo aëre sursum extrudatur. Sed contra est quia adhuc secundum hanc hypothesin debebit dari materia densa, cui implicetur ignis, hæc autem materia densa, suam formam habebit distinctam à forma ignis vt accidit in ferro candenti, cuius forma non perit; quæro ergo quænam sit illa forma, & semper concluditur, sol non esse tantum ignis elementaris, sed constare corpore cuius materia sit densior, quam quæ igni elementari per se convenit. ne ergo cogamur solem componere ex duobus corporibus diversis, & complexis, vnô densô, alterô verò ratô nempe igni elementari, cuius partes implicentur, cum partibus corporis densi. satius est admittere solem esse corpus aliquod vnicum, valde affine igni, quamvis formaliter non sit ignis elementaris.

Probatur secundò ex motu solis continuo, tam vertiginis, quam annuo qui soli substantiæ & formæ tribui potest. sed ignis elementatis noster talem motum non habet: ergo sol non est ignis elementaris. maior supponitur probata superius.

Aliqui addunt quod ignis elementaris pabulo indigeat, sol autem non possit habere pabulum. sed si attentè ignis noster consideretur, falsum est pabulo indigere. neque enim vivit. sed tantum vt alius, atque alius ignis producatur indigemus materia. nam vel sunt elementa formaliter in mixto, & sic ignis per multum tempus, in mixtis conservatur, & ex iis successive educitur vbi verò eductus fuerit, quia rarior est aëre, avolat; vnde novus educendus est, non quod sit idem ignis. si verò elementa non sunt in mixto, ignis ignem producit, & sensim rarefactos pariter avolat. vnde posset facile responderi in sole cessare talem rationem, eo quod ab aëre sursum non extrudatur.

Ad rationes superiùs allatas respondeo primo, scripturam nunquam vocasse solem simpliciter ignem elementarem quamvis fateor igneum posse dici nempe naturæ igni simillimæ. idem dico de aliis authoritatibus. fateor quidem in sole, & cæteris astris esse formaliter calorem, & lumen, nego tamen tales effectus ita esse proprios elementis, vt aliis corporibus convenire non possint concedo item à sole ignem produci, nego tamen eam productionem esse à sole, vt à causa vnivoca. habemus enim in terris quam plurima corpora, quæ ignem producunt, vt lapides, calx, attritio partium. quod si dicatur ignis tantum educi ex huiusmodi corporibus, dicendum pariter erit ignem à sole non produci sed tantum educi. & sicut non bene concluditur calybem esse ignem eò qood ex lapide ignem educat, ita etiam concludere non possumus solem esse ignem elementarem, quāvis ex materia apta ignem elementatem educat.

Observationibus denique patris Scheineri & aliorum resp. non probari huiusmodi maculas è sole

sole erompere, mnlto minos accendi. atque aden nego esse fuligines. nam si dicuntur ideo nullæ fuisse maculæ in sole anno 1618 eò quòd coilectæ essent in cometam certum mihi est cnmetam nnn esse accenium, sed ex materia satis rata cnmpactum esse, quæ radiis snlaribus illustretur: quod est manifestum ei qui cometam aliquando tnbn nptien respexerir. Insuper addn non esse particulas à sole depromptas & accensas, com maculæ qua parte snlem respiciunt videantur lucidæ. vt tetuli ex Galilæo. puto etgn maculas istas, esse cnrpora cœlestia, quæ in athmnsphæram aliquam, solarem incurrunt, concipinntque eam vertiginem quam sol mntu suo vertiginis illi athmosphætæ imprimit.

Dico secundn in snle quamplurimas esse qualitates, non tantum eminentiales, sed etiam formaliter, ptimn quidem lumen in eo negari non potest cum sit fons nmnis luminis; color vero nnllus in en cernitur à lumine distinctus; nam qund aliquandn pallidus, mndo rubeus aut alterius culoris cernitur, facile medin magis, aut minus diaphann tribui debet. Densus item est vt iam dixi, & npacus cum visum nnstrum terminet figuram habet sphæricam, qund euidenter demonstrant maculæ circa limbum cnntractintes, & maiores in medio discn. sphæriens autem est perfectè cum enim circumnnluatur motu vertiginis, si deficeret à figura sphærica, hunc defectum aliquandn animaduerteremns. Apparet tamen ellypticus circa horizntem, en qund limbus inferinr maiorem patiatur refractinnem, & plus attollatur, quam limbus superinr. pnnamus enim limbum inferiorem esse in hnrizonte attnlletur tamen nb refractinnem vsque ad minuta 34. vt vult Tycho. tunc autem limbus superior, erit realiter eleuatus semigradu supra horizontem & eius refractio est minutorum 29. plus ergn eleuatur limbus inferinr quam soperinr, deficientque quinque minuta in eius discn. hoc est deficiet sexta pars diametri ad figuram sphærica.

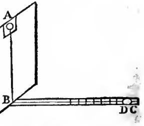
PROPOSITIO II.

Theorema.

Obseruationes veri æquinoctij.

Ex inuenta superiùs eleuatione poli, innotescit vt diximus eleuatio æquatnris, quæ vt iam dixi est illius complementom, quâ semel cngnitâ facile nbseruabimus tempns æquinnctij, quadrante satis magnn, in qun non tantum gradus, sed etiam graduum scrupula habeantur, & si fieri possit decades secundornm, circa tempus æstimatum nbseruetur solis altitudn meridiana; supponamus circa 20. aut 21. martij hoc tempore quæri æquinoctium, si altitudo snlis meridiana plusquam 12. minutis deficit ab altitudine æquatoris signum est, sequenti die fore æquinoctium. si ergo sequenti die rursus obseruetur meridiana snlis altitudo, & hæc inueniatur præcisè æqualis altitudini æquatoris, iam præcognitæ ex altitudine poli; in illud momentum meridiei cadit æquinoctium; si minor inueniatnr signum est, non accidisse æquinoctium, & qunt deerunt minuta, tnt addantur hnræ. quia versos æquinnctia, declinatin solis in singolas hnras voo minutn mutatur. si eleuatio solis obseruata maint fuerit altitudine æquatnris, signum erit infallibile iam accidisse æquinoctium, & numerus minutorum quibus obseruata altitndo superabit, æquatnris altitudinem, exhibebit numerum hnrarum quibus verum æquinoctinm præcesserit meridiem. In iis obseruationibus negligatur refractio, præcipuè si æquatoris altitudn 40 aut 45 gradum superet. multò magis parallaxis, quæ tam modica est, vt uullum errorem notabilem inuehere possit.

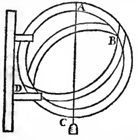
Antiqui magnis Gnnmnnibus æqoinoctinrum tempora nbseruabant. vnum tamen moneo quia vmbræ extremitas, non satis præcisa haberi potest periculum esse alicuius errnris, scilicet ne penumbra pro vera vmbra assumatur. idenqoe satius esse vt per foramen snlis radius traiiciatnr, & radij sic traiecti, vterque limbus nbseruetur. describit Pater Riccinlius talem Gnnmonem in Ecclesia sancti Petrnnij Bonnniæ erectum, habet antem foramen A in lamina ætea, excisum illiusque diameter est circiter vnius digiti, habet item in pauimento lineam meridianam B C in ætea lamina hnrizontaliter æquilibrata exaratam, & diuisam in partes æquales, qualium altitudn foraminis A B est 1nnnoo, sic enim partes lineæ BC, inuentæ per nbseruatinnem, sunt tangentes cnmplementnrum eleuatinnis solis.



Die igitur quâlibet nbseruetor radios snlaris, CD in lineam meridianam incidens, exactissimeque notetur vterqoe eius limbus C & D, & numeros partium incipiendo à puncto B hic numerus partium æqualium, dabit cnmplementum eleuatinnis tam limbi inferinris, snlis, qnam superinris & cnnsequenter vtriusque eleuationem, has eleuationes si simul addas & summam bifariam diuidas habebitur altitudn centri solaris. ex qua facile hnram æquinnctij cognnsces. sed in primis diligenter curandom est vt linea BC sit perpendicularis ad A B. habeatur item exacta lnngitudo lineæ AB.

Antiqui referente Ptolemæn armillis æquatoriis quæ dnobus circnlis ferreis aut æreis constabant vtebantur, primô, quidem ABC meridiannm refereote, atque adeò in plano circuli meridiani, & ope perpendiculi AC, in sito conuenienti benè situatn. Secundô BD æquatorem exhibente, vnde ad elenationem æquatnris præcise eleuato, vsus autem erat in æquinoctiis nbseruandis. quâ enim horâ pars circuli BD snli nbuersa, oppnsitum semicirculū nmnino & præcise nbombrabat, æqninoctiū accidebat, nam cô tēpnre vt patet sol in plano æquatoris versabatur. posset quis sioe tot expensis idem

idem præstare. Si enim planum quodcumque in situ æquinoctiali colloeet, vt afferem in circulum maiorem excauatum, facile idem consequetur.



Notatum tamen experientiâ Armillas illas maiores suo pondere fatiscere, ita vt, vt plurimum bis eodem die, æquinoctia indicarent.

Cauendum item à refractione, præsertim si æquinoctia accidant circa horizontem, refractio enim attollere poterit Solem ad dimidiatum fere gradum, ex quo æquinoctia verna citius indicabuntur vno die integro, & autumnalia serius. vnde simplicissimæ praxes sunt aliis præferendæ.

PROPOSITIO III.

Problema.

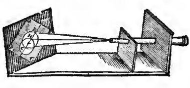
Solstitij Horam obseruare.

Maior est difficultas in solstitiis obseruandis, inde præcipuè orta, quod solis declinatio, non mutetur sensibiliter; sed per aliquos dies eadem, aut fere eadem perseueret. obseruetur igitur quâ poterit diligentia, & accuratis instrumentis per tres, aut quatuor dies continuos solis altitudo meridiana, omnium maxima diem solstitij æstiui indicat, vt autem habeatur hora, duæ obseruationes vicinæ, nempe quæ pridie, & postridie factæ sunt debent inuicem comparari, si æquales præcise sint, solstitium accidisse meridie concludendum v.g si 20.21.22. Junij altitudines solis tales obseruentur;vt media sit omnium maxima, & aliæ duæ præcisè æquales, meridie, diei 21. solstitium tribue. Si verò altitudo meridiana diei vigesimæ maior fuerit, altitudine meridiana diei 22. solstitium ante meridiem accidit. non tamen ante mediam noctem,alioquin altitudo meridiana diei 22.non esset omnium maxima, quod tamen supponimus.

Jn determinanda præcise hora, consule tabulam declinationis Eclypticæ, quam iam constitutam supponimus. saltem quantum ad præsens institutum satis est.

Neque vero curanda est parallaxis aut refractio, quæ licèt in præsenti negotio intio interuenitent,nihil tamen efficerent cum in eleuationibus ferè æqualibus, inæqualiter operari non possint.

Alij ad inueniendum solstitium tubum Opticum suis lentibus conuexa,& concaua instructum, bene firmatum adhibent,per quem radium solarẽ traijciunt,& in opposito pariete excipiunt notántque limbum superiorem aut inferiorem, relictóq; instrumento in eodem situ, sequentibus diebus



imaginis solaris.eundem limbum paritet notant, hôc commodô quòd vel minima altitudinis solis meridianæ variatio,quæ in aliis instrumentis esset insensibilis,fiat valde sensibilis. Sed in hoc negotio caute procedendum est, si enim vel tantisper varietur situs tubi Optici. tota interturbatur obseruatio vnde tubus nec ligneus nec chartaceus esse debet,sed ex ferrea lamina compactus. fulcra nulla lignea adhibeantur ne calore, incuruentur, vide contignationibus ne innitantur, sed solis muris. pariter imago ne excipiatur vllo asserculo contignationibus innixo, sed muro vt nulla sit variationis suspicio.

Huius praxis demonstratio facilis est, cum Sol ascendit verbi gratia in verticali descendet imago muro excepta, & quia imago solis ampliatur, ponamus vigecuplo,ampliatur etiam in eâdem ratione,quælibet pars circuli verticalis.immo si diligentius procedatur poterit cognosci, quot gradibus & minutis;vnius diei solis eleuatio meridiana differat ab alterius diei meridiana altitudine, nam diameter imaginis est circiter minutorum 10. vel si expectetur post 4 aut quinq;dies quibus altitudo meridiana notabiliter mutata fuerit,& notetur rursus limbus imaginis solaris poterimus scire. quot minuta conueniant cuilibet diei. Ex comparatione igitur duorum aut trium dierum haberi possunt solstitiorum dies,& etiam hora.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

De Accurata Eclyptica maximâ declinatione, & de eius immutabilitate.

Jam dedi superiori libro methodum inueniendæ maximæ solis declinationis, nempe vt circa solstitium præcipue æstiuum, ad vitandam refractionis nondum constitutæ suspicionem,quadrante non vnicô,sed pluribus obseruetur solis altitudo meridiana,omnium maxima solstitialis erit,à qua si subtrahas meridianam altitudinem æquatoris, restabit maxima Eclypticæ obliquitas.

Quæritur ergo primò quænam sit hoc tempore solis obliquitas maxima,& ex quibus obseruationibus concludatur.

Vranoburgi cuius altitudo æquinoctialis est graduum 34.5. 30. obseruauit Tycho.

	Eleuatio Solis	Decl. Solis	Declinat. vera
1586.12.Jun	57.35.36.	13 30. 6.	13. 30. 36.
1587.11.	57.34.50.	23.29. 0	23. 29. 30.
1593.11.	57.35. 0.	23.29.30.	23. 30. 0.

Qui exacte vult procedere eleuat. solis visæ ad-

dere

dere debet parallaxin quæ in tali elevatione, eſt 30 ſecundorum, vt oſtendemus independenter ab his. primus laterculus elevationes Solis, à Tychone obſervatas exhibet. ſecundus declinationem neglecta parallaxi. tertius declinationem veram.

Pater Ricciolius Bononiæ elevationem æquatoris invenit 45. 30. 50. Idem 4 quadrantibus elevationes ſolis ſolſtitiales obſervavit.

	Elev. Solis viſa.	Elevatio vera	Declinatio Ecly. max.
1643. Jun 21.	68.59 55.	69.0.25	23. 29. 55.
1644. Jun.20.	68.59.50.	69.0.20.	23. 29. 50.
1645. Jun.20.	68.59.50.	69.0.20.	23. 29. 50.
2646 Jun.21.	69. 0.10.	69.0.40.	23. 30. 10.

Dominus Mouton Presbyter beneficiarius Eccleſiæ S. Pauli Lugduni altitudinem poli ex ſtellis circumpolaribus obſervavit 45. 46. 25. & conſequenter altitudo æquatoris fuit 44. 13. 35.

Obſervavit idem altitudinem Solis meridianam anno 1660. die 20. Junij	67. 43. 20.
cui ſi addas parallaxin	30.
Elevatio Solis vera erit	67. 43. 50.
à qua ſi ſub. altit. æquatoris	44. 13. 35.
reſtabit declinatio.	23. 30. 15.

Benè ergo conſtitui poteſt declinatio maxima Eclypticæ grad 23. 30. Secunda quæſtio quæ movetur circa obliquitatem Eclypticæ erit de eius immutabilitate. quæritur ergo an eadem perſeveraverit. an verò aliquando obſervata fuerit diverſa ab ea quam his ſæculis obſervamus. Hæ communiter obſervationes referuntur ab authoribus, præcipue verò à P Ricciolio in ſuo Almageſto. quas in hoc laterculo oculis ſubjicio. vt videre incipias quam lubricæ ſint Aſtronomicæ obſervationes, niſi ſummâ diligentiâ, accuratéque diviſis inſtrumentis peragantur.

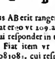
anno		Gr.	Mi.	Se.
Ariſtarch. ante Chriſtum	280.	24.	0.	0.
Eratoſtenes	230.	23.	51.	20.
Hipparchus	14.	23.	51.	20.
Poſt Chriſtum				
Ptolemæus	240.	23.	51.	20.
Albategnius	880.	23.	35.	
Arzachel	1070.	23.	34.	
Prophatius Judæus	1300.	23.	32.	
Copernicus	1525.	23.	28.	
Tychobrahe	1570.	23.	31.	
Gaſſendus	1630.	23.	31.	
Clavius	1600.	23.	30.	

Ex his obſervationibus conſtare videtur ab Eratoſtenis, aut Ariſtarchi tempore ad noſtra ferè tempora decreviſſe obliquitatem Eclypticæ rurſúſque augeri. vnde pleríque quos recenſere longum eſſet Aſtronomi. variabilem poſuere, & Copernicus quidem huius aliquod ſyſtema compoſuit, in quo coniecturis. vt putat ſatis evidentibus concludit eam maiorem non fuiſſe gradibus 23. 52. nec maiorem futuram ea quam invenit grad. 23. 28. quamvis in ſua obſervatione deliquerit perperam enim vt dicit Tycho elevationem poli ſuæ regionis obſervavit: error autem fuit duorum minutorum qui in obliquitatem Eclypticæ etiam redundavit, quæ tempore Copernici, etiam erat 23. 30.

Ptolemæus tamen, Albategnius, Thebit, Auguſtinus, Riccius, Keplerus, Renerius, Galilæus, & P. Ricciolius immutabilem cenſent. ſuſpectáſque habent antiquorum obſervationes: immò oſtendit facile P. Ricciolius tempore Eratoſtenis eamdem fuiſſe quam modo obſervamus. Errorem enim detegit in Eratoſtenis obſervatione, ortum quod ad habendam Solis elevationem, Scaphio vteretur, in quo vmbra Gnomonis non ſumebatur, à centro Solis ſed à limbo. In genere igitur dicendum eſt quod ſi ſimplex adhibeatur Gnomon, nec Solis radius per foramen trajiciatur erit ſemper periculum, ne Solis ſemidiametro aberretur. vt terræ ambitum metiretur Eratoſtenes obſervavit, Syenem eſſe ſub Tropico Cancri ſitam, eò quòd vmbræ nullæ eſſent, & putei ad imum vſque illuminarentur, ponamus ergo Syenem eſſe in puncto A,



Alexandriam in puncto B, & expoſitum Alexandriæ Scaphium GIH, in cuius medio aſſurgeret Gnomon IF, cuius vmbram BO, obſervavit invenítque arcum IO eſſe graduum 7. 12. ſupponit autem radios DA, KO, a Sole provenientes eſſe parallelos phyſice, atq. adeò (per 26.1. *Eucl.*) angulos alternos AEB, BFO æquales eſſe, & conſequenter arcus AB, IO ſimiles, quod tamen falſum eſt, nam poſito quod radius A D duceretur ad limbum ſolis vt voluit Erathoſtenes, debuit ergo tam radius OK, quam E D, duci ad centrum ſolis quare minorem iuſto invenit arcum AB. 7. 12. debueratque addi ſemidiameter ſolis qui erat 15 minutorum. ex quo inveniſſet arcum AB graduum 7. minutorum 29. nempe inter Alexandriam & Syenen obſervavit Ptolomæus elevationem poli, ſeu diſtantiam verticis ab æquatore graduum 30. 58. à qua ſi demas arcum 7. 29. quem inter Alexandriam & Syenen eſſe oſtendimus reſtabunt 23. 29. igitur vertex Syene diſtabit ab æquatore gradibus 23. 29. Sed Tropicus per Syenes verticem tranſit vt obſervatum eſt: ergo Tropicus ab æquatore diſtat grad. 23. 29. quare ex vitioſo Eratoſtenis ratiocinio hanc de obliquitate Eclypticæ illis temporibus opinionem emanaſſe credibile eſt.



Probat idem aliô exemplô, deſumptô ex ſtrabone aſſerente Byſantij vmbram ſolſtitialem ſe habere ad Gnomonem vt $41\frac{4}{5}$ ad 120. ſeu vt 209. ad 600. & æquinoctialem vt 111. ad 120. fiat ergo triangulum A B C, in quo Gnomon AB, vmbra BC ſi BC fiat ſinus totus AB erit tangens anguli ACB elevationis Solis fiat ergo vt 209. ad 600 ita 100000 ad 2870813. cui reſpondet in tabula elevatio 70. $47\frac{1}{2}$.

Fiat item vt 111 ad 120. ita 1000000 ad 1081081. cui reſpondent gradus 47. 14. quæ elevatio æquinoctialis ſi auferatur à ſolſtitiali reſtabunt 23. 33.

Sed

Sed hanc puto esse falsam nam Bysantij elevatio non est 42. 46. sed 41. 15. vel ad summum 20. vt ipsemet eam observavi eámque ponunt omnes naucleri, qui latitudinibus vtuntur.

Tertium exemplum desumitur ex Pithea Massiliensi qui floruit ante Christum annis circiter 314. observavit vmbram solstitialem esse ad longitudinem Gnomonis vt $213\frac{1}{5}$. ad 600. seu vt 1705 ad 4800.

Gassendus autem anno 1635. observavit eam esse ad Gnomonem vt 31950. ad 90000. fiat ergo vt 31950 ad 90000. ita 1705. & invenies 4802. est ergo quidquid dicant aliqua differentia.

Ex prima observatione invenitur Solis altitudo solstitialis 70. 27.

Et ex secunda invenitur solst. 70. 26.

Quia autem sumitur altitudo limbi superioris Solis auferantur 15. minuta & habebitur elevatio Solis 70. 11.

Massiliæ elevatio poli 43. 20. El. æquinoct. 46. 40.

Aufer vnam ab alia rest. decl. Eclyp. 23. 31.

Ex his constat etiam tempore Erathostenis eamdem fuisse Eclypticæ obliquitatem quam nunc habemus; neque nos vllis observationibus adigi, ad hanc motationem admittendam quæ notatio maximæ est vtilitatis, maximoque nos levat labore dum simpliciorem reddit solis motum, & minùs intricatum.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Solis motus annuus in Eclyptica æquabilis non est.

Loquor hic tantum de motu Solis particulari, quô intra annum sub Eclyptica movetur ab occasu, in ortum, in consequentia, seu secundùm seriem signorum. quem assero æquabilem non apparere, seu temporibus æqualibus, non respondere arcus Eclypticæ æquales à Sole scilicet percursos Primò quidem vnius anni solstitia, & æquinoctia observentur modis superiùs traditis. dico plus impendi temporis ab æquinoctio verno ad Autumnale, quam ab autumnali ad vernum, & hoc omni æuo hoc est tam ab antiquis, quam à recentioribus constanter observatum.

Hipparchus Alex. Ægypti aliqua observavit æquinoctia.

Sumamus tria sibi succedentia primum est anno 32. 4. periodi Calippi, seu ante Christum 147. die intercalarium tertia seu Septembris 26. media nocte.

Secundum eodem anno Mechit 27. seu ante Christum 46. Martij 24 hora diei 5.

Tertium anno 33. intercalarium 4. seu ante Christum 46. Sept 27. Sole oriente.

A Septembris 26 media nocte ad finem anni sunt dies 96.& ad 24 Martij anni communis dies 82. sunt igitur dies 178 & horæ 5.A 24. Martij ad 27. Septembris sunt dies 187. Sol igitur in percurrendo Eclypticæ semicirculo australi impendit dies 178. & in percurrendo boreali nempe ab Ariete . ad Libram impendit dies circiter 187. est novem dierum differentia, quæ dissimulari non potest.

Longum esset recensere observationes Astronomorum. quicúmque voluerit observare æquinoctia id constanter deprehendet nempe tempus quô Sol percurrit semicirculum borealem superare 9 aut 10 diebus, tempus quod impenditur in percurrendo australi.

Alphonsus enim invenit ab æquinoctio verno ad Autumnale dies 187. hor 0. min 12.
Idem invenit ab æquinoctio autumnali ad vernum dies 178. h. 5. 27.
Copernicus à verno ad Autumnale ponit dies 186. h. 7. 50.
Et ab autumnali ad vernum dies 178. 22. 5.
Tycho invenit ab æquinoctio verno ad Autumnale dies 186. 18. 25.
Et ab æquinoctio autumnali ad vernum dies 178. 11. 4.

Neque verò ea irregularitas invenitur tantum ab æquinoctio ad æquinoctium. Sed si quis comparare voluerit singulos quadrantes inter se inveniet inæquales esse in tempore; quamvis non tanta sit inæqualitas in duobus borealibus comparatis inter se, eò quòd his temporibus Apogæum fere in solstitio inveniatur. Sed neque in australibus; est tamen magna.si quadrans australis comparetur cum boreali, nam secundum Alphonsum ab Ariete ad Cancrum sunt dies 93 h. 11. à Cancro ad Libram dies 93. Hor. 13. à Libra ad Capricornum dies 89. H. 5. à Capricorno ad Arietem dies 89. Hor. 1. Tycho Solem motari in primo quadtante dies 93. 5. in secundo 91. 12. in tertio 89. 10. in quarto 89. hæ tamen vltimæ inæqualitates non ita exquisitæ sunt, quia nituntur observationibus solstitiorum, quæ sunt valde subtiles, ita vt in iis errare aliquibus horis sit procliue, vnde si inveniretur tantum illa irregularitas quæ inter primum & secundum quadrantem reperitur, aut inter tertium & quartum dissimulari forsitan posset.

Non tantum quadrantes comparati inter se, sed & motus diurni differunt si inter se comparentur, si enim observetur, quantum Sol fuerit progressus intra 10 dies, & hic motus comparetur cum motu decem aliorum dierum, non idem numerus invenietur.

Addo vlterius Solis apparentem diametrum nonnunquam maiorem,aut minorem videri,ita vt aliquando sit min.30.30.aliquando 33.quod indicat diversam à terra distantiam

Notandum autem Solis motum non desumi à stellis tanquam à termino a quo; sed à sectione verna.nempe ab intersectione Eclypticæ & æquatoris.notarunt enim Astronomi stellas,etiam fixas in consequentia progredi, secundum Eclypticam. ita vt si quæ stella in ipsa sectione verna inveniebatur tempore Hipparchi sit progressa vno signo: ex quo fit vt quantitas anni non sumatur à stellis, nempe non sit tempus quod elabitur, ab eo tempore, quô Sol cum stella fixa coniungitur, donec cum eadem rursus coniungatur, sed annus sit tantisper brevior, eò quòd stella progressa sit ad ortum min. secundis 50 aut 51.

PROPOSITIO VI.

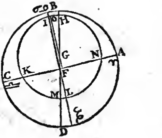
Theorema.

Hypotheſes variæ ad explicandam motûs ſolaris inæqualitatem.

Axioma eſt apud Aſtronomos motus omnes cœleſtes regulares, & æquabiles eſſe, in ſe,& realiter, irregularitatem autem omnem apparentem eſſe. variòſque modos excogitatuor quibus motus in ſe realiter æquabiles, redderentur appatenter inæquales. aut ſi velis varias excogitatunt ſuppoſitiones & conſtructiones,quibus hæc apparens irregularitas ad veram & realem æquabilitatem reuocaretur. In eóque videntur imitari eum qui eminus indicem horologij automati conſideraret, ſi inæqualem eius motum obſeruaret, & varias illius inæqualitatis cauſas apud ſe cogitaret: poſſet enim vel totarum fabricæ, & complicationi id tribuere, vel diſtantiæ, ſeu loco è quo ſpectetur talis motus. Ea igitur hypotheſis vt legitima admitti debet, quâ ſuppoſitâ, phænomena ita explicantur, vt cum obſeruationibus quadrent, ea verò vt illegitima rejicienda, quæ ab obſeruationibus diſſentit.

Neque verò ſufficit, vt obſeruationibus conſentiat, ſed vt ſit vtilis; ſimplex & Geometrica eſſe debet; hoc eſt conſtare, lineis quæ ſub Geometricam menſuram cadant; alioquin inutilis erit, nec locum ſyderis,pro quolibet tempore exhibebit. Id enim præcipue intendit Aſtronomus, vt tales hypotheſes conſtituat, quibus motus cœleſtes, & locum ſyderum cum opus erit pro datò tempore in promptu habeat; ita vt non opus ſit obſeruationibus: ex quibus concludo lineas exoticas, & ſub Geometricam menſuram non eadentes, vt ſpurias & illegitimas admittendas non eſſe.

Præcipuæ igitur hypotheſes quibus motuum cœleſtium inæqualitas ad regularitatem reuocetur, ſunt duæ: prima eccentricum admittit,Epicyclo vtitur altera. Prima ita explicatur.



Sit firmamenti Eclyptica A B C D, cuius centrum F, idem ac terræ. hanc Eclypticam diuide in quatuor quadrantes diametris AC, BD, ita vt initium arietis ſit in A, libræ in C. ſolſtitialia puncta ſint B, & D. ſeligatur in plano illius circuli punctum G, non præciſe in diametro B D, ſed paulo verſus Arietem. deſcribatur circulus, qui eccentricus erit reſpectu Eclypticæ firmamenti, vt pote alium habens centrum G. ducatur per centra F,& G linea MFGH.dico quod etiamſi Sol, in eccentrico, ſeu in circulo HKMN moueatur æquabiliter, hoc eſt æqualibus temporibus æquales percurrat arcus. inæquales tamen ex terra F, videbitur arcus percurrere in Eclyptica ABCD.ita vt obſeruationibus ſatisfiat.

Primò ab Ariete ad Libram plures impendet dies, quam à Libra ad Arietem. quia reſpondet Arieti cum eſt in puncto N, ſui eccentrici, apparet in Libra, dum attingit punctum K, ergo vt videatur percurrere ſemicirculum A B C, debet realiter moueri, per arcum NHK. vt videatur abſoluere ſemicirculum Eclypticæ CDA, debet tantum procedere per arcum K M N, ſed arcus NHK, maior eſt arcu KMN, & cum moueatur æquabiliter tempora reſpondent arcubus; ergo plus temporis impendet in primo ſemicirculô, quàm in ſecundô, & notabiliter vt vides pro ratione eccentricitatis: ergo quo ad hoc ſatisfit obſeruationibus videbitúrque Sol tardiùs moveri in ſemicirculo boreali quam in auſtrali.

Secundò quia linea G H, per vtrúmque centrum tranſiens non coincidit cum linea F B, paulò maior erit arcus NI, quam IK. quod ſit manifeſtum ducendo per centrum G, lineam G O parallelam lineæ F I. quare plus temporis Sol impendet in percurrendo arcu maiori NI,ſeu in primo quadrante AB, quam in ſecundo B C. pariter minus tempus requiritur in percurrendo tertiô CD, quam in quarto D A, cùm arcus K L, minor ſit arcu L N. ergo ſatisfit ſecundæ irregularitati.

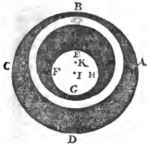
Tertiò ſi ſumantur arcus æquales in eccentrico, & à centro F,ducantur lineæ vſque ad Eclyticam hæ fere ſemper arcus inæquales in ea abſcindent; ergo tertiæ irregularitati ſatisfit.

Quartò. Sol in Apogæo H, remotior eſt à terra, quam in perigæo M, ergo poterit per hanc hypotheſin explicari variatio diametri eius apparentis.

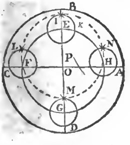
Quia autem inæqualitas præcipue ſecunda non eſt eadem modo, quæ tempore Ptolomæi, nempe Sol modò minori tempore moratur in primo quam in ſecundo quadrante. additur motus Apogæi qui lentiſſimus eſt,& à Geminis ad Cancrum proceſſit: hoc motu aliis obſeruationibus ſatisfacimus, quibus inuenimus irregularitatem motûs ſolaris, paulò differentem ab ea, quam obſeruauit Ptolemæus.

Quamuis omnes fere Aſtronomi eccentricos ſuos, circulis linearibus, vt ita dicam, & ſolis circulis expreſſerint. qui tamen cœlorum ſoliditatem tuentur, varios vt ita dicam canales excauare coguntur. inter quos Sacroboſcus, & Purbachius ita eccentricum componunt. Primò cœlum Solis ſecundum conuexam ſuperficiem ABCD, orbi concentricum ſtatuunt, ſicut & ſecundum concauam EFGH. in eo tamen canalem eccentricum vna parte accedentem magis ad punctum B conuexitatis, quam ad punctum D, interiori parte magis remotum à puncto E, concauitatis quam ad punctum G qui ſit corporis ſolaris capax, vt in eo æquabiliter Sol circumferatur circa centrum K, interea dum totum cœlum motu primi mobilis mouetur circa centrum I. qui machinam realem, & automatam conſtruendam habere

habetet aliquid tale sequendum, & imitandum haberet.



Secunda hypothesis omocentrepicycla, duobus constat circulis concentrico altero, Altero vero Epicyclo. Sit ergo Eclyptica firmamenti



ABCD, illique concentricus circulus EFGH, in cuius circumferentia moveatur in consequentia motu æquabili centrum Epicycli, & circa Epicyclum moueatur astrum verbi gratia Sol, ita vt in superiori parte moueatur in antecedentia, hoc est ex B in A, & in parte inferiori moueatur in consequentia. quare interea dum centrum Epicycli mouebitur per quadrantem E F, Sol perficiet in Epicyclo quadrantem I K, aut fere quadrantem, quare centro E, translato in F, centrum solis erit in L. & centro Epicycli constituto in G, Sol erit in M. & centro translato in H, Sol ascenderit in N. vnde vides in superiori parte motum Solis in Epicyclo, contrarium esse motui centri, in parte vero inferiori, tam Solem in Epicyclo, quam centrum Epicycli in easdem partes mouerí, ideóque motus realis Solis compositus scilicèt, ex motu centri Epicycli, & motu Solis velocior est, circa perigæum, quàm circa Apogæum. Dico ergo hanc hypothesin satisfacere phænomenis.

Primò dum centrum Epicycli perficiet semicirculum HEF, Sol non videbitur moveri per semicirculum integrum; sed tantùm ex puncto N in L. ergo vt Solis centrum moueatur per semicirculum integrum sub Eclyptica, requiritur vt centrum Epicycli plusquam semicirculum absoluat; & cum supponantur temporibus æqualibus arcus æquales percurri, à centro Epicycli; maius tempus requiretur, vt Sol vnum semicirculum Eclypticæ percurrat, quam alterum.

Secundò, si Sol supponatur non esse in puncto supremo Epicycli in ipso solstitio, sed ante aut post solstitium, neque ipsi quadrantes primus & secundus, tertius & quartus tempus æquale vendicabunt: explicabiturque inæqualitas secundo proposita.

Tertiò si considerentur duo arcus æquales sumpti in deferente Epicycli quia ab vno plus detrahet motus Solis in Epicyclo, quàm ab alio propter inclinationem variam Epicycli, temporibus æqualibus videbitur Sol percurrere arcus inæquales in Eclyptica.

Quartò Sol in Apogæo I, longius distat à centro terræ O, quàm in perigæo M ideóque diameter eius apparebit sub maiori angulo.

Possumus item satisfacere mutationi Apogæi, si motum Solis in Epicyclo tantisper tardiorem supponamus, quam motum centri Epicycli. immo si attentiùs res spectetur Sol motu suo describit eccentricum ILMN, ideóque vna hypothesis est æquiualentet eadem cum alia, quamuis diuersa videatur accersere principia.

Hæ fuere iam ab antiquis assumptæ hypotheses, quamuis hypothesis eccentricorum possit admittere alias proprietates, & alio modo supponi, vt explicabo in Theoria Lunæ, cui simplex eccentricus satisfacere non potest. Potest item adhiberi duplex Epicyclus, quales Lunæ attribuit Tycho. Sed de his erit inferiùs dicendi locus.

Joannes Baptista Amicus concentricis Solis motum explicat, quibus tamen reuoluentem addit, qui motum deferentis Solis, per 6 menses velociorem reddat, & per 6 menses retardet. hunc secuti sunt, Joannes Baptista Turrianus. & alij nō tamen satisfaciunt mutationi diametri apparentis Solis, qui maior apparet hyeme, quam æstate: ideóque recurrunt ad refractiones maiores hyeme quam æstate. Sed ostendemus facile refractiones non augere diametrum.

Renatus Des Cartes per vortices materiæ cœlestis, motum telluris explicare conatur, sed nullo schemate addito, quo explicentur phænomena, & inæqualitas motus ad regularitatem reuocetur.

Primus Reinoldus in fine Theoricarum Purbachij pro Theoria Lunæ typum figuræ oualis adiecit. ex qua Keplerus occasionem habuit, fingendi viam planetarum Ellypticam, quam hypothesin Bullialdus egregie promouit.

Sed hæc non potest esse Geometrica ad Amussin, nec satis simplex vt antiquæ & receptæ præferatur. qui hanc volet legat apud authorem neque enim Tyronem tot tricis implicare volo. Sed tantum Astronomum formare.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

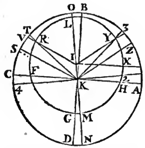
Definitiones communes hypothesi præcipue eccentrici conuenientes.

Antequam vlteriùs procedamus necessariò definitiones nonnullæ explicandæ sunt, ne vocum, & terminorum ignorantia tenebras, & caliginem crearet.

Supponatur Eclyptica firmamenti, aut potiùs primi mobilis esse circulus ABCD, in quo punctum A sit Aries, seu communis eius sectio cum æquatore. sitque eius centrum idem, quod centrum

 trum

trum terræ punctum K. ſeries ſignorum ſit ſecundum ordinem litterarum A B C D, atque adeo punctum B ſit initium cancri; C libræ & D capricorni.



Sit in plano Eclypticæ circulus eccentricus L F G H, cuius centrum ſit I diuerſum à centro terræ.

Motus in conſequentia, eſt ille qui fit ſecundum ſeriem ſignorum, etiamſi in eccentrico fiat, vt motus quô planeta moueretur ex H in L, F, G in præcedentia vero qui fit contra ordinem ſignorum. ſic Aries præcedit Taurum, Taurus Geminos, quare motus qui fieret ex L, in H, G diceretur fieri in præcedentia.

Motus æqualis aut æquabilis ille eſt, in quo æqualibus temporibus æquales arcus reſpondent. Apogæum, Aux, ſumma Apſis, eſt punctum eccentrici maxime diſtans à centro terræ K, tale eſt punctum L.

Perigæum ſeu ima apſis, oppoſitum augis, erit punctum eccentrici vicinum terræ vt punctum M. apogæum & perigæum etiam in eclyptica notantur ſuntque puncta O & N quibus reſpondent apogæum & perigæum eccentrici, linea apogæi, linea augium linea apſidum, eſt linea per centrum eccentrici, & per centrum terræ ducta, talis eſt linea L M, quæ in apogæum & perigæum cadit, cum enim punctum K centrum terræ, non ſit centrum eccentrici; erit M K omnium breuiſſima quæ ex K duci poteſt & K L longiſſima (*per 7. 3. Eucl.*)

Locus apogæi, diſtantia apogæi, aut longitudo eiuſdem, eſt arcus inter initium arietis, & apogæum talis eſt arcus ABO.

Eccentricitas eſt diſtantia centri eccentrici, à centro terræ talis eſt linea K I. quæ comparatur cum radio eccentrici. hoc eſt dum inueſtigatur eccentricitas, quæritur proportio quæ eſt inter lineas L I, I K. ſupponitur autem radius, ſeu ſemidiameter eccentrici eſſe partium 1000000 qui numerus ad arbitrium aſſumitur.

Motus medius eſt motus planetæ æquabilis, dicitur medius quia inter incitatum, & tardum medius eſt cum enim planeta videatur percurrere Zodiacum inæqualiter, hoc eſt nonnunquam velociter moueatur, vt verſus perigæum, nonnunquam tardiùs vt circa Apogæum; medius dicitur ille motus qui inter vtrumque poſitus eſt. talis eſt motus planetæ in eccentrico; ſupponitur enim moueri æquabiliter in eccentrico, circa centrum excentrici.

Motus verus, eſt motus ille quem nobis ex centro terræ planeta videretur peragere.

Locus medius eſt diſtantia planetæ in ſuo eccentrico, à principio Arietis vt ſi ducatur linea I X parallela lineæ K A quæ ducitur ad arietum arcus XLR, erit locus medius ſeu longitudo media aut ſi velis eſt locus quem deſignat in Zodiaco linea à centro eccentrici per corpus planetæ ducta, vt ſi planeta eſſet in puncto R, ductâ linea IRV, punctum V eſſet locus medius. communiter tamen ductâ linea K S quæ ſit parallela lineæ IV, punctum S eſt locus medius, ſiue quod differentia quæ eſt inter puncta V & S pro nihilo ſit in tanta diſtantia. ſiue quod cum omnia metiamur per angulos, & anguli RIL SKL ſint æquales, poſſit locus verus, vel ſumi in eccentrico, & erit punctum R deſignatus per arcum LR, vel poſſit ſumi in Zodiaco & tunc indicabitur per arcum S O, ſunt autem arcus RL, O S ſimiles.

Locus verus ſeu longitudo vera aſtri eſt. arcus Zodiaci interceptus inter initium arietis, & locum in quo videtur aſtrum, vt ſi planeta fuerit in R, locus verus erit in T, medius in S.

Argumentum ſeu motus anomaliæ eſt arcus eccentrici, inter apogæum & locum aſtri, vt arcus RL, nonnulli hunc arcum vocant anomaliam mediam. Anomaliam verò coæquatam ſeu veram vocant diſtantiam veram aſtri ab apogæo talis erit in noſtro exemplo arcus OT.

Proſtaphæreſis ſeu æquatio eſt differentia inter locum verum aſtri, & medium nempe in noſtro exemplo angulus KRI aut TKS, quando enim planeta eſt in R, diſtat ab apogæo ſecundum motum medium, quantus eſt arcus LR, & ab ariete quantus eſt arcus XLR, qui ſi ſumatur in Eclyptica erit arcuz ABS, eſt ergo punctum S locus medius punctum T locus verus, arcus ST ſeu angulus S K T. qui æqualis eſt angulo alterno IRK, erit differentia inter locum verum & medium. vocatur proſtaphæreſis voce compoſita ex additione & ſubtractione, quia aliquando hæc addi debet loco medio, vt fiat verus; nonnunquam item ſubtrahi à loco medio, vt verus locus aſtri habeatur.

In ſemicirculo ſeu ab Apogæo ad perigæum, proſtaphæreſis ſubtrahi debet, vt ex loco medio habeatur verus cum enim locus medius ſit in S, & verus in T, medius longius diſtat ab apogæo, aut ariete quam verus. In alio ſemicirculo nempe à perigæo N ad Apogæum O, hoc eſt ſi aſtrum fuerit in aliquo puncto ſemicirculi NAO, proſthaphæreſis additiua eſt. nam locus medius erit Z & verus 3. verus ergo magis diſtabit ab ariete; quam medius.

Tranſitus medij ſunt puncta in eccentrico quæ indicantur à perpendiculari ad lineam apogæi, ductâ per centrum terræ, vt ſi per centrum terræ K ducatur linea 4, 2 perpendicularis ad O N, puncta 2 & 4 erunt tranſitus medij in quibus ſcilicèt proſtaphæreſes ſunt maximæ.

Longitudines mediæ vocantur puncta eccentrici quæ 90 gradibus diſtant ab apogæo, & perigæo.

Reuolutio vera planetæ. eſt motus planetæ ab vno Eclypticæ gradu donec ad eundem redeat. hæc in ſole dicitur annus. anni autem non ſunt omnino æquales, habent enim aliquam differentiolam.

Reuolutio media eſt motus planetæ ab vno Eclypticæ

Eclypticæ puncto donec redeat ad eundem. hæc reuolutio dicatur annus medius. ſunt autem omnes æquales.

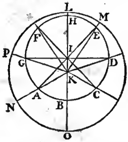
Reuolutio aut reſtitutio anomaliæ, eſt motus planetæ ab vno eccentrici puncto donec ad eundem redeat, hoc eſt ad æqualiter diſtantem ab apogæo, quare ſi apogæum moueatur in conſequentia, reuolutio anomaliæ maior erit, quam reuolutio media, hoc eſt maius tempus requiret quia interea dum mouebitur planeta, apogæum illum ſequetur.

Hypotheſis ergo ſupponit motum planetæ in eccentrico æquabilem eſſe realiter, ex quo ſequitur quod ſi ſpectetur ex puncto I centro eccentrici æquabilis apparebit; non enim aliter metimur motus, quam per angulos, cum ergo temporibus æqualibus reſpondeant arcus eccentrici æquales, reſpondebunt in centro I anguli æquales, quod eſt motum planetæ eſſe æquabilem reſpectu centri I,

Quod ſi locus medius ſpectetur in Zodiaco, etiam ex centro eius K. æquabilis apparebit. volumus enim lineam medij motus, duci per centrum terræ K, & eſſe ſemper parallelam lineæ ductæ a centro eccentrici I ad corpus planetæ R, qualis eſt linea KS, ergo æqualiter mouentur hæ lineæ, æqualeſque ſemper angulos comprehendunt, cum lineâ apſidum. ſeu linea IR ducta ad planetam æquabiliter mouetur; ergo K S linea medij motos illi parallela, quamvis ducta per centrum terræ, æquabiliter mouebitur ergo in Zodiaco ſignabit arcus æquales,

Quando anomalia minor eſt gradibus 180 proſthaphæreſis ſubtractiua eſt, quandu anomalia eſt.o. nulla eſt. quando eſt maior gradibus 180 additiua eſt. primo in Apogæo, & perigæo lineæ veri, & medij môtus concurrunt; ergo nulla eſt differentia inter verum, & medium locum, hoc eſt nolla eſt proſtaphæreſis. oſtendi autem ſupra in ſemicirculo O C N. antequam planeta ab apogæo proceſſerit ad perigæum, ſeu antequam abſoluerit ſemicirculum proſtaphæreſin eſſe ſubtractiuam, & ſubtrahi debere vt ex medio motu fiat verus addi moruí vero, vt fiat medius, è contra in ſemicirculo NAO, addi debere motui medio vt fiat verus. ſubtrahi à vero, vt habeatur medius.

Oſtendam poſtea in tranſitibus mediis proſtaphæreſes eſſe maximas. & ſenſim minui prout planeta ad apogæum, aut perigæum acceſſerit;



in gradibus æqualiter diſtantibus ab apogæo, aut perigæo, proſtaphæreſes eſſe æquales.

Motus verus aſtri circa Apogæum tardiſſimus eſt, circa perigæum velociſſimus circa medios tranſitus mediocris. planeta percurrat in eccentrico arcus æquales AB, BC, CD DE EF, FG, motu nempe medio. dico motum verum circa apogæum minorem eſſe medio. nam ſi percurrat EH in eccentrico, motu ſcilicet medio videbitur moueri ex M in L, eſt autem arcus LM, minor quam vt ſit ſimilis arcui H E, eſt enim arcus HIE, maior quam HKM. ergo motus verus minor eſt medio. At verò circa perigæum O. erit arcus N O maior, quam vt ſit ſimilis arcui AB, cum angulus NKO maior ſit interno AIB. Denique circa tranſitus medios, angulus AIG metiens motum medium, non multum differet ab angulo FKG metiente motum verum.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Motum ſolis medium, ſeu anni medij quantitatem primò inueſtigare.

Vt habeatur aliqua determinatio quamvis imperfecta anni ſolaris, obſervetur idem locus ſolis pro duobus annis, verbis gratiâ duo æquinoctia verna, vel quod malunt alij, duo æquinoctia autumnalia ob minus periculum refractionis; tempus enim interiectum, diuiſum per numerum annorum dabit primam notitiam, quantitatis anni ſolaris; vſi ſunt aſtronomi potiùs æquinoctiis, quàm ſolſtitiis, quia ob inſenſibilem mutationem declinationis, ſolſtitia vix obſervari poſſunt, quin ſubſit periculum erroris notabilis, at cum prope æquinoctia declinatio mutetur in ſingulos dies fere 24 minutis non tantum diem in quam incidit ſed horam, & ferè minutum determinabimus.

Die 20. martij anno 1661 obſervata fuit Lugduni altitudo ſolis meridiana 44. 23 20. at elevatio æquatoris Lugduni eſt graduum 44 14 igitur iam fuerat æquinoctium. ſequenti die ſeu 21 martij, ſol elevatus fuit gradibus 44 47. mutatio declinationis circiter 24 minut. quare ſubtrahendo gradus 44. 14 ex 44. 23 20. reſtant min. 9. 20. ſeu horæ 9 20. min. quibus æquinoctium meridiem præceſſit diei vigeſimæ quare æquinoctium fuit hora ſecundâ cum 40 minutis poſt mediam noctem

Anno 1659 die 10 martij obſervata fuit altitudo ſolis meridiana graduum 44. 11. quibus ſubductis ab æquatoris altitudine 44. 14 reſtabunt min. 3. quare accidit æquinoctium horâ tertiâ pomeridiana. ſunt autem anni ciuiles duo quorum vnus dierum 365, alter biſſextilis dierum 366 qui efficiunt ſummam dierum 731, ſed deſunt horæ 12 min. 10. nam primum æquinoctium anni 1659 accidit die 20. hora tertia poſt meridiem, ſecundum ſeu anni 1661 accidit hora ſecunda poſt mediam noctem cum 40 minutis erunt ergo dies 730, horæ 11. 40. quæ diuidi debent in duos annos fiet igitur duratio vnius anni dierum 365 horarum 5. min. 50.

Hæc ſit determinatio prima deducta ex obſervationibus Domini Mouton. exactam tamen non putamus hanc primam determinationem. primò quia ſi erratum eſſet in obſervationibus, aliquibus minutis, aut horis, hic error quaſi integer inveniretur, in quantitate anni. Et mirum eſt quod

ita

ita parum aberret à vero, vt duo tantum minuta superabundent. Secuodò quia si mutatum sit interea apogæum, atque adeò prostaphæresis non fuerit eadem in vtroque æquinoctio, quantitas anni non eruetur exacta. nam quantitatem quærimus anni sumpti secundum medium motum. per has obseruationes habuimus quantitatem anni sumpti secundum verum motum. non conueniunt autem verus & medius motus nisi cum prostaphæresis vtrobique eadem est. Ex ea prima determinatione gradum faciemus ad obseruationes, magis dissitas inter se, constitutâ enim vteumque quantitate anni, non erit periculum aberrandi vna reuolutione. quod timeri potuisset; si primò aggressi essemus obseruationes longo inter se differentes temporis interuallo.

Bernardus Valterus obseruauit æquinoctium vernum, in Norimbergensi Academia anno 1488. martij die 10 iuxta vetus Kalendrium, hora post meridiem 15. min. 40. in suo meridiano. hoc est in meridiano Vranoburgeosi die 10. hor. 15. m. 55.

Tycho Brahe obseruauit æquinoctium vernum anno 1588 hoc est 100 post annis. die 9. hor. 20. min. 45. sunt autem dies 36500 in 100 annis quibus addi debent dies bissextiles 25, sunt igitur dies 36525. minus aliquibus horis, nempe h. 5. mi. 15. diei nonæ, & horis 13. 55 diei decimæ quæ simul efficiunt horas 19. 10 quibus subtractis ex 24. restant 4 50. sunt ergo dies 36524. hor. 4. 50. quæ summa diuidi debet per 100. inuenioque primò dies 365. restantque dies 24. quæ si per 24 multiplices habebis horas 576. quibus addes 4 horas. fientque horæ 580. diuide per 100. habebis horas quinque restant 80 horæ multiplica 80 per min. 60 fient 4800. quibus addes 50 minuta fientque 4850, hanc summam diuide per 100, fient 48. $\frac{50}{100}$ seu 48 $\frac{1}{2}$.

Ergo quantitas anni solaris sumpta ex obseruationibus distantibus interuallo 100 annorum erit dierum 365 horarum 5. min. 48. secundorum 30. Quæ à prima determinatione deficit vno minuto, cum dimidio.

Quia mutatio apogæi potest mutationem aliquam inuehere, eo quod vt iam monui minuet in secundo æquinoctio prostaphæresin, supra prostaphæresio primi æquinoctij, ideoque si sit additiua maius tempus intercedit, inter vera æquinoctia, quam inter media ideo vt correctionem adhibeamus, idem præstare debemus circa æquinoctia autumnalia. nam si motus apogæi in consequentia minuit prostaphæresio æquinoctij verni, eò quòd ab eo remoueatur, augebit prostaphæresin æquinoctij autumoalis: quia ad illud accedet. quamvis autem nesciamus adhuc, an apogæum sit fixum nec ne quomodocumque tamen se habeat, operæpretium erit examinare, an eadem quantitas anni solaris colligatur ex æquioоctiis autumnalibus, quæ inuenitur ope vernorum. Eodem anno 1488 Valterus obseruauit æquinoctium autumnale sept. 13. hora 9. min. 55. pro meridiano Vranoburgensi.

Tum anno 1588. Tycho obseruauit æquinoctium autumnale sept. die 12. bot. 15. min. 15. tempus fere idem nempe dies 36524. horæ autem deficiunt ab vna die primo horæ 8. 45. quæ restant ad complendam diem duodecimam, & 9. 35. diei decimæ tertiæ. quæ summam faciunt horarum 18. min. 20 quibus subtractis ex 24 restant horæ 5. 40. sunt ergo dies 36524 bot. 5. min. 40 quæ summa si diuidatur per 100 annos. habebo primo dies 365. restabunt dies 24 cum horis 5. multiplicentur 24 dies per 24 horas fient 576. quibus adde horas 5. fient horæ 581 quibus diuisis per 100, exhibentur quinque horæ, & restant 81 horæ, quibus per min. 60 multiplicatis fient 4860 & additis min. 40 fientque 4900 quibus per 100 diuisis habebis min. 49.

Quantitas anni solaris ex autumnalibus æquinoctiis dierum 365. hor. 5. min 49.

Quantitas anni solaris ex vernis æquinoctiis dierum 365 hor. 5. min. 48. 30

Quantitas anni solaris media; dierum 365. hor 5. min. 48. 45.

Si lubeat vlteriùs rem examinare.

Refert Ptolomæus æquinoctium autumnale obseruatum ab Hipparcho Alexandriæ anno 21 tertiæ periodi Calippicæ hoc est ante Christum 158. sept. die 27 in ipso meridie. erat annus post bissextilem tertius, nempe stylo veteri hoc æquinoctium comparemus cum æquinoctio Lugduni obseruato. obseruauit Dominus Mouton Lugduni 1660 eleuationem solis meridianam die 21. septembris grad. 44. 36. est autem eleuatio æquatoris 44. 14. declinabit ergo sol ad boream min. 22. hoc est, accidit æquinoctium die 22. hora 10. seu duabus horis ante meridiem. Est autem Alexandria orientalior Lugduno vt ponit Dominus Vincentius Mut post accuratas Eclypsium obseruationes grad. 27. 55. seu hora vna min. 51. 40 erat igitur tunc Alexandriæ hora 11. 51 40 annus 1660 est bissextilis. & stylo veteri erat dies 12. anni autem erant ante Christum 158. quibus addendi 1659. nam anni Christi numerantur incohati, sunt igitur anni 1817 si fuisset hæc vltima obseruatio facta 1659. anno tertio post bissextilem fuissent anni 1816 in quibus sunt bissextiles 454. & quia annus 1660 bissextilis est erunt bissextiles 455. sunt autem in 1817 communibus multiplicando per 365 dies sufficientes vt fiant 1817 anni dierum 365. reliqui dies erunt pro horis sunt autem dies 455. à quibus subtrahere debes 15. quia accidit vltimum æquinoctium obseruatum Lugduni die 12. & alterum die 27. fiunt ergo 440. & ne quid negligamus quia deficiunt 9. minuta circiter à meridie. habebimus dies 439. horas 23. min. 51. secunda 40.

Multiplica dies 439 per 24 habebuntur horæ 10536 quibus addes 23 fient ergo horæ 10559 quibus per 1817 annos diuisis quotiens erit horarum 5. restabunt horæ 1474 quas multiplicabis per 60 fientque 88440 & additis 51. fient ergo 88491. quibus per 1817 diuisis quotiens erit 48. & restabunt horæ 1275. quas per 60 multiplicatis vt fiant minuta secunda fient 76500 & addes 40 fientque 76540 diuidenda per 1817 quotiens erit 42 & restabunt 226, ex quibus si facias tertia diuidenda per 1817 habebis minuta tertia 7. est ergo periodus annua.

Dierum 365. horarum 5. min. 48. secun. 42. tertiorum 7.

		H.	min.	secu.	
Inueniemus ergo, per primam	365.	5.	50	0	
Per secundam ex vernis æqu.	365.	5.	48.	30.	
Per tertiam ex autumnalibus	365.	5.	49.		
Media inter istas	365.	5.	48.	45.	
Per vltimam	365.	5.	48.	42.	7.

Atque huic vltimæ insistere possumus. Tycho ponit dies 365. horas 5. mi. 48. secunda 45. tertia 0.

Ricciolius

Ricciolius 365. horas 5. min. 48. secunda 45. Tertia 17.

Inuenit item 365. horas 5. min. 48. secunda 46. Tertia 32.

Hæc sufficere possunt vt vlteriùs tendamus. & vltimam limam huic quantitati annuæ adhibeamus, quæ adhibebitur colligendo duo æquinoctia media; nam ad illa exigi debet medij anni quantitas, non ad vera quæ modò sufficient, quia etiamsi non haberemus veram quantitatem anni solaris, error tamen qui committeretur non esset sensibilis intra vnum annum.

Notandum item potuisse nos vti quolibet loco solis, ad inueniendam, anni solaris quantitatem, exceptis tamen solstitiis ob insensibilem declinationis mutationem. verbi gratiâ si initium tauri assumere velim si obseruem quandonam sol habeat declinationem boream graduum 11 $\frac{1}{2}$. sed in tali casu quia vix accidet, vt post aliquos annos sol in meridie eamdem habeat declinationem præcisè. obseruanda esset eleuatio solis meridiana duobus diebus; vt hora haberetur, quâ secundò habuit eamdem declinationem. aptiora tamen sunt æquinoctia, propter maiorem declinationis mutationem, & quia non est opus prius constituere declinationes solis.

Hipparchus iam & Ptolemæus cognouerant anni quantitatem deficere à 365 diebus & quarta parte diei, vnde miror ab Alexandrinis præsulibus errorem futurum in antecessione æquinoctiorum, non fuisse præuisum. Existimabant igitur in 300 annis vnum circiter diem deficere, cum tamen in 400 tres deficiant quare anni solaris quantitatem putabant esse dierum 365 horarum 5. min. 55. cum reuera sit tantum min.48.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Solis medios motus definire.

Ex hac anni quantitate facile medios motus solis ad quodcumque tempus seu partem anni ciuilis determinabimus.

Et primò quia anni ciuiles, alij sunt communes dierum 365. alij bissextiles dierum 366. facilè sciemus quantum sol moueatur intra annum communem tum intra annum bissextilem. nempe per proportionum regulam.

Si 365. dies, horæ 5. min 48. secunda 45. dant gradus 360. quid dabunt 365. ad hoc opus est reducere dies 365. hor. 5. & 0 ad min. secunda.

Poterimus secundò scire tempus quô sol percurrit vnum gradum sumendo trecentesimam sexagesimam partem vnius anni seo partiendo hunc numerum 365. 5. 48. 45 per 360.

Inuenio diem 1. hor. 0. 20. 58. 7 : 30

Iam dico si dies 1. hor. 0. 20. 58. 7. 30 dant gradum vnum seu min. 60 quot dabit vnus dies, hoc autem fit reducendo vtrumque numerum ad minuta quarta & inuenio motum solis diurnum M 59 : Se 8. T. 19. 49. 55. cuios si sumatur vigesima quarta pars habebitur motus Solis horarius M. 2 27. 50. 49. 34.

Motus solis vnius minuti sec. 2. 27. 50. 49.

Si dicas vt 365. H. 5. M. 48. Se. 45 ad 360. ita dies 365. ad quartum numerum seu vt 31556925. secunda ad gradus 360 ita secunda 31536000.

Inuenies pro motu annuo gradus 359. M. 45. Sec 40. Tert. 50 hunc numerum diuide per 365. habebis motum diurnum M. 59 : Se. 8 : 19. 51 qualem iam supra aliô modô inuenimus.

Hic motus diurnus continue additus dabit motum pro quolibet numero dierum, pariter motus annuus continue additus dabit motum pro annis quibuslibet, addendo motum vnius diei si annus fuerit bissextilis quamvis autem hi numeri exacti non essent, hoc est non haberent vltimam præcisionem, essent tamen ad inueniendas correctiones inferiùs adhibendas.

PROPOSITIO X.

Problema.

Tempori dato motum solis medium assignare vel quantitate motus assignatâ tempus determinare.

Hæc duo problemata erunt in vsu inferiùs, suntque finis præcedentium propositionum. sint igitur dati anni quotcumque dies & horæ quibus respondentem motum solis medium, inuenire oporteat, verbi gratiâ sint quinque anni dies 20. horæ 18. min.

	Signa	gr.	mi.	sec.
Anni quinque	11.	29.	47.	32
Dies 20		19.	42.	44
Horæ 18			41.	21
	0	20	11	37

Addantur simol minuta secunda si summa superat 60 scribantur reliquum reseruentur tot vnitates quoties inuenitur 60, vt iubet regula additionis numerorum denominatorum.

PROPOSITIO XI.

Problema.

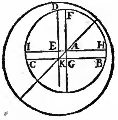
Tribus obseruationibus eccentricitatem, & apogæi locum inuenire.

Supponitur hypothesis eccentrici, seu sol in eccentrico moueri, quæritur ergo proportio seu ratio, eccentricitatis ad radium eccentrici, hâc enim constitutâ vna cum loco apogæi, facilem totam motûs solaris irregolaritatem enucleabimus. quare positο radio eccêtrici 10000000; quærimus quanta sit distantia centri eccentrici, à centro terræ, seu centro eccentrici: in partibus radij. quærimus item locum apogæi. hanc quæstionem variis modis soluerunt astronomi, sed semper obseruationes aliquas præmiserunt, ex quibus tanta eccentricitas, & non maior concluderetur.

Ptolemæos hanc tradit methodum, obseruentur diligenter duo æquinoctia eiusdem anni, vnâ cum solstitio intermedio. obseruatum autem ab æquinoctio verno ad autumnale dies 187, quibus quæri debet (*per præcedentem*) motus medius respondens grad. 184. 19.

obsetuauit item ab æquinoctio verno ad solstitium æstiuum esse dies 94. hotas 10. quibus respondet motus medius 93. 9.

His positis ita potest perfici tota demonstratio. quolibet eentro A describatut eeeentricus solis. assumatut vtcumque in eius citcumferentia punctum B pro initio arietis. quia veto ab atiete ad libram sol percuttit in circumfetontia eccentrici, seu medio motu gradus 184. 19. numerentut in eius circumfereutia compleantque arcum BDC, sitque C finis numetationis, atque adeò initium libræ. coniungatur linea BC. in ea necessariò erit terta, omnis enim linea coniungens puncta cœli opposita qualia sunt initia atietis & libtæ transit per centtum terræ. quia autem ab



initio atietis ad solstitium sol percurrit gradus 93. 9 numera à puncto B gradus 93. 9. sitque finis numerationis D. ex puncto D, ad lineam BC ducatur perpendicularis DEK, nam linea solstitiorum secat ad angulos tectos lineam æquinoctiorum, eritque tetra in puncto E diuidatut atcus BDC bifariàm & quia suppooitut esse 184, 19 eius medietas erit 92. 9. $\frac{1}{2}$. igitur non peruenniet vsque ad punctum D, cum atcos BD sit graduum 93. 9 cadet igitur in F, & linea FAG erit perpendicularis ad B C quod facile probari potest, eò quòd areus BF. FC sint æquales & consequenter subtensæ BF, FC, si ducetentur: per punctum A ducatur linea H I parallela lineæ B C. eritque HFI semiciteulus graduum 180. & atcus BH, CI simul, excessus atcus BDC supta semicirculum, erat autem arcus BDC graduum 184. 19. hoc est atcus BH, CI graduum 4. 19. & cum sint æquales quilibet eorum erit graduum 2. 10. paritet cum atcus B F sit 92. 10. & BD 93. 9. erit arcus DF vnius gradûs est igitut linea EA aut KG sinus anguli vnius gtadus, & AG sinus arcûs BH graduum 2. 10. quare ex tabula sinum habebitur KG. 174524.

Et linea AG 378065. si fiat vt KG 174524. ad AG 378065, ita sinus totus, ad tangentem anguli AKG. 65. 13. 30.

Apogæum ergo distat ab ariete gradibus 65. 13. 30. hoc est inuenitut in quinto gradu geminorum. denique si fiat vt sinus anguli AKG, ad latua GA, ita sinus totus ad quartum habebimus eccentricitatem K A. 415850 qualium radius est 10000000.

Hæc methodus facillima est, sed non satis fida, eò quod nitatur obseruationi solstitiorum, in quibus facillimum est errare vno die. qoæ caosa fuit eut Ptolemæus apogæum statuerit in eodem puncto, in quo inueutum fuit ab Hipparcho, quamvis ptobabilissimum sit etiam illis temporibus motum fuisse, quod non aduertit tamen Ptolemæus eò quòd tota hæc ptaxis niteretur obsetuationibus non satis exactis.

Quare posset hæc ptaxis quæ meo iudicio facilis est, & minime intticata, adhiberi non tantum in æquinoctiis, sed etiam aliis gradibus. si quis enim obsetuet tempus quo sol medietatem tauri ingteditur, vna cum medietate Leonis & medietate Scorpij, maxime in ea latitudine quæ obnoxia non est tefractioni, qualis est latitudo gtaduum 31, Alexandtina in qua consequenter cleuatio æquatotis erit 59. è qua etiamsi subtrahas 16 gradus testabunt 43 gradus quibus sol eleuabitut. vnde tota hæc methodus bene adhiberi potest. At io borealibus regionibus esset ratio habenda tefractionis.

PROPOSITIO XII.

Ptoblema.

Secundus modus inueniendi eccentricitatem & Apogæum.

Quia hæc est multum subtilis quæstio, quæ aecutatas exigit obsetuationes, teiecimus solstitiales; quare reteotis æquinoctialibus, aliam adhibebimus qoamcumque obseruationem solis inter æquinoctium & solstitium existentis. exemplum. desumam ex Metio qui Frænequetæ 10. Martij solis meridianam altitudinem inuenit gtaduum 36. 38. 30

Eleuatio æquinoctialis Frenequetæ est 36.49

Altitudo meridiana 20. martij 36. 38. 30

Si fiat subttactio vnius ab alia restabunt 10 30. seu 10. hotæ cum dimidia. quare æqoinoctium accidit 20 mattij, hora 10. 30 post meridiem.

Idem Aptilis 25. altitudinem, meridianam inuenit 53. 3

E qua si subtrahas altimdinē æquatoris 36. 49.

Restabit declinatio solis borealis 16. 14

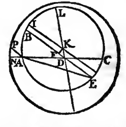
Quare Sol fuit in Tauri gradu 14. min. 28. cui competit hæc declinatio.

Tettiò idem obseruauit sept. 13. altit, meridianam 36.53.30

E qua si subttrahas altitudinē æquatotis 36.49

Restabit declinatio botealis solum min. 4.30

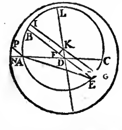
Quare sept, 13. hot. 4. min. 30 accidit æquinoctium.



Ex his tribus obsetuationibos cætera concludemus. describatut solis eecentricus, in quo punctum A sit initium atietis quia autem à prima obseruatione ad secundam sunt dies 45, hotæ 13. 30 quibus debetur. atcus A B medij motûs graduum 44. 54. 31.

Rursus

Rursus à prima observatione ad tertiam sunt dies 186.18. quibus respondet arcus AC graduum 184. 4. 10.



Eritque punctum C initium Libræ. ducatur linea AC in qua necessariò erit terra. & quia segmentum ABC superat semicirculum, centrum eccentrici K in eo erit. quia vero Sol existens in B erat in gradu 14 min. 28 Tauri, hoc est distabat secundum verum locum gradibus 44 & 28 minutis ab Ariete, fiat angulus NAP graduum 44. 28. tum lineæ PA ducatur parallela BD, eritque angulus BDA graduum 44.28.& terra erit in D, quia linea ducta ex gradu 14 28 minuto Tauri ad terram angulum, comprehendit cum linea æquinoctiorum seu linea AC angulum 44.28 ducatur per terram D, & centrum eccentrici K, linea Apogæi DKL, ducatur item linea AE & GI parallela ipsi BG, & KF perpendicularis ad BE. multa his cognoscimus.

Arcus AB est graduum 44. 54. 32. quare illius dimidium erit angulus AEB ad circumferentiam 22. 57. 15$\frac{1}{2}$

Angulus ADB veri motus 44.58. qui æqualis est duobus internis. quare subtrahe AEB ex ADB & restabit.

Angulus DAE 22 0. 44$\frac{1}{2}$ & eius duplum erit
Arcus CE 44. 5. 29.
Illi addatur arcus ALC gr. 184. 4. 10.
Fit totus arcus ABCE 228. 5. 39.
Et reliquus AE ad circulum 131. 54. 21.

Erit ergo eius subtensa AE, 182642. qualium radius est 100000. quare in triangulo ADE cognoscitur angulus ADE 135.32. eius suppl. ADB 44 28. Fiat vt sinus anguli ADE 70049. ad latus AE 182642. ita sinus anguli DAE gr. 22. 0. 44. seu 37481. ad latus DE 97726.

Arcui A E	grad. 131. 54. 21.	
Adde Arcum AB	44. 54. 31.	
Erit arcus BAE	176. 48 52.	
Cuius dimidius erit 88. 24. 56. linea FE est sinus huius arcus atque adeò erit FE		99961.
Subtrahe lineam ED		97726.
Restabit linea FD		2235.

Cognoscetur item F K, hôc modo ex semicirculo IAG gr 180.
Auferatur iam cognitus arcus BAE gr. 176. 48. 52.
Restabunt duo arcus BI, EG simul sumpti 3. 11. 8.
Si dividantur bifariam habebitur arcus BI gradus 1. 35. 34.
Linea FK est sinus arcûs illius nempe 2780.

Solvatur triangulum rectangulum FKD, cuius cognoscuntur latera FK, FD invenies eccentricitatem DK partium 3567. qualium radius est 100000. nunc si fiat vt DK 3567. ad sinum totum, ita FK, 2780. ad sinum anguli FDK, invenies illum esse graduum 51. 12. cui si addas angulum BDA grad. 44. 58. fiet angulus totalis ADL, seu distantia Apogæi ab Ariete graduum 95. 40. erat ergo sub annum 1600. Apogæum in grad. 5. min. 40 Cancri & eccentricitas partium 3567.

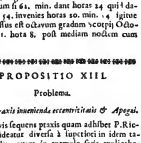
Quamvis hæc praxis videatur affixa æquinoctiis, potest tamen vsurpari in aliis locis modò observentur, duo qualibet solis loca opposita, quod facillimum est, si duæ altitudines meridianæ assumantur. sit verbi gratia observatus die 25 Aprilis sub finem dies quo Sol ingressus est gradum octavum Cancri, & debeat observari in mense Octobri qua hora præcise Sol inveniatur in gradu 8. Scorpij, hoc est in loco opposito: observetur die verbi gratia 30 Solis elevatio meridiana 30. 17. 45. vt eam observ. Lugduni Dominus Mouton annô 1658. Oct. 30. auferatur hæc elevatio ex altitudine æquatoris quæ est Lugduni 44. 13. 30. & relinquitur declin. australis 13. 55. 45. cui respondet Scorpij gr. 7. 6. quærebatur Scorpij gradus 8 præcise sequenti die 31 Oct. observetur solis altitudo meridiana quæ inventa est 29 58. 30. auferatur ex altitudine æquatoris 44. 13. 30. relinquitur declinatio 14. 15. 0. cui competit gradus 8. 8. Scorpij igitur intra vnum diem perfecit gradum vnum, & duo minuta fiat regula trium si 62. min. dant horas 24 quid dabunt min 54. invenies horas 20. min. 54 igitur Sol ingressus est octavum gradum Scorpij Octobris die 31. hora 8. post mediam noctem cum 54 min.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Tertia praxis inueniendæ eccentricitatis & Apogæi.

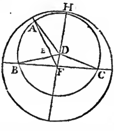
Quamvis sequens praxis quam adhibet P. Ricciolius videatur diversa à superiori in idem tamen recidit, quam in exemplo satis explicabo. Suppono igitur tres observationes factas Lugduni à Domino Mouton duas æquinoctiorum, & vnam medietatis Leonis.



Prima observatio fuit 1660. die Aug 7. meridie Lugduni solis elevatio fuit gr. 60. 27. 3.
Lugduni elevatio æquatoris 44 13. 30. subtrahe
Relinquitur declinatio borea 16. 14. 7.
Cui respondet Leonis gradus 15. 29.
Seu numerando ab Ariete gr. 135. 29.

Et

Et vſque ad æquinoctium autumn. 44. 31. ſeu angulus AFB.



Secunda obſeruatio fuit 1660. die 11 Sept. quo die

Altitudo ſolis meridiana fuit	44. 36.
E qua ſi ſubtrahas altitudinem æquatoris	44. 13. 30.
Reſtabit declinatio borealis	0. 22. 30.

Quare æquinoctium accidit Sept. die 22. hora 10. 30. poſt mediam noctem.

Tertia obſeruatio fuit anno 1661. Martij 20.	
Fuit meridiana altitudo graduum	44. 23. 20.
Subtrahe altitudinem æquatoris Lugd.	44. 13. 30.
Reſtabit declinatio borealis	0. 9. 50.

Ideóque citius accidit æquinoctium horis 9. fuit igitur æquinoctium vernum 1661. Martij 20. hor 2. min. 10. poſt mediam noctem.

A prima obſeruatione ad ſecundam ſunt dies 45. hor. 22. 30. cui tempori reſpondet medius motus AB aut ADB gr. 45. 16. 41.

A ſecunda obſeruatione ad tertiam ſunt dies 178. hor. 15. 40. cui tempori reſpondet medius motus grad. 176. 5. 19.

Supponatur in prima obſeruatione Sol eſſe in A, in ſecunda in B in tertia in C. coniungatur linea B C. in qua erit terra. ſit F. ducantur lineæ AD, AF, BD, CD & linea Apogæi F H.

Erit angulus BDC graduum 176. 5. 19. & reliqui A & D ſimul 3. 54. 41. & cum ſint æquales erit angulus DBF graduum 1. 57. 20$\frac{1}{3}$. cui ſi addas angulum AFB iam inuentum graduum 44. 31. habebis ſummam eorum æqualem angulo externo AEB gr. 46. 28. 20$\frac{1}{3}$.

Sed idem angulus externus A E B æqualis eſt angulis EDA , EAD.

Quare ſubtrahe ex gr. 46. 18. 10. angulum ADB medij motus iam inuentum gr. 45. 16. 41.

Reſtabit angulus DAE gr. 1. 11. 39.

In triangulo igitur A D E , cognoſcuntur tres anguli & latus AD, ſeu radius eccentrici quæratur linea D E.

Fiat vt ſinus anguli E 46. 28. 20. ſeu 72504 ad radium, ita ſinus anguli D A E gr. 1. 11. 39. ſeu 2084. ad latus DE 2874$\frac{1}{2}$. ſi latus D E , ſubtrahatur ex ſinu toto, reſtabit EB 97125$\frac{1}{2}$.

Rurſus in triangulo BEF, fiat vt ſinus anguli EFB 44. 31. ſeu 70111. ad B E 97125$\frac{1}{2}$. ita ſinus anguli EBF 1. 57. 20. ſeu 3412$\frac{1}{2}$. ad EF 4727$\frac{2}{3}$.

In triangulo DEF, cognoſcitur angulus D E F 46. 28. 20. vnà cum lateribus D E 2874$\frac{1}{2}$. E F 4727$\frac{2}{3}$. quæratur primo

Angulus EF D qui erit	37. 18. 20.
Addatur angulus AFB	44. 31.
Fiet totus angulus BFH	81. 49. 20.
Subtrahatur ex 180. reſtabit	98. 10. 46.

Scilicet Apogæum in gradu 8. mi. 10. 26. Cancri
Et eccentricitas D F partium 3446.

Notandum autem me nullam habuiſſe rationem parallaxis , vt pote nondum conſtitutæ, quod aliquam inducit varietatem. immo vtendo aliis atque aliis locis ſolis, & iiſdem æquinoctiis non eruitur præciſe eadem ſemper eccentricitas, ſed nonnunquam maior & minor, quod vel vitiô obſeruationum tribuendum eſt , vel vitiô hypotheſis non exactiſſime reſpondenti motui ſolis, & aliquam ſecundam irregularitatem nobis ignotam admittente. miratus autem ſum in hoc calculo, quod Apogæum fuerit in gradu 8. min. 10. Cancri , quod Pater Ricciolius inuenerat 14 annis ante in grad. 7. min. 26. vnde iudico non fidendum vni calculo , ſed plurimos adhibendos, mediúmque locum aſſumendum inter inuentos. quod ipſe etiam Ricciolius vſurpauit , non tamen vnquam inuenit tantam differentiam.

Sic inuenit eodem anno Apogæum in Cancri grad. 7. min. 29. & in Cancri gradu 7. min. 26. Eccentricitatem autem 3431. & 3491. vnde ipſe mediam aſſumpſit 3461.

Quod vero eodem anno vtendo iiſdem æquinoctiis , & adhibendo varia alia ſolis loca varius inueniatur Apogæi locus , & varia eccentricitas, id oſtenderem facile multis exemplis. vnde expendendum reſtaret an , Apogæum nonnihil nutaret ſingulis annis , & eccentricitas mutaretur. Dominus Mouton cum ex eleuatione ſolis æquatoris eleuationem Lugdunenſem venaretur aliam atque aliam inuenit vtendo eodem motûs ſolis calculo ſcilicèt Lansbergiano. inuenit enim 44. 11. Aliquando 44. 17. ita vt maxima differentia ſit 6 minutorum. quod euincit Lansbergianum calculum nonnihil ab obſeruationibus aberrare. modo ſufficiat methodo ordinaria Apogæum & eccentricitatem conſtituere.

PROPOSITIO XIV.

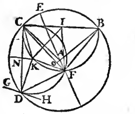
Problema.

Quarta praxis inueniendi eccentricitatem & Apogæum.

Quamuis hæc quæ expoſui ſuperioribus propoſitionibus abunde ſufficiant ad ſoluendam quæſtionem, & ad inueniendam eccentricitatem, & Apogæum quia tamen eſt affixa obſeruationibus æquinoctiorum, quæ ſæpe non ſunt in promptu , ob nubes, puto eam praxin præſtare cæteris quæ ex tribus quibuſcúmque obſeruationibus totum negotium abſolueret , nec ita connecteretur cum æquinoctiis , vt ſine illis abſolui non poſſet. eam autem primo Geometrice explicabo & demonſtrabo , ad calculos eam deinde reuocaturus.

Proponantur tres obſeruationes Tycho obſeruauit anno 1588. à medietate Tauri ad medietatem Leonis dies 94. hor. 5. 55. quibus conuenit motus medius gr. 92. 53. 34 Sed motus verus fuit graduum tantum 90. vt patet, à medietate Leonis

nis ad initium Libræ obſervavit dies 46. hor. 9. 40. quibus debetur motus medius 45, 44. 16. verus autem vt patet fuit præciſe graduum 45. fuerunt igitur à prima obſervatione ad tertiam dies 140. hor. 15. min. 35. quibus debetur motus medius 138. 37. 50. motus autem verus fuit graduum 135. ex his tribus obſervationibus concludenda eſt eccentricitas & Apogæum.



Centro A deſcribatur eccentricus ſolis BCD, ſupponatúrque Sol eſſe in tempore primæ obſervationis numerentur in circumferentia medij motus gradus 91. 53. 14. B E C, quos Sol percurrit à prima obſervatione ad ſecundam, & ſupra lineam BC, deſcribatur (*per 33. 1. Eucl.*) ſegmentum circuli capiens angulum graduum 90. medij ſcilicet motus, fiat nempe ſemicirculus CFB. ſit item arcus CD graduum 46.9. 40 quos Sol percurrit medio motu à prima ad ſecundam obſervationem, fiátque ſupra lineam CD,arcus CFD, capiens angulum graduum 45 veri ſcilicet motus, ſitque F interſectio duorum circulorum, dico terram eſſe in F, & conſequenter lineam FAE eſſe lineam Apógæi.

Demonſtratio. In nullo alio puncto quam in circumferentia arcûs C F D, poteſt fieri angulus graduum 45. Si enim ſit intra circulum oſtendam eſſe maiorem, ſi extra minorem eo, qui fit in circumferentia arcûs C F D; pariter oſtendam nullum angulum poſſe fieri graduum 90. à lineis ductis ex C & B, niſi in circumferentia circuli B F C: ergo punctum F, eſt illud in quo fiunt anguli veri motus graduum 90. & 45. Sed in terra fiunt tales anguli ex definitione veri motûs;ergo terra eſt in F eſt ſatis difficile hanc propoſitionem ad numeros revocare revocabitur tamen ſi ſoluantur duo triangula BFC, CFD.

Incipiamus à CFD,& à praxi Euclidis, deſcribendi arcum comprehendentem angulum graduum 45. ſit primò arcus CDG graduum 45 tum ad G D ducitur perpendicularis D K, eſt igitur arcus G D K. rectus & cum C D G ſit graduum 45. arcus CDK erit etiam graduum 45. angulus DCK erit illi æqualis ex conſtructione, quare cognito latere C D, vna cum angulis adiacentibus cognoſcetur totum triangulum CKD, & latus CK cognoſcetur.

Iam in triangulo CKB cognoſcebatur angulus DCB, eo quod ſciantur arcus BC CD ſimul, ſeu arcus B C D. ergo reliquus D B, ſed angulus DCB, in circumferentia eſt media pars arcus DB, ablato autem angulo DCK graduum 45. reſtabit angulus K C B dividatur B C bifariàm in I ducantúrque lineæ KI, FI. in triangulo K C I. tria cognoſcuntur nempe angulus K C I, latera K C, CI ergo baſis K I cognoſcetur, & angulus CKI.

Rurſus in triangulo KIF,latera IF, KI, KF cognoſcuntur;ergo angulus IKF. Ergo totus CKF,& cum anguli KCF, KFC ſint æquales cognoſcetur CF, cognoſcitur item angulus DKF, ſublatis angulis CKD, CKF ex 4 rectis. dantur item latera æqualia D K, K F, ergo dabitur baſis D F. denique in triangulo FCB, datis lateribus CF,BC, & angulo BFC dabitur & FB, & anguli FCB. FBC.

Iam ducantur ex centro A lineæ F B, F C. in triangulo BAC datur angulus BAC graduum 91, 53. 14. anguli ACB, A B C ſunt æquales, ergo quilibet cognoſcitur, datur ergo angulus ACB, ſed iam cognitus erat FCB, ergo dabitur angulus FCA. in triangulo ergo FCA, dato angulo FCA, & lateribus AC, FC. dabitur eccentricitas AF, & angulus C F A, diſtantia Apogæi a gradu 55 Leonis. neque opus eſt omnia triangula ſoluere. Sed tantum ſequentia.

Soluatur trianglum DKC, quærarúrque latus CK, & angulus DCK

Soluatur triangulum KCI, & quæratur baſis Ki, & angúlus CKI.

Soluatur triangulum K I F, quætatúrque angulus IKF.

Soluatur triangulum C K F, & quæratur baſis CF. vna cum angulo KCF.

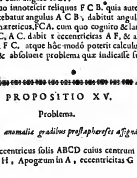
Ex quo innoteſcit reliquus F C B. quia autem cognoſcebatur angulus A C B, dabitur angulus proſtaphæreticus,FCA. cum quo cognito & lateribus FC, A C. dabitur eccentricitas A F, & angulus A F C. atque hôc modô poterit calculum inire, & abſoluere problema quæ indicaſſe ſufficiat.

PROPOSITIO XV.

Problema.

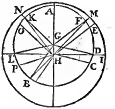
Singulis anomaliæ gradibus proſtaphæreſes aſſignare.

Sit eccentricus ſolis ABCD cuius centrum G. terra in H, Apogæum in A, eccentricitas G H,



quæ ſupponitur inventa. quæritur vt aſſignemus ſingulis gradibus anomaliæ ſuas proſtaphæreſes. procedat motus ſolis ex A in B,C,D, ſitque cognitus arcus AK, qui erit arcus anomaliæ,ſeu motus eius medius numeratus ab Apogæo; In triangulo KGH cognitô angulo AGK, cuius menſura eſt arcus anomaliæ A K, cognoſcuntur anguli HKG, GHK ſimul ſumpti, cum æquales ſint angulo externo AGK. quare ſimul addantur radius KG & eccentricitas G H. vt fiat eorum ſumma, ſubtrahatur item eccentricitas ex radio, vt ha-

beatur differentia. dividatur angulus AGK bifariam, vt habeatur semisumma angulorũ ad basin. fiat vt radius auctus eccentricitate, ad differentiam quæ est inter eccentricitatem & radium, ita tangens semisummæ angulorum ad differentiam angulorum, quæ subtracta ex dimidio arcu anomaliæ dat angulum H K G, cui prostaphæresis OHK æqualis est.



Notare potes eandem semper manere summam radij. & eccentricitatis nec non differentiam ideo si per logarithmos fiat operatio nullo negotio perficietur, addatur enim logarithmus differentiæ, logarithmo tangentis dimidij arcus anomaliæ, & a summa auferatur logarithmus summæ radij & eccentricitatis, restabit logarithmus tangentis arcûs qui ablatus ex dimidio arcu anomaliæ exhibet prostaphæresin.

Pariter si detur arcus anomaliæ A G B maior quadrante, hic erit æqualis duobus angulis BHG, GBH. ideóque est æqualis eorum summæ, & dimidius arcus anomaliæ A B erit angulorum semisumma. elatum autem est per Trigonometriam. ita esse summam laterum BG, GH, ad eorum differentiam sicut tangens semisummæ, angulorum seu semianomaliæ, ad tangentem semidifferentiæ. quod vt exemplo manifestum fiat.

Supponatur eccentricitas partium 3460. & Apogæum in gradu 7 56. anno 1646. addatur radius eccentricitati, fiet summa 103460. auferatur à radio fiet differentia 96540. instituenda est regula trium, in qua 103460. sit primus numerus & 96540. secundus quæratur prostaphæresis pro gradu 30 anomaliæ. erit semisumma angulorum graduum 15. fiat vt 103460. ad 96540. ita tangens anguli graduum 15. ad tangentem aliam quam invenies esse 14. 2. subtrahe 15. 2. ex 15. restabit prostaphæresis grad. 0. 58.

Ad molliendam hanc praxin per logarithmos logarithmus primi numeri 10,460. est 10.0149100 qui subtrahi semper debet. logarithmos secundi numeri 96540. est 9 9847400. qui addi semper debet aufer hunc secundum logarithmum ex primo & differentiam 0. 301700. subtrahe ex singulis logarithmis tangentium semianomaliæ, restabit logarithmus tangentis semidifferentiæ, quæ semidifferentia subtracta, ex semianomalia exhibet prostaphæresin ita centum octogiota subtractionibus canonem integrum perficies.

Notandum primò prostaphæreses primi semicirculi subtractivas esse, hoc est subtrahi à loco solis medio, vt habeatur verus. nam linea H O, est linea medij motûs, vt pote parallela lineæ KG. linea autem HK, est linea veri motus. vnde subtrahendus est angulus OHK, qui est æqualis angulo HKG.

In secundo semicirculo, seu quando anomalia superat gradus 180. prostaphæresis additiva est, vt constat eôdem ratiocinió.

In mediis transitibus prostaphæresis est maxima. voco autem medium transitum quando linea veri motûs H D, perpendicularis est ad lineam augium HA. cum enim ita sit radius, ad eccentricitatem, vt sinus anguli G H D, veri motus ad prostaphæresin GDH, prostaphæresis erit maxima, quando sinus anguli GHD maximus erit. Sed nullus sinus maior est sinu toto, ergo quando angulus G H D erit rectus, prostaphæresis erit maxima.

Loca solis vera diametraliter opposita æquales habent prostaphæreses. sint proposita puncta D & L, diametraliter opposita secundum verum motum, hoc est linea DL transeat per terram H. dico prostaphæreses GLH, GDH (*per 5.1. Eucl.*) esse æquales, cum latera G L, G D sint æqualia, idem dico de prostaphæresibus GBH, GFH.

Maxima æquatio addita gradibus 90. dat in primo semicirculo gradum anomaliæ transitus medij. cum enim vt dixi prostaphæresis maxima sit, cum angulus motus veri, numerati ab Apogæo, est 90 graduum seu angulus AHL, & prostaphæresis sit differentia inter motum verum, & medium si numerentur ab Apogæo, item in primo semicirculo prostaphæresis sit subtractiva vt ex medio motu fiat verus, & additiva vt ex vero fiat medius, maxima prostaphæresis, addita gradibus 90. dat gradum anomaliæ in quo datur hæc maxima prostaphæresis.

PROPOSITIO XVI.

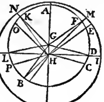
Theorema.

Eccentricitas eadem manet.

Status quæstionis est an eadem semper sit ratio eccentricitatis ad radium eccentrici, quam supra invenimus, an vero diversa decursu temporis inveniatur. decisio huius quæstionis petenda videtur ab observationibus, quas in hoc laterculo oculis subjicio, cum adiecto tempore, & authoribus è quibus petita est.

Ante Christum			
Hipparchus	140.	4152. 5. 30.	Gemin.
Sed correcta ex Longomontano		3648. 5. 16.	
[Post Christum			
Ptolemæus	139.	4152. 5. 30.	Gemin.
Corrigitur ab iisdem		3648. 10. 3.	
Albategnius	883.	3465. 52.	
Et correctus à Longomontano		3470. 22. 53.	Gemin.
Arzahel	1076.	3465. 17. 50.	Gemin.
Alphonsin.	1252.	3465. 28. 40.	Gemin.
Bernardus Valt.	1488.	3548. 4. 45.	Cancri
Copernicus	1515.	3230. 6. 40.	Cancri
Et correctus à Longomontano		3592. 5. 8.	Cancri
Nonius	1552.	3781. 1. 58.	Cancri
Tycho	1588.	3584.	
Keplerus	1588.	3600. 5. 30.	Cancri
Bullialdus	1588.	3568. 5. 33.	Cancri
Merius	1607.	3567. 5. 40.	Cancri
Ricciolius	1646.	3460. 6. 26.	Cancri

Ex ea eccentricitatis diverſitate variis temporibus obſervatà, Arzahel, Albategnius, Purbachius Meſtlinus, Reynoldus, Tycho, aliíque mutabilem



ponunt eccentricitatem, nonnullique huius mutationis tale ſyſtema comminiſcuntur. terram ſtatuunt in A, lineàmque AB, vt maximam aſſumunt eccentricitatem, qualem obſervavit Ptolemæus ſuo tempore: hanc ſenſim ad noſtra tempora decreviſſe inæqualibus tamen decrementis, vt pote ductis ex circumferentia circelli B C, lineis parallelis ad A D perpendicularibus. ita vt anomalia talis motus in circello notaretur, & eccentricitas in diametro. Non omnes tamen qui eccentricitatem mutabilem exiſtimant hoc ſyſtema admittunt, Tycho enim putat tantam varietatem nulli ſyſtemati ſubiscere poſſe; ſive quòd hæc mutatio nullà certà regulà procederet; ſive quòd non ſatis fidelibus obſervationibus niteretur.

Ptolemæus è contrà Scaliger, Keplerus, Longomontanus, Bullialdus Vendelinus, Ricciolius fictitiam talem eccentricitatis mutationem exiſtimant.

Præcipua ratio eſt, quod non maior diverſitas in eccentricitate variis temporibus obſervata, quam quæ ex diverſis eiuſdem anni obſervationibus eruitur; quantumvis enim exactæ ſint obſervationes non ſemper eôdem annô eadem colligetur. ergo vel mutabilis eſt intra annum eundem, vel immutabilis omnino tenenda eſt. nam mutationes hactenus obſervatæ tam modicæ ſunt vt facile, vel neglectui refractionis, & parallaxeos, vel inſtrumentorum defectui, vel aliis circumſtantiis adſcribi poſſint. Confirmatur ex eò quod eccentricitas Ptolemaica, aut Hipparchæa à multis corrigatur, oſtendatúrque non fuiſſe, qualem ij authores proferunt.

Addo vlteriùs Copernicanam, quæ omnium minima habita eſt, falſam fuiſſe nixam ſcilicet elevationi poli duobus minutis erroneæ, vt obſervavit Tycho etiam abſens. Denique loca ſolis deducta ex tabulis eccentricitatis mutationi aptatis, non meliùs cœlo reſpondent, quam quæ eruuntur ex tabulis talem hypotheſin reſpuentibus: quare & nos eccentricitatem immutabilem ſtatuemus.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Motum Apogæi definire.

Hactenus motum Apogæi diſſimulavimus; motu enim medio ſolis, ſeu ab Ariete pro motu anomaliæ vſi ſumus, vt re verà non differunt, ſi immutabiliter in eodem Eclypticæ puncto Apogæum hæreret. potuimus autem hunc errorem diſſimulare, quia re verà immobile credidit Ptolemæus, eò quòd ſuas obſervationes, cum Hipparchi obſervationibus, non longo ſatis intervallo diſtantibus conferret: & cum ambæ niterentur ſolſtitiis, nullum certum motum in Apogæo potuit deprehendere. decurſu tamen temporis ita proceſſit in conſequentia, vt diſſimulari amplius hic motus non potuerit, ita igitur conſtituetur.

Apogæum obſervetur duobus temporibus; quàm longiſſimô intervallô inter ſe diſſitis, tum per regulam proportionum, cuilibet anno ſuus motus tribuatur.

Quia autem nullas alias obſervationes circa Apogæum habemus, antiquiores iis quæ à Ptolemæo proferuntur. eas cum noſtris conferemus. facit tamen difficultatem, quòd tàm ipſe Ptolemæus quam Hipparchus Apogæum ſtatuant in quinto gradu Geminorum differunt tamen 280 annis. Si comparemus Apogæum noſtrum tempore 1646. in gradu 7. cum minut. 26. Cancri, cum Ptolemæi Apogæo. aufer gradus 65. ex 97. 26. reſtabunt gradus 32. 26. Ptolemæus erat anno 140. poſt Chriſtum, auferantur ex 1646. 140. reſtabunt anni 1506. per quos ſi partiatis gradus 32. 26. in minuta redactos motus annuus Apogæi eſſet m. 1. 17. Si verò ſtatuatur tempore Hipparchi Apogæum in eodem gradu longe minor exurget annuus quia eadem ſumma non per annos 1506. Sed per annos 1786 partienda erit. atque adeo motus Apogæi m. 1. 5. Si mediam viam inire voluerimus erit motus annuus min. 1. 10. 55. Si comparetur Apogæum anni 1646. Cancri 6. 26. cum Apogæo Albategnij Gemin. 22. intra annos 763. percurrit gradus 14. 16 facta regula proportionali. invenies confici ab Apogæo ſingulis annis min 1. ſecunda 14 tertia 33 ſi comparetur cum Alphonſino intra annos 394 confecerit gradus 7. 46. facta regula trium provenit motus annuus min. 1 ſec. 10. tertia 57.

Tychobrahe comparans ſuum Apogæum cum Apogæo Valteri diſtante 100 annis tribuit ſolum motui annuo Apogæi minuta ſecunda 45. Sed hoc temporis ſpatium minus erat, quàm vt ex eo aliquid certi in motu lentiſſimo conſtitueretur. quare quantum ex obſervationibus liquet cum invenerimus minimum motum annuum eſſe min. 1. ſec 5. maximum min. 1. ſec 17. bene ni fallor conſtitueretur min 1. ſec. 10. vel 15.

Longomontanus, Keplerus, & poſt eos Ricciolius coniecturà potiùs quam obſervationibus ducuntur volunt enim vt Apogæum initiô mundi fuerit in principio Arietis. ſic enim ſemicirculus borealis, præciſe æquatur auſtrali, nec plus temporis impenditur ab æquinoctio verno ad autumnale, quam ab autumnali ad vernum. Ita ex varia mundi ineuntis Epocha hi tres authores diverſam eruunt motus Apogæi quantitatem. Sic Pater Ricciolius qui mundi initium putat, nec antecedere Chriſti nativitatem minus quam 3993. nec magis quam annis 4076. ita vt tota differentia annos 83 non excedat, & partiendo differentiam erunt ante Chriſtum anni 4063. quibus ſi addas annos 1646. fient anni 5709. intra quos Sol abſolvit gradus 97. 26. quare inſtituta regula

gula ttium invenietur motus annuus Apogæi mi. 1. ſec. 1. 26.

Authores, motus annuus.	Mi.	Sec.	Tertia		Periodus
Albategnius	0.	59.	4.		30662.
Longomont.	1.	1.	50.	14.	20958.
Kepl.	1.	2.	0.	0.	20903.
Lansbergius	1.	7.	30.	38.	10255.
Bullialdus	0.	57.	0.	0.	22757.
Uendelious	1.	2.	8.	21.	20864.
Ricciolius	1.	3.	52.	0.	
Vel	1.	1.	10.		21245.
Nos	1.	10.	30.		13811.

Ratio cur hunc potius admittamus motum annuum Apogæi, quam alium eſt manifeſta nempe quod ſit media inter eas quas è cœlo obſervavimus. motus autem cœleſtes potius ex obſervationibus quam ex coniecturis erui debent.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Motus Apogæi æquabilis eſt.

Quæritur an motus Apogæi in conſequentia æquabilis ſit, tantumdémque temporibus æqualibus promoveatur. Eum motum inæquabilem eſſe, ſuámque admittere irregularitatem ſuſpicati ſunt nonnulli. Suſpicionem fecit Arzahelis obſervatio, quæ ſi admittatur vt legitima, non



tantum hunc motum inæqualem eſſe; ſed etiam regredi ad antecedentia, & reciprocationem admittere dicendum eſt. hoc ita explicuere nonnulli. primò quidem Apogæum medium expreſſum per lineam A D, motu æquabili in conſequentia ferri. deſcendat autem centrum eccentrici ex B in E, A, F, B, ſitque linea A G, vel A H, verum Apogæum, & angulus GAD,HAD proſtaphæreſis, vel additiva in A G, vel ſubtractiva io A H, ſic oſtendetur Apogæum verum inæqualiter moveri temporibus æqualibus, item nonnunquam regredi io antecedentia. cætetas iſtius hypotheſis proprietates non explico: vt pote non ſatis ſibi conſtantis & conſtirutæ.

Dico ergo non eſſe admittendam hanc inæqualitatem. Ratio eſt qoia obſervationibus ad eam invehendam non cogimur. quod enim Arzahel regreſſum hunc animadvertit, facile vitio obſervationis tribui poteit. cum ſubtilis ſit indagatio Apogæi, & ex vel mioimo errore in obſervationibus, pluribus gradibus Apogæum, aut promoveatur in conſequentia, aut in anteriora retrahatur. quare cum nullæ obſervationes certæ habeantur, & ſine ſolido fundamento, motum in cœlis non cognoſcamus, hanc inæqualitatem motus Apogæi rejicimus.

PROPOSITIO. XIX.

Problema.

Motus omnes Apogæi conſtituere. Epocham Chriſti conſtituere.

Ex motu annuo Apogæi facile reliquos conſtituemus. Si enim vtamur vltimo, 1. 10. 30. addendo continue motum vnius anni habebimus motum 10 anouorum, quô continue addito exurget motus 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. & 100 annuorum.

Hoc motu 100 annorum, decies addito babebimus motum 200. 300. 400. 500. 600. 700.800. 900. & 1000 annorum.

Hoc motu 1000 annorum continue addito habebuntut teliqui motus. hoc conſtituto facile conſtituemus Epocham annorum Chriſti addan-

	Gr.	M.	Se.
tur enim motus annorum 1000	19.	35.	
annorum 600	11.	45.	
annorum 40		47.	
annorum 6		3.	3.
motus annorum 1646	32.	10.	3.

habebitut motus annorum 1646. qui elapſi ſunt à principio annorum Chriſti ad annum 1646. quô Pater Ricciolius illud obſervavit. in grad. 7. min. 26. Cancri ſubtrahe igitur gradus 32. 10. 3. ex 97. 26. reſtabit Epocha Chriſti nempe 65. 16. ſeu gradus 5. 16. Geminorum.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Locum Apogæi pro quôlibet anno inaenire.

Sit inveniendus locus Apogæi anno Chriſti 140. ſeu tempore Ptolemæi excerpe ex tabula

	M.	Sec.	Ter.
motum annorum 100	1.	57.	30.
addde & motum annorum 40		47.	0.
Fiat ſumma	2.	44.	30.
hanc ſumam adde loco Apo-	5.	16.	

gæi Epocbæ Cbriſti iam inventæ, & erit Apogæum gr. 8. 0. 30. Geminorum in gradu octavo Geminorum, ita vt lapſus Ptolemæus ferè tribus gradibus. alij volunt errorem eius eſſe maiorem, vt patet ex correctione. ſi annus fuerit ante Chriſtum ſubtrahendus erit motus inventus. Hipparchus erat ante Chriſtum 140. circiter annis quæritur locus Apogæi pro illo tempore. motus 140 annorum colligitur ex tabula grad. 2. min. 44. 3. hunc numerum ſubtrahe ab Epocha Chriſti 5.16.Gemin, reſtabit gr. 2.31.30. Geminor.

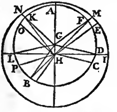
PROP.

PROPOSITIO. XXI.

Problema.

Obseruatò tempore æquinoctij veri, æquinoctij medij tempus reperire.

Motum solis medium, ex duobus locis veris supra determinavimus, debuimus autem vri mediis, quod non potuimus, quia locum medium non satis cognitum habebamus, ignoto adhuc apogæi loco: modò verò cum ad tempus quodlibet supputare possimus locum apogæi facilè ex loco solis vero, locum solis medium concludemus. Fuerit sol obseruatus in principio arietis quôlibet determinato tempore, hæc obseruatio cum fiat ex centro terræ, respicit locum solis verum, ducatur ergo linea LH ad principium arietis



secans eccentricum in D. eritque tunc sol in D. quæritur si sol moveretur æquabiliter respectu telluris H quô in locò appareret ex centro eccentrici G, ducatur linea GD, cui ex H fiat parallela HC, hæc erit linea medij motûs eritque angulus DHC differentia inter verum, & medium motum & cum linea motûs medij æquabiliter moveatur, si angulus DHC in tempus mutetur quod facile fiet motu medio iam sufficienter constitutô scietur tempus quô, linea medij motûs attinget arietis, initium. In quo norandum est in æquinoctio verno verum locum præcedere in autumnali verò citius accidere medium, quam verum:quare si prostaphæresis GDK, quam æqualem esse angulo DHC, iam sæpe diximus in tempus mutetur, & addatur tempori æquinoctij verni veri habebimus æquinoctium medium vernum si verò hoc tempus respondens prostaphæresi subtrahatur ab æquinoctio vero autumnali exhibebitur tempus æquinoctij medij autumnalis.

Certum autem est quod in triangulo GHD, si detur locus Apogæi A, eius distantia ab ariete, seu arcus IA sit mensura anguli DHA. fiat ergo vt radius GD, ad sinum distantiæ apogæi AI seu sinum anguli GHD, ita eccentricitas GH, ad quartum invenietur sinus anguli GDH. Pro Autumnali subtrahe locum apogæi ex 180. habebitur angulus AHL cum quo problema absolvetur.

Exemplum tale proponatur Bononiæ anno 1647 obseruatum sit verum æquinoctium vernum 20. Martij hora 5. post meridiem min. 56. eô annô Apogæum erit in canceri 7. 27. est ergo angulus GHD graduum 197. 27. fiat vt radius ad sinum 97. 27. seu 82. 33. ita Eccentricitas partium 3460. ad quartum invenio grad. 1. 58. cui respondent duo dies præcisè: igitur æquinoctium medium erit die 22 martij, hora 5. post meridiem cum 56. minutis eôdem modô præcedendum est circa æquinoctium autumnale, nisi quod cum linea medij motûs, perveniat citius ad libram, quam linea veri motûs, tempus prostaphæresi respondens debet subtrahi.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Obseruatò locò solis vero locum solis medium eodem temporis momento respondentem reperire.

Sit locus solis M obseruatus pro aliquo tempore determinato, sitque v. g. gradus 15 Tauri, quæritur angulus FHE, is autem innotescet si cognoscatur angulus FHI à quo subtrahatur in hoc secundo anomaliæ semicirculo prostaphæresis, quæ in primo addi debet: quare in hoc exemplo angulus IHM veri motûs supponitur obseruatus gr. 45. qui si auferatur ex loco Apogæi 97. 26 relinquitur angulus AHF graduum 52. 26. in triangulo GFH fiat vt radius GF, ad excentricitatem partium 3460. ita sinus anguli 52. 26. ad quartum; inuenieturque prostaphæresis 1. 34. quæ subtracta ex vero motu FHI grad. 45 dat motum medium EHI graduum 43. 26.

In Primo anomaliæ semicirculo contrariô modô operandum est: vt obseruatus sit Leonis gradus decimus, qui est ab initio arietis gradus 70. hoc est sit arcus IAN seu angulus NHI gr. 130 à quibus si subtrahas arcum IA, seu distantiam arietis ab Apogæo 97. 26. restabit arcus, AN seu angulus GHN graduum 32. 34 in triangulo KGH fiat vt radius KG, ad excentricitatem GH 3460. ita sinus anguli NHG ad prostaphæresin HKG, & inuenies vnum gradum 4, min. quem si addas motui vero 130. habebis motum medium IAO graduum 131. 4. Hæc motus medij inuentis necessaria est ad constituendum vltimò anni solaris quantitatem, item ad determinandas epochas, & radices à quibus incipiamus omnem numerationem astronomicam.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Ex præcessione æquinoctiorum nulla in annum solarem, inæqualitas oritur.

Præcessio æquinoctiorum, vt vox ipsa satis indicat, est motus æquinoctiorum in præcedentia, hoc est contra seriem signorum unde reprehendas eos, qui vocant præcessionem æquinoctiorum defectum anni solaris coelestis, ab anno solari ciuili certum quidem est vt iam vidimus suprà, annum solarem, minorem esse diebus 365 & 6 horis, quæ erat quantitas anni civilis, antè correctionem Kalendarij cum dies tantum 365, horas 5. min. 48. secunda 45 sibi vendicet ea inæqualitate fiebar, vt æquinoctia sensim ascenderent versus anni principium tribus scilicet diebus intra quadringentos annos ideoque à tempore concilij Nycæni decē diebus prævertetent hunc igitur motum æquinoctiorū versus principium anni vocant rerum astronomicarum ignari præcessionem æquinoctiorum,

noctiorum, cum tamen longe aliter hæ voces ab Astronomis intelligantur.

Præcessio igitur æquinoctiorum, est motus æquinoctiorum in præcedentia seu contra seriem signorum. Ad quem motum intelligendum, necessario distinguenda sunt signa, primi mobilis, à signis firmamenti, seu à constellationibus signorum. signum primi mobilis, est duodecima pars Eclypticæ, factô initiô ab intersectione æquatoris. & Zodiaci: atque adeò si per intellectum secludas omnes stellas fixas, easque à Deo destructas esse supponas, signa tamen in hac acceptione distingues, immò quoties motum Solis, Lunæ, cæterorumque planetarum metimur, illum ad talis Eclypticæ partes exigimus, nullâ habitâ fixatum ratione: quamvis easdem appellationes, eademque nomina habeant: hæ partes Eclypticæ, ac constellationes.

Signa firmamenti, sunt certæ configurationes stellarum certò, & determinatò numerô constantes: hæc signa sunt visibilia, dignoscuntur omnes eorum stellæ ab Astronomis. conveniebant initiô Astronomiæ hæ constellationes, cum signis primi mobilis: ita vt lucida arietis, quæ in cornu posita est, inveniretur in circulo, per polos Eclypticæ, & per intersectionem Eclypticæ & Zodiaci transeunte. decursu verò temporis, constellationes firmamenti in ortum processerunt in consequentia scilicèt signorum primi mobilis, ita vt lucida arietis quæ aliàs vt dixi in sectione verna inveniebatur iam per vnum circiter signum provecta sit. inveniaturque in tauro primi mobilis. Initio astronomiæ cum ignoraretur talis motus: hæc distinctio inter primum mobile, & firmamentum non admittebatur: eædemque voces ex partibus Eclypticæ primi mobilis, tributæ sunt, quæ constellationibus. vbi verò animadversus est hic motus, adhibita est distinctio non tamen voces mutatæ. vnde verum est dicere arietem esse in Tauro, Taurum in geminis hoc est arietem constellationem, ad taurum primi mobilis, seu secundam partem duodecimam Eclypticæ factô initiô ab sectione verna pertinere.

Potest hic motus stellarum, tribui primo mobili, ita vt firmamentum immobile statuatur, saltem illi adimatur motus in consequentia. sed primo mobili tribuatur motus in præcedentia, & quia sectiones verna, & autumnalis, Eclypticæ, & æquatoris, sunt eius puncta præcipua quæ vocamus simpliciter æquinoctia; intelligentur moveri in præcedentia, compatative scilicèt ad constellationes, seu ad signa firmamenti stelliferi.

Præcessio æquinoctiorum hôc modô præcipuè à Copernico consideratur, qui cum stellas omnino fixas & immobiles faciat hunc motum refundit in æquinoctia, seu sectionem Eclypticæ seu orbitæ terrestris, & æquatoris, quam sectionem in præcedentia moveri existimat. Ex hac explicatione concludere potes præcessioné æquinoctiorum, esse differentiam inter annum sydereum, & annum solarem proprie dictum: aut saltem talem differentiam, ab eo motu ortum habere. Explicatur. duplex est annus cœlestis. vnus quidem comparatur ad æquinoctia, & solstitia. & propterea annus solstitialis, aut æquinoctialis dicitur. estque tempus illud quo sol digressus ab vno æquinoctio, aut solstitio ad illud regreditur. annus verò syderus ille est, quò sol digressus ab aliqua determinata stella fixa, ad illam denuo revertitur. sive cóstellationes in consequentia signorum primi mobilis, sive signa primimobilis in præcedétia constellationú moveantur sequitur necessitatio inæqualitas inter illas annorú species nam si interea dú sol digressus ab æquinoctio verno, primi mobilis cum quo coniungebatur aliqua stella, vel à quo tut determinatis gradibus eadé stella distabat, percurrit Eclypticam, & ad idem æquinoctium revertitur stella promovetur in consequentia maius erit tempus quod impendet sol, ad denuò attingendam stellam, quam ad æquinoctium consequendum. quare annus sydereus maior erit, anno solari solstitiali aut æquinoctiali, & excessus erit æqualis motui stellæ in consequentia; pariter si stellæ ipsæ fixæ essent, sed æquinoctia primi mobilis in antecedentia moverentur, sol pariter ab æquinoctio digressus citius regrederetur ad idem æquinoctium; quam ad stellam, æquinoctio scilicèt ipsi occurrente. & differentia inter vtrumque annum æqualis esset huic motui æquinoctiorum in antecedentia.

Circa hunc motum siue stellarum in consequentia Eclypticæ primi mobilis, sive æquinoctiorum, in antecedentia Eclypticæ cœli stelliferi variæ fuerunt Astronomorum opiniones; Ptolemæus, Albategnius, Alfraganus Rabbi Levi, Abvassim, Maurus, Abraham, Zagutus, Riccius, Tycho, Keplerus, Bullialdus, Ricciolius existimatunt hunc motum esse, æquabilem & temporibus æqualibus gradus æquales perficere. Alij verò inter quos Thebit, & Atzachel putaverunt stellas non in ortum semper procedere, sed per 10 gradus moveri in consequentia, & per totidem gradus regredi ad antecedentia. hæc opinio fundata est in vna aut altera observatione. nempe quod dicatur Hermes invenisse vultutem cadentem in 14 sagittarij, quem 1985 post annis Ptolemæus observavit in gradu 17 eiusdem sagittarij; pariter lucidam hydræ in gradu 7 Leonis quam Ptolemæus deprehendit in gradu 30 cancri.

Si daretur ille motus ita vt stellæ directè, & retrogradè moverentur, daretur inæqualitas in anno sydereo, qui maior esset stellis in consequentia procedentibus, minor in antecedentia regredientibus. intacta tamen esset & firma anni æquinoctialis quantitas. Si verò ttibueretur hic motus ipsis æquinoctiis posset refundi hæc inæqualitas in annum æquinoctialem. sed quia stellæ iam prætergressæ sunt præscriptos decem graduú limites. hæc de regressu stellarum opinio satis refellitur.

Alij stellas in ortum semper progredi existimant; sed motu non æquabili ita vt aliquando celeriùs, nonnunquam tardiùs moveantur. hæc irregularitas debet ad certam aliquam regulam revocari, quod vt præstent, quia terminus à quo incipit hic motus, seu in ordine ad quem sumitur, est punctum æquinoctij, seu communis intersectio æquatoris, & Eclypticæ primi mobilis, hunc terminum mobilem statuunt, & motu reciptoco hinc inde per vnum gradum, & aliquot minuta vacillantem, ex quo fit, vt motus fixarum nonnunquam tardior, nonnunquam celerior appareat. cum enim motus vacillationis Eclypticæ primi mobilis communicetur firmamento, adiunat motum stellarum dum in easdem partes, in ortum scilicet inclinat, tardiorem vero reddit dum illi quasi regressu suo adversatur, cum tamen hæc nutatio absolute fit tardior motu stellarum numquam hæ regredientur, sed absolute semper

regredientur, ſed abſolute ſemper in conſequentia ferentur.

Primum & præcipuum huius opinionis fundamentum, ex obſervationibus petitur, quibus tempore Ptolemæi vnum circiter gradum in conſequentia intra 100 annos provehi ſunt viſæ, & tempore Albategnij intra annos 66 idem ſpatium perficere. his verò temporibus intra 72. annos. Ex hoc alterno & reciproco punctorum æquinoctialium motu, ſequitur annorum non tantum ſydereorum, ſed etiam ſolſtitialium, aut æquinoctialium inæqualitas. nam ſi interea dum ſol Eclypticam perficit punctum æquinoctiale progreſſum ſit ad ortum annus longior erit, maiuſque tempus requiretur, vt ſol quaſi fugientem aſſequatur ſectionem vernam, ſi verò hæc ſectio verna feratur ad occaſum, citius occurrentem ſibi ſol attinget quamvis autem id ſit inſenſibile in ſingulos annos, vacillatione illa lente admodum procedente, ſi tamen fiat collectio multorum annorum poterit aliquid ſenſibile perfici

Parum autem intereſt ad præſens inſtitutum, ſive cœlo, ſive terræ hunc motum tribuas, cum idem ſequatur effectus, eædemque apparentiæ.

Quod pertinet ad primum fundamentum deductum ab iis obſervationibus quæ motûs ſtellarum inæqualitatem adſtruere videbantur. video recenſitos authores in obſervandis ſyderibus peritiſſimos; & ſæpe expertos difficultatem quæ in obſervationibus ritè peragendis reperitur, meritò ſuſpectas habere antiquorum obſervationes, vt pote quibus defuerint eæ cautiones, quæ adhibendæ ſunt, vt rite peragantur.

Suſpecta ſunt primò antiquorum inſtrumenta, vtebantur enim armillis vix in minutorum decades diſtinctis.

Secundò diſtantiam Lunæ à Sole horizonti proximo venabantur, tum vbi nox adventaret diſtantiam Lunæ à ſtella: nullam habentes rationem parallaxis, quæ ſolem 30 minutis attollere poteſt atque adeo diſtantiam minorem exhibere, quàm re vera habeat Addo parallaxin à Ptolemæo non ſatis exactè conſtitutam, immò neque ſolis motum vnde concludit P. Ricciolius ſtellarum longitudines ita obſervatas erroris vnius ſaltem gradus capaces fuiſſe. In eadem ſunt opinione ſuprà recenſiti authores ſatis confirmata quod quæcumque tandem confingatur hypotheſis ad eam irregularitatem ſaluandam, non reſpondeat obſervationibus. ſed velocitatem motoi ſtellarum attribuat cum tarde moveri deprehenduntur: & è contrà: quare cum ſtellarum loca meliùs colligantur ex hypotheſi reciprocationem æquinoctiorum reſpuente; & æqualitatem omnimodam in ſtellarum progreſſu in conſequentia admittente huic & nos inhærere debuimus. nec novum in cœlo motum ſine evidentibus rationibus, & indubitabilibus admittere.

Sublatâ ſemel hâc punctorum æquinoctialium reciprocatione, facile etiam ruet orta ex præceſſione. vt vocant æquinoctiorum, inæqualitas annorum æquinoctialium: quamvis enim ex aliquibus obſervationibus, non eadem ſemper concludatur anni æquinoctialis quantitas differentia tamen ita eſt modica. vt quilibet obſervandi peritus eam in obſervationes reiiecre debeat. vix enim quatuor aut quinque minuta excedet: confirmatur experientia. nam quantitas anni æquinoctialis, ita omnia æquinoctia ad hyparchum vſque exhibet, vt vix horâ vnâ aut alterâ in nonnullis deficiat meliuſque eum obſervationibus quam quælibet anni inæqualis hypotheſis conveniat. Quare concludendum eſt nullam ex præceſſione æquinoctiorum inæqualitatem in annum refundi. Annoſque omnes medios eſſe æquales.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Anni veri inſenſibiliter ſunt inæquales. & idem annus verus à diverſis principiis inchoatus, varius inſenſibiliter.

Sublatâ inæqualitate quam ex æquinoctiorum præceſſione originem ducere nonnulli opinabantur, annos medios omninò æquales evadere neceſſe eſt, annus autem medius nihil eſt aliud quam tempus, quô linea medij motûs, à puncto aliquo Eclypticæ digreſſa, ad idem revertitur, hanc periodum æquabilem evincimus, cò quòd æquabiliter procedere ſupponatur. ſit enim H C linea veri motûs, quæ parallela fingitur lineæ GD, linea autem GD æqualibus temporibus arcus æquales eccentrici abſcindit, & conſequenter angulos comprehendit ſemper æquales; ſed linea HC illi eſt parallela, æqualeſque angulos in centro terræ H efficit iis, quos linea GD efficit in centro eccentrici ergo pariter æqualibus temporibus reſpondebunt anguli æquales.

Dico tamen annos veros, ſeu tempus quô linea veri motûs ab aliquo puncto Eclypticæ, digreſſa, ad idem revertitur; non eſſe ſemper idem.

Demonſtratio Anni veri inæquales erunt inter ſe, ſi annus verus fuerit inæqualis anno medio. ſed annus verus aliquando minor eſt anno medio. ergo inæquales erunt anni veri. minor oſtenditur. ad hoc vt annus medius æqualis eſſet anno vero. verbi gratia ab vno æquinoctio verno, ad aliud conſequens; deberet eſſe eadem differentia inter æquinoctium verum, & medium vnius anni; ac inter æquinoctium verum & medium alterius anni; ſupponamus enim in æquinoctio verno primi anni, æquinoctium verum, antecedere æquinoctium medium vno die. & 6 horis. in ſecundo anno antecedere tantum vno die. & horis quinque; verbi gratiâ ponamus 20 martij meridie eſſe æquinoctium verum primi anni, & conſequenter æquinoctium medium eſſe die 21. hora 6 poſtmeridiem. In ſecundo vero anno æ-



quinoctium verum eſſe 20 martij hora 6 poſtmeridiem & medium die 21. horæ 11 poſt meridiem. erunt à vero æquinoctio ad verum dies 365. horæ 6. & à medio, ad medium dies 365.

horæ quinque ergo annus verus maior erit medio. Sed differentia inter verum & medium ſecundô annô minor eſt quàm primò. cum enim apogæum promoveatur in conſequentia, fit maior diſtantia apogæi ab ariete, ſed quò maior eſt hæc diſtantia eò proſtaphæreſis G D H fit minor, ſuppoſitô nempe quod angulus A H I iam ſit obtuſus. nam cum eadem ſit ratio radij G D, ad eccentricitatem GH, quæ ſinus anguli GHI ad ſinum anguli H D G. & angulus obtuſior habeat ſinum minorem. quò longiùs apogæum recedat ab ariete, eò minor fiet differentia inter æquinoctium verum & medium.

In æquinoctio autumnali, fit etiam minor angulus LHA, quò magis procedit Apogæum, immò proſtaphæreſes L & D, quibus æquantur anguli DHC, LHP ſunt inter ſe æquales.

Si tamen ſumeretur initium anni in aliis punctis quàm æquinoctialibus, verbi gratia in puncto F initiô Tauri aliter ſe res haberet, quia in ſecundo anno angulus AHF acutus fit maior, & conſequenter habet ſinum maiorem. vnde proſtaphæreſis GFH, cui æqualis eſt FHE, differentia inter verum, & medium locum ſolis fieret maior ſecundô annô, ex quo fit vt annus verus eſſet minor medio.

Quia tamen intra annum Apogæum promouetur tantum vno minuto & 10 ſecundis. hæc differentia ita inſenſibilis eſt, vt evaneſcat.

Habenda igitur tantum illius ratio eſt, dum comparantur, æquinoctia inter ſe longô intervallô diſſita. verbi gratià mille annorum. quia tunc mutatio apogæi notabilis, differentiam notabilem inter proſtaphæreſes æquatorias inducere poteſt.

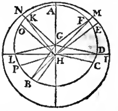
PROPOSITIO XXV.

Problema.

Anni ſolaris quantitatem vltimò determinare.

Quantitas anni ſolaris ex mediis æquinoctiis, deſumenda eſt non ex veris, eò quòd æquinoctia vera, proſtaphæreſes admittant inæquales, quæ inæqualitatem in annum ſolarem refunderent, niſi illius ratio haberetur. quare vt anni quantitas vltimò, & exactè determinetur obſerventur duo æquinoctia vera; tum (*per* 21. *huius*) inveniatur tempus æquinoctij medij vtriuſque; tum numera dies horas, & min. ab vno æquinoctio medio, ad aliud medium; hæc ſumma per numerum annorum diviſa, exhibebit quantitatem anni ſolaris exactam, & vltimò determinatam. quod duobus exemplis exequar.

Bernardus Valterus obſervavit æquinoctium vernum Norimbergæ, anno. 1488. die martij 10. hora pomeridiana 15; min. 40. & pro meridiano Vranoburgenſi die 10 hora 15 poſt meridiem. min. 55. Inter annum 1488 & 1646. intercedunt anni 158. motus apogæi huic tempori reſpondens, eſt graduum 1. 5. 40 qui ſubtractus ex cancri 7. 16 exhibet apogæum. in cancri gradu 4. 20. 20, ſit æquinoctium in puncto D erit angulus DHA graduum 94. 20. 20 fiat vt radius ad eccentricitatem GH 3460. ita ſinus 94.20 aut potiùs 85. 40 ad ſinum anguli GDH, qui invenietur grad. 1. 58. 30 quibus ex motu iam ſuprà licet non vltimò conſtituto, reſpondent dies 2 Horæ 10 min. 31 erit ergo æquinoctium medium. die 12 martij hora pomeridiana 16. min. 25.



Tycho Brahe invenit æquinoct. vernum annô 1588. martij die 9. hor. 20. min. 45. centum annis promovetur apogæum gradu. 1. 57. 30. quæ ſi addantur loco Apogæi erit apogæum in gradu 6. 17. 30 cancri facta eadem regula invenitur proſtaph. 1. 58. 15 quibus reſpondent dies 2 præciſe fuit ergo æquinoctium medium die 11. hora 20. min. 45. ſunt in 100 annis biſſextiles 25. à die 11. hor. 20. min. 45. ad diem 12. hor 16. min. 25. ſunt horæ 19. 40. quæ deſunt ad perficiendos 100 annos civiles. quare erunt dies 24. Horæ. 4. 20 ſupra 100 annos dierum 365, ex quibus ſi fiant horæ additis 4 invenies horas 580 qui numerus per 100. diviſus exhibet 5 horas & relinquuntur horæ 80. hæ per 60 multiplicatæ additis 20 faciunt 4820, quæ ſi dividantur per 100; exhibebunt 48. min. relinquuntur 20. quæ ſi multiplicentur per 60 fiunt 1200. reſtat igitur quantitas anni ſolaris dierum 365. Hor. 5. min. 48. ſecundorum 12.

Ex hoc vides ad huiuſmodi motus vltimò conſtituendos, intervallum longiſſimum aſſumendum eſſe. nam in ſpatio annorum 100. ſi erratum fuit in obſervationibus ſolum vno minuto quod vnam horam exhibet. in quantitate anni deficient pluſquam triginta ſecunda.

Refert Ptolemæus Alexandriæ ab Hipparcho obſervatum æquinoctium autumnale, anno 21. tertiæ periodi Calippicæ qui fuit ante Chriſtum 158. intercalarium prima die; ſeu ſeptembris 27. meridie ſtylo veteri, fuit autem Bononiæ hora 10 cum min. 47. antemer. Pater Ricciolius obſervavit Bononiæ æquinoctium anno 1643 die 23 ſept. hor. 10. min. 45 ante meridiana, ſeu ſtylo veteri die 13. hora. 10. min. 25. à die 13 ad 27. ſunt dies 14. hora. 0. min. 22. anni autem 1800. fuit Apogæum circa tempora Hipparchi in 6. geminorum. & anno 1646 in 7. 26. cancri quare ſi fiat pro Hipparchi æquinoctio vt ſinus totus. ad eccentricitatem 3460. ita ſinus graduum 114 ſeu 66 ad quartum invenietur proſtaphæreſis gr. 1. 49. quæ ſubtrahi debet vt habeatur æquinoctium medium: ex ſolis motu iam priùs conſtituto huic motui reſpondet vna dies, horæ 20. min. 15. quare æquinoctium medium hyparchæum accidit die 25. hora 14. 32, ſeu 2 poſt meridiē cum minutis 32.

Apogæum anno 1643. fuit in cancri 7. 24. ſeu diſtabat ab æquinoctio autumnali gradibus 81. 36. fiat ergo vt radius ad eccentricitatum 3460 ita ſinus 82. 36. ad quartum & invenies proſtaphæreſin 1. 58. quibus reſpondent præciſe duo dies. fuit ergo æquinoctium 1643 ſtylo veteri, die 11. hor. 10. min. 25 à die autem 11 hor. 10 min. 55. ad diem 25. horam 14. 32. ſunt dies 14. horæ 4. min. 7. quibus intra 1800 annos æquinoctium medium

dium processit versos anni principium. sunt autem in 1800 annis, dies bisextiles 450. quibus annus solaris superat annos 365 dierum: si nempe secundum æquinoctium pervenisset ad diem 23. auferendi sunt igitur dies 14. hor. 4. min. 7. ex diebus bissextilibus 450. restabunt dies 415. horæ 19. min. 53. quibus anni 1800 solares, superant totidem annos dierum 365. quare ex diebus fiant horæ 10459. quas si dividas per 1800. invenies horas 5. & restabunt horæ 1459. quas si multiplices per 60. additis 53. min. invenies minuta 87593. quæ si dividas per 1800. quotiens erit 48. restabúntque 1193. quæ si multiplices per 60. invenies 39. & restabunt 1380. multiplicanda per 60. & fient 82800. dividenda per 1800. & provenient tertia 46.

Invenimus ergo dies 365. hor. 5. min. 48. secunda 39. tertia 46.

Pater Ricciolius dies 365. hor 5. min. 48. sec 40.

Differentia hæc nullius est momenti.

Tycho	dies 365 hor. 5. mi. 48. sec. 45
Uendelinus	dies 365. hor. 5. mi. 49 sec. 5.
Bullialdus	dies 365. hor. 5. mi. 49. 4.
Ualtherus	dies 365. hor. 5. mi. 50. 0.
Hipparchus & Ptol.	dies 365 hor. 5. mi. 55. 12.

Pater Tacquet ex aliis duobus æquinoctiis nempe Hipparchæo, & P. Riccioli colligit dies 365. hor. 5. min 48. sec 40. 56.

Ex aliis item dies 365. hor. 5. m. 48. sec. 41. 34. vel 55.

Possumus item Tychonis quantitate annua in nostris calculis vti nempe dierum 365. hor. 5. min. 48. sec. 45.

Constat ex iis quantitatem anni solaris, ex æquinoctiis mediis collectam, vix differre sensibiliter, à quantitate anni solaris collecta ex æquinoctiis veris, non inutiliter tamen id ad examen, & trutinam revocatum, vt si quæ inveniretur differentia corrigeretur, & vt Astronomiæ progressus meliùs intelligeretur.

Constituta quantitate anni solaris; facile per regulam proportionum, tabulam integram motuum solarium constituemus. hôc modô.

Fiat vt (365 dies, 5. horæ. 48. min. 45. secunda) ad 360 gradus, ita 365. dies, præcise exurget motus solaris in anno communi.

		Sign.	Gr.	Mi.	Sec.	Ter.
	1.	11.	29.	45.	40.	38.
	2.	11.	29.	31.	21.	16.
	3.	11.	29.	16.	2.	55.
Bis	4.	0.	0.	2.	50.	53.
	5.	11.	29.	47.	31.	31.
	6.	11.	29.	33.	12.	9.

Hunc continuò multiplica, habebis motum duorum & trium annorum. habebis motum diurnum si motum annuum dividas per 365. eritque gr. 0. M. 59. 8. 10.

Is additus motui 365 dierum, dat motum anni bissextilis 0. 0. 44. 48. 38. Is additus motui trium annorum. dat motum 4 annorum quia quartus annus bissextilis est.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

De Motu anomaliæ.

Constitutô motu solari mediô, facilè habebimus motum anomaliæ. est autem motus anomaliæ, distantia solis in eccentrico. ab Apogæo. ideóque si ex loco solis medio. subtrahatur locus Apogæi; restabit anomalia seu distantia solis ab Apogæo. In ordine ad calculum Astronomicum potiùs indigemus anomalia, quam locô Apogæi, nec enim quærimus Apogæum nisi vt habeamus anomaliam. nam anomalia exhibet, nobis prostaphæreses, vel addendas motui vero, vel ab eodem subtrahendas. quare optimum erit si tabulam anomaliæ immediate construamus, alioquin erit semper recurrendum ad locum Apogæi, & per subtractionem à medio motu, invenienda anomalia in quo duæ operationes essent necessariæ. constructâ autem anomaliæ tabulâ, eam immediate vnica operatione inveniemus.

Est igitur Anomaliæ motus, solis motus in eccentrico, numeratus ab Apogæo, is motus minor est motu medio, eò quòd Apogæum fixum non sit, sicut æquinoctium vernum, à quo numeratur motus solis medius sed Solem insequatur, & moveatur in consequentia. differentia autem vt patet inter motum solis medium, & motum anomaliæ, erit motus Apogæi. quare si ex motu solis annuo, auferas motum Apogæi habebis motum anomaliæ.

Sit ergo motus medius in anno communi 11. 29. 45. 40. 38.

Ab eo si auferas motum Apogæi annuû. 1. 10. 30.

Restabit motus anomaliæ annuus. 11. 29. 44. 30. 8.

In diebus differt tantum motus anomaliæ, à motu medio solis penes 11. tertia vnde tabula motus medij, potest assumi, pro tabula anomaliæ cum de diebus tantum agitur.

Cum motu anomaliæ ingredimur tabulam prostaphæreseon. ita enim instituimus calculum ad inveniendum locum solis ad datum tempus. primò quærimus locum solis medium, & motum anomaliæ. pro tempore determinato, seu Epocha, verbi gratiâ pro initio annorum Christi, tum addimus tam motum solis medium, quam anomaliam convenientem tempori elapso, ab initio annorum Christi, vsque ad tempus propositum; ita habetur motus medius solis, & motus anomaliæ, pro tempore proposito; cum motu anomaliæ, invenimus in tabula prostaphæresium, id quod addere, aut detrahere debemus à motu medio. vt habeatur motus solis verus.

Supponitur autem tam motus solis medius, quàm motus anomaliæ esse æquabilis, hoc est temporibus æqualibus respondere arcus æquales, quare tabulæ aptantur tempori æquabili. tempus autem quô vtimur communiter nempe menses, & dies sunt æquales. quamvis enim anni sint æquales inter se vt iam vidimus. quia tamen intra annum solis motus aliquam patitur irregularitatem, eam in dies refundit. quare antequam vlterius

terius procedamus in Epocharum, ſeu radicum conſtitutione, hanc dictum inæqualitatem explicandam cenſeo.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

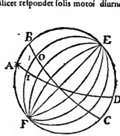
De Inæqualitate dierum.

Diem in hoc loco, voco ſpatium 24 horarum, ſeu diem naturalem; nam inæqualitas dierum artificialium, quæ in variia latitudinibus accidit eſt alterius conſiderationis.

Triplex dies diſtingui poteſt. Dies primi mobilis, dies ſtellarum, & dies ſolis. Dies primi mobilis eſt tempus illud, quô punctum aliquod primi mobilis à meridiano digreditur, & per occaſum, & ortum ad meridianum regreditur. vt ſi initium Arietis primi mobilis, hodie in meridiano inveniatur, rurſúſque cras illum attingat, tempus illud, inter duos tranſitus per meridianum, vocabitur dies primi mobilis. hæ revolutiones omnes ſupponuntur æquales in duratione, eò quòd nulla ſit ratio, cur aliquando ſit incitatior, aut lentior ille motus, eſt igitur vna dies vna revolutio primi mobilis.

Dies ſtellarum eſt tempus quod inſumitur à ſtella; à meridiano ad meridianum, nempe eſt vna revolutio ſtellæ, quæ tantillum longior eſt, quam ſit revolutio primi mobilis,quantitate reſpondente motui diurno ſtellæ ab occaſu in ortum qui quidem motus ita lentus eſt, vt vix differat dies ſtellarum à die primi mobilis.

Dies ſolis eſt pariter vna revolutio ſolis, quâ eius centrum à meridiano digreſſum, ad meridianum regreditur. hæc ſolis revolutio longior eſt, quò ad durationem, revolutione primi mobilis. cum enim Sol motu proprio, ab ortu, in occaſum ſub Eclyptica procedat; inde fit vt vna revolutione primi mobilis peractâ nondum ſit perfecta ſolis revolutio, ſed reſtet aliqua pars, quanta ſcilicet reſpondet ſolis motui diurno. ponamus enim meridianum A B C, Eclypticam A D, æquatorem BC. ſupponatur Sol eſſe A, in meridiano ABC & eodem tempore punctum B æquatoris, attingere meridianum interea dum circumvoluitur ſemel primum mobile, Sol motu proprio proceſſerit in I. non erit adhuc perfecta dies naturalis ſolis, cum punctum B attigerit meridianum, ſed vt perficiatur, debebit punctum O, aſcenſio recta ſolis, inveniri in meridiano. quare revolutio ſolis,ad meridianum continet vnam



revolutionem primi mobilis; & inſuper arcum BO, aſſumo autem potius arcum B O quam AI, quia arcus BO in æquatore aſſumitus, eſt menſura durationis illios motûs; non autem arcus AI, propter obliquitatem Eclypticæ.

Certum autem eſt arcum illum æquatoris reſpondentem, arcui Eclypticæ diurno, non eſſe eiuſdem quantitatis, duplici de cauſa. Primò quidem quia Eclyptica obliqua eſt ad æquatorem, clariſſimum autem eſt ex tabula aſcenſionum rectarum ſuperiùs traditâ, æqualibus arcobus Eclypticæ, reſpondere arcus inæquales æquatoris, & cum æquatoris arcus æquales ſupponantur ſub meridiano fluere temporibus æqualibus, id temporis quod additur revolutioni primi mobilis; ad perficiendam revolutionem ſolarem, non erit ſemper æquale, ſed aliquando maius, aliquando minus ex hoc capite.

Secunda ratio illius inæqualitatis, eſt inæqualitas motûs veri ſolis in Eclypticâ, in quâ temporibus æqualibus perficit arcus inæquales, atque adeò motum diurnum habet in ſignis borealibus, minorem motu medio; in auſtralibus maiorem. has duas tantum agnoſco cauſas inæqualitatis dierum. nam præceſſionem æquinoctiorum, mutationem obliquitatis Eclypticæ, aut eccentricitaris ſuprà reiecimus.

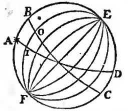
Quare vt dies eſſent æquales deberet Sol moveri, in æquatore, æquabiliter; ſic enim id quod adderetur revolutioni primi mobilis, ad perficiendam ſolarem, eſſet ſemper æquale, & conſequenter dies æquales eſſent. hos dies medios vocabimus:ponamus igitur motum ſolis medium perfici in æquatore, cum Sol motu diurno perficiat min. 59. 8. 20. vno die ſolari medio, primum mobile abſolvet gradus 360. m. 59. 8. 20. quæ conversâ in tempus tribuendo gradus 15. in ſingulas horas: erunt horæ primi mobilis 24. min. 3. ſec. 56. 32. quare vides quantitatem diei mediæ ſolis.

In his omnibus notandæ ſunt æquivocationes, quæ accidere poſſunt. nam primo conſiderari poteſt aliquis æquator immobilis diviſus in 360 gradus, ita vt per ſingulos quindenos gradus tranſeant circuli horarij, ſe in polis interſecantes & ſecundum hanc conſiderationem Sol, & Sydus quodlibet, motu diurno cenſetur percorrere ſingulis horis quindecim huiuſmodi gradus, vt vere eos percurrit. ſtellæ quidem citiùs quam, Sol; Sol vero intra horam apparentem, hoc intervallum perficit. Has horas quoad diuturnitatem eſſe inæquales contendimus, & vt eas ad regularitatem revocemus, conſideramus,quot in ſingulas Solis horas, grados æquatoris primi mobilis pertranſeant. Si ergo dividamus 360. 59. 8. 20. per 24. habebimus quot gradus æquatoris meridianum pertranſeant ſingulis horis mediis ſolaribus nempe gradus 15. m. 2. 27. 50. eritque vna hora ſolis. primi mobilis hor. 1. 0. 9. 51. 2.

Quamvis motus medius ſolis, ab Ariete per Eclypticam; vniformiter procedat, licet mihi fingere alium ſolis motum in æquatore, non quidem qui realiter peragatur; ſed qui ſi talis eſſet dies efficeret æquales. nempe ſi Sol in æquatore moveretur motu medio, tantumdem promoveretur in æquatore, quantum de facto movetur in Eclyptica. ergo vt ſciatur motus ille fictitius, ex quo ſequerentur dies æquales, poſſum aſſumere motum medium ſolis: hoc eſt eundem gradum

duum numerum, intelligendo tantum eum factum esse in æquatore. ergo differentia inter locum hunc medium, & locum verum solis respectu æquatoris; seu inter hunc locum solis fictum, & ascensionem rectam veri loci solis, exhibebit id quod addendum, aut detrahendum erit tempori medio, vt fiat apparens, vel vicissim.

Ponatur dari tempus apparens verbi gratia meridies alicuius diei, ita vt Sol sit re vera in



puncto A meridiani A B C, sitque punctum B ascensio eius recta. ponamus ascensionem rectam pauciores gradus habere, quam habeat motus solis medius in æquatore conceptus; hoc est si Sol moueretur æquabiliter esset orientalior nempe in puncto O vt fiat tempus apparens debet arcus BO in tempus verum converti debet enim arcus BO, pertransire meridianum vt punctum O, in quo scilicet deberet esse Sol si æquabiliter in æquatore moueretur ut in meridie. nondum igitur est meridies, tempore medio.

Quare hæc regula generalis constitui potest. quoties ascensio recta solis æqualis est in numero graduum, motui medio solis, nullâ opus est æquatione dierum, sed tempus æquale, & apparens coincidunt. si ascensio superet motum medium, seu sit orientalior, tempus apparens indicatum per locum solis verum, aut potius ascensionem eius, minus est, tempore apparenti indicato per locum solis medium, seu tempus apparens pauciores horas numerat, quàm tempus æquabile. E contra verò si motus medius plures gradus continet, quam ascensio recta solis, tempus medium pauciores horas continebit quam apparens; cum vergat magis ad orientem horæ autem procedunt, ab oriente ad occidentem. in exemplis inferius tradendis res erit clarissima.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Epocham motuum cœlestium constituere, & determinare.

Epocham vocamus seu radicem motuum cœlestium, tempus à quo eos numeramus. vt enim ad quodvis tempus exhibeamus verbi gratia locum solis verum debemus scire ex obseruatione determinatè Solem aliquò tempore determinato, in tali gradu Eclypticæ fuisse, secundum medium motum: addendo exinde motum debitum intervallò temporis, quod est inter Epocham illam, & tempus propositum, deuenimus tandem in cognitionem loci solis tempore proposito. quodlibet tempus licet assumere pro Epocha. solent tamen communiter Astronomi inchoare suos motus eósque affigere alicui noræ temporis illustriori ita communiter Christiani inchoant à Christo nato, seu à Kalendis Ianuarij subsequentibus Christi natiuitatem. Mahometani ab Æra Egiræ, seu à fuga Mahometis, quæ in annum Christi 622. incidit Iulij 15. feria quinta.

Sequenres Epochæ sunt celebtiores, quas ad annos periodi Julianæ exigimus. Alphonsus sequentes Epochas dinumerat.

Æra diluvij præcedit æram Christi annis Julianis 3101 diebus 319. seu diebus 1132959. incidítque in annum 1612. periodi Julianæ Febr. 17. feria quinta.

Æra Nobuchodonosor qui Ptolomæo Nabonassar, præcedit æram Christi annis Romanis 746 diebus 310. seu diebus 27278, incidit in periodi Julianæ annum 3967. Februarij 26. feria 4

Æra Philippi Patris Alexandri magni, præcedit æram Christi annis Romanis 323. diebus 51. estque posterior æra Nabonassari annis Romanis 423. diebus 260. Incidit in annum periodi Julianæ 3967. Febr. 26 fer. 4.

Æra Alexandri Arabibus Dilkarnaim dictæ præcedit æram incarnationis annis 311. & diebus 93 Incidit in annum periodi Julianæ 4402. Kal Octobris feria secunda.

Æra Cæsaris præcedit æram incarnationis annis 38. die vno. hæc est Cæsaris æra Hispanica quæ Incidit in annum periodi Julianæ 4676. feriâ primâ.

Æra Christi incidit in periodi Julianæ 4814. Kal. Januar.

Æra Diocletiani posterior est æra Christi annis 283. diebus 141. inciditque in annum periodi Julianæ 4997. & annum Christi 284 Aug 29. feria sexta.

Æra Arabum Alegiræ seu Egiræ sequitur æram Christi annis Romanis 611. & diebus 195. hæc sumitur à fuga Mahometis incidit in periodi Julianæ annum 5335. Christi 622. Julij 15. feria 5.

Æra Jsdegert Regis Persarum posterior est incarnatione, seu æra Christi annis 631. diebus 167. incidit in per. Jul. annum 5345. Christi annum 632. Jun. 16. feria 3.

Æra Alphonsi Castiliæ Regis posterior est æra Christi annis 1251. diebus 131. incidit in periodi Julianæ annum 5965. Christi 1252. Kal. Junij fer. 7.

Vt sciatur motus medius solis pro aliqua Epocha, obseruetur locus solis verus pro aliquo tempore. tum inquiratur prosthaphæresis illi debita quæ habetur, si ex loco vero subtrahas locum Apogæi, vt habeas distantiam solis ab Apogæo. tum fiat vt sinus totus, ad eccentricitatem 3460. ita sinus distantiæ solis ab Apogæo. ad sinum prosthaphæresis. hæc prosthaphæresis in in primo semicirculo, hoc est ab Apogæo ad perigæum addi deber motui vero, vt habeatur medius: subtrahi in secundo semicirculo. habebis motum solis medium pro tempore obseruationis. hoc tempus apparens ad æquabile ita reducetur. quære ascensionem rectam loci solis veri, seu obseruati. quæ si maior fuerit motu medio inuento: tempus apparens sequetur medium; idcóque differentia in tempus conversa, addi debet vt fiat tempus medium. ita habebis locum solis medium ad

ad Epocham certam temporis medij. numera annos ab Epocha Chriſti ad hoc tempus, & dies & horas. Sed memento annos, & dies ineuntes numerari. horas vero exactas & perfectas. huic annorum dierum, & horarum numero, quære per regulam trium motum ſolis medium. quam ſubtrahes ex loco ſolis medio priùs invento, & habebis locum ſolis medium, pro Epocha Chriſti in exemplo tota operatio meliùs patebit.

Dominus Mouton obſervavit Lugduni anno 1659 die 20 Martij.Seu ſtylo veteri die 10.Martij alt. Solis meridianam 44. 11. altitudo autem æquatoris Lugduni eſt 44. 53. 30. declinatio fuit auſtralis min. 2, 30. & Sol in piſcium gradu 29. 53. 30. erat autem Apogæum in gr. 7. 30. Cancri ſufer ergo ex ſignis. 11. 29. 53. 30. ſigna 3.7. 30. reſtabit diſtantia ab Apogæo ſig. 8. 22. 23. & reliquum ad Apogæum ſig. 3. 7. 37. ſeu grad. 97. 37. fiat ergo vt iam ſæpe diximus. vt ſinus totus, ad Eccentricitatem 3460. ita ſin. gr. 97.37. ſeu 82 23. ad quartum & invenio proſtaph. 1.57. 50. quæ ſubtrahi debet. vt habeatur locus medius, Sol igitur ſecundum medium motum erat in piſcium grad. 27. 55. 40. aſcenſio recta veri motûs 29 53. 11. piſcium eſt 11. 29. 52. 11. quare locus Solis verus, medio, orientalior erit gr. 1. 52. 31. quibus reſpondent min. 7. ſec. 29. 56. & conſequenter punctum medij temporis in æquatore, plures horas haber. quam apparens igitur ſecundum tempus æquabile erat dies 10.Martij ſtylo veteri meridie cum min. 7. ſec. 29. 56.ab initio annorum Chriſti ſunt anni 1658. exacti cum diebus 69.

Anni.	Sig.	Gr.	Mi.	Sec.	Ter.
5000.	0.	7.	39.	58.	
600.	0.	4.	35.	59.	
40.	0.	0.	18.	24.	
18.	11.	29.	38.	43.	
Mart.	1.	28.	9.	11.	
10.		9.	51.	23.	
Min. 7.				17.	15.
Sec. 19.					46.
	2.	20.	13.	55.	1.
Ex obſer.	11.	27.	55.	40.	
	9.	7.	42.	56.	

Quæratur motus medius fiat additio eô modô quô diximus in Arithmetica. hanc ſummam ſi ſubtrahas ex loco ſolis medio ſupra invento qui erat 11. 27. 55. 40. quia Epocha Chriſti antecedit tempus obſervationis 9. 7. 42. 56. meridie. vltimæ decem. reſtabit Epocha annorum Chriſti primæ diei Januarij, anni primi æræ Chriſtianæ. ſecundum tempus medium ſi velles Epocham meridiei eſt ergo:motus Solis medius æra Chriſtiana meridie vltimæ Decembris.

Æra Chriſtiana 9. 7. 42. 56. Lugduni ex obſervatione Domini Mouton.

Reinoldus	9.	7.	34.	5.	8.	Bononiæ.
Tycho	9.	7.	38.	55.	16.	Bononiæ.
Longomont.	9.	7.	37.	59.	41.	Bononiæ.
Keplerus	9.	7.	50.	48.	40.	Bononiæ.
Lansberginſ.	9.	7.	36.	1.	53.	Bononiæ.
Ricciolius	9.	7.	31.	12.	0.	Bononiæ.

Ricciolius tamen in ſuis tabulis Aſtronomiæ reformat ponit 9. 7. 40. 1.

Quamvis æra chriſtiana incipiat à media nocte, multi tamen affigunt radicem, meridiei diei præcedentis, facilioris calculi cauſâ. quia nempe cum pleræque obſervationes fiant meridie, ſæpius inquirimus locum Solis pro meridie,quam pro reliquis horis, ne ergo cogamur addere motum 12. horarum, affigimus Epocham meridiei. & quia dies numeramus ineuntes, nam prima Januarij perfecta non eſt, dum dicimus primo Januarij ſed currit: vnde fere ſemper ex calculo detrahendus eſſet motus vnius diei; ideo aſſumimus pro radice meridiem diei præcedentis;ne deinceps cogamur addere 12. horas, & ſubtrahere vnum diem.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Epocham Anomaliæ conſtituere.

Præter motum medium, indigemus anomalia, ad inveniendas proſtaphæreſes hæc quidem facile ex motu medio elicitur, ſi auferatur locus Apogæi à motu medio ſolis, reſtat enim motus anomaliæ. quare opus eſſet toties ſupputare locum Apogæi, quoties locum Solis inquireremus. duæ igitur operationes eſſent neceſſariæ, nempe inquiſitio Apogæi, quæ per additionem fieret, deinde ſubtractio. vt hæ duæ operationes in vnâ coaleſcant motum anomaliæ conſtituemus.

Quæratur ad initium annorum Chriſti locus Apogæi. hôc modô Pater Ricciolius anno 1646. invenit Apogæum in ſigno. 3. 7. 26. motus Apogæi intra annos 1646.eſt ſig.5.1.14.fiat ſubtractio, & reſtabit Epocha Apogæi initio annorum Chriſti ſign. a. 6. 12.

Pater Ricciolius qui motum Apogæi paulo minorem aſſumit, non ex obſervatione, ſed ex coniectura habet a. 10. 3. 43.

Hunc locum Apogæi ſubtrahe ex loco Solis medio. reſtabit Epocha anomaliæ 6. 27. 27. 39.

Motum item anomaliæ facile conſtituemus, ſi enim habemus motum annuum Solis, id eſt, intra dies 365. præcisè conficere ſign. 11. 29. 45. 40. 38.

Si ex eo ſubtrahamus motum Apogæi s. 10. 30.

Reſtabit motus annuus anomaliæ ſign. 11. 29. 44. 30. 8.

Et addito motu diurno 59. 8. 20.

Habebitur motus anomaliæ in anno Biſſextili 0. 0. 43. 38. 28.

Tychobrahe motum Apogæi annum facit 45. tantum ſecundorum etiam maiorem conſtituet anomaliæ motum. quam nos conſtituerimus. eo quod motum Apogæi ex obſervationibus centum annorum ſpatio diſtantibus determinaverit.

PROPO

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Tabularum Artificium.

Primò vides epochas ad Lugdunenſem meridianum conſtitutas, & pro tempore apparentis meridiei ante Kalendas Januarij, tam ſtylo veteri in annis ſcilicèt ante correctionem Kalendarij. iis vti poteris ſi ſtylum veterem adhibeas. differt autem dies in Kalendario noſtro à Kalendario veteri decem diebus. ita vt nos vndecimum diem Januarij habeamus, cum primum numerant in veteri. quare à correctione Kalendarij, vt convertas dies Kalendarij veteris, in dies ſtyli noui adde 10 dies,vt è contra convertas dies Kalendarij novi, in dies Kalendarij veteri ſubtrahe decem dies, & hoc vſque ad 25 Februarij anni 1700. tunc enim vndecim dies addendi erunt, vel ſubtrahendi.

Poſt Epochas, habes motum ſolis, motum anomaliæ, & motum Apogæi reſpondentem 100 annis,ducentis, trecentis, & ita deinceps.vſque ad 1700.poſt hæc tabula continuati quantum volueris, addendo continue motum 100 annorum, & reiiciendo circulos integros.

Tertiò habetur tabula motuum annuorum, quæ ita conſtruitur.motum annuum 365 dierum adde continuo quater, quarto anno illi adde motum vnius diei.propter biſſextum,& habebis motum 4 annorum,quem ſi addas,motui vnius,duorum,trium, 4 annorum habebis motum quinque 6.7.octo annorum atque ita continuabis tabulam vſque ad 10 annos.hunc motum 10 annorum duplicabis,& habebis motum 20 annorum triplicabis & habebis motum 30 annorum;quadruplicabis & exurget motus 80 annorum.

His motibus conſtitutis facile continuantur Epochæ quantum volueris.per additionem continuam eorumdem motuum, ſi continuentur Epochæ ſtylo novo,detrahendus erit dies anno 1700, quia biſſextilis non erit,ſicut & 1800.& 1900.annus tamen 2000 biſſextilis erit.

Poſt tabulas annorum ſequitur tabula menſium. hæc exurgit ex motu diurno. hæc tabula menſes continet, tam anni communis quam anni biſſextilis conſtruitur motu diurno multiplicato, menſi Ianuario nihil tribuitur, quia ex vſu communi menſes nominamus ineuntes.

Ut habeas motus reſpondentes menſi Februario ineunti,motus diurnos multiplica per 31.quia menſis Januarius dies 31 continet.

Ut habeas motus reſpondentes menſi Martio, ineunti motum diurnum per 28 multiplicatum, pro anno communi, addes motui invento menſis Februarij, vel multiplicatum per 29 in anno.biſſextili ita procedes in aliis menſibus.

Sequitur tabula motuum diurnorum vſque ad dies 31 quia nullus eſt menſis ſuperans dies 31. non additur huic tabulæ motus anomaliæ, quia tam paruo tempore,non differt motus anomaliæ, à motu medio ſolis

Additur tabula horaria, quæ etiam minutis aptatur.

Atque hæ ſunt tabulæ mediorum motuum.

Reſtant proſtaphæreſes quæ ad ſingulos anomaliæ gradus ſunt ſupputatæ,eô modô quô ſuperiùs docuimus Adiectæ tamen ſunt differentiæ inter vnam proſtaphæreſin,& ſequentem vt facilius habeatur pars proportionalis reſpondens minutis, quoties motus anomaliæ poſt gradus minuta exhibet. atque hæ tabulæ ſufficiunt vt habeatur locus Solis verus, quôlibet tempore.

Notandum autem vt anomaliæ motus in tabulas redigatur auferendum tantum eſſe motum Apogæi à motu ſolis medio.

Quamvis communis hypotheſis ſolaris eccentrica,ſufficienter ſatisfaciat obſervationibus, pro loco ſolis inveniendo. Recentiores tamen Aſtronomi præferunt hypotheſin Ellypticam, quam exactius procedere, præcipue vero diſtantias Solis à terra & diametrum apparentem accuratiorem exhibere,exiſtimant. Hanc hypotheſin explicabo inferius cum de planetis ſuperioribus agam, tabulam tamen proſtaphæreſeon appoſui in forma Ellyptica, quæ quidem ita parum differt à communi vt perinde ſit quacùmque vtaris,eius item vſus eſt omnino ſimilis.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Locum Solis medium, & anomaliam ad quodlibet tempus ſupputare.

Proponatur v. g annus Chriſti 1671. dies 10 Februarij meridie. Excerpe ex tabula Epocharum motum Solis, & anomaliam reſpondentem Epochæ cuicùmque vt anno 1661. Excerpe item motum & anomal.annorum 10.ſicut & motum reſpond. menſi Februario denique motum dierum decem.

Motus Solis				Motoa Anomalia			
Sig.	Gr.	M.	Se.	Sign.	Gr.	M.	Sec.
9.	11.	29.	40.	6.	3.	47.	12.
11.	29.	35.	3.	11.	19.	23.	18.
1.	0.	33.	18.	1.	0.	33.	12.
	9.	51.	23.		9.	31.	23.
10.	21.	29.	24.	7.	13.	35.	5.

Fiat Additio Aſtronomica eô modô quô docuimus in Arithmetica obſervatis ſcilicet aliquibus regulis. peculiaribus.

Primò ſi additione facta exurgant plura quam 12 ſigna, abjiciantur duodecim ſigna, quoties poſſunt ſcribantùrque reliqua.vt in hoc exemplo ſumma erat 22 ſignorum abiectis ſignis duodecim reſtant 10. ratio clara eſt, quia locum ſolis numeramus, non ab Ariete ipſius Epochæ, ſed ab Ariete proximè præcedente.

Secundò in quâlibet additione minutorum,aut ſecundorum, ſi exurgat numerus maior quam 60. detrahantur 60 quoties poſſunt, & ſcribatur reliquum, quoties autem invenitur 60. tot in gradu anteriori erunt reponenda vnitates. vt in hoc exemplo. addendo minuta ſecunda exurgunt 84 aufer 60. relinquuntur 24. & quia 60 ſecunda, vnum minutum primum efficiunt. reſerva vnum minutum reponendum in ſede minutorum. ita in ſerie minutorum 149 auſerantur bis 60. reſtabunt 29. & reſervabis 2 gradus.

Tertiò quoties numerus graduum maior eſt gradibus 30.detrahatur 30.quoties poteſt,& reliquum

quum scribatur, vt in nostro exemplo erat numerus graduum 51. detrahendo 30. restant 21 scribenda. & reservatur vnum signum.

Notandum autem hunc motum medium, & anomaliam respondere, 10 Februarij meridiei tempore medio non verò tempore apparenti, cum enim Epochæ sint tempori medio affixæ, & motus qui illi adduntur respiciant tempus medium non potest aliud ex tabulis erui, quam ille motus qui tempori medio respondet. docebimus autem postea modum facilem quærendi, vel tempus apparens respondens meridiei temporis medij: vel tempus medium respondens meridiei temporis apparentis.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Ad datum Tempus verum locum Solis supputare.

Sit datum idem tempus, ad quod supputandus sit verus locus Solis, Primò (*per præcedentem*) quæratur medius locus Solis, & anomalia Solis prædicto tempori respondens. Cum anomalia quæ inventa est ingredere tabulam prostaphæresium, inveniésque respondere signis 7 gradibus 13. Anomaliæ. g.1.26.16. cum differentia m.1.36. habes autem in anomalia m. 35 primo dicere potes si vnus gradus anomaliæ dat vnum minutum seu 60. minuta secunda quid dabunt min. 35. & iam habeo 35. secunda, item dicere debes si 60 minuta anomaliæ dant 36 in prostaph. quid dabunt 35 minuta, & habebo min. secunda 21. quæ adiecta aliis 35 faciunt minuta secunda 56. & quia prostaphæresis à grad. 13 ad 14. in septimo signo anomaliæ crescit hæc sec. 56. addenda sunt priori prostaphæresi quæ erat 1.26.16. fit ergo prostaphæresis additiva gr. 1.27.12. motus Solis medius priori propositione inventus erat sign. 10.21.29.44. huic adde prostaphæresin 1.27.12. fiet locus solis verus sig 10 22.56.56. quare Sol erit in grado 22.56.56. aquarij. die decima Febr. 1671 stylo novo. Sed intelligitur secundum tempus medium, cum tabulæ vt iam sæpe monui sint affixæ tempori medio. Hic est fere vnicus tabularum finis & vsus, vt quocúmque temporis momento locum solis verum in Eclyptica supputemus.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Datô locô Solis verô, locum Solis medium ex tabulis invenire.

Quamvis supra dederimus methodum Trigonometrice inveniendi locum medium solis, ex dato eius locô vero. vt vniversalior sit tabularum vsus, eundem ope tabularum inveniemus. Sit ergo datus locus solis verus, Signorum 10 23. supputa pro anno proposito locum Apogæi qui anno 1671 est 3.7.44. hunc locũ subtrahe ex loco solis vero, si fieri potest Si vero non posset adderes loco solis vero signa 12 facta subtractione restat anomalia æquata sig 1.15.16. seu distantia vera ab Apogæo ingredere tabulam prostaph. & quære anomaliam cui addendo prostaphæresin respondentem fiat anomalia æquata. sign. 7.15.16. & hoc quia prostaph. additiva est, invenio anom. 7.13. quæ haber prostaph. 1.26.16. hæc si addantur fiunt 7.14.26.16. deficiunt min. 33.44. hæc adde priori anomaliæ 7.13. habebisque anom 7.13.33.44. cui si addas locum Apogæi 3.7.44. habebis locum solis medium sig. 10.21.17.44.

Vocamus autem anomaliam æquatam distantiam solis veram ab Apogæo, hoc est sumptam in centro terræ. seu angulus quem facit linea veri motûs cum linea Apogæi. At Anomalia simplex est arcus eccentrici interceptus inter Apogæum, & locum Solis. vel angulus quem facit linea medij motûs, cum linea Apogæi. in primo semicirculo angulus anomaliæ simplicis, seu mediæ maior est angulo anomaliæ æquatæ. ideóque in nostra praxi cognitâ anomaliâ æquatâ vt haberetur anomalia simplex quærenda esset anomalia media, à qua subtrahendo suam prostaphæresin restaret anomalia æquata.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Methodus construenda tabula æquationi dierum inservientis.

Quia tempus respondens tabulis est tempus medium: quærenda est methodus convertendi illud in tẽpus apparens. ponamus ergo ex tabulis cognosci & supputari die 20 Martij hora meridiana. Solem esse in primo gradu Arietis, secundum verum motum quæratur ascensio recta tali loco solis respondens, quæ est, o, quæratur per præcedentem locus solis medius qui erit sig. 11. 28. quare locus solis verus distat versus orientem duobus gradibus à loco solis medio. sopponitur autem esse secundum medium tempus meridies, & cum Sol sit orientalior duobus gradibus subtrahenda erunt 8. minuta. tunc ergo erit hora 11 com 52 minutis tempore apparenti.

In hunc ergo modum construes tabulam, scribo locum solis verum in prima columna vt vides factum per trinos gradus. huic adiunge secundam columnam continentem ascensionem rectam respondentem. in tertia habebis anomaliam æquatam, quæ habetur subtrahendo locum Apogæi, his autem temporibus locus Apogæi est sign. 3.7.44. Cum hac anomalia æquata ingredere tabulam prostaph. reseon, & vide quænã anomalia simplex cum sua prostaphæresi si additiva est, vel detracta prostaphæresi hanc componat anomaliam æquatam, & habebis anomaliam simplicem, cui restituendo locum Apogæi habebis locum solis medium, ponendum in 4 columna. hic locus medius intelligitur in æquatore; & comparatur cum ascensione. si Ascensio maior est; subtrahenda est differentia, in tempus conversa, vt ex medio fiat tempus apparens, quia Sol secundum locum verum est orientalior; atque adeo minus est provectus in horiz. sic in quinta columna pones differentiam inter ascensionem rectam, & locum solis mediũ in æquatore intellectum in vltima columna pones differentiam in tempus conversam cum signis Additionis aut subtractionis. Ex ea tabula resultat ea quam apposuimus suprà.

Usus tabulæ facilis est quoties enim ad tẽpus datum supputas locum solis ex tabulis, tempus illud æquabile, & medium est; quare vt in apparens

convertatur

conuertatur debent illi addi aut ab eo detrahi minuta in vltima columna contenta. Si v. g. die 20. martij meridie inueneris solem in primo arietis non erat meridies. sed hora 11. com 52. minutis. debes ergo addere motum solis respondentem 8. minutis, nempe 19. secunda, 42. tertia vt habeas locum solis verum in meridie apparenti illius diei.

Notandum autem tabulam non esse vniuersalem, sed esse aptam illi tantum tempori quo Apogæum est in gradu verbi gratia 7. cancri. non multum autem aberrabit intra mille annos. nos tres tabulas composuimus vnã pro eo tempore in quo Apogæum erat in gradu 15. geminorum, aliam in qua erat in primo gradu cancri & tertiam pro eo tempore in quo Apogæum inuenietur in 15. gradu cancri tempora intermedia per partem proportionalem procedent.

Quotiescunque tempus apparens redocendum est ad tempus medium signa additionis & subtractionis in tabulâ apposita, sunt mutanda in contraria hoc est addere debes, quoties inuenis subtrahe, & vicissim: tabula enim confecta est vt tempus medium in apparens conuertatur. Hæ communiter regulæ vsurpari possunt.

Quando ad tempus datum apparens, supputari debet locus medius solis, & ex medio verus, tempus apparens, debet mutari in medium, quia tempus in tabulis consignatum, vel ad quod tabulæ confectæ sunt, supponitur æquabile vnde Epocha ipsa ad tempus æquabile reducta est, ad quod supputatur locus solis. Epochas, autem solis ad tempus medium reuocauimus: scio nonnullos Epocham non æquare, sed tunc longe alia fit reductio temporis apparentis, ad medium & intricatior.

Quod dixi de Epochis solis, intelligendum etiam est, de Epochis ceterorum planetarum, quæ ad tempus medium reuocabuntur & pariter tempus ad quod supputatur locus planetæ, ex apparenti reuocandum est ad tempus æquabile.

Quia æquatio temporis, nempe vt ex apparenti fiat medium supponit locum solis cognitum; bis quærendus esset locus solis, cum ad datum tempus quæritur locus solis verus semel vt æquetur tempus. & fiat æquabile & semel, vt inueniatur locus solis pro tempore æquabili: quare proposito quolibet tempore apparenti, supputa locum solis verum, quasi datum tempus esset medium, & per hunc locum solis inuentum, innotescet differentia temporis medij ab apparente: si appatens fuerit minus medio, addendus erit loco solis inuento, motus solis respondens, huic differentiæ vt iam diximus supra.

Quia vt dixi Ptolemæus Alphonsus & Copernicus vtuntur Epochis non reductis ad tempus æquabile, sed affixis tempori apparenti, ita operaberis si vtaris eorum tabulis. Ad ipsam Epocham quære locum solis medium, & verum cum eius ascensione recta pariter ad momentum in quo æquandum est tempus supputa locum solis medium & verum cum sua Ascensione recta, compara motus medios inter se, vt habeas eorum differentiam, compara item ascensiones rectas. vt habeatur earum differentia. Si differentia mediorum motuum, æqualis est differentiæ ascensionum rectarum tempus apparens. & medium non differunt inter se: si differentia ascensionum maior, est differentia mediorum motuum, excessum in tempus conuertes & quæres quantus illi motus conueniat quem motui vero addes si contrarium acciderit subtrahes. Ricciolius, Lansbergius & alij multi Epochis vtútur ad tẽpus æquabile reductis

Æquatio temporis in luna est maxime necessaria, eò quòd intra 16. minuta ad quæ peruenire potest æquatio, & ad duplum, si Epocha ipsa non æquaretur luna promouetur in long. 8 minutis in sole ferè negligi potest, multò magis in reliquis planetis quorum motus non sunt ita exquisite concinnati, vt debeat tam modicæ differentiæ ratio haberi.

Si ex tabulis eruatur tempus, necessariò prodibit tempus medium, quod in apparens ope tabulæ superioris mutabitur, ita ope tabularum innotescere potest hora quâ Eclypsis accidit, sed hæc hora intelligitur secundum tempus medium, addenda autem est correctio, vt sciamus tempus verum seu apparens in quo accidet.

Nonnulli censent hanc correctionem temporis, seu mutationem apparentis in medium vel è contra, esse friuolam, & superuacaneam, imò allecant sibi experientiâ compertum esse, meliùs motus cœlestes, cum obseruationibus conuenire si negligatur hæc correctio, quam si adhibeatur. Putat Ricciolius necessariò adhibendam esse, cum nitatur demonstratione. Hæc tamen demonstratio non ita conuincit, vt non relinquatur aliquis dubij locus nam posset ita attemperari motus solaris, vt quamuis plus recedat ad ortum motu proprio, vno die quam altero, tantundem tamen temporis impendat à meridiano, ad eundem meridianum sed si hoc ita accideret necessariò responderetur aliqua inæqualitas in motum diurnum stellarum, ita vt lentiùs nonnunquam, & aliquando celeriùs cœli circumuolutio perageretur. Supponamus enim quò die sol motu proprio percurrit plusquam vnum gradum, tantundem temporis insumere, vt vnam circumuolutionem diurnam absoluat, quantum impendit, dum motu proprio percurrit minus quam vnum gradum: igitur transitus plurium partium cœli sub meridiano, æqualis erit in duratione transitui pauciorum partium eiusdem cœli. in alio tempore dicendum igitur erit motum solarem, refundi in firmamentum, eiusque motum nonnunquã incitare, aut retardare: quod quidem Deus facere potuit nec video quomodo dignoscere possimus, vtrum accidat, nisi fortè horologia automatã, pendulis instructa hunc nobis scrupulum eximant quare in praxi puto insistendum esse viæ ordinatiæ, & tritæ.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

De meridianorum differentia.

Certum est meridianorum differentiam, in duobus locis horas differentes efficere, ex quo fit vt Epochæ vni meridiano affixæ, differant ab iis quæ alteri meridiano tribuuntur Hanc meridianorum differentiam vel ex interuallo itinerario, aut circulo positionis, adhibita latitudinis obseruatione, vel ex Eclypsibus vtrobique obseruatis concludimus, vel certe ex mappis geographicis, & aliorum placitis eruimus quomodocũque ergo meridianorum differentiam, notam habeamus facile ea semel constitutâ Epochas meridiano determinato aptatas,

aptatas, nostro meridiano affigemus observatis aliquibus regulis.

Prima Regula si meridianus Epocharum sit orientalior nostro differentia addenda erit,vt verbi gratia quia Bononiensis meridianus orientalior est Lugdunensi gradibus 8 & tribus minutis, seu min. 32. secundis 12. si Epochis Bononiensibus addas motum respondentem min. 32. & sec. 12. habebis Epochas Lugdunenses eidem horæ respondentes.vt quia Ricciolius constituit Bononiæ radicem motus medij solis, anno primo Christi ineunte meridie vltimæ diei Decembris præcedentis esse sign. 9. grad. 7. min. 31. sec. 12. Sol autem intra 32. min. horaria & sec. 12. conficit min. 1. 19. 20. hæc adde Epochæ, & habebis Epocham Lugdunensem sign. 9. 7. 32, 31. 20. quia eum est meridies Bononiæ non est adhuc meridies Lugduni desuntque min. 32. 12. quibus Sol prædictum motum absolvit: igitur hora meridiana Lugdunensi tantam habebit longitudinem. hæc methodus facillima est, & adhiberi debet compendij causa ab eo, qui plures in eodem loco supputationes absolvere debet, nam semel mutatis Epochis, liberatur ab hac meridianorum differentia inquirendâ.

Secunda Regula Potest meridianorum differentia per temporis subtractionem, aut additionem æquari Sit quærendus locus solis Lugduni anno 671. decimo Februarij hora de meridie secunda debeatque vti tabulis Bononiensibus, addat min. 32 & secunda 12. nam hora 2. Lugdunensi coincidit cum Bononiensi hora.2. cum min. 32 12. cum orientaliores plures horas numerent, vt patet.

Tertia Regula Si tempus eruatur ex tabulis vnius meridiani, per additionem, aut subtractionem temporis invenietur tempus alterius meridiani. Sit inventum in tabulis Bononiensibus initium alicuius Eclypsis hora prima post mediam noctem, subtrahe 32. min. cum 12. secundis restabitque media nox cum min. 27. & 48 secundis. dico ergo tunc Lugduni esse tantum mediam noctem cum 27. min. & 47. secundis.

Alij omnes casus ad istos revocantur.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

De Noua methodo observandi motus solares ope horologij automati, pendulis instructi.

De Funependulis, & vibrationum æquidiuturnitate, iam sæpe diximus. de automaton item pendulis instructorum fidelitate nonnulla; quæ ad tantam præcisionem adducuntur, vt nullam admittant irregularitatem, & quolibet instrumento exactiora sint. Volo ergo haberi tale horologium, satis magnum cuius nempe pendulum, singulis vibrationibus adæquet minutum secundum, habeatque tres indices, quorum primus horas ostendat, & intra 12 horas, semel rotetur, secundus minuta prima, singulisque horis circumvoluatur Tertius denique intra minutum primum circulationem absolvat, & minuta secunda ostendat. vt ope talis horologij solis motus dirigi, & observari possit. debet horologium non ad Solem dirigi, sed ad stellam. hoc est stella aliquâ, primæ magnitudinis meridianum occupante, quod ope trianguli filaris sine alio instrumento, aut aliis expensis dignoscitur, horologium meridianam horam ostendat. & sequentibus diebus stellâ ad meridianum redeunte, cursus index meridianæ horæ insistat: ita vt non intra 24 horas solares, sed intra 24 sydereas absolvatur revolutio. immò opus erit duas aut tres stellas seligere, quæ sibi in eo officio succedant. nota autem erit differentia ascensionalis inter eas stellas, ope eiusdem instrumenti. Si enim horas inter vnius, & alterius transitum sub meridiano numeres, & in gradus & minuta convertas, habebis differentiam ascensionalem stellarum illarum. Quod si observaretur declinatio simul cum illa differentia ascensionali intra duas aut tres noctes, omnes stellæ suos in ordines digeri possent.

Tota difficultas erit in determinanda ascensione recta primæ stellæ. hanc ita habere poteris diem & horam æquinoctij observa diligenter, eamque reducito ad horas horologij tui; illæ enim indicabunt differentiam ascensionalem inter stellam ad quam aptatum est horologium.Ponamus horologium meum aptatum esse spicæ virginis, & indicate horas illius stellæ; die verbi gratia Martij 20. meridie observo altitudinem meridianam solis, & invenio esse æquinoctium hora meridiana;video item in horologio, tunc indicari horam decimam cum 52 minutis,hoc est restare adhuc horas 13.& minuta 8. donec Spica Virginis ad meridianum redeat. hoc tempus in gradus converto, & invenio signa 6. gradus 17. dico Ascensionem rectam. Spicæ Virginis esse sign. 6. grad. 17. quia tot inveniuntur signa, & gradus inter Arietem, locum scilicet solis & prædictam stellam. Quia tamen rarò admodum accidet, vt Sol præcisè meridie æquinoctium attingat. observa meridie elevationem solis, & ex ea scies locum solis verum in zodiaco, & eius ascensionem rectam. cui si addas differentiam ascensionalem, quam horologium indicat habebis,ascensionem rectam stellæ.

Ponamus me observasse Lugduni elevationem solis meridianam, ex qua elicui Solem esse in primo gradu Tauri, cuius ascensio recta est sign. 0. 27. 54. Et tunc horologium automaton indicasse horam 12 mediæ noctis. min. 43. sec. 36. hoc est restare horas 11. 16. 24. donec Spica Virginis ad meridianum redeat. horæ autem 11. min. 16. 24. efficiunt sign. 5. gr. 19. 6. quæ addes ascensioni rectæ initij Tauri, nempe 0. 27. 54 habebisque ascensionem rectam Spicæ Virginis nempe sign. 6. 57.

Opus erit vti Sole multum elevato, ne refractio, aut etiam parallaxis aliquid detrahant aut addant.

Constituta semel Ascensione recta illius stellæ, & consequenter omnium aliarum quibus vti commodum erit, exactissime locum solis verum invenies, solstitiorúmque momenta, tam exacte habere poteris, ac æquinoctiorum: quia non iam per altitudines meridianas, & declinationes in quibus, vel minimus error, in magnum excrescit, solis locum venaberis, sed per ascensiones rectas:& sine alio instrumento.

Ponamus me inquirere tempus solstitij hyberni, sine vlla parallaxis, aut refractionis suspicione. observo quænam hora indicetur ab horologio

gio automato, Sole meridianum occupante ponamus indicari quartam cum min. 52. hoc eſt Spicam Virginis prætergreſſam eſſe meridianum ab horis 4. & min. 56. efficiunt autem 4 horæ & min. 56. duo ſigna & gradus 13. & quia numeratio aſcenſionis rectæ procedit verſus orientem, & Sol orientalior eſt ſtella, adde aſcenſioni rectæ, Spicæ Virginis ſigna 2. & gradus 13. & reſultabit aſcenſio ſolis recta. ſign. 9. præciſè. igitur Sol erat in ipſo ſolſtitio.

Neque vero ita opus eſt vt horologij periodus horas 24. ſtellares ita præciſe adæquet, vt nihil fieri poſſit, ſi ab eo tempore deficiat. nam etiamſi 23 tantum horas cum quot volueris minutis adæquet, idem præſtabis, per calculum, modo fueris diligens in notanda hora & minuto, tui horologij, quô ſtella meridianum attingit. Jdem vſurpandum erit cum ſtella, quâ vteris, non amplius de nocte apparebit; ita vt teneatis aliam adhibere neque enim tunc mutandus eſt curſus tui horologij; ſed ſimpliciter obſervandum momentum, quo hæc nova ſtella meridianum pertranſit, nam & innoteſcet eius differentia aſcenſionalis, ab aſcenſione recta prioris ſtellæ: & conſequenter eius aſcenſio recta.

Antiqui Aſtronomi frequenter hanc methodum vſurpabant, non quidem horologio automato, ſed clepſydris, & miror à recentioribus non vſurpari. quamvis enim fluxus aquæ decurſu temporis, ſit irregularitatibus maximis obnoxius, ſi quis tamen cautiones nonnullas adhibeat, poterit cum fructu eam menſuram adhibere. ponamus enim per foramen clepſydræ, aquam vniformiter fluere, quod fiet ſi in vaſe ſuperiori multa ſuppeditetur aqua, & maior copia quam quæ poteſt per foramen defluere, ita vt ſupervacanea per aliud foramen elabatur. ſi tota aqua quæ fluit ab eo tempore, quô ſtella meridianum attingit donec ad illum redeat reſervetur: ponatur ſeorſim quæ fluxit ab eo primo tempore, donec Sol meridianum attigerit, & bilancibus vtriúſque aquæ pondus examinetur cognoſcetur, per regulam proportionum, tempus quô Sol ad meridianum pertingit, & conſequenter eius Aſcenſio recta, comparata cum aſcenſione ſtellæ.

Nonnulli pro aqua Mercurium adhibent, expenſis haud dubie maioribus. poſſent & arenaria horologia eſſe vtilia; ſicut & pendula libera, hoc eſt nulli horologio automato affixa, iis autem inſtrumentis, meliùs conſtitueretur motus ſolaris, quam hactenus conſtitutus ſit, invenitur enim ſemper aliqua differentiola, inter loca ſolis obſervata, & ex tabulis inventa: quod denotat hypotheſin adhuc nonnihil deficere. cum ex diverſis locis eodem anno obſervatis, non eadem ſemper eccentricitas nec idem Apogæi locus inveniatur.

TABVLÆ SOLARES

Epochæ seu radices pro Lugdunensi meridiano distante à Bononiensi versus occasum H. o. M. 28. Sec. 40. Meridie ante Kalendas Januarias stylo veteri temporis medij.

Anni Christi ineunt.	Motus solis medius	Anomalia Sol	Apogæum
	Si.G.M.S.	Si G. M.S.	Si.G. M S.
1.	9. 7 41.12.	6.27.37.29	2.10. 3.43
101.	9. 8.27.12.	6.26.40. 1	2.11.47.11
201.	9. 9.13.12.	6.25.42.33	2.13.30.39
301.	9. 9.59.12.	6.24.45. 5	2.15.14. 6
401.	9.10.45.12.	6.23.47.37	2.16.57.34
501.	9.11.31.12	6.22.50. 9	2.18.41. 2
601.	9.12.17.12	6.21.52.41	1.20.24.30
701.	9.13. 3.12	6 20.55.13	2.22. 7.58
801.	9.13.49.12	6.19.57.45	2.23.51.26
901.	9.14 35.12	6.19. 0.18	2.25.34.54
1001.	9.15.21.11	6.18. 2.50	2.27.18.21
1101.	9.16. 7.11	6.17. 5.22	2.19. 1.49
1201.	9.16.53.11	6.16. 7.54	3. 0.45.18
1301.	9.17.39.11	6.15.10.26	3. 2.28.44
1401.	9.18.25.10	6.14.12.58	3. 4.12.12
1501.	9.19.11.10	6.13.16.30	3. 5.55.40
1601.	9.19.57.10	6.12.19. 2	3. 7.39. 8
1701.	9.20.43.10	6.11.21.34	3. 9.22.35
1801.	9.21.29.10	6.10.24. 6	3.11. 6. 2
1901.	9.22.15.10	6. 9.25.40	3.12.49.29
	STYLO GREGORIANO.		
1601.	9.10. 5.47	6. 2.26.39	3. 7.39. 8
1681.	9.10.42.35	6. 1.40.41	3. 9. 1.54
1701.	9. 9.52.39	6. 0.30. 3	3. 9.22.36
1721.	9.10. 1.51	6. 0.18.34	3. 9.43.17
1741.	9.10.11. 3	6. 0. 9. 5	3.10. 3.58
1761.	9.10.20.15	5.29.57.36	3.10.24.39
1781.	9.10.29 27	5.29.46. 7	3.10.45.10
1801.	9. 9.39.31	5.28.33.27	3. 11. 6. 4.
1901.	9. 9.26.23	5.26.36.52	3. 12.49. 31
2001.	9.10.12.22	5.25.39.23	3.14.12.59
2101.	9. 9.59.14	5.23.42.47	3.16.16.27
2201.	9. 9.46. 6	5.21.45.11	3.18. 0.55
2301.	9. 9.32.58	5.19.38.35	3.19.44.23
2401.	9.10.18.57	5.18.51. 6	3.21.27.51
2501.	9.10. 5.49	5.16.54.31	3.23.11.18

TABVLA ANNOrum Iulianorum absolutorum.

Anni absoluti.	Motus solis ab Ariete	Anomalia solis	Motos Apogæi
	Sig.G.M.Se.	Sig.G.M.Se.	Si G. M.S.
1.	11.29.45.41.	11.29.44.39.	0. 0. 1. 2.
2.	11.29.31.21.	11.29.29.17.	0. 0. 2. 4.
3.	11.29.17. 2.	11.29.13.56.	0. 0. 3. 6.
B. 4.	0. 0. 1.50.	11.29.57.42.	0. 0. 4. 8.
5.	11.19.47.31.	11. 29.42.21.	0. 0. 5.10.
6.	11. 29.33.11.	11. 29.26.59.	0. 0. 6.12.
7.	11.29.18.52.	11. 29.11. 37.	0. 0. 7.15.
B. 8.	0. 0. 3. 41.	11. 29.52.24.	0. 0. 8.17.
9.	11.29 49.21.	11. 29 40. 2.	0. 0. 9.19.
10.	11.29.35. 2.	11. 29.24. 41.	0. 0.10.21.
11.	11. 29.20.42.	11. 29. 8.19.	0. 0.11.23.
B. 12.	0. 0. 5.31.	11. 29.33. 6.	0. 0.12.25.
13.	11.29.31.12.	11. 29.37.45.	0. 0.13.27.
14.	11.29.36 52.	11.29.21. 23.	0. 0.14.29.
15.	11.29.22.33.	11.29. 7. 2.	0. 0.15.3[illegible]
B. 16.	0. 0. 7. 22.	11. 29.51. 50.	0. 0.16.32.
17.	11.29.53. 2.	11. 29.35.27.	0. 0.17.35.
18.	11.29.38.43.	11.29.20. 6.	0. 0.18.37.
19.	11.29.29.23.	11. 29. 9.44.	0. 0.19.39
B. 20.	0. 0. 9.12.	11.29.48.30.	0. 0.20.42
B. 40.	0. 0. 18.24.	11.29.37. 1.	0. 0.41.23
B. 60.	0. 0.27.36.	11.29.25.31.	0. 1. 2. 5
B. 80.	0. 0.36.48.	11.29.14. 2.	0. 1.22.46
B. 100.	0. 0.46. 0.	11.29. 2.32.	0. 1.43.28
B. 200.	0. 1.32. 0.	11. 28. 5. 4.	0. 3.26.56
B. 300.	0. 2. 17.59.	11.27. 7.36.	0. 5.10.23
B. 400.	0. 3. 3.59.	11.27.10. 8.	0. 6.53.51
B. 500.	0. 3.49.59.	11. 25.12.40.	0. 8.37.19
B. 600.	0. 4.35.59.	11. 24.15.13.	0.10.20.46
B. 700.	0. 5.21.59.	11. 23.17.45.	0.12. 4.14
B. 800.	0. 6. 7.58.	11. 22.20.16.	0.13.47.42
B. 900.	0. 6. 53.58.	11. 21.22.48.	0. 15.31. 10
B.1000.	0. 7. 39.58.	11. 20.25.20.	0.17.14. 38
B.2000.	0. 15.19.56.	11.10.50.40.	1. 4.29. 16
B.5000.	0. 22.59.53.	11. 1.15.59.	1.21.43.54

TABVLA

TABVLA MENSIVM JNEVNTIVM Jn Anno communi.

Menses ineun.	Motus Solis Sig G Mi. Se.	Anom. Solis Sig. G. Mi. Se.	Motus Apog. Sig. G. Mi. Se.
Januar.	0. 0. 0. 0.	0. 0. 0. 0.	0. 0. 0. 0.
Febr.	1 0. 33. 18.	1. 0. 33. 14.	0. 0. 0. 4.
Mart.	1. 28. 9. 11.	1.28. 9. 4.	0. 0. 0. 7.
April.	2. 28. 42. 30.	2.18. 42. 19.	0. 0. 0. 11.
Mayus	3. 28. 16. 40.	3.28. 16. 23.	0. 0. 0. 14.
Junius	4. 28. 49. 58.	4.28. 49. 39.	0. 0. 0. 19.
Julius	5. 28. 24. 8.	5.28. 23. 45.	0. 0. 0. 22.
Aug.	6. 28. 57. 26.	6.28. 57. 0.	0. 0. 0. 26.
Sept.	7. 29. 30. 44.	7.29. 30. 14.	0. 0. 0. 30.
Octob.	8. 29. 40. 34.	8.29. 40. 20.	0. 0. 0. 34.
Nov.	9. 29. 38. 12.	9.29. 37. 35.	0. 0. 0. 37.
Dec.	10.29. 12. 21.	10.29. 11. 41.	0. 0. 0. 41.
Motus Annuus	11.29. 45. 41.	11.29. 44. 55.	0. 0. 0. 45.

JN ANNO BISSEXTILI.

Menses ineun.	Motus Solis Sig G Mi. Se.	Anom. Solis Sig. G. Mi. Se.	Motus Apog. Sig. G. Mi. Se.
Januar.	0. 0. 0. 0.	0. 0. 0. 0.	0. 0. 0. 0.
Febr.	1. 0. 33. 18.	1. 0. 33. 14.	0. 0. 0. 4.
Mart.	1.29. 8. 20.	1.29. 8. 12.	0. 0. 0. 7.
April.	2.20. 41. 38.	2.29. 41. 27.	0. 0. 0. 11.
Mayus	3.29. 15. 48.	3.29. 15. 33.	0. 0. 0. 14.
Junius	4.29. 49. 6.	4.29. 48. 47.	0. 0. 0. 19.
Julius	5.29. 23. 16.	5.29. 22. 54.	0. 0. 0. 22.
Aug	6.29. 56. 34.	6.29. 56. 8.	0. 0. 0. 26.
Sept.	8. 0. 29. 53.	8. 0. 29. 22.	0. 0. 0. 30.
Octob.	9. 0. 4. 3.	9. 0. 3. 29.	0. 0. 0. 34.
Nov.	10. 0. 37. 21.	10. 0. 36. 43.	0. 0. 0. 37.
Dec.	11. 0. 11. 31.	11. 0. 10. 49.	0. 0. 0. 41.
Motus Annus Bissext.	0. 0. 44. 49.	0. 0. 44. 4.	0. 0. 0. 45.

TABVLA MOTVS DIVRNI.

Dies	Sign.	Gr.	Mi.	Sec.	Ter.
1.	0.	0.	59.	8.	20.
2.	0.	1.	58.	16.	40.
3.	0.	2.	57.	24.	59.
4.	0.	3.	56.	33.	19.
5.	0.	4.	55.	41.	39.
6.	0.	5.	54.	49.	59.
7.	0.	6.	53.	58.	19.
8.	0.	7.	53.	6.	38.
9.	0.	8.	52.	14.	58.
10.	0.	9.	51.	23.	18.

Dies	Motus diurnus Si.G.M.	S.Ter.
11.	0.10.50	31.38.
12.	0.11.49	39.57.
13.	0. 12 48	48.17.
14.	0.13.47	56 37.
15.	0.14.47	4 57.
16.	0.15.46	13. 17.
17.	0.16.43	21. 36.
18.	0.17.44	29.56.
19.	0.18.43	38.16.
20.	0.19.42	46.36.
21.	0.20.41	54.36.
22.	0.21.41	3.15.
23.	0.22.40	11.35.
24.	0.23.39	19.55.
25.	0.24.38	28.13.
26.	0.26.37	36.35.
27.	0.26.36	44.34
28.	0.27.35	33.14.
29.	0.28.35	1.34.
30.	0.29.34	9.54.
31.	1. 0.33	18.14.

TABVLA MOTVS Horarij

H.	G.M.S.Te.
Mi.	M.S. T. q.
S.	S. T. q. V.
1.	0. 2.27.51
2.	0. 4.55.44
3.	0. 7.23.32
4.	0. 9.51.23
5.	0.12.19. 4
6.	0.14.47. 5
7.	0. 17.14.36
8.	0.19.42.47
9.	0.22.10.37
10.	0.24.38.28
11.	0.27. 6.19
12.	0.29.34.10
13.	0.32. 2. 1
14.	0.34.29.52
15.	0.36.57.42
16.	0.39.25.33
17.	0.41.53.24
18.	0.44.21.15
19.	0.46.49. 6
20.	0.49.16.57

Rel.	Tabulæ motus Horarij
H.	G.M.S.T.
Mi.	M.S.T.q.
S.	S. T. q. V.
21.	0.51.44.47
22.	0.54.12.38
23.	0.56 40.29
24.	0.59. 8.20
25.	1. 2.36.11
26.	1. 4. 4. 1
27.	1. 6. 31.52
28.	1. 8.59.43
29.	1. 11.27.34
30.	1.13.55.25
31.	1.16.23.16
32.	1.18.51. 6
33.	1. 21.18.57
34.	1.23.46.48
35.	1.26.14.39
36.	1.28.42.30
37.	1.31.10. 21
38.	1.33.38. 11
39.	1.36. 6. 2
40.	1.38.33.53
41.	1. 41. 1.44
42.	1.43.29.36
43.	1.45.57.26
44.	1.48.23.16
45.	1.50.53. 7
46.	1 53.20.58
47.	1.55.48.49
48.	1.55.16.40
49.	2. 0.44.30
50.	2. 3.12.21
51.	2. 5 40.12
52.	2. 8. 8. 3
53.	2. 10.35.54
54.	2. 13. 3.45
55.	2. 15. 31.45
56.	2. 17.59.26
57.	2.20.20.17
58.	2.22.55. 8
59.	2.25.22.59
60.	2.27.30.50

PROSTAPHÆRESES SOLIS IN ELLYPSI.

Anoma.	Sign. 0. Subtra. G M. S.	Dif. Se.	Sign. 1. Subtr. G.M.S.	Dif. Se.	Sign 2. Subtr. G.M. S	Dif. Se.	Sign. 3. Subtr. G M.S.	Dif. Se.	Sign. 4. Subtr. G M. S.	Dif. Se.	Sign. 5. Subtr. G.M S.	Dif. Se.	
0	0. 0. 0		0.59 32	109	1.44.28	66.	2. 2.35	3.	1.48.23	60	1. 3.16	112	30
1	0. 2. 5	125	1. 1.21		1.45.14	64.	2. 2.56	0.	1.47.20	63	1. 1.32	114	29
2	0. 4. 9	124	1. 3.10	107	1.46. 38	63.	2. 2.56	0.	1.46.15	65	0.59 37	115	28
3	0. 6.13		1. 4.37	105	1.47. 41	59.	2. 2.55	1.	1 45. 9	66	0.57.40	117	17
4	0. 8 16	123	1. 6.42	104	1. 48.40	58.	2. 2.52	3.	1.44. 1	68	0.55.42	118	26
5	0.10.19		1. 8.26	103	1.49 38	56.	2. 2.47	5.	1.42.50	71	0.53.43	119	25
6	0.12.22		1. 10. 9	102	1. 50.34	55.	2. 2.39	8.	1.41.37	73	0.51.43	120	24
7	0.14.25		1 11. 51	100	1. 51.29	53.	2. 2.19	10.	1.40.22	75	0.49 42	121	23
8	0.16.28		1.13.31		1.52.22	51.	2. 2.17	12.	1.39. 4	78	0.47.39	123	22
9	0.18 30	122	1.15. 11	98	1.53.13	48.	2. 2. 2	15.	1.37.45	79	0.45.35	224	21
10	0.20.32		1. 16.49	97	1. 54. 1	46.	2. 1.46	16.	1.36.24	81	0 43 31	124	20
11	0.12.35		1.18.26	96	2.54 47	44.	2. 1.28	18.	1.35. 3	81	0. 41.26	125	19
12	0.24.37		1.20. 2	94	1.55.32	43.	2. 1. 7	21.	1.33.39	84	0.39.20	126	18
13	0.26 39		1. 21.36	93	1.56.14	41.	2. 0.44	23.	1.32.12	87	0.37.14	128	17
14	0.28.41	121	1.23. 9	92	1.56.55	39.	2. 0.18	26.	1.30.44	88	0.35. 6	128	16
15	0 30 42		1. 24. 41	90	1.57.34	36.	1.59.49	19.	1.29.13	91	0.32.58		15
16	0.32 43		1.26.11	89	1.58.10	34.	1.59 19	30.	1 27. 41	92	0.30.50	129	14
17	0.34 44	120	1. 27.40	88	1.58 44	32.	1.58 47	32.	1.26. 7	93	0.28. 41	130	11
18	0.36 43	119	1.29. 8	86	1.59.16	30.	1.58.12	35.	1.24.32	95	0.26. 31	130	12
19	0.38 41	117	1. 30.34	84	1 59 46	28.	1.57 35	37.	1.22.56	96	0.24. 21		11
20	0.40.38		1. 31 58	82	2. 0.14	26.	1.56.56	39.	1. 21.18	100	0.22.10	131	10
21	0.42 15	1 6	1.33 20	81	2. 0.40	14.	1.56.14	42.	1.19.38	102	0.19.59		9
22	0.44.31		1.34 41	79	2. 1. 4	22.	1.55.10	44.	1.17 56	204	0.17.48	132	8
23	0.46 27	115	1.36. 0	77	2. 1 26	20.	1.54 44	46.	1.16.12	106	0.15.36	133	7
24	0.48.12	114	1. 37.17	76	2. 1.46	17.	1.53.56	48.	1.14.26	106	0.13.23		6
25	0 50 16	111	1.38 33	75	2. 2. 3	15.	1.53. 5	51.	1.12 40	108	0 11. 10		5
26	0.52 9	112	1 39.48	73	2. 2. 18	11.	1.52.12	53.	1.10.52	110	0. 8.57		4
27	0.54. 1	111	1. 41. 1	71	2. 2.30	10.	1.51.18	56.	1. 9. 2	111	0. 6.43	134	3
28	0.55.52	110	1.42.12	69	2. 2.40	8.	1.50.21	57.	1. 7. 11	112	0. 4.29		2
29	0.57.42		1. 43. 21	67	2. 2.48	6.	1.49.23	58.	1. 5.18	112	0. 2.15	135	1
30	0.59 22		1.44 28		2. 2.54		1.48. 23	60.	1. 3.26	113	0. 0. 0		0
	Adde Sign. 11.		Adde Sign.10		Adde Sig. 9.		Adde Sign. 8.		Adde Sign. 7.		Adde Sign. 6.		

REFRACTIONES SOLIS.

Elevatio Gr.	Refractiones M. Se.	Elevatio G.	Refractiones M. Se.
0	31. 0.	15.	4. 36.
1	23. 0.	16.	4. 7.
2	17. 0.	17.	3. 38.
3	14 0.	18.	2. 54.
4	12 31.	19.	2. 10.
5	11. 31.	20.	1. 40.
6	10.31.	21.	1. 11.
7	9.53.	22.	0. 42.
8	8.17.	23.	0. 24.
9	7.33.		
10	7. 3.		
11	6 34.		
12	6. 4.		
13	5.35.		
14	5. 6.		

PARALLAXES SOLIS.

Elevatio G.	Parallaxes Se. Ter.	Elevatio G.	Parallaxes Se. Ter.
0	28. 18.	65	5. 10.
5	26. 10.	70	4. 10.
10	24. 20.	75.	3. 8.
15	22. 30.	80	2. 4.
20	20. 40.	85	1. 2.
25	18. 50.	90	0. 0.
30	17. 0.		
35	15. 30.		
40	13. 20.		
45	11. 20.		
50	9. 40.		
55	7. 50.		
60	6. 10.		

TABVLA

TABULA ÆQUATIONIS TEMPORIS UT EX MEdio tempore fiat apparens.

Locus Solis Sig.G.	Pro anno Christi 300. Apogeo in Gem. 15. M. Se.	Pro anno Christi 1100. Apogæo in Cancri o. M. Se.	Pro anno 2050. Apogeo in Cancri 15. M. Se.
	Subtr.	Subtr.	Subtr.
0. 0.	7. 44.	8. 0.	7. 44.
0. 3.	6. 36.	6. 28.	6. 48.
0. 6.	5. 28.	5. 8.	6. 52.
0. 9.	4. 16.	4. 56.	5. 0.
0. 12.	4. 44.	4. 4.	4. 0.
0. 15.	2. 8.	2. 56.	3. 12.
0. 18.	1. 4.	1. 56.	2. 20.
	Adde		
0. 21.	0. 16.	1. 0.	1. 28.
0. 24.	1. 0.	0. 8.	0. 40.
		Adde	Adde
0. 27.	1. 56.	0. 44.	0. 4.
1. 0.	2. 48.	1. 24	0. 40.
1. 3.	3. 36.	2. 12.	1. 20.
1. 6.	4. 20.	2. 52.	1. 52.
1. 9.	5. 36.	3. 24.	2. 20.
1. 12.	5. 28.	3. 48.	2. 40.
1. 15.	5. 56.	4. 20.	3. 0.
1. 18.	6. 20.	4. 36.	3. 12.
1. 21.	6. 28.	4. 48.	3. 20.
1. 24.	6. 44.	4. 36.	3. 24.
1. 27.	6. 44.	4. 56.	3. 20.
2. 0.	6. 44.	4. 48.	3. 12.
2. 3.	6. 36.	4. 44.	2. 56.
2. 6.	6. 20.	4. 20.	2. 36.
2. 9.	6. 4.	4. 0.	2. 12.
2. 12.	5. 40.	3. 36.	1. 44.
2. 15.	5. 4.	3. 0.	1. 4.
2. 18.	4. 36.	3. 32.	0. 36.
2. 21.	4. 0.	1. 56.	0. 0.
			Subtr.
2. 24.	3. 24.	1. 20.	0. 44.
2. 27.	2. 44.	0. 40.	1. 24.
3. 0.	2. 4.	0. 0.	2. 4.
		Subtr.	
3. 3.	1. 24.	0. 40.	2. 44.
3. 6.	0. 44.	1. 20.	3. 24.
3. 9.	0. 4.	1. 56.	4. 0.
	Subtr.		
3. 12.	0. 36.	2. 32.	4. 44.
3. 15.	1. 8.	3. 4.	5. 8.
3. 18.	1. 34.	3. 36.	5. 40.
3. 21.	1. 12.	4. 0.	6. 4.
3. 24.	2. 36.	4. 20.	7. 0.
3. 27.	2. 56.	4. 40.	6. 50.

Locus Solis Sig.G.	Pro anno Chri. 300. M. Se.	Pro anno 1200. M. Se.	Pro anno 2050. M. Se.
	Subtr.	Subtr.	Subtr.
4. 0.	3. 12.	4. 48.	6. 48.
4. 3.	3. 20.	4. 56.	6. 48.
4. 6.	3. 24.	4. 56.	6. 44.
4. 9.	3. 20.	4. 48.	6. 32.
4. 12.	3. 12.	4. 36.	6. 20.
4. 15.	3. 0.	4. 20.	5. 56.
4. 18.	2. 40.	3. 52.	5. 28.
4. 21.	2. 20.	3. 24.	4. 56.
4. 24.	1. 52.	2. 52.	4. 20.
4. 27.	1. 20.	2. 12.	3. 36.
5. 0.	0. 40.	1. 28.	2. 48.
5. 3.	0. 4.	0. 44.	1. 56.
	Adde	Adde	
5. 6.	0. 40.	0. 4.	1 .0.
5. 9.	1. 28.	1. 0.	0. 0.
			Adde
5. 12.	2. 16.	1. 56.	1. 4.
5. 15.	3. 12.	2. 24.	1. 28
5. 18.	4. 8.	3. 56.	3. 12.
5. 21.	5. 0.	4. 56.	4. 20.
5. 24.	5. 52.	5. 56.	5. 28.
5. 27.	6. 48.	6. 24.	6. 56
6. 0.	7. 44.	8. 0.	7. 44.
6. 3.	8. 18.	9. 0.	8. 48.
6. 6.	9. 28.	9. 56.	9. 52.
6. 9.	10.12.	10.48.	10.52.
6. 12.	11. 0.	11.40.	11.48.
6. 15.	11.44.	12.32.	12 48.
6. 18.	12.24.	13.16.	13.40.
6. 21.	12.56.	13.56.	14 24.
6. 24.	13.24.	14.28.	15. 4.
6. 27.	13.44.	15. 0.	15.36.
7. 0.	14. 0.	15 20.	16. 8.
7. 3.	14.16.	15.40.	16.28.
7. 6.	14.20.	15.48.	16.48.
7. 9.	14.16.	15.48.	16.52.
7. 12.	13.52.	15.40.	16.56.
7. 15.	13.46.	15.32.	16.48.
7. 18.	13.32.	15.12.	16.40.
7. 21.	13. 0.	14.48.	15.51.
7. 24.	12.28.	14.12.	15.48.
7. 27.	11.44.	13.36.	15. 8.

Locus Solis Sig.G.	Pro anno 300. M. Se.	Pro anno 1200. M. Se	Pro anno 2050. Mi.S.
	Adde	Adde	Adde
8. 0.	10.52.	13.28.	14 24
8. 3.	9. 56.	11.51.	13.36
8. 6.	8. 52.	10.52.	12. 36
8. 9.	7. 40.	9. 44.	11. 32
8. 12.	6. 28.	8. 32.	10. 24
8. 15.	5. 4.	7. 8.	9. 4
8. 18	3. 48.	5. 52.	7. 48
8. 21.	2. 24	4. 24	6. 24
8. 24.	0. 52.	4. 16.	4. 56
	Subtr.		
8. 27.	0. 36.	1. 28.	3. 36
9. 0.	2. 4.	0. 0.	2. 4
		Sobtr.	
9. 3.	3. 32	1. 28.	0. 36
			Subt.
9. 6.	5. 0.	2. 56.	0. 52
9. 9.	6. 28.	4. 28.	2. 24
9. 12.	7. 48.	3. 40.	3. 48
9. 15.	9. 28.	7. 12.	5. 8
9. 18.	10.24.	8. 32.	6. 28
9. 21.	11.32.	9. 44.	7. 40
9. 24	12.36.	10.32.	8. 56
9. 27.	13.36.	11. 52.	9. 56
10. 0.	14.24.	12.48.	10.48
10. 3.	15.12.	13.36.	11. 44
10. 6.	13.48.	14 16.	12. 28
10. 9.	16.16.	14. 48.	13. 4
10.12.	16 40.	15.16.	13. 32
10.15.	16.52.	15.32.	13.36
10.18.	16.56.	15. 44.	14. 8
10. 21.	16.52.	15.48.	14. 16
10.24	16.48.	13. 48.	14. 20
10.27.	16.24.	15. 40.	14. 16
11. 0.	16. 8.	15.28.	14. 0
11. 3.	15.40.	14. 44.	13. 48
11. 6.	15. 4.	14. 28.	13. 24
11. 9.	14.24.	13. 56.	12. 56
11.12.	13.40.	13. 16.	11. 20
11. 15	12.48.	11. 48.	12. 44
11.18.	11.52.	11. 40.	11. 0
11.21.	10.52.	10. 48.	10. 12
11. 24.	9. 52.	9. 56.	9. 28
11.27.	8. 48.	9. 0.	8. 36

ASTRONOMIÆ LIBER TERTIVS.

De Luna.

VARIIS *apud antiquos præcipuè verò Poetas Luna est insignita nominibus; & sub variorum numinum appellatione nuncupata; dicitur enim Diana, Cynthia, Proserpina seu Hecate, vnde & triformis, appellata. eò quòd sub diuersis figuris, & phasibus appareat: & modò falcata, nunc gibba, tandem pleno orbe fulgeat. vt motus solis annum efficit, ita Lunæ periodus mensem absoluere videtur, omnésque ferè Astronomi, in eo fuerunt, vt menses Lunares, cum motu solis annuo conciliarent ex quo tot periodi natæ sunt, in quibus per certos menses intercalares hoc dissidium tolleretur. Ita apud quamplurimas nationes mensis pure Lunaris fuit, in quibus Neomenia, seu Kalendæ idem cum nouilunio sonabant. Ita Iudæi suum annum concinnabant ex duodecim & tredecim mensibus Lunaribus, etiam nunc Sinenses suum annum conformant. Turcæ nulla solis habita ratione, suum ex duodecim mensibus Lunaribus concinnant. nos vero huius concordiæ parum solliciti, nisi in quantum Paschalia festa à Iudæis accepta requirunt; annum pure Solarem efficimus, mensésque Lunares vltro citróque vagari permittimus. epactarum tamen ope ad certos calculos reuocamus.*

Huius syderis motus tot anomaliis, & irregularitatibus subiacet, vt à nonnullis contumax sydus, & legum impatiens nuncupetur, ideò sane quòd terris vicinius, meliùs se se spectandum offerat, erroréSque omnes detegat, qui si longiùs abesset euanescerent, & sub minimis angulis comprehensi vix animaduerterentur. Neque tamen propterea negligi debet tanti syderis, & late in hæc inferiora dominantis scientia: cum in omnibus ita influat, vt non sine periculo, contemni possit. Ita in agricultura Lunarium periodorum calculus necessarius est, vt nec seri, nec meti possit quin Lunarium phasium ratio habeatur. Ligna verò nisi opportuno tempore, & decrescente vt plurimum Luna cædantur, statim putrescere, communi est omnium sæculorum experientiâ comprobatum. Humores enim crescere crescente Luna, & decrescente minui, negari non potest, vnde & in animalium conceptibus, & in morbis præcipue Lunæ motus obseruandus est. Sed neque in Nauigatione sine euidenti naufragiorum periculo debet ignorari, cum in nouiluniis, vt plurimum tempestates sæuiant, mutationésque ventorum accidant manifestissimæ. præcipue vero maris æstum, reciprocamque illam bis intra viginti quatuor horas fluctuationem Lunæ omninò tribuimus, quippe quæ & motum Lunæ menstruum sequatur, & cum diurno retardetur, & annuum vt ita dicam imitetur. huius ergo syderis totô hôc librô motus explicabimus faciliquè quantum fieri poterit calculô comprehendemus.

PROPOSITIO I.

Theorema.

De Lunæ substantia.

ANaximander nonnullique ex antiquis igneam naturam Lunæ tribuerunt, voluerúntque circulum esse, iisdem vt Solem ignis plenum, luminisque defectum illi accidere ob inversionem rotæ. Alij terream illi naturam assignarunt terrámque caliginosa nube contectam esse crediderunt. Thales putavit Lunam terrestrem esse, Anaxagoras ignitam soliditatem quæ insitas planities, montes, vallésque contineat, Pythagoras saxeum corpus aliáque huiusmodi, quæ recensere omnia longum esset.

Dico primo Lunam non esse ignem, aut igneæ naturæ.

Probatur quia in Luna nullæ sunt ignis proprietates, ergo igneam naturam non participat. probatur antecedens. Luna ex se nec lucida est, nec coniecturam vllam habemus, quæ insinuet eam esse calidam; ergo proprietates ignis nullas habet. Non est lucida ex se, quia si lucida esset, semper tota lucida esset, nec phases varias ostenderet, provt magis, vel minus à Sole removetur, & partem à Sole illuminatam nobis obvertit, hæc enim phasium continua mutatio alio modo explicari non potest, quam si mutuato à Sole lumine, & reflexo fulgere dicatur: præcipue cum

eâdem

eadem semper facie terras spectet, vt ex iisdem maculis, tubo optico detectis certò concludere possomos: cum ergò lumen à sole acceptum ostendat innatum lunæ lumen oon esse, evertitur etiam fundamentum omne opinionis quæ igneam illi naturam affingebat.

Aëream item, aut aqueam fingere non possumos, cum nollam habeat cum iis corporibus cognationem, nullum fluiditatis vestigium in ea appareat.

Dico secundò Lunam esse corpus densum, & compactum.

Probatur qoia si Lona densa non esset nec compacta, sed naturæ alicuius fluidæ, & facile mobilis, constantem non haberet firmiratem, nec easdem maculas ostenderet, sed varias & mutabiles indoeret figuras; provt aut variè moveretur, & in diversa incurreret corpora.sed constantes sunt & inalterabiles maculæ Lunares, ergo soliditatem potiùs, quam fluidiratem adstruont.

Dico tertiò Luna Aspera est,& scabra,nec vnicam sphæricam lævigatam habet superficiem,quæ instar speculi Solis lumen ad nos remirrat.

Probatur si Luna lævigatam haberet superficiem,seu specularem, eodem modô solare lumen remitteret, quô specula convexa;sed longe diverso modô reflectit, quam specula; igitur specularem noo habet & lævigatam superficiem.probatur mioor specula coovexa ita se babent vt soli exposita solem respectu vnius spectatoris in vnico tantum punćto exhibeant.in eo nempe in quo radius iocidens, & reflexum ad oculum æquales cum superficie speculi angulos comptebendunt. sed Luna ex omni parte solis lumen remittit, ergo specularem non habet superficiem, sed scabram hæc ratiocinatio experientia evidenti nititur, si enim speculum præcipue sphæricum Soli exponas, in vnico eius puncto Solis imago videbitur, cæteræ eios partes nigricanres & omni splendore destitutæ apparebunt,sed tota Lunæ facies splendore perfuoditur, ergo superficiem non habet lævigatam, sed asperam, & scabram aptam videlicet ad reflectendum lumen in omnem partem.

Dico quartò Lunæ superficiem ita esse asperam, vt monres habeat eminenres atque adeo non vnicà constet superficie sphæricà.

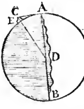
Luna sive bissecta sive ante, aut post dichotomiam si tubo optico spectetur exhibet limirem illominationis, non rectum, aut circularem, sed tortuosum & laciniatum; seu confinium vmbræ, & lucis dentatum, & serratum; sed si vnica superficie sphærica comprehenderetur, quæ partes humiliores, & depressiores respoeret id non accideret, sed limbus ille, io dichotomia præcisè rectus apparèret, in reliquis verò phasibus circularis, vnica simplici circumferentia comprehensus: præcipue com partes illæ inrra limbum illuminationis comprehensæ & nigræ tamen sunt, procedente vlteriùs illuminatione splendescaot sicut cæteræ Lunæ partes.

Secundò quarta circiter die post novilunium, intra vmbram; apparent cuspides quædam tanquam parvæ insulæ illuminatæ, omoino separatæ à cætera Lunæ parte illuminara, quod etism notare possumus in Luna gibba, seu post primam quadratoram; sed hæc anticipatio luminis nullô modô explicari potest, nisi admittantur partes aliis eminentiores: ergo vere tales in Luna admittendas esse evincimus.

Tertiò maculatum color qui non semper idem, sed varios etiam in iisdem maculis inæqualitatem illam necessariò adstruir, qoamvis enim omnis macolatum color in nigredine, & candore positus sit, nonnullæ tamen maculæ, nonnunquam clariores seipsis evadont,provt magis directe, aut obliquius solem respiciunt;immo quæ prius erant maculæ, cæteris partibus lucidiores apparent, & vmbræ à maculis ipsis proiectæ, nunc in hanc, modò ad aliam partem protensæ, in aversa scilicet à sole parte hanc asperitatem dubiam non relinquunt.

Adducendæ essent Hevelij & Ricciolij selenographiæ, in quibus hæc macularum accidentia distinctius proferuntur.

Ne qood autem de huiusmodi in Luna montibus dubium relinquatur referam methodum eorum altitudinem metiendi. Observationem refert Galilæus qui constat partem aliqoam Luoæ illuminatam visam esse distare vigesima parte diametri Lunaris: sit ergo limes illuminationis AB, talis mons illuminatus C. sitque linea AC æqualis vigesimæ parti diametri Lunæ. diameter terræ censetur communiter 7000 milliariorum italicorum Lonæ diameter est ad terrestrem vt 2 ad 7 est ergo 2000 milliariorum vigesima autem seu linea AC erit 100. In triangulo rectangulo CAD, quadrata linearum CA, AD sunt æqualia quadrato lineæ CD, (*per* 47. 1.) quadratum 100 est 10000. & quadratum lineæ AD seu mille est 1000000 hæc addantur fiet quadtatum lineæ DC. 1010000. cuius si extrahatur radix erit inter 1003 & 1004, auferatur DE seo AD mille milliariorum, restabit altititudo EC 4 aut inter 4 & 5. milliaria.



Pater Ricciolius ex aliis observationibus, supposita diametro terræ qualem ipse constituit 8278 milliarium Bononiensium invenit altitudinem nonnullorum montium Lunarum 9 milliariorum, immò & 12.

Dices si superficies Lunæ aspera montibusque inæqualis foret, viderentur huiusmodi montes in limbo Lunæ à nobis viso, seu in extremitate hemisphærij à nobis visi; sed etiamsi tubis opticis vtamur, nullos monres, aut emioentes partes detegimus, in extremo limbo Lunæ. præcipue dum plena est & limbus illuminationis coincidit, cum limbo hemisphærij à nobis visi: ergo tales montes admitti non debent.

Ad hoc vt respondeã suppono Lunæ idem ferè hemisphæriũ à nobis semper spectari.nisi in quantũ obest librario quædã modica de qoa suô locô. vi cuius maculæ quædã limitẽ illius hemisphærij vltro citroque transiliunt, ita vt nonnunqoam

videantur, aliquando in aversum hæmisphærium transeat.

Potuit ergo fieri vt limes illius hæmisphærij notabiles inæqualitates non habeat, quamvis in mediis partibus, seu intra discum Lunarem sint multo maiores, vnde probare tantum potest obiectio in limbo Lunaris hæmisphærij ad nos spectantis nullos esse montes, quia nempe nulli ibi videntur, non autem nullos esse in tota Luna. Confirmatur hæc responsio si luna habeat maximam latitudinem, verbi gratia australem, etiam in pleniluniis limbus borealis asper, & inæqualis videtur suasque detegit asperitates, quod accidit etiam in Lunâ latitudinem borealem obtinente, in limbo australi. Sed opus est tubo satis bono.

Duæ aliæ referuntur à Galilæo responsiones. Prima erit. quod licet in limbo darentur aliqui montes non tamen viderentur, eo quod athmosphæra Lunæ, (admittit enim æque circa lunam ac circa terram aërem aliquem vapidum capacem illuminationis; & refractionis effectum in radiis solaribus) illuminata, & à nobis spectata ad maiorem profunditatem, quam in aliis lunæ partibus, ipsa videatur, quasi esset pars aliqua lunæ solida, suppleátque rotunditatem lunæ, eámque perfecte Sphæricam exhibeat.

Secunda est quod licet montium apices maximo inter se distarent intervallo, oblique tamen in limbo, à nobis spectari, ita Optice coniungantur, vt continuatam superficiem, exhibeant.

Dico quinto quamvis maximam Luna cum terra cognationem habeat videatúrque partibus liquidis, aut certe lævigatis constare minúsque propterea solares radios reflectentibus, ita vt selenographiam spectantibus mappa Geographica videatur. Dico inquam esse longe differentis naturæ à terra nostra, sublonaribúsque corporibus. Neque enim cœlestia corpora, ad elementa nostra adstringenda sunt, quasi deessent omnipotentiæ divinæ infinita corpora, à nostris omnino diversa. Hoc probatur ab influxibus Lunaribus, quibus humida omnia commovet, auget, minuit. corrumpit, qui effectus sunt longe diversi ab iis quos nostra elementa producunt.

PROPOSITIO II.

Theorema.

De Athmosphæra circa Lunam.

Quæritur an circa Lunam, detur aliquis aër vapidus refractionis capax. Talem Agnoscunt non tantum recentiores; sed etiam ex antiquis nonnulli inter quos Plutarchus, qui in Luna radices, plantas & semina nasci existimat, æstivo, & tenero aëre ad naturam ipsorum accommodato contenta, immo etiam pluvias, aut saltem rorem tenuissimum.

In eadem sunt opinione quam plurimi ex recentioribus vt Mestlinus, Keplerus, Galilæus, Longomontanus, P. Rheita, Bettinus, immo nonnulli asserunt cum tubo Optico circa Lunam videri. Et ex eo accidere vt paulo maior Lunæ portio illuminetur, vt accidit in terra, in qua refractio hæmisphærium illuminatum auget ferè dimidiato gradu. addunt nonnulli in Eclypsibus solaribus, augeri ab Athmosphæra Lunæ, discum solarem, ita vt annulus circa Lunam appareat, etiam in iis Eclypsibus in quibus habitâ ratione diametrorum apparentium, totus Sol tegi debuisset.

Dico tamen sine fundamento huiusmodi athmosphæram admitti; nullámque proferri observationem quæ eam adstruat. falsum enim est quod tubo Optico videatur, & ad experientiam provoco, modò tamen optimus sit tubus qui si mediocris bonitatis fuerit, nullos in Lunari limbo colores exhibebit. fateor quidem si tubo duobus convexis constante, videri aliquem circa Lunarem limbum colorem fuscum, qui ab aliquibus athmosphæræ tribuetur; sed vitium esse telescopij id evincit, quod circa alia obiecta idem color appareat. cæteroquin nullus apparebit. verum quidem est nonnunquam hunc colorem deprehendi, sed qui à vaporibus circa terram existentibus nascatur, ex quo proverbium, pallida Luna pluit, rubicunda flat, alba serenat. hi autem colores etiam ex terrestribus vaporibus nati, potiùs in limbo Lunæ, ob luminis defectum, eiúsque partes oblique spectatas, quam in medio disco se manifestant.

PROPOSITIO III.

Theorema.

In Luna nulli sunt incolæ.

Ex Lunæ cum terra affinitate, & similitudine, nata est illa suspicio: Lunam incoli ab hominibus mortalem vitam degentibus. ita nonnulli ex antiquioribus ita Pythagoræi referente Plutarcho. Macrobius in somnium scipionis Lunares populos, & purgatorium animarum ponit in Luna, Nicolaus cusanus in eam opinionem propendere videtur.

Dico igitur absolutè nullos dari incolas in Luna. & opinionem id asserentem non esse consonam scripturæ sacræ. quæ alio fine creata esse sydera affirmat, quam vt sint hominum sedes, nempe vt præsint diei, & nocti, sola igitur terra hominum habitationi destinatur.

Probatur secundò ex consequentiis, quæ inde pullulant, quæro enim an hi homines peccaverint in Adamo, an pro illis mortuus sit Christus dominus, an ad fœlicitatem æternam destinentur, an sint in statu pure naturali, an verò sint in supernaturalitatem & visionē evecti. an salventur ex propriis meritis. Ex Luna grad. faciemus ad reliquos planetas, & ab iis ad stellas; quæ omnia ex opinione Copernici quasi infœlices surculi pullulant.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Luna suum à Sole lumen mutuatur, vnde phases Lunæ explicantur.

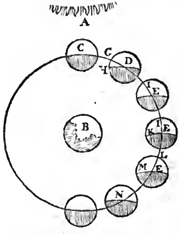
Lunam à Sole lumen suum mutuari, reflexóque splendore fulgere in confesso est apud omnes. iam diu enim exolevit illa opinio Lonæ

næ medietatem obſcuram fingens, & ex periodicâ eius revolutione incrementa & decrementa Luminis explicans, dico ergo Lunam ſuum lumen à Sole accipere.

Probatur. Aliter explicari non poſſunt Lunæ incrementa, & decrementa niſi ſupponatur mutuari ſuum Lumen à Sole,& hâc poſitâ hypotheſi facile phaſes eius omnes explicantur; ergo neceſſariò talis ſuppoſitio admittenda eſt. Pr. prima pars antecedentis, ſi quò alio modô hoc phænomenon explicari poſſet; maximè ſi diceretur Luna media ſui parte obſcura, aliâ verò eſſe Lucida, ita vt ſpatiô vnius menſis vnicam circunvolutionem abſolvat; ſed primò hæc revolutio non ita coniungeretur, cum diſtantia Luna à ſole, vt eam præcisè adæquaret, maximè cum hæc diſtantia, varietur non tantùm ex motu Lunæ, ſed etiam ex motu ſolis. Secundò demonſtratiue oſtenditur vna pars Lunæ non eſſe obſcura, & alia clara. Eadem pars Lunæ quæ modo obſcura poſtea fulget, ergo falſum eſt vnam partem Lunæ ex ſe & ex natura ſua eſſe obſcuram, nam teleſcopio detegimus maculas caſdem modo illuminari modo intra vmbram latere, detegimus item Lunæ idem ſemper hemiſphærium ad terras obverti, cum exigua ſolummodo inclinatione, quam illi latitudo tribuit: ergo talis modus explicandi illegitimus eſt, nec omnino ſubſiſtere poteſt. Secunda pars probatur, nempe poſitâ Lunæ à Sole illuminatione facile phaſes omnes explicari; ſit enim Sol in A, terræ B, Luna primo Soli coniuncta in C, hoc eſt vel ſub ſole immediate, vel ab eo diſtans quanta erit eius latitudo, tunc quia à Sole hemiſpærium Lunæ tantum & paulò ampliùs illuminatur, hemiſphærium illuminatum ad Solem obverſum erit, & quia Luna inter terram & Solem poſita eſt, hemiſphærium illuminatum ſurſum verget obſcurum verò à terra ſpectabitur, ſequentibus verò diebus quia Luna motu proprio gradus 17. in zodiaco ſingulis diebus perficit, Sol autem vnicum tantum à Sole diſtabit intra duos dies gradibus 24. tunc hemiſphærium quod terræ obvertitur, ſeu hemiſphærium viſum, partem habet communem cum hemiſphærio illuminato, nempe corniculatū aliquod ſegmentum DGH,& quia Sol occidentalior eſt Luna, cornua huius ſegmenti communis orientem ſpectabunt, pars vero ſegmenti craſſior occidentè verget.

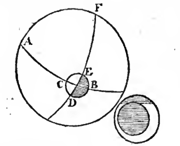
Si verò Luna ſequentibus diebus magis removeatur à Sole creſcet illud ſegmentum commune vtrique hemiſphærio, nempe viſo, & illuminato ſeu KEI maius erit donec in quadratura, ſeu Lunâ circiter nonaginta gradibus à Sole diſtante, ſegmentum illud mediam partem illuminati hemiſphærij obtinebit & limes illuminationis in lineam rectam optice porrigetur, poſt quadraturam gibboſum erit illud ſegmentum commune donec in oppoſitione coincidat hemiſphærium viſum, cum hemiſphærio illuminato, terra, & Sole ad eaſdem partes reſpectu Lunæ poſitis. Incipiet exinde Luna ad ſolem accidere, vnde ſenſim decrementa exhibebit incrementis ſimilia, niſi quod Lunæ cornua,& pars deficiens occidentē ſpectet, Sole nempe orientaliore. Nomina autem harum phaſium ſunt varia ſyzygia enim tam coniunctionem quam oppoſitionem ſignificat, ſeu novilunium & plenilunium. Novilunium dicitur Luna ſilens eò quòd non videatur, dicitur coniunctio, congreſſus, neomenia, ſynodus, Lunæ accenſio. Cum Luna ſecūdo circiter die apparere incipit dicitur prima phaſis noua Luna ſicut vltima cum vltimò apparet, dicitur item Luna noviſſima; tempus inter vltimam phaſin, & primam alterius menſis, vocatur interlunium, ſeu intermenſtruum à prima phaſi ad quadraturam dicitur Luna corniculata, inter has phaſes eſt aſpectus ſextilis nempe cum ſexaginta gradibus à Sole diſtat quadratura cum Luna diſtat quadrante à Sole, vocatur Luna biſſecta, dimidiata, ſemiplena, eſtque aſpectus quadratus. Exinde gibba dicitur eritque aſpectus trinus cum 120. gradibus à Sole diſtrabit, eſtque duplex vnus ante oppoſitionem, alter poſt oppoſitionem exinde plenilunium oppoſitio.

Conſiderant nonnulli inclinationem cornuum Lunæ vocant autem inclinationem cornuum quoties extremitates cornuum Lunæ, ſeu cuſpides, ſunt in diverſo circulo verticali. Erectionem autem eorumdem, quoties cuſpides in eodem ſunt circulo verticali; certum eſt autem ſeclusâ latitudine Lunæ, quæ in primis phaſibus has regulas multum infringit, quod circulus maximus per vtrumque cornu ductus, ſit ad Eclypticam rectus, & conſequenter per polos eius tranſeat. Sit enim Eclyptica AB, Sol in A, Luna in B, & etiam in



Eclyptica medium illuminationis ſeu punctum C erit in ipſo plano Eclypticæ, quod planum productum tranſit per centrum terræ, quare arcus CD, CE, æquales erunt; ductóque arcu DE, is erit ad Eclypticam ED, rectus, quare productus tranſit per polum Eclypticæ F, hæc in figura plana vix bene exprimuntur ex his colliges methodum obſeruandi quandonam luna in nonageſimo circiter inueniatur, hoc eſt vtrinque ab horizonte gradibus nonaginta diſtet: nam circulus verticalis per nonageſimum gradum Eclypticæ tranſiens vt iam diximus perpendicularis eſt ad eam, ergo per eius polos tranſit, vt ex Theodoſio manifeſtum eſt: ſed cum cornua Lunæ in eodem ſunt circulo verticali, ille verticalis rectus eſt ad Eclypticam, coincidit enim cum circu-

lo maximo , per cuſpides cornuūm ducto , ergo quoties luna habet cornua erecta , ſeu in eodem



circulo verticali poſita eſt;verſatur in gradu nonageſimo. Limitationem tamen adieci , niſi obſtet latitudo neque enim Luna eſt ſemper in Eclyptica, ſed in magna diſtantia à Sole,non poteſt multum obeſſe Latitudo , neque enim hac obſeruatione præciſionem requirimus ſed tantum coniecturam, vt refractio & parallaxis longitudinis , aut nulla ſit , aut inſenſibilis.

Eſt ſatis celebris de prima phaſi quæſtio , hoc eſt quandonam Luna poſt nouiluoium primò,ſub occidentem corniculata appareat , hæc quæſtio inde originem ſumpſit,quod nonnullæ nationes, nnn à nouilunio , ſed à prima phaſi ſuos menſea lunares auſpicarentur,quod etiam nunc vſurpant Arabes & Turcæ qui à tertio die ſuos menſes inchoant,eo quod ſit initium menſis viſibile,& obſeruabile , ita vt nullis opus ſit cyclis, nulla ſupputatiooe , ſed ſimplici viſu. Judæi tamen non à prima phaſi , ſed à nouilunio vero , aut medio ſuos menſes inchoabant , nec cyclis carere poterant , cum intercalares haberent menſes , quæritur ergo quot gradibus luna à Sole abeſſe debeat , vt ſaltem, Sole ſub hurizontem poſito apparere incipiat , & heliacè poſt ſolis occaſum oriatur.

Non conueniunt in eo Aſtronomi , refert Keplerus anno 1553. martij viſam eſſe Lunam in ipſo meridie vicinam Solis , 10. gradibus , quod adſcribit montibus Africæ tunc niue coopertis,& Lunæ diſcum extraordinatio modo illuminantibus. Ramuſius tom. 1. nauigationum refert Americum Veſpucium vidiſſe Lunam nouam, eodem die nouilunij,quod ſibi accidiſſe refert Riccioliua die 25. martij anno 1616. ſed ea non ſunt conſueta nec regulam ſtatuere poſſunt. Geminus vetus auctor , aſſerit Luoam cum celerrima eſt , apparere falcatam ipſo die nouiluoij cumtardiſſima die tertio , ſed vt regula certa conſtituatur Luna oriens heliace & libera à radiis ſolaribus communiter 12. gradibus à Sole diſtare debet , & quò tunc Sol depreſſior fuerit infra horizontem Luna ſupra horizontem coostitutâ eo melios & facilius videbitur,imò pauciores gradus requirentur,quare in Sphæra recta communiter pauciores requiruntur gradus:latitudo etiā Luna plurimū faciet, ſi enim in ipſo plenilunio,iam diſtet à Sole 4. aut quinque gradibus citius abſoluet diſtantiam 12. grad. quam ſi in ipſa Eclyptica verſaretur. Pariter in ſignis obliquius deſcendentibus obruitur ſæpe prima phaſis a claritate ſolis , & in diem ſequentem differtur , quia dum Luna occidit Sol non eſt multum infra horixontem;quare in regionibus borealibua citius videbitur Luna poſt nouilunium ab initio capricorni ad finem geminorum tardius ab initio cancri ad finem ſagittarij quò latitudo regionis fuerit maior , eò maior erit differentia. Accedit & aëris craſſities maior aut minor , quæ irregularitatem etiam aliquam affert, vt tamen aliquid dicamus , rarò admodum ante primam diem peractam poſt nouilunium Luna apparebit : raro item ad tertium diem prima phaſis differetur.

Quadratura ſeu dichotomia accidit cum Luna circiter 90. gradibus à Sole diſtat ; vnde duplex diſtinguitur , nempe apparens cum nobis dimidiata ſplendet , & vera cum nempe præciſe 90. gradibus diſtat , ex differentia vtriuſque quadraturæ diſtantiam Solis à terra ſuo loco eliciemus.

Nouilunia item & plenilunia noonibil à Lunæ latitudine alterantur vt autem melius iſta concipiantur , & tyrooum imaginationi infigantur, nonnulla proferuntur ab aliquibus paradoxa.

Primum nunquam minus Luna à Sole illuſtratur quam cum plena eſt:ſupponimus Solem maiorem eſſe Lunâ , ſecundò luminoſum maius , eò minorem partem ſphæræ minoris ſe,illuſtrare,quò longiùs abfuerit ; ſed clariſſimum eſt cæteris paribus Lunam Soli oppoſitam , ab eo magis diſtrare , ergo tunc pauciores eius partes illuminantur.

Secundum nunqoam magis Illuſtratur Luna, quàm cum obſcura eſt nobis , in eodem ſenſu ſumendum eſt , iſtud paradoxum , nempe quod tunc plures eius partes illuſtrentur, eò quòd ſit Soli vicinior.

Tertium nullum vnquam reſpectu noſtri , eſt merum plenilunium , quia vt ſit merum plenilunium, debet Luna diametraliter Soli opponi, alioquin id quod diſtabit à linea , per centrum terræ , & Solis tranſeunte , deerit plenilunio, ſed quoties diametraliter oponitur Soli, patitur Eclypſin , nec propriè loquendo plena eſt ergo nullum vnquam reſpectu noſtri , merum plenilunium. Jn pleniluniis communibus , licèt habeat latitudinem , vnius , aut alterius gradûs , ita parum deficit à plenilunio , vt hoc ſit inſenſibile, præcipuè cum Sol pluſquam hemiſphærium Lunæ illuminet , & nos minùs quàm hemiſphetium videamus, vnde nulla pars à nobis ſpectatur,quæ lumine careat.

Quartum plenilunium apparens duas horas obtinet , hoc eſt dum Luna eſt plena per duas horas integras plena apparebit , ita vt ex nulla parte defectum vllum luminis animaduertamus. Ratio petitur ex eo quòd Lunæ pluſquam hemiſphæriom illuminetur à Sole,à nobis minùs,quàm hemiſphærium videatur , quare requirontur duæ ſaltem horæ , donec limes ſegmenti viſi attingat limitem , hemiſphærij illuminati.

PROPOSITIO V.

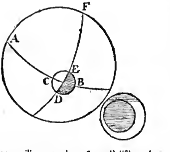
Theorema.

Luna Nullum ex ſe habet lumen.

Nonnulla ſunt quæ videntur Lunæ ſecundarium aliquod lumen , & ſubobſcurum tribuere, ita vt non ſolo reflexo lumioe fulgeat.

Primò experientiâ conſtat in primis phaſibus, apparere

apparere lucidum quemdam circa lunam annulum, crassiorem quidem, qua parte Solem spe-



ctat: graciliorem ex altera. Secundò iisdem phasibus totus lunatis discus subcineritio fulgore videtur nonihil lucere.

Tertiò in Eclypsibus solaribus totalibus, lucidus aliquis annulus, circa lunam apparet.

Quatto in Eclypsibus Lunæ totalibus apparet totus Lunæ discus, qui rubicundus est Luna altiore, nigriot veto, dum tetris propior ptopter hæc & similia phænomena; nonnulli peculiare quoddam, & ingenitum lumen Lunæ tribuerunt: alij nonnihil diaphanam fecerunt, ita vt radij solares eam totam pervaderent & trans illam non nihil se proderent. Fortunius Licetus existimavit Lunam lapidi Bononiensi non absimilem, lumen Solis exceptum aliquandiu retinere, ita vt per aliquas horas etiam in Eclypsibus totalibus talem subobscurum splendorem emittat.

Dico tamen nullum inesse lumen innatum Lunæ quô subobscure seipsâ fulgeat Pt. si Luna talem haberet lucem, eam semper, & eodem modo proderet; sed eam non prodit semper & eodem modo nam in quadraturis, & circa quadraturas nulla talis lux apparet,ergo nullum admitti debet tale lumen.

Propter eamdem rationem admitti non debent radij solares totam Lunæ profunditatem pervadere, primò quia etiam in quadraturis, & post perdurare tale lumen Solis; sed non perdurat lumen hoc secondarium in Luna, nisi ad sextum diem, nec ante 24. diem in ea rursus deprehenditur, ergo radij solares, totam Lunæ crassitiem non peruadunt. Secundò si radij solares totam Lunam penetrarent, eiusque, diametrum integrum quæ est 2000. multò magis penetrarent montes lunares, & partes subsequentes illuminarent: quatto multò meliùs limbi lunares illuminarentur, hoc secundario lumine, quam centrum disci lunaris, eo quod in medio Luna sit crassior, pluresque partes petuadere debeant hi radij. Quintò si lumen Solis totum Luoæ corpus peruaderet, eò modò quò traiicit cometarum corpora, deberet & caudam in parte aversa efficere, vt in cometis accidit quod tamen nunquam est observatum.

Restat inquirendum à quo oriatur lumen illud subobscurum; in iis casibus, quos suprà retulimus. Tycho brahe illud tribuit Veneri, quæ cum lucem ita splendidam emittat, vt appareat supea terram, eamque satis intense illuminet; poterit idem præstare respectu Lunæ, est tamen difficultas, quod prope nouilunia hoc tamen subobscuro lumine Luna fulgeat, quamvis Venus eum situm obtineat respectu Lunæ, vt partem eius inferiorem, & nobis obversam non videat, præcipue cum Venus sit altior Lunâ, & sæpè non multum à Sole absit. Secundò quare Venus in quadraturis & post, idem non præstabit. Eadem instantia fieri potest contra eos qui stellis aliis fixis, maioribus præcipue, id moneris demandant, certum quidem est tantum esse stellarum lumen, vt in mari sufficiens sit ad observandum horizontem non tamen puto tantum, vt hunc effectum in Luna præstet.

Dico ergo secundò lumen secundarium in Luna oriri à terræ hemispherio illuminato, nam ita bene explicatur quomodo hoc lumen secundarium maius sit prope nouilunia, quam prope & post quadraturas, nam in primis phasibus Luna à toto fere hemisphetio terræ illuminatur, & quò longiùs à Sole recedit, eò à minore segmento, ita vt in quadraturis, à medietate tantum hemisphærij illuminati, & valde oblique lumen excipiat, vnde mirum non est si euanescat in Luna. In totalibus item Solis Eclypsibus apparet hoc lumen in Luna, subobscure tamen eò quod Lunæ vmbra cadat in hemisphærium terræ Soli obversum eique multum luminis præripiat.

Obiici posset quod si hæc lux sit à terra, Luna plus debeat illustrari à terra in nouiluniis, quam terra illuminetur à Luna in pleniluniis, eò quòd terra sit multo maior quam Luna. Sed hoc videtur falsum cum fuscum tantum in Luna lumen appareat. Respondeo concedendo Lunam magis à terræ hemisphærio illuminari, quam terram à Luna plena, secludo Eclypses solares: dico ergo quod si aliquis esset in Luna spectaretque hemisphærium terræ à Sole illuminatum, illud tam splendere videret, quam splendeat Luna in pleniluniis, asseto item quod si videret in pleniluniis hemisphærium à Luna illuminatum. illud subobscuta tantum luce fulgere animadverteret, ne fiat ergo transitus ab vno, ad aliud; compateturque lux semel reflexa, cum alia semel reflexa: lux bis reflexa, cum luce bis reflexa vt fit omnimoda paritas.

Dices secondò lux Lunæ secundaria viuidior est circa margines quàm in medio disco sed si esset à terra hoc non accideret, ergo nô est à terra, respondeo si quis tegat Lunæ partem illustratam animadvertet lumen secundarium æqualiter esse diffusum, per totum Lunæ discum.

Dices Venus videtur de die, ergo si Luna illustretur à terra, poterit prope solem posita videri. Respondeo negando consequentiam, nam lumen Veneris primarium est, lunare veto secundarium, & a Sole non immediate receptum. sed à terra reflexe: confirmatur illa observatione, qua montibus Africæ nive tectis, apparuit Luna de die, & non dubito quin si tota Europa niue cooperiretur, & Americæ pars septentionalis id animadvertere possemus in Luna.

Dico Quartò lumen quod in Lunæ Eclypsibus totalibus observatur non est à Luna ipsa, alioqin semper idem esset, & constans; sed lumen illud variatur. aliquando enim subobscurum est, nonnunquam magis fulget, ergo non est à Luna præcipue eum in medio disco fere deficiat propter hác rationê non potest stellis fixis aut Veneri tribui.

Dico quintò lumen quod in Eclypsibus Lunæ, totalibus

totalibus observatur, esse lumen Solis à terræ athmosphæra bis refractum, sic enim bene explicatur quomodo versus margines, Lunâ præcipuè circa terras positâ, lumen hoc debile fit admodum, quomodo varios colores induat, provt vapores varij sunt quomodo in Lunæ maiori a terris distantia fit minus obscurus. & cætera huiusmodi. quod enim radij solares refringantur in athmosphæra, nemo negare potest, immò præter refractionem quæ radios solares ita infringit vt tamen solem exhibeant est etiam alia reflexio fere similis illi quæ crepusculum in terra efficit.

Circulus qui Lunam totam ambire in prima phasi videtur, ideo talis est quia cum Sol plusquam hemisphærium Lunæ illuminet,nosque in tanta distantia fere hemisphærium videamus, potest accidere vt circulum integrum circa Lunam videamus,quâ responsione vtuntur aliqui in eclypsibus Solis centralibus. quamvis in iis annullus ille circa Lunam spectatus, non sit pars Lunaris globi sed pars solis, non refractè visa ob athmosphæram Lunarem, quam nullam dari existimo, aut saltem non probatam sufficienter; sed quod diameter Lunæ apparens sit minor diametro Solis apparente, atque adeo totum eius discum, non tegat.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Motus Lunæ varia distinctio.

Certum est primo in Luna sicut in Sole, cæterisque planetis duplicem saltem motum distinguendum esse. Primus erit communis omnibus syderibus, vi cuius fertur ab ortu, in occasum, ita vt si nullum alium habeter motum intra 24 horas suam circulationem simul cum aliis stellis absolueret. hic motus ita communis est omnibus cœli partibus, vt nullam realem partem liceat in eo cogitare, quæ hunc primum motum non particij et; ipsi etiam cometæ, quos casualiter generatos esse cogitamus,vbi primum se produnt simili motu moventur.Eum motum vt pote communem supponimus & subintelligimus etiam in Luna, immò ita ab eo abstrahimus, vt de illo amplius ne cogitemus quidem.

Præter hunc motum communem, alium habet sibi proprium, quô in consequentia intra 24 horas, 13 gradus 10. minuta, secunda 35. promovetur.

Hic motus manifestissimus est, & observatione perfacili notissimus, si enim observetur Luna simul cum stellâ aliquâ meridianum pertransire, posterò die tardiùs Luna ad meridianum pertinget nempe minutis circiter 47. 51. immo si simpliciter cum sole comparetur notetur que hora qua meridianum secat, die sequenti non eàdem hora, sed serius ad eum rursus appellat. idem dicendum de horizonte si hora septima hodie oriatur Luna, crastina die tribus ferè post septimam quadrantibus orietur.

Hunc motum fieri in plano aliquo maximi circuli, seu in plano per centrum terræ transeunte, observari etiam facillimum erit. si enim supra globum stellis insignitum sumptâ Lunæ distantiâ à duabus stellis, eius locum pluribus diebus continuis determines, videbis ea in lineam rectam aut potius circulum maximum esse disposita, qui eclypticam in duobus punctis secet, & cum ea angulum quinque circiter graduum comprehendat.

Hæc puncta in quibus Lunæ orbita planum Eclypticæ secat vocantur nodi de quibus fusius inferius agemus.

Motus Lunæ proprius in sua peculiari orbita, ad eclypticam seu semitam solis quinque gradibus inclinatâ licèt vnicus sit, plurimas tamen denominationes habere potest, provt cum variis terminis comparatur.

Hic motus Lunæ in consequentia vocatur simpliciter, motus in longitudinem dum eius initium ducitur ab aliquo puncto stabili circuli Lunaris, verbi gratia ab ariete, orbita enim Lunæ eôdem modô fere dividitur ac eclyptica, per circulos longitudinum, ductos à polo eclypticæ & per singulas eius divisiones, quare circulus ex polo zodiaci ductus per interfectionem vernam eclypticæ & æquatoris, indicat in orbita Lunæ punctum arietis. si ergo motum Lunarem ab hoc puncto numeremus vocabitur simpliciter motus in longitudinem, vi cuius intra 24 horas, perficiet gradus 13. 10. 35 absolvetur que totus circulus intra dies 27. horas 7. min.43. hæc revolutio vocatur mensis Lunæ periodicus, quô periodum in suo circulo absoluit.

Idem Lunæ motus quô in suo circulo movetur, si desumatur à Sole, dicetur motus Lunæ à Sole. hic motus tardior erit præcedente. quia in hac acceptione totum Lunæ motum non accipimus, sed tantum excessum motus Lunaris supra solarem.cum enim Luna quotidie vt diximus perficiat gradus 13 min. 10. sec. 35. & Sol in eamdem partem moveatur min. 59. invenietur Luna quotidie à Sole removeri grad. 12. m. 11. 26. ita vt intra dies 29. hor. 12. min. 44. rursus solem assequatur. nam intra dies 27, horas 7. min. 43. totum circulum absoluit. interea verò Sol gradibus circiter 27 movetur in consequentia, qui gradus restant percurrendi, vt Luna rursus soli coniungatur. periodus ista, vocatur mensis Synodicus seu coniunctionis, qui est manifestissimus, cum ex eo sequatur omnium phasium diversitas, vt explicuimus, provt enim Luna ad solem accedit, aut ab eo recedit, falcata, gibba, plena apparet: hæc revolutio proprie loquendo mensis Lunaris dicitur.

Motus Lunæ si ab Apogæo numeretur vocatur anomalia: nam Lunæ motus suam patitur inæqualitatem, quæ per eccentricum, aut epicyclum explicari potest, habet igitur suum Apogæum, & perigæum, quare vt eum ad calculos revocemus, opus erit notam habere distantiam Lunæ ab Apogæo, cui distantiæ iam suprà nomen anomaliæ dedimus, seu vt volunt alij, argumentum anomaliæ. si Apogæum fixum hæreret in eodem zodiaci puncto, hic motus æqualis esset, motui longitudinis, sed Apogæum movetur in consequentia absoluitque suam periodum intra novem circiter annos, ex quo fit vt motus anomaliæ, sit tardior motu longitudinis, sumimus enim pro anomalia, excessum motus longitudinis, supra motum apogæi, conficitque singulis diebus gr. 13. miu. 3. absoluitur tota revolutio, seu Luna ab Apogæo digressa rursus ad illud redit intra dies 27 horas 13 min.18. vocatur hæc

hæc revolutio mensis anomalisticus, & est longior mense periodico horis circiter quinque.

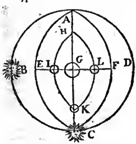
Motus Lunæ in suo circulo, sumptus à nodis, seu punctis in quibus Eclypticam secat, vocatur motus in latitudinem. si nodi hærerent in eodem Eclypticæ puncto, hic motus æqualis esset, motui longitudinis, sed hi nodi mobiles sunt, & feruntur in antecedentia, vnde fit vt prius nodum attingat quam totum zodiacum absolverit, est igitur motus latitudinis maior motu longitudinis, vt pote compositus ex motu longitudinis Lunæ, & motu nodorum, concipiendi autem sunt nodi non tantum moveri in antecedentia secundum Eclypticam, sed etiam in antecedentia orbitæ Lunæ. hic nodorum motus facit vt motus Lunæ in longitudinem non fiat præcise in eodem plano, quia planum ipsum mutabile est, Periodus ista nempe à nodo, ad eundem modum vocatur mensis draconiticus, eo quod nodi vocentur caput & cauda draconis, absolvitur autem intra dies 27, horas 5, min. 34.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Motus latitudinis Lunæ explicatio.

Motus in latitudinem est maximi momenti, cum ex eo pendeant Eclypsium tam Lunarium, quam solarium quantitates, quem ita mihi explicare liceat. Si Luna in plano præcise Eclypticæ moveretur, nempe in eodem circulo maximo, seu potiùs sub eodem circulo maximo, sub quo Sol movetur, in singulis noviluniis, Soli directè subiaceret, atque adeò Eclypsin solis efficeret, seu inter Solem & terram interiecta eius lumen nobis præriperet; & in singulis pleniluniis, Soli è diametro opposita, detrimentum luminis, à terra interposita pateretur. quia autem planum in quo movetur, ad Eclypticæ planum inclinatur, illúdque secat in duobus tantum punctis, inde fit vt in iis tantum punctis accidere possint Eclypses. nam ad Eclypsin Solarem requiritur, non tantum vt Luna sit prope Solem, sed directè sub Sole, non erit autem sub Sole, nisi in eadem cum illo linea inveniatur non potest autem in eadem esse linea si in diverso plano versetur, & longius absit à planorum communi sectione. quare in communi tantum planorum sectione, seu nodis accidere possunt Eclypses.



Quod vt oculis vtcúmque subjiciam. Sit Eclyptica seu circulus solis ABCD, in cuius centro sit terra G. intelligatur aliud planum AECF, inclinatum ad Eclypticam, sitque communis vtriúsque plani sectio linea A C. in hoc secundo plano A E C F, intelligatur eccentricus Lunæ HIKL, sitque Luna in I, & Sol in B, si ducatur ex terra G linea GIE, hæc Solem non attinget vt pote non in eodem plano. pariter si Luna statuatur in puncto L terra G Lunæ L, lumen Solis non præripiet, eò quòd non opponantur diametraliter. Si verò Luna esset in K; & Sol in puncto C. esset Eclypsis solis quia tunc Luna est in communi sectione planorum, atque adeo est in Eclyptica. hæc duorum planorum intersectio vocatur caput draconis, & opposita cauda draconis, sumptâ metaphorâ ex similitudine figuræ, sicut enim dracones ad caput & caudam graciliores sunt, ita etiam circuli AFC, ADC ad partes A & C. conveniunt ventrem habent in F & D.

Quare vt breviter omnia colligam, vt detur Eclypsis solis debent Sol & Luna directè coniungi, seu in eadem esse linea recta, à centro terræ ducta, non sunt in eadem linea, nisi tam Sol quam Luna in Eclyptica versentur, Luna non est in Eclyptica, nisi sit in communi vtriúsque plani sectione: ergo non accidunt Eclypses, nisi in nodis.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Irregularitas motûs Lunaris.

Tanta est inæqualitas motûs Lunaris, vt per vnicam hypothesin seu irregularitatem hactenus explicari non potuerit, sed necessario duæ, aut etiam tres adhibendæ fuerint. Prima inæqualitas erit synodica, hoc est ab vna coniunctione ad aliam. hoc est ab vno novilunio, ad aliud novilunium. observantur autem novilunia tantum Eclyptica. alia observabilia non sunt, eò quòd in noviluniis Luna sub Solis radiis delitescat. quando verò Sol Eclypsin patitur, certum est esse novilunium, quamvis parallaxis in plerisque Eclypsin, à novilunio vero nonnibil removeat. Plenilunia Eclyptica huic incommodo obnoxia non sunt, vnde observatis aliquibus Eclypsibus Lunaribus non invenietur semper idem tempus, intercessisse inter duo plenilunia. Et quamvis ratio habeatur irregularitatis quæ ex motu Solis, in mensem synodicum invehitur. non tamen sufficienter excusatur, quare motum Lunarem irregularitati, seu anomaliæ alicui obnoxium esse necesse est.

Si verò motum Lunarem, à motu Solis separare velimus, vt meliùs innotescat qualis sit, variis observationibus, inæqualitatem mensis periodici inveniemus. observetur igitur tempus quô Luna coniungitur cum aliqua stella, v.g. secundum ascensiones rectas, vt pote faciliores observatu. Luna per meridianum transeunte; vide quænam stella meridianum attingat, vel adhibito pendulo cognosce, quantum stella quæcúmque distet à meridiano, post 27 circiter dies idem præstabis, sciésque quantum temporis impendat

 Luna,

Luna, vt digreſſa ab aliqua ſtella ad eam rurſus regrediatur ſi pluries repetatur obſervatio, non ſemper idem tempus ſingulis revolutionibus reſpondere deprehendes, ex quo concludere licet menſem periodicum irregularem eſſe.

Si rurſus menſem ſynodicum explorare velis, id duobus modis præſtabimus: obſervare poſſumus duas quadraturas, verbi gratia ſi ope tubi Optici notemus tempus quô limes illuminationis in lineam rectam porrigitur eamque obſervationem pluribus menſibus repetamus, intervallo temporis inæqualia deprehendemus. pariter ſi plenilunium obſervandum ſit ope teleſcopij. obſervandum eſt tempus quô primum incipit Luna pleno orbe fulgere, & tempus quô deficit tantillum, quô tempore diviſô bifariam habebitur tempus plenilunij veri.

Si quis horologium automatom pendulo inſtructum habeat, illúdque ad ſtellam aliquam notæ aſcenſionis rectæ dirigat, circa plenilunium Lunâ per meridianum tranſeunte eius aſcenſionem rectam obtinebit, quam comparando cum aſcenſione recta ſolis, quam ſuperiori libro conſtitutam ſupponimus, innoteſcet tempus veri plenilunij. idem multis aliis modis, habere poterimus per ſtellas, vt independenter ab his docebimus: ſi multa ad invicem plenilunia comparentur videbitur menſis ſynodicus obnoxius alicui inæqualitati quæ ſit Lunæ propria, hoc eſt etiam ratione habitâ motus ſolaris, qui vt iam dixi in motum Lunarem ſynodicum, ſuam irregularitatem refundit alia tamen irregularitas invenietur.

Quacúmque hypotheſi hactenus excogitatâ, Aſtronomi per vnicam anomaliam motum Lunæ explicare non potuerunt, vnde primò eum conſiderarunt in coniunctionibus tantum, nullâ ratione habitâ illius anomaliæ, quæ intra vnam ſyzygiam, ſeu à novilunio, ad plenilunium, & à plenilunio ad novilunium, inveniebatur. ſeu quod prima notitia iſtius motûs ingenerata fuerit ab obſervationibus, in omnium oculos incurrentibus, nempe ab Eclypſibus, ſine vllo inſtrumenti adminiculo. Si ergo motus Lunaris ex Eclypſium obſervationibus ad regularitatem revocetur, quamvis optime oſtendat novilunia, & plenilunia; & tabulæ confectæ, cum cœlo & obſervationibus deinceps conveniant in ſyzygiis; extra ſyzygias aberrabunt, à Lunæ loco vero, ſeu obſervato, quod ſignum eſt alterius inæqualitatis. quæ finiatur in ipſis ſyzygiis, Lunámque reſtituat ad locum primæ inæqualitati debitum, id quomodo explicetur docebimus infra.

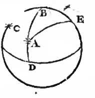
PROPOSITIO IX.

Problema.

Locum Lunæ in zodiaco, obſervare.

Ut expendamus an Luna ſit obnoxia pluribus inæqualitatibus, conſtitutâ prima anomaliâ, nempe ex obſervationibus Eclypſium Lunarium; vel ſi vt diximus Aſtronomus inſtructus ſit horologio automato, aut Cleps ydris vti velit; debet poſſe obſervare locum Lunæ in zodiaco, vt ex collatione plurium obſervationum tandem aliquid circa ſecundam inæqualitatem concludat. modus obſervandi Lunæ locum in zodiaco, erit ſi obſervetur arcus maximi circuli inter Lunam, & Solem interceptus, vitetur tamen obſervatio Lunæ prope horizontem poſitæ propter parallaxin quæ tanta eſt in Luna, vt diſſimulari non poſſit; immo ſeligatur ſi fieri poſſit tempus, quô Luna verſatur in nonageſimo, vt parallaxis tota in latitudinem abeat, & parallaxis longitudinis evaneſcat tunc autem ſi radium Solarem per Dioptras immobiles ſemicirculi intromittas, & per eas allidadæ Lunâ reſpicias habebitur diſtantia Lunæ, à Sole; cum autem ex ſuperiori libro, habeatur locus Solis, innoteſcet etiam locus Lunæ. debet ratio haberi ſemidiametri Lunaris ſi limbum eius reſpicias. cognoſcetur autem facile Lunaris diameter ſi alia obſervatione elevationem vtriúſque limbi Lunaris accipias, ſi minorem ex maiori elevationem ſubtrahas habebitur Lunæ tota diameter, ſatis exacte, quantum requirit negotium noſtrum.

Si Trigonometriam advocare volueris, idem faciliori obſervatione conſequeris. Lunæ meridianum occupantis elevatio quadrante obſervetur, eodémque tempore Solarem elevationem obſerva, ex his duobus arcum inter Lunam & Solem interceptum ita elicies.



Sit Luna in C, & Sol in A, ex obſervatione cognoſcitur arcus B C, complementum elevationis Lunæ, & B A complementum elevationis ſolis. ſit zenith B, & polus E, intelligatur arcus A C. cognoſcitur autem declinatio ſolis pro eo tempore, & conſequenter diſtantia à polo, ſeu arcus EA, in triangulo igitur BAE, tria latera cognoſcuntur, cum B E, ſit complementum elevationis poli: quare per Trigonometriam habebitur angulus ABE, ſicut ABC, in triangulô igitur ACB, cognitô angulo A B C, cum lateribus BA, BC, innoteſcet baſis AC, ſeu diſtantia Lunæ à Sole, ſcitur autem locus ſolis in zodiaco, igitur cognoſcetur locus Lunæ in zodiaco, quamvis autem arcus B C, non ſit proprie arcus Eclypticæ, Lunâ ſcilicet aliquam latitudinem obtinente, in magna tamen diſtantia, tam modica erit differentia, vt negligi facile poſſit.

Poteris iiſdem modis operari ſumendo diſtantiam Lunæ ab aliqua ſtella cuius nota fuerit longitudo, modò ea ſtella ſit vicina Eclypticæ hoc eſt exiguam habeat latitudinem.

Facilius item: ſit ſtella quæcúmque cuius aſcenſio recta nota fuerit, ad cuius motum exigatur horologium automaton pendulo inſtructum, tum obſervetur tempus, quo Luna tranſit per meridianum, & ſimul Lunæ elevatio obſervetur, ſcietúrque per horologium automaton differentia aſcenſionalis inter aſcenſionem ſtellæ, & aſcenſionem Lunæ, & conſequenter Lunæ aſcenſio recta, cum qua, & eius declinatione nota fiet eius longitudo. Sed parallaxis Lunæ errorem aliquem

aliquem invehet, ideóque hic modus ne adhibeatur nisi salrem vtcúmque constitotà Lunæ parallaxi. Ad Solem idem habebis, si enim dum Luna meridianum attingit solis altitudinem observes, scies horam, ex hora ascensionem rectam Lunæ: ex qua, & eius declin●tione facile, pet tegulas primi mobilis eius longirudinem supputabis. pariter Luna per meridianum transeunre, ex altitudine cuiuscúmque stellæ, boram & ex bora ascensionem Lunæ concludes.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Quibus observationibus concludatur secunda Luna inæqualitas.

Primò quidem Astronomi eôdem ferè modô, quô solis eccentricitatem locum Apogæi, cæterásque motûs solaris circumstantias collegeruut, Lunæ eriam anomaliam, & irregularitatem colligunt, sed ex observationibus tantum factis, in syzygiis, & præcipue ex Eclypsibus Lunaribus, & hæc hypothesis, ita bene cum cœlo convenit, vt in syzygiis non aberret, hoc est in noviluniis, & pleniluniis: extra syzygias non item. nam cum Lunæ anomalia etir grad. circitet 95. aut 265. Luna prostaphæresin maximam habebir, quam exhibeat hypothesis eius, scilicet eccenttico constans, atq; adeò differentia inter medium, & verum locum Lunæ etit quinque graduum. si vero quadratura in eundem anomaliæ gradum incidat (vt potest cadere io quemcumque anomaliæ gradum) aberrabit Luna à loco notato, & differentia inter loeum Lunæ medium, & locum in quo observabitur Luna, erit grad. 7. 30. cum ergo hypothesis eccentrici simplex, cum Lunæ loco cooveniat in syzygiis, ac propterea sufficiat, ad Eclypses omnes, & novilunia, omnia sicur & plenilunia ostendenda: non satisfaciat autem extra syzygias aliquam inæqualitatem invenerunt Astronomi, quæ in syzygiis evanesceret, restitueretque Lunam plenam & novam, in eum præcisè, locum in qoo prima hyporhesis simplex, seu excenttici eam exhibet. quare periodus hnius inæqualitatis bis in mense absoluitur, nempe à novilunio ad pleniluoium semel, & à plenilunio ad novilunium semel.

Notandæ autem sunt aliquæ proprietates huius secundæ inæqualitatis.

Prima est quod hæc secunda inæqualitas auget tantum aut minuit inæqualitatem primá, seu prostaphætesin, quæ ex prima hypothesi eruitur. vnde si nulla sit prostaphæresis primæ inæqualitatis, hoe est si inveniatut Lona in Apogæo, sive sine quadraturæ, sive quamcúmque aliam phasin Luna habeat, nullam habebir prostaphæresin vi secundæ inæqualitatis, eò quod seeunda sit tantum modificativa primæ prostaphæresis, atque adeo si nulla sit prostaphæresis prima, nullam esse secundam necesse est.

Ex hoc sequitut quod si quadraturæ præcise accidant in ipso Apogæo, aut perigæo eccentrici, atque adeò syzygiæ circa medias longitudines, tunc vix sit vlla secunda inæqualitas, eò quòd in syzygiis evanescat vt diximus, in quadraturis propter perigæum, & Apogæum nulla sit, quare toto illo mense vix est ratio babenda secundæ inæqualitatis.

Expeditior mihi videtor loci Lunaris inquisitio, si primo quæratur locus Lunæ quasi in syzygiis versaretur, ita vt locus eius verus sit fictus nēpe vlterius corrigendus. Si ergo hic locus fictus fuerit in primo, aut qoatto anomaliæ quadrante, si Luua tendat à novilunio ad pleniluoium secuoda inæqualitas subtrahit aliquid motui ficto vt correctus evadat, & à plenilunio ad novilunium aliquid addir.

At in quadtante secundo, & tertio, à novilunio ad plenilunium, secunda inæqualitas additiva est, & à plenilunio ad oovilunium subtractiva. ex quo fit vt nonnunquam extra syzygias minus differant medius & verus motus, quam si tunc essent syzygiæ. hæc quomodo se habeant videbirur insetius.

Tycho cum adhibitâ secunda inæqualitate, adhuc locum Lunæ observatum nonnihil deficere videret, à loco Lunæ per tabulas exhibito, tertiam inæqualitatem quam variationem vocavit in motum Lunæ invenit, quam tamen imperfectam reliquit.

Notandum autem ita difficilem esse inventionem loci Lunaris extra syzygias, vt si eiua ineatur calculus secundum diversas bypotheses, inveniatur nonnunquam differentia vnius gradûs, immò ferè duorum, ita vt vix hactenus vlla sit hypothesis in qua iure quis aequiescar.

Præter has inæqualitates tuborum Opticorum ope advertitur novus in Luna motus qui librationis est, quô partes aliquæ & maculæ, nonnunquam à nobis videri non possiut, eò quòd in hæmisphæeio averso inveniantur, nonnunquam ad terras obvertantur. hic motus nondum ab Astronomis constitutus est, videtúrque exigui momenti.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Medij motûs Lunæ prima determinatio.

Quia prima Lonæ inæqualitas sufficit ad explicandum Lunæ morum in syzygiis, & ad exhibendaa omnes Eclypses, tam solis quam Lunæ, ideo iore merito, ab alia inæqualitate, quam habet in aliis locis sepatatur. Eam autem inæqualitatem, vel per eccentricum vel per Epicyclum explicare possumus, cum hæ duæ bypotheses sint virtualiter eædem, & ex iisdem observationibus concludantut, quare vt in Solis hypothesi fecimus: primo nobis aliquis medius Lunæ motus, constituendus est. medius inquam inter celerem, & tardum. neque enim Luna in zodiaco; ita vniformiter movetur, vt æquali tempore æquales semper arcus perficiat. nam intra 29 dies aliquando tedit ad Solem, & nonnunquam intra 30. Huins inæqualitatis prima causa erit inæqualitas motûs solaris. cùm enim mensis synodicus nihil sit aliud, quàm tempus quô Luna totum zodiacum percurrir, & insuper eos grad. quos interea Sol pertransivit, si Sol moveatur inæqualiter, modò plures, modo pauciores grad. Lunæ petagrandi erunt vt Solem assequatur. Irregularitas tamen motûs solaris, oon sufficit, ad solvendam tantam motus Lunaris irregularitatem

ex eo enim capite differentia tantum posset esse duplicata, prostaphæresis solaris, maxima autem non superat duos gradus cum dimidio atque adeò tota differentia posset esse horarum 8 aut 9. eum tamen sit longe maior. atque vt motus solaris rationem habeamus, motum Lunarem exoluemus à motu solis si velimus. numerabimus igitur tempus inter duas Eclypses interiectum dividemus per numerum mensium. & inveniemus quantitatem mensis synodici mancam, & erroneam, nisi accidat in vtráq; Eclypsi, Solem & Lunam in eodem versari suæ anomaliæ gradu. Sed quærimus primam determinationem. quæ si Eclypses longô temporis intervallo, ab invicem distent, à vero non multum abludet si vellemus liberare motum Lunarem à motu solis; quærendus esset in vtráque locus solis, ex quo innotesceret locus verus Lunæ.

Refert Ptolemæus libro quarto Almagesti Eclypsin observatam Alexandriæ Adriani anno 9. Pachon die 17. hor. 10. min 14 post mediam noctem more Romano secundam Adriani anno 20. pharm. 20 4 horis post mediam noctem. sic colliges tempus intermedium si luco mensis diem ab initio anni adhibeas.

Adriani	20.	die 130.	hor. 4.	m. 0.	
Adriani	9.	die 257.	20.	14.	Subtrahe
Restant anni	20.	dies 337.	7.	36.	Anni

Seu dies 1987. seu horæ additis 7. 95695. & additis minutis 36. fient minuta 5741736. potuit autem facile Ptolemæus numerare menses Lunares, seu quoties Luna plena fuit, erúntque menses Lunares 135. si igitur hanc summam dividamus per menses 135. habebimus quantitatem mensis æquabilis esse minut. 41531. & sec. 21. dividendo hunc numerum minutorum 41531. per 60. vt fiant horæ 708. min. 51. has horas rursus divide per 24. habebitur.

Quantitas mensis dierum 29. h 11. m. 51 sec. 21.

Hæc quantitas mensis; sit prima eius determinatio, quæ quidem deficiet à vera nisi Sol, & Luna eamdem in vtráq; Eclypsi prostaphæresin habeat.

Possemus quidem liberare Lunam à prostaphæresi solis, quærendo locum solis in his duabus Eclypsibus, locus enim illi oppositus esset locus Lunæ. sciretur ergo quantitas motus Lunaris toto illo tempore Poterimus tamen ex hac prima determinatione ad quascumque Eclypses gradum facere.

Refert Copernicus à se observatam Lunæ Eclypsin Romæ anno Christi 1500. duabus horis à media nocte diei sextæ nou. inchoantis, etátque Cracoviæ hora secunda cum minutis 20.

Idem refert se observasse alium Lunæ defectum anno Christi 1523. horis 4. mi. 25. Aug inchoatæ.

Anno Christi 1523.	die 237.	hor. 4.	m. 25.	
Anno Christi 1500.	die 310.	hor. 2	m 20.	Subtrahe
Erunt Anni 22.	292.	2.	m. 5.	
Adde dies bissextiles	5.			
Fient anni 22.	dies 297.	ho. 2.	m. 5.	

Seu dies 8327. horæ 2. min. 5. fientque horæ 199850.

Erúntque min. 11991005. quæ dividere debes per 282. nam si hoc tempus dividas per quantitatem menstruam superiori puncto inventam invenies tot menses quare provenient min 41521. sec. 9 tertia 9. seu horæ 708. min 50. tertia 9.

Erit ergo quantitas menstrua dierum 29. hor. 12 min 41. sec. 9. tert 9.

Atque hæc præcisior erit vt pote perita ab observationibus longiori intervallo distantibus.

Refert Copernicus fuisse observatam Alexandriæ Lunæ Eclypsin Ptolem[illegible] Philometoris Anno 7. seu Alexandri 150. 27. mensis phamenoth 14. horis & 20. min. post meridiem, inchoat enim dies à meridie. quare fuisset dies 28. hor. 2. cum 10. min. eam comparemus cum alia observatâ ab eodem Ptolemæo Alexandriæ anno Adriani 10. seu Alexandri 456. Payni 20. hor. 11. cum 15. min. post meridiem.

Tempus intermedium fuit annorum Ægyptiacorum 306 dierum 83. hor. 3. m. 5. seu dierum 111773 seu horarum 2682555. quæ multiplicatæ per 60 dant min. prima 160953305.

Si autem scire velimus quot sint menses exacti, hic numerus dividendus erit per dies 29. hor. 11. min. 41. seu per min. 42526. erúntque menses 3784 & restabunt dies 24. hor. 6. quare fuerunt menses 3785. Si ergo hanc summam 160953305 dividas per 3785. habebis 41523. min. secunda 59. tertia 26.

Erit ergo mensis dierum 29. hor. 12. min. 45. sec. 59.

Ptolemæus libro 4. Almagesti refert observatam fuisse Babylone Eclypsin Lunarem Mardocempadi anno secundo, seu Nabonassari anno 28. die 18. mensis Thot. media nocte, seu media nocte inter 18 & 19. Alexandria autem est occidentalior Babylone min. horariis 50. quare Alexandriæ contigit hor. 11. min. 10. post meridiem.

Idem refert à se Alexandriæ observatam Eclypsin anno Adriani 19. seu Nabonassari anno 882 die 2. mensis choiac hor. 11. à meridie.

Tempus intermedium est annorum Ægyptiacorum 854 dierum 73. hor. 23. min. 20. si habeatur ratio æquationis dierum, erunt dies 311783. & horæ 7482815. sunt ergo min. 448968920. vt sciamus numerum mensium Lunarium hanc summam dividere debemus per dies 29. hor. 12. min. 53. sec. 59. seu per min. 41524 habebimúsque menses 10558. abundabúntque solum octo horæ. dividamus ergo nostrum numerum per menses 10558. quotiens erit minutorum 42524. sec. 3. & reducendo ad horas & minuta.

Erit mensis Lunaris dierum 29. h. 12. mi. 44. se. 3.

Denique comparemus iam allatam Eclypsin Babylone observatam cum aliqua recentiori.

Copernicus refert à se observatam Cracoviæ ann. 1522. sept. 6. vna hora, cum 20. min. post mediam noctem, seu vt ipsemet dicit Alexandri anno 1847. Thot. 29 hor. 13. min. 20 à meridie. distat autem Cracovia ab Alexandria gr. 15. seu vna hora fuit ergo Alexandriæ hor. 14 cum min. 20. Alexander mortuus est anno Nabonassari 423. erit ergo anno Nabonassari 2272.

Eclypsis quâ vtemur fuit Mardocempadi anno 2. seu Nabonassari anno 18. die 18. mensis Toth. Hora 11. min. 50 Alexandriæ.

Tempus intermedium annorum Ægyptiacorum 2243. dier. 11. hor. 3. min. 10.

Sunt igitur dies 818706. seu horæ 19648947. hoc est min. 1178936830. quæ summa si dividatur per quantitatem menstruam iam inventam seu min. 42524. invenies menses 27714. & abundat dies vnus. Si ergo eamdem summam dividamus per

per menses 17724. quilibet mensis habebit min. 42514 sec. 3. tertia. 10. quarta 9.

Mensis Lunaris erit dierum 29. hor. 12. 44. 3. 10.

Quamvis autem nulla sit habita ratio prostaphæresis Solis, & Lunæ, quod requireretur ad vltimam determinationem quia tamen tanta est distantia evanescit illa inæqualitas. vt autem videas quàm benè hôc modô constituatur medius mensis Lunaris, refero hic menses Lunares ab aliis vltimò constitutos, hoc est etiam ratione habitâ prostaphæreseon iam solis quam Lunæ.

	dies.	Hor.	min.	sec.	tert.	quarta
Hipparchus	29.	12.	44.	3.	15.	44
Ptolemæus.	29.	12.	44.	3.	20.	0.
Alphonsus	29.	12.	44.	3.	3.	
Copernicus	29.	12.	44.	3.	12.	
Tycho	29.	12.	44.	3.	9.	
Nos	29.	12.	44.	3.	10.	9.

Ex mense synodico, mensem periodicum eliciemus hoc modô.

Luna hoc tempore perficit zodiacum, & insuper eos gradus quos Sol motu suo medio pertransit, sed Sol diebus 29. horis 12. mi. 44. sec. 10. tertiis 9 perficit gradus 29. m. 6. sec. 24. tertia 18. Luna igitur conficit hoc tempore gradus 379. min 6. sec. 24. tertia 18. supra solem gradus 360.

Sic instituatur regula proportionum si Luna intra dies 29 horas 12 &c. perficit supra solem gradus 360 quid perficiet intra vnum diem. & habebis elongationem diurnam Lunæ à Sole grad 12 m 11. 26. 41.

Cui si addas motum solis diurnum 0 59. 8. 20

Exurget motus diurnus Lunæ 13 10. 35. 1

Ex his conficies tabulam iam motus elongationis, quam motus simplicis: ex motu diurno Lunæ habebis mensem periodicum hoc modo. reduc motum diurnum Lunæ in tertia fientque 2846101 reduc pariter 360 in tertia fientque 77760000. dic. si 2846101. dant diem 1 quot dies dabunt 77760000 & invenio mensem periodicum esse dierum 27. hor. 7. 43. 5.

PROPOSITIO XII.

Prima determinatio motûs latitudinis.

Motus latitudinis vt suprà explicuimus est motus Lunæ numeratus à nodo boreo, seu capite draconis, quod punctum si fixum hæreret in eodem puncto Eclypticæ æqualis esset motui simplici Lunæ ab ariete. quia autem orbita Lunæ non secat Eclypticam in eodem semper puncto, sed nodi in antecedentia feruntur, ideo motus latitudinis, maior est motu Lunæ; componitur enim ex motu Lunæ & motu nodorum. si enim moverentur nodi intra mensem synodicum Lunæ seu dies 29. hor. 12. min. 44. sec. 3. absolueretur vna revolutio & insuper quantus est motus Solis ita vt vna revolutio zodiaci sit dierum 27. hor. 7. 44. 30. circiter. sed si nodi in antecedentia moveantur citiùs absoluetur vna revolutio motus latitudinis. examinandos igitur est motus nodorum. quod aliquibus observationibus faciemus.

Anno 1620. 14 Iunij. totalis Eclypsis Lunæ observata est Aquis sextiis à Gassendo hora 1. & 13 min. post mediam noctem diei 15 meuntis fuit totalis, & cum mora in vmbra ideoque non longe à nodis. Sol eo tempore erat in geminorum gradu 25. ergo nodi sunt in gemin gr. 25. & pariter in arcitenentis 25.

Anno 1624 observata fuit alia totalis Eclypsis Lunæ a Keplero sept 20 hora 8. 55. Sol erat in libræ gr 4. 54. 43. ergo nodi sunt in libræ gradu. 4 & in arietis gradu 4. quare eo tempore ascendit nodus a geminorum gradu 25 ad arietis gradum 4. facile autem potuit solui ambiguitas, quæ oriri posset an ex geminis ascenderit ad arietem. aut descenderit ad libram. nempe ex intermediis Eclypsibus notabitur facile ascendisse nempe per gradus 80. spatiô, annorum 4. & trium mensium. cum 12 diebus sed spatium temporis paulo maius sumamus.

Gassendus anno 1628. Aquis sextiis observavit Eclypsin Lunarem totalem Ianuarij 20. Hora 9. 36 post meridiem. Sol erat in signo. aquarij gr. 1. 28 atque adeo nodi erant in aquarij, & leonis gradu. 1. 28. comparemus iam primam Eclypsin cum hac tertia ab anno 1620. die 14. Iunij seu die 165 ad annum 1628. ad diem 20. sept. sunt anni 7. & dies 220. quibus nodi ascenderunt per signa 4. gr. 23. 32. sumamus iam Eclypses longiori intervallo distantes.

Anno 1642. oct. 7. maioricæ. hor 16. 12. post meridiem totalis fuit. Eclypsis Lunæ Sol erat in gradu 15 libræ. atque adeo nodi in gradu 15. 42. 55. libræ & arietis.

Nodus ergo ascenderat ab anno 20 ad 42 seu annis 22 à geminis ad arietem persceratque vnam revolutionem & insuper duo signa cum 10 gradibus circiter. neque enim sumere possum quasi pervenisset tantum ad libram. nam si octo anni dabant signa 4 & gradus 23. seu gradus 144. anni 22. debent dare gradus 396 seu integrum circulum & gradus saltem 36. sunt autem plures quam 21. anni.

Ex hoc vides rationem cur plurimas Eclypses acceperim, vt sensim à vicinioribus ad remotiores sine vllo ambiguitatis periculo.

Potest ad vsum sequentium institui regula proportionum hoc modo tempus inter 1620. 14. Iunij hora 13. cum 13. min. ad 1642 oct. 7. hora 16. 12 post meridiem vtraque sunt anni 21 & dies 115 hor 3. anni 21. sunt dies 8150 computatis diebus bissextilibus. fiuntque horæ 197603. sunt autem gradus à geminorum 25 ad arietis gradum 15. 42. 55. addendo vnam revolutionem 429. 17 neglectis illis 17 minutis fiat regula trium si 429. gradus dant horas 197603. quot horas dabunt 360 & invenio annos Ægyptios 18. diea 329. quæ periodus exacta non est vt non petita ab intervallo sufficienti neque enim Eclypses semper in nodis accidunt.

Anno 1664. Valentiæ in Hisp. observavit Eclypsin Lunæ totalem P. Zaragoça Aug. die 6. hor. 11. 34. est autem Valentia occidentalior aquis sextiis grad. 4. 34. seu, min. 18. 16. erat ergo Aquis sextiis h. 11. 52.

Sol erat in Leonis grad. 15. 52. 16. & nodi in Leonis & aquarij grad. 15. 52. ex invento motu intra 44 annos fuerunt duæ revolutiones & restant plures quam octo anni hoc est fere dimidia revolutio quare accipiendus est nodus qui est in gradu 15. 52. aquatij nam anno 1620 mense

Iunio erat in gradu 25 Geminorum. inſtituatur ergo comparatio. tempus ab anno 1620. 14 Junij. hor. 13. 13. ad annum 1664. Aug. 6. hor. 11. 52. ſunt anni 44. & dies 53. ſunt ergo dies biſſextilibus computatio 16124. quibus percurruntur gradus 849. fiat ergo rurſus regula proportionis ſi 849 gradus perficiuntur diebus 161.4 grad. 360. quot perficientur & invenio dies 6825. ſeu annos Ægyptios 18 & dies 255.

Jam licebit intervalla paulò maiora aſſumere. Nicolaus Copernicus obſervavit Eclypſin Lunæ tutalem anno. 1511. Fruemburgi Pruſſiæ. ſtylo veteri octob. 6. hora 12. 35. poſt mediam noctem. Aquis ſextiis erat hor. 12. præciſe. Sol erat in Libræ gradu 23. 14. 18. quare nodi in Arietis & Libræ gr. 23. 14. tempus ab anno 1511. oct. 6. hor. 12. ad annum 1664 Aug. diem 6. hora 11. 52. ſtylo novo, ſeu ſtylo veteri ad Julij diem 27. ſunt anni 151 dies 294. ſunt item anni biſſeatiles 39. ſeu dies 55813. quam ſummam dividendo per dies 6825. qui vni revolutioni debentur invenio revolutiones $8\frac{1}{6}$. quare ſi aſſumam nodum qui in hac Eclypſi eſt in Libræ gr. 23. bene correſponder cum nodo qui eſt in Eclypſi anni 1664. in Leonis gr. 15. 52. ſunt autem gradus 67. præter revolutiones 8. ſeu gradus 2880. addantur fiétque ſumma 2947. quare ſi dicatur.

Ut 2947 ad 360. ita 55813. ad dies 6818. ſeu annos Ægyptios 18. & dies 248.

Sed neque hi motus ſunt ab Eclypſibus ſufficienter remotis eò quod aſſumantur non præciſe cum Luna eſt in nodo.

Regiomontanus anno 1464. totalem Lunæ Eclypſin obſervavit prope Patavium ſtylo veteri Aprilis 21. hor. 12. erat tunc Aquis ſeatiis hora. 11. cum min. 20. Sol erat in Tauri gradu 12. 36. nodi in Tauri & Scorpij gradu 12. 36.

Tempus ab anno 1464 ad 1664. ſunt anni 200 in quibus 50 biſſextiles, & prætera à 21 Aprilis ad diem 6 Aug. ſtylo novo. aut 17. Julij ſtylo veteri ſunt dies 97. multiplica 365. per ano ſiunt, 73000 adde 50 biſſeatiles & 97. fit ſumma 73147. quam ſummam ſi dividas per 6818. ſummam dierum debitam vni revolutioni invenies revolutiones 10. & fere $\frac{3}{4}$. quare cum in hac Eclypſi nodi eſſent in Scorpij gradu 12. & in Eclypſi anni 1664 in 15 Leonis, non poſſumus niſi comparare nodum qui erat in Tauro cum eo qui eſt in Leone (deeſt enim fere quadrans vt revolutionem abſolvat) ſunt autem gradus 15. 52 Leonis ad 12. 36. Tauri gradus 266. 44 præter decem revolutiones ſeu 3600. fiat ergo ſumma 3867. Et fiat vt 3867. ad 360 ita 73147. ad 6809. ſeu annos Ægyptios 18. & dies 239.

Denique comparemus Eclypſes ſuperius allatas primam Babylone Mardocemp anno 2. ſeu Nabonaſſari 28. die 18 menſis Thot. Babylone quidem media nocte Alea. hor. 11. 10.

Comparemus illam cum ea quam obſervavit Copernicus anno 1512. Cracoviæ Sept. 6. vna hora poſt mediam noctem cum min. 20. hoc eſt Aleaandriæ hora 1. min. 20. poſt mediam noctem erat autem vt Copernicus aſſerit Nabonaſſ. anno 2271. 29. die menſis Thot.

Jnvenimus iam tempus intermedium annorum Ægyptiorum 2243. dier. 11 hor. 3. min. 10. ſeu dierum 818706. hor. 3. min. 10. ſi hæc ſumma dividatur per numerum 6809. proxime inventum invenio revolutiones 120 & $\frac{1}{4}$.

Sol erat tempore vltimæ Eclypſis in zodiaci, ſig 5. 22. 43. 15. & ſecundum medium motum ſig. 5. 24 43. 47. & ſecundum anomaliam 2. 20. 0. 51. motus autem ſolis medius reſpondens annis Ægyptiis 2243. dieb. 11. & hor. 3. eſt ſig. 6. 15. 15. 11. & Anomaliæ 5. 1. 36. 39. qui ſubtracti à præcedentibus dant motum medium 11. 9. 28. 36. & Anomaliæ 9. 18. 24. 12. cum qua anomalia, ſi quæratur proſtaphæreſis habebitur locus verus ſolis tempore primæ Eclypſis ſig. 11. 11. 24. 28. Nodi igitur erant in Piſcium & Virginis gr. 11. 24.

Jn ſecunda autem Eclypſi erant nodi in Virginis & Piſcium gradu 22. 43. à Virginis gradu 11. ad Piſcium 22 ſunt 6 fere ſigna, quibus aſcendit nodus, id eſt vna fere medietas revolutionis, quæ comparatio magis accedit ad priorem numerum iam inventum, ſunt autem à Virginis gradu 11. ad Piſcium grad. 22. in antecedentia gr. 168. 39. ſeu rotundè 169. Revolutiones 120. efficiunt gradus 43200. quibus ſi addas 169. habebis ſummam 43369.

Fiat regula proportionis ſi 43369. gradus, dant dies 818706. gradus 360. quot dabunt dies: & invenio 6795. ſeu annos Ægyptios 18. dies 225. & hor 23. qua revolutione deinceps vti poſſum quamvis inferiùs corrigenda. Copernicus invenit dies 6798. horas fere 4. Keplerus dies 6793. hor. 6. nos dies 6795. hor. 23. ſeu rotunde 6796.

Potuiſſent aliæ methodi adhiberi, vt etiam ex aſſumptis obſervationibus non tanto intervallo diſiunctis. idem haberetur motus nodorum, nempe obſervando in Eclypſi vtráque an Luna nodos tranſierit nec ne. Sed iſta ad correctiones & ſecundas determinationes pertinent.

Conſtitutô vtcúmque motu nodorum, habebitur menſis draconiticus, compoſitus ſcilicèt ex motu Lunæ & motu nodorum.

Nodi abſolvunt zodiacum, vt vidimus intra dies 6796 quare.

Motus diurnus nodorum habebitur ſi dividas 360. per dies 6796. habebíſque min. 3. ſec. 10. Tert. 42. quarta 1. quæ addita motui diurno gr. 13. 10. 35. 1.

3. 10. 42.

Reſultat motus latitudinis diurnus g. 13. 13. 45. 43.

Si fiat regula trium reduc gr. 13. 13. 45. 43. ad min. tertia & fient 2857343. dices ſi 2857343 tertia dant 1. diem quot dabunt 360 gradus ſeu min. tertia 77760000. & invenio dies 27. horas 5. 34. 14. pro menſe draconitico minore menſe periodico. tres igitur habemus menſes nempe.

	Hor.
Menſem ſynodicum dierum	29. 12. 44. 3.
Menſem periodicum	27. 7. 43. 4.
Menſem draconiticum	27. 5. 34. 14.

Reſtat menſis Anomaliſticus.

PROP.

PROPOSITIO XIII.

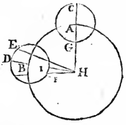
Problema.

Motûs Anomaliæ prima determinatio.

Omnes Astronomi quorum extant libri, potiùs ab Hippacheo traditum motum anomaliæ, Lunaris examinant, quàm modum doceant quomodo primò inventus sit talis motus, & vtcumque primò determinatus. Intelligo autem per motum Anomaliæ, in eccentrici hypothesi,vnam Lunæ circulationem ab Apogæo per perigæum, ad Apogæum: hæc revolutio esset æqualis medio motui Lunæ, si apogæum fixum hæreret in eodem Zodiaci gradu. si verò Apogæum in consequentia moveatur intra diem minutis 17, & 47 secundis, seu intra annum gradibus 40, longe differet motus Anomaliæ à medio motu Lunæ, nec dissimulari poterit hæc differentia vt in motu Solis fecimus, negligendo motum apogæi, substitutó scilicèt in eius locum motu medio, nam tentató sæpè calculó, per multas Eclypsium triades nihil vnquam perfici potuit, nisi habeatur ratio motûs Apogæi Lunaris. Si verò advocemus hypothesin Epicyclicam, erit Anomalia, motus Lunæ in Epicyclo, qui non potest supponi æqualis motui medio. nempe motus medius, Lunæ est motus centri Epicycli in Zodiaco, aut circulo, illi concentrico qui æqualis erit motui anomaliæ, si interea dum centrum Epicycli totum absoluit Zodiacum, Lunæ centrum vnam in Epicyclo circulationem absoluat ita vt redeat ad Apogæum, centro Epicycli eundem Zodiaci gradum obtinente. Si verò motus anomaliæ fuerit tardior Apogæum sensim progredietur in consequentia. si motus anomaliæ velocior esset sensim apogæum in antecedentia regrederetur. Quæritur ergo quomodo observatus sit motus ille, aut anomaliæ,aut Apogæi. neminem enim hactenus vidi qui primam eius inventionem ostenderet, nempe ex observationibus determinatis eum concluderet sed Ptolemæus traditum ab hypparcho anomaliæ motum, artificio certe miró examinat, Copernicus Ptolomaicum, multique, alij hôc modô idem præstant.

Ut prima habeatur motûs anomaliæ cognitio, alia via ineunda est.

Primò igitur observetur vnô vel pluribus mensibus Lunæ motus, in quo diligentiam maximam adhibuerunt veteres Astronomi. observetur autem præcipue circa plenilunia, & iis observationibus in quibus quantum fieri poterit evitetur refractio, & parallaxis; quæ in Luna summa est. dixi præcipue circa plenilunia,primò eò quòd circa novilunia sit invisibilis, sed aliquibus diebus ante, & post novilunium observetur quam accurate poterit. circa quadraturas, secunda irregularitas se immiscebit, quæ negotium facesset. Notatis igitur hôc modô motibus diurnis, animadvertetur semel intra mensem, motum eius esse velocem semel tardum, & bis mediocrem. cum tardissimus erit, Luna versabitur in Apogæo, cum velocissimus in perigæo. cum mediocris seu æqualis motui medio Luna in mediis distantiis invenietur. hæc regula iam ostensa est in hypothesi eccentricâ, in quâ Apogæum posuimus eo in puncto in quo verus astri motus tardissimus appareret. in hypothesi autem Epicyclica facilè ostenditur, modò Epicyclus supponatur in superiori parte moveri, contra seriem signorum & inferiori parte secundùm seriem signorum. ponatur enim Luna esse in C Apogæo, & interea dum centrum epicycli percurrit arcum AB, Luna in Epicyclo perficiat arcum DE, erit medius motus arcus A B, seu angulus AHB, &



verus motus erit angulus C H B qui est minor, deficiet igitur motus verus à medio. E contrà si supponatur Luna, in perigæo G, & interea dum centrum Epicycli movetur ex A, in B, Luna in Epicyclo arcum I F perficiatur erit motus medius arcus AB, seu angulus AHB, & motus verus angulus AHF si diligenter notetur præcipuè quandonam in pleniluniis, aut noviluniis, Luna moveatur celerrime habebitur locus perigæi.

Ponamus ergo in plenilunio & in ipso arietis primo gradu inveniri Apogæum,seu tardissimum motû in sequenti plenilunio quod à priori distabit in Zodiaco circiter gradibus 29. motus rardissimus non erit in plenilunio, sed duobus diebus ante nempe progredietur Apogæum intra mensem gradibus circiter 3 & 20 minutis Apogæum igitur distabit à gradu Zodiaci in quo fit secundum plenilunium gradibus 26, 40. quos Luna duobus diebus absoluit incipiet igitur in hoc secundo plenilunio, Lunæ motus nonnihil incitari. in tertio plenilunio non iam motus Lunæ erit tardissimus, sed accidet hoc plenilunium in gradu Zodiaci distante à primo plenilunio circiter gradibus 58. ab Apogæo gradibus 51. hoc est motus tardissimus quatuor diebus erit ante plenilunium. atque ita semper motus tardus antecedet plenilunium, secunda tamen inæqualitas impediet quominus tam exquisitè appareat. sed semper magis ac magis incitabitur motus Lunæ in plenilunio. donec post menses 6 accidet plenilunium in gradu Zodiaci distante à primo illo plenilunio gradibus 174, deficiunt ergo 6 gradûs, quam vt absoluerit semicirculum Apogæum autem progressum erit circiter gradibus 20. quare non erit motus incitatissimus, sed motus incitatissimus Lunæ accidet duobus diebus post plenilunium,Septimo mense accidet plenilunium in gradu distante, à primo plenilunio gradibus 203 seu signis 6 grad. 23. Apogæum progressum erit gradibus circiter 23. quare notabitur in hoc septimo mense motus incitatissimus. Quare si tantum observaretur motus Lunæ in pleniluniis intra 14 menses Lunares circiter rediret motus incitatissimus in pleniluniis Et Luna perfecisset Zodiacos 15. & gradus 47. Apogæum

gæum autem circiter gradus 47. quare ſi hæc diligentiùs per aliquos annos obſerventur poterit haberi aliqua prima determinatio motûs Anomaliæ. qui componetur ſi ſubtrahatur a medio motu Lunæ motus Apogæi. hic nullam affero obſervationem, quia nec vllam in authoribus invenio., nec vllam mihi in eam rem facere licuit. authores autem iſtas obſervationes neglexerunt, quia ſunt prima naſcentis Aſtrooomiæ incunahula, quæ à primis aſtronomis inventa, ſupponuntur, ita vt deductas tantum ex his principiis conclusiones habeamus.

Hæc ſunt prima quaſi rudimenta artis, ex quibus ſi obſervationes plurium annorum conferentur, motum anomaliæ non quidem perfectum, & exactum, ſed talem, vt quócumque ſumpto temporis intervallo. non ſit periculum erroris qui vnam revolutionem adæquet. hoc eſt datô quólibet tempore, licebit ſaltem aſſignare numerum revolutionum anomaliæ. hoc eſt non eſſe pauciores certo numero determinato, nec etiam plures, quamvis non poſſit adhuc determinari quotam inſuper revolutionis partem contineat ſaltem præciſe.

Utemor autem cum Ptolemæo traditis ab Hiparcho, qui aſſerit intra annos Ægyptios 345 dies 84 & hor. vnam, ſeu intra dies 126009. & hor. 1. abſolui menſes ſynodicos 4267. & anomaliæ revolutiones 4573.

Pro primo nulla reſtat difficultas quæ non ſit ſuperiùs ſufficienter conſtituta.

Secundum obſervari potuit ex motu tardiſſimo, velociſſimo & mediocri eo modô quô diximus ex hoc habebis revolutionem anomaliſticam ſi enim 126009 dies & vnam horam dividas per 4573. quotiens erit menſis anomaliſticus dierum 27. Hor. 13. 18. 18. 59. 20. r.

Pariter per regulam proportionum habebis motum diurnum anomaliæ. Si enim dicas ſi dies 27. Hor. 13. 18. &c dant gradus 360. anomaliæ; quot gradus anomaliæ dabit dies vnus. Item dato quolibet tempore ſcies, quot revolutiones anomaliæ peractæ ſint per regulam proportionum. Si enim dies. 126009. & hora vna dant revolutiones anomaliæ 4573, tot anni verbi gratia ducenti. quot dabunt revolutiones. multiplica numerum annorum propoſitum per 4573. & productum divide per 126009. & vnam horam. & quotiens erit tempus quæſitum.

Ad perfectam huius propoſitionis demonſtrationem debuiſſent afferri peculiares obſervationes ex quibus concluderetur hæc Hipparchi Aſſertio. ſed nec Ptolemæus illas profert, nec alius quilibet quod ſciam ſimiles proponit, nec Pater ipſe Ricciolius quamvis accuratiſſimus. ſed motum ab Hipparcho, & Ptolomæo traditum examinandum ſuſcipit. placuit tamen oſtendere, quô progreſſu inventa ſit Aſtronomia.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Signa reſtitutæ anomaliæ in Eclypſibus.

Emendatio ſeu correctio mediorum motuum Lunæ, ab Eclypſium præcipuè obſervationibus pendet; ita vt aliæ obſervationes extra Eclypſes ad id cenſeantur minus idoneæ, eò quòd ſatis tutò locus Lunæ verus haberi non poſſit, propter parallaxes. At verò in Eclypſibus cum Lunam diametraliter Soli opponi conſtet, & locus ſolis, iam fuerit libro ſuperiori conſtitutus. poterit ad tempus medium Eclypſis ſupputari locus Solis cui addendo 180 gradus, Lunæ locus habebitur. Ut corrigantur motus Lunares medij omnes. obſervandum eſt in duabus Eclypſibus, an reſtituta ſit anomalia, hoc eſt an in vtraque Luna in eodem gradu ſuæ anomaliæ fuerit ſi enim ita ſe habeat, cum in eodem anomaliæ gradu, eandem habeat proſtaphæreſin & ſimilirer ablativam, aut additivam, medij motus, veris motibus erunt æquales. quare tota difficultas erit in obſervanda hàc anomaliæ reſtitutione.

Primum ſignum erit ſi motus Lunæ in vtraque Eclypſi aut ſummam tarditatem habeat, aut ſummam velocitatem medij autem tranſitus minùs ſunt idonei eò quòd in iis, non tanta ſit mutatio velocitatis, atque adcò ſit periculum erroris.

Quomodo autem obſervari poſſit motus Lunaris celeritas, id mihi videtur maxime difficile, & lubricum; non per comparationem ad aliquam ſtellam, quia locus Lunæ obſervandus eſſet quod tamen vitare volumus, ob periculum parallaxis, videtur reſtare vnicum ſignum, nempe tranſitus Lunæ per vmbram terræ. non quidem in totalibus Eclypſibus, quia cum Luna nonnunquam remotior ſit à terra, nonnunquam illi vicinior & vmbra terræ ſit conica, etiamſi mora in vmbra æqualis ſit, non ſequitur motum Lunæ eſſe æqualem in vtraque Eclypſi.

In Eclypſibus partialibus, & æqualibus, poterit æqualitas durationis & æqualitas obſcurationis eſſe ſignum reſtitutionis anomaliæ. ſi enim æqualis eſt obſcuratio, portio vmbræ æqualis in vtraque Eclypſi à Luna pertranſiri debet; ſi duratio ſit integra erit æqualitas motûs & conſequenter reſtitutio anomaliæ. ſed ego inter multas Eclypſes à multis authoribus relatas nullam talem animadverti.

Quare ad alias partiales Eclypſes recurrere debemus in quibus quamvis obſcuratio ſit inæqualis, ex tempore Eclypſis inæqualitatem motûs inveniemus.

Notandum tamen habendam eſſe rationem motûs ſolaris, atqoe adeò, licèt motus Lunæ à Sole ſit inæqualis, poterit motus Lunæ in longitudinem eſſe æqualis quare ad reſtitutionem anomaliæ requireretur, vt eadem eſſet ſolis anomalia. ſed neque ex obſervatione æqualitatis motus concludi poteſt idem præciſe gradus anomaliæ, eò quod non ita ſenſibiliter ad mutationem plurium graduum anomaliæ, variari poteſt acceleratio motûs veri Lunaris. Ut huic incommodo obviam eatur ſumendæ ſunt Eclypſes, longiſſimo inter ſe diſſitæ temporis intervallo, vt error, ſi quis committeretur in varias revolutiones diſtributus evaneſcat.

Sed neque hanc methodum ſatis tutam iudico. quamvis eam inferius ſimus vſurpaturi; melius & tutiùs cum Ptolemæo intervallis Eclypſium vtemur, ex quibus quænam fuerit in ſingulis anomalia concludemus.

Iſmaël Bullialdus à minoribus intervallis incipiens, & Eclypſibus non multum diſtantibus

intra

oſtendit intra annos 18 ſeu diea 6585 hor. 11. 8. compleri menſes 223. Zodiacos 241, anomaliæ orbes 239 & Apogæum Lunæ bis totum Zodiacum percurrere Exinde procedeodo ad maiora intervalla demonſtrat diebus 655685 H.3.51 abſolui menſes ſynodicos 22102 Zodiacos 53885 minus gradibus 3, 3. 58. & Anomalias 23661 & Apogæum abſoluere circulationes 198.

Notandum item quoties corrigendi erunt motus Lunares, tempus appareus reducendum eſſe ad tempus medium. quia cum quæramus tabulas mediorum motuum cooſtruere, eas medio etiam tempori aptare neceſſe eſt & cum Lunæ motus ſit velox, differentia quæ inter medium tempus & apparens intercedit poteſt aliquem errorem in motus Lunæ invehere.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Anomalia Lunaris, eccentricitatis & Apogai vltima determinatio.

Non potuimus determinationem iſtam priùs aggredi.quam anomalia ſaltem aliquantulum nobis innoteſceret.neque enim vt in Sole vſurpavimus pro anomalia, motum medium ſubſtituere potuimus cum tanta ſit inter vtrumque differentia.notandum item poſſe in hypotheſi eccentrici, poni Apogæum quaſi immobile,per aliquod tempus, & loca ſyderis in eccentrico aſſumi ſecundum diſtantiam ab apogæo quam tunc re vera obtinet,ita vt non numeretur medius eius motus, ſed motus Anomaliæ. Primo igitur corrigendus eſſet aut potiùs examinandus motus anomaliæ, ab Hipparcho traditus, per duas triades Eclypſium methodo ferè Ptolemaica,niſi quòd hic hypotheſin Epicyclicam adhibuit,nos eccentricicam vſurpare voluimus.

Prima Eclypſis fuit anno Chriſti 1576.7.Octobris hor. 11. 32 poſt meridiem Vraniburgi. quam Tycho brahe obſervavit Sole exiſtente in gr. 14. m.31 ſec.44.libræ.& lunâ illi oppoſitâ diametraliter in gradu 24 ♈ min.31. ſec 44.hæc tempore æquato fuit 7. Oct hor. 11. min 47.

Secunda fuit anno 1577. a Aprilis hor. 8. 50 poſt meridiem.

Sol erat in ♈ 25. 44 54.

Luna in ♎ 12. 44. 54.

Tempus inter vtramque dierum 176 h 11. m 16.

Sol autem & Luna ſecundum verum motum abiectis circulis integris abſoluerunt ſigna 5. gr. 28. 13. 10. intelligatur Luna adhuc moveri vno gradu & min. 46. donec ſemicirculum abſoluat. hunc grad.& m 46.perficiet intra tres horas,& m. 30.motu medio non differente ſenſibiliter à vero, in tam exigoo tempore, quare Luna totum ſemicirculum abſoluerit vndecim minutis & 28. ſecundis poſt mediam noctem, quæ eſt inter diem ſecundam & tertiam Aprilis & tempore æquato. 20 minutis poſt mediam noctem.

Tempus inter primam Eclypſin & hoc ſecundum tempus æquatum eſt dierum 177. hor. 0. min. 30. cui tempori reſpondet motus anomaliæ ex Hipparcho 153. 15. 56.

Tertia Eclypſis fuit anno 1577 Sept.27. hor.0. 59.poſt mediam noctem.

Sol In gradu. 13. min. 24. s. libræ.

Luna in gradu. 13. min. 24. 2. arietis.

Tempore æquato fuit Sept. 27. hor. 1. min.12.

Tempus inter ſecundum illud tempus quô diximus Lunam abſoluiſſe ſemicirculum eſt dierum 177 hor. 1. Luna autem perfecit motu anomaliæ 152.52.16.

Ex his præcognitis examinari poſſet motus anomaliæ traditus ab Hipparcho in hypotheſi eccentrica ponendo ſcilicèt Apogæum quaſi immobile per aliquod tempus: dicam tamen quod ſentio, id tentavi nonnunquam, in ea hypotheſi, adeo tamen velox eſt motus Apogæi, vt nihil certi conſtitui potuerit.ideoque mirum non eſt, ſi potiùs in Lunari calculo hypotheſin Epicyclicam adhibuerunt plerique Aſtronomi, quàm eccentricicam.qoia in Epicyclica poteſt fieri abſtractio à motu Apogæi,non autem in eccentricica,ſi ſit velocior vt in Luna. quare cum Ptolemæo, & aliis communem methodum adhibeamus,

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Anomalia Lunaris, Apogai, diametri Epicycli accuratior determinatio.

Hæc propoſitio eſt accommodata hypotheſi Epicyclicæ, ſupponitque aliquam cognitionem anomaliæ,quam examinat,hôc artificiô:tres Lunæ Eclypſes antiquæ adhibentur, & in eccentrico collocantur,tum inveſtigatur eccentticitas,ſeu potius ſemidiameter Epicycli,anomalia,æquatio,ſeu differentia inter medium & verum motum. Idem præſtatur circa tres recentes Eclypſes,comparataque anomalia recentis Eclypſis cum antiqua,animadvertitur an motus anomaliæ bene ſe habeat, an verò deficiat,ab eo, quô vſi ſumus:in exemplo res clarior apparebit.

Prima Eclypſis à Ptolemæo relata,fuit Mardocempadi annô primô vigeſima nona menſis Thot. Babylone, incepit hora 7 cum dimidia, duratio duarum horarum cum dimidia. fuit ergo eius medium Alexandriæ vt ipſemet aſſerit horis 3.20 ante mediam noctem.

Sol erat in piſcium gr.24. 30. Luna In virginis gr.14.30 quod ex motu Solis iam conſtitutô manifeſtum fit.

Secunda Eclypſis fuit ſecundô annô eiuſdem Mardocempadi die 18.Thot.Babylone fuit media nocte inter diem 18 & 19.ergo Alexandriæ 50 minutis ante mediam noctem. Sol in piſcium gradibua 13.45,Luna in virginis grad.13.45.

Tertia Eclypſis eodem anno ſecuodo Mardocempadi quintodecimo die Phamenoth, decimo ſexto veniente.fuit eius medium Alexandriæ hor. 7.40.Sol in virginis gr.3.15.Luna in piſciû gr.3.15.

A prima Eclypſi ad ſecundam tempus æquatum fuit dierum 354.hor.2.34.

Sol & Luna ſecundum verum motum, moti ſunt gradibus 349. 15.

Eodem tempore motus Anomaliæ Lunæ rejectis integris circulis grad.306.25.

Medius motus Lunæ eidem tempori reſpondena grad.345.51.

Differentia inter medium & verum motum grad. 3. 24.

A ſecunda Eclypſi ad tertiam tempus æquatum fuit dierum 176 hor. 20. 12. additiva.

Motus verus Lunæ fuit graduum 169. 30

Motus Anomaliæ hoc tempore fuit 150. 26

Motus medius Lunæ 170. 7.

Differentia inter medium & verum motum o. 37. ſubtractiva.

Ex his manifeſtum eſt quod in primo intervallo Anomaliæ gradus 306. 25.

Seu in Epicyclo, additivam habuerunt proſtaphæreſin, graduum 3. 24. nam motus verus ſuperavit medium. In ſecundo verò intervallo gradus anomaliæ 150. 26. proſtaphæreſin habuerunt ſubtractivam gr. o. 37. cum motus verus fuerit minor medio.

Sit igitur Epicyclus Lunæ ABG. ſitque A locus in quo erat Luna tempore primæ Eclypſis. B locus ſecundæ Eclypſis G. tertiæ. Intelligatur motus Lunæ fieri ex A per G in B, nempe ita vt arcus AGB 306. gr. & mi. 25, habeat proſtaphæreſin graduum 3. 24. & arcus BAG gr. 150. 26. ſubtrahat a medio motu gr. o. min. 37. eritque arcus B A graduum 53. 35. ſubtrabit à medio motu eoſdem gradus 3. 24. & arcus AG graduum 96. 51. addat ad medium motum gr. 2. 47. hoc eſt. cum Luna eſt in A, & procedit per G in B, vt motus verus æqualis eſſet medio, deberet regredi ad punctum A, alioquin motus verus, addet aliquid ſupra medium, ſeu plus Lunam in conſequentia proveher, quam motus medius ſeu quàm motùs centri Epicycli.

Ex his ſequitur perigæum nõ eſſe in arcu BAG, eò quod arcus BA, ſubtrahat & arcus A G. addat quidẽ ſed minus quam alius ſubtrabat & totus arcus BAG minor ſit ſemicirc. ſit D centrũ zodiaci à quo ad puncta ABG ducãtur lineæ rectæ AD, BD, GD ſitque EF perpendicularis ad AD, & EI, ad DG eritque angulus BDA graduum 3. 24. & in triangulo rectangulo AEF ſi deſcriberetur circulus cuius diameter DE, tranſiret per F, cum angulus in ſemicirculo ſit rectus, eſſetque EF chorda. gr. 6 48. eſſet enim angulus E D F in circumf. quem ſubtendit chorda anguli dupli ſi ergo E D diameter ſtatuatur partium 120. erit EF partium 7. 7. intelligatur ducta recta EA.

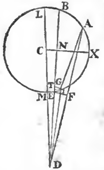
Arcus AB erat graduum 53. 35, & angulus BEA in circumferentia erit graduum 26 47 $\frac{1}{2}$. erat autem angulus BDA graduum 3. 24. & cum externus angulus BE A duobus internis B D A, E A D ſit æqualis, auferendo 3. 24. ex 26. 47. reſtabit angulus EAD ſeu EAF grad. 23. 23. fiat ergo vt ſinus anguli EAF gr. 23. 23. ad EF, 7. 7. ita ſinus totus ad EA & inuenies lineam EA eſſe partium 17. 55. 32.

Pariter angulus BDG iam inventus eſt grad. o. 37. nempe id quod detrahendum eſt à motu medio vt habeatur verus & in triangulo rectangulo D E I poſita linea E D 120 partium erit EI partium 1. 17. 30.

Rurſus quia arcus BAG eſt grad. 150 26, angulus B E G in circumferentia erit grad. 75. 13. & GED reliquus ad 180. grad. 104. 47; eſt autem angulus EDG grad. o. 37. ergo cognoſcetur reliquus EGD 74. 36.

In triangulo rectangulo E I G. dato angulo EGD grad. 74 36 & linea EI partium 1. 17. 30. ſi fiat vt ſinus anguli EGD, ad ſinum anguli recti I, ita linea E I ad quartum, invenietur EG partium 1. 20. 23.

Rurſus in triangulo rectangulo GTE cum arcus AG ſit graduum 96. 51. erit angulus AEG in circumferentia gr. 48. 25 $\frac{1}{2}$. ſi ergo fiat vt ſinus totus, ad ſinum anguli AEG 48 25 $\frac{1}{2}$. ita EG ad quartum habebitur G T partium 1 0. 17. & ET o. 51. 21. Tota autem EA erat 17. 55. 32. ergo reliqua TA erit partium 17. 2. 11. & GT 1. o. 17. ſunt autem (*per* 47. 1.) quadrata TG. AT, æqualia quadrato lineæ AG. quare linea AG innoteſcet partium 17. 3 57. qualium DE ſupponitur eſſe 120. ſed eadem AG ſubtendens gr. 96. 51. eſt partium 89. 46. 24 qualium LM diameter Epicycli eſt 120. quare ſi fiat vt AG 17. 3. 57. ad ED 120. ita AG 89. 46. 14. invenietur DE eſſe partium 631. 13. 48. & GE earumdem partium 7. 2. 50. & conſequenter arcus GE, gr. 6. 44. 30. arcus autem BAG erat gr. 150. 26 quare totus arcus BGE erit 157 11 cuius corda BE erit partium 117. 37. 32. qualium ML eſt 120. cum ergo EB ſit minor diametro & arcus BAE minor ſemicirculo. centrum Epicycli erit extra ſegmentum B A E ſit illud in puncto C. ducatur per centrum C linea DCL, quia (*per* 37. 3. *Eucl*) rectãgulum comprehẽſum ſub DB, DE, æquale eſt rectangulo cõprehẽſo ſub DL, DM, & habetur D E, partium 631. 13. 48 & EB 117. 37. 31. erit tota D B 748. 51. 20. rectangulum igitur ſub DL, DM erit 472700. 5. 31 quadratum autem lineæ D C, æquale eſt rectangulo ſub DL, DM, & quadrato lineæ MC quod eſt 3600. quare quadratum lineæ DC erit 476300. 5. 32. & conſequenter erit 690. 8. 41. qualium ſemidiameter Epicycli eſt 60 ſi ergo fiat vt 690. 8. 42. ad 60. ita 60. ad quartum habebitur radius Epicycli partium 5. 13. qualium radius deferentis eſt 60. ducatur linea CN perpendicularis ad BE. item intelligatur ducta linea BC.



In triangulo DCN rectangulo in N, cognoſcitur DC partium 690. 8. 42. & earumdem partium DE, erat 631. 13. 48, & BE 117. 37. 32. cuius dimidia EN 58. 48. 46 addita lineæ DE, efficit totam DN 690. 2. 34. fiat ergo vt DC 690. 8. 42. ad DN 690. 2. 34 ita ſinus totus ad quartum & habebitur ſinus anguli DCN gr. 89. 1. & reliquus LCN 90. 59. arcus BXE erat gr. 157. 10. ergo BX eius dimidium 78. 35. quem ſi auferas ex LX 90. 59. reſtabit arcus LB 12. 24 nempe anomalia Lunæ ſeu diſtantia ab Apogæo tempore ſecundæ Eclypſis quæ quærebatur. tranſierat enim Apogæum: poſitus eſt enim motus Lunæ ab A per G, in B.

Quia verò angulus DCN inventus eſt gr. 89. 1. & angulus DNC rectus eſt, angulus CDN, erit grad o. 59. quæ eſt proſtaphæreſis ſubtractiva à medio motu vt fiat verus. & additiva vero motui vt fiat medius. pro ſecunda Eclypſi: & cum verus locus tempore mediæ Eclypſis. eſſet in virginis gradu 13 45. addendo o. 59. fit medius motus Lunæ 14. 44. ſeu ſign. 5. 14. 44.

Aliam Eclypſium Lunarium triadem adbibet idem Ptolemæus.

Prima Eclypſis fuit obſervata à Ptolemæo Alexandriæ anno Adriani 17.

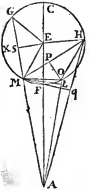
Payni die 20; expleta; hor. 11. 15.

Sol erat in Tauri gradibus 13. 15.

Luna in Scorpij gradibus 15. 15. obſcuratio fuit totalis.

Secunda

Secunda fuit Adriani anno 19. expleta die 2. Cheac. horâ post meridiem 11.
Sol erat in libræ gr. 25. 10.
Luna in arietis gr. 25. 10.
Tertia Adriani anno 20. expletâ die 19. pharmuti hor. post meridiem 16.
Sol erat in Piscium gr. 14. 12.
Luna in Virginis gr. 14. 12.
Intervallum temporis à prima ad secundam æquatum est dierum 531. hor.13. 39.
Huic tempori respondet motus medius gr.169.37
Motus anomaliæ eodem tempore gr.110. 21
Motus verus eodem tempore gr.161.55
Quare motus medius minor est medio gr. 7.42 ideóque in eo anomaliæ arcu grad.110. 21. debet esse Apogæum. cum enim motus medius superet verum Luna in superiori parte Epicycli versabitur, in qua motus Epicycli contrarius est motui medio, & quia prostaphæresis maior est quam quinque graduum, non potest vterque locus esse in eodem semicirculo. atque adeo Apogæum erit in eo arcu.
A secunda Eclypsi ad tertiam tempus æquatum dierum 502. h. 5. 30.
Huic tempori respondet motus medius gr.137.34
Anomaliæ motus gr. 81.36
Motus verus 138.55
Quare motus medius minor est vero gr. 1.21 seu prost. additiva est.



Sit ergo Epicyclus Lunæ FXC. sitque Luna in prima Eclypsi in puncto G, in secunda in puncto H, sitque Apogæum C in arcu G H, qui erit grad. 110. 21. numerentur anomaliæ gradus 81 36. sitque arcus HO, & Luna in tertia Eclypsi erit in O sit centrum zodiaci punctum A. eritque angulus G A H graduum 7. 42. nempe id quò medius motus excedit verum motum, nam si interea dum centrum Epicycli ex E, progreditur in consequentia, & aliquem arcum perficit Luna ex G digressa regrederetur ad G,vel immota maneret in G,motus medius seu centri, & motus verus essent æquales quia in vtroque tantundem anteecederet punctum I, sed in casu nostro, supponitur motus medius, esse maior motu vero, atque adeo prostaphæresis subtractiva erit angulus GAH graduum 7. 42.
Pariter prostaphæresis in secundo casu erit additiva,eritque angulus HAO graduum 1. 21.

Ex puncto M ad lineas AO, AH ducantur perpendiculares ML, Mq. ducantur item lineæ GE, HE, MH, M O. & ex O ad M H perpendicularis OP, & ex E ad AG perpendicularis ES.
Multa in hoc diagrammate cognoscuntur.

Primo cognoscitur angulus GEH	110. 21
Item angulus GMH in circumferent.	55. 10½
Angulus MAH	gr. 7. 42
quem si subtrahas ex priori externo restat Angulus MHA	gr 47. 27. 30
Cognoscitur angulus MAO	gr. 6. 21
Quare in tr. rect. ALM datur ang. AML	83. 39
Angulus AMQ complement.anguli MAQ	82. 18
Arcus HO anomaliæ erit	gr. 81. 36
Angulus HMO eius dimidium	40. 48
Et eius complementum MOP	49. 12
Et cum cognoscatur angulus GMH	55. 10½
Et angulus AML	83. 39
Et angulus HMO	40. 48
trium vltimorum summa	179.37.30
quæ sublata ex 180.	
Relinquit angulum OML	0.22.30
Et cum complementum eius LOM	89.37.30
Cognoscitur arcus GH	gr. 110.21
Et arcus HO	gr 81.36
Fit arcus totalis GHO	gr. 191.57
Et reliquus arcus OMG	gr. 168. 3

Hæc omnia sine vlla Trigonometria innotescunt per simplices additiones & subtractiones.
Supponatur primo in triangulo rectangulo MQA basis A M, sinus totus partium 10000000 erit M Q sinu: anguli 7. 41. 13398 62. & in triangulo rectangulo AML, latus M L erit sinus anguli 6. 21. 11060.
1. In triang rect.MQH quæritur MH. fiátque vt sinus anguli MHQ grad.47.27 30.ad sinum totum ita latus MQ 13398.62. ad MH 18194. 95.
2. In triangulo rectangulo MLO quæratur latus MO. fiátque vt sinus anguli MOL 89. 37. 30. ad sinum totum; ita ML 1060. 17 ad MO 11062. 00.
3. In triangulo rectangulo MPO. quærantur latera M P, & P O. fiátque vt sinus totus, ad sinum anguli M O P 49. 12. ita M O, ad M P, 838100. quæ subtracta ex M H 1819495 relinquit PH 981395.
Rursus in eodem triangulo MPO.
Fiat vt sinus totus ad sinum PMO,vel HMO 40. 48.ita MO. ad PO 723000.
4. In triangulo rect. POH quæratur angulus PHO fiátque vt PH 981395. ad PO 723000.ita sinus totus, ad tangentem anguli PHO 36. 22.
Arcus MO illius duplus 72 44 qui subtractus ex arcu OMG 168.3 relinquit arcum MG 95.19.
Quia ergo linea MO 11062. 00 est subtendens arcus MO 72.44 eius dimidia 553100. erit sinus anguli 36. 22. fiat ergo, vt sinus 36. 22. ad sinum totum, ita 553100. ad radium Epicycli 932195 qualium AM est 10000000.
Cum arcus MG sit 95. 19. dimidius S E G erit 47. 39. & eius complementum SGE grad.44. 21.
Fiat vt sinus totus ad basin GE 932195. ita sinus S E G 47. 39. ad lineam S G, aut SM: eritque 688819. quæ addita lineæ AM dat AS 10688859 quæratur item SE.
Ut sinus totus, ad E G 931935. ita sinus ang. SGE 42. 21 ad ES 727905.
Soluatur triangulum ASE, fiátque

Ut AS 10688859 ad SE 727905. ita ſinus totus, ad tangentem anguli GAC 3. 22. angulus SEA complementum prioris 86.38. addendo SEG 47.19. fit angulus totalis AEG 134.17.& addendo ſemicirculum CHF fit anomalia tempore primæ Eclypſis 314. 17.

Et arcus G C 45. 43. quem ſi auferas ex arcu GH 110. 21.

Reſtabit Anomalia CH 64. 38. & addendo arcum HO 81. 36.

Erit arcus CHO 146. 14. Anomalia tempore tertiæ Eclypſis.

Item habeamus angulum GAC 3. 22. proſtaphæreſin Additivam medio motui vt fiat verus, & ſubtractivam à vero vt fiat medius. verus autem tempore primæ Eclypſis Lunæ erat in Scorpij gradu 13.15. ſecundum verum locum ſubtrahendo 3.22. fit medius locus tempore primæ Eclypſis in Scorpij gr. 9. 53.

Aufer eundem angulum GAC 3. 22. ex angulo GAH 7. 42. reſtabit angulus CAH 4. 20 proſtaph additiva vt habeatur medius locus. in ſecunda Eclypſi. Luna autem erat in Arietis gr. 25. 10. adde 4. 20. fiet medius locus tempore ſecundæ Eclypſis 29. 30. Arietis

Huic angulo CAH 4. 20 adde Angulum HAO 1. 21. fit totalis angulus C A O 5. 41 proſtaph. pro tertia Eclypſi. Erat autem tempore tertiæ Eclypſis Luna in gr. 14. 12. Virginis cui ſi addas 5. 41. fiet medius locus Lunæ tempore tertiæ Eclypſis 19. 53 Virginis.

Quæratur linea A E. ſiátque in triangulo rectangulo ASE.

Ut ſinus anguli AES 86.38. ad AS 10688859. ita ſinus totus ad AE. quæ invenietur 10711187. inventus eſt radius Epicycli EG 932395 vt reducantur ad numeros conſuetos.

Fiat vt 0711187. ad 932395. ita 10000000 ad 870108.

Seu vt 60 ad 5. 13. 14. Ptolemæus invenit 5. 14.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Mediorum motuum longitudinis, & anomaliæ vltima determinatio.

Facile ex propoſitione præcedenti medios motus Lunæ vltimo determinabimus.

Uidimus enim tempore ſecundæ Eclypſis, triados primò propoſitæ. Lunam fuiſſe in Virginis gr. 14 44 ſecundum medium motum, Et ſecundum Anomaliam in gradu 12. 24. nempe talis fuit diſtantia ab Apogæo.

In ſecunda verò Eclypſi ſecundæ triados, fuit Luna in gradu 29. 30. Arietis, anomaliæ verò 64.38. quare reiectis integris circulis Luna mota eſt toto illo tempore ſecundum motum medium gr. 224.46 & ſecundum Anomaliam gr. 52. 14.

Tempus autem inter duas Eclypſes, eſt annorum Ægyptiacorum 854 & dierum 73. & hor. 23. 20. cui tempori ſi vtamur motu Lunæ qualem Hipparchus determinavit reſpondet motus medius grad. 224.46 & anom grad. 52. 31. & ſic idem invenitur motus medius, qui ab Hipparcho profertur ſed Anomalia paulò diverſa, nempe in Hipparchæa abundant, min. 17. quæ ſi partiamur per numerum dierum intra dictum tempus contentorum cuilibet diei convenient gr. 0.0.0.0.11.46 39. quæ ſubtrahenda ſunt à motu anomaliæ diurno Hipparchi. quare motus diurnus anomaliæ emendatus erit grad. 13. 3. 53. 56. 17. 51. 59. ex quo facile totam tabulam conſtruemus.

Eôdem Artificiô vſus eſt Copernicus vt traditos à Ptolemæo motus medios tam elongationis à Sole, quam Anomaliæ ad ineundem turſus revocaret. nam Eclypſes Ptolemaicas, de quibus ſuprà, ad meridianum Cracoviæ vna ſcilicet horâ occidentaliorem revocaos, Profert tres alias Eclypſes à ſe obſervatas.

Prima fuit Anno Chriſti 1611. tranſacto die 6 Octobris min. 35. poſt mediam noctem Luna in Arietis gradu 25. 25.

Secunda Annô Chriſti 1612. Elapsô die 5. Septembris hor. 1. 20. poſt mediam noctem Luna in piſcium gradu 22. 12.

Tertia anno 1523 Elapſo die Aug 25. hora poſt mediam noctem 4. 25. Luna in piſcium gr. 11. 21.

Si fiat idem diſcurſus quem ſupra adhibuimus invenitur pro ſecunda Eclypſi locus medios Lunæ piſcium gr 26 50 cum proſtaphæreſi ſubtractiva 4.38. Anomaliæ gradus 74. 27. media elongatio a Sole 182. 51. Erat autem tempore ſecundæ Eclypſis Ptolemaicæ media elongatio à Sole 182. 47. & Anom. 64. 38.

Tempus æquabile inter vtrâmque erat annorum Ægyptiacorum 1388. dierum 302 Hor. 3.34 cui tempori ſecundum motus à Ptolemæo conſtitutos, reſpondent Lunationes integræ 17165 gradus 358 38. Anomaliæ verò abiectis integris circulis gradus 9.11. ſed invenit per has Eclypſes, præter integras Lunationes medias reſtare tantum grad. 0. min. 4. ergo concludendum eſt peractas eſſe Lunationes medias 17166. gr. 0. mi. 4. ergo motus Ptolemaici elongationis Lunæ à Sole deficit min. 26. pariter invenit anomaliam peregiſſe abiectis ſemicirculis, grad. 9. 49. deſunt ergo in motu Anomaliæ Ptolemaico min. 38. diſtribuantur 26 minuta, & 38. minuta diebus 506922. Horis 3. min. 34. deerunt motui elong. Lunæ à Sole quarta minuta 11. 4 43. erat Ptolemæo diurna elongatio Lunæ a Sole gr 12. 11. 26. 41. 20. 17. 59.

Huic adde min. quarta 11. 4. 43.

Fiet diurna elongatio Lunæ à Sole gr. 12. 11. 26. 41. 31. 22. 42.

Pariter ſi diſtribuantur min. 38. diebus 506952. Hor. 3. min. 34. invenientur motui diurno Anomaliæ Ptolemaico addenda eſſe minuta quarta 16. 11. 30.

Erat autem motus Anomaliæ diurnus Ptolemaicus gr. 13. 3. 53. 56. 17. 51. 59.

Adde minuta quarta 16. 11. 30.

Fiet motus diurnus Anomaliæ gr. 13. 3. 53. 56. 34. 3. 29.

Conſtituto ſemel anomaliæ motu, cuius etiam Epocham habemus nempe tempus illarum mediarum Eclypſium poterimus, ad exquiſitiorem calculum medij motus, comparare quaſcúmque Eclypſes voluerimus, præcipue vero ſeligendæ ſunt eæ in quibus Anomalia Lunæ eadem fuerit, ſic enim menſem periodicum, ſeu vt melius dicam motum Lunæ medium, ſolutum à motu ſolis habebimos. nam quæſito in vtraque Eclypſi Solis loco, habetur & locus Lunæ, & eum

vtrobique

vtrobique eadem sit Lunæ prostaphæresis vt pote Luna in eodem anomaliæ gradu constitutâ, motus eius verus à motu medio non differet, atque adeò habebitur motus eius medius sed hæc melius in exemplo patebunt.

Ptolomæus narrat Babylone observatam Eclypsin anno primo Mardocempadi Nabonassaris 27. die 29. Thoth hoc est ante Christum 721 martij 19. horâ ante mediam noctem 2 30. seu Bononiæ Hor. 6.37. & tempore æquato hora 7.

Locus Solis verus piscium gr. 23. 30.

Lunæ locus verus virginis gr. 23. 30.

Anomalia Lunæ æquata 66

Anno Christi 1621 observata est Eclypsis Lunæ à Vendelino Bethasiis in Belgio die 26 Novembris H. 15 post meridiem, Bononiæ fuit hora 15. 22. tempore æquato hora 15. 13.

Locus Solis verus in gr. 7. 9. arcitenentis.

Lunæ locus verus in gr. 7. 9. geminorum.

Anomalia Lunæ æquata 67. 36.

Intervallum fuit annorum Iulianorum 2341 dierum 244. H. 13. 38. seu dierum 854709 Hor. 13. 38 motus autem Lunæ præter Zodiacos integros est sign. 8. 13. 39. seu gr. 253. min. 39.

Constituimus autem supra mensem periodicum esse dierum 27. hor. 7 43. 5 per quem numerum divide dies 854709. Hor. 13. 38.

Quod vt fiat reducito mensem periodicum prius inventum ad secunda 2360583. Reducito item dies 854709. Hor. 13. 38 ad secunda fiuntque secunda 73846906680 hunc secundum divisito per primum fiunt menses periodiei 31283 & relinquuntur minuta sec 726123. menses periodiei 31283. efficiunt gr. 11261880 quibus addes gradus 253, min. 39. fiuntque gr. 11262133 & min 39.

Reducito ad minuta fiuntque minuta 675728019 reducito pariter 360 ad minuta fiuntque 21600. fiat regula proportionis hôc modô.

Si minuta graduum 675728019 quæ inveniuntur in 31283 mensibus periodicis adiectis gradibus 253. & m. 39 perficiuntur intra minuta secunda temporis 73846906680 quæ sunt in annis Julianis 2341 diebus 244. Hor. 13. m 18. 360 gradus seu minuta gr 21600 & invenio quæ exigent minuta secunda temporis 2360584 quæ faciunt Dies 27 horas 7. min. 43. secunda 4. 38.

Hic modus mihi videtur facillimus & minime intricatus. liberat enim motum Lunæ à motu anomaliæ Solis.

Secunda methodus non multum à superiori diversa menses periodicos non assumit, sed menses synodicos, medios quod vt meliùs fiat, nec intricetur hæc praxis determinatione parallaxium, debent assumi duæ Eclypses in quibus Solis, & Lunæ anomalia eadem sit, nonnullas huiusmodi profert Pater Ricciolius inter alias.

Chaldæi Babylone observarunt Eclypsin Lunæ anno Nabonassari 336 die 26 Thoth hora 19. 20. hoc est anno ante Christum 383. completo die 22. Dec. Hora 19. 20. post meridiem.

Alexandriæ Hor. 18. 30. Bononiæ Hor. 16. 47. & tempore æquato 16. 38.

Sol erat in 26. 35. Arcitenentis.

Anomalia Solis gr. 203. 40.

Luna erat in 26. 33 geminorum.

Anomalia Lunæ erat 230.

Secunda Eclypsis observata Aquis sextiis Anno Christi 1628. die 20 Januarij stylo novo, seu die 10. stylo veteri Hor. 9. 36 post meridiem fuit Bononiæ hora 10. 5. & æquato tempore hor. 10. $14\frac{1}{2}$.

Sol in aquarij gr. 0 min. 36.

Anomalia Solis 203. 30. deficiens à priori Anomalia min. 10.

Luna in Leonis gr. 0. min. 36.

Anomalia Lunæ 231 4. abundans vno gradu.

Tempus inter vtramque Eclypsin sunt anni Juliani 2009 dies 18 Hor. 17. 53 seu dierum 733805 Hor. 17. 53. suntque Lunationes 24849. vt ex tempore vnius Lunationis primum determinato, evincere possumus si hoc tempus per Lunationes 24849 dividamus habebimus tempus vnius Lunationis dierum 29, Hor. 12 min. 44. 3. 8. 37. 43. 12. Patet Ricciolius dividit de novo idem tempus per menses Anomalisticos sed inutiliter, quia hæc praxis circa Anomaliam nihil docet. nullaque ex ea correctio adhibetur.

Ut colligamus ergo omnia, & aliquid ad praxin deducamus evincitur mensis tam Periodici, quàm Anomalistici magnitudo.

Mensis Synodicus dier. 29. Hor. 12. 44. 3. 10.

Mensis Periodicus dier. 27. Hor 7. 43. 4. 58. 59. 45.

Mensis Anomalisticus dier 27. Hor. 13. 18. 34 30.

Non erit difficile ex his tabulas construere si enim elongationem Lunæ à Sole diurnam desideremus, instituenda erit regula proportionalis, si Luna diebus 29 H. 12. 44. 3. 10. solem assequitur seu supra solem integrum circulum absoluit quot gradibus intra diem elongabitur, & invenio gradus 12. 11. 26. 4 . 26. 29 40.

Cui si addamus motum Solis diurnum fiet medius motus gr. 13. 10. 35. 1. 18 16.

Pariter determinabitur Anomaliæ motus diurnus, hoc modo si intra dies 27 Hor. 13. 18. 34. 30 absoluuntur gradus 360. Anomaliæ, quot gradus percurrentur intra diem.

Elongatio Lunæ à Sole diurna gr. 12. 11. 26. 41. 26. 29. 40.

Medius motus Lunæ diurnus gr. 13. 10. 35. 1. 18. 16.

Motus Anom. diurnus gr. 13. 3. 53. 36. 30.

Si hos motus per 24 horas dividamus habebimus motus horarios.

Elongatio Lunæ à Sole Horaria grad. 0. 30. 26. 36 43. 15. 40.

Motus medius Lunæ Horarius grad. 0. 32. 56. 27. 33. 15. 40.

Motus Anomaliæ Horarius grad. 0. 32. 39. 44. 51. 15. 0.

Ex his facile mensium duorum trium & quatuor, motus habebimus.

P iter motus annuos: si enim motus diurnos per 365 multiplicaverimus exurgent motus annui communes, seu in annis communibus. Et multiplicando per 366. anni bissextilis.

Ex continua additione annorum fiunt tabulæ annuæ, quas hic non adhuc adhibemus donec constitutus sit motus latitudinis.

Si quis motum Apogæi desideret subtrahat motum anomaliæ à motu medio habebitque motum Apogæi, verbi gratia motus diurnus medius est grad. 13. 10. 35. 1. 18. 16. subtrahe motum Anom. 13. 3. 53. 56. 30. fiet motus Apogæi diurn. gr. 0. 6. 41. 4. 48. Et vna revolutio Apogæi annorum Ægyptiacorum 8. dierum 311. Hor. 5. 36.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Radicem motuum Lunarium constituere.

Propositione 16 ex tribus eclypsibus elicuimus medium motum Lunæ, & motum Anomaliæ pro Eclypsi intermedia verbi gratiâ Copernicus adhibita triade Eclypsium invenit tempore secundæ Eclypseos, nempe anno Christi 1522. elapso die 5 Septembris hor. 1. cum 20 min. post mediam noctem Lunam esse secundum medium motum in piscium grad 26 50 si ab eo loco subtrahas motum debitum annis 1521. Julianis absolutis, & diebus 248 horæ vni & min. 20. habebitur Epocha Christi hoc est locus Lunæ medius ineunte primo anno Christi: pariter invenit idem Copernicus hoc eodem secundæ Eclypseos tempore Anomaliæ motum esse graduum 74 27. à quo pariter si subtrahas motum anomaliæ debitum annis absolutis 1521, & diebus 248 restabit Epocha Christi.

Ricciolius Bononiæ ad finem anni 1643, seu ad 1644 ineuntem invenit medium motum Lunæ sign 5. gr. 20. 28, 23. 53.

Et motum anomaliæ sig 11. gr. 22. 15. 26. 18.

Sol autem secundum medium motum erat in sign 9. 10 54. 41.

Elongatio igitur Lunæ à Sole erit sig. 8. 9. 31. 43.

Primo pro anomalia, motus anomaliæ debitus annis 1643 est signorum 9. 11. 35. 9 quem si subtrahas ex proposito numero anomaliæ habebis signa 2. 10. 40. 17. quibus addere debes motum anomaliæ dierum decem propter differentiam Kalendariorum, qui est 4 10. 38. 59. fietque motus anomaliæ pro initio annorum Christi 6. 21. 19. 16. 58. ipse in astronomia reformata pro meridie præcedente Kal Jan. posuit 6. 22. 4. 24. elongationem Lunæ ab ariete sign. 4. 2. 3. 35. seu elongationem Lunæ à Sole 6. 24. 23. 34.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Ad quodlibet tempus motus Lunæ medios supputare.

Constitutis Epochis & constructis tabulis mediorum motuum facile ad quodlibet tempus datum, motus medios Lunæ supputabimus: primo enim excerpantur signa gradus minuta & secunda singulorum motuum, respondentia Epochæ Christi, tum ex tabula annorum absolutorum exscribantur pariter signa gradus minuta respondentia annis mensibus, diebus, minutis intereictis inter Epocham Christi & tempus propositum tum fiat summa omnium, rejectis integris circulis, hæc summa exhibebit motus omnes medios.

Hoc intelligitur si tempus propositum sit posterius Epocha si enim sit prius Epochâ collecti motus ab Epocha subtrahendi erunt.

Quia tabulæ varie concinnantur aliquæ enim proponunt elongationem Lunæ à Sole, aliæ vero motum Lunæ medium, poterimus & ex medio Lunæ motu elongationem eius à Sole colligere, si ad idem tempus Solis motum medium supputemus.

Alia quæ notanda erunt dicentur, cum de vsu multiplici tabularum erit sermo.

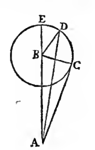
PROPOSITIO XX.

Problema.

Prostaphæreses ad singulos anomaliæ gradus definire.

Sive hypothesin Epicyclicam adhibeamus, sive vtamur eccentrico, eodem modo supputabimus prostaphæreses ad singulos anomaliæ gradus: invenimus enim supra cum Ptolomæo rationem radij circuli deferentis ad radium Epicycli vt 100000 ad 8701 Ptolomæus 8722. Pater Ricciolius 8745. ex qua sequitur maxima æquatio grad. 5. 1. ex nostra vero ita inveniemus AB sit 100000 & angulus B C A rectus uempe si linea AC fuerit tangens erit BC sinus maximæ prostaphæreseos. quæ à Ricciolio invenitur 5. 1. nostra autem erit gr. 4. min 59. 30. multi ponunt grad. 4. min. 58. sec. 26. ita vt nostra ferè media inter plurimorum authorum maximas prostaphæreses sita videatur.

Ita autem respondentes singulis anomaliæ gradibus prostaphæreses inveniemus, sit datus arcus ED anomaliæ, quæritur angulus BAD.



Cum angulus EBD duobos internis BDA, BAD sit æqualis; nempe summæ angulorum B D A, BAD. assumatur dimidius angulus EBD & erit semisumma angulorum BDA, BAD addantur latera AB, BD vt fiat eorum summa 108701. subtrahatur minus à maiori fietque differentia 101299 fiat vt summa 108701, ad differentiam 101299 ita tangens semisummæ angulorum BDA, BAD, ad tangentem semidifferentiæ, quæ subtracta à semisumma dat angulum prostaphæreticum.

Et vt facilior sit calculus debet assumi logarithmus summæ laterum seu numeri 108701, & logarithmus differentiæ 101299. addi continuo logarithmo tangentis semisummæ angulorum & ex eo aggregato logarithmorum subtrahi debet logarithmus summæ laterum, quæ omnia patent ex trigonometria.

Sufficiet

Sufficiet autem ſemicirculi tantum proſtaphæreſes determinate, nam puncta æqualiter diſtantia ab Apogæo æqualem habent proſtaphæreſin; proſtaphæreſis pariter in hypotheſi ellyptica facile inveniri poteſt vt præſtitimus cum de Sole egimus.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Locum verum Lunæ in ſyzygiis reperire.

Datum tempus apparens, in æquabile converte, oam motus ex tabulis collecti tempori æquabili aptantur, tum ex tabulis locum medium Lunæ ad tempus æquabile propoſitum inveſtiga, idem præſta circa motum Anomaliæ.

Anomalia Lunæ proſtaphæreſin convenientem exhibebit, quæ à medio motu Lunæ ſubtracta, ſi ſubſtractiva eſt, vel eidem addita ſi additiva relinquit locum Lunæ verum in Zodiaco. vel elongationem Lunæ à medio loco ſolis,ſi tabulæ elongationem Lunæ à Sole exhibent,præter proſtaphæreſin Lunæ ad idem tempus anomalia Solis quærenda eſt, & per anomaliam proſtaphæreſis, quæ etiam addita vel ſubtracta relinquit veram elongationem Lunæ à Sole.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Motûs medij Lunaris in latitudinem vltima determinatio.

Nodos in anteeedentia moveti, iam ſuprà vidimus, immò periodum nodorum, & conſequenter motum latitudinis aliquatenus determinavimus, reſtat vt vltimam eiuſdem determinationem abſoluamus multas adhibuerunt methodos Aſtronomi vt hunc motum determinarent, nempe vt cognoſcerent tempus quod Luna impendit ſecundum medium motum, ab vno nodo, ad eundem nodum; vocabitur autem hoc tempus reſtitutio motûs Lunæ in latitudinem, atque vt ordine procedamus præmittendus eſt aliquis modus obſervandi Lunæ latitudinem independenter ab Eclypſibus.

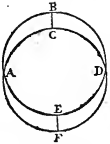
Lunæ meridianum rranſeuntis altitudinem meridianam obſervat tum locum Lunæ verum in Zodiaco, ex tabulis ſupputa & eiuſdem puncti Eclypticæ cui reſpondet Luna altitudinem meridianam ex declinatiooe punctorum Eclypticæ cognoſce, hæc ſi æqualis eſt altitudini meridianæ Lunæ, latitudo Lunæ nulla erit, ſed in nodo verſabitur ſi altitudo Lunæ minor fuerit latitudo auſtralis erit, ſi maior borealis.

Parallaxis Lunæ huic obſervationi officit, ideoque tunc maximè peragenda. eum Luna altitudinem meridianam habet gradibus ſexaginta maiorem.

Notandum item eum differentia altitudinis meridianæ Lunæ, & altitudinis meridianæ puncti Eclypticæ, eui Luna tunc reſpondet, ſumatur in circulo meridiano; latitudo autem Lunæ debet ſumi in circulo per polos zodiaci tranſeunte, ſatius eſſe vt obſervetur altitudo Lunæ nonageſimum occupantis, quamvis accuratus trigonometra poſſit facile, reductionem vnius ad aliam peragere.

Poſſet nouus adhiberi modus obſervandi, ope horologiorum pendulis inſtructorum, ſi enim dum Luna meridianum attingit reſpiciamus horam quam pendulum indicat, habebimus aſcenſionem rectam Lunæ, & conſequenter punctum Eclypticæ culmioans; & hoc totum independenter à tabulis cuius elevatio meridiana ſi æqualis fuerit altitudini meridianæ Lunæ, hæc in nodo verſabitur, ſi inæqualis fuerit, hæc inæqualitas facile latitudinem indicabit.

Quamvis hæc praxis præciſionem omnimodam non ſit adepta, ſufficiet tamen ad habendam cognitionem aliquam nodorum, & determinandum nodum aſcendentem, & deſcendentem. limitem boreum,& auſtralem Vocamus autem nodum aſcendentem eum, quem cum prætervecta eſt Luna, incipit habere latitudinem borealem, ita vt ſemicirculus inter nodum aſcendentem in conſequentia, & deſcendentem intereeptus vocetur ſeptentrionalis, & inter deſceodentem, & aſcendentem in conſequentia pariter comprehenſus vocetur auſtralis. Sit enim Eclyptica ACDF planum circuli Lunaris ABDE,punctum A erit nodus aſcendens & ſemicirculus A B D borealis; quia Luna in toto eo ſemicirculo borealior eſt Eclypticâ. punctum B erit limes boreus, puoctum D nodus deſcendens, quia poſtquam Luna eum pertranſiit; incipit eſſe auſtralior quam Eclyptica. à puncto A ad limitem B latitudo eſt borea aſcendens,à puncto B ad punctum D latitudo eſt borea deſcendens, à puncto D ad E, dicitur latitudo auſtralis deſcendens; & à puncto E,ad A vocatur latitudo auſtralis aſcendens.



Secundò obſervatio quæ neceſſario præmitti debet verſatur circa limites, nempè vt obſervemus quanta ſit maxima Lunæ latitudo. hæc habebitur ſi limite boreo initium cancri obtinente altitudinem Lunæ meridianam obſervemus, hæc enim componetur, ex altitudine meridiana ſolſtitiali, & maxima Lunæ latitudine, quare ſubtracta altitudine Solis ſolſtitiali. ex altitudine meridiana Lunæ reſtat maxima Lunæ latitudo.

Hanc obſervationem ſemper magnifecerunt Aſtronomi,

Astronomi, in eamque intenti fuerunt, nemre vt tunc Lunæ altitudinem meridianam obseruarent, cum nodus ascendens in principio arietis versaretur, & consequenter limes boreus in cancro. neque enim tunc timeri potest aliquid à parallaxi, vt pote quæ in tanta Lunæ eleuatione prorsus euanescat. Esset autem absoluta obseruatio si id in plenilunio accideret, in aliis enim locis propter duplicem illam inæqualitatem, aliquid potest erroris induci.

Ex ea maxima Lunæ altitudine colligi potest restitutio motus latitudinis & nodorum, si enim postquam maximam Lunæ meridianam altitudinem obseruasti, in altitudines eius meridianas etiam solstitiales intendas, nempe Luna primum cancri gradum obtinente, eas continuò decrescere deprehendes, rursusque crescere, donec post 18 annos rursus maxima obseruetur. vix tamen puto haberi posse præcisam restitutionem, quia vix accidet vt Luna bis inueniatur præcise in meridie in ipso primo cancri gradu & limes boreus in eodem versetur. quare ad alias praxes necessariò recurrendum esse censeo. hæc tamen sufficiet ad primam cognitionem, & quanta sit maxima latitudo: eligantur duæ Eclypses Lunares, in quibus æquales Lunæ portiones obscurentur, & versus eamdem mundi plagam, & in earum vtraque versetur Luna circa nodum eundem; duas proponit Ptolemæus.

Prima Eclypsis fuit obseruata Babylone trigesimo primo anno primi Darij Tybi die tertio ante mediam noctem dimidia hora defecitque Luna ab Austro duobus digitis.

Secunda obseruata fuit Alexandriæ Adriani nono, mensis Pathon die 16, ante mediam noctem horis 3, min. 36. Luna pariter duobus digitis defecit ad Austrum in vtraque Eclypsi Luna erat circa nodum descendendem, quod colligitur, ex motus latitudinis prima determinatione. & quia pars Australis Lunæ defecit, vmbra erat ad Austrum, & consequenter Luna borealior erat, quam Eclyptica; versabatur igitur Luna in semicirculo boreali.

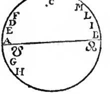
In prima Eclypsi Anomalia Lunæ fuit grad. 100. 19.

Et prostaphæresis subtractiua grad. 5.

In secunda Eclypsi Anomalia fuit grad. 251. 53.

Prostaphæresis additiua grad. 4. 53.

Certum est in vtraque Eclypsi Lunam fere æqualiter à nodo distantem fuisse, eò quòd latitudinem æqualem habuerit, colligitur autem latitudo æqualis ex obscuratione æquali, præcipue cum in prima anomalia fuerit 100 graduum, hoc est Luna fuerit distans ab Apogæo gradibus 100. 19. in secunda fuerit anomalia grad. 251. 53 hoc est fuerint vsque ad Apogæum residui gradus 98. 7 differentia autem duorum gradoum, non potest magnum errorem inducere quare secundum verum motum. eo tempore restituitur motus latitudinis. Cum ergo in prima Eclypsi prostaphæresis sit subtractiva in secunda additiva, vt ex medio motu fiat verus, è contra sit in prima additiva, in secunda subtractiva vt ex vero fiat medius motus. Sit ergo punctum A nodus descendens, B ascendens, B C A semicirculus borealis. sitque in vtraque Eclypsi Luna in D, secundum verum motum quia in prima Eclypsi vt ex motu vero, fiat medius prostaphæresis est additiva 5. graduum, sit arcus D E graduum quinque, & in secunda Eclypsi, quia vt ex vero motu fiat medius prostaphæresis est subtractiva grad. 4. 53. sit arcus D F gradunm 4. 53. eritque arcus F E graduum 9, 53. quare secundum medium motum, non est restituta Luna in eundem locum deficiuntque gradus 9. 53. tempus inter has Eclypses est annorum Ægyptiacorum 615. dierum 131. & hor. 21. 50. quo tempore medius motus latitudinis ab Hipparcho propositus non restituitur integrè, deficiuntque grad. 10. & min. 2. cum tamen deficiat gradus tantum 9. min 53. quare in toto illo tempore motus latitudinis ab Hipparcho propositus deficit min 9. quare diurnus motus latitudinis erit grad. 13. 13. 45. 39. 48. 56. quô semel ita constituto vlterius adhuc pergendum est, ad quærendas radices.



Notandum autem tam facile potuisse motum latitudinis constitui etiamsi Eclypses acciderent in eodem semicirculo circa diuersos nodos, modo tamen in vtraque Luna fuerit in eadem distantia ab Apogæo. vt melius patebit inferiùs, quamvis debeat paulo diuersa adhiberi ratiocinatio.

Æque facile etiam idem inuenietur per Eclypses circa nodos diuersos factas in quibus defecisset Luna in vna ad austrum, in altera ad septentrionem. modò essent æquales Eclypses, nam obseruata distantia Lunæ à terra eâdem clarissimum est loca vera Lunæ fuisse diametraliter opposita, atque adeo motum latitudinis absoluisse integras revolutiones & insuper semicirculum, & pariter, motus medios ex prostaphæresibus facile cognosci.

Copernicus alias duas Eclypses adhibet.

Prima fuit obseruata Alexandriæ anno Alexandri Philometoris transactâ die 27 phamenoth, horâ post merid. 14. 5 n. Cracoviæ Hor. 13. an. hoc est anno ante Christum 174. Aprilis 30. hora post meridiem 13. 20. fuit dig. 7. defecitque Luna à septentrione circa nodum descendentem.

Secunda fuit obseruata ab ipso Copernico Cracoviæ anno 1509. die 2 Junij hora post mer. 11. 36 defecerunt dig. 8. ab Austro circa nodum ascendentem, Anomalia Lunæ in prima fuit æquato tempore graduum 163. 33. & prostaphæresis subtract. gr. 1. 23.

In secunda Eclypsi Anomalia fuit grad. 159. 55. & prostaph. subtractiva gr. 1. 44.

Sit igitur prima Eclypsis circa nodum descendentem

cendentem A, & quia obumbratio fuit Septentrionalis Luna fuit australior quam Eclyptica, seu in semicirculo Australi ponatur secundum verum motum esse in G, & quia prostaphæresis est subtractiva, vt fiat medius motus debet addi. Sit ergo 1. 23. eritque punctum H locus medius Lunæ.

Jn secunda Eclypsi Luna fuit circa nodum ascendentem B, defecitque pars australis, fuit igitur Luna in semicirculo boreali, & quia defecerunt digiti 8 fuit secundum verum motum propior nodo B, quam G distet ab A, & hoc secundum id quod potest competere vni digito, nempe min. 39. in longitudin. Sit ergo punctum I locos Lunæ verus, eritque arcus S I minor quam A G sumatur AL æqualis arcui A G, eritque I L min. 30 sed prostaphæresis subtractiva addi debet vt fiat motus medius, abscindatur, ergo arcus IM grad. 1. 44. à quo si subtrahas IL min. 30. restabit LM, gradus 1. 14. puncta G & L diametraliter opponuntur, cum arcus AG, BL sint assumpti æquales, si addas arcum G H gr. 1. & min. 23. & arcum LM gr. 1. min. 14 arcus HM, seu motus latitudinis erit grad. 179. min. 51. post integras revolutiones.

Tempus inter has Eclypses fuit annorum 1683. dierum 88 hur 22. 55. & supposito annuo motu latitudinis post 13 revolutiones grad 148. 42. 45. 17. 21. huic tempori respondent præter revolutiones integras gradus 179. min. 51. ergo talis motus vt legitimus admitti debet.

P. Ricciolius duas profert Eclypses in quibus circumstantiæ fere omnes similes erant, atque adeo eas iudicat aptissimas ad motum latitudinis constituendum.

Prima observata fuit Babylone anno 2. Mardocempadi seu Nabonassaris 28. peracta die 15 phamenoth, seu anno ante Christum 720 peracto die Sept. 1. hor. 7. 40. Alexandriæ seu Bononiæ 5. 57. & æquato tempore 6. 5.

Solis locus verus Virginis gr. 0. 26. medius Virginis gr. 2. 24. Anom. 93. 10.

Lunæ verus locus Piscium gr. 0. 26. medius Piscium gr 2. 7. Anom, 158. 20.

Defecit media pars disci Lunaris à Septentrione, ergo Luna erat in semicirculo Australi.

Secunda Eclypsis observata Bononiæ anno Christi 1643. Sept 27. stylô veteri 17. hora 7. 30. 52. fuit digitorum 6 obscuratio ad boream, æquato tempore fuit Hor. 7. 29. 25.

Solis locus verus Libræ gr. 4. 29. 34. medius Libræ gr. 6. 27. 52. Anom. gr. 89. 5. 40.

Lunæ locus verus Arietis gr. 4. 29. 34 medius. Arietis gr. 3. 9. 4. Anom. gr. 195. 10.

Jn prima Eclypsi Luna distabat ab Apogæo gradibus 158. 20. in sec. 264. 50. quæ differentia est modica. in tanto præcipue intervallo.

Jntervallum temporis inter vtramque fuit annorum Iulianorum 2362. dierum 16. Hor. 6. 41. 31. seu dierum 862736. Hor. 6. 42 31. quô tempore factæ sunt Lunationes 29215. & ex motibus iam constitutis constat menses, draconticos expletos esse 31704. & hoc præcise, cum aliunde constet vtramque Eclypsin contigisse circa nodum descendentem & in semicirculo australi, eò quòd pars borealis defecerit. quare dividendo totum hoc tempus per menses draconticos 31704. invenitur magnitudo mensis dracontici dierum 27. Hor. 5. 5. 36. 0. 55.

Duas has Eclypses magnifacit P. Ricciolius, putatque accuratissimam provenire ex his latitudinis constitutionem.

Ex his facile habebimus motum diurnum latitudinis. si enim fiat regula proportionis, si dies 27. Horæ 5. &c. dant gradus 360. quot gradus dabit vna dies.

Pariter habebitur motus annuus multiplicando diurnum per 365.

Habebitur & motus menstruus latitudinis, si enim dies 27. Horæ, 5. &c. dant gradus 360. quot gradus dabit mensis synodicus seu dierum 29. Hor. 12. 44. 3. &c.

Diurnus motus latit.	gr. 13. 13. 45. 29. 28.
Horar. motus latit.	gr. 0. 33. 4. 24. 7. 55. 40.
Diurnus motus nodor.	gr. 0. 3. 10. 38. 9. 44.
Horar motus nodorum	gr. 0. 0. 7. 56. 34. 40.

Ex his facile tabulas constituemus.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

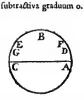
Epocha motûs latitudinis constitutio.

Ptolemæus duabus Eclypsibus similibus & æqualibus, sed prope nodos diversos celebratis Epocham motus latitudinis constituit.

Prima Eclypsis fuit secundo Anno Mardocempadi mense Thot media nocte inter diem 18 & 19. Alexandriæ 50 minutis ante mediam noctem Luna tribus digitis defecit ab Austro, igitur Luna fuit in semicirculo boreali, iuxta ascendentem nodum.

Secunda fuit 20 Darij qui Cambisi successit, anno, Epiphi inter diem 28. & 29. Alexandriæ æquato tempore vna hora & 15 minutis, ante mediam noctem. defecit pariter ab Austro tribus digitis. fuit ergo Luna borealis & iuxta descendentem nodum vtraque Eclypsis facta est circa Apogæum; in semicirculo boreali.

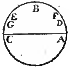
In prima Anomalia Lunæ fuit grad. 12. 24. prostaph. subtractiva graduum 0. min. 59.



In secunda Anomalia fuit gr. 2. 44. Prostaphær. subtractiva gr. 0. min. 13. Sit ergo Lunæ eccentricus A B C, nodus ascendens A, descendens C. & B limes borealis. sintque loca Eclypsium D, & E; ita vt arcus A D, C E sint æquales, cum eadem proxime fuerit distantia Lunæ à terra, in vtraque Eclypsi, & defectus æquales.

Tempus inter has observationes est annorum Ægyptiacorum 218. dierum 309. & horarum æqualium 23. 5. cui temporis intervallum respon-

det motus latitudinis graduum 160. & min. 4. abiectis integris revolutionibus. cum ergo in D,



proſtaphæreſis ſit ſubtractiva; erit additiva in E, vt ea vero motu fiat medius. Sit ergo arcus DF min. 59 erit punctum E medius locus Lunæ, tempore primæ Eclypſis, pariter adde arcui C G, proſtaphær. E G min. 13. & punctum G, erit medius locus Lunæ tempore ſecundæ Eclypſis, & arcus F G motus latitudinis graduum 160. min. 4. à quo ſi demis E G min. 13. fiet F E grad 159. 51. & addendo FD, min 59. fiet arcus D E graduum 160. 50. quibus ſubtractis à ſemicirculo ABC reſtabunt arcus AD, CE, ſimul graduum 19. 10. & A D ſolus graduum 9. 35. adde arcum D F, min. 59 In prima Eclypſi Luna diſtabat à nodo aſcendente gradibus 10. 34. & conſequenter diſtabat à boreali termino in conſequentia grad. 280. 34.

Quare ſi auferas motum latitudinis reſpondentem intervallo temporis inter hanc Eclypſin & primum annum Nabonaſſari. nempe annorum 27. dierum 17. & horarum æqualium 11. 10. quibus reſpondent motus latitudinis grad. 286. 59. relinquitur Epocha motus latitudinis pro initio Annorum Nabonaſſari gr. 354. 15. numerando in conſequentia à termino boreali.

Jta conſtitutæ ſunt à multis epochæ motus latitudinis ad initium annorum Chriſti.

Reinoldus, Initio annorum Chriſti media nocte Regiomonti erit graduum 129. 41. 50. 37. 59. 57. 13. à limite boreo

Et à nodo Aſcend. 219. 41. 50. 37. 59. 57. 13.

Lansbergius initio annorum Chriſti meridie 137. 3. 31. à limite boreo GOESÆ, & à nodo boreo 227. 3. 31.

Media autem nocte 210. 26. 18. 15. 16.

Tabulæ phyſicæ media nocte Vranoburgi, ad initium annorum Chriſti motum latitudinis ponunt 220. 13. 48.

Seu ſign. 7. gr. 10. 13. 48.

Pater Ricciolius Ad initium anni 1644. meridie præcedentis diei à nodo boreo grad. 191. 52. 27.

Idem pro eodem tempore ponit diſtantiam nodi borei ab Ariete gr. 170. min. 15. 38.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Motum latitudinis medium ad quodlibet tempus propoſitum ſupputare.

Suppoonitur radix reducta ad meridianum loci, ad cuius horam nobis ſupputandus eſt motus latitudinis medius, ſeu Lunæ diſtantia à limite boreo. Hanc Epocham eique adiunctam motum latitudinis primum ſcribe, tum motum latitudinis intervallo inter epocham, & tempus propoſitum interiecto debitum, ſubſcribito, & ſiquidem tempus propoſitum fuerit Epochâ poſterius, fiat additio Aſtronomica, ſi eam antecedebat fiat ſubtractio, & habebis motum latitudinis tempori propoſito conveniens.

Notandum autem tempus propoſitum eſſe tempus æquabile, idcóque vel prius debet æquari tempus, vel poſtquam operatio facta eſt.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Ad quodlibet tempus ſyzygiæ motum latitudinis verum reperire.

Ad tempus Pleniluniȷ, aut novilunij propoſitum, quære motum Anomaliæ, & motum latitudinis medium, per Anomaliam innoreſcet proſtaphæreſis, hæc addita, motui latitudinis medio ſi additiva fuerit, vel ab eodem ſubtracta, ſi ſubtractiva exhibet motum latitudinis verum tempore ſyzygiarum.

Extra ſyzygias addenda pariter erit, vel ſubtrahenda ſecunda proſtaphæreſis, vel proſtaphæreſis vnica ex duabus coaleſcens vt ex medio motu latitudinis fiat verus.

PROPOSITIO XXVI.

Locum Nodi borei reperire.

Poſſunt conſtrui tabulæ ad inveniendum locum nodi borei, iodependenter ab omni alio moto, conſtituendo ſcilicet aliquam Epocham & determinando motum eius tam diurnum, quam annuum. tam ſupra conſtituimus motum nodi diurnum.

Gr. 9. 3. 10. 38. 9. 44. motus diurnos.
Gr. 19. 19 41. 9. 12. 40. Anni communis
Gr. 19. 22. 52. 47. 22. 24. Anni biſſextil.

Pater Ricciolius ad initium anni 1644. meridie præcedentis diei conſtituit Epocham ſign. 5. 20. 15. 38.

Si quis eam deſideret ad mediam noctem Addat. o. 1. 35. 19. 4. 41.

Fietque ad mediam noctem ſign. 5. 20. 17. 13. 19. 4. 41. ſtylo novo.

Ea quibus facile cætera conſtituentor.

Poteſt item haberi locus nodi per motum latitudinis, diximus enim ſupra quod ſi nodi eſſent immobiles, non differret motus latitudinis à medio Lunæ motu, niſi penes terminum, quare ſi à medio motu Lunæ numerato ab Ariete, auferas motum latitudinis reſtabit diſtantia nodi ab Ariete. Sit ergo ad tempus propoſitum inventus medius motus Lunæ, ſeu eius diſtantia ab Ariete, arcus A B, ſitque nodus boreus D, & conſequenter motus latitudinis D B, aufer motum latitudinis B D, reſtabit A B diſtantia nodi ab Ariete. Ponatur Nodus boreus eſſe C, & motus medius A B minor quam motus latitudinis

dinis C B, auferatur arcus C A B non ex arcu A B, tantum sed ex arcu A B, cui adiunges integrum circulum. quare si auferas CAB, ex integro circulo relinquitur BC & AB, seu arcus ABC distantia nodi ab ariete.



Notandum autem est nodos moveri in anteecedentia, motu æquabili quamvis nonnulli velint aliquam irregularitatem etiam invehere, sine ratione.

Quod dixi de distantia nodorum ab ariete, auferendo ex motu medio, motum latitudinis medium, intelligi etiam debet, de eadem distantia nodorum, si ex motu vero Lunæ, auferatur verus motus latitudinis, & hoc tam in syzygiis, quàm extra syzygias.

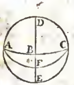
Uicissim poteris ex vera longitudine, & loco nodorum motum latitudinis concludere, si nempe ex vera longitudine auferas locum nodi, restabit motus latitudinis verus.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Maximam Lunæ latitudinem observare.

Maxima Lunæ latitudo, est maxima Lunæ distantia ab Eclyptica per circulum ad planum Eclypticæ perpendicularem, seu transeuntem per polos Eclypticæ, vt si Eclypticæ semicirculus sit



ABC eius poli D E, sitque orbita Lunæ AFC, assomatur quadrans Eclypticæ A B, ducatúrque circulus DBE, erit arcus B F maxima Lunæ latitudo, seu distantia limitis, est autem arcus B F, mensura anguli quem comprebendit planum orbitæ Lunaris cum plano Eclypticæ, is ergo angulus quæritur. certum est quod quando limes boreos initium Caneri obtinet, quod tunc altitudo meridiana Lunæ, superabit altitudinem meridianam solstitialem, latitudine maxima. Cum igitur nodus Ascendens erit in Ariete observa altitudinem meridianam Lunæ, ab eaque subtrahe altitudinem meridianam solstitij, & restabit maxima Lunæ latitudo. quia autem deberet haberi ratio parallaxis quæ nondum est constituta, vt vitetur fiat observatio, eo in loco in quo magna sit elevatio æquatoris supra horizontem.

Ita Ptolemæus observavit Alexandriæ (cuius latitudo 30. 58. & consequenter altitudo æquatoris grad. 59. 2. cui si addas gradus 23. 30. fiet elevatio solstitialis 82. 32.) elevationem Lunæ graduum 87. 32. ex qua si auferatur altitudo solstitialis 82. 32. restabit maxima Lunæ latitudo graduum 5. neglexit autem parallaxim, quæ tamen in ea observatione potest esse docum circiter minutorum. Eam communiter omnes Astronomi invariatam, & immutabilem ad Tychonem vsque retinuerunt. Potest fieri hæc observatio quando initium Cancri est in limite boreo & Luna eum occupat non præcise; sed cum aliqua distantia hinc inde, nam etiam si primum Cancri gradum limes non occupet; sed ab eo distet aliquot gradibus poterit tamen observari eius altitudo meridiana, & ex ea concludi maxima Lunæ latitudo. immo quotiescumque Luna alta est plusquam octoginta gradibus; potest concludi neglectà parallaxi maxima eius latitudo quamvis possit parallaxis vnum aut alterum minutum detrahere.

Ticho autem plurimis observationibus ait sibi constare in syzygiis maximam Lunæ latitudinem esse gradum 4. 58. 30. hoc est deficere vno minuto cum dimidio à quinque gradibus. in quadraturis vero esse gradium 5. & minut. 17. 30. Tychoni subscribunt alij pleique præcipuè verò Bullialdus, qui ait non esse recedendum in hoc negotio à Tychonicis observationibus.

Qui ergo id observare voluerit distinguat syzygias à quadris.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Tabulam latitudinis Lunæ construere.

Constitutâ maximâ Lunæ latitudine in syzygiis. nempe gr. 4. 58. 30. ita ad singulos motûs latit gradus, latitudinem Lunæ supputabis. Sit AB quadrans Eclypticæ, & A C, quadrans or-



bitæ Lunaris fiat vt sinus totus, ad sinum motus latitudinis, ita sinus anguli grad. 4. 58. 30. ad sinum latitudinis quæsitæ. supponatur verbi gratiâ motus latitudinis Lunaris esse A G graduum 60. ducatur circulus G F per Eclypticæ polos transiens, eritque consequenter angulus A G F rectus. si ergo fiat vt sinus totus anguli scilicet recti G ad sinum arcûs

AG grad.60. ita finus angoli A, seu maximæ latitudinis B C grad.4. 58. 30. ad finum gr. 4. 18. 26. quate atcus F G erit graduum 4. 18. 26. ita percutiendo singulos gradus primi quadrantis A C, habebis latitudines respondentes singulis gradibus primi quadrantis. Notandum autem latitudines respondentes singulis gradibus aliotum quadrantum, æquales esse iam inveutis pro primo quadtante, si obsetuetur eadem à nodo descendente distantia. vesbi gratia motus latitudinis 30 gradunm, & motus latitudinis 150. & 110. & 330.seu sign.1.0.sign 5.0.sign.7.0.& signa 11.0.æqualem habent latitudinem, quia fiuot quatuot triangula omnino æqualia; quare per solutionem 90. triangulotum primi quadrantis absolvitor tota tabula.

Quia tamen hæc tabula si nihil aliud addatur, esset vsui tantum in syzygiis, vt vsurpetur etiam in quadraturis addenda sunt minota proportionalia hôc modô. supputetur latitudo ad singulos primi quadrantis gradus, positá maximâ lantudine graduum 5. 17. 30. & habebis latitudinem, quæ conveniet quadraturis, à qua si auferas latitudinem vsurpandum in syzygiis, restabunt hæc minuta proportionalia, semper addenda latitudini syzygiarum, quando extra syzygias erit determinanda Lunæ latitudo, vt dicemus infra. Ex his manifestus est modus colligendi latitudinem Lunæ tam in syzygiis quam in quadris nempe per solutionem ttianguli rectanguli assumpto in syzygiis angulo grad. 4. 58. 30. & in quadris angolo gr. 5. 17. 30. In teliquis distantiis necessariò per partem proportionalem procedendum, ita vt provt receditur à syzygiis, & accedirut ad quadraturas, magis etiam accedatot ad latitudinem quadraturarum.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Quolibet tempore veram Lunæ latitudinem invenire.

Quæratur primò verus motus latitudinis ad datum tempus, vt suprà docuimus. Et siquidem fuerit tempus syzygiæ, cum hoc latitudinis motu ingredere tabulam latitudinum priùs constructam, & è regione motus latitudinis invenies latitudinem quæsitam.

Si verò fuerit Luna in quadraturis, quære latitudinem Lunæ eodem prorsus modo, ac si tunc essent syzygiæ, & inventæ latitudini adde minuta ptoportionalia, adiuncta, integra. ita habebis latitudinem in quadraturis.

Extra syzygias & quadraturas regula proportionum adhibenda est nempe eadem scrupola proportionalia quæ inventa sunt cum anomalia centri sunt etiam vsui vt habeatur id quod addi debet latitudini ordinariæ vt habeatur latitudo temporaria. eodem prorsus modo quo iis vsus es in constituenda prostaphæresi orbis. nam tabula latitudinis Lunæ habet adjunctos excessus. qui nihil sunt aliud nisi differentia latitudinis quadraturatum supra syzygialem. horum excessuum sumenda est pars proportionalis respondens scrupulis proportionalibus more consueto.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Reductio Lunæ ad Eclypticam.

Motus Lunæ hactenus descripti peraguntur in plano eccentrici Lunaris ad Eclypticæ planum quinque circiter gradibus inclinato: circulum tamen Lunæ eccentricum, in duodecim signa, dividimus, quibus easdem tribuimus appellationes, quas signis Eclypticæ solaris; cum ergo dicimus Lunam versari in tali signo & gradu, intelligimus signum, non Eclypticæ Solaris; sed Lunaris. vnde fit vt cum signa Lunaris orbitæ, non respondeant omnino, & ad amussim signis Eclypticæ, possit Luna occupare primum verbi gratia gradum vnius signi puta Tauri, & Sol occupare primum gradum Tauri in Eclyptica sumpti, non tamen erit præcise luminarium coniunctio; intelligitur enim coniunctio luminarium, cum circulus per polos zodiaci ductus per vtriusque luminaris centrum transit. quare ad hoc requiritur, vt Luna occupante determinatum Eclypticæ gradum, Sol versetur in gradu ipsi respondente per circulum longitudinis. Reductio igitur Lunæ, ad Eclypticam; nihil est aliud, nisi cognitô Lunæ locô in sua orbita, nempe signo & gradu quem vere in suo circulo occupat, determinare gradum Eclypticæ, per quem transit circulus longitudinis à Lunæ centro ad polos Eclypticæ ductus. hæc reductio 7. minuta non excedit.



Sit Eclyptica ABC, nodus ascendens A descendens C. semicirculus boreus ADC, si Luna fuerit in limite boreo D, erit tam arcus A D, quam A B quadrans circuli, ideóque tantumdem in sua orbita promovetur, quantùm in Eclyptica; idem dicendum de nodis in quibus cum vterque circulus conveniat, nulla reductione opus erit. In aliis vero distantiis aliter se res habebit. sit enim Luna in F. & ducatur per polos Eclypticæ, circulus maximus HFG, qui consequenter ad eam rectos erit, hoc est angulus E rectus erit, erit igitur latus A F, oppositum angulo recto E maius latere A E. quare in primo, & tertio quadrante reductio erit subtractiva, in secundo & quarto additiva.

In triangulo rectangulo A E F, datur hypothenusa AF, nempe distantia Lunæ à nodo A. datur angulus rectus E, & angulus EAF 5 graduum, fiat ergo secundum regulas Trigonometriæ, vt sinus totus ad sinum anguli 85. complementi anguli FAE, ita tangens hypotenusæ A F, ad tangentem lateris AE.

Vt constituatur tabula habeatur logarithmus tangentis

tangentis graduum 85. qui continuò addatur logarithmis singulorum graduum, abiecto logarithmo sinus totius, & habebitur arcus Eclypticæ respondens singulis arcubus orbitæ Lunaris pro primo & tertio quadrante differentia inter hypothenusam, & arcum ipsi respondentem in tabulam referre. vt vides.

Usus tabulæ talis erit. ingredere tabulam cum motu latitudinis, signa 0. 6. 1. 7. 2. 8. sunt in fronte tabulæ, eorumque gradus sunt in prima columna, signa 11. 5. 10. 4. 3. sunt in infima linea, eorum gradus in vltima columna concursus lineæ gradus cum columna signi exhibet id quod addendum est, vel demendum à loco Lunæ vero in orbita sua vt inveniatur gradus ipsi respondens in Eclyptica, verbi gratia sit Luna secundum motum latitudinis in signo 1. & eius gradu 7. videbis in communi concursu min. 6. 44. cum nota subtr. hoc est à loco Lunæ vero subtrahenda sunt min. 6. secunda 44. vt habeatur Eclypticæ gradus ipsi respondens; seu vt habeatur vera longitudo Lunæ. si proponeretur motus latitudinis signorum 10 vel 4. & graduum 25. totidem minuta addenda essent vero Lunæ loco in orbitâ suâ vt vera longitudo Lunæ haberetur. atque hæc est reductio Lunæ ad Eclypticam.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Artificium tabularum pure Lunarium.

Tabulæ aliæ Lunates sunt, aliæ vero mixtæ, motum scilicet Lunæ & Solis exhibentes. Primæ ad inveniendum Lunæ locum in zodiaco inserviunt, immò etiam ad inveniendam Lunæ distantiam à Sole pro quôlibet tempore assignabili, aliæ vero inveniendis syzygiis inserviunt: ita vt primo intuitu inveniatur syzygia. quæ per primas tabulas cum aliqua difficultate reperitur. seu primæ tabulæ datum tempus supponunt, at quod locum Lunæ exhibent. Aliæ verò propositam syzygiam supponunt cuius tempus investigant de vltimis propositione sequenti agemus in hac propositione priores explicabimus.

Tabulæ mediorum motuum Lunarium quatuor tantum columnas habent, quinque habere possunt. Prima columna erit medij motus Lunaris in zodiaco, seu in longitudinem initio sumptô ab Ariete. hoc est nulla habita ratione motus solaris. quia tamen illuminatio Lunæ quam præcipue inquirimus sequitur eius à Sole distantiam, immo verus eius locus propter secundam prostaphæresin ab elongatione Lunæ à Sole dependet relicta hac columnâ.

Prima columna elongationem Lunæ à Sole continet.

Secunda habebit Anomaliam Lunæ.

Tertia motum latitudinis.

Posset & alia addi motûs Apogæi Lunaris, quia tamen virtualiter in motu anomaliæ continetur omittitur hæc columna, posset haberi hic motus si ex motu medio Lunæ auferatur motus anomaliæ. immo locus Apogæi habebitur si Anomalia alicui tempori conveniens auferatur ex loco Lunæ medio.

Tabulæ autem habent primo Epochas, meridiano Lugdunensi convenientes. Quia verò vt plurimum inquirimus locum Lunæ pro meridie, apposui Epochas incipientes à meridie vltimæ diei Decembris præcedentis Kalendas Januarias. sic enim ponitur dies prout numeratur vulgariter. hoc est quia appellatio diei vulgariter est diei ineuntis & nondum exactæ, si quæramus locum Lunæ verbi gratia ad secundam diem Januarij, Epochæ incipientis à meridie dici vltimæ Decembris, motus competens duobus diebus addendus esset.

Epochæ intelliguntur vt dixi secundum tempus æquabile; initio sumpto à Kalendis Januarij Epochæ Christianæ secundum medium tempus, quod est diligenter notandum:posui & aliquas Epochas stylo novo convenientes.

Post Epochas dantur tabulæ annorum collectorum 100. 200. 300. vsque ad 1000. 1500 2000 2500. vsque ad 6000. in his habetur ratio annorum bissextilium quia anni non supponuntur Ægyptiaci, sed Juliani: ideóque in singulis centenarijs adduntur 25 anni bissextiles ideoque non habetur ratio Kalendarij correcti: neque correctionum adhibendarum.

Tertia tabula continet annos 100 primò vnum duos tres annos, vsque ad 20. exinde 40. 60. 80 100. notandum autem si numerus annorum ponendus sit adhibendam esse cautionem, vt bissextiles anni ponantur. verbi gratia si 28 annorum motus colligendi essent, non essent bis ponendi motus annorum 14. quia in annis 14 sunt 3 bissextiles, vnde si bis sumantur erunt 6 bissextiles. sed in annis 28 sunt septem bissextiles. quare primo 20 anni scribendi in quibus sunt 5 bissextiles, tum 8 anni. in quibus sunt duo bissextiles.

Quarta tabula habet motus Lunates respondentes mensibus ineuntibus, hæc autem tabula duplex est nempe mensium in anno communi, & mensium in anno bissextili, nam anno bissextili, quia additur dies mensi Februario; addendi etiam sunt motus diurni, motibus mensium anni communis.

Quinta tabula motus diurnos continet vsque ad dies 31. est autem dierum absolutorum seu perfectorum.

Sexta tabula est horarum vsque ad 24. quia autem sicut hora in sexaginta minuta dividitur, ita etiam gradus in sexaginta minuta, mutatô charactere horæ in minuta horaria, & charactere graduum in characterem minutorum, hæc tabula etiam erit apta minutis vsque ad 24.

Ultima tabula est minut. à 24 ad sexagesimum.

Constructio tabularum facilis est ex motibus mediis iam supra vltimo constitutis. habemus enim motum medium annuum, motum elongationis item annuum, motum anomaliæ annuum, motum latitudinis annuum.

Habemus item hos 4 motus diurnos. Per Additionem continuam motûs annui habetur motus duorum trium & 4 annorum, si tamen addideris motum. diurnum propter bissextum ita consequenter fit tabula 20 annorum additis tamen motibus diurnis pro singulis bissextilibus. motus an annorum duplicatus exhibet motum 40 annorum. triplicatus 60 quadruplicatus 80 annorum, sumptus quinquies 100 annorum. hic duplicatus 200 annorum erit & ita deinceps. Motus diurnus multiplicatus dat motum diurnum 31 dierum.

Quia autem menses secundum appellationem vulgarem sunt ineuntes, Januarius tam in anno bissextili, quàm in communi habebit o. Febr. sibi vendicabit motus dierum 31 exactorum, Martius in anno communi motum diurnum habebit dierum 59. in anno bissextili dierum 60. & ita de reliquis.

Motus diurnus divisus per 24. exhibet motum horarium.

Usus tabularum facilis est ad habendos pro quolibet tempore motus medios Lunæ. si enim aliquam ex radicibus, eum adiunctis motibus separatim scripseris, & sub ea annos, menses, dies, horas, & minuta vsque ad tempus propositum, simúlque respondentes motus, fiatque singulorum summa reiectis integris circulis relinquentur medij motus Lunæ. si cum Anomalia tabulam prostaphæreseon adeas, invenies competentem prostaphæresin, hæc addita medio motui Lunæ, vel ab eo detracta, locum Lunæ in Zodiaco exhibet, pariter addita vel detracta à motu latitudinis veram Lunæ à nodis distantiam reliuquit. detracta vel addita elongationi Lunæ à Sola, non facit veram distantiam Lunæ à Sole, sed tantum veram distantiam Lunæ à medio loco Solis, ideóque habenda adhuc esset ratio prostaphæresis Solis, quæ si additiva est minuit, hanc Lunæ distantiam à Sole. in consequentia scilicèt, si subtractiva auget.

Notandum item extra syzygias Lunam alteri irregularitati obnoxiam esse, sed prope syzygias hanc sufficere ad exhibendum Lunæ locum.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Artificium tabularum quibus syzygiæ inquiruntur.

Quamvis ope tabularum superiorum, inveniri possint syzygiæ, nempe tempus quô elongatio Lunæ à Sole est signorum o. o. vel signorum 6. quia tamen pluribus opus est operationibus, alias invenere tabulas Astronomi, quibus syzygiarum tempus inveniretur. quare à superioribus differunt, quod in superioribus locus Lunæ sit in quæstione, tempus autem proponatur, seu supponatur, in his verò tabulis tempus sit in quæstione, locus verò Lunæ supponatur, quæritur enim quonam tempore lineæ mediorum motuum Lunæ, & Solis concurrant.

Prima columna est epactarum, epactæ autem sunt tempus numeratum ab vltimo novilunio. seu elongatio Lunæ à Sole, non quidem sumpta in signis. & gradibus, sed sumpta in diebus horis. & minutis Epacta igitur alicuius anni est ætas Lunæ initiô alicuius anni; seu tempus quod intercessit inter mediam noctem primæ diei Januarij ineuntis, & vltimum novilunium.

Clarissimum autem est, quod datis epactis primæ diei Januarij facile dabitur tempus novilunij aut plenilunij proxime futuri. cum enim habeatur in epactis tempus à præcedenti novilunio, & aliunde sciatur tempus vnius mensis Lunaris, si epactæ subtrahantur à mense Lunari, restabit tempus quod erit ab initio anni, ad proximè sequens novilunium, aut plenilunium, si nempe ex dimidio mense Lunari epactas subtrahas.

Quia tamen non numeramus ex vsu communi dies exactos, sed ineuntes, dicimus enim primum diem Januarij, dum incipit prima dies Januarij, tempus autem quod ex huiusmodi subtractione nascitur, est dierum exactorum seu perfectorum, non ineuntium: vt calculus, modo vulgari accommodetur, subtrahimus epactas, ex mense Lunari aucto vno die, sic enim augebitur vno die tempus novilunij futuri. ponamus rem in exemplo Supponamus aliquo anno ineunte epactas esse dierum 20. Hor. 6. hoc est à diebus 20. & 6 horis fuisse novilunium præcedens. cum mensis Lunaris sit dierum 29. hor. 12. min. 44. si subtrahas dies 20. Hor. 6 ex 29 diebus &c. restabunt dies 9. hor. 6 min. 44 hoc est absolvendi sunt dies 9 horæ 6. min 44 quare cum post dies 9. absolutos incipiat dies decima. novilunium erit die 10. ineunte hor. 6. min. 44. ne igitur cogar hanc adhibere cautionem, & augere calculum meum vno die, vt fiat transitus à diebus absolutis ad ineuntes, hanc cautionem in ipsâmet tabula appono. tempus enim à quo subtrahuntur epactæ, augeo vnitate. & pro mense Lunari dierum 29 12. 44. fit subtractio ex numero à 30 dierum, horis 12 44. &c. idem dico de dimidio mense ad habendum plenilunium.

Præter epactas radicibus convenientes concipiendus est quasi motus, seu revolutio epactarum annua. sicut enim motum annuum Lunæ determinamus abiectis integris circulis, ita etiam epactas vnius anni numeramus, abiectis integris Lunationibus. sunt in anno communi dierum 365. Lunationes 12. & supersunt dies 10. hor. 15. min. 11. secunda 12. Epactæ scilicet anni communis.

Et anni bissextilis epactæ erunt dierum 11. hor. 15. min. 11. 12.

Ex his construemus tabulas vnius, duorum, trium annorum &c. Sed quoties epactæ superabunt Lunationem integram, seu dies 29. hor. 12. min. 44. &c. subtrahenda erit Lunatio. vt habeantur epactæ, seu tempus ab vltimo novilunio. Hoc modo conficitur tabula annorum absolutorum quorumcúmque.

Præter epactas annuas construendæ sunt epactæ menstruæ, vt possit haberi initiô cuiuscúmque mensis dies elapsi à proximo novilunio. vnde quia idem est initium anni ac mensis Ianuarij, ideo mensis Ianuarius nullas habet epactas, hoc est nullas superaddit epactis illius anni. Febr. autem incipiens aliquas superaddit. quia nempe mensis Ianuarius dies habet 31. subtrahe ex diebus 31. Lunationem integram, seu dies 29. hor. 12. 44. 3. 9. relinquentur epactæ Febr. dies 1. hor. 11. 15. 57. pariter quia à principio anni ad initium Martij in anno communi sunt dies 59. & duæ Lunationes efficiunt dies 59. hor. 1. 28. 6. 57. ideo subtrahenda erit tantum vna Lunatio. eruntque epactæ mensis Martij dierum 29. 11. 15. 57. in anno verò bissextili quia sunt dies 60. ab initio anni ad initium Martij; subtrahendæ sunt duæ Lunationes, & relinquuntur epactæ dierum o. hor. 22. &c. Initium Aprilis numerat dies 90. seu 3. Lunationes quibus subtractis ex 90 diebus in anno communi, & 91 diebus in anno bissextili restant epactæ anni communis diei 1. 9. 47. 51. & anni bissextilis 2. 9. 47. 51. ita operandum est in reliquis mensibus assumendo dies exactos ab initio anni, ad Kalendas illius

illius mensis & subtrahendo mensem Lunarem quoties potest.

Sæpe accidit vt positâ Epactâ Epochæ alicuius, dum continuo adduntur Epactæ annorum absolutorum, vsque ad annum propositum adduntur item Epactæ menstruæ summa excedat lunationem integram, vnde ex natura rei ex iis subtrahenda esset lunatio vt haberentur epactæ menstruæ, quæ deinde subtrahendæ essent ex lunatione aucta vnitate vt haberetur dies & hora lunationis futuræ in hoc mense. Ne duplex fiat subtractio, potest haberi primo tempus dimidij mensis aucti vno die, dimidius autem mensis est dierum 14. hor. 18. 22. 1. 34. ponuntur dies 15. hor 18. 22 eritque tempus à quo subtrahendæ sunt epactæ cum minores sunt vt habeatur plenilunium. Secundo loco ponitur novilunium auctum vno die. Tertio loco ponatur mensis cum dimidio, auctus pariter vno die, fientque dies 45. hor. 7. 6. 5. eritque tempus à quo subtrahendæ sunt epactæ excedentes 15 dies vt habeatur dies plenilunij. consequenter scribatur aggregatum duarum lunationum, addito insuper vno die. atque ita evitabis duplicem illam subtractionem.

Ut habeantur radices epactarum quære pro quacumque Epocha quam volueris, elongationem Lunæ à Sole, hanc divide per motum diurnum elongationis Lunæ à Sole vel fiat regula proportionis si gradus 12. min. 11. 26. 41. dant vnum diem, motus elongationis Lunæ inventus pro tali Epocha, quot dies, horas &c. exhibebit. ea quo vides facile ex superioribus tabulis elici posse radices epactarum. atque ita ea prima columna eliciemus quô die cuiuscumque mensis propositi sit futurum novilunium, aut plenilunium medium per solam additionem, & subtractionem.

Si desideremus media novilunia omnia in plures annos, invento semel medio novilunio mensis Januarij; addatur continuò mensis Lunaris integer, habebunturque dies & horæ ab initio anni quibus accident novilunia media. cum numerus dierum superabit 365 abiicientur dies 365. cautio item adhibenda erit in annis bissextilibus, vt ea calculo dematur vna dies. post 24 Februarij.

Tabulæ epactarum vt iam dixi Sola media novilunia, & plenilunia exhibent. nempe tempus quô lineæ mediorum motuum Solis, & Lunæ concurrunt. vt habeantur vera novilunia, quærendæ sunt prostaphæreses Lunæ & Solis, hæ autem haberi non possunt nisi per Anomalias, ideoque adduntur duæ columnæ Anomaliarum Solis, & Lunæ quibus determinari possunt veræ syzygiæ. quia autem ad determinandas Eclypses, præterea requiritur motus latitudinis additur quarta columna motus latitudinis, immo & quinta exhibens locum solis ab ariete, qui requiritur ad determinandam parallaxin Lunæ aliasque circumstantias.

Ad aptandos istos motus vt par est habendi sunt 12 aut 13, menses Lunares singulis autem additur anomalia Solis conveniens; anomalia Lunæ, motus latitudinis Lunæ, & motus Solis medius. Hi autem motus in tabulis superioribus facile inveniuntur, nempe si quæras quantum Sol moveatur secundum Anomaliam, intra dies 29. hor. 12. m 44 sec. 3. tertia 9. quantum Luna secundum Anomaliam, vel motu latitudinis, vel Solis ab æquinoctio: quare habebis 13 menses Lunares, cum adiectis motibus, ope huiusmodi tabulæ tredecim mensium, ita reliquos motus aptabis epactis. Incipiamus ab annis.

Motus Anomaliæ Solis annuus idem erit ac motus Anomaliæ Solis duodecim mensium Lunarium, quia in annu sunt tantum duodecim Lunationes, & in hac tabula non habetur ratio motuum exactorum a novilunio. in hoc enim est præcipuum artificium huius tabulæ. idem dicito de motu Anomaliæ Lunaris, de motu latitudinis & motu Solis ab ariete.

Pro duobus annis addantur iterum motus competentes 12 mensibus Lunaribus.

Pro tribus annis addantur motus competentes 13 Lunationibus, eò quòd intra 3 annos inveniantur 37 Lunationes. in quo vides tertium annum habere tredecim Lunationes ex collectione epactarum præcedentium.

Pro quatuor annis iterum addes motus competentes 12 Lunationibus, & ita consequenter operaberis, totamque perficies tabulam 20. annorum Animadvertes autem facile ea columna epactarum iam constitutâ, quandonam vnus mensis addendus erit, vt quia epactæ duorum annorum sunt dierum 21. 6. 22. & vnius anni sunt dierum 10. 15. 11. &c quæ simul faciunt vnum mensem ideo tertio anno addenda erit decima tertia Lunatio. idem præstandum sextô annô, & nonô vndecimo, decimo quarto, decimo septimo. vigesimo. potest continuari hæc tabula ad 100 annos, quamvis possit sufficere ad vigesimũ vsque.

Ex his vides motum anomaliæ solaris annuum in hac tabula, non esse motum totius anni, sed anni tantum Lunaris seu 12 mensium, aut 13 neglectô motu competenti epactis. v. g primus annus exhibet motum anomaliæ tam Solis quàm Lunæ, motum latitudinis, & motum Solis duodecim mensium Lunarium, neglectis motibus qui respondent epactis. Sensus igitur est motum anomaliæ solaris annuum esse signorum 11. 29. 16. & insuper esse gr. respondentiũ diebus 10. hor. 15. &c.

Eodem modô operandum erit pro tabula mensium tam in anno communi quam bissextili: Janvarius nullos motus exhibet, quia cum menses ineuntes numeremos, idem erit initium anni, & mensis Janvarij.

Mensis Februarius exhibet motum anomaliæ vnius mensis, quia Janvarius vnicam habet Lunationem. Martius in anno communi ab initio anni numerat dies exactos 59 qui dies non efficiunt duas Lunationes sed vnicam. ideoque iidem motus repetuntur qui Februario fuerant concessi. In anno vero bissextili quia initium Martij supponit dies 60 exactos, adscribendi erunt motus duarum Lunationum, & ita consequenter aliis mensibus assignandi erunt motus Lunationum exactarum à principio anni ad eorum initium. neglectô motu qui respondet epactis.

Sequitur tempus à quo subtrahuntur epactæ. pro primo plenilunio appones motus omnes dimidij mensis Lunaris pro novilunio motus Lunationis integræ, secundo plenilunio dierum 45. assignabis motus respondentes vni Lunationi cum dimidia, & ita consequenter.

Epochæ ita constituuntur quæratur ad Epocham propositam v. g. ad initium anni Christi 1401. motus Anomaliæ Solis, Lunæ, motus latitudinis. Et locus Solis medius ab ariete. hos motus facile habere potes ex primis tabulis, quia autem

Epactæ

Epactæ sunt dierum 15.hor.12.37.26.subtrahe à motibus inveotis,motus respondentes diebus 15. horis 12.37.26.sic enim habebitur Anomalia Solis,& Lunæ, motus latitudinis & motus Solis ab æquinoctio respondens medio novilunio præcedenti Epocham Christi,eodem modo habere potetis motus anni 1421. vel addendo epactas annorum 20, epactis anni 1401. exurgunt epactæ anni 1421. modo non superent Lunationem integram & addendo motus reliquos respoodentes 20 annis motibus anni 1401 habebuntur motus respondentes plenilunio antecedente proxime initium anni 1421. si vero epactæ superent Lunationem integram ab iis Lunatio subtrahenda erit.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Vsus tabularum, seu quôlibet mense invenire tempus medij novilunij & plenilunij, vna cum Anomaliis Solis, & Lunæ, motu latitudinis & motu Solis medio prædicto tempori respondente.

In exemplo vsus tabulatum manifestus fiet. proponatur plenilunium Eclypticum anno 1612. mense Mayo stylo veteri.

Epactæ Dies. H. mi. Se.	Anom. Solis Sign. gr. mi. Se.	Anom. Lunæ Sig. gr. mi. Se.	Mot. lat. Lunæ Sig. gr. mi. Se.	Mot. Solis ab ariete Sign. grad. mi. Se.
6. 20. 11. 45	6. 8. 2. 20	1. 24. 48. 14	0. 1. 53. 27	9. 13. 42. 4
0. 20. 8. 52	11. 28. 22. 50	9. 1. 4. 8	7. 1. 11. 30	11. 28. 31. 5
2. 21. 5. 47	3. 26. 25. 23	3. 13. 16. 0	4. 2. 40. 56	3. 26. 25. 37
	0. 14. 33. 10	6. 12. 54. 30	6. 55. 20. 7	0. 14. 31. 12
10. 15. 24. 24	10. 57. 23. 43	8. 22. 2. 52	5. 21. 6. 0	1. 23. 11. 58
15. 18. 22. 2				
5. 4. 57. 38				

1.Radix 1601. 2.Anni 11. Mayus bissex. 3. Epactarum summa. 4. Tempus a quo subtrahuntur epactæ 5.Plenil.medium 6.Plenilunium Mayj.

Excerpatur ex tabulis radix quæ proxime minor est anno proposito, nempe annus 1601. scribanturque omnes cyfræ illius radicis,singulæ sub suis titulis quia autem desunt 11 anni vt fiat annus 1612, scribantur anni 11. cum suis omnibus cyfris. addatur & mensis Mayus bissextilis, eò quod annus sit bissextilis, fiat epactarum summa intactâ adhuc anomaliâ Solis & Lunæ, motu latitudinis &c.

Quæratur tempus à quo subtrahendæ sunt epactæ, quod tempus maius esse debet summa epactarum. ponatur ergo primum plenilunium, dierum 15 horarum 18.22 2. scribanturque motus anomaliæ Solis,& Lunæ,motus latitudinis,motus Solis respondentes tali tempori.

Fiat subtractio summæ epactatum, à tempore proposito,restabunt.dies 5.horæ 4 57.38.medium ergo plenilunium erit die quintâ Mayj. hora 4. post mediam noctem, cum minutis 57. 38. ratio clara est. initiô Januarij 1610, epactæ sunt dierum 6. horæ 20. hoc est à diebus 6 & 20 horis fuit novilunium anni autem 11. præter integras Lunationes habent 20. horas. & à principio anni ad initium Mayj anoo bissextili præter integras Lunationes sont dies 2. horæ 21.quare summa epactarum, erit ætas Lunæ initio Mayj. hoc est erunt dies 10. horæ 15. &c. Sed à novilonio ad plenilunium sunt dies 14 horæ 18. absoluti & ineuntes dies 15. hor. 18. fiat ergo subtractio, & habebitur dies, hora & minut. plenilunij medij.

Fiat additio reliquorum motuum, & habebitur anomalia Solis, & Lunæ,&c. respondentes prædicto tempori,pleniluoij medij.

Cùm enim anomalia Solis radicis 1601, sit ea anomalia quam habuit Sol in præcedenti novilonio,& motus anomaliæ 11 annorum,sit tantum ille qui respondet Lunationibus integris. idem dicendum de anomalia mensis Mayj. habebitur si barum trium linearum fieret summa anomalia respôdens novilunio præcedenti Kalendas Mayas anni 1612. quæritur autem anomalia respondens plenilunio consequenti;ideoque si addatur motus anomaliæ solaris,dimidij mensis,habebitur motus anomaliæ respondeus plenilunio mensis Mayj. quod erat ostendendum.idem dicendum de anomalia Lunari,motu latitudinis, & motu Solis ab æquinoctio.

Ex his vides solam primam columnam sufficere ad medias syzygias investigandas & cum cycli Lunares, syzygias tantum medias exhibeant, in prima columna fundari debent omnes periodi Lunares: columnæ anomaliæ Solaris,& Lunaris ad inveniendas veras syzygiæ sunt additæ. columna motus latitudinis ad determinandas Eclypses.locus Solis exhibet locum Lunæ in syzygiis.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

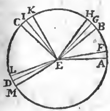
Determinatio veræ syzygiæ.

Media syzygia est cum lineæ mediorum motuum Solis,& Lunæ concurrunt hoc est si Sol,& Luna in eodem plano moverentur, lineæ mediorum motuum eandē lineam efficerent seu in noviluniis eadem linea à centro terræ per medium Lunæ locum ducta,medium item Solis locum attingeret;in pleniluniis verò linea à medio Lunæ loco per centrum terræ producta,in medium Solis locum diametraliter oppositum incideret. quia tamen Sol,& Luna in diversis planis moventur lineæ mediorum motuum Solis, & Lunæ nisi in nodis præcise non concurrunt,& in vnam lineam coalescunt. dicuntur tamen concurrere, quando eundem gradum occupant nempe linea medij motûs Solis in Eclyptica, & linea medij motûs Lunaris in plano,orbitæ Lunaris vtrumque enim circulum in signa & gradus dividimus;quare medium erit novilunium dum medius motus vtriusque syderis similem gr. occupabit in suo circulo.

Medius motus vt iam diximus fictitius est, mediusque inter incitatum, & tardum quare liter coocurrant, secundum medium motum luminaria;

luminaria, non propterea verè & realiter coniungentur. obſtante ſcilicet proſtaphæreſi vtriúſque ſyderis, quæ aut veram coniunctionem nonnunquam retardabit, aliquando incitabit, priorémque reddet ſyzygia media. quæritur ergo methodus differentiam temporis inter mediam. & veram ſyzygiam, determinandi, & an additiva, aut ſubtractiva ſit dignoſcendi. quod ſequentibus regulis enucleabimus, quæratur ergo vtriúſque ſyderis proſtaphæreſis ope Anomaliæ. diligenterque notetur ſpecies vtriúſque an ſcilicet additiva, an ſubtractiva ſit.

Prima regula. Si vtráque proſtaphæreſis fuerit eiuſdem ſpeciei & æqualis media ſyzygia, non differet à vera, ideóque habetur per ſuperiorem propoſitionem tempus veræ ſyzygiæ. Sit enim Zodiacus ABCD. cuius centrum E, ſitque linea E A, linea medij motûs vtriúſque ſyderis; ponatur proſtaphæreſis Solis eſſe additiva. verbi gratia duorum graduum, & conſequenter linea veri motus EF. ſupponatur item proſtaphæreſis Lunæ eſſe additiva, duorum graduum, linea veri motus Lunaris coincidet cum linea E F. ergo lineæ veri motus ſyderum concurrent, ſeu eo tempore vere coniungentur ſydera. idem dicendum ſi vtráque proſtaphæreſis fuerit ſubtractiva.



Si vtráque proſtaphæreſis additiva ſit, maior à minori ſubtrahatur, vt habeatur diſtantia luminarium. ſi proſtaphæreſis Solis maior ſit, Luna ſequetur Solem. atque adeò differentia temporis additiva. Si Lunaris maior fuerit Luna antecedet Solem, & conſequenter ſyzygia iam acciderit. Sit linea medij motûs vtriuſque ſyderis E B. ſintque proſtaphæreſes BG, BH additivæ, minor BG ex maiori BH ſubtrahatur, reſtabit G H, diſtantia ſyderum ſi Solis proſtaphæreſis maior nempe BH, Luna ſequetur Solem, atque adeò reſtabit illi arcus GH perficiendus vt Solem aſſequatur, tardior ergo erit vera ſyzygia quam media. è contra ſi Lunæ proſtaphæreſis maior fuerit Luna Solem antecedet, & iam anteà cum eò coniuncta fuerit, quare vera ſyzygia ante mediam accidet.

Tertia ſi vtraque proſtaphæreſis ſubtractiva ſit, minor à maiori ſubtrahatur, vt habeatur ſyderum diſtantia. ſi Lunaris maior fuerit Luna ſequetur Solem, & differentia additiva erit. ſi fuerit minor, Luna antecedet Solem. atque adeò differentia temporis, inter mediam, & varam ſyzygiam erit ſubtractiva Sit enim linea mediorum motuum EC, & proſtaphæreſes CI CK. ſubtractivæ. ſi minor C I, ex maiore C K ſubtrahatur, reſtabit arcus KI ſyderum diſtantia. ſi Lunæ proſtaphæreſis fuerit maior nempe CK, Luna ſequetur Solem. Si verò minor vt C I, Sol ſequetur Lunam CK.

Quarta ſi proſtaphæreſes fuerint diverſæ ſpeciei hoc eſt vna additiva altera ſubtractiva addantur, vt habeatur ſyderum diſtantia. ſi Lunaris ſubtractiva fuerit Luna ſequetur Solem, ſi additiva antecedet. vt ſi linea mediorum motuum fuerit ED, ſitque DL proſtaphæreſis Lunæ ſubtractiva, & D M additiva Solis. ſi addantur habebitur arcus LM, & Luna ſequetur Solem.

Jn exemplo melius tota hæc doctrina innoteſcet. ſit propoſitum plenilunium medium Anno 1612. Mayi 5. hor. 4. 57. 38. quæritur plenilunium verum.
Anom. Solis ſign. 10 17. 23. dat proſt. Add. gr. 1. 21. 15.
Anom. Lunæ ſign. 8. 22. 2 dat proſt. Add. g. 4. 56 38

Minor à maiori ſubtrahatur reſtabit diſtantia ſyderum 3. 35 23. & quia Lunæ proſtaphæreſis Additiva eſt & maior. Luna antecedet Solem quare tempus erit ſubtrahendum, cum Luna prætergreſſa ſit per tres gradus ideóque iam Luna Solem aſſecuta fuit. conſule tabulam motus horarij Lunæ, Invenies Lunam ſupra Solem moveri tribus gr. min. 35 23. intra horas 7. mi 4. 6. ſubtrahe ergo ex tempore medij plenilunij nempe diei 5 hor 4. 57. 38. horas 7. 4. 6. habebis verum plenilunium die 4. hor. 21. 53. 32.

Jn hunc modum invenies veram ſyzygiam obſervatis ſuperioribus regulis.

Quia tamen inter ea hoc eſt intra tempus 7 horarum, mutantur Solis & Lunæ anomaliæ, & conſequenter proſtaphæreſes. & ſyderum diſtantia inde fit vt correctio adhibenda ſit. nam Anomaliæ ſuperiores reſpondent tempori medij plenilunij; habetúrque diſtantia Lunæ à Sole pro momento medij novilunij. inquiritur exinde tempus quod Luna impendere debet, vt Solem aſſequatur, Luna autem prope Apogæum lentius procedit, prope perigæum velocius fertur, Sol item prope perigæum velocior eſt, quàm circa perigæum, quare motus verus elongationis Lunæ a Sole, irregularitati duplici eſt obnoxius: quamvis autem in tàm exiguo tempore differentia inter medium & verum motum Solis negligi poſſit, non poterit diſſimulari motus Lunaris irregularitas.

Duplici viâ tempus proſtaphæreticum ſeu diſtantiam inter momentum veræ, & mediæ ſyzygiæ inquiremus prima erit ope tabulæ alicuius horariæ indicantis motum Lunarem verum horarium, pro ſingulis anomaliæ partibus. ponam autem motum Lunæ à Sole.

Conſtructio tabulæ ſupponit medium motum horarium Lunæ à Sole eſſe gr. 0. mi. 30. ſec. 28. tert. 27. Anomaliæ gr. 5 2. 40. Jncipiamus à primo grad. anomaliæ in quo proſtaphæreſis erit 0. Supponamus Lunam moveri per vnam horam, medio motu Luna perficiet min. 30. 28. 27. Sed intra horam creſcit anomalia min. 32. 40. Et in fine primi grad. anomaliæ proſtaph. ſubtractiva eſt mi. 5. 4 dic ergo ſi vnus grad ſeu 6 min faciunt proſtaph. min. 5 4. min. 32 exhibebunt proſt min. 2. 1. quare in primo gradu anomaliæ motus horarius aufert min. 2. 4 t. ex medio motu qui erat 30. 28. 37. erit ergo motus horarius Luna obtinente primum gradum anom. min. 27. 43. ita operaberis in reliquis attendendo ad mutationem proſt. in ſingulis gradibus anomaliæ, ſi enim accidat vt in mutatione ſemigradûs anomaliæ. proſt. maneat eadem, motus verus Lunæ à medio non differet ſi proſtaphæreſis fiat maior ſubtractiva, differentia proſtaphæreſeon erit id quod auferendum erit à motu medio horario; vt habeatur verus pro tali anomaliæ gradu. ſi proſt. decreſcat, & ſit ſubtractiva differentia proſtaphæ-

aeſeon addenda erit motui medio horario E cõtra creſcente proſtaphæreſi additiva mot⁹s verus horarius, maior eſt medio: decreſcente minor. ita conſtrues tabulam quam etiam habes eum teliquis. Motus horarius verus Lunæ.

Uſus tabulæ faeile intelligitur: inventâ enim ex proſtaphæteſibus luminarium diſtantiâ, conſule tabulam ſupetiorem, quam adibis, eum anomaliâ Lunæ invento motu horario pro tali anomalia. regulam proportionum inſtitues, vt in hoc exemplo anomalia Lunæ erat ſign.8. 22. motus horarius huic reſpondens, eſt min. 30. 48. diſtantia luminarium inventa eſt gr.3.35.23. fiat ergo regula trium ſi min.30. 48. dant vnam hoaam ſeu 60 minota gradus 3. min. 35. 23. quot minuta tribuent: & habebis differentiam inter tempus mediæ, & veræ Syzygiæ.

Aliter ſine alia tabula præterquam mediorom motuumidem præſtare poteris hoc modo. Inveni tempus proſtaphæreticum ope tabularum mediorum motuum vt ſupra inveniſti eſſe horarum 7.min.4. 6. quod quidem tempus non erit adhuc eaactum, ſed quaſi primò æſtimatum quære in iiſdem tabulis quantum prædicto tempore moveatur Anomalia Solis, & Lunæ vt vides in exemplo,

	Anom. Solis			Anom. Lunæ		
	min.	Se.	Tert.	gr.		
Hor. 7.	17.	14.	56.	3.	48.	38.
min. 4.		4.	55.		2.	11.
ſec. 6.			15.			3.
	17.	20.	6.	3.	50.	52.

& quia tempus ſubtractivom eſt, eò quod Luna antecedat Solem, ſubtrahendi ſunt hi motus ab anomaliis Solis; & Lunæ, vt habeantur anomaliæ æquatæ, ſeu potiùs anomaliæ pro tempore veræ Syzygiæ æſtimatæ. nempe Solis Anom. ſig 10. 17.6.43 Et Lunæ ſign. 8. 18 12.0. quærantur aliæ proſtaphæteſes inveniesque ſimili methodo aliud tempus proſtaphæreticum nempe

Solis Addit.	1.	21.	40.	ſubtrabo
proſt.	4.	53.	48.	
Lunæ. Addit.				
Syderum diſtantia	3.	32.	8.	
tempus proſtaph.	7.	2.	32.	

hor.7.2. 32. differens à priore vnico tantum minuto. ſi differentia maior eſſet poſſet ſecunda æquatio adhiberi ſimili methodo. nempe quærendo quantum anomalia præcipue Lunæ mutetur hoc tempore, & ſubtrahendo gradus inventos à prima Lunæ anomalia, ea nempe, quam habuit tempore mediæ Syzygiæ habebis anomaliam veræ Syzygiæ, ex qua erues aliam proſtaphæreſin, quod aliquando bis præſtare oportet ſaltem in Lunæ anomalia, vt eaacta ſit correctio atque hoc modo habebis veras Syzygias.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Verum motum latitudinis & veram latitudinem determinare, pro tempore veræ Syzygiæ.

Ex ſuperiotibus praaibus, vna eademque operâ & methodo, habuimus motum latitudinis medium ſcilicèt reſpondens tempori mediæ Syzygiæ. habendum eſt primo medium reſpondens veræ Syzygiæ, cui addendo vel ſubtrahendo proſtaphæreſin Lunæ, quæ iam habetur ex ſuperiori propoſitione exorget verus motus latitudinis pro tempore veræ Syzygiæ. res in exemplo erit manifeſta.

In plenilunio medio anni 1612. mayj 5. H. 4. 57. 38. Luna motum latitudinis medium habuit ſig 5 21. 6. 0. tempus proſtaphæreticum ſubtractivum hor.7. 2. 32. motus latitudinis huic tempori

		gr.	min.	Sec.
Hor. 7.		3.	51.	33.
Min. 2.			1.	6.
Se. 32.				18.
		3.	52.	57.

reſpondens inveoltur facile in tabula horaria Lunæ oempe gr. 3. 52. 57. & quia tempus ſubtractivum eſt ſubttahi debent ea ſignis 5. 21. 6. 0. reſtabunt ſign. 5.17. 13. 7. nempe motus latitudinis medius pro tempore veræ Syzygiæ: erat autem proſtaphæreſis Luoæ vltimo invenra additiva graduum 4 51 48. addatur ergo hæc proſtaphæreſis & erit verus motus latitudinis ſignorum 5. 22. 6. 55. reſpondens tempori veræ Syzygiæ nempe anno 1612.mayj 4.H.21.53.32.

Cum hoc motu latitudinis adi tabulam latitudinis, latitudo reſpondens ſignis 5. 22. 7. Erit gr. 0. min. 41. Vel cum diſtantia à proximo nodo nempe gr. 7 53. poteſt per trigonometriam haberi vera Lunæ latitudo. habetur tabula latitudinis Lunæ.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Locum Lunæ verum in Syzygiis reperire.

Vltima tabularum columna quæ locum Solis exhibet, locum etiam Lunæ facile determinabit. in penultima propoſitione habuimos locum Solis medium pro tempore medij novilunij. nempe ſign.1.23.11.58. tempus proſtaph. eſt horarum 7.

		Min.		
Hor. 7.		17.	14.	56.
Min. 2.			4.	55.
Sec. 32.			1.	19.
		17.	21.	10.

min. 2. ſec. 32. Sol movetur medio motu intra prædictum tempus min. 17. 21.10. quæ ſobtrahi debent, eò quod tempus ſit ſubtractivum, erit ergo medios motus Solis tempore veræ Syzygiæ 1. 22.54. 37. huic motui medio adde proſtaphæreſin Solis 1.21.40.& habebis ſign.1.24.16.17.verus locus Solis tempore veræ Syzygiæ. & conſequenter locus Lunæ diametraliter oppoſitus. ſignorum 7.24.16.17. Sunt aliæ multæ propoſitiones ad Eclypſes præcipue pertinentes, quæ conſtitui non poſſunt niſi determinata Lunæ & Solis parallaxi, diametris apparētibus aliiſq; accidētibus minùs præcipuis, de quibus agemus libro ſequenti reſtat vt ſecundã Lunæ irregularitatē explicemus,

vt

vt Lunæ locum etiam extra Syzygias quolibet tempore inveniamus.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Secunda Lunæ inæqualitas.

Irregularitas seu Anomalia Lunæ, de qua hactenus egimus, sola sufficit, ad explicandum Lunæ motum in Syzygiis, seu in novilunio & plenilunio, ita vt si secundùm eius regulas motus Lunæ verus eliciatur; is cum observationibus conveniat, ex quo fit vt Lunationes veræ, & Eclypses omnes illius ope prædicantur. quod si extra Syzygias calculum veri motûs Lunaris ineas, solamque Anomaliam primam adhibeas, & prosthaphæresi exhibita, motum medium, in verum convertas, motus Lunæ supputatus, ab observato abludet, eritque dissensus supputati & observati eò maior, quò Luna quadraturis fuerit propior.

Ut autem hic dissensus manifestus fiat. Si supponatur Luna in gradu Anomaliæ 95 aut 96. vel in 265. circiter hoc est in mediis distantiis, in quibus prima anomalia exhibet prosthaphæresin maximam, si fuerit Luna in Syzygiis hæc erit graduum 5. circiter, si fuerit in quadraturis erit graduum 7.30.differentia erit duorum graduum & min.30.

Si Luna fuerit in Apogæo, aut perigæo primæ anomaliæ prosthaphæresis nulla est sive tunc sit in quadraturis, sive in Syzygiis. quod diligenter notandum est nempe evanescente prima inæqualitate evanescere secundam quod diligenter notandum est; & fuit vsui ad inveniendam periodum primæ Anomaliæ, cum enim Luna est in Apogæo motus eius verus tardissimus est, quando in perigæo velocissimus, cum ergo tunc evanescat, secunda inæqualitas restat signum anomaliæ primæ testitutæ integrum, & intactum, si nempe observetur, quando Luna velocissima, est aut quando tardissima.

Sequitur item ex eo, evanescere & fere nullam esse inæqualitatem secundam toto illo mense, quô Syzygiæ accidunt circa medias longitudines, quia quadraturæ accidunt circa Apogæum, & perigæum, atque adeo cum nulla sit prosthaphæresis secunda, quæ maxima esse deberet. consequentibus vero mensibus quibus sensim quadraturæ ab Apogæo, & perigæo recedentes fiunt propiores mediis longitudinibus, augebitur inæqualitas secunda, prosthaphæresesque maiores exhibebit.

Periodus Anomaliæ secundæ erit dimidij mensis, absoluitur enim dum Luna est in Syzygiis. cum ergo bis in mense Luna inveniatur in Syzygiis, nempe semel in novilunio, & semel in plenilunio: vna periodus à novilunio ad plenilunium perficietur, alia verò, à plenilunio ad novilunium.

Diversimodè inquiritur à mathematicis locus Lunæ extra Syzygias, nonnulli locum Lunæ quærunt, codem prorsus modo, ac si esset in Syzygiis, quem locum corrigunt, per secundam Anomaliam seu irregularitatem.

Observari autem debent sequentes regulæ. Prima si linea synodica, aut potius si Sol fuerit in semicirculo Anomaliæ Lunaris, Apogæum continente, seu in primo, aut quarto eius quadrante, prosthaphæresis secunda, seu menstrua à novilunio ad plenilunium, subtrahenda est à loco Lunæ primo æquato seu à loco Lunæ æquato sicut si Luna esset in Syzygiis, qui ab aliquibus vocatur verus Lunæ locus fictus, eo quod sit tantum æquatus ex suppositione, quod Luna sit in Syzygiis; additur verò eadem prosthaphæresis secunda loco Lunæ primo æquato, à plenilunio ad novilunium.

Si Sol fuerit in Anomaliæ Lunaris semicirculo continente perigæum, contrarium observandum est, nempe à novilunio ad plenilunium, prosthaphæresis secunda addenda est loco Lunæ primo æquato, subtrahenda à plenilonio ad novilunium.

Ex hac regula concluditur non semper in quadraturis, locum Lunæ, verùm magis differre à medio, quam extra quadraturas. ponatur enim quadratura in media longitudine, seu in fine primi quadrantis Anomaliæ. prima prosthaphæresis erit subtractiva graduum 5. quare locus Lunæ primo æquatus minor erit motu medio 5 gradibus hoc est secundùm primam Anomaliam. supponatur Sol in perigæo Lunari, atque adeò addenda erit secunda prosthaphæresis loco ficto, quæ cum sit in quadraturis gr.2. 40. proveniet locum verum Lunæ. minus ergo differet locus Lunæ verus à medio, in hac quadratura quæ secunda erit, quam si essent Syzygiæ quod est diligenter notandum, quia pleræque hypotheses, id non exhibent, satis bene, quamvis enim inveniatur quantitas secundæ prosthaphæreseos, non determinant quandonam sit subtrahenda à loco ficto, aut eidem addenda sed supplendum est ex regula vniversali.

Alter modus quô quæritur locus Lunæ verus, extra Syzygias; non investigat locum Lunæ ex suppositione, quod sint Syzygiæ, sed vnam quærit prosthaphæresin, qua locus Lunæ medius immediate corrigatur, in quo semper habenda est ratio elongationis Lunæ à Sole, immò notat Tycho meliùs calculum procedere, si vera Lunæ distantia à Sole assumatur, quam si per medium Lunæ & Solis locum prosthaphæresis determinetur.

Notarunt item omnes Astronomi, distantiam Lunæ à terra, tunc esse maximam, quando quadratura in Apogæum incidit, minimam verò cum in perigæum.

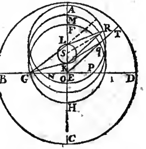
Diversas & multiplices motus Lunaris hypotheses, Astronomi præsertim recentiores proponunt, quibus hæc secunda Anomalia explicetur, prima enim per eccentricum, aut per Epicyclum motum Lunæ, in Syzygiis satis exquisite determinat, at verò extra Syzygias nulla est quæ omnino satisfaciat, & in qua acquiescere liceat. cuius rei signum manifestum habebis si per diversas hypotheses verum Lunæ locum investiges, dissidium enim invenies, vnius, & sæpe duorum graduum, ferè quanta est hæc secunda irregularitas: quæ duos gradus & 40 minuta non excedit. non omnes proponemus hypotheses id enim nimis longum foret, sed vnam tantum, aut alteram ex facilioribus, quibus Lunarem calculum alligabimus.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Prima Lunæ hypotheſis.

Hanc primam Lunæ hypotheſin refert P. Ricciolios Almageſti libro 3 camque non vt perfectam, ſed tantum vt commodam ad determinandum motus Lunaris calculum extra Syzygias proponit. Eruitur hæc hypotheſis à communi eccentrici Syſtemate, ſuponitque Lunæ locum in Syzigiis ſatis exacte, per eccentricum explicari poſſe. deſcribatur igitur Zodiacus ABCD, cuius centrum E. idem ac centrum terræ. ſitque eccentricus Lunaris F G H I cuius centrum K, eccentricitas EK, ea quam Lunæ orbita in Syzigiis obtinet. ſitque partium 8745 qualium ſemidiameter KF, eſt partium 100000. ſicque K E erit æqualis ſinui graduum 5. 1. ſeu maximæ proſtaphæreſis, quam Luna in Syzygiis ſortitur, aſſumatur linea EL partium 13052, nempe æqualis ſinoi Lunæ proſtaphæreſis in quadraturis nempe grad. 7. 30. deſcribatur ex centro L intervallo LM, quod ſit æquale lineæ KF, eccentricus MNOP, qui non tam erit alius eccentricus, quàm prior tranſlatus, vult ergo hæc hypotheſis, vt in Syzygiis centrum eccentrici ſit ſemper in K, in quadraturis in L, rurſuſque deſcendat ex L in K. ita enim fiet vt in Syzygiis eccentricitas ſit minima in quadraturis maxima. in aliis diſtantiis mediocris. aliqui dividunt lineam K L in partes æquales 90. ita vt diſtaotia Lunæ à



Sole exhibeat punctum in quo invenitur Lunæ eccentricitas, ſeu exhibeat auctarium eccentricitatis, extra Syaygias, ſupra Syzygialem eccentricitatem EK alij verò factô circellô KL divisô in 360. ita vt à puncto K ad L ſint gradus 180, intelligunt centrum eccentrici moveri per circellum, ex K in L; ita vt à Syzygia ad quadraturam id eſt dum Luna à Sole elongatur gradibus 90. centrum eccentrici gradus 180 perficiat, vnde Lunæ diſtantia duplicata centrum eccentrici in linea KL exhibet.

Luna ergo in eccentrico movetur ſecundùm ordinem ſignorum ſeu, ex F, per G in H. apogæum item F, motu lento in conſequentia movetur hoc eſt ex F in G. eccentrici autem centrum interea alternante motu movetur per lineam KL, ita vt in novilunio ſit in K, & in quadratura in L rurſuſque deſcendat per lineam K L, & in plenilunio ſit in K. rurſuſque aſcendat ſitque in L in ſecunda quadratura. & in novilunio inveniatur in K. ideoque ſequitur quod ſingulis menſibus bis abſoluator, periodus ſecundæ anomaliæ ſemel à novilunio ad plenilunium; & iterum ſemel à plenilunio ad novilunium. vocabitur hæc anomalia centri. Prima verò vocetur anomalia orbis. intelligatur ducta LN, maxima Lunæ proſtaphæreſis in Syzygiis erit angulus K G E, ſeu differentia inter motum medium F G, ſeu angulum F K G, & motum verum A E G.

In quadraturis autem proſtaphæreſis erit LNE, nempe differentia inter motum medium M N, ſeu angulom MLN. & angulum MEN.

Clariſſimum autem eſt minimam Lunæ eccentricitatem eſſe in Syzygiis nempe EK, quæ à novilunio & plenilunio ad quadraturas ſemper creſcat, ſitque in quadraturis maxima, à quadraturis verò ad Syzygias ſemper minuatur.

Sequitur ex eo cum quadraturæ fiunt in Apogæo Lunam eſſe in puncto M nempe à terræ centro E remotiſſimam, quando vero quadraturæ in perigæo accidunt Lunam habere, minimam à terræ centro diſtantiam invenitur enim in puncto O.

Vt autem melius innoteſcat huius hypotheſeos ſtructura operæ pretium erit eius vſum exhibere, totumque calculum qualem Pater Ricciolius profert.

Anno 1641 meridie diei 13. Februarij.
Solis locus verus eſt ſign. 10. 24. 19. 14.
Locus Lunæ primo æquatus 0. 6. 19. 6.
Anomalia Lunæ primo æquata. 10. 5. 12. 44.
Diſtantia Lunæ à Sole 1. 11. 59. 52.
Diſtantia duplicata. 2. 23. 59. 44.
ſeu 83. 59. 44.

Fit ergo regula trium hoc modo ſi 180 gradus, augent eccentricitatem partibus 4308. quibus linea E L ſuperat lineam E K, quot partes dabunt gradus 83. 59. 44. ſeu 84, & invenio augeri eccentricitatem partibus 2010. ſeu lineam K S eſſe partium 2010. habemus autem anomaliam Lunæ coæquatam ſignorum 10. 5. 12. 44, ducatur ergo lineæ K R parallela linea Eq, eritque arcus F H R, in eccentrico Syzygiarum ſignorum 10. 5. 12. 44. & conſequenter angulus RKM erit ſignorum 1. 24. 47. 16. ſeu arcus MR, ſumptus in proprio eccentrico in triangulo RSK, datis lateribus S K. S R, vna cum angulo SKR, latere non poteſt angulus S R q, qui eſt grad. 0. 55. 38.

Et quia elongatio Lunæ à Sole erat ſignorum. 1. 11. 59. 52. & reliquum anomaliæ R M erat 1. 24. 47. 16. hæc ſimul addantur fiet diſtantia Solis à Lunari apogæo 3. 16. 47. 8. ſeu vt initium numerationis fiat ab apogæo, reliquus arcus ad circulum 8. 13. 12. 52. quare Sol verſabatur in quadranta tertio anomaliæ Lunaris, tendebatque Luna à novilunio ad plenilunium, quare hæc ſecunda proſtaphæreſis loco Lunæ primo æquato addenda eſt: qui cum eſſet, 0. 6. 19. 14. addendo. 55. 38. fiet locus Lunæ verus extra Syzygias 0. 7. 14. 52. Ex Tychonis calculo erat Boboniæ ſign 0. 7. 18. in hoc exemplo bene quidem proceſſit tota ratiocinatio, quia locus Lunæ verus in Syzygiis fuiſſet in T. & extra Syzygias

gias ducta linea E R, quam non duxi vitandæ confusionis gratia, locus Lunæ provectus fuisset in consequentia. ideoque si in omnibus ita omnia succederent hæc hypothesis vt simplicissima, alteri cuilibet esset præferenda. sed exhibeo exempla in quibus prostaphæresis menstrua exhibetur additiva, cum tamen subtractiva sit.

Nam in hac hypothesi, in primo semicirculo Anomaliæ prostaphæresis semper subtractiva esset, cum augmentum eccentricitatis non possit aliud præstare, quam augere prostaphæresin quæ cum sit subtractiva, in primo anomaliæ semicirculo, semper secunda esset subtractiva. in secundo semicirculo, cum secunda augeat prostaphæresin primam additivam, ea etiam additiva esset.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Huius Hypothesis falsitas.

Ex figura & constructione huius hypotheseos sequitur, quod prostaphæresis secunda seu menstrua semper sit eiusdem rationis, cum prostaphæresi prima, atque adeò cum in tertio quadrante anomaliæ, prostaphæresis prima sit additiva deberet menstrua esse semper additiva. quod tamen est falsum, nam si Anomalia Lunæ esset eadem quæ in superiori exemplo nempe sign. 10. 5 ponaturque distantia Lunæ à Sole esse signi vnius atque adeo Sol inveniretur in tertio quadrante Anomaliæ, nempe in signo 9. 15. & consequenter in semicirculo continente Apogæum. vnde in tali casu secundum regulas propositas à novilunio ad plenilunium subtrahenda esset prostaphæresis menstrua, à loco Lunæ primò æquato. cum tamen hæc hypothesis semper in hoc quarto anomaliæ quadrante addendam repræsentet.

Non datur ergo in hac hypothesi sufficiens connexio, inter Lunæ distantiam à Sole, aut potius locum Solis in eccentrico Lunæ, & speciem prostaphæresis secundæ. Incongrua igitur est, hæc hypothesis eò quòd secundum illam prostaphæresis secunda, semper sit eiusdem speciei, cum prima, quod tamen falsum esse observationes evincunt, sæpe enim prostaphæresin primam, elidit saltem ex parte prostaphæresis secunda subtractiva.

PROPOSITIO XXXVI.

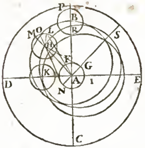
Ptolemæi hypothesis Lunaris motus.

Explicuimus iam supra Lunarem hypothesin, quo ad primam Anomaliam ex mente Ptolemæi, per Epicyclum, vi cuius prostaphæresin maximam constituimus graduum 5. quam ope trium Eclypsium satis apposite cum illo determinavimus. quare restat vt æquationem secundam Ptolemaicam explicemus, ostendamusque quibus principiis nitatur. supponit autem Ptolemæus observationes aliquas à se factas loci Lunæ, etiam extra Syzygias, Lunâ nempe obtinente gradum nonagesimum ab horizonte; atque adeò nullam parallaxin longitudinis patiente, distantiam Lunæ a Sole per armillam, aut semicirculum observabat & ex præcognito, seu iam determinato loco Solis, locum Lunæ in Zodiaco evidenter concludebat, ex multarum autem observationum collatione concludit, primam anomaliam in Syzygiis sufficere, ita vt locus Lunæ observatus, cum eiusdem loco per tabulas indicato conveniat: & extra Syzygias non sufficere, sed necessariò advocandam in subsidium, secundam anomaliam, ita vt maxima differentia quæ inter locum observatum & locum Lunæ medium intercederet, in quadraturis ad septem gradus & min. 40. perveniret, cum prima anomalia quinque gradus non excederet.

Vt ergo vtramque anomaliam constituat priorem Epicyclo tribuit, in cuius peripheria corpus Lunare feratur, superne in antecedentia secundum eccentrico assignat quem centrum Epicycli percurrat citra tamen vt post Syzygias centrum Epicycli magis magisque ad centrum terræ accedat, dum nempe fertur in circumferentia eccentrici hac ad copernicum vsque fuit communiter ab Astronomis recepta.

Sit primo Lunaris quasi Eclyptica terræ A concentrica, nodos Lunaris orbitæ movens in præcedentia, & inferiores orbes secum rapiens. Sit linea CAB mediarum Syzygiarum; & quadraturarum: sit DAE, describatur circa centrum terræ A circellus deferens in antecedentia centrum Epicycli. & primo quidem ex lineæ Syzygiarum CAB, puncto F, describatur eccentricus intervallo FB. & ex puncto B eccentrici describtus Epicyclus.

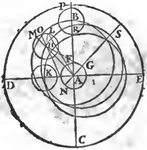
Intelligatur centrum eccentrici moveri in antecedentia verbi gratia per semiquadrantem FG, ideoque vt repræsentetur situs eccentrici, qui vna cum centro necessario immutatur, describatur ex centro G, eodem intervallo eccentricus, interea autem centrum Epicycli moveatur in consequentia vsque in H, ita vt anguli B A G, BAH sint æquales.



Centrum eccentrici perveniret in I, & interea centrum Epicycli in K Apogæum eccentrici, & ita consequenter motus centri Epicycli ab Apogæo eccentrici est duplus ipsius motus simplicis centri Epicycli, vt pote compositus ex motu proprio, & ex motu apogæi, quod in antecedentia movetur. cum autem linea mediarum Syzygiarum, sit eadem ac linea medij motus Solis vt habeatur distantia centri Epicycli ab Apogæo eccentrici debet distantia Lunæ à Sole duplicari.

 Sequitur

Sequitur in hac hypotheſi ſi nihil illi addetetur aliud, quod cum in ſyzygiis centrum Epicycli ſit in Apogæo Eccentrici, & in quadraturis in perigæo quod inquam proſtaphæreſes maiores erunt in quadraturis, quam in ſyzygiis non video tamen in bac hypotheſi, quomodo dum quadraturæ fiunt in Apogæo Epicycli Luna maximam à terra obtineat diſtantiam, immo verò contrarium accidit.



Sequitur item ſi nihil addatur huic hypotheſi propter Eccentricum augeri quidem proſtaphæreſes Epicycli, ſed nullo modo mutare ſpeciem, nec proſtaph reſin ſecundam elidere primam. ideóque illi debet aliquid addi nempe diſtinctio duplicis Apogæi Epicycli. medium Apogæum determinatur per lineam ductam à puncto oppoſito, centri Eccentrici. vt linea NHO erit Apogæum medium, in ordine ad quod Luna movetur æqualiter. quia tamen proſtaphæreſis determinatur ab Apogæo vero A H M, ideo ſæpe æquanda eſt anomalia vt ſi Luna eſſet in L, motus anomaliæ mediæ eſſet OL.& anomalia æquata ML addito ſcilicet arcu MO.

Jn ſyzygiis non debet æquari anomalia, eo quod vtraque linea medij, & veri Apogæi Epicycli, in vnam eandémque lineam coaleſcant, idem dicendum eſt in quadraturis, in reliquis vero diſtantiis, adhibenda eſt hæc æquatio anomaliæ: diſtinctio huius duplicis Apogæi Epicycli motum Lunarem reddit diſformem in proprio Epicyclo. eò quòd moveatur vniformiter reſpectu medij Apogæi,atque adeo irregulariter reſpectu veri Apogæi, & etiam reſpectu proprij centri.

Jn ſyzygiis ſi Luna verſetur in Apogæo, aut perigæo Epicycli, nulla erit opus æquatione, ſi fuerit in mediis diſtantiis, nempe in gradu anomaliæ 96 aut 264. nempe punctis contactuum, erit æquatio maxima quæ poteſt eſſe, in ſyzygiis nempe graduum 5.

Jn quadraturis pariter ſi Luna fuerit in perigæo, aut Apogæo Epicycli nullà pariter opus erit æquatione, ſi in mediis diſtantiis Epicycli nempe in lineis contactuum,proſtaphæreſes erunt maiores, quam ſi eſſent ſyzygiæ graduum nempe 7. 20. Jn aliis vero locis duplici opus erit æquatione, primo enim debet æquari Anomalia, vt habeatur diſtantia Lunæ, ab Apogæo vero deinde cum anomalia coæquata, quæri proſtaphæreſis in Epicyclo, quæ varia eſt pro varia diſtantia centri Epicycli à centro terræ.

Diſtantia Ptolemaicæ hypotheſeos ſunt hæ.

Radius eccentrici F B partium 100000. ſemidiam. terræ 48. 51.

Semidiameter Epicycli HO 10576. ſemidiametr. terræ 5.

Semidiameter circelli AF 20766.ſemidiameter. terræ 10. 92.

Diſtantia maxima Lunæ à terra in ſyaygiis A P. 131352. ſemid. terr. 64. 10.

Diſtantia Lunæ media in ſyaygiis A B. 120766. ſem. ter. 59. 0.

Diſtantia minima in ſyzyg. AR. 110190. ſem. terr. 53. 50.

Jn quadr. diſtantia maxima A I 89814. ſem, ter. 43. 53.

Jn quadr. diſtantia mediocris A K 79234. ſem. terræ 38. 43.

Jn quadr. diſt. minima 68662. ſem. 33. 33.

Proſtaph. maxima in ſyzygiis gr. 5. 1.

Proſtaphæreſis maxima in quadrat. gr. 7. 40.

Jn quo manifeſta fit inconſequentia huius bypotheſeos,quod in quadrat, nonnunquam diameter apparens Lunæ debeat eſſe dupla. quam in ſyzygiis nempe dum in quadrat. invenitur in perigæo, & in ſyzygiis in Apogæo Epicycli quod manifeſte repugnat obſervationibus. quamvis enim Luna appareat maior maiorémque patiatur parallaxin, dum quadraturæ accidunt in perigæo Epicycli, quàm in ſyzygiis, non tamen cum tanto exceſſu.

Calculi progreſſus talis erit. primo habeantur medij motus Lunares nempe medius motus. Secundò media diſtantia, Lunæ à Sole, hæc duplicetur vt habeatur diſtantia centri Epicycli ab Apogæo eccentrici, ſeu in figura præſenti angulus SAH aut arcus SH.

Primo in triangulo GAH, data diametro eccentrici G H partium 100000. vna cum latere AG 20766. & angulo GAH innoteſcet latus AH. Jn triangulo A N H datur nempe A H, datur & NA partium 20766.quare cognito angulo SAH, & conſequenter NAH innoteſcet angulus NHA, ſeu MHO, hoc eſt arcus M O, qui ſi arcus S H minor fuerit gradibus 180. addi debet anomaliæ OL, vt habeatur anomalia æquata M L, vel ſubtrahi ſi hæc ſuperaverit gradus 180. denique in triangulo MHL, datur angulus AML, quia cognoſcitur M H L, cognita item ſunt latera A H, HL, ergo cognoſcetur proſtaphæreſis HAL. vt autem evitetur in ſingulis ſupputationibus ſolutio trium triangulorum, conſtrui poſſunt tabulæ. Prima tabula continebit angulum N H A ad ſingulas diſtantias centri Epicycli ab Apogæo eccentrici S.

Secunda tabula continebit proſtaphæreſes communes ſyzygiarum, quibus ſingulis è regione adſcribes incrementa maxima, quæ fierent in ſingulis ſi tunc eſſent quadraturæ. poteriſque partem proportionalem aſſumere pro ratione diſtantiæ centri Epicycli ab Apogæo eccentrici.

Sed hæc ſufficient ad intelligentiam calculi, qui communiter adhibetur ſecundum hypotheſin Ptolemaicam Jn qua primò notare poſſumus locum quidem Lunæ ſatis bene determinari hac hypotheſi, Lunæ verò diſtantias à terra peſſimè. Secundo, triplicem in ea contineri irregularitatem, in ſyzygiis vnicam quadraturis duas, aliis verò locis tres, vt mirum non ſit triplicem à Tychone invehi anomaliam.

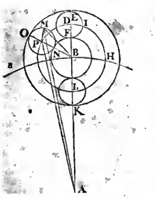
PROPO

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Copernici Lunaris hypothesis.

Jure meritò Nicolaus Copernicus, Lunarem hypothesin à Ptolemæo prolatam vt inconcinnam reprobat. Primò, quòd incongruè motus Lunæ in Epicyclo, circa proprium centrum irregulariter moveatur. Secundò, quòd parallaxes & apparentes diamerros enormes admittat, nempe quod Luna in quadraturis perigæa, debeat duplò maior apparere, quàm Luna in syzygiis Apogæa.quod inconveniens retenta eadem hypothesi mutatisque mensuris, vitari vtcúmque posset. vnum tamen ineluctabile censeo, nempe quod Luna Apogæa in quadraturis, sit terræ propinquior,quam Apogæa in syzygiis. quod tamen repugnat observationibus. nam Luna Apogæa in quadraturis maximam habet à terra distantiam. Quamobrem Copernicus aliam commentus est Lunarem hypothesin Epicyclo duplici cōstantem



Primò igitur ex centro terræ A, describit concentricum terræ cuius portio BC; semidiameter AB partium 100000. ex puncto B, Epicyclus maior describatur cuius radius BD 10970.

In illius circumferentia deferatur alius Epicyclus cuius radius D E 5370 cuius Apogæum E, motu suo describat Epicyclum maiorem E C perigæum F, describat Epicyclum minorem FG.

Moveatur maioris Epicycli centrum B,in consequentia ex B in C. motu medio Lunæ in Zodiaco, à quo si dematur motus Solis, remanet elongatio media Lunæ à Sole.

Interea Epicycli minoris E F centrum D, moveatur superne in præcedentia seu ex D in H, motu anomaliæ, & consequenter anomalia prima quam iam suprà constituimus.

Tertiò Lunæ corpus in Epicyclo minoris Epicycli FE, moveatur superne in consequentia hoc est ex F in I & E, & hoc, spatiō semimensis Lunatis absolvat circulum integrum. hoc est numeretur in Epicyclo E F. incipiendo ab Apogæo F, elongatio Lunæ à Sole duplicata, sic enim fiet vt in syzygiis Luna semper sit in perigæo F, & in quadraturis versetur in Apogæo E. vnde si attendantur Solæ syzygiæ perinde est, ac si Luna solum haberet Epicyclum minorem F G, cuius radium constituimus 8600. si Solæ quadraturæ attendantur, perinde erit ac si Luna vnicum haberet Epicyclum maiorem cuius radius B E, 15340. vnde vides rationem cur in quadraturis maiores sint prostaphæreses, quam in syzygiis.

Uides item bene explicari cur dum quadraturæ eveniunt in Apogæo primæ anomaliæ nempe in puncto D, Luna sit remotissima a terra,nempe cum versetur in puncto E. cum vero celebratur quadratura in perigæo nempe in puncto L, Luna vt pote in puncto K,sit terræ vicinior,in quo errabat Ptolemaica hypothesis.

Calculus Trigonometricus in hac hypothesi difficilis non est, habeatur ergo ex tabulis mediorum motuum, Lunæ motus medius, eius à Sole elongatio media: & eius anomalia media. Supponatur Luna in M. Anomalia Lunæ exhibet arcum DHP, & consequenter arcum P D reliquum ad circulum, seu angulum PBD. Elongatio Lunæ duplicata exhibet arcum NM, vt explicuimus, scitur ergo reliquus arcus MO,seu angulus OPM. in triangulo B P M datis lateribus BP 10970. & PM 5370. & angulo M P B innotescet latus BM.

Rursus in triangulo ABM, datis lateribus AB, BM & angulo ABM, innotescet per Trigonometriam angulus BAM prostaphæresis additiva, in quo vides hanc prostaphæresin maiorem esse, quam si tunc essent syzygiæ. si enim essent syzygiæ Luna esset in N.

Invenit autem Copernicus æquationem maximam in syzygiis grad. 4. 56. ad gradum anomaliæ 95. & 265. æquationem autem maximam in quadrat. graduum 7.40. Sed cum parallaxes eius nonnihil abstrent, mirum non est si nonnihil à vero abludat hæc hypothesis.

Unum obicitur Copernico,quod Lunares maculæ in Epicyclo duplici, non eædem terram semper respicerent, sed ni fallor hæc obiectio, quæ iam ab Averroë in Ptolemæum facta fuerat, est nullius momenti,potest enim vna Lunæ facies ex peculiari sympathia terram respicere,cō modō quo Magnetica quomodocúmque ad Magnetem applicentur, eamdem semper faciem obvertunt, ideóque si observationibus ad amussin quadraret, huic facile subscriberem, sed aliis nominibus eam reprehendit Tycho.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Hypothesis Lunaris Lansbergiana.

Non omnes recentiorum hypotheses recenseo; id enim nimis longum foret, hanc cæteris præferimus cui calculum nostrum alligabimus. Sit ergo centrum terræ A Zodiacus BCD. sit AE eccentricitas, in syzygiis cuius quantitatem iam supra determinavimus nempe sinus anguli graduum 5. 2. seu 8744. assumatur item A F æqualis sinui graduum 7. 40. qualis est prostaphæresis quadratu

quadraturarum nempe 13341. divisáque bifariàm lineâ EF fiat circellus EF, in quo moveatur centrum eccentrici Lunaris ea lege, vt eius motus



sit duplus elongationis Lunæ à Sole; sic enim fiet vt novilunio centrum eccentrici, sit in E, in quadratura sit in F, & in plenilunio inveniatur rursus in E. quæ omnia communia sunt, huic & primæ hypothesi, volo autem vt in parte inferiori HEG, centrum ecc̃etrici in præcedentia moveatur, in parte verò superiori in consequentia.

Ex eo centri motu sequitur eccentricitatem à novilunio crescere continuo vsque ad quadraturam, & à quadratura decrescere, ad plenilunium vsque; rursúsque crescere, vsque ad secundam quadraturam, & minui ad Novilunium.

Sequitur item incrementa eccentricitatis temporibus æqualibus inæqualia esse, nec proportionalia motui centri eccentrici, aut elongationi Lunæ à Sole duplicatæ.

Jdem centri motus aliud Apogæum efficit, ideóque in hac hypothesi duplex distinguitur Apogæum medium & verum. verum erit punctum I. medium erit punctum K, ex ea distinctione oritur æquatio anomaliæ. nam prima anomalia Lunæ exhibet distantiam Lunæ ab Apogæo medio, nempe à puncto K, per consequentia, quare æquanda est Anomalia addendúsque arcus KI, à syzygiis ad quadraturas, & hic arcus subtrahitur anomaliæ mediæ à quadraturis ad syaygias vt habeatur anomalia coæquata, seu distantia Lunæ à puncto I. movetur igitur motu tardo in consequentia Apogæum medium; sed Apogæum verum, vltro citróque libratur, & in sextantibus circiter est in maxima distantia, quater in mense cum medio concurrit nempe in syaygiis, & in quadraturis. est igitur linea medij Apogæi CL, pro qua substituitur illi parallela K G. sunt enim anguli KGI, LAI æquales.

Anomalia centri est motus centri eccentrici in circello EGF. si quæratur hæc anomalia ad datum tempus, erit arcus E G; æqualis duplicatæ distantiæ Lunæ à Sole.

Linea Apogæi veri est linea AI

Punctum I Apogæum verum

Punctum M perigæum verum.

Linea Apogæi medij est O B. vel illi parallela GK, si enim G K produceretur vsque ad Zodiacum; sensibiliter non discreparet à linea AB. vel eò quòd arcus KI, BN sint similes, vnde vt tollatur æquivocatio punctum K. est Apogæum medium in eccentrico, punctum I, Apogæum verum in eodem; punctum B Apogæum medium in Zodiaco, punctum N Apogæum verum in Zodiaco.

Prostaphæresis centri angulus B A G comprehensus à lineis veri, & medij Apogæi.

Eccentricitas dato tempori conveniens linea AG.

Anomalia media orbis, est motus Lunæ in eccentrico numeratus ab Apogæo medio. vt arcus KMP. vel referendo ad Zodiacum arcus BCR.

Anomalia coæquata est idem motus Lunæ in eccentrico, numeratus ab Apogæo vero. verbi gratiâ arcus IKMP. vel referendo ad Zodiacum, erit arcus N B C R. sunt autem arcus I K M P, NBCR similes.

Prostaphæresis orbis est angulus A P G vel DAR, quem metitur arcus DR.

Angulus NAD, vocari potest anomalia Lunæ vltimò coæquata.

Jn toto progressu calculi inquiritur angulus APG, seu prostaphæresis, quæ addita loco Lunæ medio exhibet locum Lunæ verum.

Primo igitur ex tabulis motuum mediorum iam constitutis habeatur motus Lunæ medius, media à Sole distantia; & anomalia media.

Duplica distantiam Lunæ à Sole, & habebis motum centri in circello, seu anomaliam centri seu arcum EG, & cum in triangulo A O G detur latus AO. partium 11041. & O G partium 2297. & angulus A O G, dabitur O A G prostaphæresis centri, cum qua æquabis anomaliam, habebis item eccentricitatem, AG, aut si velis excessum eccentricitatis A G, supra minimam eccentricitatem AE.

Denique in triangulo G P A, datis lateribus GP, vnà cum eccentricitate AG, & angulo AGP, qui innotescit ex anomalia coæquata, non latebit angulus APG, seu prostaphæresis quæ inquirebatur.

Ut viteretur duplicis illius trianguli solutio, tabulam concinnavi in qua haberetur prostaphæresis centri, addenda, vel subtrahenda anomaliæ, vt anomalia coæquaretur, hanc tabulam adi cum distantia Lunæ à Sole duplicata. invenies enim & prostaphæresin centri in secunda columna, in tertia augmentum eccentricitatis supra eccentricitatem syzygiarum quæ est 8744. in tertia columna habes eccentricitatem ipsam temporaneam. cum igitur per prostaphæresin æquaveris anomaliam Lunæ. adi tabulam prostaphæresium Lunæ, invenies que prostaphæresin pro syzygiis, hoc est ex suppositione quod eccentricitas sit 8744. Sed habes eccentricitatem temporaneam, fac igitur regulam proportionum. si 8744 dat tantam prostaphæresin, temporanea eccentricitas inventa qualem dabit. hæc prostaphæresis addita vel subtracta medio Lunæ motui eius verum locum exhibet. vel addita mediæ eius longitudini à Sole iam correcta per Solis prostaphæresin veram Lunæ à Sole distantiam demonstrat.

Addidimus igitur tabulam prostaphæreseon centri, quibus æquatur anomalia, hanc tabulam adi cum elongatione Lunæ à Sole duplicata, inveniésque respondentem prostaphæresin, & scrupula proportionalia quæ servabis, hanc prostaphæresin addes aut subtrahes ab anomalia simplici; vt habeas æquatam. cum hac anomalia æquata adibis tabulam prostaphæreseon orbis, cui competentem quæres prostaphæresin, quam augebis

gebis parte propoitionali, respondente scrupulis proportionalibus, hanc prostaphæresin sic auctam addes, aut subtrahes à loco lunæ medio, aut mediæ lunæ elungationi à Sole, & habebis veram elongationem lunæ à loco solis medio.

Sit longitudo lunæ à Sole sig. 9. 25 6. 34.
Anomalia simplex seu orbis 1. 17. 7. 53.
Long. Lunæ à Sole dupiicata 7. 20 13. 8.
Prost. ceotri illi respond. 12 12 subtrahe scrupula propoitionalia 51.

Subtraho gr. 12. 18 ez anomalia orbis fig. 1. 17. 7. 53. restat anomalia æquata sign. 1. 4. 56. eum qua ingredior tabulam prostaphereseon orbis, & invenitur prostaphæresis orbis gr. 2. 46. 0. eum excessu scrupulorum 70. fiat ergo regula si 60 scrupula propoitionalia dant min. 70: scrupula proportion. 51. dabunt mi. 59. sec. 30. erit ergo totalis prostaphæresis subtractiua 3. 45. 30. quam aufero à medio motu Lunæ fitque vera longitudo Lunæ, à medio loco Solis 9. at. at. 4.

Vt autem melius concipias artificium tabulæ prima columna habet prostaphæresin simplicẽ in syzygiis vsurpandam, hæc prostaphæresis simul cum execessu, componit prostaphæresin maximam quæ nempe in tali gradu anomaliæ orbis habetetur, si eccentricitas esset maxima, illius ergo sumitur pars proportionalis respondeos excessui eccentricitatis temporariæ supra minimam hue est, supputata est prostapheresis duplex, vna pro minima eccentricitate qualis est in syxygiis, alia pro maxima eccentricitate qualis erit in quadraturis: ponitur minor in prima columna, & excessus alterius in secunda columna, quod in sequentibus planetis vsurpabimus.

Differt plurimum hæc bypotesis ab hypothesi prima, meliusque cum observationibus consentit. Prima enim in eo deficiebat qood semper augeret prostaphæresin, & semper maiorem faceret differentiam inter locum medium, & verum extra syzygias, quã si tunc existerent syzygiæ, at in hac cum debeat æqoari anomalia, sæpè fit vt multò minor inueniator prostaphæresis quam si essent syzygiæ; quamvis enim ex augmento eccentricitatis augeatur prostaphæresis, quia tamen libratur hinc inde apogæum gradibus 12, potest locus Lunæ fieri propior apogæo, aut perigæo atque adeò ex eo capite minuitur prostaphæresis, & nonnunquam magis quam augeatur per augmentum prostaphæresis.

Vera autem demonstratio huius hypothesis esset, si per plurimos menses quis sit accuratus in Lunæ loco observando, si lunæ loca per hanc hypothesin indicata respondeant, eã optimam esse concludemus, quod enim aliquando minor sit differentia extra syxygias, inter locum verum, & mediũ, quam in syzygis, & quod id in hac hypothesi eueniat hoc non sufficiet vt demonstretur optima, nisi ostendatur tunc in hypothesi minorem exhiberi differentiam inter locum lunæ verum, & medium, quando in cœlo minor observatur.

Non erit opus in hac hypothesi observare quandonam secunda prostaphæresis addenda sit, vel subtrahenda, cum voica quæratur, vnde regulæ id determinantes inutiles erunt.

Hæc hypothesis est Magini, Lansbergij & aliorum quorum aliqui addunt & aliquam irregularitatem nempe circellum aliquem quo verum apogæum nutationi alteri obnoxius est, nos huius irregularitatis rationem habuimus in tabula concinnanda.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

Reliquarum hypothesium examen.

Quamvis omnes hypotheses recensere superuacaneum videatur, cùm id caliginem & confusionem pariat, breuiter tamen Iudicabo. Tycobrahe duplicem, cum Copernico Epicyclum, adstruit, adiungit tamen eccentricum immo & circellum vt variationem à se observatam explicet duplex tamen eccentricitas difficiles admodum, & implexos lunæ motus calculumque operosissimum reddit hypothesis autem cæteris præstantior censeri debet, quæ syderis locum ad manum habet, & paucioribus ad id præstandum indiget.

Sequitur Kepleri & Bullialdi hypothesis ellyptica, quæ operosum reddit calculum, eo quòd ellypsis proprietates adhuc pleræque nos lateant, & sub geometriam non cadunt. Dominus tamen comes De Pagan eam optime promouit vt explicabimus infra immo in calculo prostaphæreseon ea vsi sumus deficit item hæc hypothesis saltem Kepleriana quæ lunæ apogææ in quadraturis, distantiam maiorem, quàm in syxygiis non exhibet Bullialdus accuratiorem exhibet, & phænomenis magis congruentem. sunt & aliæ minoris momenti hypotheses vt R. P. Reitæ. Vendelini qui in syxygiis, loco epicycli, ponit tantum arcum, in quo Luna hinc inde libretor, ad modum perpendiculi & aliæ multæ in hunc modum quorum pleræque nec satisfaciunt, & ab observatis maxime abludunt, quare Magini & Lansbergij hypothesin cæteris vt simpliciorem præferimus eamque etiam in aliis planetis saltem ex parte adhibebimus.

Posset quidem adhiberi pro eccentrico ellypsis, præcipue postquam Dominus Comes De Pagan, ita facilem reddidit inuentionem prostaphæreseon, quia tamen mutata eccentricitate seu aucta focorum distantia, alia omnino generatur ellypsis, quæ mutatio etiamsi, cum cælo congrueret implicatum redderet calculum, cum tamen facili egeamus, ideo non progredior vlterius, nec aliquid aliud huic hypothesi addam.

TABVLÆ
LVNARES.

Epochæ seu Radius pro Lugdunensi Meridiano distante à Bononiensi versus occasum H. o. min. 28. sec. 40. Meridie ante Kal. Ianuarias stylo veteri tempore æquabili.

Anni Christi incuntes.	Longitudo Lunæ à Sole. Sig.G.M.Se	Anomalia Lunæ Sig.G.M.S.	Motus latitudinis Lunæ. Sig.G.M.S
1.	6. 24 18.22	6. 21.35. 0	7. 3. 53. 4
101	5. 1.22.15	1. 10. 5. 7	9. 25.52.50
201	3. 8.26. 8	7. 28.35.14	0. 18 52.36
301	1. 15.30. 1	2. 27.5. 21	3. 10.52 22
401	11.22.33.54	9. 5. 35.28	6. 2.52. 8
501	9. 19.37.47	3. 24.5. 35	8. 24 51.54
601	8. 6 41.40	10.12 35.42	11.16.51.40
701	6. 13.45.33	5. 1.5. 49	2. 8 51.26
801	4. 20.49.26	11.19.35.56	5. 0.51.12
901	2. 27.53.19	6. 8. 0. 3	7. 21.50.58
1001	1. 4.57.17	0. 26.36. 5	10.13.50.48
1101	11.12.1. 10	7. 15. 6. 2	2. 5.50.34
1201	9. 19.5. 3	2. 3.36. 9	3. 27.50.20
1301	7. 26.8. 56	8. 22.6. 26	6. 19.50. 6
1401	6. 3.12.49	3. 10.36.33	9. 11.50.52
1501	4. 10.16.42	9. 29.6. 40	0. 3.50.38
1601	2. 17.20.35	4. 17.36.47	2. 25.50.24
1701	0. 24.24.28	11. 6.6. 54	5. 17.50.10
1801	11. 1.28.21	5. 24 37. 1	8. 9.49.56

Epochæ Stylo Gregoriano.

1601	10.15.26. 8	0. 6.57.48	10.13.32.47
1681	2. 28.50.55	1. 16.39.49	3. 23.56.44
1701	8. 10.18.34	6. 12.25. 1	0. 22.18.48
1721	0. 23.43.21	7. 22.7. 4	6. 2.42.45
1741	5. 7. 8. 8	9. 1.49. 3	11.13.6. 42
1761	9. 20.32.55	10.11.31. 4	4. 23.30.39
1781	2. 3 57.42	11.21.13. 5	10. 4.4.36
1801	6. 5.11. 1	0. 17.50.14	3. 1. 2.48
1901	4. 0.3. 28	6. 23.16.27	5. 9.50.48
2001			

TABVLA
Annorum Iulianorum absolutorum.

Anni Absoluti.	Longitudo Lunæ à Sole. Sig.G.M.S.	Anomalia Lunæ. Sig G.M.S.	Motus latitud. Lunæ. Sig.G.M.S.
1.	4. 9.37.23	2. 28.43. 8	4. 18.18.45
2.	8. 19 14.45	5. 27.26.15	9. 27.25.32
3.	0 28.52. 8	8. 26. 9.23	2. 26. 8.16
B.4.	5. 20.40 57	0. 7.56.23	8. 8. 4.47
5.	10. 0.18.20	3. 6.39.31	1. 6.47.33
6.	2. 9.55.43	6. 5.22.40	6. 5.30.18
7.	6. 19.33 5	9. 4. 5.46	11. 4.13.14
B.8.	11.11.21.55	0. 15.52.47	4. 16.9. 35
9.	9. 20.59.17	3. 14.35.55	9. 14.52.20
10.	8. 0.36.40	6. 13.19. 3	2. 13.35. 6
11.	0. 10.14. 3	9. 12. 2.11	7. 12.17.51
B.12.	5. 2. 2.52	0. 23.49.12	0. 24.14.22
13.	9. 11.40.15	3. 22.32.20	5. 22.57. 8
14.	1. 21.17.37	6. 21.15.27	10.21.39.53
15.	6. 0.55. 0	9. 19.58.35	3. 20.22.39
B.16.	10.22 43.49	1. 1.45.36	9. 2.19.10
17.	3. 2.21. 2	4. 0.28.44	2. 1. 1.55
18.	7.11.58.35	6. 29.11.52	6. 29.44.41
19.	11.21.35.57	9. 27.55. 0	11.28.27.26
B.20	4.13.24.47	1. 9.42. 1	5. 20 23.57
B.40.	8. 26.49 33	2. 19.24. 2	10.20.47 54
B.60.	1. 10.14.20	3. 29. 6. 4	4. 1. 11.52
B.80.	5. 23.39. 7	5. 8.48. 5	9. 11.35.49
B.100.	10. 7. 3.53	6. 18.30. 7	2. 21.59.46
B.200.	8. 13. 7.47	1. 7. 0.13	5. 13.59.33
B.300.	6. 21.11.40	7. 25.30.20	8. 5.59.33
B.400.	4. 28.15.34	2. 14. 0.26	10.27 59. 5
B.500.	3. 5.19.17	9. 2.30.33	1. 29.58.52
B.600.	1. 12.23.21	3. 21. 0.39	4. 11.58.38
B.700.	11.19.27.14	10. 9.30.45	7. 3.58.24
B.800.	9 26.31. 8	4. 28. 0.52	9. 25.58.11
B.900.	8. 3. 35. 1	11.16.30.59	0. 17.57.57
B.1000.	6. 10.38.55	6. 5. 1. 5	3. 9.57.44
B.2000.	0. 21.17.50	0. 10. 2.11	6. 19.55.28
B 3000.	7. 1.56.45	6. 15. 3.16	9. 29.53.12

TABVLA

Mensium incuntium in Anno communi.

Menses ineuntes.	Elong. Lunæ à Sole. S.G. M.S.	Anomalia Lunæ Sig.g.m.ſ.	Motus latitud. Lunæ. Sig. g.m.ſ.
Janvar.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0
Febr.	0. 17.54.47	1. 15. 0.52	1. 20. 6.35
Mart.	11.29.15.15	1. 20.50. 2	2. 0.31.54
Aprilis.	0. 17.10. 2	3. 5.50.55	3. 20.38.29
Maius.	0. 22.53.23	4. 7.47.53	4. 27.31.19
Junius.	1. 10.48.11	5. 22.48.45	6. 17.37.54
Julius.	1. 16.31.31	6. 24.45.43	7. 24.30 44
August.	2. 4.26.19	8. 9.46.35	9. 14.37 10
Septemb.	2. 22 21. 6	9. 24.47 27	11. 4.43.55
October.	2. 28. 4.27	10.26.44.25	0. 11.36 45
Novem.	3. 15.59.14	0. 11.45.17	2. 1.43.20
Decemb.	3. 21 42.35	1. 13.42.16	3. 8.36.10
Motus. Annuus. Cõmunis.	4. 9. 37.23	2. 28.45. 8	4. 28.42.45
	Anno	Bissext.	
Janv.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0
Febr.	0. 17.54.47	1. 15. 0.52	1. 20. 6.35
Mart.	0. 11.26.42	2. 3.53.56	2. 13 45.40
April.	0. 29.21.29	3. 18 54.48	4. 3.52.15
Majus.	1. 5. 4.30	4. 20.51.47	5. 10.45. 5
Jun.	1. 22 59.37	6. 5.52.39	7. 0.51.40
Jul.	1. 28.42.58	7. 7.49.37	8. 7.44.30
August.	2. 16.37.45	8. 22.50.29	9. 27.52. 5
Septemb.	3. 4.32.33	10. 7.51.21	11.17.57.41
Octob.	3. 10.15.54	11. 9.48.19	0. 24.50.30
Nouemb.	3. 28.10.41	0. 24.49.11	2. 14.57 6
Decemb.	4. 3.54. 2	1. 26.46.10	3. 21.49.56
Motus. Annuus. Bissext.	4. 21.48.49	3. 21.47. 2	5. 11.56.31

TABVLA

Motuum Lunæ diurnorum.

Dies.	Elong. Lunæ a Sole Sign.g.m.ſ.	Anomalia Lunæ. Sign.g m.ſ.	Motus latit. Sign.g.m ſ.
1	0. 12.11.27	0. 13. 3.54	0. 13.13.46
2	0. 24.22.53	0. 26 7.48	0. 26.27.31
3	1. 6.34.20	1. 9.11.42	1. 9.41.17
4	1. 18.45 47	1. 22.15.36	1. 22.55. 3
5	2. 0.57.13	2. 5.19.30	2. 6. 8.48
6	1. 13. 8.40	2. 18.23.24	2. 19.22.34
7	2. 25.20. 7	3. 1 27.18	3. 2.36.20
8	3. 7.31.34	3. 14 31.11	3. 15.50. 5
9	3. 19 43. 0	3. 27.35. 5	3. 29. 3.51
10	4. 1.54.27	4. 10.38.59	4. 12.17.37
11	4. 14. 5.54	4. 23.42.53	4. 25.31.22
12	4. 26 17.21	5. 6.46.47	5. 8.45. 8
13	5. 8.28.47	5. 19.50.41	5. 21.58.54
14	5. 20.40.14	6. 2.54.35	6. 5.12.39
15	6. 2.51.40	6. 15.58.29	6. 18.26.25
16	6. 15. 3. 7	6. 29. 2.23	7. 1.40.11
17	6 27.14 34	7. 12. 6.17	7. 14.53.56
18	7. 9.26. 0	7. 25.10.11	7. 28. 7.42
19	7. 21.37.27	8. 8.14. 5	8. 11.21 27
20	8. 3.48.54	8. 21.17.59	8. 24 35.13
21	8. 16. 0.21	9. 4.21.53	9. 7 48.59
22	8. 28.11.47	9. 17.25.47	9. 21. 2.44
23	9. 10.23.14	10. 0.29.41	10. 4.16.30
24	9 22.34.41	10.13.33.34	10.17.30.16
25	10. 4.46. 7	10.26.37.28	11. 0.44. 1
26	10.16.57 34	11. 9.41.21	11.13.57.47
27	10.29. 9. 1	11.22.45.16	11.27.11.33
28	11.11.20.27	0. 5.49.10	0. 10.25.18
29	11.23 31.54	0. 18.53. 4	0. 23.39 4
30	0. 5.43.21	1. 1.56.58	1. 6.52.50
31	0. 17.54.47	1. 15. 0.52	1. 20. 6.35

TABVLA

Motus Horarij Lunaris.

Horæ.	Elong. Lunæ a Sole. G.M.S.ter.	Anomalia G.M.S.ter.	Motus latit. G.M.Se.ter.
Mi.	M.S.ter.qu	M. Se. ter.	M.S.ter.iv
Sec.	Se.ter.iv.v	Sec. ter. iv.	Se. ter. iv.
1	0. 30.18.27	0. 32. 40	0. 33. 5
2	1. 0.57.13	1. 5. 19	1. 6. 10
3	1. 31.26.50	1. 37. 59	1. 39. 14
4	2. 1.54.27	2. 10. 39	2. 12. 19
5	2. 32.23. 4.	2. 43. 19	2. 45. 23
6	3. 2. 51.40	3. 15. 58	3. 18. 27
7	3. 33.20.17	3. 48. 38	3. 51. 32
8	4. 3. 48.54	4. 21. 18	4. 24. 36
9	4. 34 17.30	4. 53. 58	4. 57. 41
10	5. 4. 46. 7	5. 26. 37	5. 30. 45
11	5. 35.14.44	5. 59. 17	6. 3. 49
12	6 5. 43.21	6. 31. 57	6. 36. 54
13	6. 36 11.57	7. 4. 37	7. 9. 58
14	7. 6. 40 34	7. 37. 16	7. 43. 3
15	7. 37.9. 11	8. 9. 56	8. 16. 7
16	8. 7. 37.48	8. 42. 36	8. 49. 11
17	8. 36. 6.24	9. 15. 16	9. 22. 16
18	9. 8 35. 1	9. 47. 55	9. 55. 20
19	9. 39. 3.38	10. 20. 35	10. 28. 25
20	10. 9.32.15	10. 53. 15	11. 1. 29
21	10.40. 0.51	11. 25. 55	11. 34. 33
22	11.10.29.28	11. 58. 34	12. 7. 38
23	11.40.58. 5	12. 31. 14	12. 40. 42
24	12.11.26.41	13. 3. 54	13. 14. 48
25	12.41.55. 0	13 37. 0	13. 47. 0
26	13.12.24.	14. 9.	14. 20.
27	13.42.52.	14. 42.	14. 53.
28	14.13.21.	15. 15.	15. 26.
29	14.43.50.	15. 47.	15. 59.
30	15.14.18.	16. 20.	16. 32.

Reliquum tabulæ motûs Horarij Lunaris.

Horæ.	Elong. Lunæ a Sole. G. M. S.	Anomalia G. M.	Motus latit. G. M.
Mi.	M. S. ter.	M. Se.	M. S.
Sec.	Se.ter.iv.	Sec. ter.	Se. ter.
31	15.44.47	16. 53.	17. 5.
32	16.15.16	17 25.	17. 38.
33	16 45.44	17. 58.	18. 11.
34	17..6.13	18. 31.	18. 44.
35	17.46 41	19. 3.	19. 18.
36	18.17.10	19. 36.	19. 51.
37	18.47.39	20. 8.	20. 24.
38	19.18. 7	20. 41.	20. 57.
39	19.48.36	21. 14.	21. 30.
40	20.19. 4	21. 46.	22. 3.
41	20.49.33	22. 19.	22. 36.
42	21.20. 2	22. 51.	23. 9.
43	21.50 30	23. 24.	23. 42.
44	22.20.59	23. 57.	24. 15.
45	22.51.27	24. 30.	24. 48.
46	23.21.56	25. 3.	25. 21.
47	23.52.25	25. 35.	25. 54.
48	24.22.53	26. 8.	26. 27.
49	24.53.22	26. 41.	27. 0.
50	25.23.50	27. 13.	27. 34.
51	25.54.19	27. 46.	28. 7.
52	26.24.48	28. 18.	28. 40.
53	26.55.16	28. 51.	29. 13.
54	27.25.45	29. 24.	29. 46.
55	27 56.14	29. 56.	30. 19.
56	28.26.42	30. 29.	30. 52.
57	28.57.11	31. 1.	31. 25.
58	29.27.39	31. 34.	31. 58.
59	29.58. 8	32. 7.	32. 31.
60	30.28.37	32. 40.	33. 5.

TABVLA VERI

TABVLA

Veri motûs Horarij in Syzygiis.

Grad.	Anomaliæ. Sign. 0. in Syzyg. M. Se.	Circa Syg. M. Se.	Anomaliæ. Sign. 1. In Syzyg. M. Se.	Circa Syg. M. Se.	Anomaliæ. Sign. 2. In Syzyg. M. Se.	Circa Syg. M. Se.	Gradus.
0.	27. 43	27. 12	18. 4	17. 34	19. 1	18. 46	30.
3.	27. 44	27. 12	28. 8	27. 39	29. 9	28. 57	27.
6.	27. 45	27. 13	28. 13	27. 45	29. 17	19. 8	24.
9.	27. 45	27. 14	28. 18	27. 51	29. 25	19. 19	21
12.	27. 47	27. 15	28. 23	17. 58	29. 33	19. 29	18.
15.	27. 48	27. 16	28. 29	28. 5	29. 41	19. 41	15.
18.	27. 51	27. 19	28. 35	28. 12	29. 49	29. 52	12
21.	27. 53	27. 22	28. 41	28. 20	29. 58	30. 4	9
24.	27. 57	27. 26	28. 47	28. 29	30. 6	30. 17	6
27.	18. 0	27. 30	18. 54	28 38	30. 15	30. 29	3
30.	28. 4	17. 44	[illegible]. 1	18. 46	30. 24	30. 42	
	Sign. 11.		Sign. 10.		Sign. 9.		

Grad.	Sign. 3. M. Se.	M. Se.	Sign. 4. M. Se.	M. Se.	Sign. 5. M. Se.	M. Se.	
0.	30. 24	30. 42	31. 51	32. 53	32. 58	34. 45	30
3.	30. 33	30. 55	31. 58	33. 5	33. 3	34. 54	27.
6.	30. 41	31. 7	32. 6	33. 18	33. 7	35. 0	24.
9.	30. 50	31. 20	31. 14	53. 30	33. 14	35. 8	21.
12.	30. 58	31. 33	32. 21	33. 41	33. 11	35. 14	18.
15.	31. 7	31. 46	31. 28	33. 54	33. 17	35. 18	15.
18.	31. 17	32. 0	32. 35	34. 5	33. 20	35. 24	12.
21.	31. 26	32. 15	32. 41	34. 17	33. 21	35. 29	9.
24.	31. 34	32. 28	32. 47	34. 26	33. 23	35. 32	6.
27.	31. 43	32. 41	32. 53	34. 36	33. 24	35. 34	3.
30.	31. 51	32. 53	32. 58	34. 45	33. 24	35. 37	0.
	Sign. 8.		Sign. 7.		Sign. 6.		

TABVLA

Proſtaphæreſeon orbis Lunaris.

	Sign. 0. Subtrahe. Gr. M. Sc.	Exceſ-ſus. Mi.	Elongatio Lunæ à terra.	Sign. 1. Subtrahe. Gr. M. Sc.	Ex-ceſſ. M.	Elongat. Lunæ a à terra.	Sign. 2. Subtr. Gr. M. Sc.	Ex-ceſſ. M.	Elongat. Lunæ a terra.	
0	0. 0. 0	0	102900	2. 24.35	61.	102604	4. 13.16	118.	101729	30
1	0. 5. 2	2	102899	2. 28.59	63.	102584	4. 15.55	119.	101691	29
2	0 10. 4	5	102898	2. 33.10	65.	102563	4. 18.29	121.	101652	28
3	0 15. 5	6	102896	2. 37.58	67.	102542	4. 20.58	123.	101613	27
4	0. 20. 6	8	102894	2. 41.54	68.	102520	4. 23 22	125.	101573	26
5	0. 25. 7	11	102891	2. 46. 7	70.	102497	4. 25.42	126.	101532	25
6	0. 30. 7	12	102888	2. 50. 7	73.	102474	4. 27.58	128.	101491	24
7	0. 35. 6	14	102884	2. 54.25	75.	102450	4. 30. 9	130.	101449	23
8	0. 40. 5	16	102879	2. 58.29	77	102426	4. 32.15	131.	101407	22
9	0. 45. 4	19	102873	3. 2.30	79.	102401	4. 34 15	133.	101365	21
10	0. 50. 2	20	102867	3. 6.28	81.	102375	4. 36.10	134.	101322	20
11	0. 54.59	22	102860	3. 10.23	83	102348	4. 38. 2	136.	101279	19
12	0. 59.55	25	102853	3. 14.16	85	102321	4. 39.49	137.	101235	18
13	1. 4 50	26	102845	3. 18. 5	87	102293	4. 41.31	139.	101191	17
14	1. 9 44	28	102836	3. 21 50	89	102265	4. 43. 7	140.	101146	16
15	1. 14.37	30	102826	3. 25.31	91	102236	4. 44.38	141.	101101	15
16	1. 19.29	33	102816	3. 29. 8	93.	102206	4. 46. 4	142.	101055	14
17	1. 24.10	33	102805	3. 32.42	95.	102176	4. 47.25	145.	101009	13
18	1. 29. 9	37	102793	3. 36.14	97.	102145	4. 48.40	146.	100963	12
19	1. 33.56	39	102781	3. 39.40	99.	102114	4. 49.51	147.	100916	11
20	1. 38.41	42	102768	7. 43. 3	101.	102082	4. 50.57	149.	100869	10
21	1. 43 24	44	102755	3. 46.23	102.	102049	4. 51.58	150.	160821	9
22	1. 48. 6	45	102741	3. 49.39	104.	102016	4. 52.53	152.	100773	8
23	1. 52.47	47	102726	3. 52.51	106.	101982	4. 53.44	153.	100725	7
24	1. 57.27	49	102711	3. 55.59	107.	101948	4. 54.30	154.	100676	6
25	2. 2. 4	50	102695	3. 59. 2	109.	101913	4. 55. 9	154.	100627	5
26	2. 6.38	53	102678	4. 2. 1	110.	101877	4. 55.43	155.	100578	4
27	2. 11.11	55	102660	4. 4.56	113.	101841	4. 56.11	156.	100528	3
28	2. 15.41	57	102642	4. 7.46	115.	101804	4. 56.34	157.	100478	2
29	2. 20. 9	59	102623	4. 10.32	117.	101767	4. 56.51	158.	100428	1
30	2. 24.35	61	162604	4. 13.16	118.	101729	4. 57. 3	159.	100378	0
	Sign. 11. Adde			Sign. 10. Adde			Sign. 9. Adde			

TABVLA

TABVLA

Proſtaphæreſcon orbis Lunarium.

	Sign. 3. Subtrahe. Gr.M. Se.	Exceſſus. Mi.	Elongatio Lunæ à terra.	Sign. 4. Subtrahe. Gr.M.Se.	Exceſſ. Mi.	Elongat. Lunæ a a terra.	Sign. 5. Subtr. Gr.M.Se.	Exceſſ. M.	Elongat. Lunæ à terra.	
0	4. 57. 3	159.	100378	4. 21.26	162.	98838	2.32.48	106.	97584	30
1	4. 57.12	160.	100327	4. 18.52	160.	98789	2.28.13	103.	97553	29
2	4 57.14	161.	100276	4. 16.13	159.	98740	2.23.25	100.	97523	28
3	4. 57.11	162.	100225	4. 13 31	158.	98691	2 18.53	97.	97494	27
4	4. 57. 1	162.	100174	4. 10.45	158.	98643	2.14. 8	94.	97466	26
5	4. 56.45	164.	100123	4. 7. 53	157.	98595	2.9. 20	91.	97439	25
6	4. 56.24	164.	100072	4. 4.56	156.	98547	2.4. 30	88.	97413	24
7	4. 55.58	165.	100021	4. 1.54	154.	98500	1.59.38	84.	97388	23
8	2. 55.28	165.	99969	3. 58.48	154.	98453	1.54 43	81.	97364	22
9	4. 54.52	166.	99917	3. 55.37	152.	98401	1.49.46	77.	97341	21
10	4. 54.10	166.	99865	3. 52.21	150.	98361	1.44 46	74.	97320	20
11	4. 53 23	166.	99813	3. 49. 0	149.	98316	1.39.44	71.	97299	19
12	4. 52.30	166.	99761	3. 45.35	147.	98272	1.34.41	67.	97279	18
13	4. 51 31	167.	99709	3. 42. 6	145.	98228	1.29.36	63.	97260	17
14	4 50 27	167.	99657	3. 38 34	143.	98165	1.24.29	60.	97242	16
15	4. 49.19	167	99605	3. 4.57	141.	98.42	1.19.21	57.	97225	15
16	4. 48. 5	167.	99553	3. 31.15	140.	98100	1.14.12	53.	57209	14
17	4. 46.45	167.	99501	3. 27.29	138.	98059	1. 9 0	50.	97194	13
18	4. 45.20	167.	99449	3. 23.39	135.	98018	1.3. 47	45.	97180	12
19	4. 43.50	167.	99.97	3. 19.45	133.	97978	0.58.33	42.	97167	11
20	4. 42.15	166.	99343	3. 15.46	131.	97938	0.53.18	39.	97155	10
21	4. 40 33	166.	99293	3. 11.43	129.	97899	0.48. 1	35.	97144	9
22	4. 38.46	166.	99242	3. 7.37	127.	97861	0.42.43	31.	97134	8
23	4. 36.54	166.	99191	3. 3.28	124.	97824	0.37.24	26.	97126	7
24	4. 34.57	166.	99140	2. 59.15	122.	97787	0.32. 5	23.	97120	6
25	4. 32.55	166.	99089	2. 54 59	119	97751	0 26.45	19.	97115	5
26	4. 30.48	166.	99038	2. 50.40	117.	97716	0.21.25	16.	97111	4
27	4. 28.35	165.	98937	2. 46.17	114.	97682	0.16. 4	12.	97108	3
28	4. 26.17	164.	98937	2. 41.50	112	97649	0.10.42	7.	97105	2
29	4. 23.53	164.	98887	2. 37.20	109.	97616	0.5. 21	3.	97102	1
30	4. 21.26	162.	98838	2. 32.48	106.	97584	0. 0. 0	0.	97100	0

Sign. 8. Adde	Sign. 7. Adde	Sign. 6. Adde

TABVLA ÆQVA

TABVLA

Æquationum centri Lunaris extra Syzigias vſurpanda.

Gradus.	Elong. Lunæ duplic. Adde G. M.	Scrupula proportio.	Elong. à Sole dupl. 1. Adde G. M.	Scrupula proportio.	Elong. à Sole dupl. 2. Adde. G. M.	Scrupula proportio.	Elong. à Sole dupl. 3. Adde G. M.	Scrupula proportio.	Elong. à Sole dupl. 4. Adde G. M.	Scrupula proportio.	Elong. à Sole dupl. 5. Adde G. M	Scrupula proportio.	
0.	0. 0	0.	4. 4	5.	8. 21	18.	12.11	33.	12. 2	47.	8. 40	57.	30.
1.	0. 8	0.	4. 13	5.	8. 29	18.	12.17	34.	12.59	48.	8. 26	57.	29.
2.	0 16	0.	4. 21	6.	8. 38	19.	12.21	34.	12.55	48.	8. 11	57	28.
3.	0. 24	0.	4. 29	6.	8. 46	19.	12.16	35.	13.51	48.	7. 56	57.	27.
4.	0. 31	0.	4. 38	6.	8. 53	20.	12.31	35.	12.47	49.	7. 41	57.	26.
5.	0. 40	0.	4. 46	7.	8. 4	10.	12.36	36.	12.41	49.	7. 16	58.	25.
6.	0. 49	0.	4. 55	7.	8. 12	21.	12.41	36.	12.37	49.	7. 10	58	24.
7.	0. 57	0.	5. 3	7.	9. 10	21.	12.45	37.	12.31	50.	7. 54	58.	23.
8.	1. 5	0.	5. 12	8.	9. 29	22.	12.49	37.	12.15	50.	6. 38	58.	22.
9.	1. 13	0.	5. 20	8.	9. 37	22.	12.53	38.	12.19	51.	6. 22	58.	21.
10.	1. 21	1.	5. 28	9.	9. 45	23.	11.56	38.	12.12	51.	6. 5	59.	20.
11.	1. 29	1.	5. 37	9.	9. 54	23.	13. 0	39.	11. 5	51.	5. 48	59.	19.
12.	1. 37	1.	5. 43	9.	10. 2	14.	13. 3	39.	12 58	52.	5. 31	59.	18.
13.	1 45	1.	5. 54	10.	10.10	24.	13. 5	40.	12.30	51.	5. 14	59.	17.
14.	1 53	1.	6. 2	10.	10.18	23.	13. 8	40.	12.41	52.	4. 57	59.	16.
15.	2. 1	1.	6. 11	11.	10.26	25.	13.10	41.	12.33	53.	4. 39	59.	15.
16.	2. 10	1.	6. 20	11.	10.34	26.	13.12	41.	12.24	53.	4. 21	59.	14.
17.	2. 18	2.	6. 28	12.	10.41	26.	13.13.	41.	11.13	55.	4. 3	59.	13.
18.	2. 26	2.	6. 37	12.	10.49	27.	13.14	42.	11. 3	54.	3. 43	59.	12.
19.	2. 34	2.	6. 45	12.	10.37	27.	13.15	42.	10.55	34.	3. 27	60.	11.
20.	2. 42	2.	6. 54	13.	11. 4	28.	13.16	43.	10.44	54.	3. 8	60.	10.
21.	2. 50	3.	7. 3	13.	11.11	28.	13.16	45.	10.33	54.	2. 30	60.	9.
22.	2. 39	3.	7. 12	14.	11.18	29.	13.16	44.	10.22	55.	2. 3	60.	8.
23.	3. 7	3.	7. 20	14.	11.23	30.	13.15	44.	10.20	35.	2. 13	60.	7.
24.	3. 15	3.	7. 29	15.	11 32	30.	13.15	45.	9. 59	55.	1. 54	60.	6.
25.	3. 23	4.	7. 37	15.	11.39	31.	13.14	45.	9. 46	55.	1. 35	60.	5.
26.	3. 31	4.	7. 46	16.	11.45	31.	13.12	45.	9. 34	56.	1. 16	60.	4.
27.	3. 40	4.	7. 55	16.	11.52	32.	13.10	46.	9. 21	56.	0. 57	60.	3.
28.	3. 48	4.	8. 3	17.	11.58	32.	13. 8	46.	9. 7	56.	0. 38	60	2.
29.	3. 56	5.	8. 12	17.	12. 4	32.	13. 5	47.	8. 54	56.	0. 19	60.	1.
30.	4. 4	5.	8. 21	18.	12.11	33.	13. 2	47.	8. 40	57.	0. 0	60.	0.
	11. Sub. Elong. à Sole duplic.		10. Sub. Elong. à Sole duplic.		9. Sub. Elong. à Sole duplic.		8. Sub. Elong. à Sole duplic.		7. Sub. Elong à Sole duplic.		6. Sub. Elong. à Sole duplic.		

TABVLA LATIT.

TABVLA REDVCTIO

Latitudinis Lunæ. Lunæ ad Eclypticam.

Gradus	B signo 0 A sign. 6 latitud. G.M.S.	Excessus M.S.	S.1.B.o S.7.Au. latitud. G.M.S.	Excessus M.S.	S.2.B.o. S.8.Au. latitud. G.M.S.	Excessus M.S.	
0	0. 0. 0	0. 0	2.29.52	7. 58	4.19.43.	13.52	30
1	0. 5.14	0. 17	2.34.22	8. 13	4.22.18.	14. 0	29
2	0. 10.27	0. 34	2.38.50	8. 27	4.24.49.	14. 7	28
3	0. 15.41	0. 50	2.43.15	8. 41	4.27.24.	14.14	27
4	0. 20.54	1. 7	2.47.57	8. 55	4.29.34.	14.21	26
5	0. 26. 7	1. 23	2.51.56	9. 9	4.31.50.	14.28	25
6	0. 31.19	1. 40	2.56.18	9. 23	4.34. 0.	14.35	24
7	0. 36.31	1. 57	2. 0.24	9. 37	4.36. 6.	14.42	23
8	0. 41.42	2. 13	3. 4.33	9. 58	4.38. 6.	14.49	22
9	0. 46.52	2. 30	3. 8.39	10. 4	4.40. 2.	14.56	21
10	0. 52. 2	2. 46	3.12.42	10.17	4.41.52.	15. 2	20
11	0. 57.10	3. 3	3.16.41	10.29	4.43.37.	15. 8	19
12	1. 2.18	3. 19	3.20.36	10.41	4.45.17.	15.13	18
13	1. 7.24	3. 35	3.24.28	10.53	4.46.52.	15.18	17
14	1. 12.29	3. 52	3.28.16	11. 5	4.48.21.	15.23	16
15	1. 17.33	4. 8	3.32. 0	11.16	4.49.45.	15.27	15
16	1. 22.36	4. 24	3.35. 4	11.28	4.51. 4.	15.31	14
17	1. 27.37	4. 40	3.39.17	11.40	4.52.17.	15.35	13
18	1. 32.36	4. 56	3.42.49	11.52	4.53.26.	15.38	12
19	1. 37.34	5. 12	3.46.17	12. 3	4.54.29.	15.41	11
20	1. 42.30	5. 28	3.49.42	12.14	4.55.26.	15.44	10
21	1. 47.24	5. 43	3.53. 2	12.25	4.56.18.	15.47	9
22	1. 52.16	5. 59	3.56.17	12.36	4.57. 4.	15.49	8
23	1. 57. 6	6. 14	3.59.29	12.47	4.57.45.	15.52	7
24	2. 1.54	6. 30	4. 2.36	12.57	4.58.21.	15.53	6
25	2. 6.39	6. 45	4. 5.38	13. 7	4.58.51.	15.55	5
26	2. 11.23	7. 0	4. 8.37	13.17	4.59.16.	15.56	4
27	2. 16. 4	7. 15	4.11.30	13.26	4.59.35.	15.57	3
28	2. 20.42	7. 29	4.14.19	13.35	4.59.49.	15.58	2
29	2. 25.18	7. 44	4.17. 4	13.44	4.59.57.	15.59	1
30	2. 29.52	7. 58	4.19.43	13.52	5. 0. 0.	16. 0	0
	S.11.Auſ. S.5.Bor.		S.10.Auſ. S.4.Bor.		S.9.Auſ. S.3.Bor.		Gr.

Gradus	Motus latitud. Sig.0.6. Subtr. M. Se.	Motus latitud. Sig.1.7. Subtr. M. Se.	Motus latitud. Sig.2.8. M. Se.	
0	0. 0.	6. 6.	6. 5.	30
1	0. 15.	6. 12.	5. 57.	29
2	0. 30.	6. 18.	5. 48.	28
3	0. 45.	6. 24.	5. 39	27
4	0. 59.	6. 29.	5. 30.	26
5	1. 13.	6. 35.	5. 21.	25
6	1. 27.	6. 40.	5. 12.	24
7	1. 42.	6. 44.	5. 3.	23
8	1. 56.	6. 47.	4. 51.	22
9	2. 10.	6. 51.	4. 40.	21
10	2. 24.	6. 54.	4. 29.	20
11	2. 38.	6. 56.	4. 18.	19
12	2. 52.	6. 57.	4. 7.	18
13	3. 6.	6. 58.	3. 55.	17
14	3. 19.	6. 59.	3. 42.	16
15	3. 32.	7. 0.	3. 31.	15
16	3. 43.	6. 59.	3. 18.	14
17	3. 56.	6. 58.	3. 5.	13
18	4. 18.	6. 57.	2. 51.	12
19	4. 19.	6. 56.	2. 38.	11
20	4. 30.	6. 54.	2. 23.	10
21	4. 41.	9. 51.	2. 9.	9
22	4. 52.	6. 47.	1. 55.	8
23	5. 2.	6. 44	1. 41	7
24	5. 13.	6. 40.	1. 26.	6
25	5. 22.	6. 35.	1. 12.	5
26	5. 31.	6. 28.	0. 58.	4
27	5. 40.	6. 25.	0. 45.	3
28	5. 49.	6. 17.	0. 30.	2
29	5. 58.	6. 11.	0. 15.	1
30	6. 6.	6. 5.	0. 0.	0
	Sig.11.5. Adde	Sig.10.4. Adde	Sig.9.3. Adde	

TABVLA
PARALLAXEON LVNÆ.

Elevatio.	52 Semi 92018. E M. Se.	53 diam 93798. ion M. Se.	54 etri 95568. ga M. Se.	55 tei 97337. ti M. Se.	56 iæ 99107. o M. Se.	57 100877. Lu M. Se.	58 102647. næ M. Se.	59 104416. à M. Se.	60 106186. ter M. Se.	61 107956. ra M. Se.
0.	66. 6	64.51	63.39	62.30	61.23	60.20	59.17	58.16	57.18	56.21
1.	66. 6	64 51	63.39	62.29	61.23	60.19	59.17	38 16	57.18	56.21
2.	66. 5	64.50	63.38	62.28	61.12	60.18	59.16	38.15	57.17	36.19
3.	66. 4	64 49	63.37	62.27	61.21	60.17	59.13	58.14	57.16	56.18
4.	66. 1	64.47	63.35	62.25	61.18	60.15	39.12	58.11	57.13	56.16
5.	65.57	64.43	63.31	62.21	61.14	60.11	59. 8	58. 7	57. 9	56.13
6.	65.52	64.38	63.26	62.16	61.10	60. 7	59. 3	58. 3	57. 5	56. 9
9.	65.29	64.15	63. 3	61.54	60.48	59.46	58.42	57.43	56.44	55.48
12.	64.55	63.41	62 30	61.22	60.16	59.16	38.12	57.13	56.14	55.18
15.	64.10	62.57	61.47	60.39	59.34	38.32	57.30	56.32	55.36	54.35
18.	63.15	62. 3	60.54	59.46	58.42	57.40	56 39	55.43	54.47	53.49
21.	62. 8	60.58	59.51	58.44	57.40	56.40	55.40	54 44	53.50	52.55
24.	60.52	59.42	58.36	57.31	36.29	55.29	54.29	53.34	52.40	51.50
27.	39.25	38. 7	57.12	56.10	55. 8	34.11	53.13	52.18	51.25	50.38
30.	57.48	56.42	55.39	54.37	33.38	52.42	51.47	50.54	50. 5	49.13
33.	56. 2	54.58	53.57	32.55	31.59	51. 4	50.10	49.19	48.34	47.42
36.	54. 5	33. 4	52. 4	51. 7	50 11	49.18	48.22	47.37	46 50	46. 2
39.	51. 0	51. 1	50. 3	49. 8	48.15	47.24	46.31	45.46	45. 0	44.15
41.	49.46	48.49	47.54	47. 2	46.10	45.21	44.34	43.47	43. 4	42.21
45.	47.23	46.29	45.36	44.46	43.58	43.12	42.25	41.41	41. 1	40.19
48.	44.53	44. 1	43.11	42.23	41.38	40.57	40.10	39.29	38.50	38.10
51.	42.14	41.26	40.39	19.54	39.11	38.30	37.49	37.11	36.32	35.55
54.	39.29	38.43	38. 0	37.18	36.37	35.58	35.20	34.44	34. 9	33.34
57.	36.36	35.52	35.14	34.35	33.57	33.23	32.47	32.13	31.40	51. 8
60.	33.37	32.58	32.21	31.46	31.11	30.38	30. 6	29.35	29. 5	28.35
63.	30.31	29.57	29.23	28.50	28.19	27.49	28.20	26.52	26.25	25.58
66.	27.22	26.51	26.21	25.30	25.23	24.56	24.29	24. 4	23.40	23.17
69.	24. 8	23.40	23.13	22.48	22.22	21.59	21.36	21.13	20.52	20.31
72.	20.49	20.25	20. 2	19.40	19.19	18.58	18.39	18.18	18. 0	17.42
75.	17.24	17. 6	16.49	16.28	16.13	15.53	15.36	15.10	15. 5	14.49
78.	14. 0	13.45	13.29	13.14	13. 2	12.44	12.33	12.20	12. 9	11. 55
81.	10.33	10.21	10. 9	9. 58	9. 47	9. 36	9. 26	9. 17	9. 8	8. 58
84.	7. 3	6. 57	6. 48	6 42	6. 32	6. 25	6. 18	61 11	6. 6	6 0
87.	3. 32	3. 28	3. 24	3. 22	3. 17	3. 13	3. 10	3. 5	3. 3	3. 0
89.	1. 10	1. 9	1. 8	1 7	1. 5	1. 4	1. 3	11 1	1. 1	1 0

TABVLA

Tabula ſemidiamet. Appar. Solis, Lunæ & Vmbræ.

Anomalia.	Semidiam. Solis. M. Se.	Semidiam. Lunæ. M. Se.	Sol. Apo. vmbr. io tra. M.Se.	Variatio. vmbr. aufer. Sec.	Axis vmbr. in ſemidia. terræ.	Anomalia.
0. 0.	15. 30.	14.48.	38 42.	0.	229.	0. 0.
3.	30.	48.	38. 43.	0.		25.
10.	30.	49.	44.	1.		20.
15.	31.	50.	50.	2.		15.
20.	32.	51.	56.	3.		10.
25.	33.	51.	39. 8.	4.		5.
1. 0.	15. 34.	14. 53.	39. 20.	5.	227.	11.0.
5.	15. 35.	14. 55.	39. 33.	6.		25.
10.	36.	57.	39. 45.	7.		20.
15.	37.	59.	39. 58	9.		15.
20.	38.	15. 1.	40. 14.	11.		10.
25.	39.	3.	40. 32.	14.		5.
2. 0.	15. 40.	15. 6.	40. 50.	18.	226.	10.0.
5.	15. 41.	15. 9.	41. 10.	22.		25.
10.	15. 42.	15. 12.	41. 33.	26.		20.
15.	15. 43.	15. 15.	41. 55.	30.		15.
20.	15. 44.	15. 18.	42. 18.	33.		10.
25.	15. 45.	15. 21.	42. 45.	36.		5.

Anomalia.	Semidiam. Solis. M.Se.	Semidiam. Lunæ. M. Se.	Sol. Apo. vmbr. in tra. M.Se.	Variatio. vmbr. aufer. Sec.	Axis vmbr. io ſemidia. terræ.	Anomalia.
3. 0.	15. 46.	15. 24.	43. 9.	40.	225.	9. [illegible]
5.	15. 47.	15. 27.	43. 36.	43.		[illegible]
10.	48.	30.	44. 2.	46.		[illegible]
15.	49.	33.	44 28.	48.		[illegible]
20.	50.	36.	44. 52.	51.		[illegible]
25.	51.	41.	45. 18.	54.		5.
4. 0.	52.	44.	45. 44.	57.	223.	8. 0.
5.	15. 53.	15. 47.	46. 12.	60.		25.
10.	54.	50.	46. 36.	62.		20.
15.	55.	53.	47. 0.	65.		15.
20.	56.	56.	47. 20.	68.		10.
25.	57.	16. 0.	47. 38	70.		5.
5. 0.	58.	4.	47 56.	72.	222.	7. 0.
5.	58.	6.	48. 13.	73.		25.
10.	59.	8.	48. 28.	74.		20.
15.	16. 0.	9.	48. 38.	75.		15.
20.	1.	10.	48. 46.	76.		10.
25.	2.	11.	48. 52.	77.		5.
60.	16. 2	16.12.	48. 55.	77.	221.	6. 0.

Anomalia Solis dat ſemidiametrum Solis, & variationem vmbræ ſemper auferendam.
Anomalia Lunæ æquata dat ſemidiametrum Lunæ & vmbræ.

TABULÆ LUNISOLARES

Radices Meridiano Lugdunenſi aptatæ pro media nocte tempore medio.

STYLO VETERI.

Ann. Chri incu.	Epactæ. Dies. H M.S.	Anomalia Solis. Sig.G.M.S.	Anomalia Lunæ. Sig.G.M.S.	Motus lat. Lunæ. Sig.G.M.S.	Motus Solis. Sig.G.M.S.
1401.	15.12.41.41	6. 0.26.22	8.24.19.37	2.23. 0.30	9. 3.36. 3
1501.	11. 4.28.50	6. 4.14.20	5. 9.33.55	7.12.26.58	9. 8.39. 4
1601.	6.20.16. 0	6. 8. 2.20	1.24.48.14	0. 1.53.27	9.13.42. 4
1701.	2.22. 3.13	6.11.50.20	10.10. 2.28	4.21.19.55	9.18.45. 5
1801.	27.16.34 11	5.16.32.54	5.29.27.41	8.10. 6. 9	8.24.41.44
1901.	23. 8.21.20	5.20.20.31	2.14.42.17	0.29.32.37	8.29.44.47

STYLO GREGORIANO.

Ann. Chri incu.	Epactæ. Dies. H M.S.	Anomalia Solis. Sig.G.M.S.	Anomalia Lunæ. Sig.G.M.S.	Motus lat. Lunæ. Sig.G.M.S.	Motus Solis. Sig.G.M.S.
1601.	16. 9. 0. 3	5. 8.55.59	0.28.59.14	11. 1.13.13	8.14.35.40
1681.	11. 2. 8 9	5.23.36.53	0 27.30.18	3. 5. 2.27	9. 0.16.40
1701.	21. 0.47.12	5.12.43.56	9.14.13.34	3.20.39.41	8.19.38.43
1721.	2.10.42.12	6. 0.57.20	6.26.45.50	5. 6.57. 7	9. 8. 7.10
1741.	13. 9.21. 5	5.20. 4.23	3.13.29. 6	5.22.34.19	8.27.29.13
1761.	24. 8. 0. 8	5. 9.11.26	0. 0.12.22	6. 8.11.31	8.16.51.16
1781.	5.17.55. 8	5.27.24.50	9.12.44.38	7.24.28.57	9. 5.19.43
1801.	15.16.34.11	5.16.32.54	5.29.27.41	8.10. 6. 9	8.24.41.44
1901.	10. 8.21.20	5.20.20.51	2.14.42.37	0.29.32.37	8.29.44.47

TABVLA

ANNORVM ABSOLVTORVM.

Anni absolu-ti.	Epactæ Dies.Hor. M. Se.	Anomal. Solis. Sig.G.M.Se	Anomal. Lunæ. Sig.G.M.Se.	Motus latit. Lunæ. Sig.G.M.Se	Motus Solis. Sig.G.M.Se.
1.	10.15.11.22	11.19.16. 8	10. 9.48. 1	0. 8. 2.47	11.19.16.52
2.	21. 6.22.45	11. 8.32.16	8.19.36. 1	0.16. 5.33	11. 8.33.43
3.	2. 8.50. 4	11.26.54.44	7.25.13. 2	1.24.48.34	11.26.56.59
4.	14. 0. 1.26	11.16.10.52	6. 5. 1. 3	2. 2.51'21	11.16.13.51
5.	24.15.12.49	11. 5.27. 0	4.14.49. 4	2.10.54. 8	11. 5.30.42
6.	5.17 40. 7	11.23.49.29	3.10.26. 5	3.19.37. 8	11.23.53.58
7.	16. 8.51.30	11.13. 5.37	2. 0.14. 5	3.27.39.55	11.13.10.50
8.	28. 0. 2.52	11. 2.21.45	0.10. 2. 6	4. 5.42.42	11. 2,27.42
9.	9. 2.30.11	11.20.44.13	11.15.39. 7	5.14.25.42	11.20.50.57
10.	19.17.41.33	11.10. 0.21	9.25.27. 8	5.22.28.19	11.10. 7.49
11.	0.20. 8.52	11.28.22.50	9. 1. 4. 8	7. 1.11.30	11.28.31. 5
12.	12.11.20.15	11.17.38.58	7.10.52. 9	7. 9.14.16	11.17.47.57
13.	23. 2.31.37	11. 6.55. 6	5.20.40.10	7.17.17. 3	11. 7. 4.48
14.	4. 4.58.56	11.25.17.34	4.26.17.11	8.26. 0. 4	11.25.28. 4
15.	14.20.10.18	11.14.33.42	3. 6. 5.12	9. 4. 2. 51	11.14.44.56
16.	26.11.21.41	11. 3.49.50	1.15.53.12	9.12. 5.37	11. 4. 1.47
17.	7.13.49. 0	11.21.12.19	0.21.30.13	10.20.48.38	11.22.25. 3
18.	18. 5. 0.22	11.11.28.26	11. 1.18.14	10.28.51.25	11.11.41.55
19.	28.20.11.44	11. 0.44.34	9.11. 6.15	11. 6.54.12	11. 0.58.46
20.	10.22.39. 3	11.19. 7. 3	8.16.43.16	0.15.57.12	11.19.22. 3
40.	21.21.18. 6	11. 8.14. 6	5. 3.26.32	1. 1.14.24	11. 8.44. 6
60.	3. 7.13. 6	11.26.27.30	2.15.58.40	2.17.31.50	11.27.12.33
80.	14. 5.52. 9	12.15.34.33	11. 2.42. 4	3. 3. 9. 2	11,16.34.36
B.100.	25. 4.31.12	11. 4.41.36	7.19.25.20	3. 18.46.14	11. 5.56.39

TABVLA

TABVLA

Menſium in Anno communi.

Menſes ineuntes.	Epactæ Dies. Hor. M. Sc.	Anomal. Solis. Sig.G.M.S.	Anomal. Lunæ. Sig.G.M.S.	Motus lat. Lunæ Sig.G.M.S.	Motus Solis. Sig.G.M.S.
Januar.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0 0	0. 0. 0. 0
Febr.	1.11.15.57	0.29. 6.21	0.25.49. 0	1. 0 40.14	0.29. 6.24
Mart.	29.11.15.57	0.26. 6.21	0.25.49. 0	1. 0.40.14	0.29. 6.24
Aprilis.	1. 9.47.51	2.27.19. 2	2.17.27. 0	3. 2. 0.42	2.27.19.13
Maius.	1.21. 3.47	3.26.25.23	3.13.16. 0	4. 2.40.56	3.26.25.37
Junius.	3. 8.19.44	4.25.31.43	4 9. 3. 0	5. 3.21. 9	4.25 32. 2
Julius.	3.19.35.41	5.24.38. 4	5. 4 54. 0	6. 4. 1.23	5.24 38.26
August.	5. 6.51.38	6.23.44.25	6. 0 43. 0	7. 4.41.37	6.23.44.50
Septemb.	6.18. 7.35	7.22.50.43	6.26.32. 1	8. 3.21.51	7.22.51.14
October.	7. 3.23.32	8.21.57. 6	7.22.21. 1	9. 6. 2. 5	8.21.57.39
Novem.	8.16.39.29	9.21. 3.27	8.18.10. 1	10. 6.41.19	9.21. 4. 3
Decemb.	9. 3.55.25	10.20. 9.47	9.13 59. 1	11. 7.22.33	10.20.10.27
Annus.	10.15.11.22	11.19.16. 8	10. 9.48. 1	0. 8. 2.47	11.19.16.52

Tabula Menſium in Anno Biſſextili.

Janu.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0
Febr.	1 11.15.57	0.29. 6.21	0.25.49. 0	1. 0.40.14	0.29. 6.24
Mart.	0.22.31.54	1.28.12.41	1 21.38. 0	2. 1.20.28	1.28.12.48
April.	2. 9.47.51	2.27.19. 2	2.17.27. 0	3. 2. 0.42	2.27.19.13
Majus.	2.21. 3.47	3.26 25.23	3.13.16. 0	4. 2.40.56	3.26.25.37
Jun.	4. 8.19.44	4.25.31.43	4. 9. 5. 0	3. 3.21. 9	4.25.32. 2
Jul.	4.19.35.41	5.24.38. 4	3. 4.54. 0	6. 4. 1.23	5.24.38.26
August.	6. 6.51.38	6.23.44.25	6. 0 43. 0	7. 4.41.37	6.23.44.50
Septemb.	7.18. 7.35	7.22.50 45	6.26.32. 1	8. 5.21.51	7.21.51.14
Octob.	8. 5.23.32	8.21.57. 6	7.22.21. 1	9. 6. 2. 5	8.21.57.39
Nouemb.	9.16.39.29	9.21. 3.27	8.18.10. 1	10. 6.42.19	9.21. 4. 3
Decemb.	10. 3.55.25	10.20. 9.47	9.13.59. 1	11. 7.22.33	10.20.10.27
An. Biſſex.	11.15.11.22	11.19.16. 8	10. 9.48 1	0. 8. 2.47	11.19.16.52

Anni Biſſextiles in Centenario.

4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36. 40. 44. 48.

52. 56. 60. 64. 68. 72. 76. 80. 84. 88. 92. 96.

TABVLA

LUNÆ PLENÆ ET NOUÆ

Syzygiæ.	Temp à quo subtr. Epactæ Dies.H. M.S.	Anomal. Solis. Sig.G.M.Se.	Anomal. Lunæ. Sig.G.M.Se.	Motus latit. Lunæ. Sig.G. M.Se.	Motus Solis. Sig.G. M.Se.
Plenil.	15.18.22. 2.	0. 14.55.10.	6. 12.54.30.	6. 15.20. 7.	0. 14.33.12.
Novil.	30.12.44. 3.	0. 29. 6.21.	0. 25.49. 0.	1. 0.40.14.	0. 29. 6.24.
Plenil.	45. 7. 6. 5.	1. 15.59.31.	7. 8.45.30.	7. 16. 0.21.	1. 15.59.56.
Novil.	60. 1.28. 6.	1. 28.12.41.	1. 21.38. 0.	2. 1.20.28.	1. 28.12.48.
Plenil.	74.19.50. 8.	2. 12.45.52.	8. 4.32.30.	8. 16.40.35.	2. 12.46. 1.
Novil.	89.14.12. 9.	2. 27.19. 2.	2. 17.27. 0.	3. 2. 0.42.	2. 27.19.15.

Tablua Mensium Lunarium.

	Tempus. Dies.H.M.S.Ter.	Anomalia Solis. Sig.G.M. S.Ter.	Anomal. Lunæ. Sig.G.M.S.Ter.	Motus lat.Lun. Sig.G.M.S.Ter	Motus Solis. Sig.G.M.S.Ter.
1.	29.12.44. 1. 9.	0.29. 6.20.40.	0.25.49. 0. 4.	1. 0.40.13.54.	0.29. 6.24.18.
2.	59. 1.28. 6.17.	1.28. 12.41.19.	1.21.38. 0. 7.	2. 1.20.27.47.	1.28.12.48.36.
3.	88.14.12. 9.26.	2.27.19. 1.59.	2.17.27. 0.11.	3. 2. 0.41.41.	2.27.19.12.54.
4.	118. 2.56.12.55.	3.26. 25.22.38.	5.13.16. 0.15.	4. 2.40.55.35.	3.26.25.57.12.
5.	147.15.40.15.43.	4.25. 31.45.18.	4. 9. 5. 0.19.	5. 3.21. 9.29.	4.25.52. 2.51.
6.	177. 4.24.18.52.	5.24. 38. 3.58.	5. 4.54. 0.23.	6. 4. 1.23.22.	5.24.38.25.49.
7.	206.17. 8.22. 1.	6.25. 44.24.57.	6. 0.43. 0.26.	7. 4.41.57.16.	6.23.44.50. 7.
8.	236. 5.52.25. 9.	7.22. 50. 45.17.	6.26.32. 0.30.	8. 5.21.51.10.	7.22.51.14.25.
9.	265.18.56.28.18.	8.21.57. 5.57.	7.22.21. 0.34.	9. 6. 2. 5. 3.	8.21.57.58.43.
10.	295. 7.20.31.27.	9.21. 3.26.56.	8.18.10. 0.38.	10. 6.42.18.57.	9.21. 4. 3. 1.
11.	324.20. 4.34.35.	10.20. 9.47.16.	9.13.59. 0.41.	11. 7.22.32.51.	10.20.10.27.19.
12.	354. 8.48.37.44.	11.19.16. 7.56.	10. 9.48. 0.45.	0. 8. 2.46.43.	11.19.16.51.37.
13.	383.21.32.40.53.	0.18.22.28.35.	11. 5.37. 0.49.	1. 8.43. 0.58.	0.18.23.15.56.
½	14.18.22. 1.54.	0.14.33.10. 20.	6.12.54.30. 2.	6.15.20. 6.57.	0.14.33.12. 9.
¼	7. 9.11. 0.47.	0. 7.16.35.10.	5. 6.27.15. 1.	3. 7.40. 3.28.	0. 7.16.36. 4.

TABVLA

ASTRONOMIÆ

LIBER QVARTVS

De variis luminarium accidentibus Parallaxi, refractione, distantia, diametris apparentibus, magnitudine, eclypsibus.

VTRIQVE *Luminari Soli, nempe & Lunæ communia sunt quæ toto hoc libro continentur, variasque eorum comparationes supponunt: quæ quia non nisi constitutis motibus satis extricari poterant; ideo in hunc librum reiecta sunt, singillatim expendenda: vitato quantum fieri poterit paralogismo, & vitioso circulo; à parallaxi igitur incipiamus.*

PROPOSITIO I.

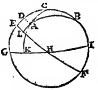
Problema.

Lunæ declinationem pro quocumque tempore determinare.

Suppono primò determinatum tempus, vel quod ope funependuli habeatur, vel ex altitudine alicuius stellæ, cuius ascensio recta nota sit. quamuis autem stellarum ascensiones nondum constituerimus, iis tamen vti possumus, quia independenter ab his eas inferiùs stabiliemus: supponatur ergo luna meridianum attigisse; inquiritur primo quænam hora sit numera oscillationes funependuli, donec aliqua stella notæ ascensionis rectæ meridianum attingat. inquire ascensionem rectam Solis & ex comparatione vtriusque circulum horarium solis inuenies seu horam.

Id faciliùs præstabis si horologium automaton, pendulo instructum habeas si enim notes horam indicatam dum luna meridianum attingit, & horam pariter indicatam ab eodem horologio duobus diebus continuis Sole in meridiano versante, facile ex his momentum habebis, quô luna obseruata est in meridiano hoc tempus est apparens ideoque ad tempus æquabile reducendum: potes item horam habere ex eleuatione cuiuslibet stellæ cuius nota sit ascensio recta, & declinatio vel si proponatur quodcumque tempus. Ad propositum igitur tempus inquire ex tabulis lunæ longitudinem, seu distantiam ab ariete in sua orbita hanc longitudinem Lunæ reduces ad eclypticam, vt habeas veram Lunæ longitudinem. Inquire item ex tabulis latitudinem lunæ quærendo motum latitudinis, & ex eo latitudinem.

Data Lunæ longitudine, & latitudine, & declinatione maxima eclypticæ, per trigonometriã Lunæ declinationem, & ascensionem rectam ita inuestigabis sit luna in puncto A, sitque data eius longitudo HL & latitudo AL quæritur eius declinatio AK, & asensio recta HK sit polus mundi seu



æquatoris C, polus eclypticæ B. in triangulo ABC, datur angulus ABC. seu arcus LE complementum longitudinis HL detur latus BC $23\frac{1}{2}$ & AB complementum latitudinis, igitur innotescet per trigonometriã, basis AC complementum declinationis AK, cognoscetur item angulus ACB, ergo & eius complementum ad duos rectos ACD, seu arcus KG complementum ascensionis rectæ HG.

Sunt plurimi casus eiusdem problematis, eum proposui in quo longitudo gradibus 90 minor esset, sed quia nulla est peculiaris difficultas in cæteris, propositus sufficiet.

Maginus & Regiomontanus tabulas declinationum construxerunt, ad singulos longitudinis & latitudinis gradus quarum artificium eodem nititur principio.

PROPOSITIO II.

Problema.

Parallaxin Lunæ in circulo verticali, obseruare.

Primò per præcedentem propositionem tempus quô Luna meridianum attingit determina, eiusque declinationem ad prædictum tempus ex tabulis

tabulis ſupputa, quam addes eleuationi æquinoctialis tuæ tegioois ſi borealis fuetit, & exurget eleuatio Lunæ meridiana ex tabulis cognita; obſerua diligeoter eiuſdem Lunæ meridianam altitudioem ſupputata differentia ioter obſeruatam, & ſopputatam eahibet parallaxin in circulo verticali.

Tutior erit obſeruatio ſi luna in eo puncto ſuæ orbitæ verſetur in quo minimam patitur mutationem declinationis, vt circa limitem boreum quia etiamſi erratum fuiſſet in caleulo motûs lunaris, via ſenſibilis in declinationem ſopputatam error redundaret.

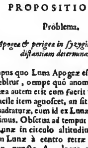
Poſſet idem præſtari Luna nonageſimum obtinente, ſi enim obſeruetur eius ſupra horizontem eleuatio, & ad tempus datum tam longitudo quam latitudo ſupputetor, & conſeqoenter per trigometricum caleulum eius vera altitudo; differeotia inter ſopputatam, & obſeruatam, erit parallaxis in circulo verticali immo ſi caleolus trigonometrieus adhibeatur datâ lunæ longitudiue, & latitudine pro quôlibet tempore, innoteſcere debet & circulus verticalis in quo exiſtit, & altitudo eius veta.

PROPOSITIO III.

Problema.

Lunæ Apogea & perigea in ſyzygiis & quadraturis diſtantiam determinare.

Tempus quo Luna Apogeæ eſt, facile ex tabulis habebitur, nempe quô anomalia Lunæ fuerit 0. perigæa autem erit eum fuerit ſignorum 6. præciſe; facile item agnoſcet, an ſit pleniluniom, an verò quadraturæ, cum id ex Lunæ aſpectu colligere poſſimus. Obſerua ad tempus propoſitũ parallaxin Lunæ in circulo altitudinis. Ea qua diſtantiam Lunæ à centro terræ ita colliges. Sit Luna in puncto A, locus obſervationis in puncto B, centrum terræ C, ſit eleuatio lunæ vera angulus ACD, obſeruata ABE, cuius differentia erit parallaxis BAC cum enim lineæ BE DC ſint parallelæ; erit (*per* 27. 1.) angulus AFE æqualis veræ eleuationi lunæ ACD, ſed angulus externus AFE duobus interols ABF FAB æqualis eſt; ergo angulus BAF, eſt differentia inter altitudinem veram, & obſeruatam quare in triangulo BAC ſinguli anguli cognoſcuntur præſupponitur item BC ſemidiameter terræ, aut cognita, aut tanquam prima menſora, fiat ergo vt ſinus anguli BAC, ad ſinum anguli ABC, ita ſemidiameter terræ, ad AC, diſtantiam Luoæ à centro terræ.



Pater Riecioliss pluribus obſeruationibus Almageſti libro 4. pag. 225 relatis concludit,

Lunæ Apogeæ in quadraturis diſtantiam eſſe ſemidiametrorum terræ 66 $\frac{2}{3}$.

Lunæ perigeæ in quadraturis ſemidiametr. 51. 20.

In ſyzygis Lunæ Apogeæ diſtantia eſt ſemidiam. 64. $\frac{1}{6}$.

In ſyzygiis lunæ perigeæ diſtantia eſt ſemidiam. 55. 45.

Ex his vides Ptolemaicam hypotheſin in eo deficere, quod in quadraturis lunæ apogeæ diſtantiam breuiorem efficiat, nam luoa Apogea in quadraturis, remotiſſima eſt vt ex his obſeruationibus fit manifeſtum.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Horizontalem Lunæ parallaxin inueſtigare.

Niſi refractio obeſſet ipſam parallaxin horizontalem immediate obſeruaremus, ſed immiſcente ſe refractione, in aëre vapido circa terram fuſo, horizontalem parallaxin ex aliis parallaxibus nulli refractioni obnoxiis concludimus.

Obſeruetur per ſecundam parallaxis in circulo altitudinis, Luna quemlibet altitudinis gradum obtinente, qui ſuperet gradum trigeſimum & ex parallaxi lunæ diſtantiam à terra determina (*per tertiam*) ea quibus cum in triangulo BEC cognoſcatur ratio lateris CE ad BC, cognoſcetur ratio ſinûs totius, ad ſinum anguli B E C ſeu parallaxis horizontalis: clarum autem eſt quod in maiori Lunæ à terra diſtantia minor erit hæc parallaxis.

Inuenies apud patrem Ricciolium loco citato quam plurimas obſeruationes, tam proprias quàm aliorum authorom quibus concludit.

In quadraturis Luna Apogea parallaxin habet horizontalem min. 51. 32.

In quadraturis Luna perigea parallaxin horizont. min. 66. 56.

In ſyzygiis Luna Apogea parallaxin horiz. habet min. 53. 30.

In ſyzygiis Luna perigea parallaxin horiz. habet min. 63. 55.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſte concludi poteſt lunæ à terræ diſtantiam variari, nempe quod varia fuerit obſeruata lunæ parallaxis, & cum tanta differentia, vt inſtrumentorum vitio tribui non poſſit: ſecundam nonnulli afferunt rationem ſcilicet diametri lunæ viſibilis variationem, de quâ dicemos inferius, hæc mutatio diſtantiæ in luna tanta eſt, vt diſſimulari etiam non poſſit: in ſole quidem non ita euidenter concluditur. Authores autem talem inueneruot.

Alphonſus maximam parallaxin 63. 17. minimam 53. 19. horizontalem nempe.

Copernicus maximam.	65. 48	minimam	50. 19
Tycho maximam.	65. 35.		56. 44
Longomontanus.	66. 9		57. 15
Lansbergius	67. 6		51. 12
Bullialdus.	63. 43		53. 30
Keplerus.	63. 41		55. 26
Argolus	65. 56		56. 45

Vendel

Vendelinus	61. 18.	53. 46.
Ricciolius	66. 56.	51. 32.

Nullus ex his Astronomis horizontalem Lunæ parallaxin inuenit min. 68. sed si esset minutorum 68. Luna distaret à centro terræ plus quam semidiametris terræ 50. ergo Luna nunquam terræ propior est, quam semidiametris 50.

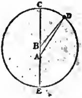
Pariter nullus inuenit parallaxin minorem minutis 48. sed si esset min. 48. distaret semidiametris 72. ergo Lunæ à terra distantia est intra semidiametros 50. & 72. ita vt hos fines nunquam attingat.

PROPOSITIO V.

Problema.

Distantiam Lunæ à terra ex tabulis eruere.

Distantias Lunæ à terra in partibus radij eccentrici facile ex tabulis eruimus posuimus enim radium eccentrici partium 100000. eccentricitatem in syzygiis 8744 in quadratutis 13341. alias eccentricitates temporaneas ex distantia Lunæ à Sole colligimus per superiorem tabulam. distantia autem Lunæ à terra, est basis trianguli cuius latera sunt eccentricitas, & radius eccentrici. quare in triangulo ABD, si fiat vt sinus prosthaphæresis D ad sinum anguli ABD, qui in secundo semicirculo est excessus anom. supra 180. ita eccentricitas A B, ad quartum habebitur distantia B D in partibus radij. vel in alio quadrante, vt sinus prosthaphæresis D. ad sinum anguli DBA, seu reliqui ad semicirculum supra anomaliam DC, ita eccentricitas AB ad DA distantiam Lunæ à terra.



Ita autem easdem distantias in diametris terræ inueniemus, hoc modo, maxima distantia Lunæ in syzygiis componitur ex radio eccentrici & eccentricitate partium 8744. erit ergo partium 108744 sed hæc distantia inuenta est supra semidiametrorum terræ $64\frac{1}{2}$. fiat ergo vt 108744. ad 100000. ita $64\frac{1}{2}$ ad 59. $\frac{1}{3}$. igitur radius eccentrici æqualis est semidiametris 59. $\frac{1}{3}$. quare inuenta quælibet Lunæ distantia in partibus radij eccentrici si fiat vt 100000. ad inuentam Lunæ distantiam, ita $59\frac{1}{3}$ ad quartum habebitur distantia Lunæ à terræ in semidiametris terræ vnde vides mediocrem Lunæ distantiam in syzygiis esse circiter semidiametrorum terræ 59. & semidiametrum terræ æquiualere partibus radij 1691 ferè. eccentricitas, est 8744. hæc addita radio dat maximam distantiam 108744. & minimam 91256. quæ diuisæ per 1691. dat maximam distantiam in syzygiis $64\frac{1}{2}$. & minimam 54. & mediam 59. & cum radius eccentrici æqualis sit semid. $59\frac{1}{3}$ & eccentricitas semid. 5. & $\frac{1}{3}$. vt habeatur distantia primo signo anom. exacto. subtraho prosthap. a. a 6. ex 50. fiet angulus DCB 27. 34. fiat vt sinus 27. 34. ad radium seu semidiametros terræ $59\frac{1}{3}$.

Ita sinus 30. Ad semid.	64 $\frac{1}{2}$.
An sign. 2.	62. $\frac{2}{3}$.
An sign. 3.	59. $\frac{1}{3}$.
An sign. 4.	56. $\frac{2}{3}$.
An sign. 5.	55. $\frac{1}{4}$.
An sign. 6.	54.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Tabulam parallaxium Lunæ construere, vt distantia Lunæ ad semidiametrum terræ, ita sinus complementi eleuationis Lunæ ad parallaxin.

Certum est variari Lunæ parallaxes, ex duobus capitibus, nempe & ex eius eleuatione supra horizontem, & ex eius varia à terræ distantia quia autem minimam Lunæ distantiam statuimus diametrorum 51. 20. & maximam semidiametrorum 66. ideo variæ nobis sunt construendæ tabulæ pro variis à terra distantiis.

Unica autem analogia totam hanc doctrinam comprehendemus. fiat vt distantia Lunæ, à terra, ad semidiametrum terræ ita sinus complementi eleuationis Lunæ, ad sinum parallaxis, certum est enim in figura penultima ita esse lineam AC, ad lineam B C, sicut sinus anguli ABC, cuius loco quia obtusus est substituitur angulus ABG, ad sinum anguli A, seu parallaxis. Horizontalem habebis si fiat vt latus A B, ad latus B C, ita sinus totus ad parallaxin BEC, quæ omnia ex Trigonometriæ placitis per se patent.

Ex his colliges quod si ex edito monte spectaretur astrum infra horizontem parallaxin pateretur minorem horizontali; quia sinus totus omnium est maximus.

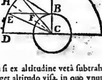
PROPOSITIO VII.

Problema.

Usus tabulæ parallaxium ad conuertendam altitudinem visam in veram vel vicissim.

Usus commonis tabolæ parallaxeon erit ad conuertendam altitudinem visam, in altitudinem veram, oportet autem vt ex tabulis præcognoscatur Lunæ distantia à terra, si enim in tabula cui hæc præfigitur Lunæ distantia, quæras altitudinem. Lunæ, in prima colomna inuenies è regione prosthaphæresin, quam addes altitudini visæ & habebitur vera. Sit enim Altitudo visa ABE, & altitudo vera ACD, prima eleuatio supra horizontem sensibilem B E, hæc erit eleuatio supra horizontem rationalem C D, ducatur C H parallela lineæ A B, cum anguli ABG, HCG sint æquales, sint item æquales anguli GBE, GCD vt pote recti,

erunt anguli ABE, H C D æquales ; ſed angulus ACD maior eſt angulo H C D , ergo maior erit angulo ABE, elevatione ſeilicet visa,& differentia inter vtrámque eſt angulus ACH,qui æqualis eſt parallaxi CAH , quare ſi angulo ABE, altitudinis viſæ , addatur patallaxis ACH, exurget patallaxis vera.



Uiciſſim ſi ex altitudine verâ ſubtrahas parallaxin, exurget altitudo viſa. in quo vnum notandum eſt patallaxes reſpondere altitudini viſæ, ideóque in tabulis ſi quæratur parallaxis reſpondens altitudini veræ v. g. 40 grad. quærenda eſt parallaxis reſpondens gradui 39 fetè. quia tabula confecta ſit pro altitudinibus viſis.

Quamvis ſuppoſuerimus refractiones Lunæ vltra grad. 45. non·extendi ideóque voluerimus vt obſervationes quibus ſtabiliretur parallaxis fierent ſopra gradum quadrageſimum, quamvis inquam demonſtratum nondum ſit id tamen independentet ab his inferiùs præſtabimus,atque adeò nullum eſt vitioſi circuli periculum.

Ut autem videas quibus obſervationibus , id cognoverint Aſtronomi nonnullas referam.Ptolemæus habet l.3.c.13.Anno 20 Hadriani, ſeu Nabonaſſaris 883 die 13.Mechir hoc eſt Chriſti 135 die 1.Octobr obſervatam Lunam,Alexandriæ hora 5.50.ſecundum tempus apparens;'& ſecundùm tempus æquabile hor. 5. 20. poſt meridiem in diſtantia à vertice gr.50.53.colligit autem ex ſuis rabulis Lunæ locum,motum latitudinis,latitudinē, & conſequenter declinationem auſtralem gr. 18. 50.eſt autem diſtantia æquatoris à vertiee 30.58. cui ſi addas 18 50.fiet eius vera diſtantia à vertice 49.48.plus ergo diſtabat à vertiee ſecundū viſum quam ſecundum verum locum & hoc gradu vno & 7 mi ſeu mi.67. & ex hâc diſtantia Lunæ à terra, ſemid. 39. ſed Ptolemæus nimis magnam putatur aſſumpſiſſe maximam declinationē Eclypticæ.& in quadraturis maximam latitudinem eſſe gr.5.cum tamen ſit gr.5.17.ex his duabus ſuppoſitionibus falſis ſequitur nimis magna parallaxis, & nimis parua Lunæ à terra diſtantia.

Non diſſimilis eſt aliquorum methodus , qui dum Luna primum gradum Capricorni,aut Cancri obtinet,altitudinem meridianam Lunæ obſervant , & ſimul altitudinem meridianam alicuius ſtellæ eodem momento meridianum attingentis, cuius nota ſit aſcenſio recta , nam aſcenſio recta ſtellæ momentum exhibebit ; quò longitudinem latitudinem , & declinationem Lunæ per tabolas colliges,cætera ſunt ſimilia , Ptolemæus enim ex Sole ipſo horam obſervabat hic per ſtellam quacúnque ergo methodo obſervetur temporis momentum parum intereſt.

Tychobrahe & alij potiùs Lunam obſervant in nonageſimo;tempus autem quo Luna futura eſt in nonageſimo , vel per obſervationem ipſam innoteſcit ex erectione cornuum Lunæ,vel potius per ſupputationem,per quam habetur eius longitudo. & latitudo ,immo & diſtantia à vertice,ſi obſervetur latitudo Lunæ viſa,vel per diſtantiam à duabus ſtellis, vel per Armillas Zodiacales , vel per diſtantiam Lunæ à vertice , differentia diſtantiæ Lunæ à vertice ſupputatæ,& obſervatæ Lunæ parallaxin exhibet in latitudinem , quæ in tali caſu eadem eſt,ac in verticali,cum verticalis nonageſimus, per polum Eclypticæ tranſeat.

Alij ex tabulis colligunt tempus quô Luna carens omni latitudine per meridianum tranſit , ſi enim habeas puncti culminantis declinationem, Lunæ etiam declinationem habebis.

Poſſet item eo die quô Luna declinationem non mutat ſenſibiliter duplex eius altitudo ſumi v.g meridiana,quæ ſit maxima, & alia minor ſed ſupra gr 4 ·.vnà cum Azimuto;ex his duobus poſſet totum problema abſolvi, ſed indiget Trigon.

Reſtant nonnullæ obſervationes proponendæ quibus ſtabilitur Lunæ diſtantia. Copernicus Fruemburgi anno 1521.Sep.27.hora 5.24.tempore æquato obſervavit Lunæ diſtantiam à vertice per regulas parallacticas grad. 82. 50.

Locus Solis verus libræ gr.15.29.Lunæ Capricorni 12.33.Anomalia æquata 158.40.hoc eſt circa Apogæum declin.loci Lunæ gr.27.4 . .diſtantia æquatoris à vertice 54.19.ergo diſtantia vera Lunæ à vertice gr.82 viſa eſt 82. 50. ergo patallaxis min. 50. Sed hæc obſervatio non ſe extricat refractione.

Anno 1648.Mart.8.Bonon. Luna attigit meridianum hor.11.56 poſt meridiem tempore æquato, vt ex altitudine ſpicæ colligitur. Ex tabulis colligitur locus Lunæ verus virginis gr.13.13. Anom. æquata 5.14.hoc eſt prope perigæum,declin. borealis gr.11.9.æquatoris diſtantia à vertice 44. 39. quare vera diſtantia Lunæ à vertice gr.33.20.30. ſed obſervata fuit gr.33. 55. 30. quare parallaxis fuit min.35. & diſtantia à centro terræ ſemidiam. 54. 0. parallaxis horiz. 63,

Aliam affert obſervationem , ſed in qua ratio habita eſt refractionis ob paruam Lunæ altitudinem fuit pariter in plenilunio , Luna verſante in Apogæo,& ex ea colligit horiz. parallaxin mi.53. 44 & diſtantiam ſemidiametrorum 64. 13.

Anno 1646. Martij 13. Luna meridianum Bononienſe attigit hor. 5. 30. poſt meridiem , cum diſtantia viſa à vertice gr.24.56. & declinatio viſa gr. 19 . 33. colligitur autem ex tabulis Lunæ declinatio vera 20. 1. vnde colligitur parallaxis min.28. 10. & diſtantia Lunæ à centro terræ ſemidiametrorum 51. erátque perigæum in quadraturis.

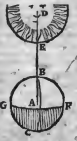
PROPOSITIO VIII.

Suppoſitiones nonnullæ ad diſtantiam Solis à terra per dichotomiam Lunæ inueniendam.

Contrario progreſſu procedimus, neque enim diſtantiam Solis à terra ex parallaxium Solarium obſervationibus inquirimus , eo quòd ita paruæ ſint , vt non adhuc conſtet , an parallaxibus ſit obnoxius : ſed independenter à parallaxibus eius diſtantiam inveſtigandam ſuſcipimus mirabili ſane methodo , quæ Ariſtarcho Samio tribuitur; evidenter Solis diſtantiam maiorem,quam aſſereret Pythagoras hac obſervatione demonſtranti.

Suppono

Suppono primò ex Optica Solem vt Luna maiorem plusquam dimidiam eius partem illuminare, illuminatione aliqua vt dicam partiali, Illuminatione vero centrali minus quam hæmisphærium, ob immensam tamen à Luna distantiam quo ad sensum assumi posse hæmisphærium Lunæ à Sole illuminari atque adeò limitem illuminationis circulum esse Lunæ maximum.



Suppono secundò lineam coniungentem centra Solis, & Lunæ per polum illius circuli Lunaris, transire qui limes est illuminationis, seu qui distinguit hæmisphærium Lunæ illuminatum, à non illuminato. hoc est sit Sol cuius centrum D, Lunæ centrum A, ducatur linea DA secans Lunæ superficiem in puncto B, suppono in Optica ostendi, B polum esse circuli F G, distinguentis hæmisphærium illuminatum à non illuminato. quare linea DA ad planum circuli FG, recta est.

Suppono tertiò omnem circulum in magna distantia, ab oculo constituto in eius plano, videri tanquam lineam, eandémque facere visionem in retina quam efficeret linea recta, ratio est quia in tali situ id tantum, quod impediret ne videretur ad modum lineæ rectæ; esset quòd partes aliquæ oculo essent viciniores aliis; sed in magna distantia, in ea scilicet in qua duorum oculorum distantia nullam habet rationem, id dignosci non potest; ergo tunc apparet vt linea.

Ex quo concludo quando limes illuminationis in Luna, apparet vt linea recta, oculum in illius circuli plano versari, & cum sit circulus maximus, lineam rectam ductam ab oculo ad centrum Lunæ, perpendicularem esse ad lineam coniungentem centra Lunæ, & Solis. Sit enim oculus versus partes F, & circulus FG appareat vt linea, certum est oculum versus F in eius plano versari, & lineam AF, productam ad oculum in eodem esse plano, ad quod cum per suppositionem secundam, linea DA sit recta erit angulus DAF rectus.

Si planum limitis illuminationis per centrum terræ transeat, linea à terra ad Lunam producta, cum linea coniungente centra Solis & Lunæ angulum rectum comprehendet, & consequenter Sol à Luna distabit minùs quam quadrante circuli. nam si centrum terræ G sit in plano limitis illuminationis, angulus BAG rectus erit, & consequenter angulus AGB minor recto.

Accidit nonnunquam vt tam centrum terræ, quam oculus sint in plano limitis illuminationis, & tunc, Sol tam respectu oculi, quam respectu centri terræ, à Luna distat minùs quam 90 gradibus, atque adeò non erit adhuc quadratura.

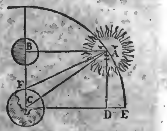
Sequitur ergo Lunam apparere bissectam, ante veram quadraturam, hoc est antequam Sol ab ea distet gradibus 90. est ergo differentia inter apparentem quadraturam, seu quadraturam illuminationis quando scilicet Luna, nec falcata est, nec gibbosa, sed præcisè bissecta, & quadraturam veram, seu tempus quo Sol verè distat à Luna gradibus 90. nam Luna bissecta erit, quando angulus in Lunæ centro comprehensus à lineis ductis à centro terræ, & à centro terræ Solis ad Lunam, erit rectus, seu graduum 90. quadratura autem vera erit eo temporis momento, quô Sol à Luna distabit 90 grad. hoc est angulus in centro terræ comprehensus à lineis ductis, à centris Lunæ & Solis ad idem centrum terræ est gr. 90. prius ergo bissecta apparebit Luna quam sit in quadratura.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Distantia Lunæ à terra est sinus residui ad quadraturam, quando Luna bissecta est respectu centri terræ.

Luna B bissecta appareat respectu centri terræ C, eritque per præcedentem angulus ABC rectus,



& consequenter angulus ACB, metiens Solis à Luna distantiam in gradibus, acutus erit. sit eius complementum ACE, & consequenter arcus AE residuum ad 90 gr. seu ad quadraturam. dico lineam BC, distantiam Lunæ à terra, esse æqualem sinui arcus AE.

Demonstr. Ducatur perpendicularis AD, supponatúrque angulus BCD rectus, erunt igitur parallelæ lineæ BC, AD (*per* 28.1.) pariter parallelæ sunt lineæ A B, C E, quare parallelogrammum erit ABCD, & lineæ AD, BC, æquales; sed BD per definitionem sinuum, est sinus arcus AE, ergo, & BC illi æqualis.

COROLLARIVM.

Si fiat vt sinus defectus à quadratura Lunæ bissectæ, ad sinum totum, ita distantia Lunæ ad quartum; habebitur distantia Solis à terra. tota igitur difficultas istius problematis in eo posita est, vt dignoscatur tempus quô præcisè Luna bissecta est respectu centri terræ. Secundò vt pro eo tempore supputetur, vel observetur vera Lunæ a Sole distantia in gradibus. nempe habeatur quantum deficiat à quadratura, si observatio fiat circa primam quadraturam, si circa secundam, quantum excesserit quadraturam.

PROPOSITIO X.

Problema.

Tempus quô Luna bissecta apparet determinare.

Aristarchus Samius nudo oculo observationem suam peregit, nos tubi prægrandis subsidium advocamus duobus præcipuè lentibus convexis instructi. & vt melius adhuc succedat debet intra tubum filum extendi non longè à lentè oculari. seu in ipsa basi distinctionis primæ lentis, seu obiectivæ.

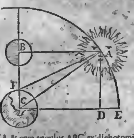
Debet igitur priùs supputari tempus veræ quadraturæ, ne frustra, ante tempus in Lunam intendas. 6 igitur aut septem circiter horis ante veram quadraturam dirige tubum in Lunam, qui talis esse debet vt totum Lunæ discum simul detegas, obverte tubum donec filum in limitem illuminationis incidat, sic enim discernere poteris tempus quo primum desinit falcata non apparere, ita vt fere dubium sit an falcata adhuc appareat, hoc temporis momentum, vel ex stellæ alicuius elevatione, vel ex Solis ipsius elevatione, vel ex transitu alicuius stellæ per meridianum notum facies, adhibe interea funependulum, sæpiúsque in Lunam intende, donec primo incipiat dubium esse, an gibba appareat, hoc tempus erit vnius circiter semihoræ, quod bifaram divides habebisque tempus apparentis dichotomiæ satis exactum, ita vt non aberres semiquadrante.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Distantiam Solis ex Luna bissecta cognoscere.

Cum Luna bissecta apparebit eô modô quô supra diximus, observa ope semicirculi elongationem Lunæ à Sole, duobus observatoribus eodem tempore. per binas eiusdem instrumenti allidadas luminaria spectantibus; sic enim innotescet angu-



lus BCA, & cum angulus ABC, ex dichotomia apparente concludatur rectus. cognoscetur, & tertius angulus BAC; & per Trigonometriam si fiat vt sinus anguli A, ad sinum totum seu anguli recti ABC. ita distantia Lunæ BC, ad quartum habebitur linea AC. quæ non est distantia Solis à centro terræ, sed ab oculo videntis. huic tamen negotio officiet Solis refractio, si Luna sit extra aleam refractionis quare corrigenda esset talis refractio, quæ cum sydus attollat, minorem faciet angulum ACB. quam re vera sit, & consequenter angulum A maiorem, & distantiam Solis à terra minorem exhibebit, quàm habeat; quare hoc problema ita sumptum certos reddet Solem saltem hanc determinatam habere à terra distantia.

Hæc methodus supponit tempore apparentis quadraturæ, vtrúmque sydus supra horizontem apparere, videtúrque non contemnenda, eò quòd syderum motus constitutos non supponat.

Si Sol sub horizonte lateat, fueritque tempore apparentis dichotomiæ Luna in nonagessimo Eclypticæ gradu ab horizonte, aut in meridiano & in primo Cancri, aut Arcitenentis gradu, (tunc enim meridianus est verticalis nonagesimus) accuratior erit observatio, quia tunc idem planum limitis illuminationis, & per oculum & per centrum terræ transit : vnde dichotomia illuminationis respectu oculi, è superficie terræ Lunam spectantis; erit etiam dichotomia illuminationis respectu centri terræ, observa igitur tempus apparentis dichotomiæ, & ad tempus illud supputa ex tabulis veram Lunæ distantiam à Sole, quæ accuratior erit, si Luna tunc modicam obtineat latitudinem, si diligenter omnia fiant, invenies Solem minus à Luna distare, quam gradib. 90. assumatur arcus residuus, ad nonaginta, fiatq; vt sinus illius ad sinum totum, ita distantia Lunæ in semidiametris terræ ad distantiam Solis à terra: & habebitur distantia Solis à terra

Ideo voluimus Lunam in nonagesimo gradu Eclypticæ, quia tunc planũ limitis illuminationis, non tantum per oculũ; sed etiam per centrũ terræ trãsit: coincidit enim cum plano nonagesimi, quod planum verticale est, atque adeo quod transit & per locum habitationis, & per centrum terræ, ex quo concludimus dichotomiam illuminationis, accidere eodem momento respectu centri terræ, & respectu oculi. quando vero Luna non est in gradu nonagesimo, etiamsi appareat dichotoma oculo in superficie terræ posito, non tamen eodem temporis momento appareret dichotoma ei qui esset in centro terræ. tunc enim planum limitis illuminationis non coincidit cum verticali, & consequenter licèt productum transeat per oculum observatoris, non sequitur illud secare centrum terræ. vnde erit aliqua differentia inter dichotomiam illuminationis observatam in superficie terræ, & veram.

Aristarchus hanc differentiam neglexit, eò quòd tam modica sit semidiameter, terræ ad distantiam Lunæ. puto tamen in problemate, ita exquisito, hanc differentiam negligi non debere duas autem correctiones adhibere possumus.

Prima erit vt non veram elongationem Lunæ à Sole assumamus, sed visam, hoc est respectu oculi in superficie terræ positi, & consequenter non inquiramus distantiam Lunæ à centro terræ, sed à superficie terræ. quia tamen elongationem Lunæ à Sole non possumus adhuc expedire à refractione, seligatur quadratura, in qua Lunæ altitudo gr. 40 superet, observato deinde temporis momento quô Luna bissecta apparebit, supputetur ad illud tempus, vera Lunæ à Sole distantia: quæratur parallaxis longitudinis, vt docebimus cum de Eclypsibus, si Luna fuerit in quadrante orientali, respectu nonagesimi, addatur veræ longitudini, vt habeatur visa, si in occidentali subtrahatur; elongatio Lunæ à Sole minor erit quadrante. fiat pariter vt sinus defectus ad sinum totum, ita distantia Lunæ à terra, ad distantiam Solis ab oculo, & habebitur distantia Solis.

Altera

Altera correctio etir vt cognito tempore visæ dichotomiæ, inveniamus tempus dichotomiæ veræ, seu vt inveniamus differentiam inter momentũ quò Luna apparet bisecta oculo in superficie terræ, & illud quò videretur bisecta è centro terræ. minor autem erit difficultas si Luna latitudinem aut nullam habeat, aut sit in ipsis limitibus, tunc enim lineæ limitis illuminationis perpendicularis est ad Eclypticam & in tali casu parallaxis longitudinis in tempus conversa erit differentia inter vtramque dichotomiam cum enim tunc sit dichotomia visa, cum lineæ ab oculo & Sole ductæ, comprehendunt angulum rectum, & tunc sit vera dichotomia cum lineæ à centro terræ, & Sole ad Lunam ductæ angulum rectum comprehendunt, in vtraque fit triangulum rectangulum, sit ergo triangulum rectangulum visæ dichotomiæ, ABF & veræ ABC, angulus B A F paulò minor erit quam B A C; sed propter immensam à Sole distantiam. differentia insensibili; igitur tanta erit elongatio Lunæ à Sole in vera, quam in visa dichotomia: supponamus ergo Lunam esse in quadrante orientali, visa elongatio Lunæ à Sole, maior erit quam vera; sed visa ea elongatio ea est quæ requiritur, vt Luna sit dichotoma igitur non est adhuc dichotoma respectu centri terræ, sed parallaxis longitudinis in tempus conversa, exhibet tempus, quod addendum erit tempori visæ dichotomiæ; vt habeatur vera si ergo pro hoc secundo tempore, quæratur elongatio vera Lunæ à Sole, habebitur intentum. Si denique linea limitis illuminationis sit ad Eclypticam inclinata, inclinabitur autem angulo æquali latitudini Lunæ, parallaxis longitudinis non erit tota accipienda, sed paulo minus ita nempe vt parallaxis longitudinis sit hypothenusa in triangulo rectangulo, cuius acutus angulus sit æqualis latitudini Lunæ; sed ista sunt minutiora quam vt in iis diutius insistamus.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Quid hactenus conclusum sit ex dichotomia circa distantiam Solis a terra.

Primò quidem constat evidenter, non esse adhuc dichotomiam, hoc est Lunam adhuc falcatam apparere, quando angulus B F A est graduum 87. & consequenter minorem esse differentiam inter dichotomiam illuminationis, & quadraturam gradibus tribus, quò autem erit minor differentia, eò Sol altior erit. supponatur igitur angulus B A F graduum trium Eritque vt sinus anguli trium graduum 5233. ad sinum totum 100000. ita distantia Lunæ à terra ad distantiam Solis A C divide per 5233. & quotiens erit 19$\frac{1}{2}$. constat igitur & nemo negare potest distantiam Solis continere 19 vices distantiam Lunæ à terra & hoc ita rudi minerva, vt non sit opus telescopio. quare si multiplices Lunæ minimam distantiam semidiametrorum quæ est terræ 50 per 19. invenies Solis distantiam ad minimum semidiametrorum terræ 950.

Hæc fuit Aristarchi ratiocinatio, & methodus, quæ concludit Solem non distare à terra minus quam 950 semediametris. non determinavit tamen quot præcise. hæc distantia exhiberet parallaxim horizontalem min. 3. sec 25. contendo autem vlterius si adhibeatur telescopium Lunam adhuc falcatam apparere cum angulus BFA erit graduum 89. atque adeo angulum BAF esse minorem vno gradu, sed ponatur sane vnius gradus. Erit vt sinus vnius gradus nempe 1745 ad 100000. ita distantia Lunæ à terra, nempe 50 semidiam. ad distantiam Solis, quæ continebit distantiam Lunæ quinquagies septies, seu continebit semidiametros terræ 2850 eritque parallaxis horizontalis 1. 38. Hæc ita modò clara sunt, vt ei qui telescopio vtetur dubia esse non possint.

R. P. Ricciolius Bononiæ anno 1651 Aprilis 27. hor. 7. post meridiem observavit telescopiô optimô, Lunam bisectam, cum altitudine graduum 65. eratque nonagesimum transgressa aliquibus gradibus, reperitque elongationem Lunæ à Sole. graduum 89. 34. 50. & consequenter defectus à quadratura erat. gr. o. min 25. 10. est autem sinus min 25. partium 727. erat autem apogea & consequenter eius distantia à terra semidiametrorum 66. si ergo fiat vt 727. ad 100000 ita 66 semidiametri terræ ad quartum; exurget Solis distantia semidiametrorum terræ 9078. & horizontalis parallaxis min. o. secundorum 21.

Idem anno 1646 Oct 16. invenit differentiam temporis inter apparentem dichotomiam, & quadraturam min. 59. 48. cui tempori respondent gradus o. min 31. 34 quare si fiat vt sinus anguli gr. o. min. 31. 34. qui est 917. ad 100000, ita distantia Lunæ à terra 66. $\frac{1}{4}$. ad 7231 semidiametros terræ.

Idem anno 1648 Ian. 15. observavit dichotomiam quæ præcessit quadraturam horariis scrupulis 58. 31. cui respondent gradus o. min. 50. 15. ea Lunæ distantia semid. 66. 42. ex quibus concludere licet distantiam Solis à terra fuisse semidiametrorum 7572.

Non solus Pater Ricciolius tantam invenit solis à terra distantiam, sed Dominus Ioannes Antonius Rocca asserit, via sensibile tempus intercedere inter dichotomiam apparentem & veram quadraturam, ideoque necesse esse, vt Solis à terra distantia, sit multò maior quam hactenus crediderint Astronomi.

Vendelinus in tabulis Athlanticis, ait dichotomam apparere Lunam, cum à Sole distat gradibus 89. 45, & consequenter deficere à quadratura, min. tantum 15 ex quibus provenit distantia Solis à terra semidiametrorum terræ 13740. Expedit autem vt telescopium adhibeatur, nec nudo oculo in Lunam intendamus, alioquin multò antea apparebit dichotoma, quàm revera sit. vt vidimus Aristarchum voluisse, vt dichotomia illuminationis accideret cum Luna deficeret tribus gradibus à quadratura.

Longomontanus ex selectis Tychonis observationibus, assumit angulum graduum 2. & 30. min. ex quo sequitur distantiam Solis à terra esse semidiametrorum terræ 1263. & horizontalem parallaxin duorum minutorum.immò idem vnius tantum minuti eam constituit.

Ex his facilè Patri Ricciolio subscribimus asserenti Solem à terra nunquam minùs quam semidiametris

diametris terræ 7000 distare, & consequenter Solis parallaxin horizontalem nunquam maiorem semiminuto, seu gr. o. min. o. secundis 30. Ponit igitur idem maximam Solis distantiam semidiametrorum terræ 7580. mediocrem 7327. minimam 7074. differentiam maximæ & minimæ 506. & ecoentricitatem 253.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Distantia Solis à terra per Eclypses inquiritur.

Hoc problema proponendum hic non esset, si ex eo aliquid certi concludi posse existimarem, quia tamen ab authoribus communiter proponitur; subiiciendum putavi. contraria methodô procedit, & horizontalem Solis parallaxin primò inquirit; vt ex ea distantiam concludat. supponit autem primò cognitum esse semidiametrum apparentem Solis. secundò semidiametrum, aut vmbræ in loco transitûs, aut ipsius Lunæ; ex quibus in hunc modum problema absoluerut.

Sit Sol A, terra B., Luna C. sitque radius EF terram tangens in F, qui consequenter erit horizon habitantium in puncto F, angulus BEF, erit parallaxis horizontalis Solis, angulus BCF parallaxis horizontalis Lunæ. ducatur per centrum terræ B linea EBG, erit angulus ABE, angulus semidiametri apparentis Solis, qui cognitus supponitur, cui æqualis est ad verticem GBH, supponitur item cognitus angulus HBC, est enim semiangulus apparentis semidiametri vmbræ in loco transitûs Lunæ. ergo totus GBC cognitus erit, nempe aggregatum semidiametrorum apparentium Solis, & vmbræ. sed hic angulus GBC externus, duobus internis BEF, BCE, æqualis est (*per 32. Eucl*) ergo cognoscetur aggregatum ex parallaxibus Solis, & Lunæ, à quo aggregato si subtrahatur parallaxis Lunæ restabit parallaxis Solis, & ea cognitâ facile determinabitur eius à terra distantia.



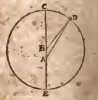
Docebimus infrà quomodo semidiametri Solis, & Lunæ cognoscantur, semidiameter vmbræ haberi potest per motum Lunæ, si nempe vel sit totalis Eclypsis vel partialis. Sed de his infrà. quia tamen error vnius, aut alterius minuti, in ipsis diametris determinandis, immò & in ipsa parallaxi Lunari, & error vnius minuti in determinanda Solis parallaxi intolerabilis est; ideo vix adhibetur hoc problema: sobtilitatis potiùs speciem habens, quàm soliditatis.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Cognitâ Solis distantiâ in quolibet gradu Anomaliæ; eiusdem distantias reliquas determinare.

Sit data AD distantia Solis à terra, pro quôlibet gradu anomaliæ CED. dico posse facile determinari eius distantiam pro quôlibet gradu anomaliæ. ponatur arcus Anomaliæ CED esse graduum 300, atque adeo arcum DC esse graduum 60. ponamus item distantiam AD esse semidiametrorum terræ 8000. habemus autem eccentricitatem AB partium 3460 qualium BD, est 100000. quæratur ergo prostaphæresis D quæ invenietur in tabula 1.45. erit ergo angulus BAD 58. 15. fiat ergo vt sinus anguli 60 ad AD. 8000 semidiametrorum ita sinus anguli BAD 58. 15. & habebitur radius semidiametrorum terræ 7855.



& eccentricitas AB semidiametrorum 202. cum his facile ad quemlibet gradum anomaliæ scies distantiam Solis. Sit enim anom. CD 100. graduum; fiat vt aggregatum laterum BD, AB, nempe 8057 ad 7653, ità tangens 50 graduum seu semisummæ angulorum ad tangentem semidifferentiæ angulorum, ex quibus innotescent illi anguli, vel cum in tabula prostaphæreseon cognoscas gradibus 100 seu tribus signis & 10 gradibus correspondere prostaphæresin duorum graduum, & 2. min. fiat vt sinus anguli grad. 2. m. 2. ad eccentricitatem 202. semidiametrorum; ita sinus anguli 80 graduum, ad lineam AD. vix tamen puto in iis multum insistendum eo quòd non possit sperari tam accurata cognitio distantiæ Solis, vt operæ pretium sit distinguere inter solem apogæum, & perigæum.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Datâ Solis parallaxi horizontali cæterarum tabulam construere.

Determinatâ horizontali parallaxi quæ erit vnius semiminuti, siue secundorum 30, aut potiùs suppositâ distantia Solis minima 7000 semidiametrorum terræ, facilè tabulam construemus, parallaxin Solis ad quamlibet elevationem indicantem, fiat enim vt distantia Solis 7000 ad 1. ita sinus complementi elevationis Solis ad quartum habebitur parallaxis Solis.

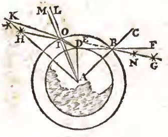
Ex quibus colliges tutò negligi potuisse Solis parallaxes, quarum neglectus vix dimidij minuti errorem inducat, multò minùs curandam esse parallaxin in longitudinem aut latitudinem, quæ semper minores sunt parallaxi in circulo verticali, vnde neglecta parallaxis Solis in longitudinem etiam in motum Lunæ errorem non efficit, vt experiri quilibet potest.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Definitiones circa refractionem.

Refractio in genere est deviatio radij luminosi à linea recta, propter diversam mediorum densitatem; ex qua fit vt oculus, obiecta vi vltimi radij in ipsum incurrentis visa spectet in alieno loco; de refractione iam locuti sumus in tractatu Dioptrices, causa refractionis in syderibus assignator vnica, nempe athmosphæra, seu aër vaporibus, & exhalationibus mixtus, ad aliquot milliaria circa terram fusus, in quem cum radij luminis ex putissimo æthere incidant franguntur & ad perpendicularem inclinant; ex quo fit, vt altiora videantur sydera quam apparerent; si defœcatior aër terram ambiret.certum est autem radium luminis obliquiùs, incidentem in superficiem corporis densioris, magis frangi, & deviare à recta linea; quam si rectiùs incideret, iuxta regolas suo loco traditas. Ex quo fit vt sydus propius vertici minorem refractionem patiatur. Sit enim oculus in puncto D superficiei

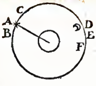


terræ, circa quam concipiatur athmosphæra I E D, si incidat radius perpendicularis nullam patietur refractionem; si incidat alius radius GB, qui rectà productus pertinere deberet in E, is frangetur in D, ita vt angulus refractionis sit DBE pariter radius K O non continuabitur rectà sed frangetur, in D.

Hæc doctrina tota præsupponitur, nec tam refractiones sydetum à priori determinare possumus, quàm à posteriori vi observationum, neque puto eas ita determinandas vt semper eædem perseverent, cum causam habeant mutationi obnoxiam; nempe vaporum, & exhalationum copiam, quam modò maiorem, modò minorem esse certissimum est. ideoqoe alias hyberno, alias æstivo tempore, crediderim : eas tamen hic spectamos quibus obnoxia sunt sydera, aëre ad sensum defœcatissimo, & minime turbido.

Locos refractus syderum est is in quo per refractionem apparent; inde distantiam à vertice refractam vocamus, eam quam sidus per refractionem videtur habere, sicut elevationem refractam, distantiam ab horizonte qoam habet vi refractionis.

Refractio simplex est arcus verticalis, quò sydus attollitur supra locum verum. Explicatur locus in quo apparet astrum, per refractionem, vel cum paratur cum loco vero eiusdem syderis, nempe cum loco in quo è centro terræ appareret, vel cum loco ad quem per parallaxin deprimitur. Sit enim Sydus vere in A, hoc est è centro terræ spectatus appareat in A, parallaxis illud deprimat in B, & refractio illud attollat in C, erit AC refractio simplex, CB, erit refractio composita, nempe id totum quod efficit parallaxis. AC,autem est effectus tantum partialis refractionis, corrigit enim parallaxin, & etiam aliquid addit.



Aliquando res ita non se habet perfectim in Luna, sæpe enim accidit vt plus parallaxis Lunam deprimat, quam eam attollat refractio, vnde tunc vix potest comparari cum loco vero. Sit enim Luna secundum verum locum in puncto D, quam parallaxis deprimat in F. & attollat refractio in E, nulla hic dabitur simplex refractio, sed tantum composita eritque arcus E F. neque enim arcus D E propriè loquendo debet vocari refractio, cuius officium est attollere sydus, relegantur quæ initio circa refractionem explicui.

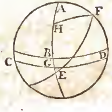
PROP

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Solis refractionem compositam invenire.

Circa solstitium quodcumque cognita ex supputatione Solis declinatione, quæ totô die sensibiliter non variat, observa diligenter Solis orientis verticalem circulum, seu angulum quem hic verticalis, cum linea meridiana comprehendit, ad hoc autem requiritur linea meridiana exquisite ducta, & circulus aut saltem quadrans horizontaliter collocatus, in quo gradus, & minuta singula exhibeantur. Sit ergo hic verticalis A B Sol appareat in puncto B horizontis sensibilis, & quia refractio Solis maior est parallaxi locus Solis verus erit infra horizontem verum CD, nempe in puncto E. ducatur ex polo



F arcus ED & solvatur triangulum ADE, in quo cognoscitur arcus AF, complementum elevationis poli, arcus E F distantia solis à polo, quæ componitur ex gradibus 90, & declinatione vera solis. Si Sol in tropico capricorni versetur, cognoscitur item angulus BAF, quem observatio azimuti præbet, ergo non latebit arcus AE, qui semper invenietur maior 90 gradibus.quamvis enim Sol in horizonte sensibili appareat, adhuc tamen est realiter infra horizontem verum. Si ergo ab eo latere auferatur arcus A G 90 graduum restabit refractio simplex G E, nam vi nostri calculi, fundati in complemento elevationis poli, in declinatione verá, & azimuto item vero, cum nec refractio, nec parallaxis quidquam immutent circa azimutum, habetur vera Solis distantia à vertice, sit hæc AE, Sol igitur vere est in E; sed apparet per refractionem in B, nempe in horizonte sensibili; cognoscitur autem arcus B G parallaxis solis horizontalis dimidij minuti ergo facile habebitur totaBE nempe parallaxis horizontalis composita.

Quia nonnulli observationes azimuthorum suspectas habent, nec fieri posse existimant, vt ad minuta vsque in iis procedatur, tempus observationis inquirunt. quod multis modis fieri potest. primò vnâ aut alterâ horâ ante solis ortum, observetur alicuius stellæ, notæ secundum ascensionem rectam transitus per meridianum, adhibeaturque funependulum vsque ad solis ortum, cuius vibrationes exactè numerentur, ita enim habebitur tempus, quô Sol oritur, seu quot restent horæ vsque ad meridianum. hoc est angulus AFE, quare in triangulo AEF, datô angulô A F E, cum lateribus A F complementi elevationis poli, & FE composito ex declinatione, & gradibus 90. innotescit similiter arcus AF. Idem tempus haberi potetit si numerentur vibrationes funependuli vsque ad meridiem, vel à meridie vsque ad solis occasum, si operatio facta est ad occasum solis. commodior erit operatio si automaton habeas pendulo instructum posses vti arenariis &c.

Tychobrahe etiam per armillas observabat visam declinationem solis, & ex ea cætera concludebat, sed observatio per armillas facta, præcisionem sufficientem non habet, ideoque propositi modi vsurpandi sunt.

Ricciolius compositam invenit refractionem horizontalem.

	Æstivam	Æquinoct.	Hybernam
	gr 0.32.25.	gr.0.33. 0.	gr 0.33.40.
Simplicem	gr.0.31.55.	gr.0.32.30.	gr.0.33.30.

Tycho simplicem graduum o. 32. 6. Et quia parallaxin solis assumpsit m. 2. 54. Refractionem compositam grad. o. 34½ existimavit. Sed nimis magnam.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Solis refractiones ad quemlibet elevationis gradum reperire.

Si athmosphæræ crassitiem haberemus, & vnica in ea intervenitet solarium radiorum refractio, qualem experimur in aqua, aut vitro, facile ex principiis refractionum vniversalibus inventâ refractione horizontali, ad cæteras determinandas procedetemus: sed heterogeneitas partium athmosphæræ, eiusque crassities ignotata, & legem omnem respuens ad eadem adhibenda media similemque methodum adigit. qui ergo ad singulos elevationis supra horizontem gradus, refractiones solis inquirit ita procedat.

Solem observet in aliquo verticali, quod vt melius fiat, quia plerumque Azimutalia instrumenta minora sunt, quàm vt minuta exhibeant, fiant filaria triangula, quæ verticalium plana exhibeant, expecteturque donec solis altitudo supra horizontem observetur. Cum his tribus nempe declinatione solis quæ supponitur cognita, vel ad horam de qua agitur, vel si observatio circa solstitia instituatur, pro eo die; cognitô item Azimutô solis, & complemento elevationis poli; per calculum trigonometricum innotescet distantia vera solis à vertice putà arcus A H, quæ si fuerit maior observatâ; differentia, erit refractio simplex.

Potest item haberi si observetur hora observationis, sed observatione quæ non dependeat ab elevatione solis, vt per funependulum, hæc enim hora erit vera. quare in triangulo A F H, hora cognita indicat angulum AFH, cum quô simul cum declinatione quæ ex tabulis haberi potest, & complemento elevationis poli innotescit trigonometricè arcus AH solis distantia vera à vertice, quæ comparata cum observatâ manifestat simplicem refractionem: & addendo parallaxin priùs determinatam indicat compositam. communiter hæ regulæ assignantur si solis distantia apparens, seu refracta minor sit distantiâ verâ,

verâ, hoc est si refractio solem attollat supra eius locum verum, subtrahe minorem à maiori, differentia erit simplex refractio.

Si vero æquales inveniantur, refractio composita æqualis erit parallaxi. Si distantia vera minor sit, atque adeo Sol minus attollatur secundum apparentiam quam attolli deberet, tunc vel nulla est refractio, si nempe deprimatur Sol infra altitudinem veram, quanta est parallaxis huic debita elevationi: si vero non tam deprimatur defectus ille debetur refractioni.

Hunc in modum Pater Ricciolius tabulam refractionum solarium exhibet quæ conveniunt altitudinibus visis, suntque vtiles vt altitudo visa in veram commutetur. nam observata altitudine solis, vt veram habeas subtrahe refractionem, quæ eum attollebat restabit locus in quo parallaxis eum exhiberet, adde parallaxin resultabit locus seu altitudo vera.

Notare hic potes refractionem circa gradum 40 aut 45 nullam esse.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Lunares refractiones observare.

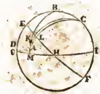
Lunares refractiones eâdem ferè methodô observantur, quà solares. primò observetur circulus verticalis Lunæ, & ad hoc momentum quod vel ex transitu stellæ per meridianum, vel ex altitudine stellæ, vel ex pendulo manifestabitur, supputetur exactissime, vel Lunæ ascensio recta, vel eius declinatio vera, ex his enim sicut in Sole cognoscetur Lunæ refractio.



Apparent enim Luna in horizonte, sensibili in puncto A observetur verticalis A C; seu angulus ACB. observetur item temporis momentum vel ex stellæ altitudine, &c. tum ad prædictum temporis momentum æquatum, supputetur Lunæ declinatio, vel ascensio recta, vtrumque præstitisse iuvabit, ex temporis momento innotescit gradus æquatoris sub meridiano positus, & ex ascensione rectà Lunæ, quantum ipsa distet à meridiano scilicèt angulus ABC, solvatur triangulum ABC, in quo cognoscitur angulus ACB, observatus, latus BC, complementum latitudinis regionis, & angulus ABC, ergo innotescet vera distantia Lunæ à vertice, quæ minor erit quadrante. eò quod refractio minor sit parallaxi AH erit ergo Luna secundum verum locum in puncto H hoc est est Luna supra horizontem verum, invenitur autem refractio horizontalis Lunæ æstiva min. 33. 0. æquinoctialis min 31.40. hyberna 34.10. debes igitur Lunæ distantiam veram à vertice nempe

HC auferre ab arcu CI graduum 90. & residuum IH aufer à parallaxi IA, & habebis arcum AH, parallaxin horizontalem.

Simili modô vt ad cæteros gradus elevationum, habeas refractionem Lunarem observa pariter Lunà elevatà, Azimuthum, eius, & ex elevatione stellæ tempus; ad quod quæres ascensionem rectam Lunæ, & eius declinationem, observa item elevationem Lunæ supra horizontem, aut complementum eius, nempe distantiam à vertice. Ex tempore cognito innotescet quis gradus æquatoris occupet meridianum & ex ascensione rectà Lunæ, quot horis distet à meridiano, hoc est innotescet angulus BCK soluatur triangulum BCK, in quo cognoscitur latus B C, seu elevationis poli complementum, cum angulo B, nempe per Azimuthum, datur item angulus BCK, ergo innotescet arcus BK, distantia Lunæ vera à vertice. Observata fuerit eodem tempore Lunæ distantia à vertice quæ maior erit inventa, sit BA hæc tanta non erit ac si sola parallaxis adhiberetur, aufer visam distantiam à composita ex visa, & parallaxi & restabit refractio.



In genere ergo Lunæ refractiones, siue horizontales siue aliæ quæcumque minores sunt parallaxibus,

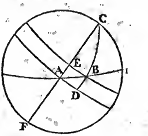
Si quis progressum refractionum Lunarium observet notabit ad gradum 40 aut 45 ita evanescere vt nullius sint momenti ideoque in iis eleuationibus locus Lunæ visus seu parallacticus, cum refracto coincidit, quod potius ex obseruationibus concludimus, quàm vi ratiocinij.

Aliqua intercedit differentia inter æstiuas, & hibernas refractiones; sicut inter matutinas, & vespertinas, ex quo manifestum fit, refractiones vbique non esse æquales, ita crediderim minores esse in minori latitudine, quam in maiori.

Eodem prorsus modô, quô Solis & Lunæ refractiones obseruauimus stellarum fixarum refractiones deprehendemus, immò multo faciljus, eò quòd, & parallaxi careant, fixamque habeant, & multô tempore immutabilem declinationem. obseruetur igitur cuiuslibet stellæ declinatio, quæ sine vllo periculo refractionis haberi potest, si nempe meridianum attingat supra gradum 45. obseruetur item eiusdem, aut ascensio recta, aut circulis verticalis. vtrumque enim sufficiet ad soluendum problema. Sit ergo stellæ cuiuslibet orientis in puncto D data declinatio & consequenter data illius distantia à polo, seu arcus D B. datur item arcus B C complementum eleuationis poli, si obseruetur verticalis C D, seu angulus E C D, innotescet trigonometrice vera distantia à vertice C seu C A, quæ maior invenietur, quam quadrans circuli. quare auferendo gradus 90. dabitur refractio D A.

Idem fiat in aliis elevationibus, invenietur per observationem altitudinis, eius latitudo visa;

pet calculum fundatum in declinatione,& obſervatione Azimuti habetur eius altitudo vera , & conſequenter differentia inter viſam & veram altitudinem exhibebit refractionem.



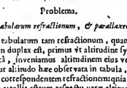
Idem haberi poteſt obſervatô temporis momentô, quô ad horizontem pervenit , modò habeatur eius aſcenſio recta , nam cognitô tempore datur facile gradus æquatoris culminans,& data aſcenſione rectâ ſyderis , cognoſcitur eius diſtantia à meridiano ſeu angulus ICB, eum quo & declinatione ſtellæ datur vera diſtantia à vertiee, ſeu arcus I B, à quo ſi ſubtrahas gradus 90. ſeu arcum IA, reſtabit refractio A B.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Vſus tabularum refractionum , & parallaxeon.

Uſus tabularum tam refractionum , quam parallaxeon duplex eſt, primus vt altitudine ſyderis obſervatâ , inveniamus altitudinem eius veram. Quæratur altitudo hæc obſervata in tabula , & è regione correſpondentem refractionem:quia ergo refractio attollit aſtrum reſpectu veræ altitudinis, & conſequenter viſam nimiam reddit, quare ſubtrahe refractionem,& habebis locum viſum , ſeu parallacticum. pariter quia parallaxis deprimit aſtrum infra altitudinem veram , adde parallaxin altitudini parallacticæ & habebis veram.Sit aſtrũ in A, quod videatur ex puncto C ſuperficiei terræ,per radium refractum ABC,& quia obiecta vi-



dentur per vltimum radium,nempe BC,eius altitudo viſa erit DCE , à qua ſi auferatur refractio ACD,reſtabit angulus ACE.ſeu elevatio parallactica,denique quia parallaxis deprimit aſtrum reſpectu veræ elevationis , hoc eſt minus elevatum reddit, quam exigat locus verus , adde parallaxin & habebitur angulus AFM elevatio vera.

Idem præſtandum eſt dum aſtrum ſpectatur in horizonte,ſi enim ab eius elevatione viſa quæ eſt KCH auferas refractionemIGH,reſtabit locus refractus,ſeu depreſſio infra horizontem , ſic enim intelligẽda eſt ſubtractio;huic ſi addas parallaxin, habebitur,angulus elevationis viſæ nempe angulus IFL. ſatiùs tamen eſt vt diximus poſtea prius elevationi apparenti addere parallaxin , & elevationi ſic correctæ competentem refractionem in tabula quæſitam ſubtrahere.

Secundus vſus erit dum dabitur elevatio ſyderis vera , vt habeatur viſa,aut potius refracta:ſit datus angulus AFC, altitudinis veræ , qui nempe cognoſcatur ex tabulis,volumus autem ſcire, angulum DCE altitudinis refractæ,ſubtrahe ab altitudine verâ parallaxin debitam, ſeu in tabulis inventam , & exurget altitudo parallactica ACE, huic adde refractionem ACD,& exurget angulus altitudinis viſæ nempe ECD,variæ combinationes fiunt,eo quod parallaxis in Luna ſemper maior ſit refractione,in Sole è contra refractiones maiores ſint parallaxi ad gradum vſque 30.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

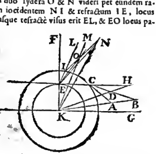
Nonnulla dubia circa refractiones.

Potes in tabulis animadvertere horizontalem refractionem Lunæ omnium eſſe maximam,exinde Solis,minimam vero ſtellarum fixarum, immo in quâlibet ſyderum elevatione, hoc ſemper evenire , vt ſydera terræ propiora maiorem exteris paribus refractionem patiantur : quod quomodo eveniat & quare non ita facile determinatur:movet enim ſuſpicionem aliquam,quod licet Solis diſtantia à terra ſit pluſquam milleeupla diſtantiæ Lunæ ab eadem terra eius tamen horizontalis refractio non minuatur integro minuto , & ſtellarum refractiones vix 4 minutis decreſcant. Jlla enim probatio quæ à nonnullis affertur non mihi ſatisfacit.Sint duo ſydera A,& B,in eadem elevatione vera nempe in eâdem linea A B , ſed in diſtantiis inæqualibus, & ad idem punctum C atmoſphæræ ducantur lineæ BC,AC,radius AC obliquius incidet,quam BC;ergo concludunt maiorem pati parallaxin ſydus A terræ vicinius , quod quidem verum eſt reſpectu puncti C , ſed aſſero quod ſi ſydus B,videatur vi radij B C, & refracti in D,ſydus A,non videbitur per radium AC,atq; adeò licet radius AC maiorem efficiat parallaxin, non tamen eam per quam videatur , atque adeò non concluditur ſydus terræ vicinius maiorem habere parallaxin horizontalem , per quam ſcilicèt refractè videatur.

Aſſero ſecundò ſi ſint duo ſydera D,& B in eodem radio incidente , vtrúmque videndum iri ex eodem puncto E per eundem radium EC,quia eidem radio incidenti BC,non poteſt duplex radius refractus reſpondere,nec eidem radio refracto EC, duplex radius incidens.ducantur igitur radij EC, EB ſi ſumatur refractio, pro angulo BCH , vel ei oppoſito in eo ſenſu refractio erit eadem. ſi vero ſumatur refractio differentia inter radium refractum EC,& parallacticum ED,aut parallacticum EB,in eo ſenſu, minor erit refractio horizontalis aſtri propioris terræ , quàm remotioris, quare vi refractionis plus deprimetur radius parallacticus aſtri remotioris quã vicinioris.ſi conſideremus autem veram vtriuſq;aſtri altitudinem aſtrũ propius magis eſt elevatum.quam remotius.nam elev.puncti D eſt angulus DKG,& elev. puncti B.eſt angulus

angolus BKG nō ergo intelligi poteſt pro horizō tali refractione ea qua ſydus attollitur ſupra locum parallacticum quando apparet in horizonte ſenſibili. quare oriens apparenter ſydus, non deberet intelligi depreſſum ſecundum quantitatem refractionis horizontalis vt haberetur locos parallacticus infra horizontem, ſed addendo parallazin gradibus 90. prius deberet haberi locus parallacticus cum quo quærenda eſſet refractio.

Idem dicendom eſt quando aſtrum habet aliqoam elevationem ſupra horizontem, ponamus enim duo ſydera O & N videri per eundem radium incidentem N I & refractum I E, locus vtriuſque refractè viſus erit EL, & EO locus pa-



rallacticus viciniotis, E N radius parallacticus remotioris: certum eſt autem differentiam inter radium refractum & parallacticum eſſe angulum IEO, qui minor eſt angulo IEN, quare in caſu qoo duo aſtra æqoalem habeant elevationem apparentem, quod vicinius eſt terræ maiorem habebit veram elevationem. Ex his concludo refractiones in tabulis, non reſpondere elevationi ſideris appatentī, ſed elevationi ſyderum veræ, vnde quādo corrigenda eſt elevatio apparens: vt inveniatur vera, primo addatur parallaxis, & altitudini ſic correctæ quæte in tabula conveoientem refractionem quam ſubtrahes. vt habeas correctam. neqoe enim refractiones apparentibus elevationibus reſpoodent vt demōſtravi ſed veris.

Ego quidem exiſtimatem refractiones eaſdem pro omnibus ſydetibus, eas ſcilicet aptando viſis elevationibus, facileque conſtitoi poſſe, eo quod ſtellæ nullam parallaxin patiantur, quare ab iis incipiendum eſſe conſtituris autem refractionibus facile parallaxes determinari poſſe.

PROPOSITIO XXII.

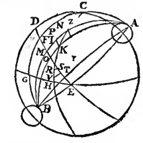
Theorema.

Variæ ſpecies parallaxis.

Parallaxin in circulo verticali conſideravimus; aſſervimuſque vi parallaxeoa aſtrum deſcendere in circulo verticali, & apparenter minorem obtinere elevationem ſupra horizontem, qoam revera obtineat. Ex hoc deſceoſu apparente ſyderis, ſequuntor aliæ mutationes apparentes, aut potiùs idem deſcenſus comparatus cum diverſis terminis varia ſortitur oomina, variaſque ſubit menſuras.

Sint poli zodiaci A, & B, zenith C, per qnod ducatur à polis zodiaci circulus maximus ACB, huoc vocamus verticalem nonageſimum, quia ſecat Eclypticam in gtadu nonageſimo. ab horizonte. hoc eſt cum ſupra horizontem extet ſemicirculus Eclypticæ eo quod duo maximi circuli ſe invicem biſariàm ſecent dico ab eo verticali hunc Eclypticæ ſemicirculū biſariàm ſecari.

Demonſtr. ſit Eclyptica DE horizon GE, cum circulus ACG per polum Eclyticæ A, & per C polum horizontis tranſeat, erit rectus tam ad horizontem quam ad Eclypticam, (*per 1. Theodoſij*) ergo anguli F & G recti ſunt ergo viciſſim tam Eclyptica quam horizon tranſeunt per polos huius verticalis; eſt igitur punctum E polus verticalis ACFG. ſuor igitur quadrantes FE, GE, quod demonſtrandum erat.



Sit Aſtrum in quocumque alio verticali CH, v. g in puncto Z, ſitqoe punctū Z locus verus ſyderis; ſed propter parallaxin ſpectetur in K; arcus ZK erit parallaxis in circulo verticali clariſſimum autem eſt aſtrum quod ſpectatur in puncto K remotius eſſe à polo Eclypticæ A, atque adeo minorem habere latitudinem quàm haberet ſi eſſet in puncto Z, ducto enim ex puncto A vt polo, circulo latitudinis KI; eius latitudo noo erit amplius MZ, ſed MI, aut illi æqualis OK, quare arcus ZI erit parallaxis latitudinis nempe differentia inter veram latitudinem MZ, & viſam OK, aut MI.

Pariter Aſtrum quod in puncto Z exiſtit, habet, pro gr. ſibi reſpondente in Eclyptica, ſeu longitudinem eius determinante punctum M, dum vero apparet in K punctum in Eclyptica longitudinem eius determinans mutatur, & eſt puncto O, quate arcus MO, aut IK illi ſimilis erit parallaxis longitudinis.

Notandum inſuper eſt qoando aſtrum exiſtit in verticali nonageſimo, parallaxin latitudinis confundi cum parallaxi in verticali, & parallaxin longitudinis nullam eſſe. Sit enim ſydus in puncto N, quod ſpectetur propter parallaxin in puncto P, parallaxis in circulo verticali erit arcus PN, & quia circulus à polo A Eclypticæ ductus, idē eſt, ac verticalis, latitudinis parallaxis erit idem arcus PN, io tali caſu oon variatur longitudo vt patet.

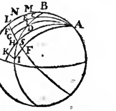
Notandum tertiò eſt ſi aſtrum ſit magis orientale, quam nonageſimus parallaxin longitudinis addendam eſſe, vt ex vera habeatur viſa, progreſſus enim longitudinis oumeratur ab occidente in orieotem, è contra verò ſi aſtrum fuerit magis occidentale, quàm nonageſimus verticalis, parallaxis longitudiois ſubtrahenda erit, vt ex vera fiat viſa.

Notandum quartò eſt parallazin latitudinis ſubtrahendam eſſe veræ boteali latitudini, addendam latitudini auſtrali, loquot nobis degentibus in hemiſphætio boreo. nam

parallaxis latitudinis L I, reddit latitudinem visam M L minorem verâ M I. Si astrum foret in R. & appareret in V, latitudo visa foret VT, maior quam vera RS.

Nunc ad parallaxes ascensionis rectæ, & declinationis, gradum faciamus. Si Astrum in meridiano fuerit, parallaxis declinationis, cum parallaxi in circulo verticali confunditur, nullaque erit parallaxis ascensionis rectæ, vt si astrum fuerit in puncto M, & propter parallaxin videatur in puncto N, eius parallaxis declinationis erit NM, eius enim declinatio erit NL, cum antea esset LM, eandem autem habet ascensionem rectam, quia idem punctum L æquinoctialis circuli LT ipsi respondet.

Si astrum fuerit in hemisphærio orientali respectu meridiani, parallaxis ascensionis rectæ erit additiva augebitque ascensionem rectã, in hemisphærio occidentali eam minuet. vt si Astrum existens in C. videatur propter parallaxin in D, arcus E D, aut potius F G æquinoctialis erit parallaxis ascensionis rectæ, videbiturque respondere puncto G determinanti eius ascensionem rectam. cum antea responderet puncto F erit autem addiiva quia ascensio recta ex institutione & consensu astronomorum numeratur ab occasu in ortum.



Parallaxis declinationis auget australem, minuit borealem. vt Astrum quod cum esset in C, videtur in D videbitur habere declinationem GD, cum re vera habeat declinationem FC.

E contrà vt tò Astrum quod est in H habetque declinationem veram S H si propter parallaxin spectetur in puncto I, habebit declinationem FI.

Communiter in solutione trianguli parallactici ECD, assumitur parallaxis CD quasi linea recta, fitque triangulum rectangulum ECD, in cuius tamen solutione notandum est latus ED quod ascensionis rectæ parallaxin indicat sumi in parallelo, atque adeo non bene indicare arcum FG.

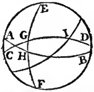
Ad solutionem parallaxeon tam in Eclypsibus, quàm extra, ordine procedendum est; quem ordinem sequentibus propositionibus instituo.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Inuenire gradum Æquatoris & Eclypticæ culminantem & eius altitudinem meridianam quolibet tempore.

Supponitur datum tempus verbi gratia, veræ Eclypsis Solis. nam in Eclypsibus Lunæ parallaxis nihil immutat vt videbimus suo loco Ad datum tempus habeatur locus Solis in Ecliptica, ponamus solem esse in primo gradu Tauri & esse horam nonam matutinam, tempore apparenti; quare ex his concluditur solem esse in circulo horæ nonæ matutinæ. quæratur in tabula ascensionum rectarum quisnam gradus æquatoris respondeat primo gradui Tauri, inuenio sign. o. g. 27.54. ergo cum circulus horarios sit aliquis horizon sphæræ rectæ gradus 57. cum 54 m. æquatoris erit in circulo horario horæ 9. matutinæ,



quod vt oculis subiiciam. Sit æquator AB, Eclyptica CD, sit circulus h. 9. EG Sol in G. quare punctum G, Eclipticæ erit 1. gr. tauri, & punctum H æquatoris, eius ascensio recta. quia autem ab hora oona matutina ad meridianum sunt gradus 45. procedendo contra seriem signorum subtraho ab signis o. 57.54 tria signa. & punctum A æquatoris distabit ab ariete signis 9.57.54. ergo habemus gradum æquatoris culminantem.

Vt habeas gradum Eclypticæ culminantem seu punctum C. quære in tabula ascensionum rectarum quis gradus Eclypticæ respondeat ascensioni rectæ sig. 9.27.54. & inuenies 9.25.53. seu Capricorni gradum 25.53. huius gradus quære declinationem, hæc enim subtracta ab altitudine meridiana æquatoris, si fuerit australis, vel addita si borealis exhibebit altitudinem meridianam, & consequenter distantiam à vertice puncti Eclypticæ culminantis.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Inuenire gradum Eclyticæ orientem.

Suppono haberi gradum Eclypticæ culminantem, & ex tabula cuius artificium dedimus primo libro, angulum Eclypticæ, cum meridiano. quare in triangulo CKI, cuius cognoscitur angulus rectus K, & angulus KCI, quem Eclyptica cum meridiano comprehendit & latus CK, seu eleuatio gradus culminantis per trigonometriam innotescet latus CI, quod additum, gradui culminanti C, si gradum orientem inquiras, vel subtractum, si occidentem, habebis gradum Eclypticæ orientem, aut occidentem.

Ex eo gradu orientali subtrahendo 90 gradus, habebis gradum nonagesimum, per quem scilicet transit verticalis, qui ex polo Eclypticæ per zenith ducitur. habetur item situs gradus nonagesimi in ordine ad meridianum, seu quot gradibus à meridiano distet, & an ad orientem, an vero ad occidentem.

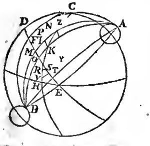
Innotescit item ex solutione eiusdem trianguli CIK. eleuatio supra horizontem, gradus Eclypticæ nonagesimi. & distantia à vertice, seu complementum eius.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Solis, aut ſyderis carentis latitudine parallaxes longitudinis & latitudinis reperire.

Quia Sol verſatur ſemper in Eclyptica, atque adeo latitudinem nullam habet, facilior erit determinatio eius parallaxeon tam in longitudinem quam in latitudinem. ſupponatur ergo Sol in Eclypticæ DE puncto Y, ſeu in ſectione arcuum DE & CH. per præcedentes propoſitiones quæratur nonageſimus grad. Eclypticæ qui ſit F per quem intelligatur verticalis A C F, ducatur alius verticalis Z Y V, per centrum Solis tranſiens, in quo abſcindatur arcus YV, æqualis pa-



rallaxi Lunæ in verticali & ex puncto V, ex polo Zodiaci A, ducatur circulus longitudinis ATV in triangulo Y T V, arcus Y V eſt parallaxis in verticali, T V parallaxis latitudinis; VT parallaxis longitudinis, vt ſolvatur triangulum parallacticum YVT. quærendus eſt angulus VYT, vel illi oppoſitus ad verticem CYF.

In triangnlo rectangulo CFY, datur angulus rectus F, datur latus F Y, diſtantia Solis à nonageſimo, datur item latus CF diſtantia nonageſimi à vertice, ergo per Trigonometriam innoteſcet primò angulus CYF, ſecundò latus C Y; diſtantia Solis à vertice. cum qua in tabula parallaxeon invenies arcum Y V, parallaxin Solis in verticali.

His cognitis nempe angulo VYT, angulo recto T. & latere YV, per Trigonometriam rectilineam innoteſcent latera Y T, T V, parallaxes longitudinis & latitudinis.

Dixi per trigonometriam rectilineam quia, cum parallaxes integrum gradum vix vnquam contineant, arcus hi non differunt ſenſibiliter à lineis rectis; ideóque pro iis aſſumi poſſunt.

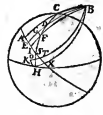
Hæc methodus adhibeatur, etiam circa Lunares parallaxes, quoties Luna latitudine caret, ſeu invenitur in nodis, vt in Eclypſibus. immo communiter parallaxis Solis ratio non habetur, ſed tantum exceſſus parallaxis Lunæ, ſupra parallaxin Solis.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Lunæ cæterorumque ſyderum extra Eclypticam poſitorum Parallaxes longitudinis & latitudinis invenire.

Suppono ad inveſtigandas Lunæ parallaxes longitudinis, & latitudinis primo haberi nonageſimum Eclypticæ gradum, qui ſit punctum A, duci item à polo Eclypticæ B, per verticem C, verticalem nonageſimum BCA. ſupponatur Luna in puncto D, cum latitudine boreali E D, cognitâ, cognoſcatur item ex tabulis Lunæ longitudo, quæ ſit punctum E, & conſequenter ſcitur arcus A E, ſeu angulus C B E, invenimus etiam (*per* 24.) diſtantiam nonageſimi gradûs à vertice, ſeu arcum A C. & conſequenter eius complementum B C. ſicut & arcum D B complementum latitudinis ED quare in triangulo BCD, datis lateribus B C, B D, & angulo comprehenſo CBD, innoteſcet angulus BDC, qui communiter dicitur angulus parallacticus.



Rurſus in triangulo rectangulo D G F, quod propter brevitatem laterum, pro rectilineo haberi poteſt vt diximus, datô angulô rectô G, angulô parallactico GDF, & hypothenuſa DF, cognoſcentur per Trigonometriam latera G D, GF, Arcus G D erit parallaxis latitudinis, quæ ſubtrahenda eſt latitudini veræ boreali vt habeatur vera. Arcus verò G F, qui ſumi poteſt pro arcu EI ob exiguam Lunæ latitudinem, quæ in Eclypſibus, non poteſt ad gradum pervenire. At vero ſi aſtrum maximam haberet latitudinem partes quæ competerent arcui G F, non eſſent ſumendæ pro minutis graduum, ſed pro partibus ſexageſimis vnius gradus æquatoris; quæ ita reducentur, ad gradus paralleli G F, fiat vt ſinus arcus GB, ad ſinum totum ita partes inventæ ad minuta arcus GF.

Explicatur hæc vltima praxis. certum eſt gradus paralleli cuiuſcúmque minores eſſe gradibus maximi circuli. & minuta minutis minora eſſe, quando igitur ſolvitur triangulum rectangulum DGF, in quo ſupponitur cognitus numerus minutorum in arcu F D, maximi circuli contentorum, per regulas proportionales, exurgit numerus minutorum æqualium minutis maximi circuli, contentorum in arcu GF; ſed arcus GF, non eſt arcus maximi circuli, quare non rite diſtribuitur in minuta, quæ ſint æqualia minutis maximi circuli quare vt invenias quot 20. v. g. minuta ma-

ximi circuli faciant minuta in parallelo GF, quia gradus paralleli ad grad. maximi circuli ſe habet vt ſinus complementi GB, ad ſinum totum debet fieri regula trium vt ſinus complementi latitud. ad ſinum totum, ita minuta maximi circuli inventa, in arcu F G; ad propria minuta. quod vt adhuc clariùs fiat. Supponamus nos in terra operari & in arcu D F eſſe 15 minuta, erunt 35 milliaria. & facta ſolutione trianguli invenio quot milliaria continentur in arcu G F, ponamus: 20. ſed 20 milliaria in parallalo G F, efficiunt plora quam 10 minuta quia vnus gradus illius paralleli non continet 60 milliaria. ſed pauciora ſecundum rationem ſui radij ad ſinum totum, ponamus eam eſſe rationé ſicut 8 ad 10. ita vt ſit ſicut ſinus arcus G B, (qui eſt radius paralleli G F.) ad ſinum totum qui eſt radius maximi circuli, ita gradus paralleli ſeu 48. ad 60 gradum maximi circuli dic ergo ſi 48. milliaria dant vnum gradum ſeu 60 minuta, 20 milliaria dabunt minuta 25. quare arcus GF erit min 25. & EI pariter min. 25.

Si latitudo fuerit auſtralis paulò alia erit diſpoſitio. Sit enim vt priùs cognitus gradus nonageſimus A, ſupponatúrque Luna in puncto O. eius longitudo erit punctum T, & quia ſupponitur cognita, dabitur differentia aſcenſionalis A T, ſeu angulus ABO, quia autem cognoſcitur ex tabulis latitudo 70. hæc addita gradibus 90. exhibebit totum latus B T O, datur item arcus CB, complementum arcûs AC, ſeu diſtantiæ nonageſimi à vertice; quare in triangulo CBO, datis lateribus B C, B O, & angulo comprehenſo CBO, non latebit angulos parallacticus BOC. vnde in triangulo KOH datâ hypothenusâ OH, quæ eſt parallaxis in circulo verticali, vna cum angulo recto K, & angulo parallactico, quem comprehendit circulus longitudinis cum verticali, inuoteſcet OT parallaxis latitudinis addenda, & KH parallaxis longitudinis, quæ in quadrante orientali additur, in occidentali ſubtrahenda eſt.

Alij nonnulli caſus dari poſſunt qui ex his facile intelligentur. nam aliquando latitudo quæ erat borealis per parallaxin tranſit in auſtralem, vt ſi Luna eſſet in F, & propter parallaxin videretur in O, haberet parallaxin apparentem auſtralem.

Hæc methodus vnius tantum ſyderis parallaxin conſiderat, nec habet adhuc rationem refractionis, communiter tamen cum ſolvitur parallaxis Lunæ, non ſumitur tota parallaxis in verticali; ſed tantum eius exceſſus ſupra refractionem. immo adhuc ab ea tollitur paralaxis Solis, refractio autem Solis non conſideratur, quia id tantum conſiderari debet, quod Luna habet ſupra Solem. nam ſi Sol & Luna æqualem haberent parallaxin, & refractionem, deſcenderent æqualiter in circulo verticali, nec coniunctio viſa, à vera differret; tota igitur differentia petitur ex eo quod Luna in alio longe loco videatur quam ſit, & Solis verus, & viſus locus tantam non habeant differentiam. quare ſubtracta à Lunæ parallaxi, refractione, & parallaxi Solis, reſtabit ille exceſſus, qui ſolus differentiam inter viſam & veram Eclypſin inuehit. ſed de his inferius cum de Eclypſibus agetur.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Diametrum apparentem Solis obſeruare.

Diametrum Solis apparentem, ad Eclypſium durationem, & magnitudinem definiendam inquirimus. eſt autem diameter Solis apparens, angulus ſub quo à nobis in terra poſitis Sol ſpectatur, ſeu ductis ab oculo ad Solem duabus tangentibus in plano per eius centrum tranſeunte, erit inquam angulus ab iis comprehenſus, is qui quæritur. qui angulus ſubtenditur ab arcu circuli maximi, quem Sol nobis occultat. hunc arcum eſſe minutorum circiter 30. eſt communis omnium ſententia ſi tamen exactam præciſionem requiramus; difficultates non modicas experiemur.

Antiqui vt plurimum radio Aſtronomico vtebantur, eſt autem radius Aſtronomicus tigillum, ſeu trabecula A B, cui ad rectos angulos inſiſtit aſſerculus notæ latitudinis, hic ab oculo A, tamdiu removetur donec aſſerculus C D, totum Solem præciſe occultet, tunc autem numerantur partes AE, fiunt autem duo triangula rectangula AED, AEC, in quibus cognoſcuntur latera A E, DE, EC, & anguli ad E recti; quare innoteſcet totus angulus DAC.



Quamvis huius inſtrumenti, vſus facilis ſit; multa tamen ſunt quæ hanc methodum erroribus obnoxiam reddant, præcipue verò quòd oculus A, nonnihil ab initio tigilli removeatur, & aliquando magis, aliquando minus, vnde non facile, & in promptu eſt id determinare.

Uariæ huic inſtrumento correctiones adhibitæ ſunt, prima vt in A, adhiberetur lamina exiguo foramine, ſic enim oculi ſitus magis determinaretur; ſed neque adhuc totus error hâc laminâ corrigitur, quia ſi per hoc foramen videtur vterque limbus aſſerculi D E, radij extremi in eius centro, non vniuntur ſed vlteriùs. poſſet Addi lamina currens in I, quæ foramen quadratum haberet, multo minus quam ſit linea DC, moveretur autem ita ſecunda lamina donec, per eius foramen detegerentur extremitates D & C. ſi enim fieret vt exceſſus lineæ EC, ſupra lineam I S, ad lineam IS, ita IE ad quartum haberetur præciſe diſtantia AE.

Huic radio Aſtronomico ſucceſſerunt Dioptræ quas deſcribit Cabæus quæ nihilo ſunt meliores ideóque iis non immoror.

Secundus modus erit ſi obſervetur duobus inſtrumentis, eodem temporis momentô, limbi vtriúſque ſolaris inferioris ſcilicèt, & ſuperioris altitudo ſupra horizontem, nam altitudinum differentia diametri Solaris quantitatem exhibebit. Tychobrahe duobus quadrantibus valde magnis,

&

& exquisitis vsus est. nonnunqusm item armillas adhibuit; quibus eodem tempore, vtriúsque limbi Solaris declinationes observarentur.

Jn hac tamen metbodo hoc reprebendunt nonnulli, quòd nulô ocudô margines & limbi Solares, non satis determinentor, ita vt proclive sit in iis determinandis, voo minuto aberrare non video tamen quomodo Solaris limbi altitudo his instrumentis non possit haberi, præsertim maioribus.

Ut autem exquisitiùs Solaris limbi altitudo determinetur potest vsurpari modus qui nunc invaluit, vt magni quadrantes telescopiô instruantur, bôc modô. canalis æreus aot ferreus lineæ horizontali quadrantis, ita afferruminatur vt ampliùs dimoveri non possit. bic tubus aut canalis instruitur lente obiectivâ, ad anteriora, & lente oculari, sed vno aut altero digito ante lentem ocularem introrsum, duo tenuissima fila serica, extenduntur in crucem, nempe vnum filum horizontaliter per duo foramina traducitut, aliud vero per duo verticalia; si Solis altitudo hoc instrumento sit observanda, vel lentes ex colorato vitro sint compactæ, & lens obiectiva, non multum deregatur, sic enim oculus Solaris radij patiens fiet.

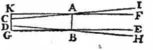
Obverte telescopium ad Solem, tandiúque illud attolle donec fila quæ optime distinguuntur limbum superiorem Solis videantur attingere, quod cum magna præcisione fiet, perpendiculum quadranti appensum eius altitudinem, in quadrantis circumferentia indicabit, immò solent quadrantis centro regulam filo etiam tenui instructam appendere, quod filum in quadrantis circumferentia gradum & minuta, immo & secundorum decades indicat. si igitur tali instromento circa meridiem superioris limbi altitudinem observes, tum statim inferioris, & ita consequenter, omnium maxima altitudo vtriùsque limbi habebitur & differentia erit Solis diameter apparens.

Si duo instrumenta simul eodem tempore adhibeantur rectificanda erunt; hoc est cum sæpe in tubo aptando, suisque filis, & lentibus instruendo, vix fieri possit vt axis tubi sit perfecte parallelus, lineæ horizontali quadrantis observandum erit, quantum deficiat quod multis modis fieri poterit, primo alicuius obiecti altitudo observetur, tum inverso instrumento, & contrarium situm habente, si eadem altitudo recurrat signum est axem tubi, lineæ horizontali instrumenti congruere.

Ad eundem modum reducitur ille, quo transmissi radij Solaris per foramen notæ altitudinis, elevatio supra horizontem in pavimento observatur. Si enim in quocúmqoe verticali Sol existat, limbi vtriúsque altitudo inquiratur, differentia vtriúsque, diametrum apparentem exhibebit. id commodi habet hoc inventum, quod sine expensis maximum habeatur instrumentum, id tamen incommodi vitare non potest, quod non sit satis præcisa Ellypsis circumferentia, sed confinium lucis & vmbræ latitudinem nonnullam habeat. quo etiam vitio laborat aliud instrumentum in quo duo exhibentur plana ad invicem parallela. quorum alterom foramen habet exigoum in lamina ærea, aliud vero in charta munda Solarem radium excipit supposita duorum planorum distantia, & diametro Solaris radij, ignorari non potest angulus, cui ad verticem respondet angulus diametri apparentis Solis Ut autem quam potest fieri optime succedat observatio nonnullæ cautiones adbibendæ sunt. prima vt distantia sit maxima vt 12. 15 pedum. secunda vt diameter foraminis non excedat vnciam seu digitum pedis romani, & in maxima distantia duos digitos. tertia vt subducatur diameter foraminis à diametro radij Solaris. quarta vt diameter radij Solaris totam penumbram includat. quinta vt in plurimis simul foraminibus & inæqualibus observatio peragatur, videatúrque an subductis diametris sibi constent.

Non dissimilis est Gassendi methodus qui duo plana æqualia, & parallela super trabecula aa pedum aptat, tum obversis ad Solem planis, prioris plani vmbram, in posteriori plano excipit, accuratissimóque circino puram vmbram, determinat quam minorem anteriori plano, deprehendit.

Sit ergo latitudo anterioris plani AB, eius vmbra in posteriori plano excepta sit C D, sitque G D medietas excessûs plani A B supra vmbram, Dico si fiat, vt BG ad GD, ita sinus totus ad tangentem anguli DBG, cui æqualis est EBH, angulus sub quo apparet Solis semidiameter. nam lineæ F K, G H parallelæ centrales sunt, hoc est ductæ à centro Solis per extremitates plani A B, lineæ I C, H D ad limbum Solis pertinent. reliqua ex figura satis intelligi possunt; sed eandem difficultatem patitur hæc methodus, iisdémque erroribus obnoxia est, quibus superiores, nempe vmbræ limbus nunquam præcisus haberi potest



Quartus modus ex tempore, quô Solis discus per planum aliquod transit, de illius diametro iudicat. Erigantur verticaliter duo fila tenuia, supra lineam meridianam in plano horizontali descriptam, tum capite rei alicui firmæ innixo, Solem per planum meridianum transeuntem intuere, collimando scilicet per hæc duo fila, & vbi Solis limbus occidentalis filum attigerit, perpendiculum ad motum incita, eiúsque oscillationes numera, donec limbus orientalis ad idem planum pervenerit Ex numero vibrationum innotescit tempus quod Sol insumit, vt pertranseat meridianum planum. dico ergo si Sol in æquatore versetur, tempus illud in minuta conversum, tribuendo pro singulis minutis horariis, quindecim minuta gradus, assero inquam hæc minuta gradus esse æqualia diametro Solis apparenti.

Demonstratio eo tempore tot minuta æquatoris transeunt, per illud planum quot Sol suo disco nobis occultat. sed Sol nobis occultat, tot minuta, quot eius diameter apparens continet, ergo minuta per hoc tempus inventa vere æquantur diametro Solis apparenti.

Neque obstat quod Sol eo tempore moveatur ab ortu in occasum, motu proprio, nam præterquam quòd pro tam exiguo tempore possit dissimulari, eius motus proprius, cum vna revolutio,

etiam

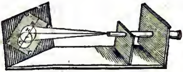
etiam cum eo additamento quod accedit ex motu Solis diurno, sumatur tantum pro gradibus ,60. tot præcise invenientur minuta gradus , quot in eius diametro apparenti continentur.

Si verò Sol versetur in aliquo parallelo, invenientur quidem tot minuta gradus quot teguntur ab eius diametro , quæ cum sint minuta minoris circuli, plura erunt , quam requirat Solis diameter, quæ supponitur divisa in minuta maioris circuli. fiat ergo vt sinus totus ad sinum complementi declinationis illius paralleli , ita numerus minutorum inventorum ad quartum : dico quartum hunc numerum proportionalem , indicare diametrum apparentem Solis. nam cum gradus paralleli , ad gradum æquatoris ; & minutum ad minutum se habeat, vt sinus complementi declinationis ad sinum totum, & habeantur minuta paralleli , quæ in diametro Solis continentur, hæc æqualia erunt eò paucioribus minutis æquatoris, quò æquator maior erit parallelo. fiat ergo vt sinus totus ad sinum complementi declinationis , seu ad semidiametrum paralleli ; ita numerus minutorum paralleli inventus , ad minuta maximi circuli in diametro Solis contenta. Hæc methodus in eo optima videtur ; quod facile ope perpendiculi minutum horarium primum , possit dividere in 240 partes sensibiles , est autem 240 pars minuti horarij. decima sexta pars min. gradus , quare minutum gradus in sexdecim partes æquales sensibiles dividetur , quod nullo instrumento haberi posset.

Notandum est opus esse vt oculus vitris coluratis muniatur, nempe vt fiat patiens splendoris solaris. displicet tamen hæc methodus, quod ita sit affixa meridiano, vt semel tantum in die peragi possit. vellem ergo non tantum duo fila in plano meridiano aptare ; sed etiam in planis diversorum verticalium, meridiano vicinorum,vt pluries successive eodem die iteraretur,& proba ceferetur operatio , cum idem semper numerus vibrationum recurreret, Pater Ricciolius hac methodo Solis Apogæi diametrum invenit min. 30. 30.perigæi min.33.

Vt huic methodo aliquid addatur,paretur tubus Opticus , duabus lentibus convexis instructus, extendatúrque intra tubum paulo ante lentem ocularem filum tenuissimum , tegatur maxima pars lentis obiectivæ vt paucissimos radios admittat , addantur & vitra colorata , sic enim splendor solaris oculorum aciem non perstringet. tum circa meridiem , dirige tubum ad Solem inspiciendum , ita tamen vt filum sit verticale , & inmoto tubo cum primum limbus occidentalis filum attinget , perpendiculum ad motum incita , donec limbus orientalis, idem filum perstringat , numerus vibrationum pariter vt supra tempus exhibebit , ex quo quantitatem solaris diametri apparentis elicies.

Quintus modus observandæ Solis diametri apparentis ope tubi Optici peragitur. Inseritur tubus Opticus communis lente convexa, & specillo concavo constans in duo plana invicem parallela, transmissúsque Solaris radius charta munda, in plano parallelo excipitur , est autem linea BC in plano meridiano. notetur ergo in charta diameter Solaris imaginis quæ sit verbi gratiâ B C, tum firmatô instrumentô in eodem situ , ad aliquos dies , notetur rursus diameter Solaris imaginis quæ sit H C supputetur declinatio Solis, pro vtraque die observationum , habebiturque differentia declinationis , ponamus hanc differentiam esse 18 , minutorum fiat vt linea B H , ad 18 minuta, ita BC diameter Solaris ad quartum, & exhibebitur numerus minutorum in Solari diametro contentorum.



Demonstratio per se patet, nam differentia declinationis 18 minutorum deprimit imaginem secundum lineam B C , quæ cognoscitur , habetur item tota B C ; ergo scientur minuta quæ in tota BC continentur.

Hæc methodus est Domini Muti Maioricæ, militum præfecti , & Domini Mouton in Ecclesia Lugdunensi Sancti Pauli beneficiarij. est tamen in eo difficoltas vt instrumentum tamdiu firmum permaneat, vnde necessarium est , vt tubus sit metallicus , nec contignationi sed muro ipsi firmiter adhæreat.

Quare paulò aliter idem modus vsurpatur, nam transmissô vt priùs per tubum Opticum solari radio , charta qua excipitur , tamdiu circa centrum voluatur donec motus imaginis sit parallelus lineæ GE , tum eô momentô quô limbus imaginis attingit punctum H.incitetur perpendiculum, iam præcognitum ; hoc est de quo supponitur cognitus numerus vibrationum horarius, numerentur igitur oscillationes perpendiculi , donec limbus oppositus imaginis, præcisè attingat idem punctum H. hæc operatio ter aut quater iteretur,vt certus sit & indubitatus numerus vibrationum, cæteta eodem modo procedunt quo supra.

Aliquas referam observationes à Domino Mouton exactissime peractas adhibuit autem perpendiculum qui oscillationes simplices intra horam mediocrem perageret 9550.

Anno 1660. 25 Iunij circa horam primam, interea dum tota imago Solis pertransiret perpendiculum vibrationes simplices peregit 364. & hoc sexies. & decies 365.

Eligitur ergo numerus medius $364\frac{1}{2}$.

Fiat vt 9550. ad gradus 15.

Ita $354\frac{1}{2}$. ad quartum habebis gr. o. min. 34. 21. Sol igitur hoc tempore percurrit in suo parallelo gr.o. min 34. 21. Erat autem ea die complementum declinationis Solis graduum 66. 34.

Fiat ergo vt sinus totus

Ad sinum arcus 66. 34.

Ita min. 34. 21.

Ad min. 31. 31. vel loco arcuum vtere si velis sinu dimidiorum arcuum , vt enim radius ad radium in duobus circulis , ita non tantum arcus ad arcum, sed etiam sinus ad sinum.

Fiat ergo vt sinus totus

Ad sinum arcus 66. 34.

Ita sinus arcus dimid. 17. $10\frac{1}{2}$.

Ad sinum dimidiæ diametri Solaris 15. $45\frac{3}{4}$. id per logarithmos præstare potes addando logarithmum

rithmum arcus 66. 34. ad logarithmum arcus min. 17 10½ & subtrahendo a summa logarithmum finus totius, restabit logarithmus dimidiæ diametri Solaris.

Solis igitur Apogæi fuit diameter min. 31. 31.

Anno 1661. Junij 26. Invenit simili methodo diametrum Solis min 31. 29. & die 27. eiusdem mensis diametrum Solis deprehendit min. 31. 32.

Ex quibus facile concludimus Solis Apogæi diametrum apparentem esse min. 31. 30. vel 31.

Circa Perigæum vero anno 1659. die dec. 29. Solis apparentem diameter ab eodem observata est min 32. 27.

Anno 1660. die 22. Dec. diameter Solis erat min. 32. 30.

Eodem anno die Dec. 27. diameter Solis inventa est min. 32. 32.

Anno 1660. Martij 25. diameter Solis apparens observata est 31. 56.

Anno 1661. Martij 29. diameter apparens Solis min. 31. 54.

Die 28 Septembris 1660. diameter apparens min. 32. 1.

Ex his observationibus liquet diametrum apparentem Solis esse inter min. 31. 30. in Apogæo, & 32. 30 in perigæo. in mediis longitudinibus min 32.

Pater Ricciolius Solis diametrum apparentem in Apogæo statuit min. 30. 30.

In perigæo 33. 8 in mediis distantiis 31. 56.

Ex his facile tabulam diametrorum Solis pro singul is anomaliæ gradibus constituemus.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Apparentem Lunæ diametrum reperire.

Plerique modi inveniendæ Solaris diametri, Lunari applicari possunt exceptis iis qui in motu Lunari horatio fundantur. pariter extra plenilunium non potest diameter Lunæ haberi observato tempore, quô per planum aliquod, aut filis determinatum, aut ope telescopij immubili designatum. quare iis prætermissis quæ supra circa Solis diametrum tradidimus peculiaria quædam afferemus.

Primus modus Lunari Eclypsi totali vtetur, cuius initium exactè tubo Optico observetur, & tempus insumptum ad totalem obscurationem, quàm accurate perpendiculo expendatur. Exinde motus verus horarius Lunæ in longitudinem à Sole facilius & exactius habebitur, si ad tempus 22 horis præcedens Eclypsin distantiam veram Lunæ à Sole supputaveris, & ad tempus 22 horis subsequens idem præstiteris, & hunc motum verum Lunæ diurnum à Sole per 24 horas diviseris, quotiens enim exhibebit motum Lunæ horarium, deinde instituatur regula trium, si Luna moverut in longitudinem à Sole v g. gr. o. m. 26. 28. quanta mora est intra tempus inventum, minuta quæ provenient erunt diameter Lunæ. quod vt in exemplo manifestum fiat supponamus ab initio Eclypsis ad totalem obscurationem Lunam insumpsisse vnam horam & min. 6. seu minuta 66. & horarium eius motum supra Solem esse min. 26. 18. fiat regula trium, si 60 min. temporis seu vna hora, dant gr. o. min. 26 secunda 28. min. 66. dabunt gr. o. min. 29. 6. hæc min 29. 6. erunt apparens diameter Lunæ. Ratio manifesta est, Luna non obscuratur nisi in quantum ingreditur vmbrã terræ, non ingreditur autem vmbram, nisi quia eius motus maior est motu vmbræ, seu Solis, ergo Lunæ obseuratio totalis, est æqualis motui Lunæ à Sole, interea dum tota obseuratur. Hæc methodus præstantissima est, eò quòd non sit obnoxia parallaxi, nec illius rationem vllam habeat.

Dominus Mouton diametrum Lunæ inquirit eo ferè modô, quô Solis diametrum observarat ad hoc autem requiritur motus Lunæ horarius, non tantum verus, sed etiam visus. voco autem in hoc casu motum horarium Lunæ, gradus quos videtur percurrere ab ortu in occasum intra horam. seu circa polos æquatoris, seu gradus quos Luna intra horam percurrit in suo parallelo. percurret autem pauciores quàm 15.

Quod vt facillime præstemus debemus ad initiũ horæ in qua observationem meditamur ascensionem Lunæ rectam investigare, cognita autem latitudine Lunæ, & longitudine, ascensio recta, & declinatio latere non possunt, & cognito Solis loco, & eius ascensione recta, circulus horarius in quo Luna existit, seu distantia à meridiano innotescit. hic circulus horarius verus in apparentem commutandus est inventa parallaxi ascensionis rectæ, & eâdẽ methodo cognoscitur parallaxis declinationis atq ita habebitur visa distantia à polo æquatoris.

Idem præstetur ad finem eiusdem horæ. differẽtia inter has duas distãtias Lunæ à meridiano, visas intelligo, erit motus Lunæ horarius visus circa polos æquatoris, hoc est æqualis apparet nobis in superficie terræ degentibus; & consequẽter diameter Lunæ quæ habebitur, erit apparens hoc est respectu superficiei terræ, cum tamen præcipue inquiramus diametrum Lunæ respectu centri terræ. non erit tamen difficile ex apparenti visa, apparentem veram eruere.

Hunc modum egregie excoluit Dominus Mouton, adhibitis etiã calculis ad singulas observationes necessariis quos brevitatis causa prætermitto.

Anno 1660. die 25. Febr. circa 7 & 8 horã Lunæ plenæ in anomal. gr. o. hoc est circa Apogæum diameter apparens inventa est min. 29. 38.

Et eodem die circa 7. cum semisse ad nonam invenit min. 29. 37.

Et ab hora 10 ad vndec eodem die min. 29 43.

Et ab vndec ad mediam noctẽ invenit m. 29. 45.

Et circa mediam noctem min. 29. 51.

Anno 1660. Martij 26. circa plenil cum Anom. Lunæ esset sign. 2. gr. 15. ab hora 8 ad 9. invenit diametrum Lunæ apparentem ex centro terræ spectatam min 30. 26.

Eodem Anno 1660 24 Aprilis circa plen. & inter nonam & dec. vespertinam, Lunæ in Anom. sign. 3. cum tribus grad constitutæ, diameter apparens è centro terræ spectata fuit min. 30. 50.

Anno 1660. die 23 Mayi circa plen. inter 9. & 10. horam Lunæ Anom. signum 3. cum 20 gradibus obtinentis diameter fuit min. 31. 24.

Anno 1660. die 22. Jul circa horam nonam serotinam & plen. cum Anom. Lunæ esset signorum 5. 27. 47. hoc est circa perigæum semid. Lunæ è centro terræ apparens fuit 33. 29.

Anno 1660. die 18 Sept circa horam nonam & decimam serotinam ad plenilunium grad. 7. cum anom esset sign. 7. & gr. 2. fuit diameter Lunæ min. 32. 53. apparens è centro terræ.

Anno 1660. die 16 Nou. ab octava ad vndecimam, cum abeſſet à plenil. gr. 8. & anomalia eſſet ſign. 8. 22. fuit diam. Lunæ apparens è cẽtro terræ 31. 52.

Anno 1661. 14 Janu circa decimam ſerotinam cum 9 gradus reſtarent ad plenil. & Anomalia eſſet ſign 10. 13. fuit diameter Lunæ apparens 29 32.

Anno 1661. die 15 Ian duobus gradibus poſt plenilunium, cum anom. eſſet ſign. 10. 29 inter 8 & 9. diameter Lunæ apparens, ex centro terræ fuit 29. 38.

Anno 1651. die 8 Sept inter horam 11. & 12. veſpertinam cum reſtarent 7 grados ad plenilunium & anom. eſſet ſign. 5. 23. diameter Lunæ apparens 33. 29.

Anno 1661. die 7 Octob. inter 10 & 11. cum reſtarent gradus 6 ad plenilunium & anomalia eſſet ſign. 6. 10. diameter Lunæ min. 33. 23. fui.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Vltima determinatio apparentium ſemidiametrorum Solis & Lunæ.

Examen diametrorum apparentium Solis & Lunæ, nullà ratione tutiùs inſtituitur quam per Eclypſes, præcipue Solares. optime enim conſtitutæ diametri apparentis Solis, & Lunæ cenſendæ ſunt ſi Eclypſium Solarium quantitatem exhibeant, qualem in cœlo obſervamus. Jn quo iure Tychonem reprehendas, qui talem diametrorum hypotheſin profert, in qua nulla poſſibilis eſt totalis Eclypſis Solis, cum tamen obſervationes Aſtronomicæ, aliquas tales deprehendant Jure item reprehenditur, qood ex Optica ratiooe, male explicata. Lunæ novæ diametrum minuat, nempe quia in novilunio non appareat, in plenilunio lucida ſit & fulgeat, oculus autem rerum lucidarum diametrum augear. aſſero inquam non debuiſſe propterea minuere diametrum Lunæ novæ; quia cùm dentur aliquando Eclypſes totales in quibus neque Sol, neque Luna appareot, in tali caſu, ſi minuatur diameter Lunæ, deber item minui diameter Solis, alioquin ex totali Eclypſi annularem efficies. eſto ergo quæ ſunt lucida, aut alba, com obſcuris & nigris compoſita nonnihil maiora appareant, propter exorbitantes radios, qui in nigro nihil efficerent eò quòd ſint debiles, io albo ſint potentiores hi tamen ad magnitudinem præciſam Eclypſis nihil faciunt, cum poſſint facile adſcitij hi radij ope teleſcopiorum detergi. quare ſimpliciùs procedendum eſt, & obſervatæ diametri ita ſunt in hypotheſin redigendæ, vt Eclypſes exhibeant pro vt obſervatæ fuerant.

Pater Ricciolios In quadraturis Lonæ Apogeæ diametrum conſtituit min 27 & perigeæ mi. 35. 6. ſed in quadraturis diameter Lunæ non eſt admodum vtilis, diametros enim in ordine ad Eclypſes inquirimus.

Jn ſyzygiis Lunæ Apogeæ diameter erit min. 28. in mediis diſtantiis 30. 30. Lunæ perigeæ. min 33. 30

Dominus Mouton paulò aliam invenit quantitatem diametrorum Lunæ apparentium. nempe circa Apogæum min 29. 37. vel 16. vel etiam 32 circa medias diſtantias 30. 50. circa perigæum 33 29. quare ſecundum illum bene conſtitui poſſunt termini diametri Lunaris inter 29. 30. & 33. 30. ita vt tota mutatio ſit 4. minutorum Pater Ricciolius pooit quiuque minuta cum dimidio.

Repetamus item hic Patris Riccioli apparentem diametrorum Solis minimam min. 30. 30.

Jdem in perigæo ſtatuit appareotem diametrum Solis min. 33. 8 38.

Dominus Mouton Solis diametrum minimam cenſet min 31, 30. & maximam min. 32. 30.

Litem hanc dirimere poſſumus hôc modô ponatur Solis maxima diſtantia tangens ſemianguli, nempe ſemid. apparentis. Sit pariter AB minima diſtantia erit Solis diameter tangens ſemianguli ſeu ſemidiametri apparentis. videndom igitur an poſita diſtantia Solis minima pro radio, & aſſumpta tangente ſemidiametri Solis qualem Pater Ricciolius habet, aſſumpta deinde maxima diſtantia eadem ſit futura tangens ſemidiametri apparentis io Apogæo.

Radius excentrici eſt 100000. Ex quo ſi ſubtrahas excentricitatem 3460. reſtabit diſtantia Solis perigæa 96540. ſemiang. in perigæo ſecundum Ricciolium min. 16. 34. cuius tangens 481. 90. ſuppoſito radio 100000. ſed ſuppoſito radio 96540 erit 465. maxima diſtantia Solis eſt 103460. addita ſcilicet eccentricitate. ſi fiat vt 103460 ad 465. 10. ita 100000. ad 448. 90. nempe tangens min. 15. 28. eritque in hac hypotheſi Solis Apogæi diameter 30. 56. com ex eodem Patre Ricciolio deberet eſſe minut. tantum 30. 30. non conſentit igitur hypotheſis diametrorum Solarium cum hypotheſi diſtantiarum. nam ſuppoſitâ diametrô apparenti in perigæo min. 33. 8. debuit eſſe in Apogæo minut. 30. 56. defectus eſt ſecundorum 26.

Jdem experimentum faciamus circa diametros conſtitutos à Domino Mouton nempe in perigæo 32. 10. io Apogæo 31. 30.

Fiat vt 100000 radios, ad 472. 69. tangentem ſemidiam. in perigæo mi. 16. 15. ita diſtantia 96540. ad quartum & exurget 456. 33. pro ſemidiametro Solis ſecuodum hanc diſtaotiam.

Diſtantia in Apogæo eſt 103460. videndum eſt quem angulum ſubtendat 456. 33. ſuppoſito radio 103460. fiat ergo vt 103460 ad 456. 33. ita 100000. ad 441. 70. ſeu min. 15. 9. quæ efficiunt diametrum 30. 18. cum deberet eſſe 31. 30. peccatum etiam eſt alicubi.

Jn hac enim hypotheſi debet differentia inter diametrum apparentem in perigæo & apparentem in Apogæo eſſe min. 2. 12 Dominus Mooton. ponit differentiam vnius taotum gradus. & Pater Ricciolius differentiam graduum 2. 38.

Litem hanc facile componemus nam in mediis diſtantiis Pat. Ricciolius ponit 31. 56. Dominus Mouton 32 præciſe differentia 4 ſecundorum. ponamus ad litem dirimendam 31. 58. & qoia invenimus ſecundum hypotheſin diſtantiarum non poſſe differentiam eſſe niſi duorum miourorom & 12 ſecundorom. addamus mediam differentiam nempe mio. 1. 6. ad diametrum mediæ diſtantiæ ſeu 31. 56. fiet Solis perigæi diameter 33. 2. ſobtrahamus 1. 6 à 31. 56 fiet diameter Solis Apogæi 30. 50.

Statutum ergo ſit diametrum Solis apparentem io Apogæo eſſe min. 30. 50.

At vero in mediis diſtantiis ſeu in anomalia ſign 4. & 9 eſſe min 31. 56.

Solis vero perig. obtinentis diam. eſſe m. 33. 2.

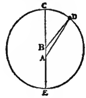
PROP.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Diametrum Solis apparentem pro singulis anomaliæ gradibus constituere.

Ex suppositis principiis facile construemus tabolam semidiametrorum Solis apparentium pro singulis anomaliæ gradibus supposita semidiametro Solis in Apogæo min. 15. 25. & in perigæo, 16. 31.



Primo quidem habeantor distantiæ Solis à terra pro singulis anomaliæ gradibus. in Apogæo erit parium 10:460. & in perigæo 96:40. quærantur aliæ distantiæ verbi gratia A D, fiátque vt sinus prostaph. B ad sinum anom. DBA ita eccentricitas A B 3460. ad AD Cognita AD, Solis distantia facile per praxin superiorem habebis apparentem diametrum Solis ad singulas distantias, & ad singulos anomaliæ gradus.

Poterit idem haberi in hypothesi Ellypsium, quæ censetur commodior & magis accommodata. præcipoe in Luna aut aliis planetis, nempe esse conformior diametris appatentibus, quàm hypothesis eecentriei

PROPOSITIO XXXI.

Ptoblema.

Examen Lunaris diametri apparentis.

Ut examinemus prìus ioventas Lunæ diametros advocare debemus Lunarem hypothesin, in qua eccentricitas est 8722. qualium radius est 100000. quare maxima Lunæ distantia à terra erit 108721. minima 91178. cum his examinabimus, quænam ex recensitis diametris melius conveniat.

Pater Riceiolius Lunæ Apogeæ in syzygiis diametrum ponit min. 28. semid. min. 14.

Jn mediis vero distantiis Lunaris diam. min. 30. 30. semid. min. 15. 15.

Jn Perigæo Lunaris diam. m. 33. 30. sem. m. 16. 45

Dominus Mooton in syzyg. Lunæ Apog. diam. facit min. 29. 32. & 36. semid. 14. 46.

Jdem in mediis distaotiis 30 50. sem. 15. 25.

Jn perigæo vero erit Lunaris diameter 33. 29. sem 16. 44½.

Conveniunt igitur circa perigæum nempe 33. 29. & 33. 50.

Jncipiamus ergo à perigæo, fiatque sicut prius

vt 100000 ad 487. 24 tangentem semidiametri Lunaris in perigæo ita minima distantia 91278.00. ad 444. 75. Lunæ igitur semidiameter est partium 4:4. æqualium radius eccentriei est 100000.

Rorsus accipiamus maximam distantiam 108722 quam comparemus cum numero invento 444 75. vt habeamus angulum sub quo videbitur Luna. fiat ergo vt 108722 ad 444 75 ita radius 100000 ad 409. 07. tangentem semid. 14. 0. 30. melius ergo conveniunt eum Lunari hypothesi, sem. Lunares à Patre Ricciolio inventæ quam à Domino Mouton observatæ. saltem in Apogæo, nimiam enim facit Lunæ diametrum, quæ non potest hoc modo convenire cum Lunaribus distantiis saltem in hypothesi eecentriei.

Non distinguo autem diametrum Lunæ plenæ à diametro Lunæ novæ, sed vnicã assiguo in syzyg.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Veram Solis & Lunæ diametrum investigare.

Ut solaris diametri quantitas determinetur supponitur cognita eius à terra distantia, invenimus autem supra ex observationibus dichotomiæ Solem nunquam minus à terra distare quam 7000 semidiametris terræ, cognoseimus angulum sub quo videtur solaris semidiameter qui in perigæo est min. 16. 32. sint ergo duæ tangentes comprehendentes in centro terræ, angulum sub quo Sol videtur. eritque vt sinus totus, ad sinum anguli visualis 16 32. ita distantia Solis 7000 sem. terræ, ad semidiametrum Solis. exurget semidiameter Solis æqualis 33. semidiametris terræ. si ponatur distantia esse solum 2850 semidiametrorum terræ. semidiameter Solis continebit 12 sem. terræ.

Jn Luna vero eum eius minima distantia sit semidiametrorum terræ 50 & eius semidiameter apparens in perigæo min. 16. 45. fiat vt sinus totus, ad sinum min 16 45 seu 486 ¼. ita 50 semidiametri terræ, & semidiameter Lunæ se habebit ad semidiametrom terræ vt 24 ad 100, id est ferè quarta pars.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Magnitudo Solis & Lunæ.

Cognitis diametris facile magnitudinem seu soliditatem totius globi tam Solaris quam Lunaris constituemus. cum enim (*per* 18. 12. *Eucl*) Sphæræ sint in triplicata ratione diametrorum, aut semidiametrorum, si continuemus 4 numeros in ea ratione quæ est 1 ad 33 nempe 1. 33. 1089. & 35937 Sol continebit terras 35937. quod videtur incredibile. Jn ea vero opinione quæ asserit diametrum Solis se habere ad diametrum terræ vt 12 ad 1. si continuentur quatuor numeri 1. 12. 144. 1728. Sol terras, continebit 1728. opinio aliàs satis communis asserebat, diametrum Solis continere diametrum terræ quinquies cum media parte, ideoque erat 11. ad 2. continuentur ergo quater numeri in ratione 2 ad 11. ita 11 ad 60½ & 60½ ad 331¼. erit ergo soliditas Solis, ad soliditatem terræ vt 166. ad 1.

In quo vides ex vatiis distantiis vatias sequi Solis magnitudines.

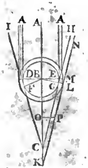
Lunæ magnitudo seu soliditas facile concluditur ex diametto cognita quia enim Lunæ diameter est ad diametrum tertæ, vt 24 ad 100. vel vt 26 ad 100. ponamus 25 ad 100. hoc est vt vnum ad 4. continuentur 4 numeri in eadem ratione nempe 1. 4. 16. 64. terra continebit Lunas 64.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Axem coni vmbræ terrestris, & athmosphericæ, & angulum eius reperire.

Eclypsin Lunæ ab vmbra terræ in eam incidentis originem ducere hactenus Astronomi censuerunt, cetum enim est terram vt corpus opacum, & radiis solatibus impervium, illuminationem Lunæ à Sole impedire, quæ cum non nisi mutuato lumine fulgeat, ea patte deficiat, quà ei Solaris tadius à terra interposita subripitur, necesse est. cum autem terra sit minor Sole, vmbram turbinatam seu conicam projicit, quam vt meram vmbram, nullóque lumine directo perfusam hactenus omnes excéptis recentioribus considerarunt. huic tamen vmbræ radij in athmosphæra refracti immo & quamplurimi reflexi admiscentur, quæ omnia separatim expenpenduntut. primò igitur quæritur axis, seu longitudo vmbræ. & angulus coni.



Sit ergo radius A B conlungens centta Solis, & terræ, qui vlteriùs productus, coincidat cum axe terrestris vmbræ. ducatur ad radium AB perpendicularis D E, ducantúrque ex centto Solis A lineæ A E, A D, quæ ob immensam Solis à terra distantiam, sunt physice patallelæ. quamvis in centro Solis concurrant. Intelligantur alij duo radij terram tangentes in F & G, ducti ab extremitatibus diametri Solaris. sintque HG, IF, qui cum centralibus AD, AE angulum comprehendent æqualem semidiametro Solis appatenti, ponamus primò Solem in Apogæo; & consequenter erit angulus AEH min. 15. 25. & cum lineæ AB, A E, parallelæ sint, anguli AEH ACH æquales erunt, ergo angulus BCH erit mi. 15 25 & ICH min. 30. 50 ducantur ad radios CH CI perpendiculares BG BF ad puncta scilicét contactuum G & F, fiet triangulum rectangulum CBG in quo datur latus BG, seu semidiameter terræ, fiat ergo vt sinus anguli BCG min. 15. 25. ad sinum totum anguli recti G, ita semidiametet terræ, ad BC. seu divide sinum totum 100000 per 449 & quotiens 122. erit axis vmbræ terræ Sole Apogæo. nempe semidiametrorum terræ 222.

Ponamus secundò Solem perigæum eritque semidiameter eius appatens mi. 16. 32. cuius sinus 480. facto eódem discursu divide sinum totum 100000 per 480 quotiens 229. exhibebit quoties axis vmbræ continet diametrum tertæ.

Ex hoc colliges Lunam quæ nunquam abest à terra semidiametris 65 aut 70. posse incurrere in vmbram tertæ.

Si vmbram athmosphæræ considerare velis, assero eius axem tot semidiametros tertæ & athmosphæræ continere quot axis vmbræ terræ, continet semidiametros tertæ. producatur enim radius BE, vsque in M, & intelligatur radius AM procedere à centto Solis, is propter immensam Solis à terra distantiam patallelus est radio centrali AE, pariter radius N L, ptocedens à limbo Solis erit patallelus radio HG, quare anguli BCG, BKL æquales erunt (*per* 28. 1. *Eucl.*) eritque (*per* 3. 6. *Eucl*) vt B G ad BC, ita BL, ad BK, hoc est toties BE contineri in B C, quoties BL continetur in B K. quod erat demonstrandum.

Quantum igitur axis vmbræ athmosphæræ, excedat axem vmbræ terræ pendet ex altitudine, seu crassitie athmosphæræ, cui nonnulli tribuunt milliaria duo, alij 10. alij 25. ponamus 20 milliaria, multiplica 20. per 222 & habebis 4440 milliaria quibus axis vmbtæ athmosphæræ superat axem vmbtæ tettestris, & Sole perigæo 209 multiplica per 20. & erit numerus milliariorum, 4180 & cum ex Ricciolio terræ semidiameter contineat milliaria Bononiensia 4139. tuto asserere possumus vmbtæ athmosphæræ axem, continere vnam semidiametrum tertæ, supra axem vmbræ terræ. insuper vmbram vtrámque minorem esse in perigæo, quàm in Apogæo semidiametris terræ 13. seu patte decimâ septimâ.

Si velimus determinare semidiametrum vmbræ terræ, in locis in quibus à Luna intersecatur id poterimus facile. Supponamus Solem Apogæum, sic enim variatio quæ ex Solis motu orietur reddet vmbram minorem eiúsque diametrum minuet, vidimus iam supra distantiam Lunæ maximam in syzygiis esse semidiam. tertæ 64. & minimam semid. terræ 54. sumamus maximam distantiam 64. sit igitur BO semid. 64. & KO 158. eritque vt BK ad BO. ita semid. terræ ad lineam OP. fiat igitur Sole Apogæo. vt BK 222 ad KO. 158. ita diameter terræ 4139 ad quartum. si velimus addere athmosphæræ altit. 20 au 22 milliarium erit B M 4160 milliarium. fiat ergo regula proportionum quartus numerus erit OP semidiameter vmbræ in loco transitus Lunæ milliarium 2959. est autem semidiameter Lunæ quarta pars semidiametri terræ seu mill. 1035. & Lunæ semidiameter apparens in Apogæo est min. 14. si ergo diameter mill. 1035. appatet sub angulo min. 14. linea PO, quæ est milliarium 2959. apparebit sub angulo minut. 40. quæ omnia satis bene succedunt &

& respondent fere observationibus, vt videbimus inferiùs. quod si sol fuerit perigæus auferenda erit decima septima pars nempe duo minuta & 45. secunda.

Luna perigæa cum distantia Lunæ sit 54 semidiamerrorum. Sole pariter Apogæo, BK sit 212. K O erit 168. fiat ergo vt KB 212. ad KO 168. ita milliaria 4160 ad OP 3140. Lunæ semid. apparens in perigæo est 16.45. seu 16 $\frac{3}{4}$. & realis est mill. 1035. dic ergo si diameter Lunæ realis 1035 apparet sub angulo min. 16 $\frac{3}{4}$. linea OP 3140 apparebit sub angulo min. 50. sec. 45. variatio quæ auferenda esset ex semidiametro vmbræ, si Sol fieret perigæus esset decima septima pars. seu trium min.

Hæc sit prima quasi vmbræ, determinatio quæ potest immediatiùs haberi ex observationibus, Eclypsium, vt videbimus infrà. hæc autem pendet ab observationibus parallaxium Lunæ, quæ sunt subtiliores quam vt in iis sufficienter fidamus ad Eclypsium determinationem vltimam.

Coroll. Semiangulus vmbræ est æqualis semidiametro apparenti Solis.

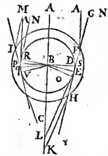
PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Quomodo refracti in athmosphæra radij solares respectu vmbræ se habeant.

Superior vmbræ terrestris consideratio, communis est, videreturque sufficere ad Eclypsium Lunarium determinationem, nisi refractio quam in athmosphæra patiuntur radij solares scrupulum iniiceret: & dubium moveret, ne forte conum terrestris vmbræ decurtet, aut minuat: quod in hac propositione examinandum suscipio.

Suppono primò horizontalem solis refractionem. esse min 32. 30 parallaxin secundorum 30 his suppositis cætera facilè explicabimus. Sit linea AB centra solis & terræ coniungens, atque adeo BC, cum axe vmbræ terræ coincidat. ducatur ad eã perpendicularis BD & fiat angulus DBE min. 32. 30 ducaturque linea E F per vadens totam athmosphæram, hæc erit horizon sensibilis eorum qui degunt in puncto E intelligatur ex centro solis A ducta linea A F, quæ ob immensam solis à terra distantiam erit parallela lineæ AB, eritque angulus AFG, æqualis angulo DBE quem refractioni horizontali æqualem fecimus. nam cum linea B D cum tangente A D intelligitur moveri circa centrum B, inclinatio lineæ E G ad A B erit semper æqualis, inclinationi lineæ BD ad BE, cum ergo AFG, sit æqualis horizontali solis refractioni, centrum solis videbitur ex puncto E, radius igitur ex centro solis ductus ad F scilicet AF, refringetur in FEH fiat angulus YHK æqualis angulo AFG, quia refractio in gressu medij densioris, æqualis est refractioni quæ fit in ingressu, radius solaris F H refringetur in K. metiri debemus distantiam BK. fiat angulus EBO æqualis angulo DBE, & per O ducatur tangens O L quæ erit parallela lineæ HK, tam in triangulo BOL, cum angulus O sit rectus, & angulus O B D æqualis duplicatæ refractioni nempe vnius gradûs, & quinque minutorum, erit angulus LBO eius complementum ad angulum rectum LBD, graduum 88. 55. & angulus OLB gradus vnius & 5 min. fiat ergo vt sinus anguli gradus vnius & 5 min. ad sinum totum, ita semidiameter terræ B O ad quartum, vel potiùs divide radium 100000 per 189 quotiens 52 erit linea B L nempe semidiametrorum 52, & quia OL, HK sunt parallelæ distantes minus quam altitudine athmosphæræ, K L poterit habere 20 milliaria quare punctum K ad quem pervenit radius centralis, distabit à centro terræ B semidiametris terræ 52.

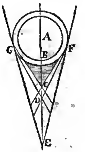


Radius A I non refringetur immo nec alij multi maximè inclinati, vidimus enim in dioptrica, non omnem radium incidentem refringi, nisi sub aliqua inclinatione, & nõ maiore, reliqui circa AF, qualis esset A S adhuc propius refringentur hoc est ad paulo minorem distantiam, nam cum radius A S, sit magis inclinatus ad superficiem athmosphæræ quam A F, maiorem patietur refractionem & consequenter incidet inter K & B, non habemus autem refractionem illam quia per observationes haberi non potest, eò quòd radius ille terram non attingat, nec etiam per regulas refractionis, quia nescitur athmosphæræ altitudo, scimus ergo tantum radium hunc incidere inter K & B.

Hactenus egimus de radiis centralibus, contendo autem radios vtriusque limbi refringi ad partes F. primo loquamur de limbo M. cum limbus solis distet à centro solis in perigæo, m. 16. 32. pro limbo M minuendus erit angulus DBO qui erat min. 65: minuendus inquam erit min 16. 32. restabitque angulus min. 48. 28. cætera sunt eadem quare si in triangulo BOL, fiat vt sinus ang L min. 48. 28. seu 1411. ad sinum totum, ita semidiameter terræ B O ad quartum habebitur BL, vel potius divide radium 100000 per 1411, invenies BK septuaginta semidiametrorum terræ. E contra limbus solis N propius refringetur addendus enim erit angulo D B O seu refractioni duplicatæ minutorum 65. semidiameter apparens solis fietque angulus vnius gradus & min 21. 32. cuius sinus erit 2370 per hunc divide radium 100000 invenies B L semidiametrorum 42. quare vmbra terræ pura. & vera & immunis ab omni radio refracto axem habebit non maiorem semidiametris terræ 40 & hi radij refracti perveniunt vsque ad 70 semidiametros Vt autem melius demonstratio innotescat sit angulus P B R æqualis semidiametro apparenti solis, ducaturque

que linea R N tangens terram in R, radius RN ad limbum solis perveniet, quod patebit si ducatur AR paral lela lineæ AB, hic enim propter immensam Solis à terra distantiã ad centrum solis pervenit. & cum angulus ARN, sit æqualis semidiametro solis linea RN ad limbum solis terminabitur, sit arcus Rq æqualis infractioni solis horizontali, rest abit arcus Pq minor quam Rq, ideoque dixi minuendum esse angulum refractionis, tot minutis quam continentur in semidiametro solis apparenti.

Ex his vides figuram & dispositionem quam in vmbra terræ obtinent radij solares refracti. mera quippe vmbra A C obtinet semidiametros tantum quadraginta. radij refracti in medio axe nempe A D obtinent semidiametros septuaginta, transitus igitur Lunæ est inter C & D. vt constat ex distantia Lunæ iam supra constituta hi tamen radij refracti in athmosphæra, cuius crassities ignoratur fortã 4 aut quinque milliarium, sunt satis intensi in ipsa athmosphæra vt pote coacti, & vniti postea verò cum diducantur & dilatentur ad 20 semidiametros terræ hebescunt, & languent, nec Lunam satis illuminant, sed subobscura tantum luce perfundunt.



Ex his colliges, in aliquibus Eclypsibus Lunam minus obscurari, quam in aliis eò quòd eius transitus, secet spatium illud in quo minus conferti incurrunt radij.

Concludere etiam potes non esse signum proprij luminis in Luna, quod in Eclypsibus videatur, cum subobscuram lucem à sole refracte mutuetur.

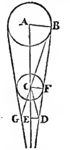
Vides item à radiis refractis, vmbræ terrestris magnitudinem non minui aut augeri, sed tantum intentionem eius immutari, quare nulla refractionis habita ratione, vmbram terræ, aut etiam athmosphæræ considerari posse dixi athmosphæræ cum enim radij athmosphæram ingressi refringantur, nec rectâ via procedant, perinde se habet athmosphæra ac si opacitatem haberet, dicendum igitur Lunam ab vmbra terræ, non quidem à mera vmbra, & omnis luminis refracti carente obscurari, cum hæc vltra 40 semidiametros terræ non extendatur, & Lunæ distantia sit semper maior semidiametris 50. ab vmbra tamen terræ aliquo lumine ob refractos radios, sed dilatatos perfusâ Eclypsin patitur.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Semidiameter apparens Solis, & vmbra in loco transitus æqualis est aggregato parallaxium Solis, & Lunæ.

Sit Solis semidiameter apparens angulus ACB. semidiameter vmbræ in loco transitus sit angulus DCE. radius BFD tangat terram in F, atque adeo B F erit horizon puncti F, & angulus CBF, parallaxis horizontalis Solis & C D F parallaxis horizontalis Lunæ. Sed in triangulo CBD, angulus externus GCD compositus ex angulo se-



midiametri vmbræ ED in loco transitûs, & angulo G C E, cui æqualis est ad verticem ACB, nempe semidiameter apparens Solis, æqualis est angulis internis FBC, FDC; ergo aggregatum parallaxium horizontalium Solis, & Lunæ æquale est, semidiametro apparenti Solis & vmbræ quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hac propositione facilè ex tabulis parallaxium horizontalium Solis, & Lunæ, & semidiametro Solis tabulam semidiametrorum vmbræ in loco transitus perficiemus, hôc modô, cum Luna verbi gratia distarà terra diametris 52. eius parallaxis horiz. est min. 66. adde parall. horiz. Solis fient 66. 30. subtrahe Solis semidiametrum apparentem in Apogæo, qui est 15. 25. restabit semidiameter vmbræ 51. 5. ita consequenter in aliis. quia tamen facilius est vt hanc tabulam ingrediaris cum Anomalia Lunæ, habenda est tabula distantiarum in singulis anomaliæ gradibus.

Prima methodus videtur exactior quamvis hæc sua demonstratione non careat.

Quia autem augetur semediameter Solis, columna variationis construenda est, & hæc variatio ex vmbra semper auferenda.

Vt exacta habeatur semidiameter vmbræ, vtraque praxis adhibenda, hæc enim omnia cohærere debent, nempe vtraque tam Solis, quam Lunæ parallaxis semidiameter Solis apparens, & semidiameter vmbræ.

PROP

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Eclypsium Lunarium termini.

Ne frustra inquirantur Eelypses, certi fines præfigendi sunt intra quos accidunt, & vltra quos in cassum requirantur. Termini autem sunt vel possibiles vel necessarij.

Termini possibiles Lunarium Eelypsium sunt, talis à nodo distantia in plenilunio intra quam, potest Luna Eelypsin pati, & vltra quam non potest. & hi termini vel quæruntur respectu plenilunij veri, vel respectu plenilunij medij.

Ut autem hi termini reperiantur præmittenda est hæc regula vniversalis, cum aggregatum ex semidiametris vmbræ, & Lunæ maius est latitudine in momento veri plenilunij, tunc necessario erit Eelypsis. si vero tale aggregatum minus fuerit latitudine, aut æquale, nulla erit Eclypsis.



Sit enim Eelyptiea A B, circulus per polum Zodiaei transiens sit C D, sitque semidiameter vmbræ in loco transitus C E, & Lunæ semidiameter ED. sitque CD aggregatum. si hoc aggregatum æquale fuerit latitudini Lunæ, latitudo erit CD, & Lunæ eentrum in D, perstringet igitur vmbram in puncto E, non tamen Eclypsin patietur. Si verò latitudo maior fuerit hoc aggregato, sit latitudo C F, removendum erit centrum Lunæ ex D in F, ergo eius limbus ab vmbra distabit.

Denique latitudo sit minor aggregato, sitque verbi gratià C G, Lunæ centrum D transferendum erit in G, & consequenter Lunæ discus vmbram terræ subibit.

Si latitudo fuerit æqualis semidiametro vmbræ, media Luna Eclypsabitur nempe limbus vmbræ per eentrum Lunæ transit.

His suppositis ad habendos terminos possibiles in plenilunio medio quærenda est distantia Lunæ à nodo, eum qua latitudo possit esse minor aggregato, ex semidiametris vmbræ, & Lunæ primò sciendum est differentiam inter plenil. medium & verum coalescere posse ex vtriusque syderis prostaphæresi. maxima autem Lunæ prostaphæresis est gr. 4. 58. 27. maxima Solis erit 2. 1. si addantur fient 6, 59. 27. hanc differentiam Luna conficit intra horas 13. 45. igitur distare potest plenilunium medium à vero horis 13. 45. Luna intra prædictum tempus conficit motu latitudinis gr. 7. 34. Supponamus Lunam prætervectam nodum, & tempus prostaphæreticum subtractiuum esse, debebit Luna antecessisse Solem, ideóque eius prostaphæresin additivam esse, & Solis subtractivam. debebunt ergo subtrahi 7. gradus ex motu latitudinis plenilunij medij, vt habeatur motus latit. veri plenil. sed debebit addi ipsa prostaphæresis quæ cum sit graduum 4. 58. restabunt gradus 2. 36. quibus ob differentiam veri & pleni novilunij, poterit esse propior nodo in plenilunio vero, quam fuerit inventa in plenilunio medio ponamus pariter Lunam accedere ad nodum, vt propior fiat nodo in plenilunio vero, quam fuerit inventa in medio, debebit tempus prostaphæreticum, seu differentia temporis esse additiva: debebit igitur vt sit maximum illud tempus prostaphæresis Lunæ esse subtractiva, & Solis additiva; & in tali easu motus latitudinis respondens tali tempori, erit grad. 7. 58. sed pariter subtrahenda erit prostaphæresis, ideo non potest esse propior nodis in plenilunio medio, quam in vero nisi gradibus duobus & min. 36.

Quare debemus primò constituere terminos Eelypticos in pleniluniis veris, cum maxima semidiameter vmbræ sit min. 49 aut 50. ponamus nullam esse variationem, maxima semidiameter Lunæ sit min. 16 45. maximum aggregatum erit 65. 45. latitudo autem min. 65. 45 ex tabulis latitudinis Lunæ respondet distantiæ à nodo grad. 12. min 12. qoare,

Terminus possibilis in veris pleniluniis erit grad. 12 min. 12.

Quibus si addas duos gradus, min. 36. fit terminus possibilis grad. 14. 36.

Communiter Terminus possibilis in mediis pleniluniis assignatur grad 15. min. 12. vltra hos terminos supervacaneus est omnis labor, in quærenda Eclypsi Lunæ. Ex his quærendo media plenilunia nunquam invenies Eclypsin, si Luna maiorem habeat motum latitudinis, quam sign. o. gr. 15. min 12.

Uel signa 6. gr. 15. min. 12 vel si minorem habeat quam signa 5. gr. 14. 48. aut sign. 11. gr. 14. 48.

Termini necessarij eum minima semidiameter vmbræ sit min 40. & minima semidiameter Lunæ sit min. 14 erit minimum aggregatum min 51. cui si æqualis fuerit latitudo tantum non erit Eelypsis. hæc autem latitudo respondet grad. 10. Si ergo in vero plenilunio Luna minus distet à nodo quàm grad. 10. necessariò patietur Eclypsin.

Termini possibiles in mediis plenil. grad. 15. min. 12.

Termini possibiles in veris plenil. grad. 12. min. 12.

PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

Determinare an plenilunium sit Eclypticum nec ne.

Tabulis nostris sive ex tempore quæratur locus Lunæ, sive quæratur tempus plenilunij, adiecimus post columnas epactarum, anomaliæ Solis, & anomaliæ Lunæ, quartam pro motu latitudinis, si addantur omnes motus latitudinis sub tali titulo exscripti, habebitur motus latitudinis tali plenilunio respondens. qui motus si fuerit extra terminos Eelypticos, tutò asseremus nullam futuram Eclypsin. Si verò fuerit intra terminos prædictos

ctos aſſeremus futuram id ponamus in exemplo .1605. Anni 11. Mayus biſſext. ſumma epactarum tempus plenil. à quo auferuntur epactæ reſtat medium plen. Mayj die....

Dies. H. min.	Anom. Solis Sign. gr. min.	Anom. Lunæ Sign. gr. min.	Mot. lat Lunæ Sign. gr. min.	Motus Sol is ab Ariete Sign. gr. min.
6. 20. 12	6. 8. 2	1. 14. 48	0. 1. 53	9. 13. 42
0. 20. 9	11. 28. 23	9. 1. 4	7. 2. 11	11. 28. 31
2. 21. 4	3. 26. 25	3. 13. 16	4. 2. 41	3. 26. 25
	0. 14. 33	6. 12. 54	6. 15. 20	0. 14. 33
10. 13. 24				
15. 18. 22	10. 17. 24	8. 22. 3	5. 21. 6	1. 23 12
5. 4. 58				

Concludo ea his hoc plenilonium Eclypticum eſſe, cum motus latitudinis ſit tantum ſign. 5. gr. 21. 6. hoc eſt diſtet à nodo grad. 8. min. 54. Ad hoc igitur determinandum opus tantum erit prima columna, ſeu epactarum & quarta motûs latitudinis aliæ enim anomaliarum Solis, & Lunæ ſunt vſui ad inveniendas veras ſyzygias.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Prædicere in multos annos media plenilunia Eclyptica.

Inventô vnô plenilunio mediô Eclypticô, facilè in multos annos media plenilunia Eclyptica inveniemus. ſuppoſitô principiô vniverſali, quod Eclypſes eiuſdem luminaris non recurrant niſi ſexto, vt plurimum menſe, & aliqoando quinto. Ratio huios axiomatis pendet ex terminis Eclypticis, & motu latitudinis menſtruo. cum enim motus latitudinis menſtruus ſit ſignorum 1.0.40. ſi Luna ſit in aliquo plenilunio intra terminos Eclypticos, hoc eſt vel reſtent à loco Lunæ ad nodum vſque grad. 15. 12 ſi addatur menſis integer hoc eſt ſignum vnum gradus 0. & min. 40. diſtabit grad. 15. min. 28. ergo erit extra terminos Eclypticos, ſi propior nodo vel eum tranſgreſſa fuerit multo magis per additionem vnius ſigni, erit extra limites. motus latitudinis duorum menſium eſt duorum ſignorum, qui additus motui latitudinis quem habet Luna intra terminos Eclypticos conſtituta, eam extra limites conſtituit. idem dico de tertio, & quarto menſe

Motus latitudinis quinque menſium Lunarium eſt ſign. 5. gr 3. 21. ponamus Lunam tranſgreſſam eſſe nodum grad. 12. atque adeo eſſe intra terminos Eclypticos. Si addantur ſigna 5. gr. 3. 21. diſtabit à nodo minus quam gradibus 15. ergo erit intra limites Eclypticos. quare poſt quintum menſem poteſt recurrere Eclypſis Lunæ. motus latitudinis ſex menſium Lunarium eſt ſign. 6. gr. 1. certum eſt ſi Luna nondum aſſecuta fuerit nodum, ſit tamen intra terminos. Si addantur ſigna 6. & 4 gradus, invenietur intra limites & propior nodo oppoſito, donec prætervecta fuerit nodum gradibus 11. & minutis 12. tunc enim additis ſignis 6. grad. 4. & minut. 1. conſtituetur extra limites Eclypticos. quare ſit anoma.

Eiuſdem luminaris Eclypſes tantum ſexto. vel quinto menſe Lunari recurrunt quibus poſitis ſcribator primo plenilunium Eclypticum, notato die ab initio anni. hoc eſt loco quintæ Mayj, ſuperioris exempli in anno biſſextili ſcribo diem 116. Anni 1612 menſes Lunares. 6. menſ. Lunares 5.

Dies. hor. min.	Anom. Solis Sign. gr. min.	Anom. Lunæ Sign. gr. min.	Mot. lat. Lunæ Sign. gr. min.	Mot. Solis Sign. gr. min.
126. 4. 58.	10. 17. 24	8. 22. 3	5. 21. 6.	1. 23. 12.
177. 4. 24. 19	5. 14. 38. 4	5. 4. 54. 0	6. 4. 1. 23	5. 24. 38. 26
147. 15. 40. 16	4. 25. 31. 43	4. 9. 5. 0	5. 3. 21. 9.	4. 25. 32. 2

Excerpantor in vna ſcheda chartacea menſes Lunares 6. & in adverſa facie menſes Lunares quinque vt hic vides. Incipe à motu latitudinis, & vide vtra ſcheda Lunam conſtituat intra terminos Eclypticos, vt in hoc exemplo. ſi quinque ſignis motus latitudinis & gradibus 21 ſuperioris exempli addas 6 ſigna & 4. gradus fiet motus latitudinis ſign. 11. 25. 7. intra terminos Eclypticos adde ergo motus omnes 6 menſium Lunarium, motibus ſuperioris exempli & habebis ſequens plenilunium Eclypticum, & motus ipſi reſpondentes. abiice integros circulos quoties occurrent in prima columna provenient dies 303. hor. 9. 28.19. dies 303. in anno biſſextili eſt dies 31. Octobris.

Nonnullæ cautiones adhibendæ ſunt præcipue verò circa dies. quoties numerus dierum excedit 365. in anno communi vel 366. in anno biſſextili. abiiciendi ſunt dies 365. vel 366. reliquus numerus in ſequentem annum reſervandus.

Secunda regula erit circa annum biſſextilem additur enim vna dies februario, quod immutat numerum dierum reliquorum menſium, vt conſideranti facile patebit. Optimum autem erit ſi habeatur Kalendarium in quo è regione ſingulorum dierum, ſit numerus dierum ab initio anni.

Hac praxi intra vnam aut alteram horam habebis media plenilunia Eclyptica in 100. annos cum motibus reſpondentibus.

Hæc

Hæc praxis etiam adhiberi potest pro Lunationibus simplicibus. nam invento plenilunio medio per additionem continuam mensis Lunaris consequentia facile invenies.

PROPOSITIO XL.

Problema.

Quantitatem Lunaris Eclypsis determinare.

Inventô vt docuimus superiori libro, momentô veri plenilunij Eclyptici; quæratur ad illud momentum vera latitudo Lunæ.

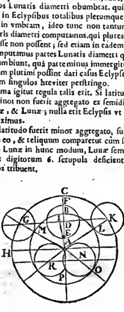
Quæratur item in tabulis proptiis supra constitutis semidiameter apparens vmbræ in loco transitûs. hanc semidiametrum determinabit anomalia Lunæ, subtrahenda tamen est vt diximus variatio, quam exhibebit anomalia Solis. hôc modô constituetur semidiameter apparens vmbræ. habeatur denique semidiameter apparens Lunæ. Ex his præcognitis facile quantitatem Eclypsis definiemus.

Sciendum autem est diametrum Lunæ in duodecim digitos dividi, qui sunt mensura Eclypsis, dicitur ergo Eclypsis vnius, duorum trium digitorum, quoties vmbra terræ vnum, duos, aut tres digitos Lunaris diametri obumbrat. quia tamen Luna in Eclypsibus totalibus plerumque immersa est in vmbram, ideo tunc non tantum digiti Lunaris diametri computamus, qui plures duodecim esse non possent; sed etiam in eadem mensura computamus partes Lunaris diametri quæ Lunam ambiunt, quâ parte minus immergitur.

Cum plurimi possint dari casus Eclypseon Lunarium singulos breviter perstringo.

Prima igitur regula talis erit. Si latitudo Lunæ minor non fuerit aggregato ex semidiametris vmbræ, & Lunæ; nulla erit Eclypsis vt iam supra diximus.

Si latitudo fuerit minor aggregato, subtrahatur ab eo, & reliquum comparetur cum semidiametro Lunæ in hunc modum, Lunæ semidiameter est digitorum 6. scrupula deficientia quot digitos tribuent.



Sit diameter vmbræ AB diameter Lunæ æqualis lineæ BC, ita vt lineæ D E, D F, B C sint æquales. fiat aggregatum ex semidiametro vmbræ & Lunæ eritque A C. sit latitudo vera, tempore veri plenilunij, linea A D, hanc subtrahe ex aggregato A C, restabit D C, quæ æqualis est lineæ EB, seu parti diametri obscuratæ, cum enim lineæ D E, & B C supponantur æquales, additâ communi B D, erunt B E & D C æquales. Certum autem est semidiametrum D E, esse digitorum 6. supponamus D E, esse min. 16, & EB min. 24. si instituatur regula proportionalis vt 16 ad 6. ita 24 ad 9. concludes Eclypsin esse digitorum 9. seu partes 9. diametri E F obscurati.

Varij autem sunt casus vt si latitudo fuerit paulò maior quam semidiameter vmbræ AB, paucioruni quam 6 digitorum erit Eclypsis. Si latitudo fuerit æqualis semidiametro vmbræ, Eclypsis erit præcise 6 digitorum. Si fuerit multo minor ita vt latitudo simul cum semidiametro Lunæ, fuerint minores quam semidiameter vmbræ, Eclypsis plurium erit quam 12 digitorum. Si Luna latitudine careat omniumque maxima futura est Eclypsis, cuius quantitas eodem modo inquiretur.

Nonnulli praxin hanc communem reprehendunt, quòd latitudo A D non sit minima distantia quam Luna obtinet in plenilunio Eclyptico. cum enim orbita Lunæ K G non sit parallela Eclypticæ AH; sed ad eam inclinetur, comprehendatque cum ea angulum 5 graduum linea AD perpendicularis ad Eclypticam, & repræsentans circulum longitudinis, non erit perpendicularis ad orbitam Lunæ D G. quare A D non erit minima distantia à centro vmbræ quam Luna habitura est. volunt igitur pro latitudine AD assumi perpendicularem A I. quæ facile haberi potest. cum enim angulus quem comprehendit orbita Lunæ, cum Eclyptica sit quinque graduum & angulus HAD, sit rectus, angulus ADG erit circiter graduum 85. dixi circiter, quia hoc triangulum rectilineum non est; sed sphæricum. Si quis hunc angulum velit exactè: cum motus latitudinis exhibeat distantiam à nodo, & A D latitudo nota sit, facile habebitur angulus ADG, & in triangulo A D I, qui pro rectilineo assumi potest, erit angulus A D I communiter quinque graduum. fiat ergo vt sinus totus anguli A I D recti ad sinum anguli ADI graduum 85, ita latitudo A D ad A I. cognita linea A I cætera eodem modô fiunt, vt habeatur quantitas Eclypsis.

Vides item posse haberi lineam DI, quæ est differentia inter tempus veri plenilunij & maximam obscurationem. ista tamen ita minuta sunt, vt Copernicus asserat, non esse in iis immorandum. Poteris tamen facile id præstare, nam lineam D I inventam in gradibus aut minutis graduum, compara cum motu Lunæ horario vero supra solem in hac anomaliæ parte, & scies tempus quô maxima Lunæ obscuratio differt à vero plenilunio.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Invenire durationem cuiuscumque Eclypsis Lunaris.

Eclypsis Lunæ, vel centralis est, vel non centralis. centralis erit. si tempore plenilunij veri, Luna latitudine careat, seu orbita Lunæ per nodum transeat; & nodus inveniatur præcise in gradu soli opposito.

Centralis non erit si Luna in momento plenilunij

plenilunij veri, latitudinem habeat, seu distet ab Eclyptica.

Proponatur primò Eclypsis non centralis cuius initium, & finis inquiritur. ostendimus superiori propositione quomodo habeatur, tempus obscurationis maximæ, nempe tempus quô centrum Lunæ inveoitur in I, quod tempus differre diximus aliquibus minutis à plenilunio vero. per punctum C lineæ A C aggregati semidiametrorum solis & vmbræ, intelligatur circulus GCK, secans Lunæ orbitam in punctis K & G. si Luna sit in puncto K. incipiet tangere vmbram, in L. ducatur ergo linea AK In triangulo AIK, rectangulo in I, si ex quadrato aggregati semidiametrorum Lunæ & vmbræ, nempe quadrato lineæ AK, auferatur quadratum lineæ AI, quæ iam supponitur cognita, restabit (*per* 47. 1. *Eucl*) quadratum lineæ K I, seu incidentiæ, seu ad maximam obscurationem. & consequenter linea K I, in gradibus & minutis gradus vt scias tempus quod Luna insumet vt percurrat lineam KI consulendus est motus horarius Lunæ supra solem. nam si scias qoantum moveatur intra horam; innotescet facile per regulam proportionum tempus, quô movebitur per lineam K I. hoc tempus duplicatū totam durationem Eclypsis exhibebit.

Si Eclypsis fuerit totalis eum mota qualem in parte inferiori figuræ descripsi, in qua N R est orbita Lunæ. subtrahe semidiametrum Lunæ NO, ex semidiametro vmbræ AO, restabit linea AO, ex cuius quadrato, si subtrahas quadratum latitudinis AP, restabit quadratum lineæ PN, & consequenter linea P N. quam si compares cum vero motu horario Lunæ, quem nempe habet in tali gradu anomaliæ, habebis tempus dimidiatæ moræ in vmbra. quod duplicatum erit tempus totale moræ in vmbra.

Eclypseos centralis calculus faciliot est. voco autem centralem Eclypsim, eam in qua tempore veri plenilunij Luna est præcise in nodo; atque adeo orbita Lunæ transit per centrum vmbræ. nulla est opus trignometria, neque solutione vllius trianguli, sed aggregatum ex semidiametro vmbræ, & Lunæ æquale est incidentiæ quæ comparata cum motu horario Lunæ tribuet dimidiatam durationem. pariter subtrahendo semidiametrum Lunæ, ex semidiametro vmbræ, habebis lineam dimidiatæ moræ in vmbra : quæ pariter comparata cum motu horario ostendet tempus dimidiatæ moræ io vmbra.

Notandum autem quòd quamvis triangula superioris figuræ sint sphærica quia tamen non continent arcus longiores, possunt pro rectilineis assumi sine periculo erroris notabilis.

Notandum secundò centrales Eclypses, non cētralibus, cæteris paribus longiores esse, & inter centrales, eas in quibus Sol est Apogeus, tunc enim vmbram maiorem producit. Luna etiam apogæa tardiùs movetur quam perigæa, & tardo motu longiorem facit Eclypsin.

Longissimæ Eclypses Lunæ ad quatuor horas perveniunt. Secundum Ptolemæum, ad 4 horas & 6 aut 7 minuta: secundum Tychonem ad 4 horas minut. 17 : secundum Ricciolium ad 3 horas min. 57.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Quibus in locis, & quanam hora in singulis Eclypsis Luna videatur.

Ex superiori calculô, habes quânam horâ sit initium medium, & finis Eclypsis pro meridiano ad quod confectæ sunt tabulæ, hoc tempus est æquabile, non enim aliud quam æquabile, ex tabulis colligitur, quare vt concordet cum observationibus ad apparens reducendum est. habes igitur horam quâ in determinato meridiano incipit Eclypsis. Et cum meridianorum differentia, sit eadem ac horarum scies quânam hora in quocumque meridiano Luna deliquium patiatur. Eclypsis enim Lunæ eôdem temporis momentô, physicô & reali vbique accidit, scies item an Luna sit supra horizontem. cum enim in Eclypsibus Luna fere sit in Eclyptica, eius declinatio, fere æqualis erit declinationi puncti Eclypticæ, in quo versatur, ex scientia primi mobilis in libro primo tradita innotescet Lunæ elevatio supra horizontem.

Quia tamen longum esset singulas regiones, singulosque meridianos persequi in quibus videri poterit Eclypsis, faciliua totum negotium absolues, si globum terrestrem habeas. Si enim Lunæ declinationem inquiras, pro initiô Eclypsis & quætas meridianum in quo accidit Eclypsis præcise in media nocte, regio habens latitudinem geographicam, æqualem declinationi Lunæ, & eiusdem rationis, erit ea in cuius zenith accidet Eclypsis, quare si ex eo puncto vt polo circulum maximum describas, habebis hemisphærium terrestre è quo spectabitur initium Eclypsis: si idem præstes circa medium & finem Eclypsis facile determinabis omnes regiones, quibus conspicua erit Eclypsis Lunæ.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Termini Eclyptici noviluniorum.

Incipiamus à terminis Eclypticis verorum noviluniorum.

Certum est cum semidiameter Solis & Lunæ æquales sunt latitudini, seclusâ parallaxi, non esse Eclypsin, quando verò latitudo Lunæ minor est aggregato ex semidiametris Solis, & Lunæ, tum necessariò datur Eclypsis Solis. est autem semidiameter Lunæ minima minutorum 14. Solis 15. 25. quare quoties latitudo Lunæ est minor min. 29.25. toties datur Eclypsis in ea regione cui Sol & Luna perpendiculariter respondent. Sed minutis 29.25. latitudinis respondet distantia à nodo graduum fere 6. ergo hi termini fuot necessarij in veris noviluniis pro eo loco, in cuius zenith Luna versabitur. Si Lunæ distantia à nodo 6 gradibus minor fuerit.

Quia tamen parallaxis in noviluniis determinandis

nandis plurimum facit, quæ ad 66 minuta pertingere potest, que minuit in hoc hemisphærio latitudinem borealem, & auget australem, ideo etiamsi Luna latitudinem borealem babeat 31 minutorum, dabitur tamen Eclypsis in aliqua regione boreali sed talis latitudo respondet distantiæ à nodo gr.17. 41. ergo talis esto terminus in motu latitudinis borealis, respectu bemisphærij borei. nempe grad. 17. à nodo. si latitudo australis fuerit & sumamus semidiametros Solis & Lunæ maximas, nempe Lunæ 16. 45. Solis 16. 32. eritque aggregatum min. [illegible] 17. distantia à nodo graduum fere 7. quare poterit dari Eclypsis Solis Luna distante à nodis versus austrum gr. 7.

Pro mediis noviluniis eôdem ratiocinio, quô vsi sumus superiùs addere possumus terminis novilunij duos gradus, & min.36. vnde terminus possibilis in mediis noviluniis versus boream erit distantia 20 graduum, min.17.

Termini Eclyptici possibiles in noviluniis mediis.	Ad boream	gr.20.17.
	Ad austrum	gr. 9.36.
Jn veris noviluniis.	Ad boream	gr.17 41.ad 60.
	Ad austrum	gr. 7 circiter.

Si latitudo Lunæ in noviluniis fuerit grad.15. Sol obscurabitur alicubi.

PROPOSITIO XLIV.

Theorema.

Solis Eclypsis non recurrit nisi mense Lunari sexto, aut quinto.

Cum tam varij sint termini solarium Eclypsium expendendum nobis restat, an Solares Eclypses recurrere tantum possint mense sextô, aut quintô.

Ut omnes casus prosequamur. si Luna fuerit in nodo ascendente. si addatur mensis Lunaris; sequenti mense erit signorum 5.extra limites.idem dico vsque ad quinque.

Secundo ponamus Lunam distare à nodo descendente gradibus 20 secundum medium motum nempe motum latitudinis esse signorum 5. 10 ad boream atque adeo intra terminos Eclypticos addatur mensis Lunaris erit signorum 6.10. 40. non quidem intra terminos vt sit Eclypsis Solis in eadem regione, sed vt absolute dari possit Eclypsis alicubi cum ergo dicitur Eclypsin Solis non recurrere nisi mense quinto, aut sexto: intelligendum est respectu vnius determinatæ ragionis, non autem respectu totius terræ, cum accidere possint Eclypses Solis duobus mensibus sibi invicem succedentibus in diversis scilicèt regionibus, atque boc determinare intendebamus.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

De Distinctione inter Eclypsin veram, & visam.

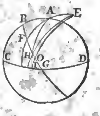
Suppono haberi per calculum tempus novilunij veri Eclyptici, nempe in quo Luna Inveniatur intra terminos Eclypticos, hactenus enim Eclypses Solis ab Eclypsibus Lunæ non differunt, nec diversam praxin requirunt. est igitur synodus vera, seu novilunium verum, tempus in quo lineæ à centro terræ ad centra Solis, & Lunæ ductæ in eodem sunt circulo longitudinis, ita vt nisi obstaret latitudo Lunæ vna eademque linea centra Solis, & Lunæ, cum centro terræ coniungeret. Synodus visa, est tempus quo alicui è superficie terræ intuenti Sol & Luna in eodem circulo longitudinis, seu per polum Zodiaci transeunte spectantur.

Hæc synodus visa in quadrante orientali respectu nonagesimi, antecedit veram, eò quòd parallaxis longitudinis, Lunam promoveat in antecedentia, hoc est ad partes orientales, eamque Soli admoveat, vnde citiùs cum Sole coniungi videbitur. E contra verò in occidentali quadrante parallaxis longitudinis Lunam retrahit in antecedentia, atque adeò synodum retardat.

In nonagesimo cum nulla sit parallaxis longitudinis, synodus vera, & visa eodem momentô accidunt. quare talis progressus est observandus.

Primò tempus veræ synodi cognitum ex tabulis exhibet distantiam Solis, & Lunæ à meridiano. ponamus veram synodum esse tempore apparenti hora nona matutina. restant tres horæ seu gradus 45. ad meridianum vsque, scitur item locus Solis in Eclyptica, cuius in tabula ascensionum rectarum, quæri debet ascensio recta. scitur ergo gradus æquatoris in eodem circulo horario existens cum Sole, seu in circulo horæ nonæ.

Ab hac Ascensione recta aufer gradus 45. qui addendi essent si Eclypsis vera accideret post meridiem, per banc subtractionem habes punctum æquatoris culminans, seu qui invenitur in meridiano, & per tabulam Ascensionum rectarum habebis gradum Eclypticæ culminantem qui gradus, si fuerit inter Capricornum; & Cancrum indicat nonagesimum esse ad orientem, à Cancro ad Capricornum ad occidentem, quando primus gradus Capricorni, aut Cancri est in meridiano, nonagesimus, cum meridiano coincidit.



Quod vt in figura exhibeam. Sit meridianus ABCD, horizon C D. Eclyptica B G, nonagesimus EAF, polus Zodiaci E; sint Sol, & Luna in punctô H coniuncti, secundum verum locum ductôque verticali A H I, parallaxis deprimat Lunam in I, sitque hæmisphærium orientale, & figura intelligatur in convexa superficie. ductô circulô longitudinis E I, erit H O parallaxis longitudinis, quare Luna prætervecta est Solem, totô arcu HO. ideo citius accidet Eclypsis. quia consequentia signorum est BHOG.

Si vero figura intelligatur in superficie concava, atque adeò sit hemisphærium occidentale, in quo consequentia signorum sit GOHB; parallaxis H O, retrahit ad antecedentia. ideoque retardat synodum, visa igitur sequetur veram.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Datô tempore synodi veræ, invenire tempus synodi visæ & latitudinem visam.

Hoc problema censetur difficillimum in astronomia: eò quòd solutionem plurimorum triangulorum requirat.

Primò quæratur motus horarius Lunæ visus, hóc modô. Ad tempus synodi veræ quæratur parallaxis Lunæ in longitudinem, vt iam docuimus. hanc adde locô Lunæ vero, si Eclypsis celebretur in quadrante orientali, & habebitur longitudo Lunæ visa, parallaxis longitudinis esset subtrahenda in quadrante orientali.

In quadrante orientali subtrahe à longitudine vera Lunæ, motum horarium verum & habebis longitudinem Lunæ veram, pro hora antecedenti, ad quam pariter quæres parallaxin longitudinis quam addes huic veræ longitudini, & habebis visam longitudinem pro hac secunda hora, differentia inter has duas longitudines visas, est motus Lunæ horarius visus.

In quadrante occidentali adde veræ longitudini, motum Lunæ verum vnius horæ, & pro hora consequenti quære longitudinis parallaxin, quam subtrahes, ex vera longitudine, & exurget visa, differentia longitudinum visarum exhibet motum horarium visum.

Institue regulam trium hoc modo si Luna intra horam movetur motu in longitudinem viso, tot gradibus, & minutis, quot minuta exiget parallaxis illa prima, competens tempori veræ syzygiæ. hoc tempus in quadrante orientali subtrahes à tempore veræ syzygiæ, in occidentali addes vt habeas visam.

Poteris examinare an tempus visæ syzygiæ rite constitutum sit; Quærendo ad hoc tempus loca Solis, & Lunæ vt habeas eorum distantiam, quære item parallaxin longitudinis Lunæ. hæc æqualis esse debet distantiæ luminarium veræ supponamus enim distantiam luminarium veram esse 10. min. ita vt Sol præcedat Lunam in quadrante orientali, & parallaxis sit 20. min. hæc Lunam cum Sole coniunget, atque adeò bene fuerit inventum tempus visæ synodi.

Latitudo visa quantitatem Eclypsis determinat, hanc autem ita invenies parallaxin latitudinis subtrahe à latitudine vera boreali, si illâ minor sit & restabit latitudo visa borealis. si maior fuerit ab ea subtrahe latitudinem veram borealem, restabit latitudo vera australis.

Si latitudo vera australis sit, illi adde parallaxin latitudinis, fiet latitudo visa australis.

In Eclypsibus non attenditur refractio, quia æqualis est in Sole, & Luna, ideoque nihil immutat circa Eclypsin. immo si quis parallaxis Solis aliquam rationem habere velit, debet sumere excessum parallaxis Lunæ supra parallaxin Solis.

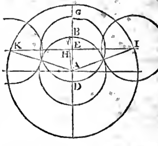
PROPOSITIO XLVII.

Problema.

Defectus solaris quantitatem initium, & finem definire, pro loco determinato.

Fiat aggregatum [illegible]diametrorum Solis, & Lunæ cui si æqualis fu[illegible] latitudo, visa; aut eo maior nulla erit Eclypsis in eo loco.

Si latitudo visa, fuerit minor aggregato, sed maior semidiametro solis, aufer latitudinem visam ab aggregato reliqua erunt scrupula dificientia. quæ comparabis cum semidiametro Solis per regulam proportionalem hôc modô si semidiameter solis dat digitos 6, tot minuta deficientia quot digitos tribuent.



SI latitudo visa æqualis fuerit semidiametro solis, aufetendo latitudinem ab aggregato, restabunt scrupula deficientia, æqualia semidiametro Lunæ. dices ergo per regulam proportionum, si semidiameter solis, est digitorum 6. tot scrupula deficientia quot digitos exhibebunt.

Si latitudo visa minor fuerit semidiametro solis, auferatur tamen ex aggregato semidiametrorum, restabunt scrupula deficientia. sit enim Solis semidiameter A B linea B C æqualis semidiametro Lunæ, & consequenter A C aggregatum. Latitudo visa AE auferatur ex aggregato AC. restabit linea EC, dico lineam EC æqualem esse scrupulis deficientibus, ex puncto E vt centro intervallo semidiametri Lunæ describatur circulus GD Lunam repræsentans; eruntque BD scrupula Solis deficientia, quæ dico æqualia esse lineæ E C, hoc est lineas EC, BD esse æquales. cum enim lineæ E D, BC æquales sint semidiametro Lunæ, additâ communi EB, erunt BD, EC æquales quod ostendendum erat.

Jam ostendimus supra medium Eclypsis Lunaris non coincidere præcisè cum plenilunio viso. quia orbita Lunæ inclinatur ad Eclypticam, ideo pro visa latitudine seu linea AE, vtendum esset linea AH ad determinationẽ quātitatis Eclypsis.

Ut habeas durationem. Eclypsis aut incidentiam, à quadrato aggregati semidiametrorum Solis, & Lunæ, nempe AI; aufer quadratum latitud. A E aut potius lineæ A H, restabit quadratum incidentiæ HI. in gradib. & minutis.

Supponitur

Supponitur cognitus motus horarius visus, cum quo si comparetur incidentia per regulam proportionis habebitur tempus incidentiæ visæ, quod subtractum à tempore synodi visæ, dabit initium Eclypsis. eodem modo operaberis, circa emersionem, vt habeas tempus emersionis, hoc tempus additum tempori synodi visæ, aut si velis accuratiùs procedere tempori, maximæ obscurationis habebitur finis Eclypsis Solaris.

Unum tamen moneo, si motus horarius visus assumptus est tempore veræ synodi ad horam insequentem, non propterea idem poterit esse visui incidentiæ & emersioni, eò quòd continuò mutentur parallaxes, ideóque pluribus æquationibus opus erit, vt habeatur præcisè tempus quo incipit Eclypsis, aut quo finitur. tempus enim quod per regulam proportionalem elicitur ex motu horario viso, exhibebit tantum tempus æstimatum initij & finis Eclypseos, vt autem probes an revera ita se habeat examine opus erit, eò modò quò fecimus pro tempore medio visæ synodi. si enim ad tempus æstimatum inveneris verbi gratiâ Eclypseos, quæras locum verum vtriúsque luminaris, & parallaxin longitudinis hæc addita vel subtracta, a loco vero Lunæ, debebit relinquere distantiam Lunæ à Sole, præcisè æqualem aggregato semidiametro rum Solis, & Lunæ. idem præstandum circa finem. Hæc correctio facilior erit & minus intricata, quam si attenderemus ad viam Lunæ visam, quæ vt ostendit Kepleros, sæpe angulum triplo maiorem, cum Eclyptica comprehendit quam orbita Lunæ vera. immo nec in lineam rectam, nec in arcum extenditur, sed varie reflectitur pro vt variæ parallaxes immutantur.

Quærunt nonnulli an plures Solis quam Lunæ Eclypses accidant.

Responsio distinctionem patitur. si intelligatur de loco determinato plures videntur in loco determinato Eclypses Lunæ quam Solis, si verò absolutè de tota terra intelligatur, seu aliqua regione indeterminate, plures dantur Eclypses Solares, quàm Lunares.

Nam commune habent Sol, & Luna, vt intra 6 menses Lunares possint duas Eclypses pati, pariter intra 5 menses, sed rarius.

Non potest intra 7 menses recurrere Lunæ Eclypsis, potest Solaris versus polum eumdem. Possunt item eodem mense Lunari esse duæ Solis Eclypses sed ad polos oppositos.

Jntra 6 menses possunt dari duæ Eclypses Solares centrales, tunc Luna vix patietur vllam.

Jn eodem anno Solari non plures dantur quam tres Solares.

Plerumque 4 Eclypses contingunt eodem anno.

Eclypsis Lunæ est vera obscuratio, Lunæ. Eclypsis Solis est obscuratio terræ non Solis.

Lunæ Eclypsis est ab vmbra aut penumbra terræ. Eclypsis Solis est ab vmbra aut penombra Lunæ.

Lunæ Eclypsis tantum de nocte accidit, Eclypsis Solis de die.

Lunæ Eclypsis eadem in toto hæmisphærio apparet. & eodem modo, & eodem tempore physico & reali. Solis Eclypsis, non omnibus eadem est nec eodem tempore conspicitur, aliquibos totalis est, aliis partialis.

Lunæ Eclypsis incipit in orientali margine, definit in occidentali. Eclypsis Solis incipit in occidentali definit in orientali.

Jn Lunari si latitudo borea est, pars obscurata est australis: in Solari pars obscurata est eiusdem rationis cum latitudine.

Duratio Lunaris 4 horarum, Solaris trium in vno loco. 5 in diversis.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Observatio Eclypsium.

Ut observetur magnitudo Eclypsis Soli oculo fidendum non est, solet enim oculus in dimetiendis rebus candidis, & fulgentibus plerúmque falli, & æstimare obiecta paulo maiora quam sint. quare primo radium luminaris per foramen nudum transmittimus, ad magnam distantiam ad quam amplificatur, & in hoc radio charta munda ad angulos rectos excepto, partem deficientem notamus. vel si prius magnitudinem speciei lucidæ licuit observare, illius diametrum, in partes duodecim dividimus factísque 7 circulis concentricis, facile quantitatem deliquij metimur. Jn quo tamen vnum observandum est, magnitudinem foraminis aliquantulum augere speciem lucidam. atque adeo in ea notanda, detrahenda est diameter foraminis.

Exactior habetur hæc species, si foramen lente convexa, aut specillo concavo instruatur, sic enim præcisior habetur species lucida, & multo maior. multo etiam exactius exhibetur si tubum Opticum adhibeas. eò modò quò suprà iam ionuimus ad habendam Solis semidiametrum.

Hæ praxes sunt vtiles non tantum ad quantitatem Eclypsis determinandam, & metiendam, sed etiam ad cognoscendum tempus quò incipit, possunt item adhiberi tubi Optici, vitris coloratis instructi, ne splendor Solis oculo noceat. debent autem tales tubi esse eximiæ notæ. Jn Lunaribus præcipue Eclypsibus caveodum est à penumbra terræ, quæ ad modum fuliginis Lunæ limbum inficit, penumbra hæc, ex eo oritur, quod hæ partes non à toto Sole, sed ab eius aliquibus tantùm partibus illuminentur. vmbra autem supponat nullos radios directos ad Lunæ partem pertingere. hæc vmbrago sæpe vnius quadrantis errorem inducit.

Ut aliquid addam superioribus praxibus, possunt intra tubum fila nonnulla ordinari & extendi, in quotomo vno si sumatur diameter Solis, poterit dividi pars fili diametro Solis respondens in duodecim partes æqoales, transversalibus aliis filis, quibus exactissime digiti Eclypsati determinabuntur.

Observatò initiô, aot fine Eclypsis vt tempus habeas, Solis altitudinem observa si sit Eclypsis Solis, vel altitudinem stellæ, cuius nota sit ascensio recta, & declinatio, vel merite funependulo tempus quod elabetur, donec stella notæ ascensionis rectæ meridianum attingat.

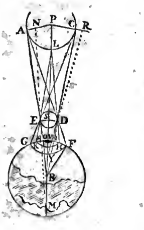
PROPOSITIO XLIX.

Theorema.

De Eclypsi terræ.

Solas syderum Eclypses hactenus considetarunt Astroomi. Primus Kepletus Solis Eclypsin non in Sole, sed in tetta ipsa courempla tus est, quem secutus est Bullialdus, Rieciolius. Patet Tarquer, addam & ego aliquid, de meo eorum commentationibus.

Certum autem est quod si detur aliqua Eclypsis Solis, qualem considetaor Astrooomi, datur & aliqua Eclypsis terræ nam si totus Sol alicubi tettarum Eclypsin patiator, vmbra Lunæ ibi erit pura, in eúmque locum iucidet. si vero partialiter regatur Sol à Luna, respectu alicuius terræ tractus, in hunc peoumbra Lunæ incidet. paritet si nulla sit Eelypsis Solis nulla erit Eelypsis tettæ. hoc est tota tam vmbra, quam penumbra Lunæ, extra terræ discum incidet. Quamdiu vmbra Lunæ pura in aliquam disci terreni partem incidit, tamdiu alicubi spectator totalis Solis Eclypsis. quamdiu item penumbra Lunæ, in aliquam terreni disci ad Solem obversi partem, tamdiu partialis alicubi spectatur Eclypsis.



Umbra Lunæ conica est, vertice ad terram spectante qualis est conus A B C. à radiis AEB, CDB Solem tangentibus in A & C, & Lunam in E & C. huius cooi cum terræ superficie communis sectio erit circulus, aut potius segmentum O I, & quicumque intra tale segmentum comprehendentur Eclypsin Solis totalem habebunt, cum nullam eius partem videant.

Penumbra terræ est spatium à parte tantum Solis illuminatum, Luna cæteros radios quale est spatium IF, O G, nam ex puncto H, videtur tantum LC media pars disci Solaris. quare hæc penumbra versus extremitates elarescit quia à pluribus radiis illuminatur. omnes igitur intra penumbram comprehensi Eclypsin Solis partialem vident.

Solis Eclypsis incipit alicubi cum penumbra, discum tettæ tangere incipit definit vbique cum limbus alter terræ discum ex adversa parte tangit. si vertex coni vmbrosi B, vltra superficiem terræ pertingat; dabitur alieubi Solaris Eclypsis totalis. cum mora. si verò præcisè eam attingat erit Eclypsis totalis sine mora. si denique ad eam non perveniat erit Eclypsis annularis Solis.

PROPOSITIO L.

Problema.

Lunaris vmbra, & penumbra dimensio.

Quærimus primò in hâc propositione, an vmbra Lunæ, ad superficiem terræ perveniat.

Dico primò quando semidiameter Lunæ æqualis est semidiametro Solis apparenti, vmbram Lunæ ad centrum terræ pervenire. sumitur enim semidiameter Solis, & Lunæ respectu centri terræ; ergo lineæ tangentes Lunam debent tangere Solem, alioquin, Sol non videretur, sub eodem angulo, sed sub maiore, aut minore. & tunc O I diameter vmbræ puræ in terra, tot continet milliaria, quot sunt minuta in diametro Lunæ. minutum enim terrestre æquatur milliatio.

Secundò si Solis semidiameter, sit minor semidiametro Lunæ, vmbra Lunæ perveniet vltra ceotrum terræ. habetur autem distantia Lunæ à centro terræ, in semidiametris terræ. habetur insuper semidiameter Lunæ in iisdem. fiat vt sinus semidiametri apparentis Solis, ad sinum totum, ita diameter Lunæ, ad axem vmbræ Lunæ. ponatur enim semidiameter apparens Solis, esse NP, ducatúrque radius N E M taogens Lunam in E, erit angulus NMP, is sub quo appater Sol, noo quidem ex B sed ex M hæc autem differentia respectu Solis nullum errorem inveher, ob maximam eius distantiam. ducatur à centro Lunæ S, radius SE, perpendicularis ad tangentem NEM in E, fiétque triangulum MES rectangulum in E. Eritque vt sinus anguli EMS, sub qoo videtur semidiameter Solis, ad sinum totum anguli recti E, ita semidiameter Lunæ E S, in partibus semidiametri terræ ad axem S M, in partibus semidiametri terræ. vt habeatur vmbræ puræ semidiameter Vq; fiat vt MS, ad semidiametrum Lunæ, in partibus semidiametri terræ ita MV, ad Vq sinum semivmbræ.

Denique si Solis diameter apparens maior fuerit, semidiametro apparente Lunæ, quia cognoscitur distantia Lunæ à centro terræ in semidiametris terræ, cognoscitur item semidiameter Lunæ, in iisdem partibus semidiametri terræ, si fiat vt sinus anguli semidiametri apparentis Solis, ad sinum totum, ita semidiameter Lunæ, in partibus semidiametri terræ, ad distantiam Lunæ à vertice vmbræ. vt si semidiameter Solis sit PR, ducto radio tangente Lunam & Solem R D Y, ad quem ducatur perpendicularis D S. ro triangulo rectangulo SDY, data semidiametro SD, & angulo RYP sub quo videtur. semidiameter Solis dabitur axis S Y, cognosces igitur an vmbra Lunæ ad terram perveniat

Ad metiendam penumbram primò in triangulo

gulo BSD, poteſt baberi linea D B. ſecundo in triangulo DBF, cognoſcuntur larera DB, BF, cognoſci irem poteſt angulus ADC, is nempe ſub quo apparer diamerer Solis ex Luna. qui poterit facile haberi cognita diſtantia Lunæ á Sole quamvis putem hunc angulum poſſe aſſumi æqualem angulo ſub quo è terra videtur Sol, defectus erit modicus. fiat tamen nonnihil maiot. qui ſcrupuloſius agere voluerit id præſter. datô igitur angulo BDF, & larerihus B S, BF innoteſcet angulus VBF penumbræ.

Diameter penumbtæ maximæ invenitur graduum 71. & minimæ 57.

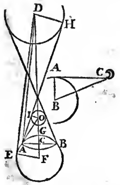
Ur meliùs hæc tetræ Eclypſis definiatur, eam conſideramus ptovt apparer ex Luna. ideóque inquirimus, ſemidiametrum terræ apparenrem ex Luna.

PROPOSITIO LI.

Theorema.

Apparens ſemidiameter terræ è Luna viſæ æqualis eſt parallaxi horizontali Lunæ.

Semidiameter terræ ſit A B, ſitque A C, linea tangens tertam in puncto A, & producta ad Lunam in puncto C conſtirutam.



Dico angulum ACB, eſſe æqualem parallaxi horizontali Lunæ. nam cum A C, tangat rerram in puncto A; erit A C horizon exiſtentium in puncto A, ergo A C B eſt parallaxis horixontalis Lunæ, ſed ACB eſt angulus ſub quo videtur ſemidiameter terræ A B, ergo apparens ſemidiamerer terra è Luna viſæ æquatur parallaxi Lunæ. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LII.

Theorema.

Angulus ſub quo ſpectatur ſemidiameter penumbra, æqualis eſt ſemidiametris apparentibus Solis & Luna, & ferè parallaxi Solis.

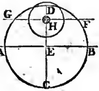
Sit penumbtæ AB ſemidiameter C A, quæ ex centro Lunæ O ſpectetur ſub angulo AOC. dico hunc angulum AOC., eſſe æqualem angulis diametrorum apparentium Solis, & Lunæ, & fere parallaxi Solis horizontali. ducarur è centro Solis D, linea DE, tangens terram in E, eritque angulus EDF parallaxis Solis, & arcus EG paulò minor quadrante, & cum A G non excedat gradus 35. erit angulus ADO, paulo minor parallaxi hurizonrali Solis E D O. angulus DAH, eſt angulus apparentis ſemidiametri Solis, & angulus IAO appatentis diametri Lunæ, ergo totus DAO, erir aggregatum ſemidiametrorum apparenrium Solis, & Lunæ, ſed in triangulo ADO, angulus externus AOC æqualis eſt duobus internis ADC, D A O; ergo augulus AOC, ſub quo è Luna videtur penumbra, æqualis eſt aggregaro ſemidiametrorum apparenrium Solis, & Lunæ & angulo minori quam ſir parallaxis Solis. quod erat demonſtrandum. quæ parallaxis cum ſemiminutum non excedar ex Ricciolio; negligi facile poteſt.

PROPOSITIO LIII.

Theorema.

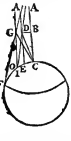
De Terminis Eclypticis, in Eclypſi terræ.

Suppono primò diſcum terræ eſſe portionem à Sole illuminatam quæ eſt fere æqualis hemiſphærio, cum pluſquam hemiſphærium Sol illuminet illuminatione partiali minuta 15. & illuminatione centrali paulo minus quam hemiſphærium. certum autem eſt huc hemiſphærium continuo murari, cum ſequatur Solis motum, eique obvertatur. quare baſis illius diſci ſeu hemiſphærij, eſt circulus maximus. hic circulus maximus eſt aliquis horizô Solem habens in Zenith, Sol autem ſemper eſt in Eclyptica, ergo Eclyptica per Zenith illius tranſit, & conſequenter poli Zodiaci ſuut in eo circulo. poſſumus ergo ducere lineam à polo vno Zodiaci ad alium quæ repræſentabit circulum longitudinis in quo fit ſynodus. Sit igitur talis circulus ACBD.



in quo linea A B, ſit communis ſectio illius plani, & plani Eclypticæ, poli Eclypticæ erunt C, & D; & linea CD, erit communis ſectio circuli longitudinis in quo fit ſynodus, & iſtius circuli. concipi item poteſt in eo plano, orbita Lunæ proiecta, quæ tanto intervallo diſtet ab Eclyptica AB, quanta eſt eius latitudo. quod intelligi

telligi debet. nam tota terra ex Luna ſpectatur ſub angulo qui ſit duplus parallaxis horizontalis Lunæ vt vidimus. penumbra videtur ſub angulo qui ſit æqualis aggregato, ex ſemidiametris Solis & Lunæ.addo inſuper hic, vmbram Lunæ videri è Luna, diſtare à centro diſci ita vt hæc diſtantia quæ ſit EC, videatur ſub angulo æquali latitudini Lunæ. Sit enim centrum Solis in A,



ſitque ABC, communis ſectio plani Eclypticæ, & plani circuli longitudinis in quo ſit ſynodus. ſit Luna diſtans ab eo plano quanta eſt eius latitudo, ſitque angulus B C D latitudo Lunæ, ducatur è centro Solis A per centrum Lunæ D linea ADE. hæc erit propter immenſam Solis à Luna diſtantiam, parallela lineæ ABC. hæc linea ADE, notabit in hemiſphærio terræ illuminato, punctum E, in quod cadet centrum Lunaris vmbræ cum lineæ ADE, A B C, ſint quo ad ſenſum parallelæ, erunt anguli EDC, DCB æquales (*per 27. 1. Eucl.*) ſed DCB metitur latitudinem Lunæ: EDC, eſt angulus ſub quo videtur è Luna diſtantia vmbræ terræ, à polo hemiſphærij illuminati; ergo angulus ſub quo è Luna videtur talis diſtantia, æqualis eſt latitudini Lunæ ſaltem ſenſibiliter.

Si quis accurate procedere velit, dico differentiam quæ intercedere poteſt, non poſſe æquare parallaxin Solis horizontalem. ponatur enim Luna in G, habens maximam latitudinem quam habere poteſt in Eclypſi ſolari, ita vt centrum vmbræ cadat in extremitatem diſci terreſtris, nempe in F, ducatur GO parallela lineæ ABC, eritque angulus B C G, ille ſub quo videtur latitudo Lunæ, & angulus FGC,ille ſub quo è Luna ſpectatur diſtantia centri vmbræ terræ à centro diſci terreſtris, ſed angulus FGC ſuperat angulum O G C, ſeu illi æqualem GCB, angulô FGO æquali angulo FAC, qui eſt parallaxis horizontalis Solis cum FA ſit tangens. ergo parallaxis horizontalis Solis quæ eſt tantum dimidij minuti & propterea tutò contemni poteſt, eſt maxima differentia quæ in hac materia poteſt inveniri.

His ſuppoſitis facile terminos Eclypticos tam poſſibiles, quàm neceſſarios reperiemus. intelligimus autem Eclypſis Solaris terminos non reſpectu alicuius determinati loci, ſed reſpectu totius terræ, in eo enim ſenſu loquimur. fiat aggregatum ex maxima ſemidiametro terræ ex Luna viſæ, quod eſt min.61. 55. penumbræ Lunæ ſemidiameter maxima eſt min. 33. 30. horum aggreg. eſt gr.1. 37. 25. ſi latitudo Lunæ, cui æqualem diximus diſtantiam centri vmbræ Lunaris, à centro diſci Solaris, ſi inquam latitudo Lunæ hoc aggregato minor fuerit; poterit dari Eclypſis, nempe ſi hæc omnia concurrant hæc autem latitudo gr. 1. 37. 25. debentur diſtantiæ à nodo gr. 19. igitur termini poſſibiles ſunt ad diſtantiam graduum 19.

Fiat item aggregatum minimarum ſemidiametrorum terreſtris diſci è Luna viſi & penumbræ. minima ſemidiameter terræ è Luna viſæ min. 55. 30. penumbræ min. 29. 27. ſumma eſt gradus vnius 22. 57. cui reſpondet diſtantia à nodo gr. 16. igitur terminus neceſſarius erit graduum 16.

Terminus poſſibilis ſi latitudo minor fuerit 1. 37. 25.

Si Luna diſtet à nodo minùs quam gradib. 19.

Terminus neceſſarius ſi latitudo minor fuerit gr.1. 22. 57.

Et ſi Luna minus diſtet à nodo quam gradibus 16. alicubi Sol obſcurabitur.

COROLLARIVM.

Ex his facile dignoſcere poteris an ſit futura Eclypſis. primò ſi fuerit intra terminos neceſſarios concludet futuram neceſſariò.

Quæratur parallaxis horizontalis Lunæ ad datum tempus. hæc enim exhibet ſemidiametrum apparentem terræ ex Luna viſæ. quære ſemidiametros Lunæ & terræ, quorum ſumma aucta minutis ſecundis circiter 15. exhibet ſemidiametrum penumbræ. hæc omnia ſimul addantur fiet aggregatum. ſi latitudo Lunæ aucta parallaxi horizon. Solis, ſit æqualis, aut maior hôc aggregatô nulla erit Eclypſis ſi fuerit minor hôc aggregatô; ſed maior ſemidiametro apparenti terræ nullibi Eclypſis totalis.

Si latitudo minor fuerit hâc ſemidiametro alicubi erit totalis Eclypſis ſaltem annularis in aliquo loco, in aliis partialis. an Eclypſis ſit annularis vel totalis cum mora, hoc pendet ex magnitudine vmbræ meræ.

PROPOSITIO LIV.

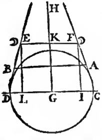
Problema.

Duratio Eclypſis terræ, è Luna viſæ ſeu duratio Eclypſis Solis in terra.

Durationem Eclypſis ſolaris non intelligo reſpectu particularis alicuius loci, ſed totius terræ. hoc eſt totum illud tempus quo alicubi Sol patitur Eclypſin.

Non eſt maior difficultas in determinandâ magnitudine Eclypſis Solis hoc ſenſu ſumptæ, quàm in determinanda magnitudine Eclypſis Lunaris. Incipiet enim Eclypſis Solis alicubi, cum limbus orientalis penumbræ incipiet tangere diſcum terreſtrem in parte occidentali, finietur cum limbus occidentalis penumbræ, limbum orientalem terræ attinget. centrum autem vmbræ Lunaris eodem modo percurrit orbitam ſuam in diſco terreſtri, quo Luna movetur à Sole. ſi tamen ſcrupuloſius quis procedere velit, paulo citiùs movetur vmbra quam Luna, hoc eſt intra totum tempus illius Eclypſis addenda eſſet bis parallaxis Solis, quæ cum ſit 30 tantum ſecundorum

cundorum & duplicata vnum tantum minutum efficiat facile negligi poterit. si quis tamen id intelligere cupiat, breviter indicabo. Sit ergo discus terrestris in quo via centri vmbræ Lunaris notetur AB.

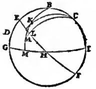


Sitque DC diameter disci terrestris verbi gratiâ, videatúrque ex Luna sub angulo graduum duorum, & 6 minutorum. dico quod interea dum vmbra Lunæ percurrit lineam DC graduum duorum & minutorum 6. percurret in cœlo lineam E F, quæ erit graduum duorum & minutorum tantum quinque, hoc est quæ ex terra apparet sub angulo graduum duorum & minutorum tantum quinque.

Ductis enim ex centro Solis H lineis H G, & H C, erit angulus GHC parallaxis horizontalis Solis min. sec. 30. ducta autem F I parallela lineæ H G, intelligatur ducta etiam diagonalis G F, erunt anguli alterni K G F, G F I, æquales sunt etiam anguli G H F, IFC, internus & externus æquales; ergo IFC est min. sec. 30. quare angulus GFC superabit angulum K G F dimidio minuto. quare eo tempore, quo Luna percurrit lineam K F, quæ videtur sub angulo min. 61½. vmbra percurret lineam GC, quæ ex Luna videbitur sub angulo min. 63. quare pro singulis gradibus circiter motus longitudinis in cœlo, augendus est motus centri vmbræ Lunaris 30 secundis, seu semiminuto.

Hac exceptâ notatione eodem prorsus modo definitur, duratio totius Eclypsis ab initio ad finem, tempus quo centrum Eclypsis manet supra terram, nempe quo ab aliquibus spectatur Solis Eclypsis totalis. eadem etiam cautio adhibenda est circa medium Eclypsis.

Notandum etiam est, discum terrestrem continuò mutari, & sequi motum Solis hoc tamen non impedit quo minus, eodem modo omnia metiamur, ac si idem esset discus. mutatio illa efficit vt non hemisphærium integrum terræ videat Eclypsin Solis, immo neque semicirculus quem percurrit vmbra. eo quod discus moveatur ab ortu ad occasum, & motus Lunæ & vmbræ supra Solem, fit quasi ab occasu in ortum quod vt melius explicem ponamus tempore veræ synodi Lunam carere latitudine, atque adeo vmbræ Lunaris centrum transire per centrum disci terrestris, ponatur hemisphærium illuminatum tempore veræ syzygiæ esse GBIF, & limitem illuminationis esse G H I, polum illius esse B per quem intelligatur planum orbitæ Lunæ GBI, quia communiter Eclypsis terræ est sex horarum, erit incidentia fere trium, mutatur autem continuo hemisphærium illuminatum sequitúrque motum Solis, ideóque tribus horis ante tempus veræ synodi, limes illius erit FHE, ita vt GE contineat 1 horas, seu gradus fere 45. incipiet ergo Eclypsis, limbo vmbræ Lunaris attingente punctum E, & procedet ex E vltra B spatio trium



horarum. quia tempore veræ Eclypsis limbus orientalis prætervectus est centrum B, cum centrum vmbræ sit in puncto B. pariter intra tempus emersionis, quod est trium horarum, limes orientalis hemisphærij illuminati ascendit ex I in C, finitúrque Eclypsis cum limes occidentalis penumbræ attingit punctum C. ergo vmbra Lunæ lustravit tantum arcum EBC, deficientem à semicirculo horis 5. & min 52. seu graduum 88. hoc est arcus EBC erit tantum grad. 92.

COROLLARIVM I.

Ex hoc vides Eclypsin Solis à multo paucioribus videndam quam Eclypsin Lunæ, nam Eclypsis Lunæ à segmento maiore quam sit hemisphærium videtur, Solaris à minore.

COROLLARIVM II.

Vides item vmbram Lunæ absolute moveri ab occasu in ortum, ideóque ab occidentalioribus priùs videri Eclypsin, quam ab orientalibus.

PROPOSITIO LV.

Problema.

Longitudinem, & latitudinem Geographicam centri disci terrestris, seu poli hemisphærij illuminati pro quolibet tempore reperire.

Sit quærenda longitudo, & latitudo Geographica, puncti cui Sol respondet perpendiculariter hotâ proposita in tuo meridiano. distantia horæ propositæ ab hora meridianâ, in gradus conversa exhibet differentiam longitudinum inter tuum meridianum, & locum propositum. declinatio gradûs Eclypticæ in quo Sol versatur dat latitudinem Geographicam eiusdem loci, & an sit borealis an australis, quibus datis facile in mappa Geographica assignari potest is locus. si globum terrestrem habeas, collocatô tali loco in supremo loco seu in Zenih, horizon materialis erit limes illuminationis.

COROLLARIVM.

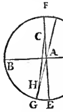
Angulus quem facit Eclyptica cœlestis cum circulo horario quem Sol obtinet est idem ac ille quem facit proiectio Eclypticæ in discum terrestrem, cum meridiano qui consequenter in tabulis superioribus habetur.

PROPOSITIO LVI.

Problema.

Datâ diſtantiâ loci terreſtris, à plano Eclyptica pro aliquo tempore, datô item punctô Eclyptica cui reſpondet: inuenire latitudinem eius Geographicam, & longitudinis differentiam ab eo punƈto Eclyptica.

Supponimus planum Eclypticæ aſſidue moueri, atque adeo vt certum eius ſitum in terra conſideremus certum etiam tempus determinandum eſſe: quæratur verbi gratia longitudo, & latitudo Geographica illius regionis in quam incidit centrum, vmbræ Lunaris tempore veræ ſynodi. per præcedentem quæratur polus hemiſphærij



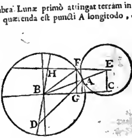
illuminati, qui ſit A, per hunc tranſit Eclyptica, ducatur ergo Eclyptica AB, ad quam ducatur perpendicularis AC, per polos eius E, & F tranſiens. cognoſcitur ex tabulis angulus quem facit Eclyptica cum meridiano, aut circulo horatio ſit ille angulus BAG, ſit locus in quem incidit vmbra punƈtum C. cognoſcitur A C diſtantia punƈti C ab Eclyptica, in partibus diametri AF diſci terreſtris, aut potius diametri apparentis ex Luna, eſt autem communiter AF partium 63. ponatur AC, æqualis latitudini Lunæ minutorum 25. ſi fiat vt 63. ad 25. ita ſinus totus ad AC ſinum diſtantiæ punƈti C, à ponƈto A inuenies A C. circiter graduum 24. quia autem cognoſcitur declinatio punƈti Eclypticæ, in quo Sol verſatur dabitur eius complementum, diſtantia punƈti A à polo mundi, ſit hæc diſtantia A H, intelligatur ductus circulus HC. In triangulo CAH, cognitô angulô GAB, ſi addatur illi angulus reƈtus BAH, innoteſcet totus angulus H A C. cognita autem ſunt latera A C, A H; quare per Trigonometriam Sphæricam cognoſcetur. primò latus C H, diſtantia punƈti C, à polo H. & conſequenter latitudo Geographica punƈti C, cognoſcetur item angulus AHC differentia inter longitudines Geographicas punƈtorum A, & C. ergo dabitur longitudo Geographica, & latitudo punƈti C. & conſequenter oſtendi poterit in mappa Geographica, locus in quem incidit centrum vmbræ Lunaris.

PROPOSITIO LVII.

Problema.

Longitudinem & latitudinem Geographicam loci terreſtris quem primo vmbra Luna attingit, inuenire.

Vmbra Lunæ primò attingat terram in punƈto A quærenda eſt punƈti A longitudo, & la-



titudo Geographica. Suppono iam cognoſci totam durationem Eclypſis, atque adeò ſciri eius initium, & finem. Supponamus cognoſci horam quâ incipit Eclypſis, ad hoc tempus, quære polum hemiſphærij illuminati qui ſit B, cuius cognoſcitur conſequenter longitudo & latitudo Geographica, ſcitur etiam angulus quem facit Eclyptica BC, cum circulo horatio D B, & quia ſcitur locus Solis, & eius declinatio non ignoratur eius diſtantia à polo ſit hæc BD, quæratur, ad hoc tempus latitudo Lunæ quæ ſit EC. cognita in partibus diametri terræ apparentis cognitâ autem totâ A E, & E C. & angulo reƈto C. habebitur angulus EBC, qui additus angulo iam cognito DBC, manifeſtat angulum totalem D B A. In triangulo Sphærico D B A, datis latere D B, & quadrante B A vnâ cum angulô D B A, innoteſcent angulus D B A, differentia longitudinis Geographicæ locorum B & A, & latus AD, diſtantia punƈti A à polo D. ergo dabitur punƈti A longitudo, & latitudo Geographica.

Eôdem modô invenies punƈtum terræ, quod vltimò attingit limbus vmbræ Lunaris.

PROPOSITIO LVIII.

Problema.

Locum in terra invenire, quem primum attingit centrum vmbra Lunaris.

Ex praxi communi Eclypſeon innoteſcit tempus, quô ante veram ſynodum centrum vmbræ Lunaris, incipit attingere diſcum terreſtrem vt tempus quo incipit eſſe in F. ad hoc momentum quæratur locus terræ qui eſt polus hemiſphærij illuminati, vt docuimus ſuprà. ſit illud punƈtum B, & quia cognoſcitur locus Solis in Eclyptica, & eius declinatio, & angulus quem Eclyptica

Eclyptica cum circulo horario comprehendit; habetur angulus D B G, & eius distantia à polo D, nempe latus D B. quæratur ad prædictum tempus latitudo Lunæ quæ erit FG, in triangulo BFG rectangulo in G datis lateribus BF, FG, & angulô rectô G, non latebit angulus FBG, ergo nec totalis D B F; quare in triangulo DBF, datis latere D B, & quadrante B F vna cum angulo D B F, cognoscetur latus D F, distantia puncti F à polo D, cognoscetur item angulus B D F, differentia longitudinum Geographicarum punctorum B & F.

PROPOSITIO LIX.

Problema.

Determinare in globo terrestri quinam sint habituri centralem aut totalem Eclypsin.

Inventis tribus locis in quibus existet successive centrum vmbræ Lunaris nempe punctum terræ quod primò ab eo attingetur deinde punctum in quo existet tempore veræ synodi, & punctum quod ab eo vltimò attingetur, si per hæc tria puncta ducatur linea curua, habebuntur in globo terrestri omnes regiones, in quibus Eclypsis erit centralis.

Si circellus vmbræ Lunaris meræ habeat aliquam crassitiem, quæcúmque loca ab eo attingentur habebunt Eclypsin Solis totalem, licèt non centralem.

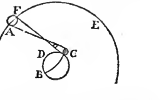
Pariter si quærantur puncta quæ à penumbra Lunaris limbo primò & vltimò attinguntur, & punctum medium, in quo centrum vmbræ existit tempore veræ synodi, si hæc tria puncta coniungas linea curua habebis omnes regiones quæ videbunt Eclypsin Solarem.

Quia tamen penumbra latitudinem aliquam habet, inde fit vt multæ regiones hinc inde partialem Eclypsin habeant. quod secundum latitudinem penumbræ æstimandum est.

Linea quam percurrit supra globum terræ centrum vmbræ Lunaris non est omnino circularis: sed ad spiram accedit.

COROLLARIUM.

Ex his vides Solem oriri ei qui primo Eclypsin videt, & occidere illi qui Eclypsin vltimò



videt. Sit enim Sol in A discus illuminatus BC, incipit autem Eclypsis, cum vmbra Lunæ attingit disci illuminati limitem C. sed punctum D respondens perpendiculariter Soli, distat quadrante à limite illuminationis, ergo Sol distat quadrante à puncto C. & Zenith eius E, ergo Sol est in horizonte hoc est linea FC est horizon ortiuus.

E contra ostendam simili ratione Solem illi occidere qui vltimò eandem Eclypsin spectat.

Alia multa circa Eclypsin Solis, seu potius Eclypsin terræ dici possunt, quæ non sunt magni momenti.

ASTRONOMIÆ

LIBER QVINTVS.

De Stellis Fixis.

CONSTITVTIS *Solis, & Lunæ motibus, ad stellas fixas accedimus, ordine scientiæ postulante, vt cæterorum planetarum considerationem differamus, donec de illarum locis, & motibus, plenè disseruerimus. Fixæ autem dictæ sunt; non quod motu careant, sed quod easdem inter se distantias, easdem ab Eclyptica semper obseruatæ sint retinere; vnde ab antiquis Astronomis quasi totidem in firmamento claui, nullum alium nisi cœlo communem ab ortu, in occasum motum participare existimatæ sunt; quamvis secundum ab ortu in occasum nullus recentiorum eis deneget.*

PROPOSITIO I.

Theorema.

Declinationes stellarum observare.

Declinationem voco distantiam stellæ ab æquatore; supponimus autem lineam meridianam, altitudinem poli, & consequenter æquatoris elevationem iam constitutas.

Observetur appulsus fixæ cuiuscumque ad planum circuli meridiani, hic appulsus varie observari potest, excitato nempe supra lineam meridianam verticali plano, vel filati triangulo, vel supra planum horizontale excitetur ad angulos rectos, cylindrus bene tornatus per cuius extremitates ducantur duæ lineæ parallelæ & meridianæ, tum excitetur dioptra duabus crenis aperta, inter se distantibus, distantia parallelarum ita observari debet appulsus stellæ ad cylindrum, vt æqualiter eadem stellæ appareat per vtramque crenam; videatúrque hinc inde tadere superficiem cylindri, hoc instrumentô observari potest stella, sive ad australem plagam sive ad borealem

Vbi stella ad meridianum appulerit dato signo, observator eius altitudinem instrumentô accuratô accipiat. Si stella austrum respicit, vel eius altitudo minor est altitudine æquatoris, subduc primò ab arcu invento, refractionem si quæ est, habebitur altitudo vera, hanc subducito ex altitudine æquatoris, restabit declinatio australis.

Si latitudo stellæ æqualis fuerit reperta, altitudini æqoatoris declinatione carebit, atque adeò in æquatore versabitur.

Denique si fuerit maior altitudine æquatoris, aufer ab ea elevationem æquatoris; & restabit declinatio borea. donec ad Zenith perveniens, scilicèt ad declinationem æqualem latitudini tuæ regionis.

Si stella in quadrante boreali meridiani versatur, vel est supra polum, vel infra si supra polum complemento eius altitudinis si addas latitudinem tuæ regionis, compones declinationem borealem.

Tandem si fuerit infra polum, huic adde elevationem æquatoris. pariter fies declinatio.

Hæ declinationes mutantur non tamen sensibiliter intra vnum annuum.

PROPOSITIO II.

Problema.

Ascensionem rectam stellæ alicuius observare.

Ascensio recta alicuius stellæ est arcus æquatoris intereceptus inter primum Arietis, & gradum eiusdem æquatoris ascendentem in Sphæra recta, eum stellâ propositâ. & quia quilibet circulus Horarius, est aliquis horizon Sphæræ rectæ, vt pote per polos mundi transiens; quæritur gradus æquatoris qui simul eum stella invenitur in aliquo circulo horario. Hæc observatio est maximi momenti, saltem radicalis, hoc est vt vnius stellæ h beatur ascensio recta. difficultas autem in eo posita est, quod intersectio Eclypticæ cum æquatore, non sit aliquid visibile in cœlo, sed tantum desumatur à motu Solis; cum autem Sole lucente stellæ fixæ non videantur, observari non potest earum distantia à Sole vnde solent Astronomi, vel vti planetis qui interdiu cum Solé videantur, & de nocte stellarum lucem non impediant, vt sunt venus, Luna &c. referam varios modos.

Antiqui communiter clepsydris vtebantur, quibus stellarum transitum per meridianum ad æquatoris gradus revocarent. hæc methodus licet fuerit antiquata, posset tamen cum fructu adhiberi, hoc modo h bentur clepsydræ seu vasa inferiore parte perforata, quibus subministretur aqua ad certam altitudinem vt fluxus sit æquabilis, incipiat fluere hora meridiana, continuentúrque eius fluxus ad insequentem meridianam, adservetúrque tota aqua; vbi verò stella cuius desideratur ascensio recta, meridianum attigerit, subjiciter aliud vas, separatimque trutina expenditur aqua quæ fluxit ab hora meridiana ad transitum stellæ, sicut quæ fluxit à transitu stellæ ad meridiem insequentem, ex quo innotescit quænam parte diei meridianum attigit, hæc pars diei in gradus conversa, & addita ascensioni rectæ quam Sol obtinet, & quæ ex motu Solis iam constituto satis cognita est; ascensionem rectam exhibet. Hæc methodus si convenientibus exerceatur cautionibus, à vero non abluder, nisi forsitan nocturnum frigus fluxum aquæ nonnihil acceleret, aut retardet, nonnulli pro aqua Mercuriô vsi sunt non sine expensis.

Si pro clepsydris arenario vtamur, bene probato, & cuius nota sit duratio, facile propositum consequemur. Supponatur enim arenarium vnius horæ, paulò ante Solis occasum, observata Solis elevatione, & detracta refractione, & addita parallaxi, per Trigonometriam horam iovenio praxi satis facili, & iam datâ in doctrinâ primi mobilis. eodem autem momento quo observatio inita est, vertitur arenarium, tum vbi totum fluxerit observatur stella quæ meridianum attingit, vel altitudo stellæ, & ex eius altitudine, simul cum declinatione circulum horarium elicio in quo versatur stella, cognoscuntur duo circuli horarij, ille nempe in quo Sol versatur, distans à circulo horario primæ observationis vnâ horâ, cognoscitur item circulus horarius stellæ; distantia eorum circulorum in gradus & minuta conversa exhibet differentiam ascensionis rectæ Solis, iam cognitæ, & ascensionis rectæ ipsius stellæ.

Pro Arenario possumus vti funependulo, de quo tenentur numerus oscillationum qui intra horam peragitur. hoc funependulum debet constare catenula quæ adduci, aut remitti non possit, potest autem numerus oscillatiooum respondere aut vni horæ communi, aut vni horæ primi mobilis, quod satius ducerem, eô quod tales horæ nulli irregularitati sint obnoxiæ. vt habeatur numerus istarum oscillationum optimum esset semel

ſemel numerare oſcillationes à tranſitu vnios ſtellæ per meridianum, ad tranſitum eioſdem ſtellæ, numerus enim per 24 diviſus dat numerum oſcillationum vni horæ primi mobilis reſpondentem

Aſtronomus igitur tali inſtructus pendulo, obſervata ante Solis occaſum eius altitudine, detractâ refractione, & additâ parallaxi, circulum horarium in quo Sol verſatur calculo trigonometrico quærit; eiuſque diſtantiam à meridiano. Scit igitur per additionem graduum convenientium tali diſtantiæ, ex aſcenſione recta Solis, quæ quæritur ex tabulis aſtronomicis iam conſtitutis; punctum æquatoris culminans. Incitat eodem momento pendulum, ad mutum numeratque oſcillationes eius donec ſtella ad meridianum appellat, & ex numero oſcillationum elicitor tempus primi mobilis, & ex tempore numerus graduum qui additus gradui prius invento, dat aſcenſionem rectam ſtellæ exactiſſimam. Hæc methodus videtur optima in eo quod pendulum facile quartam partem ſecundi exhibeat. eſt autem quarta pars ſecundi decima ſexta vnius minuti gradus.

Idem præſtare potes ante Solis ortum, ſi enim aliquibus horis ante Solis ortum, obſerves tranſitum ſtellæ per meridianum, incipiaſque ab eo momento numerare oſcillationes penduli, donec Sol ſupra horizontem elevetur aliquibus gradibus, eiuſque elevatione obſervata, & correcta, ſcias eius diſtantiam à meridiano, hæc diſtantia à meridiano, ſubtracta ab eius aſcenſione rectâ dat gradum Eclypticæ culminans tempore obſervationis circa ſolem factæ, & numerus oſcillationum inter primam, & ſecundam obſervationem peractarum, in tempus immo in gradus & minuta converſus, & ſubtractus à gradu invento dat aſcenſionem rectam ſtellæ.

Horologia automata pendulis inſtructa, cum iis cautionibus quæ modò ſolent adhiberi, nempe cycloide, quæ pendulum non nihil decurtat, quoties vibrationes nimis excurrunt, fiuntque maiores, horologia inquam huiuſmodi ſunt aptiſſima ad id negotij, ſolent enim indicare horam, minutum & ſecunda ad quartam vſque partem minuti ſecundi in tribus ſeparatis circulis volo autem tres obſervationes fieri, duas circa ſtellam cuius præcipue inquiritur aſcenſiò recta, hoc eſt duobus conſequentibos diebus obſervetur tranſitus ſtellæ per meridianum, & obſervetur in vtroque hora, minutum & ſecundum indicatum ab horologio, ſic enim habebitur duratio diei primi mobilis in horis & minutis illius horologij. Sive autem idem min. recurrat ſive non parum intereſt, obſervetur item tranſitos Solis per meridianum & hora indicata ab horologio. nam hôc modô per regulam proportionum ſcies ex numero vibrationum indicatarum ab horologio, diſtantiam Solis à ſtella in partibus horarum indicatarum, & quia ſcitor numerus earum horarum ab vno tranſitu ſtellæ, ad tranſitum ſecundum eiuſdem cognoſcitur numerus competens viginti quatuor horis primi mobilis. quæratur ex tabulis aſcenſio recta Solis, pro tempore quo meridianum attingit, cui addatur vel ſubtrahatur diſtantia à ſtella ex quibus innoteſcet aſcenſio recta. Hæc praxis eſt facilis & modò communiter vſurpator, quod ſi intra idem tempus 24 horarum plurimarum ſtellarum appulſum ad meridianum obſerves, notatis horis minotis & ſecundis, quæ tunc ab horologio automato indicantur earum omniom facili calculo, aſcenſiones rectæ habebuntur.

Secundus modus vſitatus Hiparcho, Ptolemæo Copernico cæteriſque peragebatur per Lunam, nam Solis prope horizontem conſtituti altitudo obſervabatur, & per armillas æquatorias; eius diſtantia à Luna. vel expectando donec Luna eſſet in meridiano, ſi eodem tempore Solis prope horizontem conſtituti elevatiu obſervetur, elicietur eius diſtantia a meridiano, & conſequenter differentia aſcenſionum Solis & Lunæ, vnde cognita Solis aſcenſione recta facile Lunæ aſcenſio recta innoteſcet deinde Sole ſub horizonte poſito, ope armillarum æquatoriarum obſervatur Lunæ & ſtellæ diſtantia æquatoria, quæ addita prius inventæ Lunæ aſcenſioni rectæ, & auctæ parte reſpondente tempori inter primam & ſecundam obſervationem interiecto, dabit aſcenſionem rectam ſtellæ. Tycho reprehendit armillas æquatorias, quod vix exhibeant minutorum decades.

Ad hunc modum revocari poteſt alia praxis quæ cuilibet in mentem venire poteſt. Luna meridianum obtinente, ſtellæ elevatio ſupra horizontem obſervetur, ex qua eius diſtantia à meridiano innoteſcet, eruatur ex tabulis aſcenſio recta Lunæ, cui vel addatur, vel ſubtrahatur diſtantia ſtellæ à meridiano, & habebitur ſtellæ aſcenſio recta. Quamvis his modus demonſtrativus videatur, aſtronomi tamen non putant motum Lunæ ita bene conſtitutum eſſe, vt huic debeat inniti conſtitutio aſcenſionis ſtellarum, quæ aliâ viâ certiùs haberi poteſt Poſſet tempus Eclypſis Lunaris expectari præcipue ſi circa meridianum accideret, & initiò Eclypſis obſervanda eſſet diſtantia Lunæ à ſtella, idemque præſtandum in fine. hæc tamen praxis ſeſe parallaxibus Lunæ implicaret, quæ aliquid erroris in aſcenſionem ſtellarum poſſent invehere.

Tycho & alij multi Venerem adhibent, quippe quæ eodem die & interdiu & noctu videatur, obſervator igitur diſtantia Solis à Venere, dum Sol adhuc ſupra horizontem apparet. tum de nocte veneris à ſtella diſtantia, vel per ſextantes, vel per æquatorias armillas, in quo refractionum, præcipua habenda eſt ratio.

Hæc methodus in exemplo ſatis apparebit. Tychobrahe hanc refert à ſe factam anno 1586 die 27. Dec.

Hora ſecunda min. 48. poſt meridiem, altitudo Solis fuit gr. 3. 30.

Altitudo veneris eodem tempore fuit graduum 23 0.

Diſtantia centri Solis à Venere ſextante obſervata gr. 46. 22.

Declinatio veneris per Armillas accepta Auſtr. grad. 10. 49. 30.

Solis declinatio ex tabulis Auſtralis grad. 22. 34. 57.

Locus Solis ex tabulis in Capricorni gr. 15. 52. 34.

Aſcenſio recta Solis gr. 287. 14. 1.

Ex his præcognitis facile per trigonometriam elicitur differentia inter aſcenſiones rectas Solis, & Veneris eſſe gr. 47. 13.

Quæ addi debet cum Venus ſit Sole orien-

talior; igitur ascensio recta veneris gr. 334. 17.

Secundo hora 4 cum 48. min. distantia æquatoria inter venerem & lucidam Arietis armillis capta fuit grad 51. 32.

Altitudo veneris grad. 20. 0.

Spatium temporis hor. 2. quibus respondet motus veneris min 4 5.

Hæc omnia addita ascensioni veneris efficiunt ascensionem rectam lucidæ Arietis gr. 25. 53. 12.

Hæc tamen praxis ob viciniam horizontis refractioni obnoxia est; quæ si negligatur poterit aliquid efficere addo parallaxes Solis à Tychone non benè fuisse constitutas. vnde à multis suspecta habetur hæc praxis, Tychu per 30. observationes concludit Ascensionem rectam lucidæ Arietis initio anni 1585 fuisse gr. 26. min.o.

Quartus modus ad vnum ex superioribus planetis observationem suam dirigit, eô præcipue tempore, quô stationarius est, eò quod eius motus insensibiliter tunc varietur. ita hanc peregit Pater Ricciolius anno 1645 nocte præcedente 15 Aug. Iove stationi proximo, cum die 12. cœpisset esse retrogradus.

Primò observata fuit Altitudo meridiana Iovis gr. 53. 50. 30.

Ex qua concluditur eius declinatio borealis gr. 8. 20. 0.

Latitudo vera Iovis In qua omnes tabulæ conveniunt gr. 1. 18. 0.

Ex his duobus elicitur locus eius verus Arietis gr. 24. 14.

Et consequenter ascensio recta Iovis gr. 25. 45. 28.

Sextantibus accepta est distantia Aldebaræ à Iove gr. 39. 53.

Cuius declinatio etiam observata borealis gr. 15. 44. 25.

Distantia item lucidæ Arietis à Iove observata est 13. 43.

Eius declinatio borealis 22. 45. 36.

Ex his elicitur differentia Ascens. Iovis occidentalioris, & lucidæ Arietis. 3. 5. 32

Differentia Ascensionis Iovis occidentalioris & Aldebaran 40. 10. 10.

Ergo Ascensio recta lucidæ Arietis 26. 49.

Ascensio recta Aldebaran 63. 53. 38.

Non expressi triangula quibus absolvitur operatio, hæc enim ex sequentibus abundè nota fient.

Vltimus modus adhibet Syrium, qui cum ita splendide luceat, vt mense Martio octo circiter minutis ante Solis occasum, & Septembri totidem post Solis ortum adhuc sit conspicuus, eius à Sole distantiam, & consequenter ascensionem rectam immediate observare possumus.

Pater Ricciolius multa in hac observatione requirit, quæ mihi non videntur necessaria, nempe vt distantiam visam in veram converias. Ego simplicius totum negotium absolvam exemplum esto anno 1644 die 15 Septembris.

Altitudo Solis visa fuit gr. 0. min. 16.

Subducta refractione & addita parallaxi Sol fuit infra horiz. min. 14. 32.

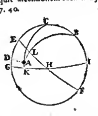
Solis declinatio, ex tabulis eruitur borealis 3. 31.

Altitudo vera Syrij gr. 25.

Declinatio Syrij gr. 16. 17. 20.

Ascensio recta Solis gr 172. 29. 40.

Ex his facile per Trigonometriam cætera elicies. Sit enim Sol in A, declinatio Solis relinquit eius distantiam A B à polo boreo B. datur latitudo regionis, & eius complementum B C. datur item latus CA grad. 90. min. 14. 32. ergo per Trigonometriam innotescet angulus ABC, distantia Solis à meridiano. dabitur simili modo distantia Syrij à meridiano, & cum tam Sol quam Syrius sint in quadrante orientali, vna subducetur ab alia, inueniesque differentiam ascensionis rectæ 74. 2. 6. quæ subtracta à Solis ascensione recta, relinquit ascensionem rectam Syrij, graduum 97. 27. 40.



Hanc methodum puto faciliorem eâ, quâ vsus est P. Ricciolius, nempe per distantiam Syrij à Sole. quæ ex visa, ad veram non sine maxima difficultate esset reuocanda. hæc autem corrigit tantum eleuationem Solis visam.

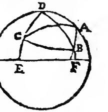
PROPOSITIO III.

Problema.

Cognitâ Ascensione recta vnius stellæ, cæterarum omnium Ascensiones rectas observare.

Eodem artificio, quô vnius stellæ ascensionem rectam indagauimus, cæterarum omnium ascensiones rectas habebimus. Si enim funependulo metiamur tempus, quod intercedit inter transitum per meridianum, vnius stellæ cuius ascensio recta nota, & transitum alterius fiet differentia ascensionum rectarum, siue tale interuallum metiamur funependulo libero, siue horologio automato.

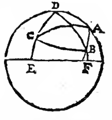
Potest haberi aliis modis hæc differentia ascensionum rectarum. Primò si vtriusque stellæ habeatur declinatio, vnà cum distantia vnius ab alia, quæ sextante à duobus obseruatoribus haberi potest. Cognoscatur enim distantia stellarum C



& B, seu arcus B C, cognoscantur item declinationes earumdem, & consequenter distantiæ à polo, nempe arcus AC, A B. In triangulo ABC datis

datis omnibus lateribus; cognoſcetur angulus CAB, differentia aſcenſionum rectarum.

Denique cognitis declinationibus, ſi eodem tempore obſervetur vtriuſque ſtellæ elevatio, habebitur differentia aſcenſionalis, hôc modô. primò datâ declinatione ſtellæ C, datur AC diſtantia eius à polo A, & cognita eius elevatione ſupra horizontē nempe arcu CE, datur eius complementum DC, datur item arcus DA, complementum elevationis poli: quare in triangulo A D C datis omnibus lateribus dabitur angulus DAC. pariter in triangulo BAD datis omnibus lateribus cognoſcetur angulus BAD, & ſubducendo angulum CAD, reſtabit angulus CAB differentia aſcenſionum rectarum, & conſequenter ſuppoſitâ aſcenſione rectâ vnius, datur & aſcenſio recta alterius.



Superiores propoſitiones ſufficiunt, ad omnes ſtellas in ſuo proprio loco collocandas, omniumque conſtellationum figuras deſcribendas.

Hæ declinationes, & aſcenſiones rectæ non ſunt ſtabiles, ob motum fixarum in conſequentia circa polos Eclypticæ vt docebo inferiùs.

PROPOSITIO IV.

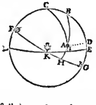
Problema.

Datâ aſcenſione recta, & declinatione ſtellæ eius longitudinem, & latitudinem ſupputare.

Quia aſcenſio recta, & declinatio facilius obſervantur, ideo ab illis initium duximus, & ab iiſdem ad longitudinem, & latitudinem gradum facimus eſt autem latitudo diſtantia ſyderis ab Eclyptica. longitudo diſtantia ſydetis ab ariete ſecundum ſucceſſionem ſignorum: ſupponimus autem cognitam maximam declinationem Eclypticæ, quæ eſt gradunm 23. 30. vnde vides vt plurimum triangulum formandum eſſe, in quo inclinatio Eclypticæ ad æquatorem, declinatio, & aſcenſio recta, ſint tria data. varij antem caſus dari poſſunt, qui difficultatem non augent, nec variant.

Supponatur aſcenſio recta graduum 90. & declinatio nulla. longitudo erit 90. & latitudo graduum 23. $\frac{1}{2}$. vt ſi interſectio verna Eclypticæ F G, & æquatoris L E fuerit K. Aſcenſio recta KL, graduum 90. & declinatio nulla, ſtella erit in L in coluro ſolſtitiorum, qui cum per polum B zodiaci tranſeat erit KL longitudo, graduum 90, & LE latitudo graduum 23. $\frac{1}{2}$. ſi declinatio fuerit borealis, nempe minor, quam LF, auſer eam ex L F reſtabit latitudo auſtralis ſi declinatio auſtralis fuerit addatur arcus F L, fiet auſtralis latitudo ſi declinatio fuerit borealis maior auſert ab ea arcum L F reſtabit latitudo borealis.

Iidem caſus accidunt quando aſcenſio recta fuerit graduum 270.



Sit iam ſtella in puncto A ſitque eius aſcenſio recta K I cui ſi addatur quadrans cognoſcetur arcus IL, menſura anguli ICL ſupponitur item cognita declinatio IA, ergo & eius complementum AC datur & latus B C, maxima declinatio Eclypticæ. quare in triangulo ABC, tribus datis cognoſcetur baſis AB & eius complementum AH latitudo ſcilicet ſyderis. dabitur item angulus HBC, & conſequenter eius menſura FH. & detracto quadrante erit KH longitudo ſyderis.

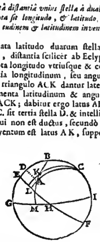
Si quis per triangula rectangula idem habere velit id poterit.

PROPOSITIO V.

Problema.

Obſervatâ diſtantiâ vnius ſtellæ à duabus aliis quarum nota ſit longitudo, & latitudo, eius longitudinem & latitudinem invenire.

Sit data latitudo duarum ſtellarum A L K L B D, diſtantia ſcilicet ab Eclyptica F E ſit etiam nota longitudo vtriuſque & conſequenter differentia longitudinum, ſeu angulus A C K, quare in triangulo ACK dantur latera AC, KC complementa latitudinum & angulus comprehenſus ACK; dabitur ergo latus AK, & angulus AKC. ſit tertia ſtella D. & intelligatur arcus D K, qui non eſt ductus, ſecundò in triangulo DKA inventum eſt latus A K, ſupponuntur cognita latera K D, A D, diſtantia ſtellæ D, à ſtellis A, & K. ergo dabitur angulus AKD, cui ſi addatur angulus AKC iam cognitus, & ſumma auferatur ex 360 cognoſcetur angulus CKD.



Tertio

Tertio in triangulo CKD, datis lateribus KD, KC, & angulo DKC, cognoscetur per trigonometriam angulus KCD, differentia inter longitudines stellarum K & D, cum ergo nota supponatur longitudo stellæ K, dabitur longitudo stellæ D. cognoscetur in eodem triangulo latus DC, complementum latitudis ED.

Notandum hoc problema aptari posse ascensionibus rectis, & declinationibus, hoc est cognitis ascensionibus rectis, & declinationibus duarum stellarum & observatâ distantiâ tertiæ ab iisdem, dabitur ascensio recta & declinatio illius tertiæ.

Possunt dari alij casus huius problematis, nempe si vna ex stellis borealis fuerit alia australis, sed cum hi casus difficultatem peculiarem non habeant trigonometra facile eorum sulutionem inveniet.

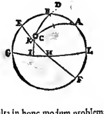
Hæ propositiones sufficiunt ad construendas tabulas longitudinum & latitudinum pro certo & determinato tempore, neque enim longitudines eædem perseverant.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Datâ latitudine, & declinatione alicuius stellæ eius ascensionem rectam, & longitudinem invenire.

Hoc problema suam habet vtilitatem, cùm enim latitudo semper eadem perseveret, & declinatio sit facilis observatu, nempe per altitudinem meridianam poterit ope huius problematis locus stellæ cuiuscumque constitui, supponitur autem cognosci ad quem quadrantem stella pertineat. Si enim in globo artificiali ducas parallelum æquatori;secundum declinationem stellæ, ducas item parallelum Eclypticæ secundum latitudinem eiusdem. hi duo circuli concurrent in duobus punctis, ideoque est aliqua æquivocatio, & ambiguitas quæ tollitur, si cognoscitur ad quem quadrantem stella pertineat. Sit ergo Eclyptica HE, æquator HG sit polus mundi B, polus Eclypticæ A, declinatio IC latitudo KC, cognitæ, & consequenter earum complementa AC, BC in triangolo ABC dantur omnia latera, ergo cognoscetur angulus CAB, seu arcus KE, differentia longitudinis, à coluro solstitiorum, dabitur item angulus CBA, & consequenter angulus CBE, seu arcus IG differentia ascensionis rectæ stellæ, ab coluro solstitiorum.



Alia multa in honc modum problemata inveveni.i possunt per combinationem horum terminorum, ascensionis rectæ, declinationis longitudinis, latitudinis, cum maxima declinatione Eclypticæ, ita vt tribus datis terminis dentur alij duo.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Stellæ fixæ moventur ab occasu, in ortum super polos Eclypticæ.

Hunc motum deprehenderunt Astronomi ex mutatione longitudinum. Anno ante Christum 294. Timochares spicam virginis observavit in 22. Virginis, Hipparchus Anno ante Christum 128. eandem spicam observavit in 24. Virginis Tycho brahe post mille septuaginta annos, eandem invenit in gradu 18. libræ. ergo intra 1800. annos mota est spica Virginis in longitudinem per gradus 26. Hipparchus regulum observavit in 29 Cancri Tycho in 24. Leonis. Lucida Pleiadum à Timocharide in gradu 29 Arietis. Tycho in 14. Tauri, alia his similia exempla coacervari possunt, ita manifesta, vt hic motus ampliùs dissimulari non possit.

Motum hunc stellarum in conseqoentia fieri supra polos Eclypticæ, tenent omnes Astronomi, eò quòd eædem observentur in fixis latitudines, quæ aliàs fuerunt observatæ. qui tamen obliquitatem Eclypticæ mutabilem censuerunt, seu motu reciproco polum Eclypticæ, à polis mondi recedere opinati sunt, aliquam etiam in latitudines ex eo motu mutationem reduodate voluerunt.

Com autem iam superiùs probaverimus nullam talem dari mutationem declinationis Eclypticæ, & mutatio latitudinum, stellarum quam aliqoi agnoverunt supponat mutatam Eclypticæ declinationem, nulla est observatio indubitata quæ convincat aliam fuisse fixarum latitudinem, ac qoæ in singulis hodie observatur.

Ex his concludo donec aliud astrooomorum consequentium observationes, quæ exactiores erunt, quam observationes veterum, aliter definiant stellarum latitudines immutabiles tenendas esse, atque adeò motum stellarum in longitudinem super polos Eclypticæ, 23 gradibus cum dimidio à polis mundi distantes peragi.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Quantus sit motus stellarum in longitudinem.

In stellarum motu definiendo non consentiunt Astronomi, Hipparchus & Ptolemæus observato aliquarum stellarum loco, & collato cum eo in quo à Timocharide fuerant observatæ concludunt intra 100. annos circiter vnum gradum absolui. nam cot Leoois anno ante Christum 128 observatom fuit in grad. 29. 50 caneti ab hypatcho, & à Ptolemæo anno Christi 138, in gradu 2. 30 Leonis hoc est intra 265 annos grad. 2. min. 40. quare vnos gradus 100 annos fere,

fere, sibi vendicat aut saltem $99\frac{1}{2}$. Ptolemæus alia profert exempla in quibus vnus grad. 114. annos requirebat, aliquando pauciotes, ex quibus concludit motum stellarum intra 100 annos vnum gradum absolvere, & consequenter totum zodiacum intra 36000 annos.

Albategnius autem compatans loca stellatum à se observata, cum observatis à Menelao concludit motum stellarum intra annos 66 vnum gradum absolvere si observationes eiusdem cum Ptolemaicis compares erunt anni $64\frac{1}{2}$.

Idem sequitur si Alphonsinas observationes com Albategnij observationibus compares fuere non pauci intet qoos Copernicus, Longomontanus, & alij qui motum hunc stellarum in consequentia non æquabilem censuerunt, sed trepidationi obnoxium, quæ modò aliquid adderet, modò tetardaret. hanc tamen trepidationem vt sine sufficientibus observationibus invectam reiecimus suprà.

Tychobtahe comparat loca stellarum à se observata, cum observatis à Copernico. nam spica virginis anno 1515 observata colligitur à Copernico in gradu 17. 3. 30. virginis & anno 1585 observata fuit io gr. 18. 5. ergo intra annos 70 mota est gradu vno minus 30 secundis.

Hipparchus observavit anno ante Christum 128. Regulum in canctri 29. 50. & Tycho anno 1585. eum observavit in Leonis gradu 24. 5. hoc est intra annos 1713. motus est grad. 24. 15. hoc est intra annos $70\frac{1}{2}$. vno gradu.

Bullialdus comparatis Hypparchi, Ptolemæi Albategni & Tychonis observatioaibus concludit motum annuum ab Hypparcbo ad Ptolemænm fuisse secundotum 52. aliis vero temporibus fuisse sec. 50. 30.

Pater Ricciolius compotatis omnibus seligit motum annuum stellarum secundorum 50 hoc est vni gradui tribuit annos 72. eum autem probat sequentibus observationibus. Timochares anno ante Cbristum 296. observavit spicam in virginis gr. 22. 20.

Idem duodecim post annis eam observavit in virginis gr. 22. 30.

Si 12 dant min. 10. anni 72 dabunt gradum vnum.

Pater Ricciolius anno Christi 1644. spicam observavit in libræ gr. 18. 54. 20. nempe à prima observatione Timocharidis gradus 26. 34. 20. suntque anni 1940. ex quibus sequitur motus annuus secund. 49. tert. 26.

Qoia tamen observationes Timocbatidis censentur crassiusculæ. Hypparchus annò ante Christum 128. observavit tegulum in 29. 50. canctri putat Pater Ricciolius ob neglectam refractionem, addenda esse huic observationi 30 minuta, atque adeò regulum fuisse in Leonis gr 0. 20 Illum observavit Ricciolius anno 1644 completo in gradn. 24. 55. 20. ergo intra annos 1772 motus est grad. 24. 35. 20. facta tegula trium exurgit motns annuus sec. $49\frac{1697}{1772}$. seu quam proxime min. secundorum 50.

Albategnius anoo Christi 879 observavit regulum in gradn 14 Leonis quibus addit Ricciolius 30 minuta ob refractionem neglectam, eò quòd modus observandi vsque ad Tychonem peragebatnt per distantiam Lunæ à Sole occiduo, & nocte per distantiam stellæ à Luna.

Pater Ricciolius observavit anno 1644 completò, Regulum in gradu 24. 55. 20. Leonis processit igitur spatio 766 annorum gr. 10. 25. 20. seu secundis 37500 si dividantur per 766. fiunt secunda 49.

Pariter si confetantur observationes Hipparchi & Albategnij, annis 1006 regulus processit gradibus 14. 10. hoc est singulis annis Sec. 50. 42.

Hipparchus circa annum ante Christum 128. observavit declinationem Aldebaræ boream graduum 9. 45. latitudo australis gr. 5. 25. ergo locus Aldebaræ erat grad. 10. 27. Tauri. anno 1644. completo observata fuit hæc stella in gradu 4. 48. geminorum ergo annis 1771 mota est gradibus 24. 21, ergo annô vnô min. secundis 49. 30.

Propter has observationes potiùs eligendus est motus annuus stellarum secundorum 50. quam secundorum 51 cum meliùs iis respondeat. quamvis opinio Tychonis illi tribuentis secunda 51 non sit improbabilis, habeatque nonnullas observationes sibi faventes.

Ex eo motu secundorum 50 facile totam periodum elicies, si enim 360 in minuta secunda reducas efficies minuta secunda 1296000 quæ si dividas per 50 fient anni 25920. & quilibet gradus annos 72 requiret si fieret motus annuus m. 51 vt vult Tycho fieret periodus annotum 25806 & pro vno gradu exigerentur anni $70\frac{1}{2}$.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Motus fixarum est æquabilis.

Quamvis Copernicus, Longomontanus, Maginus, Lansbergius motum stellarum inæqualem asserant, eò quòd tempore Ptolemæi stellæ fixæ vnum gradum intra 100 annos confecisse videantur, tempore Albategnij intra 66 annos, nunc verò intra annos 72. nihilominus non puto has observationes esse sufficientes vt novum in astronomiam motum invehamus. quamplurimæ enim veterum observationes sunt nobis suspectæ, & meritò, quia tales sunt, vt non eædem ex pleris que observationibus elicìantur longitudinum differentiæ, quales modo observamus. certum autem est si fixæ eamdem semper ab Invicem distantiam retineant, quod eadem etiam erit differentia inter duarum stellarum longitudines, sed si observationes veterum veræ essent, non eadem esset modò longitudinum differentia. quæ aliàs observata est; ergo iure merito dubitamus de illarum observationum fide. nam certum est longitudioes spicæ, Reguli, pleyadum, & boreæ frontis Scorpij, non habere hoc tempore æqualem differentiam, illi quæ concluditur ex observationibus antiquorum. Addo quod etiam in latitudinibus observandis peccarint. quare donec aliquid certius ex observationibus futuris colligatur, motus stellarum vniformis admittendus est.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Quid sit annus sydereus & eius quantitas.

Supposito motu annuo secundorum 50 facile anni syderei quantitaté definiemus. est autè annus

ſydereus, tempus quô Sol coniunctus in eodem meridiano ſeu circulo horario cum aliqua ſtella, ad eamdem regreditur, ſeu rurſus cum ea in eodem circulo longitudinis invenitur. ſi ſtellæ motu annuo carerent, eandemque ab initio verbi gratiâ Arietis diſtantiam obſervarent, nulla inter annum tropicum, & ſydereum eſſet differentia, ſed quia intra annum moventur 50 ſecundis, poſt integram circulationem ſupererunt adhoc 50 minuta perficienda: quare annus ſydereus ſuperabit annum tropicum eô tempore quô Sol motu proprio perficit ſecunda 50. perficie autem ea 50 minuta, intra horæ min 20. 17. 25. annus igitur ſydereus ſuperabit Annum tropicum min. horariis 20. 17. 25. Sed annus tropicus eſt dierum 365. hor. 5. min. 48. 40 quibus ſi addas min. 20. 17. 25. fiet quantitas anni ſyderei D. 365. H. 6. min. 8. 57. 25.

Tycho vtrúmque paulo maiorem facit nempe annum tropicum dierum 365. hor. 5. 48. 45. motum ſtellarum facit ſecundorum 51 quæ Sol perficict intra min. 20 41. 43. hæc ſimul addantur fiet annus ſydereus ſecundum mentem Tychonis dier 365. hor 5. 9. 26 43 30.

Ex hac anni ſyderei à tropico differentia, conſtat Solem non tam moveri à ſtella, quam moveatur ab aliquo puncto fixo Eclypticæ, verbi gratia ab initio Arietis. eſt autem motus diurnus Solis ab Ariete mi. 59 8. 20. motus diurnus ſtellarum eſt tertiorum 8. 30 quæ ſi ſubtrahantur à motu diurno, fiet motus diurnus Solis à ſtellis min. 59. 8 11. 30. ſi quis ergo horologium automaton ad ſtellas dirigeret, is diem 24 horarum minorem faceret, die ſolari eo temporis intervallo quo motus primi mobilis perficit grad. 0. min. 59. 8. 11.

30. nempe minutis horariis 3. 56. 57. 0. atque ita intra annum ſydereum ſtellæ vnam circulationem integram ſupra Solem perficerent nempe circulationes 366. horas 6. 8. 57. 25.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Stellarum omnium longitudines pro dato tempore ſupputare.

Sopponitur catalogus ſtellarum cum adiunctis longitudinibus, & latitudinibus pro certo & determinato tempore obſervatis. quæruntur earumdem fixarum longitudines, & latitudines pro alio quovis tempore.

Certum eſt primò, & ex obſervationibus, compertum fixarum latitudines invariabiles eſſe, ita vt ſi quæ videtur in nonnullis diverſitas, hæc tribui debeat vitio obſervationis aut male determinatæ maximæ declinationis Eclypticæ.

Si tempus propoſitum fuerit poſterius illo cui affixæ ſunt ſtellarum longitudines, motum tempori intercecto congruentem, adde longitudini radicali & exurget longitudo.

Anno 1644. completo regulus ex obſervatione Riccioli ſecundum longitudinem inveniebatur in Leonis gradu 24. 55. 20. quæritor eius locus initio anni 1671. interjiciuntur anni 26. motus annorum 26. eſt min 21. 50. addantur fiet longitudo reguli pro initio anni 1671. Leonis gr. 25. 17. 10.

Anni	Gr.	Mi.	Sec.	Anni	Gr.	Mi.	Sec.	Anni	Gr.	Mi.	Sec.	Anni	Gr.	Mi.	Sec.
1.	0.	0.	50	20.	0.	16.	40	200.	1.	46.	40	1000.	27.	46.	40
2.	0.	1.	40	30.	0.	25.	0	300.	4.	10.	0	3000.	41.	40.	0
3.	0.	2.	30	40.	0.	33.	20	400.	5.	33.	20	4000.	58.	33.	20
4.	0.	3.	20	50.	0.	41.	50	500.	6.	56.	40	5000.	72.	26.	40
5.	0.	4.	10	60.	0.	50.	10	600.	8.	20.	0	6000.	86.	20.	0
6.	0.	5.	0	70.	0.	58.	20	700.	9.	43.	20	7000.	100.	13.	20
7.	0.	5.	50	72.	1.	0.	0	800.	11.	6.	40	8000.	114.	6.	40
8.	0.	6.	40	80.	1.	6.	40	900.	12.	30.	0	9000.	128.	0.	0
9.	0.	7.	30	90.	1.	15.	0	1000.	13.	53.	20	10000.	241.	53.	20
10.	0.	8.	20	100.	1.	23.	20								

Nonnulli vt tabulam longitudinum vniverſalem reddant. notant tantum longitudinem ſtellarum à lucida Arietis. cui deinde addunt longitudinem lucidæ Arietis. cuius conſequenter Epocham conſtituunt. fuit autem anno Chriſti 1600 in gradu 27. 37. Arietis. fuit ergo initio annorum Chriſti in gr. 5. 24. 30. Arietis. & anno ante Chriſtum 388. in Arietis gr. 0. 0.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Aſcenſionum Rectarum & declinationum tabulas conſtruere.

Aſcenſiones rectæ, & declinationes vtiliores ſunt, quam longitudines & latitudines. nam ex ſtellarum declinationibus, & earum altitudine meridiana, facile latitudinem regionis, datâ item earum declinatione amplitudinem ortivam, & conſequentes Magnetis declinationem inquirimus, aliaque multa problemata abſolvimus, quorum vſus late vagatur, maxime in navigatione. quare præcipuarum ſtellarum catalogus texendus adiectâ aſcenſione rectâ, & declinatione pro certo aliquo tempore. quia tamen aſcenſiones rectæ & declinationes continuo mutantur redduntúrque inutiles earum tabulæ, quæratur aſcenſio recta ſtellæ pro ſingulis annis centenariis verbi gr. pro anno 1600. 1700. 1800. 1900. 1000. pro intermediis annis accipietur pars proportionalis, verbi gratia, ſi aſcenſio recta creſcit intra centum annos vno gradu & 20 minutis, ſi quærenda eſt aſcenſio pro vigeſimo quinto anno. addo aſcenſioni prioris centenarij min. 20. ſi aſcenſio recta creſcit, ſi vero decreſcit ſubtraho, atque ita habetur aſcenſio recta competens anno vigeſimo quinto. addidi ſi decreſcit ſubtrahendam eſſe, quia licet longitudines

ſemper

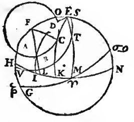
ſemper creſcant, ſtellarum tamen intra polares circulos poſitarum aſcenſiones rectæ non ſemper augentur vt videbimus poſtea Idem facies circa declinationes. atque ita præcipuarum ſtellarum aſcenſiones rectas & declinationes in promptu ſemper habebis, pro quocumque propoſito tempore.

PROPOSITIO XIII.

Theorema,

Stellarum inter polares circulos Eclypticos poſitarum, aſcenſiones recta reciproco motu moventur.

Sit ſtella quæcumque A & parallelus Eclypticæ ABCD tranſiens per ſtellam A, polus mundi E, polus Eclypticæ F, dico licet longitudinis motus illius ſtellæ ſemper procedat in conſequentia per ABCD, ſine vllo regreſſu, eius tamen aſcenſio recta, hinc inde à tropico; reciproco motu feretur, modò in conſequentia, & per totidem gradus in antecedentia, ita vt punctum medium illius motus, reſpectu borealium ſit initium Capricorni, & reſpectu auſtralium ſit initium cancri, ſupponatur enim ſtella in puncto A, & ſecundum longitudinem in puncto G, nempe reſpondeat initio Capricorni Erit punctum H eius aſcenſio recta, graduum 270. procedat ſtella in B, motu ſcilicet longitudinis, erit eius aſcenſio recta in I, donec perveniat ad punctum C in quo circulus ECK tangit parallelum ABCD, ſi enim vlterius pergat in D, eius aſcenſio recta erit rurſus in puncto I ſi perveniat in O eius aſcenſio recta erit in H, & ita circa punctum H, alterno motu movebitur, hoc eſt in conſequentia, poſtea verò in antecedentia quare quo minor erit parallelus Eclypticæ, in quo verſatur ſtella eo minor erit motus ille reciprocus, maximus erit ſi ſtella verſetur in circulo polari, Eclyptico, hoc eſt habuerit latitudinem graduum 66 cum dimidio eius enim aſcenſio recta hinc inde excurret vſque ad quadrantem proxime, hoc eſt ſtella in polo verſabitur, & tunc ceſſabit aſcenſio recta. & toto ſemicirculo mutabitur, hoc eſt à Capricorno, ad Arietem procedet & ſtatim invenietur in polo, tum ad libram excurret non tranſeundo per medium. vbi enim polum relinquet in libra invenietur, quod ex figura ſatis patet.



Cognoſcemus trigonometrice quantum alicuius ſtellæ aſcenſio recta hinc inde excurrat nam in triangulo FCE rectangulo in C. cognoſcuntur latera FE $23\frac{1}{2}$, & FC complementum latitudinis ſtellæ fiat ergo vt ſinus lateris FE $23\frac{1}{2}$, ad ſinum lateris FC, ita ſinus totus, ad ſinum anguli FEC, ſeu lateris HK, quo ſtellæ aſcenſio recta hinc inde removetur a coluro ſolſtitiorum nempe in borealibus a Capricorno.

Notandum autem eſt vbi ſtella fuerit in C. interea dum in longitudinem percurrit C D, eius aſcenſio recta mutabitur & decreſcet per KH & interea dum percurret in longitudinem arcum æqualem arcui C D, eius aſcenſio recta ex alia parte, decreſcet ſecundum arcum æqualem arcui HK. quamvis longitudo ſemper creſcat. dum autem creſcit aſcenſio recta motus eius tardus eſt decreſcit autem velociter.

Notandum vltimò in aliis etiam ſtellis remotioribus à polo zodiaci, æqualibus arcubus longitudinis, inæquales reſpondere aſcenſiones rectas, & quò maior fuerit latitudo, eò maior erit inæqualitas vides enim arcui V T longitudinis, reſpondere aſcenſionis rectæ, quadrantem HM, & arcui longitudinis T S reſpondere aſcenſionis rectæ quadrantem M N. quare motus aſcenſionum rectarum, modò eſt velox, modò tardus, quamvis motus in longitudinem è quo pendet ſit vniformis. In ſtellis borealibus hunc motum eſſe tardum circa Capricornum, velocem circa Cancrum Et quò latitudo fuerit maior, eo etiam maior erit inæqualitas.

Aliæ proprietates huius mutationis aſcenſionum rectarum ſunt parvi momenti poſſuntque ex dictis facile intelligi.

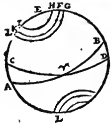
PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Stella quæcumque vicinior eſt polo boreo cum eius longitudo fuerit ſignorum 3. & maxime remota cum fuerit ſignorum 9.

Latitudines ſtellarum manent ſemper eædem vt iam diximus, ſed declinationes continuò mutantur, vnde ſtellæ accedunt nonnunquam ad polum mundi, ſeu polum æquatoris nonnunquam ab eodem recedunt. quare vt pro eo acceſſu & receſſu regula certa ſtatuatur. dico quod quæcumque ſtella accedet ad polum arcticum, quantum poterit, cùm eius longitudo erit ſignorum 3, hoc eſt in Cancro, recedet etiam ab eodem quantum poterit, dum ſecundum longitudinem verſabitur in Capricorno. ſit enim polus zodiaci E, polus mundi ſeu æquatoris ſit F, ponaturque circulus, quem motu longitudinis deſcribit ſtella circa polos zodiaci I H, qui non includat polum F. clarum eſt (*ex Lemmate ad 12. 2. Theodo*) arcum FH eſſe minimum omnium qui ex puncto F duci poſſunt ad circumferentiam circuli H I, & FHI maximum, ſed quando ſtella eſt in H, eius longitudo eſt punctum B nempe initium Cancri, quando eſt in I eius longitudo erit punctum A nempe initium Capricorni, ergo dum ſtellæ longitudo eſt ſignor. 3. eſt maxime vicina polo boreo, & quando erit ſignorum 9 erit maxime remota ab eodem polo; & cum diſtantiæ à polo boreo reliquum ad ſemicirculum, ſit diſtantia à polo auſtrali eadem ſtella remotiſſima erit à polo auſtrali, dum eius longitudo erit ſignorum 3, & maxime vicina cum erit ſignorum 9.

Secundò stella describat motu suo longitudinis, circa polum Eclypticæ parallelum K F, sitque complementum latitudiois KE graduum 21. $\frac{1}{2}$, circulus K F transit per polum F. clarissimum autem est punctum K esse remotissimum omniú à puncto F. atque adeo constat propositio.



Sit tertio stella cuius circulus latitudinis sit L G. constat (*per lemma ad 22. 2. Theodosij*) arcum F G essa minimum omnium, qui ex puncto F cadere possunt in circumferentiam circuli LG, & F L maximum atque adeò dum stella arit in G erit vicina polo F quantum potest dum erit in L maxime arit remota.

COROLLARIVM I.

Stella cuius latitudo est graduum 66. $\frac{1}{2}$. transit per polum mundi, aliquandò; & maxima ab eo distantia est graduum 47.

COROLLARIVM II.

Differentia inter latitudinem stellæ, & arcum 66. $\frac{1}{2}$. erit minima distantia quam potest habere stella à polo. vt si stellæ latitudo fuerit BG graduum 60. erit arcus GF graduum 6 $\frac{1}{2}$. si latitudo stellæ fuerit BH graduum 73. subdue ex B H arcum B F graduum 66 $\frac{1}{2}$. restabit arcus F H graduum 6 $\frac{1}{2}$. Inventâ minimâ distantiâ, si stella circulo suo polum boreum comprehendat adde minimæ distantiæ GF, v. g. 6. graduum cum dimidio, arcum FE graduum 23 $\frac{1}{2}$. & arcum EL complemeotum latitudinis graduum 30, fient grad. 60. pro arcu FL, si stellæ latitudo fuerit graduum 66 $\frac{1}{2}$. hoc est si transeat per polos, erit maxima distantia 47.

Deniqua si stellæ latitudo maior fuerit grad, 66 $\frac{1}{2}$. adde eius complementum E I, arcut F E grad, 23. $\frac{1}{2}$. & habebia maximam distantiam.

COROLLARIVM III.

Cum latitudo cynosuræ seu stellæ polaris sit 66.33. eius minima distantia erit min. 7. quod ex supputationa Riccioliј accidet circa annum 2103. & post annos 12960 rursus maximam habebit distantiam gr. 47. min. 7. anuo 1641 completo distabat à polo. grad. 2. 37. 30. anno 1643. completo. gr. 2. 36. 50. quare singulis annis hoc æuo accedit min. secundis 20.

Constat ex iis diversis temporibus, alias atque alias fuissa stellas polares, & hanc quam vulgo stellam polarem vocamus, fore ab eo remotissimam, aliasque huic officio successuras. quæ omnia facilia sunt possuntqua facile per trigonomatriam constitui.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

De ortu & occasu fixarum.

Ortus fixarum alius est absolutus, alius relativus ad Solem. absolutus explicatione non indiget, diciturque Astronomicus, hoc est assensus supra horizontem & occasus descensus syderis infra horixontem. de boc infra eiusque proprietatibus primò agemus.

Ortus & occasus Poëticus ita dicitur quod Poëtæ illum ortum & occasum soleant io suis fastis recensere, maxime qui agriculturæ tempora motibus syderum distinguunt.

Ortus cosmicus, seu maturinus verus, non apparens oh solis præsentiam est asceusus stellæ supra horizontem simul cum sole, hæc omnibus stellis convenire potest, non tamen omnihus in omni horizonte, neque enim omnes stellæ oriuntur & occidunt, quæ enim intra circulum semper apparentium maximum, continentur semper supra horizontem conspicuæ, oec oriuntur, nec occidunt sicut quæ intra non apparentium maximum comprehenduntur, sub borizonte semper delitescunt.

Ortus matutinus heliacus, seu apparens, est ascensus stellæ supra horizontem primò conspicuus ante solis ortum, sub cuius radiis antea latebat. hic ortus omnibus stellis & planetis convenit, exceptâ Lunâ, quæ cum sit velocior sole, non potest ab eo versus occidenteio relinqui, cum antea lateret, sub eius radiis. potest quidem esse in vltima phasi, & oriri aote solem, sed postea latebit potiusque occidit.

Ortus Acronychus verus est ascensus stellæ supra horizontem, sole occidente, seu ortus vespertinus non apparens, ob præsentiam solis contrapositi, licèt enim sol sit in occidente impadit tamen oe videatur astrum quod revera oritur.

Ortus acronychus seu vespertinus apparens, est ascensus stellæ supra boriaontem post solis occasum, tanto temporis intervallo, quantum requiritur, vt oon obstante crepusculo vespertino, stella appareat in oriente. hunc ortum noonulli confundunt cum eo, quô Luna, Venus, & Mercurius, liberi à Solis radiis videntur post solis occasum in occidente.

Occasus cosmicus, seu occasus matutinus verus, est descensus stellæ infra horizontem sole oriente hic occasus videri non potest ob solis oppositi hoc est orientis præsentiam.

Occasus matutinus seu cosmicus apparens est descensus syderis infra horizontem paulo ante solis ortum, ita vt primo videatur, cum antea noo appareret dum occideret, eò quòd Solis in oriente positi fulgor, impediret. hic occasus Lunæ non convenit, eò quòd sit sole velocior, nac veneri aut Mercurio eò quòd tanto intervallo à Sola non digrediantur. fixis & planetis superioribus convenit.

Occasus Acronychus verus & ooo apparens, est descensus syderis infra horizontá Sole occidente.

Occasus Acronychus apparens, est descensus syderis post Solis occasum, ita vt primum videatur eum antea lateret sub eius radiis. his occasus Lunæ, Veneri & Mercurio tantum convenit.

PROP.

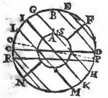
PROPOSITIO XVI.

Problema.

Inuenire stellas semper conspicuas, & nunquam apparentes in dicto horizonte.

Sequentia problemata sunt facilia, & ad doctrinam primi mobilis pertinere videntur ideóque ea tantùm indico.

Declinatio stellæ totum hoc problema absolvit. Si declinatio stellæ borealis maior fuerit complemento elevationis poli, stella semper conspicua est in tali horizonte. si fuerit australis & pariter maior complemento elevationis poli; non ascendet supra horizontem. Si declinatio fuerit minor tali complemento orietur & occidet.



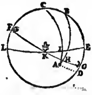
Sit enim horizon D C æquator K I poli F N, complementum elevationis poli arcus B F, clarum est quod si declinatio borealis stellæ fuerit maior quam arcus D K, eius parallelus non attinget horizontem; atque adeo non orietur, nec occidet, sed semper apparebit supra horizontem. si vero eius declinatio australis maior fuerit arcu D K seu B F, totus eius parallelus quem scilicet describit motu diurno, infra horizontem cadet. Si vero fuerit eius declinatio minor tali complemento eius parallelus horizontem secabit.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Inuenire gradum Zodiaci cum stella culminantem.

Primò habeatur stellæ propositæ B ascensio recta A D seu gradus æquatoris I, illi in eodem circulo horario respondens, gradus H Eclypticæ



FG, qui eandem habet ascensionem rectam, cum dicta stella culminabit. hunc autem gradum tabula ascensionum rectarum exhibebit, vel si velis illum Trigonometrice solvatur triangulum ABD, vel ABG & habebis inteotum.

COROLLARIVM.

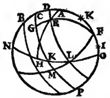
Ex eo cognosces tempus, quô stella cum Sole culminat, potes enim ex tabulis solaribus scire tempus quô Sol fuerit in tali gradu Eclyptiæ.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Inuenire stellæ Ascensionem obliquam. Arcum diurnum amplitudinem ortiuam.

Ascensio obliqua stellæ est gradus æquatoris oriens simul cum stella, in Sphæra obliqua seu in horizonte obliquo. differt ab Ascensione recta, & hæc differentia inter obliquam, & rectam ascensionem; vocatur differentia ascensionalis, quæ aliquando ascensioni rectæ additur, vt inveniatur obliqua, aliquando subtrahitur. debemus ergo primo inquirere differentiam ascensionalem, tum ostendere quandonam addi, aut subtrahi debeat.



Sit horizon NO, æquator P O, stella oriatur in L, eius ascensio recta erit punctum M, cum circulus horarius FLM, sit aliquis horizon Sphæræ rectæ, vt pote per polum F transiens, supponitur autem cognitum punctum M, ascensio recta stellæ L, cuius ascensio obliqua erit punctum K, quæratur arcus K M differentia ascensionalis, fiat nempe vt tangens arcus O P, complementi elevationis poli, ad tangentem arcus L M declinationis stellæ, ita sinus totus quadrantis KP, ad sinum arcus K M differentiæ ascensionalis, quæ subtracta ab ascensione recta, si declinatio borea fuerit dabit ascensionem obliquam, Si declinatio australis fuerit, differentia ascensionalis addatur ascensioni rectæ habebitur ascensio obliqua, seu punctum æquatoris oriens simul cum stella in Sphæra obliqua.

Hæc differentia ascensionalis est id quô arcus semidiurnus stellæ superat quadrantem, aut superatur à quadrante. vt si stella oriatur in L eius arcus semidiurnus, nempe ab eius ortu ad meridianum erit arcus LO, similis arcui MO, sed arcus MK, est excessus arcus MO supra quadrantem K O. si verò stella declinationem australem habuerit, erit arcus semidiurnus similis arcui, qui superatur à quadrante. quare addendo differentiam ascensionalem, si stella borealis fuerit

 gradibus

gradibus 90. habebitur arcus semidiurnus, qui duplicatus dat diurnum, diurnus ablatus à circulo relinquit nocturnum.

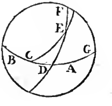
In eodem triangulo datâ declinatione stellæ, & elevatione poli cognoscetur amplitudo ortiva. fiat enim vt sinus anguli LKM, complementi elevationis poli ad sinum lateris L M; seu declinationis stellæ; ita sinus totus, ad quartum habebitur amplitudo ortiva LK.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Invenire gradum Ecclypticæ cum stella orientem in horizonte obliquo.

Oriatur stella quæcúmque in A aut B ponctis horizontis obliqui AB, inquiritur punctum Eclypticæ C, oriens simul cum stella, seu cum illa attingens horizontem obliquum AC.



Inquire per præcedentem stellæ propositæ ascensionem obliquam quæ sit D nempe, punctum æquatoris D simul oriens, supponatur ascensio recta ED minor gradibus 180. ita vt punctum E, sit initium Arietis. in triangulo DEC datô angulô EDC residuo ad duos rectos elevationis æquatoris GF, datô item angulô DEC graduum 23$\frac{1}{2}$. & latere E D, non latebit latus E C. quare cognoscetur punctum C. gradus Eclypticæ simul cum stella oriens.

. Si verò ascensio recta superet semicirculum, sumendum erit reliquum, nempe alius erit situs Eclypticæ & punctum E repræsentabit initium Libræ solutio tamen trianguli eadem erit.

Si quis vellet punctum Eclypticæ simul cum stella occidens. primo stellæ descensio obliqua quærenda esset, quæ habetur pariter subtrahendo, aut addendo differentiam ascensionalem, sed contrariis legibus. cæteta sunt eadem. ne autem Tyro in huiusmodi problematibus hæreat, habeat globum ad sublevandam imaginationem.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Horam invenire quâ, die propositâ stella oritur, culminat & occidit.

Suppono sciri ex doctrina primi mobilis horam, quâ Sol oritur, aut occidit die proposita, sciri item punctum Eclypticæ in quo invenitur cuius si quæratur ascensio obliqua, quæratur item ascensio obliqua stellæ differentia inter huiusmodi ascensiones obliquas in tempus redacta, ostendit quantum ante, vel post Solis ortum stella otiatur, provt ascensio obliqua stellæ sequetur, aut antecedet ascensionem obliquam Solis.

Idem præstandum est circa descensionem obliquam, Solis & stellæ, nam differentia inter descensionem obliquam Solis, & stellæ in horas, & minuta conversa, ostendit quantum ante vel post horam occasus Solis, stella occidat.

Si horam culminationis desideras solæ ascensiones rectæ Solis & stellæ quærantur, nam differentia inter ascensiones rectas vtriúsque, indicabit quantùm ante, vel post meridiem stella ad meridianum pertingat.

Ortus occasus, & culminatio stellarum quotidie anticipat, hoc est si stella verbi gratia hodie culminat hora prima, intra quindecim dies culminabit meridie, & post mensem horâ vndecima, ratio clara est, quia cum horæ sumantur à Sole, Sol autem recedat semper magis ac magis ad orientem, consequenter magis ac magis stella respectu Solis fit occidentalior, vnde si culminabat hora prima, hoc est sequebatur Solem, secundum motum primi mobilis, nempe Sole circulum horæ primæ obtinente, stella erat in meridiano Sol intra 15 circiter dies motu proprio stellam assequetur; atque adeò culminabit cum illa. & post alios quindecim dies cum Sol fiat orientalior, cum Sol erit in circulo horæ vndecimæ, stella erit in meridiano: idem dico de ortu & occasu stellarum hæc anticipatio est singulis diebus min. 3. sec. 56. tertiorum 32. quare 15 dies vnam horam invehunt. mensis duas, tres menses 6 horas, & ita consequentur.

Contrarium accidit in Luna, cum enim recedat magis ad orientem, quàm Sol tardius semper orietur aut occidet, aut ad meridianum perveniet.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Invenire diem quâ stella cosmice oritur aut occidit tempus item quô Acronycè. & heliace.

Quæratur primò, per 17 gradus Eclypticæ cum stella oriens. quære item diem, quo Sol talem gradum Eclypticæ attinget, is erit dies qua stella cosmice id est simul cum Sole orietur secundum vetum ortum.

Eódem modô invenies diem quô cosmice occidit, si nempe inveneris gradum Eclypticæ cum quo stella occidit, eo enim die, quo Sol versabitur in gradu Eclypticæ diametraliter oppositô stella cosmice occidet, hoc est oriente Sole.

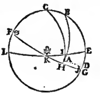
3. Quære gradum Eclypticæ cum quo stella oritur, & ex tabulis solaribus quære diem quô Sol est in gradu diametraliter opposito, is erit dies quo stella Acronyce orietur id est occidente Sole.

4. Per eamdem quæratur gradus Eclypticæ cum quo stella occidit, quando Sol in eo gradu fuerit stella Acronyce occidet, seu vnâ cum Sole.

Pro

Pro ortu heliaco notanda ſunt aliqua primum, neceſſariuio eſſe vt Sol ſit infra horizonrem depreſſus aliquibus gradibus, vt ſtellæ appareant, ata vt quæ magis fulgent primæ videantur, minoremque Solis depreſſionem requirant. ſtellæ primæ magnitudinis Solem ſupponunt depreſſum gradibus duodecim quando apparent, ſecundæ 13 & ita conſequentet addi debet vnua gradus, ſecundum gradus magnitudinis, Satornus 11 gradus in depreſſione Solis, Iupiter 10. Mars vndecim cum dimidio, Mercurius 10. Venus quinque quamvia nonnunquam etiam de die, & hora meridiana fulgeat.

Hia poſitis ortum alicuius ſtellæ heliacum facile inveniemus, hoc eſt tempus quó ſtella à radiia ſolaribus primum libeta, mane ante Solis ortum, orietur; quætatut primo (*per 17. huius*) punctum Eclypticæ, quod cum ſtella propoſita aſcendat, in dato hotizonte obliquo ſit illud



punctum K, quod ſimul cum ſtella A, ſupra horiaontem EL aſcendat. primò quærendus eſt angulus quem Eclyptica cum horizonte comprehendit, nempe angulua A K H, ia facile invenietur. ducatur ex polo Eclypticæ B, per ſtellam A circulus longitudinis BAH, erit AH latitudo ſtellæ, & K H differentia inter longitudinem ſtellæ, & gradum cum ſtella orientem, cognuſcetur igitur arcus HK, quare in triangulo AKE, rectangulo in H, datis lateribus A K, H K, innoteſcet per Trigonometriam angulus AKH, ſi enim fiat vt ſinus arcus K H, ad ſinum totum quadtantia K G, ita tangens atcûs A H, ad tangentem arcus GE, aut anguli EKG, cognoſcetur angulus EKG. ex Zenith C ducatur ad Solem verticalis C i H, ſecaos horizontem in puncto I. ſitque I H graduum verbi gratia 12. quaota debet eſſe depreſſio Solis, ſtella in horizonte appatente. In triangulo rectangulo dato latere IH graduum 12. & angulo GKE, innoteſcet latus K H, & conſequenter punctum Eclypticæ in quo eſt Sol quære in tabulis ſolatibus diem in quo Sol erit in eo puncto & ſcies diem quo ſtella orietur heliace: hæc in globis vno intuitu videntur.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

De Diſtantia ſtellarum à centro terræ.

Diſtantia ſtellarum à terra tanta eſt, vt ad eam diameter tettæ nullam ſenſibilem rationem habeat, ex quo fit, vt nulla divetſitas aſpectus obſervabilis ſit, intet locum in quo è centto appa-rent fixæ, & eum in quo è ſuperficie rertæ ſpectantur. vere quidem ſi eiuſdem aſtri, circa polum conſpicuum bis lineam metidianam attingentis, ambæ elevationra extra refractionum aleam poſitæ, inſtrumento, quod ſingula minuta ſecunda exhiberet. poſſet forſitan ex comparatione illarum altitudinum aliquid conſtitui circa diſtantiam fixarum, ſed vix habemus inſtrumenta quæ vltra decades ſecundorum procedant, nec ſumus certi refractionem nihil obeſſe, quare ex parallaxi nullum de ſtellarum diſtantia iudicium ferre poſſumus quod manifeſtum oſtenditur, ex eo quod patallaxis Solis ita exilis eſt, & cum tanta difficultate à tefractionibus liberari poteſt, vt nihil ex parallaxibus circa Solis diſtantiam concludi potuerit, ideóque neceſſarium fuerit ad Lunæ illuminationem recurrete; ergo multo minus, parallaxes, ſtellarum diſtantiam manifeſtabunt.

Quare & ſtellarum diſtantiam & vtrum in eadem ſint ſuperficie, an vero aliæ aliia humiliores penitus ignoramus. quare quæcúmque de hac materia dicentur metam coniectutam non traoſcendunt. ſuntque meræ opiniones. Pythagoras quidem muſicos numeros vbique affectans, Lunam à terra removebat ſtadiis 126000 ſeu milliaribus 15750. vocat autem hanc diſtantiam tonum, &c. proſequitur deinde aliaa diſtantias, ita vt inveniat octavam integram vſque ad fixas; ſed ex eius rationibus ſtellæ removerentur à terra, ſemidiametria terræ tantum 24. ex qua diſtantia ſequeretut parallaxis duorum graduum in fixis

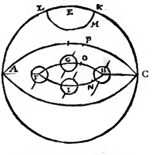
Neque magis ſunt probabiles platooici numeri, qui Lunæ diſtantiam minorem iuſto facit, verbi gratia 4 ſemidiamettorum terræ. & Saturni maiorem nempe 1866375 ſemidiametrorum quæ vt ſine ſufficienti fundamento dicta facile etiam rejiciuntur.

P. Bettinus in ſuo apiario ex diviſione monochordi deducit ſyderum diſtantias, vult enim invenire octavam integram, quod an præſtiterit dubito, abſurda tamen eſt methodus in eo quod, ſi Lunæ diſtantia concordat in octava cum diſtantia fixarum hæc erit illius dupla, quamcúmque igitur poſuetit Lunæ diſtantiam, nimis parua ſequetut fixarum diſtantia, cum Sol qui ſtellia longo intervallo eſt infetior ſit pluſquam centies remotior à terra quam Luna.

Communiter Aſtronomi aſſumunt diſtantiam Satorni Apogæi, vt decuplam diſtantiæ Solis, & in hoc conſpitant plerique Aſtronomi, ſed in Solis diſtantia non conveniunt cum Ricciolio, eamque ſemidiametrorum tantum 1200 faciebant. vnde minima fixarum diſtantia erat 13000. & maxima 14000. In hac opioione ſunt Tycho. eiúſque ſequaces, duce Albategnio. Copernicus conſequenter ad ſuam hyputheſin enormen tenetur ſtatuere fixarum à terria diſtantiam, cum enim Solem immobilem in centro cœli faciat; terramque per magnum orbem, id eſt orbem annuum circumvollat, neque tamen in toto hoc circuitu animadvertatur vlla fixarum parallaxis ſaltem obſervabilia, tenetur conſequenter aſſerere magni orbis diametrum, ad firmamenti diametrum nullam habere rationem ſenſibilem. Sit enim magna orbis quem terra motu ſuo annuo peragtat FGHI, æqualis haud dubie ei circulo quem in opinione communi Sol motu annuo deſcribit, hoc eſt cuius ſemidiameter AE continet ſemidiametros

terræ

terræ 7000. Sit colurus ſolſtitiorum LEC, ſitque terra in Tropico verbi gratiâ Cancri in puncto



F, cum in ea opinione axis terræ maneat ſemper parallelus axi principali, ſtella L, videbitur diſtare à polo cœleſti E, quantus eſt arcus L E; dum deinde terra transferetur in punctum H. obſervato axis paralleliſmo erit diſtantia eiuſdem ſtellæ L à polo cœleſti, quem axis H denotat maior arcu LE, ſi ergo diameter FH, haberet ſenſibilem aliquam rationem cum diametro firmamenti, obſervabilis eſſet hæc differentia inter eos arcus, quare eandē habet rationem orbis ille annuus ad firmamentum, ac in opinione communi terra ad firmamentum, cum igitur oſtenderimus ſemidiametrum orbis annui, ſeu diſtansiam Solis à terra continere 7000 ſemidiametros terræ, opinio Copernicana 7000. maiorem facit ſemidiametrum firmamenti quam opinio communis. addo vlterius cum opinio communis ſtellas fixas maiores faciat terrâ opinio Copernici eas maiores facit toto orbe annuo.

Omiſſis aliis opinionibus & modis vt aliquid certi ſtatuamus poſſet primo dici probabiliter, eam eſſe firmamenti ſemidiametrum quæ excludat omnem parallaxin obſervabilem, ſed ſi daretur parallaxis 4 aut 5 minutorum ſecundorum obſervari poſſet, ergo ponenda eſſet diameter quæ non pateretur parallaxin duorum ſecundorum. parallaxis autem duorum minutorum dat ſemidiametrum firmamenti æqualem 100000 ſemidiametris terræ. vt verum fatear ſi refractio eſſet bene conſtituta forſitan parallaxis 4 aut 5 minutorum ſecundorum obſervabilis eſſet, ſed cum refractio ſe immiſceat, quæ variabilis eſt pro varietate athmoſphæræ, & cum authores velint diverſam in ſtellis, Sole, & Luna refractionem, cum tamen ratio evocat vnicam pro omnibus eſſe menſuram refractionis, nihil puto ex parallaxi concludi poſſe.

Secundus modus determinandæ diametri firmamenti nititur proportione motuum, atque cum Lunæ diſtantia ſit ſemidiametrorum terræ 59. & vna revolutio diebus 27 perficiatur comparanda eſſet vna revolutio fixarum, quæ abſolvitur annis Iulianis 26000. in quibus ſunt menſes Lunares 321360. igitur ſi fiat vt vnus menſis ad ſemidiametros terræ 59. ita menſes 321360. ad quartum, invenietur diſtantia firmamenti eſſe ſemidiametrorum terræ 26. 000. 000. quæ haud dubie enormis evadet, quod non obſervetur talis proportio, id oſtendimus in Sole, nam Solis annuus motus ſe habent ad menſtruum Lunarem periodicum, vt 365. ad 27. fiat ergo vt 27. ad 365. ita ſemidiametri terræ 59. ad 849. quare diſtantia Solis à terra erit ſemidiametrorum 849. quæ eſt nimis parua, invenimos enim 7000. ſi ergo in diſtantia Solis non obſervatur, hæc motuum proportio, neque in aliis obſervatam eſſe concludere poſſumus.

Tertius igitur modus erit is quem adhibuerunt hactenus ſuprà recenſiti Aſtronomi nempe diſtantiam meram Saturni, nam ex parallaxibus orbis annui Saturni, & ex æquationibus neceſſariis, vt medius motus cum vero cohæreat, neceſſario diſtantia Saturni decupla erit diſtantiæ Solis; eſt ergo circiter 73000 ſemidiametrorum terræ. atque ita diſtantia fixarum erit 90000 aut 100000 ſemidiametrorum terræ.

Addit & Pater Ricciolius vmbram Saturni, quæ in fixas incurreret, ſi illi nimis vicinæ eſſent, poteſt autem conſtitutâ Saturni diſtantia & diametro eius apparente determinari longitudo vmbræ, ergo fixæ evehendæ erunt vltra terminos vmbræ Saturnalis. quare erit diſtantia fixarum ſemidiametrorum terræ 210000.

Vt autem omnia complectar

	Semidiam. terræ minima maxima	parallaxis sec.
Albategnius & Iunctinus ponunt	19000.	11
Alfraganus, Barocius	20220.40440.	10
Maurolyeus	20077.20086.	10
Fernelius & Clavius	22612.42255.	9
Maginus	20110.40220.	10
Tycho	53000.14000.	15
P. Marius Bettinus	2290.	90
P. Ant. Maria Rheita	20000000.	0
P. Ricciolius ex diſtantia	Saturni 100000.	2
P. Ricciolius ex vmbra	Saturni 210000.	1
In opinione Copernici	ſequitur multò maior.	
	Sem. terræ	
Galilæus	13, 046, 400	
Keplerus	34, 077, 067	
Lansbergius	41, 958. 000	

Diſtantia autem fixarum à Sole adhuc maior.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Velocitas ſtellarum.

Conſtitutâ firmamenti ſemidiametro nempe 100000. facile cæteras dimenſiones firmamenti conſtituemus, ſi enim fiat vt 113. ad 355. ita diameter firmamenti 200000. ad quartum habebimus ambitum firmamenti ſemidiametrorum terræ 628318. eſt autem ſemidiameter terræ milliarium 3437. quorum gradus continet 60. quare totus ambitus firmamenti erit milliarium 2, 159, 528, 966. quem ſtella ſub æquatore poſita intra 24 horas percurrit. ſi hunc ambitum dividas per 24. habebis motum vnus horæ milliarium 8. 998. 037. & vnius minuti primi ſi dividas hunc numerum per 60. habebis autem milliaria 149967. ſi iterum dividas per 60. habebis intra minutum ſecundum ſeu

ſeu duas vibrationes arteriæ ſtellas in æquatore poſitas conficere milliaria 24993. cæteræ dimenſiones facile ex his concludentur.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Diametros apparentes fixarum determinare.

Difficilis eſt inquiſitio diametrorum apparentium fixarum, & in hoc maxime negotio cæcutivit antiqua Aſtronomia, vt pote tubo Optico deſtituta: nudis enim oculis adſcititium & ſpurium radiorum capillitium, à germana rei ſplendidæ, & minutæ diametro diſtinguere, & diſcernere non poſſumus. Hanc deceptionem in feneſtrarum foraminibus animadvertimus, quorum diametrum ob ſpurios illos, aut potius exorbitantes in pupilla radios ſemper ampliamus. Tubus Opticus ſi illuſtrioris notæ fuerit, & longitudinis convenientis putà octo, aut 10 palmorum, adſcititium hunc ſplendorem detergit, & quamvis cæterorum obiectorum magnitudinem augeat, ſtellarum tamen minuit, eò quòd ſpurios hos radios caſtiget. de hac tubi Optici proprietate egimus in Dioptrica. vt autem melius id præſtet lens convexa ſeu obiectiva nimium aperiri non debet, ſed tegi lamella chartacea cuius foramen quartam vnciæ pedis Romani partem non excedat.

Pluribus modis tentarunt Aſtronomi apparentes fixarum diametros dimetiri, Primus erit ſi oculari æſtimatione, comparetur diameter apparens ſtellæ fixæ, vel cum diametro Lunæ, vel ſi fulgor Lunaris nimium officit, cum diſtantia ſtellarum nobis aliunde nota, vt cum diſtantia pleiadum, vel hœdorum intra ſe, conſiderando quot tales ſtellæ ad replendũ tale ſpatium requirentur. Hæc coniectura eſt errori obnoxia, ob ſpurios illos radios augentes diametrum ſtellarum, ita vt vix illorum ex duabus ſtellis vnica fiat, vt in ſecunda caudæ maioris vrſæ accidit.

Secũdus modus eſt Albategnij qui adhibet duas dioptras perforatas, quarum quæ eſt oculo vicina, exile habet foramen, quæ remotior paulo maius, nempe quantum requirit diameter apparens ſtellæ. ex foraminum diſtantia, & diametro æſtimatur ſatis facile angulus Opticus ſub quo videtur. Hic modus in eo deficit, quòd angulus viſorius non fiat præciſe in minori foramine, cuius diſtantia à Dioptra ſatis determinari non poteſt.

Tertius eſt Galilæi, ſuſpende filum craſſiuſculum, & accedendo & recedendo, quære diſtantiam oculi, in qua tale filum præciſe ſtellam occultat, tunc metire quot pedibus & digitis immo, & lineis oculus diſtet, à filo. & vt exactam fili craſſitiem adipiſcaris, circa vnciam pedis Romani filum circumplica, vt ſcias quot fila præciſe eam tegant. ex diſtantia & craſſitie fili angulum viſorium cognoſces, quia tamen angulus. viſorius non fit in ſuperficie extima oculi, ideo hic modus alicui errori videtur obnoxius.

Quartus erit ſi primò experiamur quot minuta tubus ſimul videre poteſt id autem experiri poſſumus circa Lunam, experiundo ſcilicèt an totam Lunam ſimul tubo videre poſſumus, vel quot partes diſci Lunaris, vel experiundo ſtellarum diſtantias ſcientes præciſe quot minuta præciſe tubo Optico ſimul intueri poſſumus: quô ſemel conſtituto, ſi fixam obſerves æſtimare facile poteris quot eius diametri intra tubum excipi poſſint. Hic modus videtur aptiſſimus.

Quintus modus erit ſi planetarum radius per teleſcopium tranſmiſſus in charta excipiatur, poterit eodem modo haberi per motum illius radij, eorum diameter apparens ac Solaris, aut Lunaris, quamvis nonnulli aſſerant margines Iovis paulo diluriores apparere, acquiſita autem Iovis diametro apparente, facile per comparationem habebitur diameter fixarum, hæc autem comparatio varie poteſt inſtitui, modus facillimus erit, ſi cõſideretur attẽtiſſime diſcus Iovis per teleſcopiũ apparens, tum moto teleſcopio reſpiciatur cui circello chartaceo æqualis appareat, oblatis nempe pluribus circellis parum inæqualibus, invento tandem circello cui æqualis appareat diſcus Iovis, quærendi ſunt alij circelli quibus fixarum diſcus æqualis appareat, cuius deinde diameter comparetur citcino, cum diametro circelli Iovialis.

Vt autem aliquid addam de meo. poteſt tubus Opticus ita aptari vt in ipſo tubo inſtituatur comparatio, duobus modis. Primo ſi prope lentem ocularem teleſcopij in ipſo tubo, diaphragma perforatũ addideris, quod ab ea removeri poſſit, poterit ita aptari, vt diſcus Iovialis præciſè foramen adæquet; ſi deinde fixam obſerves tubo ita diſpoſito, facile poteris iudicare quantum fixarum diſcus ab illo foramine deficiat. Secundo poſſunt intra tubum diſponi fila valde vicina lenti oculari, quæ ſingula apparebunt & diſcum Iovialem metientur, immò tamdiu in teleſcopio admoveri poterunt donec diameter Iovis adæquet præciſe tria aut quatuor intervalla, dumque fixas reſpicies facile poteris animadvertere quot intervalla occupet earum diameter.

Sextus modus, trabeculæ ligneæ 15 pedes longe infigatur ad rectos triangulum, cuius baſis ſit 11 tantum partium, qualium vncia pedis Romani eſt ducentarum, hæc ex 15 pedibus viſa ſubtendit angulum minut. 2. diviſo item latere in quinque partes æquales linea infima ſubtendet 11 & angulum min. 2. ſecunda linea quæ minor eſt ſubtendet 9 partes & ſubtendet angulum 1. 40. Tertia 7 partium, angulum 1. 20. & ita de reliquis. obſerva igitur quânam ſui parte triangulum illud præciſe teget ſtellam quamcumque an ſecundum baſin aut aliam lineam baſi parallelam & habebis facile angulum ſub quo ſpectabitur. obſervatum autem eſt nullam diametrum fixarum excedere min. 1. ſecunda 40.

Septimus modus. Inſtruatur tubus Opticus filo tenuiſſimo paulo ante lentem ocularem, tum firmato diligenter tubo expectetur tranſitus ſtellæ prope meridianum exiſtentis per filum, & vbi limbus eius occidentalis filum attigerit perpendiculo numerentur vibrationes, donec limbus orientalis è filo emergat invenientur in primæ magnitudinis fixa, quinque aut ſex minuta ſecunda. Si ſtella fuerit in æquatore hoc tempus, in minuta gradus converſum exhibet diametrum apparentem ſtellæ. Si vero fuerit extra æquatorem idem tempus in minuta gradus converſum, dat diametrum in partibus proprij paralleli, quæ reducendæ ſunt ad partes maximi circuli.

Posito diametro Iovis sec.44.& Saturni sec.34. 30.qualem invenerunt PP. Riecciolius & Grimaldus,& comparando diametros fixarum cum diametris Iovis, & Saturni, divisas, primi in 100 partes,& Saturni in 160. invenerunt Syrij diametrum esse partium 82.seu diamet secund.18.magn.

Aldebaran partium	70 diametr.sec.	15.24.1
Spicam Virginis partium	68 diametr. sec.	15. 5.1
Cauda Leonis	57.diametr.	12.30 1
Stella polaris	36.	7.54.2

PROPOSITIO XXV.

Problema.

De Magnitudine stellarum.

Ex diametro apparenti stellarum & earum distantia facile earum magnitudinem inquiremus. Supponitur autem semidiameter firmamenti esse semidiametrorum terræ 100000.quare sinus vnius min erit semidiametrorum terræ 29.diameter Syrij est min.secundorum 18. fiat ergo vt vnum minutum seu 60 secunda ad 29 ita 18.ad $8\frac{2}{3}$ erit igitur diameter Syrij $8\frac{2}{3}$.& semidiameter $4\frac{1}{3}$ hue est semidiameter Syrij erit semidiametrorum terræ $4\frac{1}{3}$ continuentur hi duo numeri 1.$4\frac{1}{3}$.$18\frac{2}{3}$.80.Syrius continebit 80 terras & non 815.vt male posuit P. Tacquet. sumendo diametrum stellæ pro semidiametro pariter stella polaris secundæ magnitudinis cuius diameter apparens 7. second. 54. ponatur 8. fiat ergo vt 60 seconda ad semidiametros terræ 29.ita 8 ad 4. fere. Erit ergo diameter stellæ polaris,semidiametrorum terræ fere 4 & semidiameter semidiametrorum ferè 2.continuentur quatuor numeri in eadem ratione 1.2.4.8.erit stella polaris terræ fere octupla.sunt enim Sphæræ in triplicata ratione diametrorom (*per 2. 12.*)

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

De Parallaxi stellarum.

Nullum indicium parallaxeon in stellis fixis notarunt vnquam Astronomi ob immensam eorum distantiam, si cum semidiametro terræ comparetur.neque enim vt volunt nonnulli qui naturam parallaxis ignorant, stellæ nullam patiuntur eo quòd cœlo ipsi adhæreant, atque adeo radius visualis earum loca aliò transferre nequeat.si enim semidiameter terræ sensibilem rationem haberet cum semidiametro firmamenti, non desineret parallaxis suam vim obtinere.hoc est distantia à vertice sub maiori angulo spectaretur ab oculo, in superficie terræ posito,quàm ex centro terræ. Vt autem quis experiri possit an vere stellæ patiantur parallaxin.

Primò observetur diligenter elevatio poli vel per Solem vel per stellam polarem, quæ licèt haberet aliquam parallaxin, hæc cum parum distet à polo,exhiberet satis benè elevationem poli. sit verbi gratia elevatio poli graduum 46. tum observa vtramque altitudinem meridianam stellæ alterius distantis à polo 15 aut 16 gradibus.si eius altitudo minima tantum præcise deficit à poli altitudine,quantum eiusdem maxima altitudo excedit altitudinem poli, ita vt vterque arcus præcise sit æqualis nulla erit parallaxis;si enim detur parallaxis aliqua hæc deprimet magis stellam in parua elevatione positam, quam in maiori.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

De Refractione fixarum.

Refractiones fixarum eôdem fere modô, observantur quô Solis refractiones, & multò facilius, nullâ se immiscente parallaxi.Sit ergo primò stella in horizonte, observetur verticalis in quo existit:suppono autem observatam fuisse altitudinem meridianam stellæ, quæ fuerit maior gradibus 40. & ex ea fine vllo periculo refractionis cognosci declinationem stellæ, & consequenter distantiam eius à polo verbi gratiâ boreo.quare in triangulo datô angulô observato verticalis, & complemento elevationis poli, & declinatione stellæ, innotescet Trigonometrice distantia stellæ à vertice, à qua si subtrahas quadrantem,restabit horizontalis refractio.

Aliter idem problema soluere potes,si enim ex aliis stellis nullam refractionem patientibus vt pote elevatis 40 gradibus,aut ex stellis culminantibus,scias horam, & consequenter punctum æquatoris culminans, & addita ascensione recta stellæ, innotescet angulus circuli horarij per stellam transeuntis cum meridiano,quare pariter solvetur triangulum & dabitur distantia stellæ à vertice, à qua si subtrahas gradus 90 restabit refractio horizontalis.

Pariter observetur stellæ distantia à vertice, & eodem tempore observetur angulus verticalis, & pariter ex declinatione stellæ cognita,& elevatione poli concludes veram distantiam à vertice, è qua si subtrahes observatam restabit refractio.

Ita ad singulos elevationis gradus habebitur stellarum refractio.

Tychonica tabula.

Elevatio	refra. mi.	sec.	Elevatio	refra. mi.	sec.	Elevatio	refra. mi.	sec
0.	30.	0.	9.	6.	0.	17.	2.	0
1.	21.	30.	10.	5.	30.	18.	1.	15
2.	15.	30.	11	5.	0.	19.	1.	1
5.	12.	30.	12.	4.	30.	20.	0.	0
4.	11.	0.	13.	4.	0.	21.		
5.	10.	0.	14.	3.	50.			
6.	9.	0.	15.	3.	0.			
7.	8.	25.	16.	2.	30.			
8.	6.	45.						

Pater Riecciolius ponit refractionem horizontalem stellarum.

Æstivam		Æquinoctialem		Hybernam	
min.	sec.	min.	sec.	min.	sec.
29.	50.	30.	10.	50.	30.

TABVLA

TABVLA

100. STELLARVM INSIGNIORVM

quarum Ascensio recta, declinatio, & longitudo, est pro Anno 1700. latitudo vero perpetua.

NOMINA STELLARVM.	Ascensio R. cta. G. M. Se.	Declinatio. G. M. S.	Longit. SigG. M. S.	Latitudo. G. M. S.	Magnitudo.
Andromedæ caput	358.14. 8.	27.27.26.B.	0.10. 9.30	25.42.10.B.	2
Andromedæ cingulum	13.11.20.	34. 2.40 B.	0.26.11. 0	25.58.30.B.	2
Andromedæ pes Austrinus	26.21.51.	40.52.30.B.	1.10. 1.44	27.47.10.B.	2
Aquarij os piscis	340.11. 0.	31. 8.10.A.	10.29.36.43	20.59.40.A	1
Aquarij humerus dexter.	327.36.55.	1.43.44.A.	10.28.31.57	10.42.15.B	3
Aquarij humerus sinister	318.55.54.	6.48.46.A.	10.19.13.27	8.42.15.B.	3
Aquarij manus sinistra	307.45.54.	10.33.44.A.	10.12.13.27	4.50.15.B.	5
Aquilæ lucida	924. 2.47.	8. 1.2[illegible].B	9 27.32.17	29 20 40.B.	2
Arietis 1. in cornu	24. 27.2.	17.48.14.B.	0.28.59.27	7. 8. 0.B	4
Arietis 2. in cornu.	24.30. 3.	19.19.24.B.	0 29 45 27	8.28.30.B	4
Arietis lucida	27.35.58.	22. 1.30.B.	1. 3.28.29	9.56.30.B.	3
Aurigæ capellæ	73.35.56.	45.40. B.	2 17.40. 2	22.51.45.B.	1
Aurigæ humerus dexter	84.29.42.	44.51.30.B.	2.27 12. 2	21.25 40.B	2
Bootis Arcturus	210.33. 2.	20.48. 2.B.	6.20. 4.27	31. 0 40.B.	1
Bootis humerus sinister.	215. 2.33.	39.35.12.B.	6.14.30.27	49.51.40.B.	3
Cancri præsepe	125.46. 2.	20 43 4.B.	4. 3. 8.23	1.14.30.B	neb.
Cancri Aselus Boreus	126.26. 0.	22.31. 0.B.	4. 3.18.53	3. 8.30.B.	4
Cancri Asellus Australis	126.54. 3.	19 15. 0.B.	4. 4.29.53	0. 3.30.A.	4
Canis maior, Sirius	97.57. 6.	16.18. 6.A.	3.10. 4.47	39.32. 5.A.	1
Canicula, Procyon.	110.54.33.	5.59.12.B.	3.21.40.27	15.57 10.A.	2
Capricorni cornu præcedens	300.24.34.	13.22. 6.A.	9.29.44.27	7. 3.11.B.	3
Capricorni cornu inferius	301. 7.29.	15.38. 2.A.	9.29.57.27	4.42.10.B.	3
Capricorni cauda præcedens	320.56.29.	17.54.21.A.	10.17.40.27	2.24.50 A.	3
Capricorni cauda sequens	322.43 30.	17.22.21.A.	10.19.26.27	2.27.30.A.	3
Cassiopeiæ Lucida Cathedræ.	358.14.33.	57.32.16.B.	1. 0.55.47	51.17. 0.B.	3
Cassiopeiæ Schedir	5.56. 0.	54.55.16.B.	1. 3.39.27	46.36.50.B.	3
Cassiopeiæ flexura	9.45.58.	59. 7.36.B	1. 9.49 27	48.47.50.B	3
Cassiopeiæ Genu	16.36. 0.	58 40.22.B.	1.13.42 57	46 23.50.B.	3
Cephei cingulum	321. 6.20.	69.17.10.B.	1. 1.36.30	71. 8.30.B	3
Ceti mandibula lucida.	41.38. 7.	2.53.50 B.	1.10. 7.32	12.36.50.A	2
Ceti ventris Borea	24.12. 0.	11.44.50.A.	0.17.48.15	20.17.20.A.	3
Ceti cauda Austr.	7. 5. 8.	19.35.44.A.	11.28.19.47	10.43.40 A.	2
Ceti cauda Boreal	1. 4.12.	10.24.50.A.	11.26.46.47	9.58.10.A.	3
Coronæ borealis lucida	230.39. 0.	27.45.20.B.	7. 8. 2.30	44.25.20.B.	2
Cygni rostrum.	289.39.48.	27.22.40.B.	9.27. 5.31	49. 3. 0 B.	3
Cygni pectoris antiqua	302.55.52.	39.20. 5.B.	10.20.46 40	57.10.20.B.	3
Cygni cauda	307.47.17.	44.14.52.B.	11. 1.15.12	59.57.20.B.	2
Cygni ala superior	293.56. 2.	44.26.21.B.	10.12.14.47	64.28 50 B	3
Cygni ala inferior	308.29.10.	32.51.24.B.	10.23.31.17	49.27. B.	3
Draconis lucida.	267.25.20.	51.35. 2.B.	8.23.46. 7	75. 2.10.B.	3
Geminorum Castoris caput	108.50.46.	32.30.26.B.	3.16. 1.47	10. 2.50.B	2
Pollucis caput	111.43.36.	28.43. 2.B.	3.19. 4.53	6.38.30.B	2
Geminorum pes lucidus	95. 3.32.	16.37.32.B	3. 4.51.47	6 48. 0 A.	2
Herculis caput	255.21.37.	14.46.48.B.	8.11.58. 7	37.22.15.B.	3
Herculis humerus dexter.	244.19 35.	22.11.40.B.	7.26.54.37	42.47.15.B.	3
Herculis humerus sinister	255.31.33.	25.15.48.B.	8. 10 37. 7	47.46.15.A.	3
Hydræ cor	138.12.22	7.21.30.A.	4.23. 6.37	22.25.50.A.	1
Leonis cor	148. 4.15.	13.25.16.B.	4.25.38.32	0.26.20.B.	1
Leonis cauda	175.25.34.	16.14 4.B.	5.17.26.47	12 16.20 B.	1
Leonis lucida iubæ.	150.48.47.	21.21. 0.B	4 25.18.19	8.45.40.B.	2
Leonis lucida lumborum	164.32.20.	22. 7.44.B.	5. 7 7.32	14.18.30 B.	2
Leonis suprema cervicis	149.58.52.	24.53.54.B.	4.23.19.47	11.48.40.B.	3
Leonis infima cervicis	147.47.52.	18.13.33.B.	4.23.39.17	4.50 40 B.	3
Leporis femur	78.51.30.	20.59. 0.A	2.15.29. 7	43.55.50.A.	3
Libræ lanx borealis.	225.15.26.	8.14.46.A.	7.15.12.17	8 33.30 B.	2

TABVLA

100. STELLARVM INSIGNIORVM

quarum Ascensio recta, declinatio, & longitudo, est pro Anno 1700. latitudo perpetua.

NOMINA STELLARVM.	Ascensio Recta G. M. Se.	Declina-tio. G. M. S.	Longit. SigG. M. S.	Latitudo. G. M. S.	Magni-tudo.
Libræ lanx Australis.	218.38.12.	14.45.18.A.	7.10.56.27	0.25.10.B.	2
Lyræ Lucida.	276.39.32.	38 32.16 B.	9.11. 6.27	61.47. 0.B.	1
Ophiuchi caput.	260.15.38.	12.49.22.B.	8.18.17. 7	35.56.15.B.	3
Ophiuchi manus sinistra.	239.47.37.	2.45 40.A.	7.26.11.37	17.18 20.B.	3
Ophiuchi genu sinistrum.	245.11.37.	15.16.30.A.	8. 5. 6. 7	11.29.20.B.	3
Ophiuchi humerus dexter.	262. 8.38.	4.44.40.B.	8.21.12. 7	28. 0.20.B.	3
Orionis capitis suprema.	79.41.10.	9.34.36.B.	2.19 34.47	13.25.30.A.	4
Orionis humerus dexter.	84.43. 4.	7.18.20.B	2.24.36.35	16. 6.15 A.	2
Orionis humerus sinister.	77.16.40.	6. .3 2.B.	2 16.46 47	16.52.30.A.	2
Orionis pes Rigel.	75. 2.50.	8.33.42.A.	2.12.36.57	31.10.10.A.	1
Orionis 1. Balthei.	79. 9.48.	0.31.50.A	2.18. 9.27	23.36.40.A.	2
2 Balthei.	80.12.54.	1 25.46.A.	2.19.13.42	24.34.10.A.	2
3. Balthei.	81.18.25.	2. 8.20.A.	2 20.23. 2	25 21.10.A.	2
Pegasi os.	322.27.36.	8.32.14 B.	10.27.45. 7	22. 6.20.B.	3
Pegasi crus scheat.	342.20.36.	26.28.38.B.	11.25.14. 7	31. 8.20.B.	2
Pegasi Markab.	342.28.10.	13 35 58.B.	11.19.19.37	19.24.50 B.	2
Pegasi Algenib.	359.27.25.	13.32.56.B.	11. 5. 0. 7	12.37. 0.B.	2
Persei lucidum latus.	45.32.18.	48.44.54.B.	1.27.39.55	30. 5.40.B.	2
Medusæ caput.	42.12.42.	39 46.30.B.	1.22. 5.57	22.12.40.B.	3
Piscis Australis occiput.	345.24 5.	2.42. 2.B.	11.17.12.59	7.47. B.	4
Piscium lini nexus.	26.38. 5.	1.19. 0.B.	0.25. 9.59	9. 4. 0.B.	3
Sagittarij Lucida capitis.	283. 1. 5.	21.22.48.A.	9 9 22.27	1.45.10.B.	4
Scorpij cor, Antares.	242.47.28.	25.39.54.A.	8. 5.35.27	4.26.30 A.	1
Scorpij frons Borealis.	236.58.15.	18.53.36.A.	7.28.56.57	1. 6.55.B.	2
Frontis media.	236. 4.34.	21.41.40.A.	7.28.20. 7	1.52 40.A.	3
Frons Australis.	335.18. 0.	25. 9.54.A.	7.28.45.47	5.20.40.A.	3
Serpentis Lucida colli.	232.24. 0.	7.24.36.B	7.17.50.47	25.33.50.B.	2
Tauri, Aldebara.	64.41.35.	15.52.10.B.	2. 5.35.30	5.30.50.A.	1
Tauri cornu Boreum.	76.51 18.	28.19. 2.B.	2.18.22.47	5.20.30.A.	2
Tauri cornu Australe.	79.55.20.	20.55.58.B.	2.20 15.47	2.13.30.B.	3
Tauri Boreus oculus.	62.43.36.	18.30.28.B.	2. 4 16. 0	2.36 20.A.	3
Tauri infima hyadum.	60.39.35.	14.55.38.B.	2. 1. 34. 2	5.46.20.A.	3
Tauri Pleiadum lucida.	52.27.35.	23. 9.24.B.	1.25.54.37	3 59. 0.B.	3
Virginis spica.	197.22.55.	9.33.30.B.	6.19.39.47	1.59.30.A.	2
Virginis cingulum.	190.10.22.	5. 2.54.B.	6. 7.18.47	8.40.30.B.	3
Virginis vindemiatrix.	191.52.20.	12.34.58.B.	6. 5.46.17	16.15. 8.B.	3
Vrsæ maioris Dubhe.	161.17. 5.	63.22. 2.B.	4 10.59.27	49.40.10.B.	2
Lateris Lucida.	160.52.20.	57.59. 2.B.	4.15. 7.57	45. 5.40.B.	2
Post coxæ Lucida.	174.23.34.	55.23.42.B.	4.26.14.27	47. 8.40.B.	2
Tergoris prope caudam Lucida.	180. 8. 2.	58.41.42.B.	4.26.49 57	51.37.10.B.	3
Vrsæ maioris 1. Caudæ.	190. 7.56.	57.36.58.B.	5. 4.36.27	54 17.45.B.	2
2. Caudæ.	197.55. 2.	56.30.52.B.	5.11.21.53	56.21.10.B.	2
3. In extremo Caudæ.	203.53.50	50.50.56.B.	5.22.37. 7	54.24.10.B.	2
Vrsæ minoris vltima caudæ, polaris.	9.52.10.	87.42.51.B.	2.24.26.47	65.59.50.B.	2
Vrsæ minor. lucida humeri olim cynosura.	222.39.20.	75.37.30.B.	4. 8.45. 7	72.48.40.B.	2

QVÆSTIO

QVÆSTIONES PHYSICÆ circa stellas.

QVÆSTIO PRIMA.

De natura fixarum.

Distinctionem fixarum à planetis petunt communiter Astronomi à motu, quod fixæ vniformi motu, eoque lento, in consequentia ferantur easdemque & constantes distantias obseruent, planetæ verò vario, & anomalo motu mutent subinde distantias inter se, accedant & recedant ab eclyptica, vnde erratici vocantur sed præter hanc, quæ ex motu petitur differentiam quæ sub Astronomicam considerationem cadit, quæri potest an sit aliqua inter fixas, & planetas notabilis differentia, quæ ad distinctionem specificam pertineat quia autem substantiarum differentia, ex proprietatibus & accidentibus peti debet examinandum est, an fixis aliqua conueniant, quæ planetis non sint communia.

Certum est & nequaquam in controuersiam vocandum, planetas omnes exceptô sole mutuato lumine, & reflexo splendescere. Id primò à nullo vt puto qui cæcus non fuerit in luna negari potest, cuius diuersæ phases, ita distantiæ solis sunt innexæ, vt eam ad amussin sequantur. idem in Venere, & Mercurio obseruari telescopij beneficio deprehendimus, eclypses item satellitum iouis, qui in iouis vmbram incidunt, & ita obscurantur, vt disparcant, & iouem proprio lumine carere, & ipsos satellites à sole illuminari euincunt mutatio etiam apparentiarum, & figuræ in corpore Saturni eiusque asseclis, & lumen hebes & obtusum similisque ratiocinandi ratio, sicut & in marte idem probat quare puto à nemine negari posse planetas non proprio, sed alieno lumine illuminari.

Probabilius censeo stellas fixas proprium lumen habere. Probatur quia in tanta distantia non satis à sole illuminari possent, nam plurimæ stellarum lumen habent intensius quam saturnus, licèt sub minori angulo videantur sed nisi lumen proprium haberent minus fulgere deberent, quam saturnus, cum minus à sole illuminentur ob maximam earum distantiam. si enim distantiam saturni à terra sit decupla distantiæ solis, & vt volunt plurimi distantia stellarum sit dupla distantiæ Saturni, distantia stellarum vigecupla erit distantiæ solis, ergo solis è stellis spectari diameter apparens, erit tantum vigesima pars, diametri solaris qui modo est circiter 30 minutorum, ergo sol apparebit sub angulo vnius minuti, cum dimidio; sed si fieret sol cuius diameter esset vnius minuti cum dimidio non posset ita illuminare vt lumē eius reflexum esset perceptibile. appareret enim 8000. minor, nec plus posset quam sol qui esset tantum 8000. pars huius solis quod argumentum maiorem vim obtinet in opinione Copernici, qui orbem maximum terræ dicit esse instar puncti respectu firmamenti, quare in ea opinione sol ex firmamento non videretur. Ex quo etiam concludo contra Copernicum & quæro cur sol ita paruus in centro collocetur, qui ne quidem è firmamento videatur atque adeò qui nihil, aut parum possit ad tantam distantiam operari quare optime Antonius Maria Scyrlæus in suo radio sidereo mystico asserit solem respectu fixarum esse punctum lucidum, & insufficiens ad sui speciem in firmamento ingenerandum.

Secunda Ratio ob quam stellis natiuum lumen, & proprium tribuimus est Galilæi in nuntio sydereo cuius hæc sunt verba. Adnotatione quoque dignum videtur esse discrimen inter planetarum, atque fixarum aspectus, planetæ enim globulos suos exactè rotundos, ac circinatos obiiciunt, ac veluti lonulæ quædam vndique lumine perfusæ orbiculares apparent: fixæ verò stellæ peripheria circulari nequaquam terminatæ conspiciuntur, sed veluti fulgores, quidam radios circumcirca vibrantes atque admodum scintillantes.

Ex hac differentia quæ notabilis est nullus negare potest, inter planetas sex lumine proprio carentes, & fixas distinctionem specificam quare consequenter quæri potest an inter solem, & fixas talis distinctio admittenda sit.

Probabilius est quod si stellæ fixæ in eadem distantia cum sole à terris versarentur aut sol à terris remoueretur vsque ad stellas, aut sol retenta eàdem distantia divideretur in partes, quæ sub æquali angulo spectarentur ac stellæ, nempe sub angulo aliquorum secundorum, probabilius inquam est quod sol in tali casu non magis luceret, quam modò stellæ rutilantissimus enim fixarum fulgor id suadet, qui non obstante tanta distantia oculos feriat. Secundò quia exiguus solis limbus ab eclypsi immunis licet in longum sub angulo maiori spectetur quam quælibet fixa, non tamen vincit tenebras, nec impedit quominus stellæ videantur quamvis autem Venus plus luceat, quam fixæ, cum ad lumen veneris ferè quis legere possit, nullus ad lumen stellarum, id maxime distantiæ tribuendum est, & magnitudini apparenti veneris, quæ sub longe maiori angulo videatur.

Metrodorus, Albategnius, Vitellio, Reynoldus, Blancanus, Skeinerus existimant fixas à seipsis lumen non habere; Macrobius, Iordanus, Brunus, Galilæus, Cartesius Ricciolius fixas lucere à seipsis.

QVÆSTIO SECVNDA.

De scintillatione.

Venus & Mercurius Scintillant tantisper, Mars sub obscure, Iupiter Luna & Saturnus nihil. fixæ scintillant non tamen omnes eôdem modô. nā maiora & clariora sydera magis scintillant Syrius prolixius, Arctiuus acutius, cor scorpij celeriùs quam oculus Tauri, Venus cœlo sereno, & aura perfrigida concitatissime.

Notandum autem prope horizontem flantibus ventis, maiorem esse scintillationem.

Dico primo causam scintillationis non esse visum nostrum ad longinqua titubantem ve voluit Aristoteles, Cardanus & alij, quia visio non

non ſit per extramiſſionem , qoare explicari non poteſt quid ſit illa titubatio vel mentem ſuam aperiant. ſecundo Mars , Iupiter & Saturnus magis ſcintillarent , quam venus & mercurius contra experientiam.

Dico ſecundo motum vaporum irrequietum eſſe cauſam aliquam ſcintillationis, probatur quia ſic redditur ratio , cur prope horizontem maior ſit ſcintillatio , quam in aliqua altitudine ſupra horizontem, ſecundo ſi radius ſolaris per foramen tranſmiſſus ad magnam diſtantiam excipiatur in eo notabilis animaduerteret trepidatio.

Dico tertio hanc cauſam non ſufficere ad explicandam ſcintillationem , alioquin Mars Iupiter & Saturnus ſcintillarent, non redditur etiam ratio cur nonnulla acutius , alia verò longiùs ſcintillent.

Probabile eſt etiam hanc ſcintillationem ſtellarum oriri à circumvolutione earum circa proprium axem , ex qua fit vt alias atque alias partes angulosas ad viſum obuertant hanc plurimi tenent alij addunt in ſole , & conſequenter in fixis motum ſyſtoles & diaſtoles de qoo locuti ſumus ſufficienter in dioptrica.

PROPOSITIO XXVIII.

Fixarum numerus.

Duplex poteſt eſſe quæſtio circa fixarum numerum , vel enim ſimpliciter omnes ſtellas complectitur , vel eas tantum quæ nudo , oculo , ſine vllô teleſcopio ſpectari poſſunt , & de his eſt præcipue qoæſtio , aliarum enim numeros vix iniri poteſt. In ſtellarum numero non conueniunt Aſtronomi , eo quod in iis notandis , & obſeruandis inæqualem diligentiam adhibuerint Tychobrahe 1022 recenſeet , Keplerus 1392 non computatis auſtralibus , eas in ſex claſſes ſeu magnitudines diſtribuunt prima magnitudo 15 ſibi vendicat. ſecunda 45. Keplero 58. Tertia 208. vel 218. quarta 474. vel 494. quinta 217. vel 354. ſexta 49. aut 240. nebuloſæ ſunt 14.

Conſtellationes Antiquæ ſunt 50. *Novæ* 12. *In Auſtrali Cœli parte detectæ.*

	Ptolemæo.	Keplero.
Boreales		
Aries	18.	23
Taurus	44.	52
Gemini	25.	30
Cancer	13.	17
Leo	35.	40
Virgo.	32.	41
Auſtrales.		
Libra	17.	20
Scorpius	24.	27
Arcitenens	31.	31
Capricornus	28.	28
Æquarius	45.	45
Piſces	34.	42
Boreales.		
Vrſa minor	7.	20
Vrſa maior	35.	56
Draco	31.	32
Cepheus	13.	12
Bootes	23.	29
Corona	8.	8
Hercules	28.	31
Lyra	10.	11
Cygnus	19.	28
Caſſiopeia	13.	45
Perſeus	29.	34
Auriga, Erichton	14.	27
Serpentarius	29.	56
Serpens	18.	26
Sagitta	5.	8
Aquila	15.	12
Antinoüs	0.	7
Delphin	10.	10
Equiculus	4.	4
Pegaſus	20.	24
Andromeda	23.	26
Triangulum	4.	4
Coma Berenices.	0.	15

	Ptolemæo	Keplero
Auſtrales.		
Cetus	22.	25
Orion	38.	62
Eridanus	34.	39
Lepus.	12.	13
Canis maior.	29.	29
Canis minor.	2.	5
Centaurus	37.	37
Argo nauis.	45.	53
Lupus	19.	19
Hydra	27.	33
Crater	7.	8
Coruus	7.	7
Ara, Thuribulum	7.	7
Corona auſtralis	13.	13
Piſcis auſtralis.	18.	17
Grus		13
Phœnix		15
Indus		12
Pauo		23
Apus		11
Apis muſca		4
Camæleon		10
Triangulum auſtrale		5
Piſcis volans		7
Dorade, Xiphias		7
Tocan, Anſer		8
Hydrus		21

Via lactea eſt congeries ſtellarum , hæ ope tubi optici facile deteguntur ſunt autem in aliis etiam locis quæ nudo oculo non apparent.

ASTRO

ASTRONOMIÆ
LIBER SEXTVS.
De tribus superioribus Planetis Saturno, Ioue, & Marte.

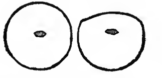
PLANETAS à voce Græca πλανάω dictos esse notum est omnibus, non quod sine lege, & ordine huc, illucque vagentur, habent enim suis Periodos certis terminis, & finibus definitas; sed quòd non easdem inter se, aut cum fixis distantias observent. Numerus planetarum septenario comprehenditur, quibus addi possunt tres, aut quatuor Iouis satellites, & duo Saturni asseclæ. Duo præcipui, & maxime conspicui sunt, Sol & Luna, qui communiter luminaria nuncupantur; cæteri quinque simpliciter planetarum nomen habent. Superiores Sole sunt tres, Saturnus cuius character falcem seu littera H indicat. Iupiter cuius character Z, ZEVS enim Iouem significat. Mars clypeo & sagitta insignitur. Horum motus toto hoc libro, explicabimus. Sequentem librum sibi Venus, & Mercurius vendicabunt.

QVÆSTIONES PHYSICÆ circa septem planetas.

QVÆSTIO PRIMA.

Figura Planetarum.

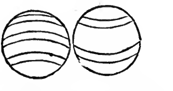
SVperius Planetis omoibus lumen proptium, & innatum negavimns, solumque à Sole mutuatum concessimus, ex quo eorum natota, vt Lunari persimilis innotescit. neque aliud peculiare occurrit, quod addamus. Seqoitur, vt de eorum figuta dicamus, quam huc sæculo, ope tobi optici vatiam deteximus, atque vt à Matte ducamus ioitium. Affirmat Keplerus libro 6 Epitomes, Mattem in accessu ad quadratum cum Sole, & tetris factum propiotem, videri pene



dichotomnm, & gibbum: quod etiam in Ioue, ac Satorno accidete, vt pore à Sole illuminatis censet, nullam tamen profert observationem à se, aut ab alio factam. hanc coniecturam non puto convincentem, neque enim sufficit, ad hoc vt planeta dichotomus appareat, vt solem aspiciat aspectu quadratu, sed prætetea tequiritur, vt infra illum existat; si enim planeta supra Solem moveatur, nunquam dichotomus præcise appatebit. gibbus igitur aliquantulum erit, non tamen si distantia Solis, non habeat convenientem rationem ad planetæ distantiam. vt in Saturno.

Franciscus Fontana in suis observationibus ait anno 1636 à se visum mattem cum macula nigta in medio, quam etiam alij vmbonem, & montem crediderunt ipse vero cavitatem.

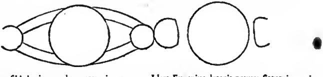
Anno 1638 visus est Mars gibbus, erat antem circa 19 arcitenentis, & Sol circa principium Vitginis: quare distantia à Sole erat grad. 109, anno 1640 Mayj 23, observatus est gibbus, sed



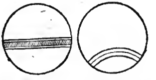
sine macula inter aspectum trinum, & quadratum: visus item est cum duabus aliis maculis, vnde suspicio nata est primò martem suos habere satellites; secundo circa suum axem circumvolui.

P. Ioannes Zupus Societatis nostræ, Franciscus Fontana P. P. Battolus, Ricciolius, Franciscus Grimaldus, spectarunt Iouis discum fasciis nonnullis

nonnullis diſtinctum, aliquando tribus, aliàs duabus, nonnunquam vnicâ. obſervavit præſertim P. Grimaldus huiuſmodi faſcias parallelas eſſe Eclypticæ; ex quibus obſervationibus colligunt nonnulli librationem aliquam in Ioue, aut vertiginem, quæ tales faſcias, aut nobis eripe-



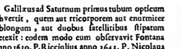
ret, aut opticè ſibi invicem admoveret; ita vt aut ex tribus vna fieret, aut duas in averſum



hemiſphærium transferret, colligunt item aſperitatem corporis, cuius nonnullæ partes lumen non remittant, neque aliud vt puto ex his faſciis colligi poteſt.

SATVRNI FIGVRA.

Galilæus ad Saturnum primus tubum opticum obvertit, quem aut tricorporem aut enormiter oblongum, aut duobus ſatellitibus ſtipatum detexit: eodem modo eum obſervavit Fontana anno 1630. P. Ricciolius anno 1643. P. Nicolaus Zuchius, & inter cæteros accuratiſſime Chriſtianus Vgenius qui ea de re librum conſcripſit. obſervavit igitur anno 1655. martij 25. tubo duodecim pedum, Saturnum brachiis in lineam rectam extenſis, & circa extremitates paulo la-



tioribus; ſub finem eiuſdem anni eum rotundum, ſine vllis brachiis ſpectavit, linea tamen obſcuriore, medium diſcum pervadente. paulo poſt brachia renaſci viſa ſunt, quæ ſenſim maiora evaſerunt donec tandem in anſas verterentur.

Vt his obſervationibus ſatisfaciat, hypotheſin hanc excogitat: vult Saturnum cingi annulo plano, æquatori terreſtri parallelo, cuius conſequenter axis, ſit parallelus axi terræ, & ad magnum orbem inclinetur, gradibus 23.30. qualis eſt declinatio maxima orbis annui.

Cum igitur terra in orbe annuo circumferatur vt vult ipſe oblique, vt plurimum hunc annulum ſpectamus, ſed obliquitate diverſâ; ideoque nonnunquam exilis, aliquando latior appareat. aliquando tandem ita oblique ſpectetur, vt vix appareat, ſed evaneſcat rotundumque Saturnum relinquat. hæc hypotheſis non exhibet omnes figuras quas alij in Saturno detexerunt, nempe duo illi aſſeclæ aut omnino ſeparari, aut etiam coniuncti quos hic refero. ſcio ab eo huiuſmodi obſervationes vt ſpurias reiici, iure, an iniuria ſubſequentia tempora manifeſtabunt.

Idem Eugenius detexit novum Saturni comitem qui intra dies 16 minus ſcrupulis 47 vnicam circumvolutionem abſolvat. Pater Rheyta ſex ſtellulas circa eundem non ſemel notavit de quibus tamen nonnulli dubitant, fuiſſe fixas quæ tunc circa Saturnum inventæ ſunt; ſuſpicionem movet inconſtantia illius phænomeni.

DE JOVIS SATELLITIBVS.

Jovis Satellites ſunt aliquæ ſtellulæ circa Iovem aſſidua circumvolutione delatæ à Galilæo Florentino primùm detectæ, & quas in gratiam Hetruriæ ducis Medicæa ſydera nuncupavit.

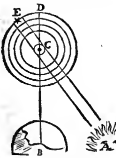
Circa numerum horum ſatellitum, tres tantum primò detexit Galilæus nunquam plures quam quatuor. At Schyrlæus præter hos quatuor alios quinque magis diſſitos obſervavit, quos Galilæum fugiſſe exiſtimat eò quòd eius Teleſcopium vnico obtutu, eos ſimul cum Iove comprehendere non potuerit. quia tamen hos quinque Schyrlæi novos ſatellites multi in controverſiam vocant, de quatuor tantum dicemus aliquid. Primò moventur hi ſatellites in circulis circa Jovem, tanquam circa centrum, feruntur que in parte ſuperiori in conſequentia, in inferiori in antecedentia iuxta leges ordinarias Epicyclorum, hi Epicycli non nullam ad Eclypticam inclinationem habent, nam in ſuperiori parte, ſeu dum moventur in conſequentia apparent Jove auſtraliores, in inferiori verò parte, in qua moventur contra ſeriem ſignorum apparent Jove borealiores.

Non moventur in eodem circulo, ſed allj ſunt aliis Jovi propiores quod ex maximis digreſſionibus fit manifeſtum, ita vt qui propior eſt in maxima digreſſione in quâ ſit Jove orientalior, aut occidentalior ab eo abſit tribus Jovis diametris, ſecundus quinque. Tertius oct. quartus 14.

Secundò circa coniunctionem vtramque ſive apogæam ſive perigæam, ob nimium Jovis fulgorem non apparent Tertio ab vmbra Jovis patiuntur Eclypſin. hæc vmbra longius digreditur à linea ductâ à centro terræ per centrum Jovis, quæ dici poſſet linea Apogæi nunquam tamen digreditur vltra octavum gradum cum enim diſtantia Solis A à terra B ſit tantum ſexta pars diſtantiæ Jovis C. angulus A C B cui reſpondet ad verticem D C E erit graduum 8. aut 9. ad ſummum.

Præter ordinarias occultationes quas patiuntur in coniunctionibus cum Jove, & deliteſcunt ſub eius radiis, alias occultationes patiuntur, ab vmbra

vmbra nempe Jovis in eos incidente. non tamen longe à coniunctione ob rationem allatam, peritam à diſtantia vtriuſque ſydetis nempe Solia & Jovis à terra.



Periodi horum ſatellitum ſunt diverſæ, menſurari debent non à ſtationibus, eò quòd diutius in eodem puncto bæreant, ſed à coniunctione obſetvsndo tempus quô in radios Jovia incidunt, & tempus quô ex radiis emergunt, ſi hoc tempus biſariam dividatur, babebitur coniunctio ſatellitis cum Iove

Primus ſeu Jovi ptoximns abſolnir periodum intra diem vnum hor. 18 min. 28. 30.

Secundus periodum abſolnir dieb. 3.13.18. 0
Tertius dieb. 7. 3.56.34
Qusrtus dieb.16.19. 9.15

Satellires	Dinrnus Gr. min. Sec.	Horarius gr. mi. Sec.
1	203. 25. 0	8. 28. 0
2	101. 17. 22	4. 11. 0
3	50. 14. 57	2. 5. 37
4	21. 29. 4	0. 53. 43

Norandnm tamen Eclypſes horum ſatellitum vix bene obſervari, niſi quod occultstiones fiant maiores ſoliro, neque enim vr oſtendi vmbra vnquam ita digreditur à linea apogæi, vt poſt occultationem factam ſub radiis iovialibus appareat ſatelles, & rurſus immergatur vmbræ. Præter admirabilitatem illam vſum duplicem habere poſſunt hi Jovis ſatellites. Primus ſit ad cognoſcendam Jovis à terra diſtantiam hoc modo. ex ſuppoſitione quod conſtitutus ſit perfecte eorum motus. ſupponatur facilitatis cauſa tempus quo Jupiter diſtat à ſole quadrante interpro, hoc eſt quo angulus A B C rectus eſt, obſervetur tempus, quô coniungitur cum Jove in parte ſuperiori, quod vt fiat debet primò obſervari tempus quô coniungitur Jovi inferne, obſervando ſcilicet tempus primæ occultationis & emerſionis, & dividendo totum tempus per medium, habebitur coniunctio perigæa, & quia ſupponitur cognita tota periodus habebitur tempus coniunctionis apogæ. Obſervetur tempus quô idem ſatelles emergit ex vmbra in puncto E, tempus interiectum dabit numerum graduum, ſeu arcum D E, hoc eſt angulum DCE, cui ad verticem reſpondet angulus A C B. in triangulo igitur ABC, cognoſcuntur tres anguli, & latus A B, diſtantia Solis à terra; ergo trigonometrice non latebit linea B C diſtantia Jovis à terra. hæc praxis locum habet, etiamſi angulus A B C non eſſet rectus, modò ſciatur eius quantitas.

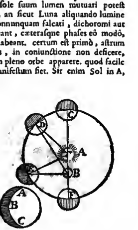
Secundus vſus horum ſatellitum poſſet eſſe in Geographia ad determinandas locorum longitudines, ſi enim duo in obſervando periti, hanc provinciam ſuſciperent, vnuſque ſingulis diebus in eodem loco ſuæ habitationis notaret horam, quâ ſinguli ſatellites ex vmbra Jovis erumperent, & alter qui diverſas regiones peragraret horam item notaret, quâ iidem ex vmbra emergerent, differentia horarum in gradus & minuta converſa differentiam meridianorum exhiberet, æque infallibiliter, ac Eclypſis Lunæ: eô tamen emolumentô quòd Eclypſes Lunæ non plures tribus eodem anno ſpectari poſſint, horum ſatellitum Eclypſes intra annum 480. accidant.

Neque tamen propterea ſoluitur illa inſignia quæſtio in ordine ad nauticam, eò quòd hæ obſervationes longiori teleſcopio factæ, ſint in Mari ob continuam navium fluctuationem prorſus impoſſibiles.

QVÆSTIO SECVNDA.

An planeta ſuperiores corniculati, dichotomi, aut gibbi apparere poſſint.

Cum vix vlli modò ſit dubium, planetas etiam ſuperiores à ſole ſuum lumen mutuari poteſt eſſe quæſtio, an ſicut Luna aliquando lumine deficiant, nonnunquam falcati, dichotomi aut gibbi appareant, cæteraſque phaſes eô modô, quô Luna habeant. certum eſt primò, aſtrum Sole ſuperius, in coniunctione non deficere, ſed etiam tum pleno orbe apparere. quod facile in figura manifeſtum fiet. Sit enim Sol in A,



terra in B orbis cuiuſcumque planetæ C D E, terram vtique ambiens ſit planeta in C in coniunctione cum Sole, quia lineæ coniungentes centrum planetæ cum Sole & terra coincidunt hemiſphærium ex terra viſum, & à Sole illuminatum congruunt atque adeo pleno orbe fulgebit planeta. At verò cum erit planeta in D, cum lineæ AD, BD, angulum comprehendent,

eodem angulo differet hemisphærium illuminatum, ab hemisphærio viso, & quò maior erit angulus A D B, eò maior erit differentia, nempe magis deficiet à pleno orbe. crescet igitur ille defectus vsque ad quadraturam in puncto E, rursusque minuetur donec in coniunctione denuo pleno orbe fulgeat. quæritur ergo maximus ille defectus seu angulus AEB loquamur primo de Marte: cum distantia AB Solis à terra sit fere media pars radij orbis. hoc est angulus AEB est graduum 41. nempe æqualis maximæ prostaphæresi orbis. eòdem igitur modò deficiet Mars à pleno orbe, seu gibbus apparebit, quo Luna dum distat gradibus 41 à plenilunio. id est die 11 vel 12 eò ferè modò quò in hac figura ABC spectatur.

In Jove autem quia distantia Solis à terra subtendit angulum 11 graduum defectus ille minor erit, quam qui in Luna spectatur vno die ante plenilunium, qui non est alicuius momenti. nempe quantus est sinus versus 11 graduum, quare vix animadvertetur.

In Saturno denique 6. ad summum gradus obtinebit, hoc est in quadraturis non fulgebit pleno orbe, tantumque à pleno deficiet quantum Luna dum distat à plenilunio 12 horis, quod certe via bene animadvertitur.

PROPOSITIO I.

Problema.

Locum planetæ in cælo observare.

Cum motus omnes secundi seu proprij planetarum, circa polos zodiaci peragantur, melius assignari, aut determinari non poterunt eorum loca, quam si eorum longitudines & latitudines inquiramus: quia tamen facilius observamus declinationes & ascensiones rectas, ideo ab illis auspicari debemus. Declinatio ex observatione altitudinis meridianæ nota fiet. ascensio recta ex ascensione recta alicuius stellæ innotescet facilè, omnibus iis modis quibus ex ascensione recta vnius stellæ, reliquarum omnium ascensiones rectas elicuimus. modus facillimus erit per transitum planetæ sub meridiano, si enim penduli oscillationibus metiamur tempus inter transitum stellæ notæ ascensionis rectæ, sub meridiano, & transitum planetæ, hoc tempus in gradus, & minuta conversum exhibet differentiam inter ascensionem rectam, planetæ & ascensionem rectam stellæ. cæteri modi peti possunt ex superiori libro.

PROPOSITIO II.

Theorema.

De motu planetarum superiorum in longitudinem.

Planetæ omnes duplicem motum habent, primum cæteris omnibus syderibus communem, quò ab ortu in occasum circa polos mundi intra spatium 24 horarum circumvoluuntur. Alterum proprium, quò circa polos zodiaci ab occasu in ortum feruntur, qui proprie motus in longitudinem dicitur. Solis motus vnicam haber inæqualitatem, quam per excentricum apposite & conformiter observatis explicuimus. Lunæ motus in longitudinem vnica inæqualitate explicari non potuit, nec vllam hypothesin simplicem hactenus excogitarunt Astronomi, quæ id præstaret. Motus trium superiorum planetarum in multis Lunarem æmulatur, duasque inæqualitates admittit, vnam solutam, & quæ ad solem nullum habet respectum, quamque primam Lunæ anomaliam vocavimus, aliam verò cum sole connexam & consequenter quæ in singulis coniunctionibus, & oppositionibus Lunæ cum Sole absolveretur.

Idem in planetarum superiorum motu observare licet, in quo duæ inæqualitates necessariò distinguendæ sunt, soluta altera, & à sole omnino independens, alia verò cum sole connexa, & quæ consequenter in singulis oppositionibus & coniunctionibus planetæ cum sole absoluatur.

Sicut enim primam Lunæ inæqualitatem concludimus, eò quòd menses Lunares tam periodici, quam synodici inæquales essent, ita etiam revolutiones planetæ, sive ab eodem puncto zodiaci, sive ab eadem stella sumantur, quæ mensibus periodicis Lunæ respondent, sunt inæquales quò ad durationem hoc est non æquali tempore absoluuntur. Sed aliæ sunt longiores, aliæ breviores, vnde mediæ inter extremas constituuntur, ab vno zodiaci puncto ad idem Martem reverti intra vnum annum Ægyptium & dies 321. seu intra dies 686.

Jovem intra annos Ægyptios 11. & dies 315.
Saturnum intra annos Ægyptios 29. dies 16.

Observatum etiam est intra tempus vnius revolutionis periodicæ motum planetæ semel velocissimum esse, semel tardissimum, etiam comparando tantum loca oppositionum inter se, hoc est nullam habendo rationem illius irregularitatis, quæ ab oppositione ad coniunctionem & à coniunctione ad oppositionem intervenit.

Est differentia inter Lunarem motum, & motum superiorum planetarum, quòd Lunæ revolutio periodica brevior sit synodica. nam cum motus Lunæ sit velocior motu solis, dum in aliquo puncto zodiaci cum Sole coniungitur ipsa præcedit, & revertitur ad idem punctum zodiaci post 27 dies, & intra duos alios dies solem assequitur. At verò superiores planetæ Sole sunt tardiores, vnde eos Sol sæpius assequitur inter vnam periodum. nempe vigesies novies cum Saturno coniungitur, & vigesies novies opponitur. cum Jove vndecies aut duodecies opponitur, & coniungitur, cum Marte bis intra vnam revolutionem periodicam horum planetarum, nempe semel intra annum, quare etiamsi vnica tantum in motu eorum planetarum daretur inæqualitas tamen essent istæ revolutiones synodicæ, nam positâ simplici prima inæqualitate, sequitur quòd partes zodiaci inæquali tempore percurrantur, à planeta; quare si planeta intra 6 menses percurrat tria signa præcise, Sol vbi 6 mensibus motus fuerit adhuc supererunt illi tria signa percurrenda vt opponatur planetæ, quod si velocius motus sit planeta, & plura quam tria signa percurrat, plures etiam restabunt Soli percurrenda, vt illi opponatur. quare inæqualitas periodorum

ab oppositione ad coniunctionem, & à coniunctione ad oppositionem pertinet ad primam inæqualitatem; se immiscet etiam inæqualitas motus Solis.

Si mediæ spectentur revolutiones synodicæ, Sol digressus.

A Saturno ad eum regreditur	intra dies 378
Ad Jovem regreditur	intra dies 399
Ad Martem	intra dies 780

Mercurius & Venus Soli nunquam opponuntur, sed illi coniunguntur & supra ipsum & infra. à coniunctione veneris superiori ad aliam eiusdem speciei requiruntur dies 584. & Mercurio 116.

Præter hanc primam inæqualitem aliam item patiuntur, quæ cum Sole connexa est, nam circa coniunctionem cum Sole velocissime procedunt in Zodiaco. circa oppositionem non tantum tardissime moventur sed plusquam tardissime cum retrocedant, & in quadraturis vt ita dicam fiant stationarij, nempe in spatiis intermediis inter oppositionem & coniunctionem Idem in venere & Mercurio notare licet, nam circa coniunctionem Apogæam velocissime moventur, circa perigæam regrediuntur, in mediis distantiis fiunt stationarij. dicuntur planetæ directi cum moventur velocissime, retrogradi dum feruntur in antecedentia, & stationarij dum hærent in eodem gradu zodiaci.

Hæ proprietates eidem zodiaci puncto non sunt alligatæ, sed coniunctionem cum sole sequuntur, ideoque ad secundam inæqualitatem pertinent, quare in eodem gradu zodiaci planeta directus erit, si soli in eo gradu coniungatur, retrogradus si opponatur, stationarius si inter oppositionem & coniunctionem inveniatur.

Regressus planetæ semper minor est progressu. hoc est quando directus est, & progreditur secundum successionem signorum, procedit celerius, quàm dum regreditur in anteriora feratur. Ratio clara est, quia hic regressus oritur à secunda inæqualitate, quæ contraria est motui planetæ ordinario, seu primæ inæqualitatis. regreditur ergo secundum excessum, vnius motus supra alium, at vero dum est directus secunda inæqualitas adiuvat motum planetæ, ideoque debet habere motum vtrique æqualitati debitum atque adeo directio superat regressum motu primæ inæqualitatis bis sumpto. directa progressio Saturni est dierum 244 statio 8 regressus 1; . Jovis progressio dierum 284, statio 4. regressio 119. progressio directa Martis est dierum 705. statio 2. regressio 75 directa progressio veneris dierum 542. statio 1. regressio 42. Mercurij directio 93 statio 12. horarum regressus 22.

Saturnus fit stationarius dum à Sole distat gr. circiter 105.

Iupiter fit stationarius dum à Sole distat grad. 120.

Mars fit stationarius dum à sole distat gr.	
Venus	gr. circiter 48
Mercurius	gr. circiter 27

Secunda inæqualitas absoluitur ab oppositione, ad coniunctionem, aut à coniunctione ad oppositionem, quamvis in oppositione planeta sit directus in oppositione retrogradus sensus autem est quod si à secunda inæqualitate abstrahas, motumque medium planetæ, prout exigit prima anomalia, convenienti prostaphæresi corrigas in oppositionibus, & coniunctionibus locus supputatus, cum cœlo conveniet.

Observatum item est in coniunctionibus superiorum planetarum, eorum diametrum apparentem minui ideoque videri remotiores, in oppositionibus augeri, non tamen in omnibus æqualiter. Alia multa accidentia & proprietates motuum planetarum dicentur inferius dum occurrent.

PROPOSITIO III.

Theorema.

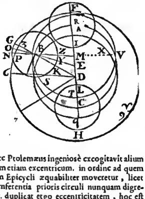
Hypothesis Ptolemaica Saturni Iovis & Martis explicatur.

Ptolemæus & alij post ipsum Astronomi ad Copernicum vsque, primam Saturni, Jovis, & Martis inæqualitatem per eccentricum explicare conati sunt, cuius Apogæum lento motu in consequentia feratur, eô ferè modô quô in Sole explicuimus. motus autem Apogæi adeò lentus est, vt eidem parti reali cœli affixum videatur, & vnà cum stellis fixis procedere quamvis recentiores Astronomi discrimen aliquod inter fixarum motum & Apogæi planetarum observent.

Æqualitatem secundam per Epicyclum saluat, ideoque motus centri Epicycli in eccentrici peripheria erit motus primæ inæqualitatis, seu primæ anomaliæ motus autem planetæ in Epicyclo, est motus secundæ inæqualitatis, cui affixa sunt superius recensita accidentia, nam oppositio planetæ fiet in perigæo Epicycli, & cum in parte inferiori Epicyclus in antecedentia feratur fiet retrogradus planeta, moto Epicycli superante motum centri per eccentricum, in coniunctione motus Epicycli, motum centri in eccentrico adiuvabit, ideoque bene explicabitur directio planetæ, quæ directio superabit regressum, vt patet: accident autem stationes in iis partibus in quibus motus Epicycli incipiet esse in antecedentia, & esse æqualis motui centri in consequentia.

Hæc & alia similia facile intelligerentur, si observationes huic hypothesi omnino quadrarent Sed Ptolemæus animadvertit ex collatione plurimarum observationum primam inæqualitatem per simplicem eccentricum explicatam non convenire observatis, quare aliquid illi addere coactus est in quo multis visus est peccare graviter in leges fundamentales Astronomiæ. Est enim receptum apud Astronomos motos syderum æquabiles esse in propriis circulis, & apparenter tantum inæquales esse, eò quòd oculus eos spectaret ex alieno centro: & consequenter prostaphæresis omnis optica tantum esset, non realis & physica. hoc est quamvis planeta æqualiter in suo circulo moveatur, apparebit arcus inæquales temporibus æqualibus peragrare sed Ptolemæus voluit vt centrum Epicycli temporibus æqualibus inæquales arcus in eccentrico perficeret vere & realiter, aliumque circulum æquantem excogitavit, respectu cuius centrum Epicycli æquabiliter moveretur, quamvis in eo non moveretur. quod

quomodo ſe habeat figura ſatis indicabit. Ponatur ergo ſimplex eccentricus ABC. cuius centrum ſit E, terræ cenrrum D, eccentriciras D E, Apogæum A, perigæum C, ceottum epicycli moverur per circumferentiam ABC,interea dum planeta in Epicyclo movetur ſuperne in conſequentia, infetne in antecedentia, ea lege vt in coniunctiunibus cum Sole plaueta ſemper inveniatur in Apogæo Epicycli, vt in F, G, H, in oppoſitionibus ſit ſemper in perigæo. hoc eſt in punctis I, K, L, ſi nihil aliud adderetur huie hypotheſi facilis eſſer, ſed deficeret ab obſervatis:quare Ptolemæus ingenioſè excogitavit alium circulum etiam excentricum. in ordine ad quem centrum Epicycli æquabiliter moveretur, licet à circumferentia prioris circuli nunquam digrederetur. duplicat ergo eccentricitatem, hoc eſt aſſumit lineam EM, æqualem eccentricitati DE, & ex puncto M deſcribit alium eccentticum, RST æqualem priori,quē vocat æquantem,in eo circulo linea MBN tranſiens & ferens centrum Epicycli B,movetur æquabiliter, hoc eſt temporibus æqualibus æquales arcus percurrit,ſi enim æqualibus temporibus æquales arcus pereurrerit in ſuo eccenttico movebitur centrum Epicycli. nempe circa Apogæum lentius procedet, & ſub finem ſeu prope perigæum celetius feretur.



Ducatur enim linea M V perpendicularis ad A C, erit R V quadrans, & conſequenter arcus A X minor quadrante, interea dum linea deferens centrum Epicycli movererur per quadrantem R V, cenrrum Epicycli percurreret tantùm arcum A X minorem quadranre; dum autem percurrit alium quadrantem V T, centrum Epicycli percurret arcum X C in eccenttico maiorem quadrante, ſed ſupponitur momotus reſpectu æquantis eſſe æquabilis, hoc eſt æquali tempore percurri quadrantes R V, V T, ergo temporibus æqualibus percurruntur in eccentrico arcus inæquales A X, X C. & hoc non tantum optice, & ſecundum apparentiam, ſed vere & realiter.

Hæc Hypotheſis ſubminiſtrat aliquas partes ſequentibus terminis explicandas.

Ecceotricus ſeu deferens eſt A B C X. per euius circumferentiam voluitur eentrom Epicycli in couſequentia; hic circulus abſolutè dicitur eccentricus, ſeu deferens quamvis æquans ſit etiam eccentricus.

Æqnans eſt circulus R S T V, eccentticus & ipſe. vnde centrum terræ erit punctum D.

Linea abſidum ſeu Apogæi tam deferentis, quàm æquantis eſt linea CEAR.

Apogæum deferentis punctum A. Apogæum æquantis punctum R.

Perigæum deferentis punctum C. Perigæum æquantis punctum T.

Apogæum verum Epicycli eſt punctum G, quem linea DBG indicat in peripheria Epicycli perigæum verum Epicycli erit punctum K.

Apogæum medium Epicyeli eſt punctum N indicatum in periphæria Epicycli à linea M B ducta à centro M æquantis. perigæum medium Epicycli erit punctum Z, in eadem linea.

Punctum O quem indicat linea ducta à centro deferentis E vocatur ponctum concavitatis.

Linea medij motus centri Epicycli eſt lioea D6, parallela lineæ MB ductæ à centro æquantis M. nam motus æquabilis ſumitur reſpectu æquantis, & puoctum 6 io zodiaco erit medius locus centri Epicycli.

Lioea veri motûs centri Epicycli eſt linea DB, ex centro mundi D, per centrum Epicycli ducta. & punctum 3 in zodiaco erit verus locus.

Anomalia media eccenrrici aut centri Epicycli erit arcus æqnatoris RV, vel ſi eam ſumere velis in zodiaco erit arcus F 6 priori ſimilis ob parallelas M N, 6 D. numeratur autem ſemper ab apogæo.

Anomalia vera eccentrici, hoc eſt centri Epicycli.ſeu coæquata, eſt diſtantia vera ab apogæo. ſeu eſt arcus F3.

Longirudo media centri eſt arcus zodiaci ab initio arietis ad punctum 6 medij motus, computatus in conſequentia.

Longirudo vera centri eſt arcus zodiaci computatus ab initio arietis, in conſequentia vſque ad locum centri, nempe punctum 3.

Æquatio totalis eccentrici, eſt angulus DBM, æqualis arcui 3 D 6 differentia inter verum & medium locum.

Hæc æquatio coaleſcit ex duabus partibus,ſeu duobus angulis EBM,qui dicitur æquatio phyſica. eſt enim differentia inter motum cenrri in eceeuttico, & motom lineæ MB in æquante. dicitur phyſica, quia vere & phyſice centrum Epicycli movetur inæqualiter in eccenttico, & non tantum apparenrer. Angulus DBE dicitur æquatio optica. quia eſt differentia loci centri Epicycli in zodiaco, reſpectu oculi exiſtentis in E, centro eccentrici vel exiſtentis in D centro zodiaci.

Anomalia orbis, ſeo Epicycli, media, ſeu argumeotum medium, aut motus medius planetæ in Epicyclo, eſt arcus N5 computatus, in conſeqoentia ab apogæo medio N, vſque ad planetam, qui ſupponitur eſſe in puncto 5.

Anomalia veta orbis eſt arcus G5 computatus in conſequentia ab apogæo vero G, vſque ad planetam qui ſupponitur eſſe in puncto 5.

Æquatio orbis eſt angulus 6D3. differentia inter punctum 3 locum centri verum, & punctum 6 locum verum planetæ.

Longitudo vera planeta eſt locus eius verus 6 computatus ab ariete.

Locus apogæi eccentrici eſt eius diſtantia ab ariete.

Jam indicavimus ſuprà centrum Epicycli B deferri in conſequentia,per circumferentiam eccentrici A B C X, ſecundum tempus quô ſinguli planetæ

planetæ vnam revolutionem absolvunt, ita vt linea M B, ex æquantis centro M ducta, æqualibus temporibus, æquales arcus in æquante absolvat, & ideo in proprio eccentrico centrum eccentrici inæquales arcus temporibus æqualibus perficiat.

Sequuntur item alij motus minus præcipui, nempe sumpto puncto O concavitatis pro termino quasi immobili, Apogæorum orbis medio N & vero G, recedunt hæc Apogæa à puncto O, prout prostaphæreses MBE, physica; & D B E, Optica augentur, aut minuuntur, ita vt Apogæum medium orbis N seu Epicycli, tunc maxime distet à puncto O, quando linea M B fuerit perpendicularis ad lineam apsidum MF, hoc est quando anomalia fuerit graduum præcise 90. & tunc æquatio physica MBE. maxima est. Apogæum autem verum G, tunc maxime distat à puncto O concavitatis quando linea D B, fuerit perpendicularis ad lineam apsidum; hoc est quando centrum B, fuerit in eccentrici mediis distantiis ab Apogæo eccentrici, aut paulo post.

Quare dicendum est Apogæum medium orbis sensim removeri à puncto concavitatis in consequentia, quando Anomalia incipit donec ad quadrantem peveniat tunc incipit moveri in antecedentia respectu puncti concavitatis, ad quod accedit, donec in perigæo cum illo concurrat, & dum anomalia transivit perigæum eccentrici, tunc Apogæum medium, adhuc movetur in antecedentia donec anomalia fuerit 270. tunc enim rursus accedit ad punctum concavitatis, per motum in consequentia donec cum illo concurrat in linea apsidum.

Contrarium motum habet Apogæum orbis verum G, vbi concurrit cum puncto concavitatis in linea apsidum; recedit ab eo, in antecedentia, donec perveniatur ad eccentrici gradum 90. & vltra aliquot gradibus. tunc enim incipit Apogæum verum G ferri in consequentia, & accedere ad punctum concavitatis, donec cum illo concurrat in perigæo C. continuat tamen suum motum in consequentia donec ad mediam distantiam perveniatur, vbi rursus fertur in antecedentia. donec concurrat cum puncto concavitatis O, in Apogæo A.

Apogæum autem orbis medium N, & verum G, ab invicem maxime recedunt, quando prostaphæresis totalis MBD est maxima, quod accidit circa medias distantias in eccentrico sumptas.

Superiùs recensita accidentia consequuntur motum centri Epicycli in consequentia secundum peripheriam eccentrici, sequentia sunt propria motûs planetæ in Epicyclo.

Movetur planeta in Epicyclo superne in consequentia, inferiùs in antecedentia, ea lege vt in mediis coniunctionibus planetæ cum Sole planeta sit in Apogæo vero sui Epicycli, seu in puncto G, & in oppositionibus mediis, versetur in perigæo vero K. In reliquis vero temporibus tantum in Epicyclo planeta distat ab Apogæo vero G, quantum Sol à coniunctione media recessit in Zodiaco. aut potiùs tanta sit in Epicyclo distantia planetæ ab Apogæo vero G, quanta est distantia Solis à loco vero centri Epicycli, seu puncto 5. vt si linea medij motûs Solis, sit D7.& planeta in puncto 5. arcus 37, & G 5 sint similes. ideóque lineæ B5, D 7 sunt semper parallelæ, atque hic est consensus mirabilis motûs Solis, cum motu planetæ, qui in hac hypothesi accidentaria tantum connexione explicatur. vt ostendam suô locô. est igitur coniunctio media planetæ cum Sole, cum linea medij motûs Solis transit, per centrum Epicycli.

Quare vt habeas in Epicyclo distantiam planetæ ab Apogæo vero, subtrahe locum verum centri Epicycli, ex loco medio Solis. vt si locus medius Solis fuerit in puncto 7. atque adeo eius motus 9F7, aufer ab eo arcu, locum verum centri Epicycli nempe 9F5 restabit arcus 57. cui arcus G 5 distantia planetæ ab Apogæo, seu argumentum verum orbis, aut anomalia vera orbis similis est.

Si desideras anomaliam mediam, ex loco medio Solis 9F7, aufert motum medium centri Epicycli nempe 9F6, restabit arcus 6 7, cui arcus N5, argumentum medium, seu distantia planetæ ab Apogæo medio N similis est. cùm enim lineæ D 6, M N, item D 7, B 5 sint parallelæ, anguli NB5, 6D7 æquales & consequenter arcus N 5, 6 7. similes erunt.

Sequitur ex eo, cum linea MBN medij motûs centri Epicycli, & linea D 7 medij motûs Solis, quibus lineæ B5, D 6 sunt parallelæ, moveantur æqualiter, planeta 5 temporibus æqualibus recedet æqualiter ab Apogæo medio N, & consequenter inæqualiter ab Apogæo vero G. contra quàm opinati sunt nonnulli.

Sequitur ex his planetam citiùs absoluere suum Epicyclum, absolute loquendo quando Apogæum medium N, movetur in consequentia quod accidit in primo & quarto quadrante Anomaliæ, cum enim planeta æqualiter ab Apogæo medio N recedat si Apogæum medium feratur etiam in consequentia accelerat motum planetæ. qui citius absolvet suum Epicyclum, non quod citius redeat ad Apogæum medium, sed citius redeat vel ad punctum concavitatis O, vel ad Apogæum verum G.

PROPOSITIO IV.

Theorema,

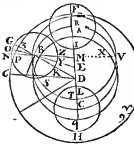
Consensus huius hypothesis cum observatis.

Cùm in omnibus mediis coniunctionibus, & oppositionibus, planeta inveniatur in linea D B; in eodem loco vero, in quo centrum Epicycli B; perinde est, ac si esset in centro B, atque adeò absolvitur, & cessat in coniunctionibus, & oppositionibus, tota illa irregularitas secunda. si autem esset in centro B, cum moveatur per deferentem eccentricum; existentibus in centro mundi D, temporibus æqualibus, inæquales arcus videbitur percurrere, & aliquando tardissimus circa Apogæum A velox circa perigæum C. & bis intra vnam revolutionem periodicam evanescet omnis prostaphæresis. Denique eadem fere accident intra vnam revolutionem quæ circa annuum Solis motum suprà explicuimus. sola differentia est penes æquantem, de qua dicam adhuc aliquid.

Quòd pertinet ad secundam inæqualitatem; planeta percurrens superiorē Epicycli partem GON, & centrum Epicycli moventur secundum ordinē

 signorum,

ſignorum, quare duplici motu moveri videbitur planeta, in Zodiaco, nempe motu centri B, & motu proprio in Epicyclo: planeta autem percurrir ſuperiorem Epicycli partem prope coniunctionem cum cum Sole, ergo tunc movebitur celerrimè quod eum phænomenis conſentit.



Secundò quando planeta inferiorem partem Epicycli decurrit, movetur motu proprio contra ordinem ſignorum, motus autem centri B eſt ſecundum ordinem ſignorum; ergo motus planetæ in Epicyclo, contrarius eſt motui centri, & eum retardat quod ſi motus planetæ in Epicyclo, maior ſit abſolute, motu centri, elidetur omnino motus in conſequentia, & planeta retrogredietur. dixi abſolute, hoc eſt non ſolum in numero graduum Epicycli, & eccentrici, ſed omnimodo, huc autem accidit ſuperioribus planetis; etiam Veneri & Mercurio. quare retrogreſſio erit ſecundum exceſſum motûs planetæ in Epicyclo; ſupra motum centri, in quibus motibus dimentiendis debet etiam haberi ratio ſemidiametrorum tam Epicycli, quam eccentrici.

Vnde retrogradus erit planeta in oppoſitione. quod re vera accidit. quia autem nec motus planetæ in Epicyclo idem ſemper eſt, cum nutatio Apogæi medij eum nonnunquam incіter, aliquando retardet, nec etiam motus centri in eccentrico idem ſemper eſt, ideo retrogradationes eiuſdem planetæ erunt inæquales.

Vides item retrogradationem minorem eſſe, progreſſione directâ. quia illa ſumitur penes exceſſum vnius motûs ſupra alium; hæc autem ex coniunctione vtriúſque motûs.

Quando verò motus contra ſucceſſionem ſignorum in Epicyclo, erit æqualis, motui centri in conſequentia, fiet ſtatio. cum etiam motus planetæ in parte ſuperiori Epicycli erit ſub finem fiet æqualis motui centri.

Inæqualitas vtriúſque motûs facit vt revolutiones integræ Solis ad planetam ſint inæquales. item vt progreſſiones directæ etiam evadant inæquales.

Revolutiones etiam planetæ ad idem punctum Zodiaci, per ſecundam inæqualitatem fiunt multò magis inæquales, quam ferat ſola prima inæqualitas. Secluſo enim motu planetæ in Epicyclo, ea tantum inæqualitatem haberent quam ab eccentrico participarent, cum autem planeta per Epicyclũ alternis vicibus modò antecedat, modò ſequatur centrum Epicycli, retardabit, aliquando has revolutiones, aut breviores reddet.

Diſtantiæ item planetæ à terra variantur, tam propter eccentricum quàm propter Epicyclum, ratione Epicycli, in coniunctionibus cæteris paribus planeta remotior eſt à terra, in oppoſitionibus proximior. ratione eccentrici in Apogæo A remotior erit, in perigæo B, vicinior. maxime vero removebitur ſi vtrúmque Apogæum tam eccentrici quam Epicycli concurrant. nempe quando coniunctio fiet in Apogæo eccentrici. erit terræ proximus dum fiet oppoſitio in perigæo C. ex variatione diſtantiæ variantur diametri apparentes, quæ conſideratio cum phænomenis conſentit, præcipue vero in Marte animadvertitur, cuius diameter apparens mirum in modum augetur in oppoſitionibus.

PROPOSITIO V.

Theorema.

In quo deficiat Hypotheſis Ptolemaica circa motus Saturni, Iouis & Martis.

Copernicus, Tycho, Longomontanus aliique non pauci, invehuntur in biſſectionem illam eccentricitatis, propter quam centri Epicycli motus non tantum apparenter, ſed etiam realiter inæqualis exurgit. quod vt iam dixi videtur principium totius Aſtronomiæ fundamentale penitus convellere.

Scio quidem ideo Ptolemæum biſſectionem illam eccentricitatis invexiſſe, vt maiores haberet proſtaphæreſes circa Apogæum, & minores prope perigæum, animadvertit enim collatis locis planetæ, ex ſupputatione collectis cum locis obſervatis, proſtaphæreſes eſſe nimis paruas prope Apogæum, & nimis magnas prope perigæum, ſi ſimpliciter retentâ eccentricitate totâ M D, ex puncto M eccentricum deſcriberet RSTV, in quo moveretur planeta. alium voluit eccentricum adhibere, cuius Apogæum non ita eſſet remotum atque adeo anguli proſtaphæreſeon in eius circumferentia A B terminati eſſent maiores, quam ſi terminarentur in circumferentia remotiori R S. circa perigæum haberet proſtaphæreſes minores vt pote terminatas in circumferentia remotiori B C, quam ſi terminarentur in viciniori ST. quod quidem bene concipio, ſed non video quare hanc eccentricitatem retinuerit MD, & non vſus ſit ſimpliciter alio eccentrico ABC. in quo proſtaphæreſes prope perigæum minores eſſent, & prope Apogæum maiores. dicendum igitur eſt quod ſi eccentricitatem minuiſſet, etiam & prope Apogæum proſtaphæreſes decreviſſent, quare coactus fuit, & eandem ſervare eccentricitatem MD tanquam baſin proſtaphæreſeon, & circulum eccentricum deſcribere, cuius Apogæum vicinius eſſet, & perigæum remotius.

Tychobrahe hanc hypotheſin arguit, quod initium ſecundæ inæqualitatis, ducat à coniunctione, & oppoſitione media, & anomaliam orbis inveſtiget adhibendo motum Solis medium, cum debuiſſet adhibere verum, & incipere à media id enim conformius eſt obſervatis, & multo minor fiet error, ſi initium huius ſecundæ anomaliæ ducatur à vera oppoſitione & coniunctione in quibus ſcilicet evaneſcit.

Tertiò

Tertiò etiam adhibitô vero motu Solis, ad investigationem anomaliæ orbis, hæc tamen hypothesis à vero, & ab observationibus abluder, præsertim in Marte, neque sufficieoter per bissectionem eccentricitatis, satis minuuntur prostaphæteses prope Apogæum, nec augentur prope perigæum, præter alia in quibus deficit.

Denique id quod in hac & similibus hypothesibus reprehenditur est, quod eum inter motum horum planetarum, & motum Solis sit tanta connexio, vt tota inæqualitas secunda ab eo pendeat; nulla tamen instituitur dependentia motûs planetæ à motu Solis. Instituitur enim motus planetæ in Epicyclo omniuo similis motui Soli, vt constanter eius periodi absolnantur in côniunctionibus & oppositionibus mediis, aut veris, & quamvis ob inæqualitatem motûs Solaris, & inæqualitatem motûs centri Epicycli in eccentrico, inæquales sint Solis reditus ad planetam, vult tamen vt motus planetæ in eccentrico ita attemperetur, vt semper in coniunctionibus occupet Apogæû, in oppositionibus perigæum Epicycli; neque tamen vlla animadvertitur dependentia vnius motûs ab alio neque vlla connexio. atque hoc incouveniens vitavit Copernicus, qui hanc secundum inæqualitatem motui telluris tribuit, vultque Opticam esse, vt postea dicam; vitavit item Tychobtahe, qui simpliciter eam in Solis motum refundit.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

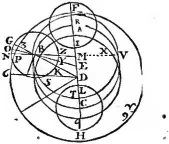
Modus supputandi loca superiorum planetarum secundum hypothesin Ptolemaicam.

Primò ad supputationem loci planerarum superiorum, soppi nuntut quædam cognita. Sopponitur primo medius motus cognitus, qui facile potest innotescere per observationes longô temporis intervallô inter se dissitas. Secundò sopponitur eccentricitas cognita, in partibus radij Epicycli, hæc eccentticitas cognoscetur per triplicem observationem oppositionum eô modô quo diximus in Sole. Supponitur item cognitus radius Epicycli: quæ omnia in hac hypotheli invenientur eâdem methodo, quâ in sequenti eadem inquiremus. Supponitur item datus motus Apogæi eccentrici, & locus eius. Supponitur item constituta aliqua Epocha. his suppositis.

Ad tempus propositum supputetur medius motus centri Epicycli, ille motos medius intelligitur in æquante, est enim æquabilis. ab eo motu medio si auferatur loeos Apogæi, restabit anomalia media nempe arcus R 2 sumptus in æquante. quare angulus A M B notus erit, sicut & BMC.

In triangulo MBE, datô angulô BME, radiô eccentrici B E, & linea E M dimidia scilicèt eccentricitate, per Trigonometriam innotescet angulus MBE, prostaphæresis physica. immò facilioris calculi gratia ad singulos anomaliæ mediæ gradus constitui potest tabula huiusmodi prostaphæreseon physicarum. Innotescet item angulus BEM, & consequenter angulus BED.

In triangulo BED datô angulô BED, dimidià eccentricitate ED & radio eccentrici BE, cognoscetur per Trigonometriam angulus DBE prostaphæresis Optica. cognoscetur item B D, distantia centri Epicycli a centro mundi. datur igitur totalis prostaphæresis DBM, seu arcus 3,6. Hæc addita vel subtracta à motu medio qui numeratus in Zodiaco exhibebat punctum 6 dabit in Zodiaco punctum 3 pro loco vero centri Epicycli.



Quære ad tempus datum Solis motum medium, qui supponatur esse in puncto 7, seu esse 9F7, aufer ab eo motum verum centri, seu 9F3 restabit arcus 37. cui similis est arcus G5 anomalia vera, nempe supputata ab Apogæo vero G Epicycli, cognoscitur ergo angulus GB5, & consequenter angulus 5BD.

In trigono igitur B5D, datâ distantiâ B D; & radio Epicycli B 5 vna cum angulo 5BD, innotescit Trigonometricè angulus 5DB prostaphæresis orbis, quæ addita vel subtracta a loco centri vero. exhibet punctum 6 in Zodiaco, locum verum planetæ.

Minui potest labor qui necessarius est, ad solutionem tot triangulorum ope tabularum. potest enim fieri tabula ad singulos anomaliæ eccentrici gradus, quæ exhibeat & prostaphæresin totalem DBM, & distantiam B D. deinde alia tabula pro singulis anomaliæ orbis gradibus, quæ prostaphæreses exhibeat, & cum distantia D B maxima est, seu quando centrum Epicycli est in Apogæo eccentrici, & quando minima est, seu quando centrum Epicycli est in perigæo eccentrici, in cæteris distantiis per partem proportionalem procedatur.

PROPOSITIO VII.

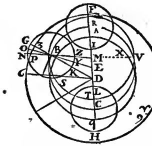
Theorema.

Hypothesis Ellyptica.

Hæc Ptolemaica Hypothesis viam aperuit, novæ hypothesi Ellypticæ quam Kepletus, Bullialdos, Comes de Pagan, & Dominus Cassini promoverunt, & ad calculos revocare conati sunt. nam cum Ptolemæus, vt motum centri Epicycli, hoc est primam illam superiorum planetarum anomaliam. observationibus accommodaret, æquantem admittere coactus est in ordine ad

quem

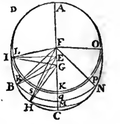
quem motus centri Epicycli moveretur, æquabiliter & in proprio eccentrico inæquabiliter moveretur, vt nempe maiores haberet prostaphæreses circa Apogæum, & circa perigæum minores, id se consequi facilius crediderunt, si pro eccentrico Ellypsim ponerent, quæ hoc etiam haberet, vt motus medius planetæ, seu centri Epicycli non esset æquabilis in superficie Ellypsis, sed circa eius vnum focum perageretur, & æquantem propterea admitteret, qui esset mensura motus medij.



Facile probare possem æquivalentiam harum hypothesium; & quod Ellyptica melius id totum perficiat, quod per æquantem intendit Ptolemæus. id autem maxime suadetur quod in superiori figura hi duo circuli eccentrici, nempe proprie dictus eccentricus, & æquans figuram Ellypticam exhibeant, quibus si ex centro terræ D, alius eccentricus scilicet ςqV describatur, formatur ex his circulis idea Ellypsis alicuius, melius item quam hæc Ptolemaica id consequitur, vt circa Apogæum maiores euadant prostaphæreses, & circa perigæum minores; vt in decursu patebit.

Duobus ergo verbis totam hanc hypothesin Ellypticam comprehendo. Movetur planeta, aut saltem centrum Epicycli, in circumferentia Ellypsis ita tamen; vt motus eius medius, peragatur circa Ellypsis vnum focum æquabiliter, & temporibus æqualibus fiant anguli æquales. motus autem verus peragatur circa alium focum, in quo nempe collocatur terra, in opinione communi, vel Sol in opinione Copernicana: hæc est totius huius hypothesis compendium Explicatur ea prima illa anomalia, quam Ptolemæus simplici eccentrico explicare non potuit, & ad quam perficiendam opus habuit æquantem advocare quamvis autem motus Solis simplici eccentrico satis bene salvetur, sicut & prima Lunæ inæqualitas, iis tamen optime Ellypsis congruit, meliúsque cum observationibus convenit, quam simplex eccentricus.

Proponatur igitur Ellypsis ABCO, cuius centrū E, maior semidiameter AE, minor IE sint foci seu puncta comparationis F & G, ita vt FG eorum distantia repræsentet eccentricitatem, vt dicemus postea, sintque radij I F, I G, Ellypsin describentes, & simul æquales toti maiori diametro AC. puncta I & O, ea sunt in quibus radij I P, IG, maximum angulum comprehendunt: suntque radij æquales inter se in aliis vero punctis Ellypsis, sunt inæquales. hi duo radij quo magis ad puncta A & C accedunt, eo minorem angulum comprehendunt, donec in punctis A, &



C in vnam lineam coalescant, & evanescat ille angulus, qui ab his radiis in circumferentia Ellypsis comprehenditur. vt angulus F H G minor est angulo F I G. eruet igitur bi anguli FIG, FHG prostaphæreses, & motus medius circa vnum focum verbi gratia punctum F, peragetur, & motus verus circa punctum G, ita vt si ponatur astrum in puncto I, angulus AFI sit anomalia, angulus AGI, sit distantia vera ab Apogæo seu locus verus planetæ ab Apogæo numeratus, & cum angulus externus A F I, duobus internis oppositis FGI, FIG sit æqualis, erit FIG differentia inter angulum AFI, medij motûs, & AGI angulum veri motûs.

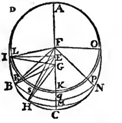
Quare secundùm hanc hypothesin, linea AC, est linea apsidum punctum A, Apogæum C perigæum punctum F centrum æquantis, si quæramus analogiam cum præcedenti hypothesi; atque adeo F erit centrum medij motus. punctum E, erit centrum eccentrici, punctum G, locus terræ. angulus F I E, erit physica æquatio, angulus EIG Optica æquatio; ex quibus duabus coalescet totalis æquatio, seu prostaphæresis FIG. hac tamen distinctione deinceps opus non erit, sicut neque distinctione mediæ, & veræ anomaliæ. nam in superiori præcipue hypothesi eccentrici, divisâ bifariam eccentricitate totali GF, in puncto E. angulus AFI, erat angulus mediæ anomaliæ, à quo in primo quadrante subtrahenda erat prostaphæresis Physica FIE, vt fieret FEI, anomalia vera, à qua item subtrahenda, erat Optica prostaphæresis EIG vt haberetur verus locus aut angulus planetæ nempe AGI numeratus scilicet ab Apogæo.

Posita erga terra in G, si planeta moveatur in circumferentia Ellypsis AICO. erit A G, maxima distantia G C minima, G I media distantia, æqualis scilicet maiori semidiametro AE, est autem AE, media Arithmetice inter A G, & G C. Si ergo Sol verbi gratiâ fuerit in A, erit in maxima distantia à terra G, & prout procedet ab Apogæo A, ad perigæum C, decrescet eius distantia, est enim DG quæ ducta non est minor quam GA, GI mediocris distantia, quando nempe erit in perpendiculari EI, per centrum Ellypsis E, transeunte.

Diligenter autem notandum est lineas DG, DF, simul æquales maiori diametro A C, sicut G I, IF; GH, HF. ideóque si de vna distantia loquamur verbi gratiâ HG linea FH vocetur eius complementum, ad maiorem diametrum pariter I F

erit

erit complementum, ex quibus liquet, dato vno radio verbi gratia HG, dari consequenter alium HF. in qua proprietate Ellypsis fundantur praxes à Domino Comite de Pagan assignatæ.



Ex aliis hypothesibus facile constitui possunt mensuræ omnes, hypotheseos Ellypticæ. Supponatur tantum cognita maxima prostaphæresis Solis FIG, graduum 2. min. 3. eritque dimidia FIE, grad. 1. min. 1. sec. 30. quod si FE, sit sinus illius anguli, nempe 180000. FI radius 10000000. est autem IF, æqualis maiori semidiametro EA, & tota diameter maior AC erit 20000000. & tota eccentricitas FG, erit 360000 minor diameter IE, erit sinus angoli IFE, graduum 88. 52. seu complementi. Eritque mediocris distantia Solis à terra partium 10000000. seu GI maxima 10180000. minima GC, 19820000 Comes de Pagan has distantias ad Leucas revocat. ponit autem in mediocri distantia Solem à terra distare Leucis 2000000. quo posito sequuntur alij numeri, nempe eccentricitatem esse Leucarum 72000, maximam distantiam 2036000. minimam 1964000, Leucarum se habet ergo eccentricitas ad maximam semidiametrum Ellypsis vt 36 ad 1000. & ad minimos numeros vt 9 ad 250.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Motus Planetæ in Ellypsi.

Simplicem Theoriam Ellypticam, explico in hac propositione, qualem in Sole admittunt, qui Ellypses invehunt. Supponatur ergo Ellypsis AICO, qualem supra descripsimus in ea maior diameter AC, est linea apsidum, distantia focorum, seu eccentricitas GF. F focus superior quem faciemus centrum medij motus, seu mediæ anomaliæ. nempe minutorum 59. 8 secundorum A Apogæum Solis, remotissimum scilicet à terra quam in puncto G constituimus cum ergo punctum F supponatur centrum medij motûs; circa quod nempe æqualibus temporibus mutantur æqualiter anguli medij motus, ex F vt centro describatur circulus AK. qui sit mensura horum angulorum, hic circulus æquantis rationem habet. quare in partes æquales divisus intelligatur, & à radio aliquo percurri æquabiliter, seu temporibus æqualibus, æquales arcus, vt si radius FA productus circa punctum F, circumvolvatur æquabiliter, & interea dum percurrit arcum AL in æquante, Sol interea recedat à centro F, percurratque lineam rectam LI, sic motus eius in circumferentia Ellypsis, ex duobus componetur ex circulari, & æquabili circa centrum F, & motu recto, quo ab Apogæo ad perigæum à centro F recedet, ita vt dum radius percurret arcum AL, Sol recedet ex L, in I, & dum radius feretur ex L, in R, Sol motu recto peragrabit in radio segmentum RI, & hoc semper vsque ad perigæum à perigæo autem ad Apogæum eadem segmenta radij rursus remetietur, & radium decurtabit.

Notandum tamen obiter quotiescumque eccentricitas seu focorum distantia, non habet proportionem, seu rationem valde sensibilem cum, semidiametro maiori Ellypsis, vt in Theoria Solari in qua linea EF, est sinus gradus vnius, & duorum ad summum minutorum, & semidiameter IF, æqualis radio; quod Ellypsis quæ describeretur, sensibiliter coincidet cum eccentrico descripto ex puncto E, tanquam centro intervallo EA. ideóque in tali casu hæc Theoria Ellyptica, non coincidet quidem cum communi eccentrici; sed cum Ptolemaica superius relata, aut saltem non multum ab ea differret. nisi quod eccentricus qui ex puncto E describitur in Ptolemaica, fiat æqualis æquatori, in hac verò fiat paulò maior, habeatque pro radio lineam EA, maiorem linea FA ideóque nisi Comes de Pagan facilem reddidisset hanc hypothesin Ellypticam, putarem æquivalenter idem præstare descripto intervallo EA, pro Ellypsi. & vbi deficient praxes Ellypticæ, puto circulares assumi posse. sed videamus praxes Ellypticas pro vt proponuntur ab eo authore.

PROPOSITIO IX.

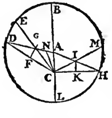
Problema.

Datâ maiori Ellypsis diametro, distantiâ focorum, & anomalia, locum planetæ verum in Ellypsi invenire.

Hæc propositio continet egregium Comitis de Pagan inventum, quo hanc Ellypticam Theoriam summe facilitat. Supponuntur autem aliqua, nempe data maior diameter Ellypsis, quæ sit æqualis lineæ AB. sit etiam data distantia focorum nempe AC, sit etiam data anomalia media, nempe BAD, seu distantia ab Apogæo, sit igitur, punctum A focus superior circa quem vniformiter peragitur motus anomaliæ mediæ, Ex puncto A vt centro intervallo maioris, diametri Ellypsis Solaris, describatur circulus BED, eruntque lineæ AB, AE, & reliquæ æquales maiori diametro Ellypsis. ducatur linea DC. quæ dividatur bifariàm in F, tum ducatur perpendicularis FG. secans radium AD in puncto G, dico punctum G esse locum verum Planetæ in Ellypsi, & angulum ECB, anomaliam æquatam, seu locum verum Planetæ computatum, & angulum AGC prostaphæresio.

Demonstra

Demonstratio. In triangulis DFG, GFC, cum lineæ DF, FC sint æquales anguli F recti, & FG latus commune (*per* 4. 1.) erunt D G, G C æquales, & addita communi GA, erunt GA, GC, æquales lineæ AD seu maiori diametro Ellypsis; ergo AG, CG sunt radij Ellypsis, æquales scilicet maiori eius diametro; secundum proprietatem Ellypsis, ergo si supponatur planeta motus esse in circumferentia Ellypsis, eo modo quo explicuimus supra, cum radius anomaliæ erit AD, planeta erit in G, eritque angulus GCB, eius vera distantia ab Apogæo B, & cum angulus externus GAB duobus internis GCA, CGA sit æqualis, erit AGC differentia, quæ in hoc primo semicirculo subtractiva est.



Eodem modo si datetur anomalia media BDH, numerata ab Apogæo, in eo circulo, potest autem numerari in omni circulo cuius centrum sit A, ducatur pariter A H, & H C quæ dividatur bifariam in K, ducatúrque perpendicularis, & iungatur C I ostendam pariter lineas C I, I H æquales esse, & consequenter C I, A I, æquales esse maiori diametro Ellypsis, & radios eius esse. atque adeo planetam esse in puncto I, & eius locum vsque ad Apogæum esse angulum BCM, & prostaphæresin CIA additivam esse.

Datâ Geometrica inventione loci planetæ, facile ad numeros & calculos totam hanc methodum revocaremus.nam primo in triangulo ADC, datur A D æqualis maximæ Ellypsis diametro, datur & A C focorum distantia, datur & angulus DAB, seu D A C, ergo non latebit angulus ADC, æqualis dimidiæ prostaphæresis, est enim æqualis angulo GCF, cum lineæ G C, G D sint æquales.

Quare per Trigonometriam vulgarem, fiat aggregatum ex A D & A C, & differentia eorum, habetur autem aggregatum angulorum ACD, & ADC, cum hi duo anguli simul æquales sint anomaliæ BAD. fiat ergo vt aggregatum ex maiori diametro A D, & distantia focorum, ad eorum differentiam, ita tangens semissis aggregati angulorum ad basin seu semissis anomaliæ, ad tangentem semidifferentiæ hæc autem semidifferentia, est semissis anomaliæ veræ. dividatur enim anomalia vera GCA bifariam linea N C. erit semissis aggregati angulus NCD, cuius differentia ab angulo minore GCF, seu D, est angulus NCG semissis anomaliæ veræ.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Vt maxima sideris distantia, ad minimam ita tangens semissis anomaliæ mediæ, ad tangentem semidifferentiæ, quæ subtracta à semisse anomaliæ media relinquit dimidiam prostaphæresin.

Vidimus in superiori sub finem ita esse aggregatum, semidiametri maioris AD, & distantiæ focorum A C, ad eorum differentiam vt tangens semiaoomaliæ mediæ, ad tangentem semianomaliæ veræ. Sed vt aggregatum ex diametro AD, & distantia focorum ad eorum differentiam, ita aggregatum ex semidiametro, & semidistantia focorum, seu maxima planetæ distantia, ad differentiam eorum seu ad minimam distantiam eiusdem planetæ: ergo vt maxima planetæ distantia, ad minimam distantiam, ita tangens semissis anomaliæ mediæ ad tangentem semissis anomaliæ veræ. cum ergo vt supra vidimus maxima Solis distantia sit 2036000. minima 1964000. igitur ad faciendam regulam proportionum, multiplicanda esset minima distantia per tangentem semissis anomaliæ mediæ, & productus dividendus per maximam distantiam, & quotiens esset tangens semissis anomaliæ veræ. vel per logarithmos. addendus esset logarithmus minimæ distantiæ, logarithmo tangentis semissis anomaliæ mediæ, & ex summa subtrahendus logarithmus maximæ distantiæ, & quia logarithmus vltimus maior est, sufficiet subtrahere excessum logarithmi maximæ distantiæ supra logarithmum minimæ. est autem logarithmus maximæ distantiæ 6. 3087778. & logarithmus minimæ 6. 2931415. Excessus erit 0. 0156363. qui si subtrahatur continuò ex logarithmo tangentis semissis anomaliæ mediæ, dabitur logarithmus tangentis semissis anomaliæ veræ, quæ subtracta ex media exhibet prostaphæresin. Eôdem modo in reliquis planetis operaberis nempe in Saturno subtrahes logarithmum 0049 5050. ex tangente semissis anomaliæ mediæ, Pro Iove 0041 9156. Pro Marte 0080 7084. Pro Venere 0006 0096. Pro Mercurio 0185 5756. Pro Luna 0037 9113. qui sunt excessus logarithmorum maximæ & minimæ distantiæ, eorum planetarum, in Ellypsi sua.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Vt sinus Prostaphæresis ad sinum anomaliæ ita distantia focorum ad distantiam Planetæ.

Cognitâ Prostaphæresi, seu angulo AGC, & supposita distantia focorum A C. facile distantiam planetæ, pro quolibet gradu anomaliæ inveniemus. nam ex prima 3. Trigonometriæ, ita est sinus anguli AGC, ad sinum anguli G A C seu anomaliæ, vt distantia focorum

eorum A C ad distantiam C G, Per logarithmos idem habere potes, si nempe logarithmos distantiæ focorum continue addas, logarithmo sinûs anomaliæ mediæ, & ex summa subtrahas logarithmum distantiæ focorum.

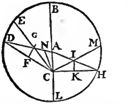
Notandum autem in reliquis Planetis excepto Sole, qui præter Ellypsin pro eccentrico substitutam, habent Epicyclum, intelligi superiores propositiones de loco centri Epicycli: quod fertur per circumferentiam Ellypsis.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Datô loco Apogæi, & loco Solis vero inuenire distantiam focorum, prostaphæresin, distantiam Solis à terra.

Hæc propositio est conversa superioris. Supponitur cognitus locus Apogæi. Et ex observatione cognosci verum locum Solis. ostendo methodum investigandi distantiam focorum, seu quam rationem habeat ad diametrum maiorem Ellypsis. Sit enim Sol in puncto G, suæ Ellypsis supponitur cognitus seu observatus eius verus



locus, nempe distantia vera ab Ariete, & quia supponitur cognitus locus Apogæi dabitur Solis anomalia vera, nempe angulus GCB. Supponitur item tempus datum, ergo ex mediis motibus iam constitutis distantia media ab Apogæo nempe angulus G A B differentia inter angulos GAB. GC A est prostaphæresis AGC dupla anguli G C F, qui consequenter dabitur & additus angulo ACG anomaliæ veræ, dat angulum totalem DCA, & consequenter in triangulo ACD, omnes anguli cognoscuntur. Supponitur & linea A D, æqualis diametro maiori Ellypsis, quæ ad libitum assumitur, ergo non latebit linea AC quæ quærebatur. & cum supra probaverimus, huius lineæ A C dimidium comparatum cum maiori semidiametro Ellypsis esse sinum semiprostaphæresis maximæ, haberi poterit prostaphæresis maxima. tota huius problematis, difficultas, in duobus consistit nempe vt habeatur locus Apogæi, & tempus quo Sol in Apogæo versatur Ponit P. Ricciolius eccentricitatem esse 3480. & semidiametrum 100000. Comes de Pagan ponit 3600 ad 100000 seu 72000 ad 2000000.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Datâ Solis diametro apparenti in maxima, minima, & mediocri distantia, inuenire eccentricitatem.

Hæc propositio potius examinat eccentricitatem iam inventam quam eam de novo inveniat. vidimus quidem supra communem hypothesin, non ita bene convenire, cum apparentibus Solis diametris, atque hæc est vna ratio propter quam bissecatur eccentricitas, aut potiùs invehitur Ellyptica hypothesis, vt nempe satis magnæ habeantur prostaphæreses, non sit tamen tanta inter diametros differentia methodus autem ita habet: supponatur in media distantia Solis semidiametrum fuisse min. 15. 46. in maxima distantia min. 15. 30. in minima distantia fuerit min. 16. 4.

Si ponatur mediocris distantia 100000. sitque semidiameter Solis secundorum 946. Si eadem fixa semidiameter servetur dicaturque si 930. erat diameter in partibus sinus totius 1000000. Si ponatur diameter Solis eadem 946. dabit distantiam maximam 101720, & minimam 98135. si minor à maiori subtrahatur vt in hac hypothesi fieri debet fiet eccentricitas 3588. quod cum hac hypothesi satis bene congruit. in hypothesi eccentrici cum differentia inter maximam & minimam distantiam sit dupla eccentricitatis concluderetur tantum eccentricitas 1799 iusto minor, & quæ non prostaphæreses convenientes efficeret.

PROPOSITIO XIV.

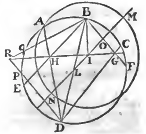
Theorema.

Quid restet inquirendum circa Ellypticam Theoriam.

Quamvis constitutô semel Apogæo Solis, & eccentricitate aut etiam eccentricitata seu distantia focorum. non cognita sed data tantum maxima prostaphæresi, immo data ad quemcúmque anomaliæ mediæ gradum prostaphæresi, difficile non sit cætera cognoscere, hoc est componere tabulas prostaphæreseon, præcipuum tamen restat in hac hypothesi, nempe vt ex observationibus eliciatur locus Apogæi, & eccentricitas seu focorum distantia, vi huius præcise hypothesis, seu in hac hypothesi. Si enim hypothesis eccentrica simplex, non satisfacit observationibus, locus Apogæi vi ratiocinij in tali hypothesi factæ exactus non erit, neque eccentricitas legitima, nec consequenter maxima æquatio. vnde cum assumentur hæc omnia, & hypothesi eccentrici aptabuntur, falsam exhibebunt hypothesin. quare opus esset vt immediate ex

tribus, aut quatuor obſervationibus, nulla aliâ adhibita hypotheſi immediate, eliceretur diſtantia focorum Ellypſis huius, & locus Apogæi. quod hactenus à nullo præſtitum fuit quamvis id multi tentarunt. probabile autem eſt quod ſi talis proferretur methodus exactiorem locum Apogæorum, & eccentricitates præciſiores exhiberet. Dominus quidem Caſſinus, vt in doctorum diario vidimus aliquid huiuſmodi pollicetur, protulitque aliquam praxin ſine vlla demonſtratione, quam tamen ſe brevi editurum dicit cum inventa fuerit, examinari poterunt, & ad eandem revocari, quæcúmque per eccentricum explicantur.

Ita autem in diario doctorum proponitur eius methodus ſit L centrum terræ circa quod deſcribatur circulus concentricus ABCP, vt in eo diſponantur quoteúmque vera loca planetæ, ſintque hæc loca ABCP, diſpoſita ſecundum verum locum in quo obſervatus eſt planeta, hoc eſt ſelecto ad libitum puncto A ibi collocetur locus planetæ primo obſervatus,tû numeratis tot gr.ex A in B,quot ſunt inter locû planetæ primo obſervatum, & ſecundo obſervatum, & hoc ſecundum verum motum, ſeu obſervatum, ponatur in B, locus ſecundæ obſervationis, idem fiat in C & P, & aliis ſi plures quam tres aut quatuor eſſent factæ obſervationes. Sic enim bene diſpoſita erunt loca planetæ, reſpectu puncti L foci ſcilicet inferioris, ita vt ſi ducerentur lineæ ad punctum L, illæ comprehenderent angulos æquales veris motibus. Ex quocúmque ex iis locis vt B, ducatur diameter B L D, & cum puncto oppoſito D, coniungantur cætera obſervationum puncta ductis lineis A D, CD, PD, video quidem in puncto D fieri angulos, qui ſint dimidij verorum motuum, inter obſervationes contentorum. Tum ex puncto D numeretur arcus D E medij motus, correſpondentis tempori inter primam, & ſecundam obſervationem intercepti ducatúrque linea BE, ſecans lineam AD in puncto H. ex eodem D abſcindatur alius arcus DF medij motus correſpondentis tempori inter ſecundam obſervationem B & tertiam C, ductâque linea B F notetur punctum interſectionis G. denique ex eodem D numeretur arcus D q, correſpondens medio motui debito inter P & B ducaturque BqR, ſecans lineam D P productam in puncto R. ducatur linea RHG. ſi bene operarus es puncta R, H, G ſunt in eadem linea recta. ducatur BI perpendicularis ad RHG, dicit punctum I eſſe centrum Ellypſis factâque I O æqualis lineæ L I, punctum O eſſe alium focum & angulum BLM eſſe diſtantiam Apogæi, à puncto B & lineam LOM eſſe lineam apſidum.ma...ta debenr demonſtrari in hac propoſitione; nempe aſſignari debet maior ſemidiameter Ellypſis. videtur autem velle ſemidiametrum eſſe æqualem ſemidiametro prioris concentrici, ſeu LB.



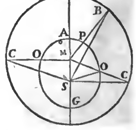
Secundò ,deſcriptâ Ellypſi ductiſque lineis LB, LA, L P, L C vſque ad circumferentiam Ellypſis, ea erunt loca planetæ in ſingulis obſervationibus.Oſtendere debet, quod ductæ ex puncto O lineæ, ad ea puncta circumferentiæ Ellypſis, comprehendent angulos mediorum motuum, correſpondentes ſcilicet intervallo temporis inter obſervationes,vel æquales arcubus acceptis nempe DE, Dq, DF.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Proſthaphæreſes in hypotheſi Ellyptica dupla ſunt proſthaphæreſeon, hypotheſis eccentricæ, eandem eccentricitatem habentis, & radium æqualem diametro Ellypſeos.

Proponatur Ellypſis AOG, circa cuius focum M. peragatur motus medius, ſitque punctum S, alter focus, centrum ſcilicet motûs apparentis. Ex puncto M, vt centro deſcribatur eccentricus BC. in quo ſupponatur fieri motus planetæ, ſeu planetam decurrere & ferri in circumferentia B C. dico poſito eodem motu medio, in vtraque hypotheſi, proſthaphæreſes ſeu differentias,in hypotheſi Ellyptica eſſe ſemper duplas proſthaphæreſeon eccentricæ hypotheſis.



Ponatur enim aliquo tempore motus eſſe planeta motu æquabili, cui reſpondeat angulus CMB in hypotheſi Ellyptica, motus apparens, reſpondens tali motui medio, erit angulus OSP, & in eccentrico erit angulus C S B. & cum in triangulo OSM, angulus externus OMA,duobus internis ſit æqualis erit angulus MOS, differentia inter AMO angulum medij motûs, & M S O angulum apparentis motus Ellyptici. pariter angulus MPS, erit differentia inter angulum AMP motûs medij & MSP apparentis motûs Ellyptici.

Pariter angulus MCS, eſt differentia inter angulum

gulum C M A medij motûs, & angulum C S A apparentis motus in eccentrico.

Sed iam ostendimus supra lineas CO, OS. esse æquales. & (*per 5 1.*) angulos C & O S C æquales esse, & consequenter angulum M O S, duplum esse anguli C. sicut angulus MPS dupla est anguli B quare differentiæ seu prostaphæreses in Ellyptica hypothesi duplæ sunt.

COROLLARIVM.

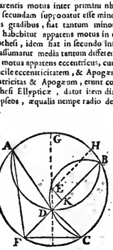
Motûs apparens in eccentrico, medius proportionalis est inter motum medium, & motum apparentem Ellypticum. ergo datis duobus quibuscúmque invenietur tertius.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Datis tribus observationibus: Invenire eccentricitatem, & Apogæum in hypothesi Ellyptica.

Hæc propositio est Gregorij Abtedonensis:cui etiam aliquid addemus. Supponuntur datæ tres observationes eiusdem planetæ, cuius præcognitus supponitur motus medius. disponantur hæc tria planetæ loca, in eccentrico, secundum motum medium, sintque loca A, B, C pro ratione temporis, inter observationes, sciatur item angulus apparentis motus inter primam observationem & secundam supponatur esse minor medio duobus gradibus, fiat tantum minor vno gradu, & habebitur apparens motus in eccentrica hypothesi, idem fiat in secundo intervallo, ita vt assumatur media tantum differentia sic habebitur motus apparens eccentricus, cum quo invenies facile eccentricitatem, & Apogæum, & hæc eccentricitas & Apogæum, erunt communia hypothesi Ellypticæ, datur item diameter huius Ellypseos, æqualis nempe radio descripti eccentrici.



Si Geometrice operari velis supra lineam AB, describe segmentum circuli capiens angulum æqualem motui apparenti eccentrico, inter primam & secundam observationem, idem fiat supra lineam BC, & punctum D, in quo concurrent erit centrum apparentis motus & linea D E, erit linea Apogæi & angulus ADG, distantia Apogæi à prima observatione,eritque describeod e Ellypseos diameter æqualis radio E G. si velia ad numeros revocare producatur linea BDF,iungantúrque C F, A F ducatur item E K perpendicularis ad FB, & eidem parallela EH.

Primo in triangulo ADF. datur angulus ADF apparentis motûs eccentrici, datur, & angulus AFD. dimidius arcûs AB ergo & reliquus A cognoscitur. datur ergo proportio laterum A F ad F D.

Pariter in triangulo DCF, dantur duo anguli BDC apparentis motus in eccentrico, & D F C dimidius medij motûs BC. datur ergo ratio lineæ DF ad F C. quare datur ratio lineæ A F ad F C, quare simpliciter ex canone sinuum innotescere possunt lineæ A F, F C. si enim quærantur duo sinus habentes eandem rationem, quam habent lineæ A F, & F C, ita vt aggregatum arcuum æquale sit, dimidio arcui AFC. hi sinus duplicati exhibebunt subtensas AF, F C. in partibus radij. habebitur item linea DF, in iisdem partibus. ex subtensa F C innotescit arcus BCF, & subtensa FB, & eius dimidia K B. & consequenter ablata FD, dabitur D K.

Sciatur item quantum arcus F C B deficiat à semicirculo, eius semidifferentia est arcus B H, cuius sinus est linea E K. Denique in triangulo EKD datis lateribus E D, D K innotescet hypothenusa ED, & angulus EDK. distantia Apogæi, à secunda observatione.

Cognita autem eccentricitate, & Apogæo, & linea EG, pro diametro maiore Ellypsis absoluetur facile tota hypothesis, invenientúrque prostaphæreses omnes, vt iam supra ostendimus.

PROPOSITIO XVII.

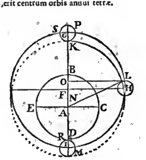
Theorema.

Copernicana hypothesis superiorum Planetarum Saturni, Iovis, & Martis.

Superiùs explicatam Ptolemæi hypothesin superiorum planetarum tenuerunt omnes Astronomi vsque ad Copernicum, qui indignum ratus corpori cœlesti talem tribuere inæqualitatem, primam horum planetarum inæqualitatem hac labe purgare nititur, duplici aut etiam triplici systemate. Secundam verò inæqualitatem quam Ptolemæus Epicyclo tribuit, de medio tollit, vultque esse parallaxin orbis annui terræ in quo translata, è diversis sui orbis partibus planetam spectet, & eum variè ad Zodiacum Optice applicet, modoque directam eius progressionem adiuvet, modò retardet, & totam non tantum elidat; ita vt contrario motu in retrogradationem convertat apparenter tantum, & optice quô sane invento, si hypothesis fines tantum attendas, nihil potuit simpliciùs, excogitari.

Sic enim vnico terræ motu tolluntur tres Epicycli, & ratio additur cur Saturni retrogradationes minores sint, Martis maiores, nempe quod orbis annuus maiorem ad Martis quam ad Saturni distantiam rationem habeat, bene ratio redditur cur in coniunctionibus cum Sole, planeta sit Apogæus, in oppositionibus perigæus, cur in coniunctionibus directus, in mediis distantiis stationarius, in oppositionibus retrogradus appareat; cur secunda hæc planetarum inæqualitas tam constanter, periodum Solis imitetur, quippe

quæ ab ea, apparenter tantum diſtinguatur, cæteras denique eius proprietates tam facilè explicat, vt niſi obſtatet ſcripturæ authoritas cui vim inferte nefas eſt, hoc maxime nomine Copernicanæ hypotheſi ſubſetibendum cenſerem. quare de ſecunda inæqualitate ſecutus Copernicus ad primam tantum concinnandam, ſuiſque nævis purgandam animum intendit, eccentticùm admittit, & Epicyclum patvum. eccentricitatem autem numerat non ab ipſo ſole, ſed à centro vniverſi, quod idem eſt ac centrum orbis annui terræ. ueque enim ſolem in centro vniverſi ſtatuit Copetnicus. vt putant nonnulli ſed non longe à centro vnivetſi, eà nempe diſtantiâ, quâ in opiuioue communi centrum eccentrici Solis à centro vniverſi removemus, quæ tam parua eſt reſpectu firmamenti, vt Sol in centro cenſeri poſſit. quare terminus à quo deinceps in tota hac hyputheſi numerabit, eccentrieitatem deferentii, erit centrum orbis annui terræ.



Sit ergo punctum A centtum otbis annui terræ, circulus B C D E otbis annous. aſſumatur linea AF 6 partium, qualium octo Ptolemæus tribuit eccentricitati totali. tum ex puncto P deſcribatur eccentricus GHI. hæc eccentticitas AF, ſi comparetut cum A B radio otbis annui terræ, variam habet pro vatiis planetis rationem, & menſuram. dabimus autem omnes menſuras barum bypotheſiom jnfetiùs, nunc ideam tantum eius, & formam tradimus, deſcribatur ex centro F eecentricus planetæ G H I. & ex puncto G, deſcribatur Epicycius GK, cuius tadius GK, ſit duarum partium qualium A F contiuet ſex. Supponamus centrum Epicycli G, moveri iu conſequentia ſecundum deferentem G H I, & ordinem ſignotum eſſe G H I. ponatur planeta in puncto K, in inferiori patte Epicycli moveator coutra ordinem ſignorum ex K in S, abſolvatqne quadrantem interea dum ceuttum G quadrantem G H perficit. Invenietutque in poncto L, idem Epicycius ſoperiori parte in conſequentia movetur moveatur ergo ex L in M, iuterea dum centrum Epicycli transfertot ex H in I, quare planeta erit io M. via ergo realis quam percurret erit KLM, non quidem perfectus circulus, ſed parum deficiens à natura circuli excentriei Ptolemaici quem ſcilicet deſcribit ex dimidiata eccentricitate.

Sit enim eccentticitas totalis Ptolemaica A O octo partium com A F ſit 6 partium & F O duarum, & A N ſit 4 partium nempe dimidiata eccentricitas: F N erit duarum partium, ſed G K, IM ſuot etiam duarum partium, quare lineæ GK, IM, F N, ſunt æquales, & addita commuoi F K, erunt lineæ N K, & F G æquales. pariter æquales erunt NM, FI, quare ſi ex N deſcribatur circulus per K is tranſit per M, quare circulus, aut quaſi circulus K L M, eſt idem ac eccentricus Ptolemæi deſcriptus ex biſſecta eccentricitate, & in eo realiter movetur corpus planetæ inæqualiter, temporibus æqualibus. videturque circulus G H I obire vices æquantis, cùm in eo ſumatur anomalia. quamvis circulus æquans Ptolemaicus ductus ſit ex puncto O, uempe talem habeat eccentricitatem, debeterque tranſire per puncta P & R. Habet item hæc hypotheſis totam proſtaphæreſin maximam, quam admittit Ptolemaica. nempe eam quam totalis eccentricitas ſubtendit, nempe linea A O octo partium. nam quando planeta eſt in L reſpectu puncti A, proſtaphæteſis eſt angulus A L O, quam ſobtendit linea AO, octo partium. Idem ergo præſtat hæc hypotheſis ac Ptolemaica, ueque tamen eamdem haber incongruitatem, nempe, vt planeta io proprio circulo inæqualiter moveatur. vere, & tealiter; quare prima inæqualitas Ptolemaica, bene hôc modô ſua labe purgatur.

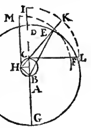
Quod pertiuet ad ſecundam Anomaliam ita facile eam explicat. Supponatur planeta io K, & terra iu B, hoc eſt circa oppoſitionem, dum motu ſuo terra feretur in conſequentia verſus C, uptieè videbitur planeta retrocedere ex K verſus S. licèt abſolute feratur ex K in L, quia nempe motus terræ annuus, maior eſt, motu planetarum ſuperiorum quia vero circa partes C, terra reſpectu planetæ K, nou mutat ſitum antequam tellus perveniat in C ſtationatius apparebit planeta K. dum verò tellus deſcendet ex C in D, rurſus iu conſequentia moveri videbitur, in puncto vero D, id eſt circa coniunctionem cum Sole; duplici motu movebitur iu conſequentia, vnô reali proprio ſcilicèt, aliô apparenti, quô tellus tranſlata ad partes E, planetam optice transfert magis & magis in conſequentia, donec poſtquam pertranſivit punctum E, incipit rurſos optice eum transferre in antecedentia, & vbi iſta tranſlatio æqualis erit motui planetæ in conſequentia, rurſus fiet ſtationatius.

Quæ omnia accidentia in quocumque loco planeta inveniatur ei accident, nun tamen æqualiter, pro vt eius proprius motus varie, cum hac opticâ tranſlatione comparabitur. facile ſingula proſequeremur, vt cur directio maior ſit tetrogradatione, ad directionem concurrente motu planetæ reali, & apparenti, ad retrogradationem concurrente ſolo motu apparenti, cui motus realis adverſatur.

In coniunctione vera ſemper erit in Apogæo ſui quaſi Epicycli. intelligo Epicyclum ſecundæ anomaliæ cuius vices ſupplet orbis annuus terræ, planeta autem in coniunctionibus nempe dum terra eſt in D, reſponder parti orbis annui B, maxime remotæ à terra D. cætera ſunt facilia.

Aliâ item methodô hypotheſin Ptolemaicam circa primam planetarum ſuperiorum inæqualitatem corrigit Copernicus. Sit centrum mundi A eccentricitas AB 4 partium qualium eccentricitas Ptolemaica eſt 8 & BC 4 aliarum partium deſcribatur

batur eccentricus DEFG ita vt quando planeta erit in eius apogæo D, aut perigæo G centrum eccentrici inveniatur in puncto B, dum vero descendet in E, centrum eccentrici ascendat, inveniaturque in puncto C absoluto semicirculo BHC, interea dum perficiet quadrantem in eccentrico, hoc est duplo velocius moveatur centrum eccentrici in circello BHC, quàm planeta in eccentrico, dico quod licet planeta vere, & realiter moveatur, in eccentrico mobili æquabiliter, seu æquales arcus temporibus æqualibus perficiat, si tamen statuatur aut cogitetur immobilis eccentricus DEFG, planeta ab eius circumferentia, aut non recedet, aut certe non multum, inæqualesque in eo arcus temporibus æqualibus perficiet, linea autem ex puncto C totalis eccentricitatis Ptolemaicæ, per centrum planetæ ducta in eccentrico descripto ex puncto C vt centro, nempe in æquante abscindet arcus æquales temporibus æqualibus, quod est hanc hypothesin æquivalere Ptolemaicæ.



Supponatur enim centrum eccentrici motum esse et B in H verbi gratia per quadrantem, & transtulisse eccentricum in M E, ducatur linea ex centro H, per punctum C. vsque ad circumferentiam M E; hæc indicabit locum E planetæ cum enim B H sit quadrans erit angulus HCB in circumferentia semirectus & cum lineæ MH, OC supponantur parallelæ, erit angulus MHC semirectus; ergo arcus ME erit 45 graduum, sed planeta totidem gradus perficit, dum centrum perficit quadrantem; ergo planeta est in E, aut in ipsa circumferentia eccentrici DEF, aut certe ita prope, vt hæc differentiola nullius sit momenti. Addo insuper arcum DE, minorem esse 45 gradibus, nam angulus DBE, minor est angulo externo D C E, qui æqualis est angulo M H E graduum 45. ergo prope Apogæum lentiùs movetur in eccentrico immobili, quam in eccentrico mobili.

Denique dico quòd linea C E per corpus planetæ ducta, temporibus æqualibus æquales arcus abscindet in æquante I K L, nam anguli MHC, ICK, ob parallelas MH, I C sunt æquales ergo arcus ME, IK sunt similes, id autem quod ostendi in hoc exemplo in aliis omnibus facile possum ostendere.

Pariter dum centrum eccentrici perfecit semicirculũ BHC, in eccentrico mobili qui situm IKL obtinebit, planeta quadrantem absoluerit, eritque in L fere in circumferentia eccentrici immobilis DEF; quare per hanc hypothesin idem motus sequitur qui in Ptolemaica, aut certe non multum differt non tamen est inconcinnus, quia constat motibus æquabilibus, attamen simplicior est Ptolemaica methodus vnumque tantum motum adhibet.

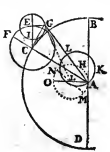
Eodem modò ostendit Copernicus posse Ptolemaicam hypothesin, quoad primam inæqualitatem reduci ad duplicem Epicyclum in eccentrico. quod facile probarem nisi inutile videretur tot hypotheses congerere, quæ cum æquivalentes sint Ptolemaicæ loca planetarum eadem exhibebunt. qui volet mensuras harum hypothesium eas petat ex capite secundo libri septimi Almagesti Patris Riccioli in quo explicantur.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

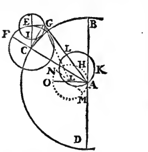
Tichonica hypothesis superiorum planetarum Saturni, Iouis, & Martij.

Ticho pariter non ferens inconcinnam cohærentiam cum mathematica regularitate, seu inæqualitatem motûs physicam à Ptolemæo invectam, per circulum æquantem, tertiam Copernici formam, elegit, in explicanda prima planetarum inæqualitate. Secundam autem, quam tam facile Copernicus per parallaxes orbis annui terræ explicuit, Tycho per parallaxes orbis annui Solis facile exhibet. quamvis igitur terram in centro vniversi immobilem statuat; quia tamen centrum orbium planetarum non terram, sed solem statuit, ad quem tanquam ad centrum reducantur eorum motus, clarissimum est oriri aliquam inæqualitatem, vt iidem motus ad terram reducantur. Quare quando linea ex terra ad planetam ducta in solem incurrit cessabit secunda illa inæqualitas, simplicior tamen est Copernici hypothesis, quippe quæ non admittat centrum magni deferentis planetarum moveri, Tycho autem velit, illud cum Sole circumferri, & deferre secum omnes planetarum orbes. Sed hæc in schemate melius ostendentur.



Supponatur Sol in A, ex quo tanquam centro describatur circulus BCD concentricus Soli, & deferens reliquos orbes, sit Apogæum illius A B. ita vt quando centrum primi Epicycli seu maioris fuerit in B secundi Epicycli centrum E invenietur in F apogæo. moveatur in eo primo deferente BCD punctum C centrum maioris Epicycli

Epicycli in consequentia, cuius radius CE erit in Saturno partium 8721, qualium AB est partium 100000. moveatur in circumferentia eius punctum E centrum alterius Epicycli cuius radius EG, sit tertia pars radij EC. moveatur autem superne in antecedentia, inferiori parte in consequentia, motu simili, illi quô movetur centrum C. vt si arcus BC fuerit 60 graduum arcus etiam FE, totidem gradus contineat. planeta insuper moveatur in parvo Epicyclo superne in consequentia, inferne in antecedentia, sed motu duplicato illius, quô movetur centrum E. supponatur item quando punctum C est in B. planeta esse in I perigæo parui Epicycli. quare in nostro exemplo erit arcus IG graduum 120. ducantur lineæ CG, AG. supponatur orbis annuus Solis AL, & terra eius centrum H, inveniatur in linea recta AH ducta à Sole ad planetam: tunc cessabit secunda inæqualitas orta ex distantia Solis & terræ, ita vt in eodem loco videatur planeta, sive ex Sole, sive ex terra spectetur, vnde cum locus per primam anomaliam seu hanc hypothesin constantem duobus Epicyclis, inventus sit idem respectu Solis, & terræ in oppositionibus nempe cum terra erit in H, & Sol in A seu in oppositionibus, & in coniunctionibus cum scilicet Sol erit in L, nullâ erit opus alia reductione, vt sciatur locus in quo est planeta respectu terræ, si cognoscatur locus planetæ respectu Solis.



Calculus Geometricus in hac forma talis esse potest, inquiritur prostaphæresis nempe FAG. scitur autem angulus BAC, seu arcus BC, qui erit motus medius planetæ, aut potius anomaliæ, numeratus ab apogæo B. huic similis est arcus FE, seu angulus FCE. In triangulo ECG, datur angulus CEG, seu arcus IG, duplus in numero graduum, arcûs EG, aut BC. datur item ratio lateris EC, ad EG ergo innotescet angulus EIG, qui additus angulo FCE, dat totalem FCG, & reliquum GCA. quare in triangulo ACG datô angulô ACG, & lateribus AC, CG innotescet prostaphæresis CAG, & AG distantia planetæ à Sole.

Hæc methodus facillima est potestque quis ad singulos gradus anomaliæ supputare prostaphæreses, quô semel exantlatô labore facile habetur locus planetæ respectu Solis: nec opus erit alia æquatione in oppositionibus & coniunctionibus.

Supponatur Sol processisse in consequentia ex A in K Sol autem transfert secum centrum circuli BCD, describendus esset alius circulus BCD, vna cum Epicyclis ita vt semper linea BD maneret sibi ipsi parallela. ne tot circulos repetamus mutentur orbis annuus sitque AMN. si ex K vt centro describeretur totum systema eundem haberet situm respectu Solis K, & terræ H, quem schema priùs descriptum habet respectu Solis A, & terræ L, ducatur linea ALO. cum sciatur locus Solis respectu terræ scitur etiam locus terræ in zodiaco respectu Solis, et nempe oppositus, scitur etiam locus planetæ in zodiaco, ergo cognoscitur angulus GAO. quare in triangulo GAL datâ distantia Solis A à planeta H, seu linea AH, & radiô orbis annui LA, vnà cum angulo GAL innotescet angulus LGA, prostaphæresis, aut potiùs parallaxis orbis annui, quæ in hoc casu subtractiva est E. ex hoc colliges idem præstari à Tychone brahe centrum deferentis in Sole statuente, quod à Copernico terram per orbem annuum circumvoluente.

Cætera quæ ad hanc hypothesin pertinent, facilè ex superiùs dictis intelligentur, qui mensuras huius hypothesis desiderat eas inveniet in cap. tertio libri 7. Almagesti.

Notandum autem omni hypothesi inæqualitatis primæ, posse accommodari motum telluris vt per eum explicetur secunda inæqualitas quare Lansbergij hypothesis supra iam relata nihil addit Copernicanæ supra relatæ. possuntque ad terræ stantis hypothesin facile referri, si centrum earum simul cum Sole transferatur.

Superessent hypothesis Kepleri, & Bullialdi qui per Ellypses planetas circumferunt, sed illæ reddunt calculum nimis difficilem, & intricatum. nec habemus hactenus methodum inveniendi ex tribus aut 4 observationibus apogæum, & eccentricitatem, si hæc cognoscerentur, & circumferretur focus inferior a Sole, & maior diameter semper sibi ipsi parallela maneret videretur hypothesis satis simplex.

PROPOSITIO XIX.

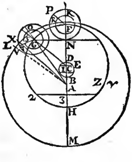
Theorema.

Patris Riccioli hypothesis trium superiorum planetarum.

Hæc hypothesis simplicissima est, & omnium maxime observationibus respondet. constat autem quod primam inæqualitatem eccentrico, cuius eccentricitas varietur, & quo ad secundam Epicyclô, qui etiam varietur, hoc est cuius diameter sensim crescat, & decrescat.

Sit ergo centrum mundi A, zodiacus KLM, ordo signorum KLM, sit minima eccentricitas linea AB, maxima AD, mediocris AC linea apogæi A F. quando centrum Epicycli est in linea A P, eccentricitas sit AD maxima, & descendente centro Epicycli ab Apogæo ad perigæum per semicirculum FGH minuatur eccentricitas. ita dum centrum Epicycli erit in perigæo, sit minima, quando centrum Epicycli fuerit in media distantia, seu perfecerit quadrantem, Eccentricitas sit medioeris nempe AC, decrescat igitur aut crescat eodem modo ac de-

crescit sinus versus anomaliæ. Vt si ponatur centrum Epicycli in G ducta perpendiculari G N eadem sit ratio H N, ad N F, quæ B E, ad E D. describatur ergo ex E tanquam centro, Eccentricus F G H, & assumatur anomalia F G, sitque centrum Epicycli in puncto G. ducantur lineæ E G, A G, & lineæ E G sit parallela A L, erit arcus F G anomalia sumpta in eccentrico & K L eadem sumpta in zodiaco, quare punctum L, erit locus medius centri Epicycli, & punctum O verus locus, arcus L O prosthaphæresis subtractiva, cætera sunt facilia, & communia omnibus hypothesibus eccentricorum, neque aliud exigit prima inæqualitas. admittit autem Pater Ricciolius hoc eccentricitatis decrementum, eo quod sic augebuntur facilius prosthaphæreses circa apogæum, & minuentur circa perigæum, quod conatus est efficere Ptolemæus per suum æquantem, & quod melius præstatur per Ellypticam hypothesin.



Ad saluandam secundam inæqualitatem admittitur Epicyclus, cuius centrum deferatur vniformiter in eccentrico 1 & in eo voluatur planeta, soperne in consequentia, inferiori parte in antecedentia: eâ lege, vt in omni coniunctione vera, planeta sit in apogæo vero, sui Epicycli; & in omni oppositione verâ inveniatur in perigæo vero. In aliis vero locis tantus sit motus planetæ ab apogæo vero sui Epicycli, quantus est Solis motus à coniunctione vera. sive quantum Sol distat à puncto O zodiaci, ad quem terminatur linea A G O, ducta à centro terræ, per centrum Epicycli, & in qua deberet esse Sol ad hoc vt coniungeretur cum planeta. quia tamen adhuc hoc posito, æquationes non satis iustæ exhibentur voluit P. Ricciolius vt Epicycli radius decresceret, ea proportione, qua decrescit eccentricitas, nempe ita sit maximus radius Epicycli qualis est in apogæo, ad minimum, qualis est in perigæo, vt est maxima eccentricitas ad minimam.

Sit igitur radius maximi Epicycli F P, radius minimi F R; intelligatur planeta, dum centrum eius Epicycli est in puncto F apogæi eccentrici esse in circumferentia maximi Epicycli verbi gratia in puncto P, vbi verò centrum Epicycli procedet ex F, in apogæum H, planeta in linea ipsum deferente descendet ex P versus R. interea dum linea F P ipsum deferens circumuoluetur circa Epicyclum. Sit verbi gratia Epicyclus delatus in G & linea deferens planetam sit G V, planeta iam descenderit ex V in T, ita vt eadem sit ratio A D ad A E, ac lineæ G V ad G T erit ergo planeta in T, & ductâ lineâ A T X, erit angulus X A O, seu arcus X O prosthaphæresis secundæ inæqualitatis. Hic motus planetæ sursum deorsum in linea ipsum deferente, non impedit quin eius motus, sit analogus distantiæ Solis, à linea coniunctionis veræ. quia nempe linea planetam deferens describit virtualiter plurimos Epicyclos concentricos quos omnes similiter secat, atque adeo sive planeta in maiore sive in minore reperiatur eius distantia ab apogæo vero, semper æqualem numerum graduum habebit. huic decremento Epicycli posset facile aptari doctrina Ellypsium.

Hæc hypothesis videtur satis facilis & simplex præcipue facilitatem habet magnam in calculo, fateor tamen hanc variationem eccentricitatis reddere difficilem constitutionem motuum, eò quòd nunquam eadem eccentricitas ex observationibus eruatur, sed semper aliqua media, vnde potiùs per attentationem procedendum est, quam per viam strictè Geometricam. puto tamen eodem vitio laborare cæteras quæ componunt motum primæ anomaliæ, ex duplici; vnde eadem occurrit difficultas separandi vnum ab alio. Vitium igitur præcipuum quô laborat est, quòd nonnunquam tantisper deficiat ab observatis, sed vitium illud commune est reliquis omnibus, hactenus enim omnes hypotheses nonnihil deficiunt à veritate, hæc autem minus quam pleræque aliæ. Reliqua sunt parui momenti vitia, & ferè aliis hypothesibus communia: quæ huic obiici possunt, quare illius formam & calculum explicandum suscipio qualium radius eccentrici est 100000. eccentricitates ita se habent.

SATVRNI.

Maxim. 12200.
Media. 11500.
Minima. 10800.

IOVIS.

Maxim. 9960.
Media. 9530.
Minima. 9100.

MARTIS.

Maxim. 20000.
Med. 18635.
Minim. 17270.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Forma calculi Geometrici in hypothesi P. Riccioli, trium superiorum planetarum.

Supponuntur cognita radius eccentrici, eccentricitas maxima, & minima, radius Epicycli maximus & minimus. motus medius planetæ annuus, locus Apogæi, quibus cognitis ita potest institui supputatio.

Ad tempus datum supputetur medius motus planetæ, supponatur esse Z F G, in eccentrico auferatur ab eo locus Apogæi, seu arcus Z F, restabit Anomalia FG, quæ cum sit minor quadrante fiat vt EF radius eccentrici ad E N sinum complementi Anomaliæ, ita C D, medius excessus eccentricitatis maximæ A D, supra minimam A B ad C E hanc C E addes eccentricitati mediocri AC. habebisque eccentricitatem temporaneam AE.

Quare in triangulo AEG, datâ eccentricitate AE, radio eccentrici EG & angulo anomaliæ GEF, innotescet angulus AGE, prostaphæresis subtrahenda simul cum distantia AG,

Eodem modô quô inventa est eccentricitas habebitur radius Epicycli fiat enim vt maxima eccentricitas A D, ad temporaneam A E, ita maximus radius Epicycli FP, ad radium GT.

Inquire ad tempus datum locum Solis verum, à quo si auferas verum locum centri, nempe punctum O; restabit distantia Solis a vero loco centri Epicycli. huic distantiæ similis est anomalia orbis seu anomalia Epicycli O S. seu angulus O G T, datur ergo angulus T G A datis lateribus G T, & A G, & angulo AGT, dabitur trigonometrice angulus G A T prostaphæresis orbis.

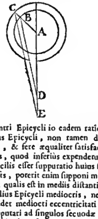
Prostaphæresis orbis seu secundæ inæqualitatis in primo, & secundo quadrante anomaliæ additur loco centri iam invento. in tertio & quarto subtrahitur.

In primo & tertio quadrante Anomaliæ centri, eô modô invenitur eccentricitas, quem adhibui in hoc exemplo.

In secundo & tertio paulo aliter, vt si anomalia esset in puncto 2. ductâ perpendiculari 2 3. fiat vt radius eccentrici E H, ad E 3 sinum complementi anomaliæ, nempe ad sinum arcûs, quô excedit quadrantem ita C B dimidius excessus eccentricitatis maximæ supra minimam, ad C I, nempe ad id quod detrahi debet mediocri eccentricitati A C, vt fiat temporaria AI cætera sunt facilia ex superius dictis.

Totus hic labor trigonometricus ope tabularum molliri potest. primo enim si pro anomalia centri, seu prima inæqualitate, ad singulos eius gradus prostaphæresin supputaveris, nulla opus erit trigonometria pro prima anomalia, immò huic prostaphæresi addi poterit distantia centri à terra.

Difficiliùs poterit vitari solutio trigonometrica secundi trianguli, eo quod duo latera illud comprehendentia, continuo mutentur. puto tamen quod posita distantia centri Epicycli à terra mediocri, & radio eius pariter mediocri, si ad singulos anomaliæ orbis gradus angulum prostaphæreticum supputaveris, non multum aberrabit à vero. nam quando crescit distantia cum crescat proportionaliter radius Epicycli eadem sequetur prostaphæresis. quod ita demonstro. sit radius Epicycli A B, distantia à centro terræ A D, & angulus secundæ prostaphæresis A D B. crescat radius AC, sed in eadem ratione crescat distantia A E, dico angulum prostaphæreticum C E A esse æqualem angulo A D B, cum enim sit vt A B, ad A C, ita A D ad A E, erit dividendo vt A B, ad BC, ita AD, ad DE, & (*per 4. 6. Eucl.*) lineæ B D, C E erunt parallelæ: ergo (*per 27. 1.*) anguli A D B, A E C æquales. Quamvis autem non præcise crescat



distantia centri Epicycli in eadem ratione qua crescit radius Epicycli, non tamen dissidium erit magnum, & fere æqualiter satisfaciet observationibus, quod inferiùs expendetur & sic admodum facilis esset supputatio huius secundæ prostaphæresis, poterit enim supponi mediocris distantia, & qualis est in mediis distantiis, supponi item radius Epicycli mediocris, nempe ille qui respondet mediocri eccentricitati A C. & his datis supputari ad singulos secundæ anomaliæ gradus prostaphæresis conveniens, & habebitur secunda æquatio: qood esset compendium maximum in supputationibus.

Vt ordine procedamus, constituamusque omnia necessaria, ad supputationes secundum hanc hypothesin, primo constituendus est motus medius planetæ, seu motus centri Epicycli in consequentia secundò determinanda eccentricitas, & stabiliendæ radices mediĳ motûs. Tertiò construenda tabula prostaphæreseon, quarto determinandus radius Epicycli. In hypothesi eccentrici simplicis debet decrescere radius Epicycli secundum proportionem datam non tamen si bissecetur eccentricitas, nam retento eodem diametro Epicycli maxima prostaphæresis orbis in apogæo Eccentrici erit grad. 5. 35. & & in perigæo 6. 10. cum deberet esse tantum 6. 16. quod nullius est momenti.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Mediorum motuum Saturni Iovis & Martis investigatio.

Medium motum voco in hac hypothesi motum centri

centri Epicycli in eccentrico; nempe vnam revolutionem medij motûs, seu centri Epicycli hoc est restitutionem centri Epicycli ad idem punctum zodiaci quia autem præter hunc motum centri Epicycli, planeta alium habet in circumferentia Epicycli; atque adeò invenitur in alio gradu zodiaci, quàm centrum Epicycli; sequitur observationes eas esse aptissimas ad determinandum motum medium, quæ fiunt eô tempore, quô idem est locus centri Epicycli, & ipsius planetæ: hoc est in coniunctionibus & oppositionibus. In coniunctionibus locus planetæ est inobservabilis, vt pote delitescentis sub radiis solaribus; solæ igitur restant coniunctiones ad hoc idoneæ. pluresque requiruntur vt docebimus infra. Notandum autem quod nisi cautiones quam maximæ adhibeantur, modicus error in observationibus admissus, magnum in ipsis motibus invehat. quare si fieri potest medij motus vltima determinatio petatur ex observationibus magno intervallô inter se distantibus, vt error observationis in tam longo tempore evanescat.

Observetur tempus quô planeta soli opponitur, id fieri poterit si planetæ ascensionem rectam observes, eamque compares cum solis ascensione recta, cum enim differentia inter vtramque erit graduum 180, tunc soli opponetur. Hæc observatio varie institui potest, determinatis tamen ascensionibus rectis stellarum non erit difficilis si enim observes differentiam horariam aut arenario, aut automato, aut oscillationibus funependuli, aut ex observatione elevationis alicuius stellæ supra horizontem, inter transitum stellæ per meridianum, & transitum planetæ, eamque mutes in gradus & minuta graduum exurget ascensio recta planetæ.

Quia autem vix vnquam accidet vt observatio præcisè incidat in momentum veræ oppositionis; vt possis invenire momentum oppositionis, etiamsi nescias motum diurnum solis supra motum planetæ. fiat duplex aut triplex observatio, hoc est iteretur tribus consequentibus diebus, incipiendo ab eo die quô nondum planeta ab Sole distat 180. gradibus, hoc est quô Sol nondum distat à planeta 180. in consequentia, secundum ascensionem rectam, sed non multum abest, & continuando donec observetur transiisse oppositionem facile comparando quid in singulos dies Sol promoveatur in ascensione sua recta, supra ascensionem rectam planetæ, facile inquam per regulam proportionum horam, & momentum oppositionis veræ, etiamsi nulla supponatur cognitio motus medij planetæ, invenies.

Prima igitur investigatio fiet, per duas quascumque oppositiones, nam cognitô locô solis, datur & locus illi oppositus, nempe gradus in quo invenitur planeta. incipere autem debemus ab observationibus non magno intervallo distantibus, ne si a dissitis inciperemus, esset dubietas aliqua circa numerum revolutionum.

Incipiamus à Saturno. Refert Longomontanus observationes nonnullas nempe oppositiones Saturni cum Sole. Prima fuit Hafniæ anno 1582. stylo veteri 21. Aug. hor. 2. 0. post mediam noctem in piscium grad. 7. 26. secunda erit anno 1583. stylo veteri Sept. 3. hor. 1. post mediam noctem in piscium gradu 19. 50. tempus intermedium dierum 377. hor. 23. & sunt gradus 12. 24. quare si fiat regula proportionum si 12 gradus 24. min. seu minuta 744. exigunt dies 377. horas 23. seu horas 9071. integra revolutio graduum 360. seu minutorum 21600. exiget horas 263365. seu dies 10973. horas 13. eruntque anni Ægyptiaci 30. dies 23. hæc quidem revolutionis quantitas exacta esse non potest, eò quod petatur ex observationibus non satis dissitis & ex veris motibus, nulla habitâ ratione prosthaphæresium sufficit tamen hæc prima investigatio, vt in numero plurium annorum nulla sit ambiguitas, hoc est certi simus de numero revolutionum; est tamen nimis magna, nam vna revolutio continet annos Ægyptiacos 291 dies 161. horas 22. minut. 28. hæc annorum 29. dierum 388. abundant igitur dies 217.

Aliam igitur assumamus oppositionem magis dissitam a prima. observata est Hafniæ anno 611. stylo veteri Aug. 15. hor. 16, oppositio Saturni in piscium gradu 2. minut. 12. ab anno. 1582. 21. Aug. hor. 2. sunt anni 29, minus 5. diebus & horis 10. multiplica 29. annos per 365. fient dies 10585. sunt autem hi bissextiles anni 84. 86. 92. 96. 1600. 1604. 1608. hoc est 7. fient dies 10592. à quibus si subtrahas quinque dies horas 10. restabunt dies 10586. horæ 14. & vt ad eandem denominationem reducas fiunt horæ 254078. sunt autem à 7. gradu ad 26. minut. piscium ad piscium gradum 2. 12. gradus 354. 46. seu minuta 21186. instituatur ergo regula proportionum si minuta 21286. dant horas 254078. vna revolutio seu gradus 360. hoc est minut. 21600. quot dabunt horas 257826. qui numerus dividatur per 24. fient dies 10742. horæ 18. si hunc dierum numerum dividas per 365. fient anni Ægyptij 29. dies 167. horæ 18. hæc abundat diebus 6. in vna revolutione neque enim ex satis dissitis observationibus concluditur ∴ sufficiet vt in quantumlibet magno annorum numero, nullum restet dubium circa numerum revolutionum.

Ptolemæus refert observatum Saturnum in oppositione cum medio solis loco fuisseque in Capri grad. 14. 14. Adriani 20. seu anno Christi 136. die 9. Julij meridie.

Ex observationibus Tychonicis Anno 1582. fuit Saturni oppositio cum Sole August. 21. horæ 2. post meridiem in piscium gradu 7. 26. distat Vranoburgum ab Alexandr. horâ 1. 35. erat igitur Alexandriæ hor. 3. 35. sunt autem anni 1446, multiplica per 365. fient 527790. sunt autem bissextiles 361. qui si addantur erunt dies 528151. à 9. Julij ad 21. Aug. sunt dies 43. sunt ergo dies 528194. & horæ 3. 35.

Si hic numerus dierum dividatur per numerum dierum vnius revolutionis iam cognitum supra 10742. inveniemus revolutiones 49. restabuntque dies 1836. quibus competit fere vna decima pars revolutionis in prima erat Saturnus in Capri. gradu 14. in secunda in piscium grad. 7. 26. quod satis bene consentit: sunt autem gr. 53. 12. supra zodiacos 49. quare eo tempore fecit gradus 17993. minut. 12. fiat regula trium si gradus 17993. dant dies 528194. 360. gr. quid dabunt

& invenio pro vna revolutione dies 10747. seu annos Ægyptios 29.dies 161. horas 4. deficit tamen in aliquo hic calculus nam media revolutio.

Est anoorum Ægyptiorum 29. dierum 161. H. 22. 28. 3. abundant 6 horæ.

In Jove est annorum Ægypt. 11. dier. 315. Hor. 15. min. 2. 10. 30.

In Matte est anni Ægyptij. 1. dier. 321. H. 22. 19. 49.

Ex quibus motum medium facile constitues.

Ex his concluditur vna revolutio Saturni esse anoorum Ægypt. 29. dierum 161 horarum 22. min 28. sec. 3. tertiorum 22.

Motus annuus gr.	12. 13. 35. 23. 33.
Doorum ann.	24. 27. 10. 47. 6.
Trium ann.	36. 40. 46. 10. 39.
4. ann.	48. 58. 21. 9. 37.

MOTVS MEDIVS JOVIS.

Eôdem modô qoô motum medium Saturni primò investigavimus motum medium Jovis invcoiemus.

Anno 1610. stylo veteri observata est oppositio Jovis cum Sole Hafniæ die Dec. 30. Hor. 14. 40 in Canceri 19. 36.

Secunda observata est ibidem anno 1613. Martij 1. hor. 22. in virginis 21. 45. sunt autem à Decembris 30. hor. 14. 40. ad Martij 1. 22. anni sequentis seu 1611. dies 61. hor. 7. 20. quibus addendi sunt duo anni seu dies 730. quibus adde voum diem ptopter bissextum anni 1612.fientque dies 792. horæ 7. min. 20. seu min. hor. 1140920. sunt autem gradus à Canceri 19. 36. ad virginis 21. 45. sunt ioquam gradus 62. 9. seu min. 3729. fiat regula proporrioois.

Gradus 62 9. seu minuta graduum 3729.

Dant minuta horaria 1140920.

Gradus 360. seu minuta grad. 21600.

Dabunt min. horaria 6609600. quæ divisa per 60. dant horas 110160, hie numerus per 24 divisus dat dies 4590. hæc summa divisa per 365 dat annos Ægyptios 12. dies 210. est nimis magna,petita nempe ex parum distantibus observationibus. Jam cognita circum circa quantitate vnius revolutionis sumamus duas paulo ab invicem remotiores.

Anno 1583. Hafniæ observatus fuit Jupiter Soli oppositus die Sept. 6. hor. 20.10. in piscium grad. 23. 33.

Anno 1613. observatus est ibidem Soli oppositus die Mar. 1. h. 22. 0. in virgiois gr. 21. 45.

Sunt anni 29. seu dies 10585, & propter bissextiles 84. 88. 91. 96.100. 104. 108. 112.

Seu 8. fiunt dies. 10593. quibus adde dies 176. h. 1. 50. nempe à 6. Sept. ad 1. Martij fiuntque dies 10769. horæ 1. 50. ponantur duæ horæ, fientque horæ 258458.

A piscium gradu 23. 33. ad virginis 21. 45. fuor gradus 178. 12. si requiruntur anni circiter 12. iu vna revolutione, erunt duæ revolutiones intra 29. annos eum dimidia seu eum 178. gradibus 12. sunt autem duæ revolutiooes 720.gradus quibus si addantur 178. fient gradus. 898. min.12. reducantur ad minuta nempe 538912.

Instituatur regula proportionis.

Si minuta gradus 538912.

Dant horas 258458.

Gradus 360. seu min. 21600.

Dabunt annos Ægyptiacos 11. dies 302 nimium brevis est hæc revolutio nam vera est annorum Ægyptiacorum 11. dierum 35 deficit à vera diebus 13.

Anno 17. Adriani seu Christi 133.die Maij 18. hora 1. ante mediam noctem observavit Ptol. oppositionem Jovis in Scorpij gr. 23. 11.

Anno 1583. observatus Jupiter Soli oppositus die Sept. 6. hor.20. 10. in piscium gradu 23. 33. sunt autem anni 1450. seu dies 529250. bissextiles 362. seu dies 529612. à Maij 18. ad 6. Septembris suot dies 11[illegible] fiunt ergo dies 529723. & horæ 19. eruntque revolutiones 122. ½. fere. 122. zodiaci efficiunt gradus 43920. à Scorpij gradu 23, ad piscium gradum 23 sunt gradus 120. min. 22. sunt ergo gradus 44040. fiat regula trium si gradus 44040. daot dies 529723. 360. seu vna revolutio 4330. dierum hor. 3. deficiens aliquibus horis ea tamen vti poterimus donec corrigatur vltimò neque defectus erit notabilis.

MOTVS MARTIS.

Non dispari methodo quod in Saturno & Jove fecimus in Marte præstabimus Anno 15[illegible] observata fuit Hafniæ vera Martis & Solis oppositio die Nou. 18. hor. 1. 30. Io geminorom gradu 6. 27. $\frac{1}{2}$.

Alia Anno 1581. Dec. 28. h. 4. 0. In canceri gradu 16. 54. potuit autem facile notari fuisse absolutam vnam revolutiooem.

Tempus inter vtramque est annorum 2. & dierum 40. hor. 2. 30. sunt autem duo anni simplices saltem non fit transitus supra bissextum, quare efficient dies 730. summa igitur est dierum 770. hor. 2. 30.

Gradus zodiaci seo vna revolutio est 360. bis adde 40. 27. fiunt gradus 400.

Instituatur regula trium.

Si gradus 400.

Dant dies 770.

Gradus 360.

Dabunt dies 693. nempe vnum annum Ægyptiarcum & dies 328. deberet habere 321

Instituatur alia comparatio nempe primæ observationis, anno 1580. Nov. 18. hor. 1. 30. in geminotum grado 6. 27½. cum alia facta 1610. Octobris 8. bor. 16. 50. in Arietis 25. 30.

Tempus ioter vtramque est annorum 30 minus diebus 40. hoc est dierum 10917. hor. 15. min. 20. qui numerus si dividatur per prius inveotum 693. invenio revolutiones 16. cum diebus 28. nempe sunt 16. revolutiones cum autem in prima observatione planeta fuerit in geminis, & in secunda ioveniatur in fine arietis bis revolutiones non erunt perfectæ deeruot enim gradus 40. 57. revolutiooes autem 16. importane gradus 5760. à quibus si subtrahas gradus 40. 57. restabunt gradus 5719. 3. instituatur ergo regula proportionalis hoc modo.

Si gradus 5719.

Exigunt dies 10918, posui vnum diem pro horis 15.

Gradus 360. quot exigens.

Et invenio dies 687. seu vnum annum Ægyptiacum dies 322. horas. 6. debuerat autem esse vnus annus Ægyptiacus dies 321. hor. 22. abundat ergo octo horis. hâc revolutionis vnius quantitate

quantitate cognita, possumus tempus longinquius assumere.

Anno Adriani 19. seu Christi 135. die 25. Febr. hora 9. vespertina observavit Ptolemæus Martis oppositionem cum Sole in gr. 28. 50. Leonis comparetur cum superiori Anni 1582. Dec. 28. hor. 4. o. in Cancri gradu 16. 54.

Sunt Anni 1447. dies 305. H. 19. computatis 361. bissextilibus erunt dies 528821. H. 19. si hunc numerum dierum dividas, per numerum 687. vnius revolutionis inventum supra invenio revolutiones 769. & $\frac{1}{2}$. in prima erat in Leonis gr. 28. 50. & in secunda Cancri gr. 16. 54. deficiunt gradus 41. 56. à revolutionibus 770. seu gradibus 277200 erunt ergo gradus 277158. 4. qui si dant dies 528821. vna revolutio grad. 360. dabit dies 686. horas 22. min. 15. seu vnum annum Ægypt. dies 321. hor. 21. 14. min. deficit vnâ horâ à revolutione media Copernicana, eam tamen vlteriùs corrigemus, statuetur tamen ex his medius motus.

Quamvis hi motus medij videantur ad verum accedere, non sunt tamen omnino perfecti, quia desumpti sunt ex motibus seu locis veris planetæ debecent tamen adhiberi in hoc negotio planetarum medij motus, ad vitandam inæqualitatem à prosthaphæresi provenientem. hæc tamen in tanto intervallo ferè evanescit, dum erit cognita prosthaphæresis, & locus Apogæi, poterunt seligi duæ observationes in quibus eadem sit prosthaphæresis, aut potiùs eadem distantia ab Apogæo.

Alius error communiter committitur: ab authoribus plerisque observationes proferentibus oppositionum planetæ, cum medio loco Solis, & non cum vero, cum tamen planeta non inveniatur in eadem linea cum centro Epicycli, nisi cum verè Soli opponitur, quare corrigendæ essent veterum observationes quibus vti volumus: quærendúmque tempus oppositionis veræ quod Solis motu constituto facilè præstari potest: hoc igitur modo si correctas veterum observationes cum novis conferas, exurget motus planetæ medius longè exactior. quam is quem profero.

PROPOSITIO XXII.

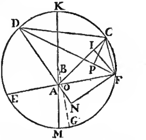
Problema.

Ex tribus veris oppositionibus Saturni, Iouis, & Martis cum Sole, Apogæum eccentricitatem, & locum eorum medium inuenire.

Hoc problema idem est cum illo, quô vsi sumus in Solis Theoria, facilitatemque habet maximam ex eo capite, quod planetæ Apogæum supponatur immobile toto illo tempore, quod inter primam observationem, & vltimam interjicitur: observatum enim est tardissime moveri; vnde motus medius planetæ cognitos, pro motu anomaliæ assumi potest. difficultate tamen non caret, si eccentricitas mutetur continuo, neq; enim concludetur eccentricitas debita tempori vllius observationis, sed aliqua media eruetur. vnde vt aliquid certi in hac materia concludatur, non tantum tres oppositiones adhibendæ sunt; sed vbi tres simul composueris, abiecta prima aliam quartam vsurpabis, tum abiecta secunda veteris tertia & duabus aliis sequentibus, atque ita percurrendum esset in Saturno spatium 30 annorum in Ioue 12. & in Marte non tantum duorum, sed etiam plurium, sic enim constituetur hypothesis cum phænomenis conveniens.

Supponuntur igitur tres oppositiones planetæ cum Sole, & quia ad illa momenta ex Solis motu iam constituto, scitur locus Solis, cognoscetur etiam locus planetæ in Zodiaco. Ponatur eccentricus C D E. in cuius circumferentia determinetur vtcúmque punctum C. pro loco primæ observationi debito. quia autem scitur tempus inter primam observationem, & secundam cognitum scitur etiam medius motus huic tempori respondens, atque adeo abiectis circulis integris, quantum distet in eccentrico locus secundæ observationis, à loco planetæ tempore primæ observationis, sit ille arcus C D. erit igitur planeta in puncto D tempore secundæ observationis: pariter innotescet locus tertiæ, sit punctum E. quare cognoscentur arcus CD, DE.

Supponitur cognitus locus vetus planetæ in singulis observationibus. sit ergo centrum terræ A, ducantur lineæ DA, CA, EA. Et EA quidem producatur vlterius in F, & ex F ad D A productam, si opus sit ducatur perpendicularis F N, & ad CA alia perpendicularis F I, coniungantur item lineæ FC, CD, FD, & ex C ad F D ducatur perpendicularis CP.



Cognoscuntur hic multa. Primo datur linea DC subtensa arcus C D cogniti.

Cognoscuntur item angulus C F D, dimidius arcûs CD cogniti.

Angulus DFA dimidius arcûs D E.

In triangulo rectangulo F A N datur angulus FAN, æqualis opposito, ad verticem DAE, qui est arcus Zodiaci inter secundam, & tertiam observationem, quare dabitur eius complementum NFA, & consequenter angulus N F D, qui est in triangulo DNF, datô angulô NFD cognoscitur eius complementum NDF.

Deinde cum punctum F sit in Zodiaco, oppositum diametraliter punctô E, seu loco planetæ vero, tempore tertiæ observationis, sciatur item locus planetæ in prima observatione C. dabitur angulus veri motûs CAF, sed datur A F C; ergo cognoscitur angulus ACF. & eius complementum CFI in triangulo rectangulo CIF.

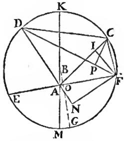
Vt ad lineas veniamus supponatur linea A F quasi cognita etiam si nota non sit, hoc est ponatur quarumcúmque partium verbi gratiâ 100000. cum cognoscantur anguli trianguli FAN

cognoſcetur FN in eadem ſuppoſitione, id eſt in partibus lineæ AF.

Secundò in trigono rectangulo F D N cuius anguli omnes coguoſcuntur & latus FN, cognoſcetur latus DF, in eadem ſuppoſitione.

Tertiò in trigono rectangulo AFI datis angulis & latere AF dabitur latus FI.

Quartò in trigono tectangulo CIF, datis angulis, & latere FI, dabitur & CF.



Quintò in triangulo rectangulo C P F, datis angulis, & latere CF dabitur latus CP & PF, ſed iam datum fuerat totum latus D F, ergo auferendo PF, reſtabit linea P D in eadem ſuppoſitione. cognita autem eſt etiam C P. & conſequenter in triang rectang. DPC, cum quadratum lateris CD æquale ſit quadratis DP, PC dabitur D C in eadem ſuppoſitione. ſed iam datur CD in partibus diametri BK, ergo & ſupra recenſitæ lineæ in partibus diametri dabuntur, quare ſcietur linea FC, & conſequenter arcus FC. ſi arcus totalis FCDE ſuperet ſemicirculum centrum B erit. in ſegmento FCDE, ducatur ergo linea AB, & ex B ad EF ducatur perpendicularis B O G, hæc ſecabit lineam EF biſectiàm in O. cum cognitus ſit arcus EGF, cognoſcetur tota E F, & dimidia OF, cum autem cognoſcatur tota AF, dabitur & AO, linea item B O, eſt ſinus dimidij arcûs, quô circumferentia FCDE ſuperat ſemicirculum, quare nota erit.

Denique in triangulo rectangulo ABO, datis lateribus BO, A O non latebit eccentricitas AB, nec angulus FAK, aut K A E diſtantiæ Apogæi à loco E vltimæ obſervationis.

Hanc methodum licet paulò longiorem exémplo illuſtremus.

Anno 1582. ſtylo veteri Aug 21. hor. 1. oppoſitio Saturni cum Sole obſervata eſt Hafniæ, in piſcium gradu 7. 26.

Anno 1584. Sept. 15. hor. 6. 30. obſervata eſt ibidem oppoſito Saturni cum Sole in Arietis gradu 2. 34.

Anno 1586. Octob. 12. hor. 11. obſervata eſt pariter oppoſitio Saturni in Arietis 29. 2. his datis quæruntur cætera.

A prima ad ſecundam in Zodiaco ſunt gr. 25. 8

A ſecunda ad tertiam in Zodiaco ſunt gr. 26. 18.

Tempus inter primam & ſecundam eſt duorum annorum & dierum 15. additur & dies propter biſſextum anni 1684. ſunt ergo dies 756. hor. 3. 30. Annuus motus Saturni eſt gr. 12. 13. 35. 29. 14. qui duplicatus erit 24. 27. 10. 58. 28. addendus motus dierum 26. motus diurnus eſt gr. 0. 2. 0. 35. 25. qui multiplicatus per 26. dat gradus 0. 52. 15. 20. 50. motus horarius Saturni. erit gr. 0. 0. 5. 1. 28. addenda ſunt igitur pro tribus horis & 30. min. gr. 0. 0. 17. 5. 34. quare eo tempore motus erit medio motu Saturnus gr. 25. 19. 43. 24. 52.

A ſecunda ad tertiam ſunt pariter anni duo nempe gr. 24. 27. 10. 58. 28. & præterea dies 27. hor. 5. 30. quibus reſpondet motus 54. 16. 20. 53.

Igitur motus erit Saturnus motu medio toto illo temp. gr. 25. 21. 27. 19. 21.

Quare arcus CD eſt	graduum 25. 19. 43.
Arcus DE erit	graduum 25. 21. 27.
Totalis arcus CDE	graduum 50. 41. 10.
Angulus DAE, ſeu FAN	graduum 26. 28.
Angulus DFE dimidius arcus DE	12. 40. 43 $\frac{1}{2}$.
Angulus DFC dimidius arcus CD,	12. 39. 51 $\frac{1}{2}$.

Cætera per Trigonometriam facile ſoluentur.

Hæc methodus eſt valde longa & intricata totque habet ſolvendas quæſtiones & analogias, vt ſit difficile in illatum aliqua non errare. eſt tamen communis & Ptolemaica. quare aliam faciliorem cum Herigonio ſubſtituemus.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Secunda methodus inueniendi Apogæum & eccentricitatem.

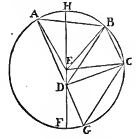
Quia ſuperior methodus vt dixi eſt nimis longa, aliam proferemus quam in exemplo demonſtramus.

Obſervavit Tycho tres Martis oppoſitiones cum Sole,

Prima fuit Anno 1585. Ianuarij 30. hor. 19. 15. In Leonis gr. 21. 35. 10.

Secunda fuit anno 1587. Martij 6. hor. 7. 20. In Virginis 25. 42.

Tertia denique anno 1589. Aprilis 14. hor. 6. 20. In Scorpij 4. 23.



Hæc tria loca ſint in eccentrico ordinata in punctis A, B, C, ſitque centrum Zodiaci D, ductis lineis ADG, BD, CD, &c.

Primo datur angulus ADB, diſtantia loci A à loco B, in Zodiaco cum D ſit centrum Zodiaci eſtque angolus ADB 34. 6. 50.

Datur & angulus BDC 38. 41.

Cognoſcitur

Cognoscitur & B D G 145. 53. 10.

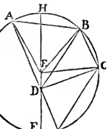
Tempus inter primam observationem & secundam fuit annorum communium 2 dierum 34. hor. 12. 5. cui tempori convenit medius motus AB, seu angulus AEB 40. 39. 13. eius dimidium erit angulus A G B in circumferentia nempe 20. 19. 36. & in triangulo DBG datis duobus angulis datur tertius DBG 13. 47. 14.

A secunda oppositione ad tertiam sunt anni 2. dies 39. hor. 23. computato die bissextili, quibus competit motus medius B C, seu angulus BEC. 43. 30. 45.

Soluatur primo triangulum DBG, in quo supponitur BD esse partium 20000.

Primò quæratur D G, fiatque vt sinus anguli AGB 20. 19. 36.
Ad sinum anguli DBG 13. 47. 14.
Ita latus BD partim 20000.
Ad latus DG partium 13721.

Secundò solvatur DCG in quo angulus DGC est dimidius arcûs ABC estque 42. 4. 59. cum ADC sit 72. 47. 50. erit DCG 30. 6. 51.
Fiat ergo vt sinus anguli DCG 30. 6. 51.
Ad sinum anguli DGC 42. 4. 59.
Ita latus DG 13721.
Ad latus DC 18329.



Tertio soluatur triangulum BDC. In quo datur BD 20000. DC 18329. & angulus BDC veri motûs gr. 38. 41.
Fiat vt summa laterum 38329.
Ad differentiam eorumdem 1671.
Ita tangens semisummæ angulorum 70. 39½.
Ad tangentem semidifferentiæ grad. 7. 5.
quæ subtractiva à semisumma dat angulum DBC 63. 34. 42. cum hoc angulo quæres latus B C 12792.

Quartò soluatur triangulum BEC in quo datur BC 12792.
Cognoscitur item angulus BEC medij motûs, nempe 43. 30. 45.
Dantur anguli DBC 63. 34. 42. ergo & reliqui duo. qui cum sint æquales.
Erit angulus EBC 68. 14. 38. E quo si subtrahas DBC
Restabit angulus EBD 4. 39. 56. & linea B E 17256. qui est radius.

Quinto in triangulo E B D dantur latera D B 20000. & BE 17256. vna cum angulo E B D 4. 39. 56. ergo innotescet angulus EDB 25. 36. 52. & linea ED 3247.

Cum autem in secunda oppositione Mars inveniretur in Virginis gr. 25. 42. si subtrahas 25. 36. 52 restabit Apogæum Virginis gr. 0. 5. 8. nempe pro die Martij 6 stylo veteri hor. 7. 20. post meridiem stylo veteri vranoburgi eccentricitas inventa est: supponebar radium partium 17256. fiat ergo vt 17256. ad 100000. ita E B 3247. ad E D veram eccentricitatem 18817. cognoscetur item angulus BED, & consequenter hæc eccentricitas bissecanda erit si ad mentem Ptolemæi opereris.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Tertia methodus inueniendi Apogæum, & eccentricitatem.

Longomontanus Keplerus, & Bullialdus modos superiores inveniendæ eccentricitatis, & determinandi Apogæi, tribus tantum Acronychiis innixos, lubricos censent, & probant ex eo quod si in iis cætera figurarum præcedentium triangula soluantur, non eadem recuitet eccentricitas, nec idem locus Apogæi. Ita Bullialdus ex tribus Acronychiis colligit Apogæum esse in Virginis gr. 1. 26. mi. & in Virg. gr. 1. & min. 45. item in Virginis gr. 1. min. 9. Sed si alia differentia non inveniretur putarem rem esse parui momenti, neque enim possibile est vt fiant observationes ita exactæ, quæ in determinatione Apogæi aliquem errorem non invehant.

Quare id quod me magis inclinat in eam sententiam erit; mutatio eccentricitatis, si enim mutabilis sit eccentricitas, eô modô quô indicat Ricciolius. Ex tribus Acronychiis, non elicietur vera eccentricitas respondens vni alicui Acronychio. Sed aliqua quædam media, inter eccentricitates singulis oppositionibus respondentes, id autē fit manifestum, quod si aliæ atque aliæ oppositionum triades adhibeantur, aliæ atque aliæ eccentricitates determinabuntur. Vult igitur Keplerus vt quatuor oppositiones adhibeantur. Describit centro B eccentricum HEDG, in quo linea Apogæi sit H I, supponitur autem hæc linea. Primò immobilis per aliquos annos. Secundò cognita est crassiuscule nempe ex aliis methodis, cognoscatur locus Apogæi in circa.

Sit terra in A, sit centrum æquantis Ptolemaici C, & centrum eccentrici B, sunt autem quatuor loca oppositionum F, E, D, G. tum ex punctô A ducantur lineæ AF, AE, AD, AG. ducantur item ex singulis prædictis punctis lineæ ad puncta B & C.

Primò cognoscuntur anguli facti in punctô A, sunt enim differentiæ verorum motuum oppositionibus respondentes.

Secundò cognoscuntur anguli in punctô C facti, sunt enim medij motus respondentes intervallis temporis, ab vna observatione ad aliam in centro nempe æquantis facti.

Incertus tamen est locus Apogæi & situs lineæ HI, saltem non cognoscitur nisi in circa. Incertus item motus in eccentrico. neque enim in Ptolemaica hypothesi movetur planeta æquali

et

ter in eccentrico, ſed tantum linea ipſum deferens movetur æqualiter in æquante, ſeu circa eius centrum.

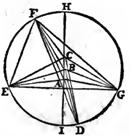
Poteſt tamen aſſumi locus Apogæi qualem hypotheſis communis exhibet vt circa annum 1600 in Marte, aſſumi poteſt circa finem Leonis.

Quare ex diſtantia locorum obſervatorum, ab eo Apogæo noti fiunt anguli Anomaliſtici HCF, HCE, HCG, HCD. vel GCI, ECI, DCI. poteſt autem AC ſupponi facilitatis gratiâ partium 10000. quibus ſuppoſitis examinandum reſtat, an locus Apogæi & anguli permittant quatuor puncta DEFG, verſari in circumferentia eiuſdem circuli, & centrum B eſſe in linea HI, & quanta debeat eſſe AC, & an punctum β debeat verſari in medio lineæ AC. ita totum negotium examinabis.

Primò in triangulis CFA, CGA, CDA, & CEA. datis angulis, verbi gratia in triangulo CFA, datô angulô FCH, cognoſcitur FCB datur & angulus FAH veri motûs, aſſumitur AC. 10000. ergo dabitur AF, ita habebis AG, AD, AE in partibus lateris AC aſſumpti.

Secundò in triangulis FAG, GAD, DAE, & EAF, dantur ſingula latera & anguli comprehenſi compoſiti ſcilicèt ex angulis verorum motuum habebis cæteros, ex quibus compones angulos EFG, FGD, GDE, DEF. Si enim quatuor anguli ſint quatuor rectis æquales, ita vt oppoſiti ſimul æquales ſint duobus rectis, ſignum erit omnia bene procedere, ſin minus promovendum erit, aut retrahendum Apogæum, donec hi quatuor anguli indicent puncta DEFG eſſe in circumferentia eiuſdem circuli.

Neque tamen etiamſi hi anguli inventi ſint tales, problema eſt abſolutum reſtat enim examinandum, an punctum B ſit in linea AC, & in medio eiuſdem lineæ, cognitus eſt angulus totalis GAE compoſitus, ex angulis DAG, DAE veri motus, iam cognitis. cognita autem ſunt in primo punctô latera AE, AG, quare dabitur baſis GE.



In triangulo EBG iſoſcele, datur angulus EBG. vt pote duplus anguli EFG cogniti, datur & baſis GE, ergo innoteſcet radius EB. & anguli BEG BGE.

Quia noti ſunt anguli BGE. AGE, innoteſcet BGA. In triangulo ergo BAG datô angulô BGA, & lateribus BG, AE cognoſcetur angulus BAG, qui ſi invenitur idem ac CAG, prius aſſumptus omnia bene procedunt, ſin minùs certum eſt punctum B non cadere in lineam AC. quare mutandum erit Apogæum donec omnia quadrent.

Ex his concludit Keplerus ex 4 oppoſitionibus Martis ita diſpoſitis. totam AC eſſe partium 18564. AB verò eſſe partium 11332. & BC 7232.

Nonnulli hanc methodum reprehendunt quod per attentationem procedat, & Geometram dedeceat, nihilominus ſatiùs ducerem hôc modô procedere quam problema inſolutum relinquere.

Poſſunt autem facile hæ menſuræ accommodari hypotheſi Patris Riccioli quamvis Copernicanæ ſint omnino accommodatæ.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Locum Apogæi & eccentricitatem pro quolibet tempore Determinare.

Suppono eò iam provectam Aſtronomiam, vt præter propter ſciatur locus Apogæi, cuius examen & eccentricitatis determinationem hic inquirimus, ſeligantur ſi occurrant duæ oppoſitiones planetæ, vna circa perigæum, adiungaturque alia tertia, & methodo communi inquiratur eccentricitas & Apogæum, dico eccentricitatem inveniendam, convenite tempori alterius oppoſitionis, ratio eſt quia in Apogæo, & perigæo, ceſſat omnis proſthaphæreſis, atque adeò oppoſitio quæ circa Apogæum aut perigæum, nullô modô alterabit eccentricitatem eamque relinquet, quam habebit eccentricus tempore tertiæ illius oppoſitionis adiunctæ.

Nonnullæ tamen cautiones adhibendæ ſunt, præcipua erit quia nonniſi longiſſimo tempore occurrere poſſunt duæ oppoſitiones vna in perigæo altera in Apogæo, nec poteſt tantô tempore diſſimulari motus Apogæi, ideo pro motu anomaliæ aſſumi non poteſt motus medius planetæ niſi ab eo ſubtraxeris motum Apogæi, nam ſubtrahendo motum Apogæi à motu medio relinquitur anomalia planetæ.

Secundò inventa oppoſitione circa Apogæum poſita, ſeliges duas alias hinc inde ab Apogæo, aut perigæo æqualiter diſſitas nempe ſi vna ſit in primo quadrante, altera ſit in quarto. vel vna in ſecundo alia in tertio quadrante anomaliæ. Sic enim æqualem habebunt eccentricitatem, quare ſi hôc modô adiungas eidem oppoſitioni circa perigæum, aut Apogæum poſitæ, alias bigas oppoſitionum æqualiter, aut fere æqualiter ab Apogæo hinc inde diſſitarum, facile determinabis quanta ſit eccentricitas in variis anomaliæ gradibus. vt ſi oppoſitioni circa Apogæum celebratæ adiungas duas non longe à perigæo hinc inde fere æqualiter diſtantes, habebitur fere minima eccentricitas. Pariter ſi oppoſitioni circa perigæum celebratæ adiungas duas, hinc inde ab Apogæo non multum diſtantes habebitur maxima eccentricitas, & locus Apogæi.

Vel vtere methodo Kepleri adiungendo duabus, oppoſitionibus vnam circa perigæum aliam circa Apogæum, alias duas fere æqualiter ab Apogæo diſtantes.

Pater Tacquetus aliam methodum adiungit non

non contemnendam. obſerventur quinque oppoſitiones planetæ quæ ſint F, H. G, D, E, ſitque propoſitum invenire locum Apogæi & eccentricitatem pro tempore oppoſitionis G. primò adhibeantur tres oppoſitiones F,H,G, & methodò communi quæratur diſtantia Apogæi, à puncto in quo accidit oppoſitio G & eccentricitas.

Secundò adhibeantur oppoſitiones G, D, E. Idemque inquiratur,vſurpentur item F,G,E, tum H,G,D, item F,G,D,H,G,E,fiantque omnes aliæ combinationes ſemperque quæratur diſtantia Apogæi à loco oppoſitionis G & eccentricitas, ex his omnibus medium quoddam Apogæum & eccentricitatem invenies. neque occurrit aliud quod in eam rem aptius dici poſſit.

Promiſerat Pater Ricciolius ſe omnes ſingulorum planetarum obſervationes collecturum,ſicque ſuam hypotheſin aptaturum, vt omnes exacte quantum fieri poterit exhibeantur: hoc ſi præſtiterit, nihil amplius in ea materia fieri poterit, niſi inveniantur aliæ hypotheſes faciliores vt volunt eſſe Ellypticam, in qua tamen, nec Apogæum, nec eccentricitas invenitur, ſed inventa in aliis huic aptatur.

His aut ſimilibus methodis locum Apogæi varium invenerunt diverſis temporibus Aſtronomi.

Ptolemæus circa annum Chriſti 136.	S. In Scorpij gr. 23. 0. 0.	
	I. In Virginis	11. 0. 0.
	M In Cancri	25.30.
Albategnius Anno 880.	S. In Arcitenen.	14.58.
	I. In Virginis	24.58.
	M. In Leonis	6.18.
Copernicus Anno 1515.	S. In Arcitenen.	27.42.
	I. In Libræ.	6.21.
	M. In Leonis	27. 0.
Longomont. Anno 1600.	S. In Arcitenen.	26.26.57.
	I. In Libræ	7.31.58.
	M In Leonis	28.41.56.
Lausbergius Anno 1600.	S. In Arcitenen.	25.55.12.
	I. In Libræ	3. 8 53.
	M. In Leonis	25.32. 6.
Ricciolius Anno 1644.	S. In Arcitenen	27.13.20.
	I. In Libræ	8.36. 0.
	M. In Leonis	29.50. 2.

Vides ex his concluſionibus determinationem Apogæi horum planetarum lubricam eſſe, cum præſtantes Aſtronomi à veritate nonnihil aberrēt.

P. Ricciolius colligit hoc loco nonnullas horum planetarum oppoſitiones veras, vt ex iis eorum motus examinare,vnuſquiſque poſſit.vtinam plures collegiſſet. operæpretium enim fuerit vt iam dixi ſi pluribus obſervationibus, ad limam hæ hypotheſes ſæpius revocentur.

PRO SATVRNO.

Oppoſitiones planetarum veræ obſervatæ. Hafnia eſt fere ſub meridiano Vranoburgenſi.

Stylu veteri Anni menſes. dies			Hafniæ H.	Mi. poſt, merid.	Locus obſervatus Gr.	Min.
1582.	Aug.	21.	2.	0.	Piſcium	7.26
1583.	Sept.	3.	1.	0.	Piſcium	19.50
1584.	Sept.	15.	6.	30.	Arie	2.34
1585.	Sept.	28.	19.	30.	Arie.	15 39 1/3
1586.	Oct.	12.	11.	0.	Arie.	29. 2
1587.	Oct.	26.	9.	0.	Tauri	12.46
1588.	Nov.	8.	10.	10.	Tauri	26.44
1589.	Nov.	22.	14.	30.	Gemin.	10.53
1590.	Dec.	6.	20.	30.	Gemin.	25.10
1591.	Dec.	21.	1.	0.	Cancri	9 24 1/2
1595.	Ian.	30.	21.	0.	Leon.	21. 15 1/3
1608.	Iulij	9.	3.	0.	Capri.	26 53.
1609.	Iulij	21.	13.	0.	Aquar.	8. 31
1610.	Aug.	2.	22.	30.	Aquar.	20.10
1611.	Aug.	13.	16.	0.	Piſcium	2.12

PRO MARTE.

Anni menſes, dies			Hafniæ Hor.	Min.	Sign.	Gr, Min.
1580.	Nov.	28.	1.	30.	Gemin.	6.27
1582.	Dec.	28.	4.	0.	Cancer	16.54 1/6
1585.	Ian.	30.	19.	15.	Leo	21.33
1587.	Matt.	6.	7.	20.	Virgo	25.42
1589.	Aprilis	14.	6.	20.	Scorpius	4.23
1591.	Iun.	8.	7.	45.	Arcit.	26 42
1593.	Aug.	23.	17.	30.	Piſces	12.15
1595.	Octo.	31.	0.	40.	Taur.	17.30 1/2
1597.	Dec.	13.	16.	0.	Cancer	2.27
1600.	Ian.	18.	14.	0.	Leo	8.37
1602.	Febr.	20.	14.	15.	Virgo	12.26
1604.	Matt.	28.	16.	20.	Libra	18.36 1/6
1608.	Iul.	24.	2.	0.	Aquar.	11.10
1610.	Oct.	8.	16.	50.	Aries	25.30

PRO IOUE.

1583.	Sept.	6.	20.10.	Piſcium	23.33.
1584.	Oct.	13.	7.20	Tauri	22. 0.
1591.	Apr.	23.	19. 0.	Scorpij	13.10.
1595.	Sept.	11.	6.10.	Piſcium	28 56
1596.	Oct.	18.	12. 0.	Tauri	5.40
1607.	Sept.	17.	11.10.	Arietis	4.10.
1610.	Dec.	30	4 40.	Cancri	19.36.
1613.	Mart.	1.	22. 0.	Virginis	21 45.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Medios motus trium planetarum Saturni, Iouis, & Martis vltimò determinare.

Superioribus propoſitionibus, non tantum ex tribus oppoſitionibus Apogæum,& eccentricitatem determinavimus,ſed etiam eodem ratiocinio anomaliam, & locum medium planetæ ſinguli, oppoſitionibus reſpondentem invenimos id enim ferebat ſolutio triangulorum nam invenitur facile proſtaphæreſis quæ ex vero loco

planetæ obſervato, addita in primo, & ſecundo quadrante ſubtracta in tertio, & quarto medium locum exhibet.

Quare notus eſt locus medius planetæ pro aliquo tempore. ſupponatur ergo vt melius totum negotium procedat, examinatam eſſe triadem oppoſitionum antiquarum eô modô, quó diximus, & inuentum eſſe medium motum reſpondens vni illarum oppoſitionum antiquarum; cuius ſupponitur annus dies & hora nota.

Secundò examinentur eâdem methodô tres novæ oppoſitiones, inventaque eccentricitate Apogæo, & proſtaphæreſi determinetur locus medius planetæ pro vna iſtarum oppoſitionum. Iam comparetur tempus antiquæ oppoſitionis, cum tempore novæ, eruatúrque numerus dierum, horarum & minutorum, hunc numerum divide per quantitatem vnius revolutionis iam ſuprà inventam, quæ quantitas quamvis non ſit omninò exacta, ſufficiet tamen, vt tollat dubium quod circa numerum revolutionum oriri poſſet. quare cognoſces numerum revolutionum, & locus planetæ medius antiquæ oppoſitionis comparatus cum loco medio planetæ in nova oppoſitione exhibebit, quot gradus, & minuta tempore illo perfecerit planeta ſupra revolutiones integras. numerum revolutionum multiplica per 360. illique numero adde id quod inſuper planeta perfecit, habebiſque motum medium planetæ reſpondentem toti illi tempori. quare per regulam proportionum vt priùs dices ſi tot gradus perfecti ſunt eô tempore, quô tempore planeta medio motu gradus 360 perficiet. habebiſque tempus reſpondens vni revolutioni.

Revolutio integra.

	Annorum Ægyptiac.	dierum	Hor.	min.	ſec.	tert.
Saturni	29.	161.	22.	28.	3.	22.
Iovis	11.	315.	15.	2.	10.	30.
Saturni	1.	321.	22.	19.	49.	48.

Motus medij ſecundum Ricciol. diurni

	Gr.	Mi.	Sec.	Tert.	Quart.	Quinta.	Sexta
Saturni	0.	2.	0.	35.	25.	21.	19.
Iovis	0.	4.	59.	15.	59.	8.	41.
Saturni	0.	31.	26.	39.	51.	41.	11.

A N N V I

Saturni	12.	13.	35.	29.	14.	39.	34.
Iovis	30.	20.	32.	14.	47.	54.	30.
Saturni	191.	17.	8.	26.	5.	31.	45.

Invenitur revolutio ſi fiat vt motus annuus ad 365. ita 360. ad quartum.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Radicem mediorum motuum conſtituere.

Examen trium oppoſitionum factum eô modô, quô diximus, inter alia exhibet diſtantiam planetæ tempore oppoſitionis ab Apogæo, non tantum in Zodiaco, ſed etiam in ipſo eccentrico, cui diſtantiæ ſi addatur diſtantia Apogæi ab Ariete, exurgit diſtantia planetæ ab Ariete. vel meliùs & facilius examen trium oppoſitionum ſupponit locum verum planetæ obſervatum ad momentum ſingularum oppoſitionum, invenitur autem per ratiocinium, non tantum eccentricitas, & Apogæum ſed etiam proſtaphæreſis addenda, vel ſubtrahenda, vt ex vero motu habeatur locus medius, atque ita habetur prima radix motûs medij. nempe locus medius planetæ pro aliquo determinato tempore. quia tamen motus hic medius aptari debet alicui Epochæ notiſſimæ, & communiter vſurpatæ, vt verbi gratia æræ Chriſtianæ; hoc eſt initio annorum Chriſti; quod initium nonnulli ducunt à meridie diei præcedentis Kalendas Ianuarias anni Chriſti I. inquiris ini numerum annorum, dierum, horarum, & minutorum quæ fluxerunt ab initio annorum Chriſti, ad tempus obſervationis propoſitæ cui tempori ex tabulis præcedentibus, motum medium congruentem reperies, hunc motum medium ſubtrahe à motu medio aptato primæ radici, ſeu tempori obſervationis propoſitæ. ſi Epocha Chriſti primam radicem antecedit, ita exurget locus medius planetæ congruens æræ Chriſtianæ, ſeu initio annorum Chriſti.

Ad faciliorem tamen calculum, ne cogamur repetere ſupputationes noſtras ab Epocha ita diſſitâ; poterimus ex præcedentibus tabulis ſupputare locum planetæ pro annis ſæcularibus, vel pro ſeqoentibus verbi gratia pro anno 1601. 1701. & ſic deinceps. vel pro noſtro ſæculo pro ſingulis vicenis nempe 1601. 1621. 1641. 1661. 1681. 1701. & ita deinceps.

Vſus tabularum facilis eſt, ad inquirendum locum planetæ medium pro quolibet tempore. Exſcribe motum reſpondentem alicui Epochæ tui ſæculi proxime minori, adde illi annos competentes, & motum his annis reſpondentem, vt venias ad annum propoſitum, adde menſem & motum menſi reſpondentem, adde inſuper dies, & horas, & motum diebus & horis debitum, adde omnes motus ſimul, & habebis locum planetæ medium reſpondentem tempori propoſito.

Hic nullam habui rationem temporis æquandi, quia in motibus ita tardis id ſupervacaneum eſt.

Has radices ex parte à Ricciolio Decerpo.

Radices motus medij. Ad annum Chriſti primum ineunte meridie diei præcedentis Kalendas Ianuarias ſub meridiano Bononienſi.

	Sign.	Gr.	Min.	Sec.
Saturni	2.	12.	33.	50.
Iovis	5.	29.	45.	0.
Martis	1.	10.	0.	50.

PROP.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Motum Apogæi determinare.

Examen trium oppositionum eiusdem planetæ inter alia exhibet locum Apogæi pro tempore vnius oppositionis. Supponatur ergo ex tribus oppositionibus a Ptolemæo obseruatis haberi locus Apogæi, pro aliquo tempore determinato. Examineniur aliæ tres oppositiones recentiores, & quæratur locus Apogæi, pro tempore vnius oppositionis. numeretur interiectum inter vtramque obseruationem, tum subtrahendo vnum locum Apogæi ab alio habebitur motus Apogæi debitus huic tempori. Denique per regulam proportionum, erues motum annuum, & diurnum Apogæi. habes item duplicem radicem cum qua facile locum Apogæi æræ Christianæ aptabis.

Ptolemæus anno Christi 136. completo inuenit Saturni Apogæum in Scorpij gradu 23.

Pater Ricciolius anno Christo 1644. completo idem Apogæum inuenit in Arcitenentis gradu 27 13. 30.

Differentia habetur subtrahendo primum à secundo, restant grad. 34. 13. 30. numerus annorum erit 1508. Instituatur regula trium reducendo annos Iulianos 1508. in dies, & gradus 34. 13. 30. in minuta secunda graduum.

Dic ergo si tot dies dant tot minuta tertia. Annus vnus seu dies 365. quot minuta tribuet. atque ita habebis motum annuum Apogæi.

Hunc motum si diuidas per dies 365. exurget motus diurnus Apogæi.

		gr.	min.	sec.	tert.	qu.	quint.
Motus diurnus	S.	0.	0.	0.	16.	26.	23.
Apogæi	I.	0.	0.	0.	14.	58.	0.
Ex P. Ricciolio	M.	0.	0.	0.	11.	30.	0.

Motus Apogæi	S.	0.	1.	40.	0.
annuus	I.	0.	1.	30.	
	M.	0.	1.	10.	

Ex iis facilè vnam reuolutionem concludes si dicas verbi gratia pro Saturno 70 secunda dant. vnum annum, 1296000 secunda quæ in gradibus 360. reperiuntur quot dabunt annos diuide hunc numerum 1296000. per 70. & inuenies 18514. & dies aliquot. idem præsta in cæteris, & habebis numerum annorum singularum reuolutionum.

Dixi supra facile inueniri posse locum Apogæi pro initio annorum Christi si enim ex loco Apogæi tempore Ptolemæi subtrahas motum Apogæi debitum annis 136. habebis loca Apogæorum initio annorum Christi sunt autem.

		Sign.	Gr.	Mi.	Se.
Locus Apogæi initio annorum Christi ad meridiem præcedentem Kalendas Ianu. Bononiæ.	S.	7.	11.	33.	23.
	I.	4.	27.	30.	21
	M.	3.	27.	43.	22.

Ex his facilè tabulas construes. nam repetendo motum annuum, habebis motum Apogæi pro singulis annis vsque ad 20. addito tamen motu diurno pro singulis bissextilibus. Exinde 40. 60. 80. 100. annorum tum 200. &c. vsque ad mille.

Pariter motus diurnus repetitus dat motum diurnum vsque ad dies 31.

Exinde menfium tam in annis bissextilibus quam in communibus.

Ope tabularum facile quolibet tempore proposito scies locum Apogæi hunc si subtrahas ex motu planetæ medio, eidem tempori respondente, habebis anomaliam eccentrici pro eodem tempore, distantiam centri Epicycli ab Apogæo numeratam, hæc anomalia necessaria est ad inueniendas prostaphæreses eccentrici. seu vt ex motu medio centri Epicycli inueniatur locus eius verus.

Quamvis hàc methodo satis facili; haberi possit anomalia, ad faciliorem tamen calculum facilius erit motui medio, adiungere columnam motus anomaliæ. hæc columna facile construitur constructa tabula motus Apogæi: si enim ex motu annuo planetæ auferas motum annuum Apogæi dabitur motus annuus anomaliæ eccentrici.

		Gr.	Mi	Sec.	tert.	IV.	V.	VI.
Motus annuus	S.	12.	11.	55.	29.	14.	39.	34.
Anomaliæ.	I.	30.	19.	2.	14.	47.	54	30.
	M.	191.	15.	58.	26.	5.	31.	55.

Motus diurnus	S.	0.	2.	0.	19.	0.	
Anomaliæ	I.	0.	4.	59.	1.	9.	8.
	M.	0.	31.	26.	27.	41.	41. 14.

Ex his motibus facile totam tabulam anomaliæ constitues.

Radicem Anomaliæ habebis si ex radice motus medij pro æra Christiana subtrahas locum Apogæi.

		Sign.	Gr.	Min.	Sec.
Motus anomaliæ pro initio annorum Christi pro meridie præcedente Kalendas Ianuar. meridie.	S.	7.	1.	0.	27.
	I.	1.	2.	14.	58.
	M.	9.	12.	17.	28.

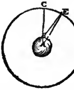
PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Eccentricitatem maximam mediam, & minimam reperire.

Quamvis ex superius dictis constitutæ videantur eccentricitates, si quis tamen diligentior esse velit, quæ superius dicta sunt, ad solius Apogæi constitutionem assumat, & denuo eccentricitatem quærat ex obseruationibus. obseruationes autem adhibendæ in hoc negotio sunt solæ oppositiones veræ, in quibus vt iam sæpe dixi euanescit secunda inæqualitas. Obseruet igitur oppositionem planetæ quam poterit Apogæo proximam, tum ad tempus propositum quærat motum medium, & anomaliam cum quibus eccentricitatem inueniet. si nulla occurrat in Apogæo assumat perigæum, & incipiat à minima eccentricitate.

Anno 1608. Iul. 9 hor. 3. 0. obſervata eſt oppoſiuo Saturni cum Sole in Capricorni gradu 26. 53. medius motus huic tempori reſpondens fuit ſignorum 10. 0. 24. 41. differentia à motu vero ſeu proſtaph. 3. 31. 41. Apogæum erat in Arciten. gr. 16. 13. 20. quare ſi ſubtrahas ſigna 8. 26. 13. 20. ex medio motu ſigoorum 10. 0. 24. 41. reſtabit anomalia ſign. 1. 4. 21. 21. fiat figu-



ra in qua AB ſit eccentricitas quæ quæritur. E C eſt anomalia graduum 34. 21. 21. angulus AEB graduum 3. 3 1. 41. A E radius partium 100000. quæritur A B. datur angulus ABE. nam angulus EAB eris 145. 38. 39. adde 3. 31. 41. fit ſumma 149. 10. 20. ſubtrahe à 180. fiet angulus EAB 30. 49. 40. fiat vt ſinus 30. ad ſinum 3. 31. 41. ita ſinus totus AE 10000. ad AB 13 315.

Si experiaris plures huiuſmodi eccentricitates, comperies eam decreſcere ab Apogæo ad perigæum. periculum maximum erit ſi præciſe aſſumatur oppoſitio celebrata in Apogæo, aut perigæo. quia ſi Apogæum non ſit optime conſtitutum, quilibet minimus error circa proſtaphæreſin magnum errorem in eccentricitatem invehet.

Hoc decrementum proſtaphæreſis Patris Riccioli hypotheſin optime confirmat. Invenir autem eccentricitatem.

	Maximam	mediam	minimam
Saturni	12200.	11500.	10800.
Iovis	9960.	9530.	9100.
Martis	20000.	18635.	17270.

Hæc eccentricitas intelligitur in partibus radij eccentrici, qui radios ſemper ſupponitur diviſus in 100000 partes æquales.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Veras coniunctiones Saturni, Iouis, & Martis ſupputare

Iam diximus ſæpe in coniunctionibus veris, ceſſare ſecundam anomaliam; atque adeò nullam rationem habendam ſecundæ anomaliæ, ſeu Epicycli. ſi igitur proponatur tempus, ſitque examinandum, an eo tempore planeta ſit Soli oppoſitus. Primò ad datum tempus quæratur locus Solis verus. Secundò ad idem tempus quæratur planetæ motus medius, & anomalia ſeu diſtantia ab Apogæo. ſi hæc diſtantia ab Apogæo minor fuerit quadrante. aſſume eius complementum ad quadrantem, fiatque vt ſinus totus ad ſinum huius complementi. ita exceſſus maximæ eccentricitatis ſupra mediam, ad id quod addendum eſt eccentricitati mediæ, vt habeatur ea quæ huic tempori convenit. Eccentricitate cognitâ & angulo anomaliſtico EAC. facilè proſtaphæreſin invenies, hæc proſtaphæreſis ſubtracta, vel addita motui medio dabit locum verum planetæ, qui ſi fuerit vere ille gradus, qui Soli opponitur erit tunc vera oppoſitio. ſin minus vt ſciatur quandonam planeta erit oppoſitus, conſtituendus eſſet aliquis motus Solis à planeta, nempe ſubtractô motu diurno planetæ, à motu diurno Solis, operandúmque eſſet eô ferè modô, quô plenilunia inquiſivimus: ratio item habenda mutationis proſtaphæreſeon, præcipue in Sole. nam planetæ ſuperiores tantam mutationem non patiuntur, ob tarditatem motus.

Poſſent item tabulæ conſtrui quibus mediæ oppoſitiones exhiberentur adiunctâ anomaliâ vtriúſque ſyderis. quia tamen oppoſitiones planetarum cum Sole non ſunt tanti momenti, ac novilunia, & plenilunia, ſufficient Primæ tabulæ, ex quibus oppoſitiones eruemus cum opus fuerit, quamvis non tanta facilitate.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Tabulam proſtaphæreſeon eccentrici conſtruere.

Ad molliendam difficultatem: quæ in ſolvendis triangulis invenitur, ad inveniendam proſtaphæreſin iuvabit ſemel huoc ſubjiſſe laborem, & proſtaphæreſin ſingulorum graduum anomaliæ inquirere, cum enim in eodem gradu anomaliæ eadem ſemper reſpondeat eccentricitas, eadem recurret proſtaphæreſis; atque ad eo vnica tabula opus erit. Incipiamus à Saturno.

Cuius maxima eccentricitas 12200, media 11500. minima 10800.

Exceſſus mediæ ſupra minimam aut maximæ ſupra mediam eſt partium 700. ſit quærenda proſtaphæreſis ad gradum anomaliæ 13. quæratur eccentricitas huic gradui debita. complementum graduum 15. eſt 75. cuius ſinus eſt 96593. fiat vt ſinus totus ad 96593. ita 700. exceſſus maximæ eccentricitatis ſupra mediam ad 677. quæ ſi addantur mediæ eccentricitati 11500. habebimus 12177. pro eccentricitate debita huic gradui.

Solvatur triangulum AEB ſuperioris figuræ datô radiô AE 100000. & eccentricitate AB 12177. angulo EAB. 165. reliqui duo erunt ſimul graduum 15. Addantur latera AE, AB fiatque vt ſumma 112177. ad differentiam eorum 87823. ita tangens ſemiſummæ angulorum ſeu 7. 30. ad tangentem ſemidifferentiæ 5. 44. quæ ſi ſubtrahatur ex ſemiſumma 7. 30. relinquit proſtaphæreſin grad. 1. 46.

Eodem modo operandum erit donec perveneris ad gradum 90 anomaliæ.

Vbi vero anomalia fuerit maior gradibus 90. verbi gratia ponamus anomaliam eſſe grad. 95. Ad quærendam eccentricitatem aſſume complementum illius arcus, eritque 5. cuius ſinus 8715. fiat vt ſinus totus ad 8715. ita 700. exceſſus mediæ

mediæ eccentricitatis supra minimam ad 61. id quod subtrahendum ab eccentricitate media 11500. restabitque 11439. pro eccentricitate debita huic gradui. cum hac eccentricitate & gradu anomaliæ habebis facile competentem prostaphæresin.

Hôc modô construes tabulam pro 180. gradibus anomaliæ, quæ etiam aptabitur secundo semicirculo anomaliæ.

Eodem modo operaberis pro Jove & Marte, vtendo aliis eccentricitatibus.

Parum interest inquirere in quo gradu anomaliæ, maximæ æquationes contingant, id enim ex ipsa operatione, & calculo satis indicabitur si bene operatus fueris in hac hypothesi, maxima prostaphæresis erit in gradu 91. 19. pro Saturno, eritque maxima prostaphæresis gr. 6. 39. 24. Pro Jove maxima prostaphæresis contingit in gradu anomaliæ 93. 40.

Estque maxima æquatio grad. 5. 28.

Pro Marte in gradu 95. 30. estque prostaph. grad. 10. 37. in aliis hypothesibus aliæ fiunt prostaphæreses quæ tantum aliquibus minutis discrepant à prostaphæresibus huius hypothesis.

COROLLARIUM.

Hac tabula facile locum verum planetarum in coniunctionibus invenies additâ vel subtractâ prostaphæresi à loco medio.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Radium Epicycli maximum, & minimum reperire.

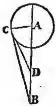
Videtur Pater Ricciolius ideo minuisse radium Epicycli, quod in opinione Ptolemaica; retento semper eodem Epicycli radio nimis magnæ evaderent prostaphæreses orbis, seu Epicycli, prope perigæum eccentrici. cum enim centrum Epicycli tunc sit valde vicinum terræ, sub maximo angulo videretur, atque adeo cum eccentricitas minima sit verbi gratia in Saturno 10800. hæc sublata à radio, relinquit distantiam centri Epicycli à centro terræ 89200 partium in perigæo: in apogæo autem cum eccentricitas maxima sit 12200. quæ addi debet radio fit maxima distantia 112200. erit igitur vna distantia ad aliam vt 89. ad 112. retento eodem radio Epicycli erit, vt radius Epicycli ad distantiam, ita sinus totus ad tangentem complementi maximæ prostaphæresis orbis. maxima prostaphæresis orbis quando centrum Epicycli obtinet apogæum eccentrici est graduum 5. 45.

Est autem tangens complementi grad. 5. 45. 993101.

Fiat vt tangens 993101. ad sinum totum.

Ita distantia maxima 112200. ad radium Epicycli 11320.

Jam fiat vt radius Epicycli 11320. ad 89200. ita sinus totus ad tangentem complementi prostaphæresis maximæ in perigæo quæ erit graduum 7. min. 2. cum tamen constet observationibus maximam æquationem Epicycli, eius centro obtinente perigæum eccentrici non superare 6. gradus & min. 30. aut 36. sit enim A B maxima distantia centri Epicycli à centro terræ, si fiat angulus C A B rectus erit vt radius C A, ad A B, ita sinus totus, ad tangentem anguli B C A complementi anguli A B C seu maximæ



æquationis. Sit pariter A D minima distantia erit vt A C ad A D, ita sinus totus ad tangentem anguli ACD complementi anguli ADC maximæ æquationis.

Et hæc fuit ratio cur Ptolemæus noluerit æquantem suum assumere pro simplici eccentrico, sed addiderit alium eccentricum, cum minori eccentricitate, vt scilicet minueretur maxima distantia, augeretur minima. Idem etiam præstitit Ricciolius virtualiter, per mutationem eccentricitatis, animadvertit tamen, adhuc nimias evadere prostaphæreses Epicycli circa perigæum ideo voluit Epicycli radium decrescere, si decrevisset in eadem ratione, in qua decrescit distantia centri Epicycli à centro terræ, eadem semper daretur prostaphæresis maxima Epicycli, vt ergo circa perigæum augeretur nonnihil, & satisfaceret observationibus voluit vt minueretur radius Epicycli, eâdem ratione, quâ minuitur eccentricitas. ne autem hoc decrementum gratis assumptum & fictum videatur, in observationibus fundari debet: quas in hac propositione explicamus.

Quare centro Epicycli existente in apogæo, observetur vera longitudo planetæ, quæ potest haberi ex ascensione eius rectâ, & declinatione.



Differentia inter locum verum centri cognitum, (constitutus enim supponitur motus centri Epicycli,) & locum planetæ observatum dat prostaphæresin orbis, ad idem tempus supputetur locus Solis verus, à quo subtrahatur locus centri Epicycli verus, restabit distantia Solis vera à centro Epicycli huic distantiæ diximus esse similem, arcum quô planeta distat ab Apogæo Epicycli. Sit ergo AB arcus similis distantiæ Solis à centro Epicycli, qui consequenter notus erit. datur item DC distantia centri Epicycli, à

centro terræ, in apogæo eccentrici, est enim partium 111100. dantur item anguli B D C. BCD. quare per trigonometriam innotescet radius BC.

Si radium eiusdem Epicycli minimum inquiris. Idem præstabis dum centrum Epicycli obtinet perigæum eccentrici, nempe locum planetæ verum observabis, & comparando eius locum, cum loco vero centri Epicycli, habebis prostaphæresin. quæratur locus solis verus, & consequenter eius vera distantia à centro Epicycli, quæ dat anomaliam orbis, datur item minima distantia centri Epicycli, à centro terræ, dum est in apogæo, quæ est 89200. ergo pariter ex solutione trianguli innotescet radius Epicycli.

Idem vsurpandum est in aliis distantiis, & habebitur totum incrementum & decrementum radij Epicycli.

Non est autem difficile invenire tempus, quô centrum Epicycli attingit Apogæum, aut perigæum eccentrici, cum medij motus supra constituti id facile indicent.

Pater Ricciolius invenit radium Epicycli.

	Maximum	Mediocrem	Minimum.
S.	11300.	10700.	10100.
I.	20320.	19,90.	18460.
M.	70957.	66057.	61157.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Locum verum planetæ ad datum tempus reperire.

Primo quære motum medium centri Epicycli, & eius anomaliam ad tempus propositum. Secundò consule tabulam prostaphæreseon eccentrici, excerpes prostaphæresin, illamque medio motui addes, aut subtrahes & habebitur verus locus centri Epicycli. quæratur ad idem tempus locus solis verus, à quo subtrahes locum centri verum. restabit distantia Solis à centro Epicycli, cui æqualis est in numero graduum distantia planetæ ab Apogæo vero Epicycli. debet è regione prostaphæresis primæ seu eccentrici notari distantia a centro terræ, immò & eccentricitatis ista enim pertinent ad primam anomaliam, hæc nisi notentur in tabula facile per trigonometriam habebuntur. quæratur radius Epicycli, qui cum eadem ratione decrescat quâ eccentricitas, fiat vt eccentricitas maxima ad eccentricitatem huic tempori debitam, ita radius maximus, ad radium pariter huic tempori & loco debitum.

Denique datâ distantiâ centri Epicycli à centro terræ nempe linea D C, & radio Epicycli, seu linea C B, & anomalia orbis seu arcu A B, innotescet facile prostaphæresis orbis, seu angulus BDC, quâ additus loco vero centri, in primò anomaliæ orbis semicirculo, aut ab eodem subtractus in secundo semicirculo anomaliæ, dat locum verum planetæ. hæc methodus est communis, sed longa habetque hoc incommodi, quod semper sit quærenda distantia centri Epicycli à centro mundi, & radius Epycycli.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

De tabulis æquationum orbis.

Mutatio distantiæ centri Epicycli, & mutatio radij Epicycli, has tabulas ita variant, vt propriè loquendo pro singulis gradibus anomaliæ eccentrici construenda foret tabula æquationum orbis. Possemus quidem assumere radium Epicycli eundem, sed varia tamen assumenda esset distantia. centri à terra: vel vicissim. Cum experientia constet, prostaphæreses orbis esse paulo maiores circa perigæum eccentrici, quam circa apogæum.

Ne tamen tot multiplicentur tabulæ primo construatur tabula prostaphæreseon orbis, eius centro apogæum eccentrici occupante. Fiat item alia tabula eius centro perigæum eccentrici occupante, subtrahe singulas prostaphæreses ex singulis sibi correspondentibus, sitque hoc modò tabula excessuum.

Ita autem ordinatur tabulæ æquationum orbis vt 4 columnas contineat. Prima & quarta columna continet signa & gradus anomaliæ orbis: secunda habet prostaphæreses orbis in apogæo eccentrici collocati, quæ facile supputari possunt assumpta maxima distantia, & maximo radio Epicycli: tertia habet excessum quo singulæ prostaphæreses eiusdem orbis in perigæo eccentrici collocati, superant priores. hic excessus est totus addendus singulis prostaphæresibus. vt habeantur prostaphæreses orbis in perigæo eccentrici positi.

In prostaphæresibus primæ anomaliæ seu eccentrici, additur vna columna quæ dicitur scrupulorum proportionalium: ita autem construitur, supputa omnes maximas prostaphæreses orbis, pro singulis gradibus eccentrici. seu maximam prostaphæresin Epicycli positi in Apogæo, tum positi in primo gradu, in secundo, tertio & cæteris gradibus anomaliæ eccentrici. omnium maxima erit quæ, in perigæo eccentrici accidet. minima in Apogæo. quam subtrahes ex singulis vt habeas excessum singularum supra minimam, maximus excessus erit æquationis maximæ in perigæo, supra maximam in Apogæo, pro quo excessu sumuntur scrupula 60. licet sit maior aut minor. 60 scrupulis: vtimur autem illo numero potius quam alio, quia aptior est ad instituendas regulas proportionum, & hic non quærimus propriè loquendo nisi quam proportionem habeant inter se, isti excessus. reliquos autem excessus reducimus ad scrupula eiusdem rationis. per regulam proportionum. & sic reductos excessus vocamus scrupula proportionalia.

Sit exemplum: maxima prostaphæresis orbis in Apogæo eccentrici positi sit grad. 5. min. 46. maxima eiusdem orbis in perigæo sit graduum 6. 36. differentia erit scrup. 50. sit maxima prostaph. orbis positi in gradu anomaliæ eccentrici 75. graduum 6. 4. subtrahe 5. 46. ex 6. 4. restabit excessus 18. cum voluerimus excessum 50 minutorum æquivalentem minutis 60. reducemus min. 18. ad eandem denominationem per regulam

lam proportionis dicendo ſi 30. dant 60. quid dabunt 18. & invenio 21. 30. pro ſcrupulo proportionali ſcribendo è regione gradus 75. anomaliæ eccentrici, in tertia ſcilicet columna.

Ope huius duplicis tabellæ, facile invenie-mus proſthaphæreſin orbis.

Primò enim dum quæritur proſthaphæreſis eccentrici, notantur minuta proportionalia. Secundo dum ope anomaliæ orbis inveſtigavimus proſthaphæreſin orbis quæ erit minor quam par ſit, niſi Epicycli centrum fuerit in Apogæo, hanc ita augebimus, fiat vt 60 ad ſcrupula proportionalia tali gradui eccentrici debita, ita exceſſus adhærens huic proſthaphæreſi orbis, ad id quod addendum eſt huic proſthaphæreſi, vt fiat conveniens tali gradui anomaliæ eccentrici.

Hæc praxis eſt communis aberrat verò nonnihil in aliis, & notabiliter in Marte, eo quod tanta ſit differentia inter eius Epicyclum vt non in eodem gradu anomaliæ orbis, vbique accidant maximæ proſthaphæreſes, quod tamen ſequitur ex hac praxi.

Quare recentiores Aſtronomi 18. tabulas æquationum orbis conſtruunt pro ſingulis denis gradibus anomaliæ eccentrici, hoc eſt pro diverſis ſtatibus eccentrici; intermedias autem per regulam proportionum extrahunt.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

De latitudine Saturni, Iovis, & Martis.

Hactenus motum planetarum ſuperiorum in longitudinem explicuimus, in proprio tum eccentrico, tum Epicyclo, eoſque circulos, quaſi in plano Eclypticæ conſideravimus, cum tamen eorum plana ad Eclypticæ planum variè inclinentur: & planetas ab ea nonnihil abducant: hanc deviationem ſeu diſtantiam planetæ ab Eclyptica latitudinem appellamus, quæ in tribus planetis ſuperioribus, immo & in venere & Mercurio varias ſubit mutationes: quarum hypotheſin hac & ſequentibus propoſitionibus agredior, & ab obſervationibus ordior.

Omnes planetæ excepto Sole latitudinem habent, ſeu ab Eclyptica evagantur, modò ad boream, poſtea verò ad Auſtrum, hoc ex omnium aſtronomorum obſervationibus conſtat. modus obſervandi varius eſt, & facilis ex comparatione cum ſtellis, mihi facillimus ille videtur qui ex obſervatione aſcenſionis rectæ & declinationis procedit.

Tres planetæ ſuperiores Saturnus, Jupiter, & Mars, modo borealem habent latitudinem, nunc auſtralem, diutiùs tamen in boreali perſeverant eo quod ea pars eccentrici, in qua Apogæum borealis ſit reſpectu Eclypticæ, & auſtralis perigæum contineat, & conſequenter eam citiùs percurrat centrum Epicycli.

Hæ latitudines ſive boreales, ſive auſtrales aliam ſubeunt mutationem ab Epicyclo, nam intra vnam eius revolutionem ſunt bis maximæ bis minimæ, bis nullæ. evaneſcunt quoties centrum Epicycli attingit nodos. maximæ ſunt cum centrum Epicycli eſt in limitibus. Ptolemæi autem ævô maximæ boreales erant. Saturni in tertio gradu libræ, Martis in 29. 30. Cancri, Jovis in primo gradu libræ, Auſtrales in oppoſitis. Iu quo animadvertes Apogæa fuiſſe in ſemicirculo in quo ſunt boreales. nempe Saturni in 23. Scorpij, Jovis in 11. Virginis Martis in 25 Cancri, ideoque mirum non eſſe ſi latitudines boreales ſint diuturniores.

Boreales latitudines ſubeunt aliquam mutationem, ex motu planetæ in Epicyclo, nam planetâ obtinente perigæum Epicycli maximæ ſunt latitudines, eò verò obtinente Apogæum eiuſdem Epicycli licet latitudo deberet eſſe magna erit minor.in mediis longitudinibus eſt mediocris.

Ex duplici igitur capite creſcunt latitudines, & quod centrum Epicycli inveniatur in puncto eccentrici 90 gradibus diſtante à nodis, ſeu in limitibus, limes auſtralis maiorem facit latitudinem, quia nempe vicinior eſt perigæo quam limes borealis, & cum circa perigæum eccentrici planeta cæteris paribus ſit terræ vicinior latitudo ſit maior, ſeu ſub maiori angulo ſpectatur quam in limite boreo, vt pote ad Apogæum ſpectante. ſi centro Epicycli limitem auſtralem obtinente, planeta fuerit in perigæo Epicycli, fient latitudines omnium maximæ.

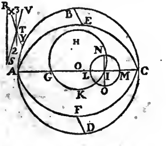
Nodi non ſemper in eodem hærent Eclypticæ puncto, ſed in conſequentia feruntur; contrà quàm in Luna accidat, cuius nodi in antecedentia promoventur.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

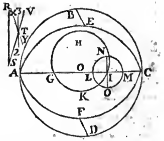
Ptolemaica hypotheſis latitudinis, Saturni, Iovis, & Martis.

Cum omnis hypotheſis in circulorum coordinatione conſiſtat. Ptolemaica primo planum orbitæ planetarum, ad Eclypticam inclinatum eſſe cogitat eò modô, quô de orbita Lunæ diximus ſit enim planum Eclypticæ ABCD. ad quod intelligatur inclinari aliud planum AECF, ſitque communis eorum ſectio linea AC. nodi



puncta A & C limites E, & F. centrum terræ intelligatur in plano AECF, circulus terræ eccentricus GHIK, in quo moveatur centrum Epicycli. quando igitur centrum Epicycli, percurret eccentrici

eccentrici partem borealem GHI, latitudines boreales erunt: australes, dum percurret arcum GKI. & quia plus impendit temporis in percurrenda portione GHI, in quâ nempe, invenitur apogæum, quam in percurrenda GKI in qua perigæum, iuxta leges eccentricorum, diuturniores erunt boreales latitudines, australibus, & consequenter satisfit observationibus quo ad illud punctum.



Alias irregularitates latitudinum tribuit variæ inclinationi Epicycli. Sit ergo primo Epicyclus in nodo I diameter apsidum coincidit cum linea O C. communi sectione plani eccentrici, linea autem N O manet in plano Eclypticæ, atque adeo totus Epicyclus est in plano Eclypticæ. Ex quo sequitur tunc nullam esse latitudinem, in quôcumque puncto Epicycli planeta inveniatur.

Ascendat deinde centrum Epicycli ex nodo I, versus limitem E. quamvis centrum Epicycli recedat ab Eclyptica, & sequatur planum CEA linea tamen N O manet semper parallela Eclypticæ. at linea LM, ita inclinetur vt IM vergat ad Eclypticam ideoque fiat australior, quam planum deferentis, pars vero LI fiat borealior, debes autem concipere punctum E esse borealiorem puncto B, hoc est polum boreum esse inter te & figuram. inclinatio autem illa lineæ M L erit maxima, in limite boreo B; deinde decrescat vsque ad alterum nodum A. Idem etiam accidit, dum centrum Epicycli pergit à nodo descendente A, ad limitem australem D.

Hac inclinatione satisfit observationibus nam conciperetur Epicyclus in H, cum apogæum M inclinetur versus Eclypticam, quando planeta erit in Apogæo minuetur eius borealis latitudo, hoc est minor erit, quam si spectaretur latitudo, quam habet centrum Epicycli at verò si planeta fuerit in perigæo Epicycli augebitur latitudo borealis, vt si RS sit linea ducta ad Eclypticam, linea SV ducatur ad limitem boreum nempe sit in plano eccentrici. sitque X Y linea apsidum, Epicycli, clarum est quod si planeta fuerit in X, habebit minorem latitudinem, quam punctum T centrum Epicycli Si vero planeta fuerit in puncto Y perigæo Epicycli maiorem habebit latitudinem boream.

Denique quia limes boreus est satis vicinus Apogæo eccentrici & consequenter limes australis perigæo, Epicyclus minus distabit à terra, dum erit in limite australi, ac in limite boreo, & ideo inclinatio Epicycli magis augebit latitudinem australem, quam circa Apogæum augetet borealem. quod manifestum erit, si linea X Y intelligatur vicinior fieri puncto S, servando eamdem inclinationem.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Hypothesis vera latitudinis Saturni, Iovis, & Martis.

Quicumque terræ motæ hypothesin amplectuntur, solam inclinationem constantem eccentrici cum Eclyptica agnoscunt, cætera accidentia præstante motu tam planetæ quam terræ in suis eccentricis: quô nihil potest in materia satis intricatâ simpliciùs excogitari. Qui vero immobilitati terræ subscribunt vtramque inclinationem, tam eccentrici ad Eclypticam, quam Epicycli ad eccentricum admittunt de vtraque singillatim agendum est. Inclinatio eccentrici ad Eclypticam ita evincitur.

Primò quæruntur nodi, observatur tempus & locus planetæ quando omni latitudine caret, nempe dum latitudo modica est, & decrescit, tamdiu observatur planeta, donec nullam latitudinem habeat. Est peculiaris difficultas pro venere, & Mercurio, quam libro sequenti attingemus.

Ptolemæus nodum boreum in singulis planetis invenit circa annum Christi 140. Saturni Cancri 3. Iovis Cancri. gradus 1. Martis in Arietis grad. 19. 30.

Recentiores Astronomi ad annum 1600. locum nodorum in consequentia mutatum invenerunt.

Saturni in Cancri 20. 40.
Iovis in Cancr. 7.
Martis in Tauri 16. 44. 30.

Ex quibus facile motum annuum nodorum in consequentia colligemus per regulam proportionalem.

Saturni gr. o. min. o. sec. 50.
Iovis gr. o. min. o. sec. 15.
Martis gr. o. min. o. sec. 40.

Ex his facile tabulam construemus in qua, quia motus Apogæorum est valde lentus negligi potest differentia inter annos Iulianos, & Ægyptios nullaque haberi ratio annorum bissextilium.

Ope istius tabulæ facile ad quodvis tempus, & annum, locum nodorum assignabis constituta Epocha anni 1600: si enim tempus propositum præcedat annum 1600 subtrahendus erit motus intervallo temporis congruens; si subsequatur addendus.

Ptolemæus & qui illum sunt secuti vsque ad Tychonem, motum nodorum, & motum Apogæorum æqualem esse crediderunt, sed decursu temporis manifesta apparuit differentia.

Poteris item ad tempus datum scire distantiam centri Epicycli à limite aut nodo. si locum nodi, à medio motu subtrahas: restabit enim distantia centri Epicycli à nodo boreo, seu ascendente.

Hæc hypothesis duabus constat partibus. admittit enim eccentricum planetæ constanter, ad Eclypticæ planum inclinari, eô modô quô diximus in hypothesi Ptolemaica latitudinis. ita vt communis sectio vtriusque plani per centrum mundi transeat. sitque A C. in superiori figura admittit deinde planum Epicycli esse semper parallelum

parallelum Eclypticæ, in quôcumque eccentrici puncto inveniatur eius centrum. Sic enim sectio communis eccentrici & Epicycli erit semper parallela lineæ A C. cum enim ex suppositione plana Epicycli, & Eclypticæ sint parallela, & in ea incidat planum eccentrici, erunt (*per* 16. 11.) communes sectiones parallelæ.

Sequitur item Epicyclum eôdem modô semper inclinari ad Eccentricum, cum enim sit parallelus Eclypticæ, æqualem habebit angulum inclinationis, angulo inclinationis Eclypticæ ad eundem eccentricum, sed hic angulus immutabilis supponitur: igitur Epicyclus eodem modo ad eccentricum semper inclinabitur.

Quod hæc hypothesis satisfaciat phænomenis facile ostenditur. Primo quidem centro eccentrici in nodis existente, cum Epicyclus supponatur Eclypticæ parallelus cum illa coincidet, totusque in eius plano existet, quare in quocumque puncto Epicycli inveniatur planeta latitudine carebit.

Secundò cum eccentrici apogæum ad limitem boreum vergat, diutiùs planeta latitudinem borealem quam australem patietur.

Tertiò cum centrum Epicycli fit vicinius terræ, in perigæo eccentrici, quam in apogæo, erit latitudo australis maxima, quæ accidit planeta in perigæo Epicycli existente, maior erit, quam maxima borealis, quæ contingit eodem planeta perigæum Epicycli pariter obtinente. cæteræ proprietates, & accidentia in decursu examinabuntur.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Latitudines maximas Saturni, Iovis & Martis observare.

Duo requiruntur vt latitudines fint maximæ, nempe vt centrum Epicycli fit in limitibus, seu distet à nodo gradibus 90. secundo vt planeta fit in perigæo Epicycli, vtrumque ex superioribus innotescit. cùm tam motus planetæ quàm motus nodorum constitutus supponatur, vbi hæc duo concurrerint observentur latitudines planetarum, habebuntur, latitudines maximæ. Idem fiat planeta apogæum Epicycli obtinente: & habebuntur maximarum minimæ, modo centrum Epicycli inveniatur pariter in limitibus.

Possunt item observari maximæ latitudines, si sæpius observetur locus planetæ quamdiu crescit eius latitudo, donec decrescere incipiat habebitur maxima latitudo. hæ tanquam veræ, & sæpiùs observatæ proponuntur à P. Ricciolio.

	In Apogæo Epicycli Borea Gra. Mi.	Australis Gr. Mi.	In Perigæo Bor. Gr. Min.	Epicycli Australis Gr. Min.
Sat.	2. 18.	2. 14.	2. 48	2. 53
Jov.	1. 7.	1. 10.	1. 44.	1. 47
Mar.	1. 9.	1. 4.	4. 32	7. 9.

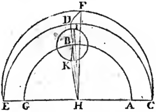
PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Inclinationem eccentrici Saturni Iovis, & Martis ad Eclypticam determinare.

Suppositâ observatione in qua habeatur maxima latitudo planetæ existentis in Apogæo, aut perigæo Epicycli,& centro Epicycli limitem obtinente, facile determinabitur angulus inclinationis, eccentrici, & Eclypticæ hôc modô.

Sit eccentricus ABG, cuius planum intelligatur produci vsque ad convexum cæli stelliferi fitque CDE, fit etiam Eclyptica EFC. fitque punctum D limes in quo existat centrum Epicycli B, hoc est linea H B producta limitem attingat, Sit circulus D F ad vtrumque circulum rectus, atque adeo fit mensura inclinationis duorum planorum seu anguli DHF. cui propter parallelas KI, HF, æqualis est angulus KBH. sunt enim anguli alterni KBH, BHF æquales;quæratur ad tempus observationis linea HB nempe distantia centri Epicycli, in eccentrico quæratur item radius Epicycli BK. ad idem tempus. aliqui volunt vt ad idem tempus inquiratur HK, distantia planetæ à terra H, & in triangulo BKH datis tribus lateribus innotescere volunt angulum KBH.



Hæc tamen methodus falsa est: nam cum in hypothesi longitudinis planetæ, inquireretur linea K H, distantia planetæ à terra, supponebatur Epicyclus in eodem plano cum eccentrico, & in eo casu linea B K coincidebat cum linea B H. nihil ergo efficitur hâc methodô, quæ in eo etiam deficit quod observationi latitudinis factæ superiùs non innitatur quare ad aliam methodum & praxim recurrendum puto.

Cognoscitur ergo totus angulus K H F datur item linea H B, distantia centri Epicycli à centro mundi, datur & B K radius Epicycli. cum his ita operaberis per attentationem, assumatur angulus D H F, paulò minor latitudine observatâ, hic angulus D H F, æqualis est angulo K B H (*per* 27. 1. quare in triangulo B H K, datis lateribus B H, B K, & angulo comprehenso K B H invenietur angulus K H B, qui si iunctus angulo D H F, est æqualis latitudini observatæ; bene assumptus fuerat angulus D H F. si inæqualis fuerit minuatur, & augeatur donec æqualitas succedat.

Eodem modo cognoſceretur angulus inclinationis ſi planeta exiſteret in puncto I, ſcilicèt in Apogæo Epicycli, ſolvendum eſſet triangulum IBH in quo dato angulo I B D qui æqualis ſupponitur angulo DHF cognoſcitur angulus IBH. hac aut alia ſimili praxi inventus eſt angulus inclinationi eccentricorum ſuperiorum planetar.

Inclin. eccentrici.	In Apogæo Epicycli. Ad Boream ſubtr.	Ad auſtrum ſubtrahe.	In Perigæo Epicycli Ad Bor. Adde	ad Auſtr. Adde
Gr. M. Se.	Gr. Mi. Se.	Gr. Mi. Sc	Gr. Mi.	Gr. Min.
Sat. 2. 31	0. 15.	0. 16.	0. 17	0. 22
Jov. 1. 25	0. 15.	0. 15.	0. 19	0. 22
Matt 1. 50. 30	0. 40. 30	0. 45. 30	2. 42	5. 19

PROPOSITIO XL.

Problema.

Latitudinem planetæ quòlibet tempore ſupputare.

Varij ſitus Epicycli in eccentrico, ita variant huius propoſitionis caſus, vt regula vniverſalis tradi non poſſit: niſi ſingulos eius caſus perſequamur.

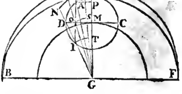
Primò ſciatur locus nodi, in quo nempe ſi centrum Epicycli inveniatur; nulla erit latitudo atque hic ſit primus caſus.

Secundus erit ſi centrum Epicycli fuerit in limitibus. Primò habetur inclinatio eccentrici ad Eclypticam, cui aliquid erit ſubtrahendum ſi planeta fuerit in apogæo, ſicut & in toto ſemicirculo ſuperiori Epicycli, aliquid erit addendum ſi planeta fuerit in perigæo, aut in ſemicirculo inferiori eiuſdem Epicycli. habes ſuperiorem tabulam, ſi planeta fuerit præciſe in Apogæo, & perigæo Epicycli. quæ ſufficere poteſt, quamvis trigonometrice idem haberi poſſit.

Tertius caſus erit ſi planeta fuerit in mediis longitudinibus Epicycli, tunc enim in quocumque gradu eccentrici fuerit, latitudinem habet eandem, quam habet illud punctum eccentrici in quo verſatur. hoc eſt quandoquidem cognoſcitur inclinatio eccentrici ad Eclypticam, & locus nodorum nõ erit difficile per trigonometriã ſcire latitudinẽ ſingulorũ punctorũ eccentrici; ſed cum linea mediarum diſtantiarum Epicycli, ſit communis eius ſectio, cum plano eccentrici, planeta in mediis diſtantiis Epicycli invenitur in plano eccentrici; igitur eandem habebit latitudinem qoam planum eccentrici, neque opus erit vllâ correctione. hic caſus eſt omnium facillimus, & indicat planum Epicycli ſuperiori parte, ad Eclypticam magis accedere qoam planum eccentrici, atque adeo minuere latitudinem.

Quatrus caſus paulò difficilior erit ſi centrum Epicycli, fuerit in limite alterutto, & planeta, extra Apogæum, aut perigæum & medias longitudines Epicycli; ſit igitur planeta in puncto A Epicycli, intelligi autem debet linea D C in plano eccentrici, totus autem ſemicirculus DAC inclinati verſus Eclypticam B E F. ita vt linea GAH, non ſit in plano eccentrici. Sit ergo EHK circulus, ad Eclypticam rectus, in quo ſcilicèt numerari debet latitudo. iungatur linea GH, quæ erit communis ſectio eccentrici, & circuli longitudinis per locum planetæ A tranſeuntis, ducatur & linea G K quæ ſecabit lineam D C in puncto O, in quo linea AI communis ſectio Epicycli & plani GKE ſecat eandem DC. quia autem ſcitur limes L, & angulus KGL eſt proſtaphæreſis orbis, cum planum GKE per planetam A tranſeat, cognoſcetur arcus KL, diſtantia à limite, dabitur ergo per regulam communem latitudinum arcus K E. ſeu angulus KGE datur ergo angulus AOK, ſeu I O G æqualis alterno O G E, cum enim planum circuli KE. incidat in plana Eclypticæ, & Epicycli inter ſe parallela erunt (*per* 16. 11.) communes ſectiones EG, AI parallelæ: ergo anguli alterni IOG, OGE æquales inter ſe erunt.

Solvatur primò triangulũ GMO. cuius datur angulus rectus, & angulus OGM, proſtaphæreſis orbis. & GM, diſtantia centri eccentrici, à centro mundi. quare cognoſcetur linea GO. datur item linea G A, diſtantia planetæ à centro terræ, quare in triangulo AOG, dato an-



gulo AOG, complemento ad duos rectos anguli AOK, ſeu IOG. & lateribus AG, OG, innoteſcet angulus AGO, ſeu KGH qui ſubtrahi debet, à latitudine KE cognita, vt reſtet vera latitudo HE.

Eôdem modô operandum eſſet, ſi planeta exiſteret in puncto I. niſi quod angulos IGO, ſeu NGK. addendus eſſet latitudini KE.

Notandum igitur in genere quia Sola Epicycli linea DC eſt in plano eccentrici, penes diſtantiam GO, aſſumendam eſſe latitudinem. hoc eſt ſciatur diſtantia G O. ſumatur & diſtantia G I. quæ eſt vera diſtantia planetæ. ſi ſumatur ſinus arcus O S, nempe fiat vt ſinus totus, ad ſinum arcûs latitudinis, quam vocabo fixam, ita GO, ad ſinum arcus O S. qui ſinus comparetur cum diſtantia GI, fiat vt linea GI, ad ſinum priùs inventum ita vt ſinus totus ad ſinum arcus IT. quæ conſideratio fundatur in parallelismo linearum AI, GE, atque adcò ſinus arcuum OS, IT ſunt æquales. ſed arcus OS eſt ſimilis latitudini KE, & IT latitudini N E.

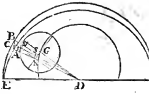
Ex hoc praxin vniverſaliorem inveniemus. nempe ſi inquiramus lineas G O, & G A fiatque vt G A, ad G O. ita ſinus latitudinis fixæ, ad ſinum latitudinis veræ. Eſt enim vt AO, ad ſinum arcûs O S, ita ſinus totus, ad ſinum latitudinis fixæ. & permutando ita eſt G O ad ſinum totum, vt ſinus arcûs O S; ad ſinum latitudinis fixæ K E, ſed vt ſinus totus ad lineam G A, ita ſinus latitudinis temporariæ H E, ad ſinum arcûs A V qui idem eſt ac O S propter parallelismum linearum G E,

G E, A I: ergo ex æqualitate perturbata ita erit lineam GA, ad lineam G O. vt sinus fixæ latitudinis K E, ad sinum temporariæ latitudinis H E. quod erat demonstrandum.

Ducatur ex A perpendicularis ad G L, quæ sit AP. cum sit ferè eadem ratio G M distantiæ centri Epicycli à terra, ad GP, quæ GO ad GA poterit fieri vt G P ad G M, ita sinus fixæ latitudinis, ad sinum latitudinis temporariæ.

Alij casus eodem modò solui possunt. Primò enim si fiat tabula latitudinum pro singulis gradibus, distantiæ à nodo, habebitur ex tabula quotiescúmque libuerit latitudo fixa conveniens loco planetæ, quam deinde corriges facile, eo modo quo docuimus.

In opinione Copernici hæc fixa latitudo, est latitudo planetæ, prout apparet ex Sole. temporaria provt apparet ex terra; ita vt correctio adhiberi debeat quod latitudo eadem videatur sub maiori, aut minori distantia ex terra, quam ex Sole, prout maior, aut minor fuerit distantia à planeta, quam Solis ab eodem. Ex quibus vides, cur in mediis distantiis, perseveret fixa latitudo, quia æqualiter tellus, & Sol à planeta distaut.



Denique sit planeta in quocúmque puncto I, sui Epicycli intelligaturque planum circuli longitudinis AB transiens per locum planetæ. scitur ergo punctum A, locus scilicet planetæ in longitudinem, & cùm sciatur locus nodi, scietur arcus AE distantia à nodo, & ex tabula propria cognoscetur arcus A B, latitudinis fixæ.

Inquiratur linea DK. fiat vt sinus complementi prostaphæresis KDG, ad sinum totum, ita DG distantia centri Epicycli à terra, ad DK. inquiratur & DI distantia planetæ à terra. fiatque vt DI ad D K, ita sinus latitudinis fixæ, ad sinum latitudinis temporariæ BC.

Hypothesis Copernicana faciliùs se expedit ab hac difficultate eodem enim modo inquirit latitudinem realem, nempe respectu centri eccentrici planetæ, seu respectu Solis: supponit enim eccentricum planetæ ad orbem annuum inclinari, quare simili ex tabula, cognitis nodis in qualibet distantia latitudinem planetæ realem exhibebit, quia tamen nonnonquam terra remotior est à planeta, quam Sol, aliquando eidem vicinior, ideo latitudo eadem sub maiori, aut minori angulo è terra spectabitur ita vt latitudo fixa sit realis, correctio verò quæ ex varia terræ ad planetam accessu aut recessu, fit tantum apparens & & Optica. Idem proportione quadam in hac nostra hypothesi præstamus, comparando lineam DK, & DI.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

De Directione planetarum superiorum.

Certum est, & ex observationibus Astronomorum compertissimum, tres planetas superiores, nonnunquam progredi secundum signorum successionem, nonnunquam in eodem gradu quasi suspensos hærere: aliquando tandem contra seriem signorum, ad antecedentia regredi. Ex quo fit, vt primo dicantur directi seu progredientes, cum secundum verum motum progrediuntur in consequentia.

Secundò Retrogradi dicuntur, cum secundum verum motum in antecedentia feruntur.

Tertiò sunt stationarij, quando secundum verum locum, aliquandiu in eodem gradu Zodiaci consistunt; ita vt nec in anteriora, nec in consequentia ferantur.

Statio prima accidit in primo anomaliæ orbis semicirculo, incipiendo scilicet ab Apogæo.

Statio secunda contingit in secundo Epicycli semicirculo.

Arcus directionis seu progressionis, propriè est arcus Zodiaci quem planeta percurrit in consequentia, vel etiam est arcus Epicycli quem percurrit planeta interea dum in consequentia progredi videtur.

Arcus regressionis ille est, quem percurrit planeta retrogradus; in antecedentia scilicèt.

Propriè loquendo stationes per puncta denotari debent in Zodiaco suntque ij gradus in quibus aliquandiu hæret planeta.

Possunt tamen in Epicyclo planetæ arcus stationis assignati, nempe ille arcus Epicycli, quem percurrit planeta, interea dum apparet in eodem gradu Zodiaci. Ex quo fit vt distinguatur arcus stationis primæ, & arcus stationis secundæ. Arcus stationis primæ, est arcus in primo semicirculo Epicycli, quem percurrit planeta, interea dum hærere videtur in eodem gradu Zodiaci.

Arcus stationis secundæ est in secundo semicirculo Epicycli.

Possunt præcedentes definitiones valere in hypothesi terræ motæ. substituto orbe magno pro Epicyclo.

Observationibus constat hanc vicissitudinem directionum, stationum, & retrogressionum potius coonexam esse, com motu planetæ, comparato ad Solem, quam in se solitariè spectato.

Si loca stationum rudiori minerua determinare velimus. dicemus Saturnum inter quadratum ac trinum aspectum.

Iovem fere in trino.

Martem vltra trinum.

Venerem post quinque signa anomaliæ, hinc & inde

Mercurium post 6 fieri stationarios. Si verò accuratius procedamus hanc tabulam ex Prutenicis Decerpo.

	In eccentrici	Arcus ſtationis primæ Gr.	Min.	Arcus 2 ſtationis Gr.	Min.	Arcus retrograd. Gr.	Min.	Arcus direct. Gr.	Min.
Saturnus	Apogæo	112.	58.	247.	22.	134.	44.	225.	16.
	media longit.	113.	58.	246.	2.	132.	4.	227.	56.
	Perigæo.	115.	21.	244.	39.	129.	18.	230.	42.
Iupiter	Apogæo	124.	8.	255.	52.	111.	44.	248.	16.
	media longit.	125.	40.	234.	20.	108.	40.	251.	20.
	Perigæo.	127.	19.	232.	41.	105.	22.	254.	36.
Mars	Apogæo	157.	33.	202.	27.	44.	54.	313.	6.
	media long.	162.	51.	197.	9.	34.	18.	325.	42.
	Perigæo.	168.	56.	191.	4.	22.	8.	337.	52.
Venus	Apogæo	166.	1.	193.	59.	27.	38.	332.	2.
	media longit.	167.	7.	192.	53.	25.	46.	334.	14.
	Perigæo.	168.	15.	191.	45.	23.	30.	346.	30.
Mercur.	Apogæo	146.	50.	213.	10.	66.	20.	293.	40.
	media longit.	143.	55.	216.	5.	72.	10.	287.	50.
	Perigæo.	146.	0.	214.	0.	68.	0.	292.	0.

Tempus quô hi planetæ in ſtationibus morantur varium eſt ſecundum variam motuum celeritatem. Saturnus per dies circiter 8. ſtationarius eſt Iupiter per 4. Mars duos. Venus 1. cum dimidio; Mercurius dimidiato die.

Tempus mediocre directi curſûs Saturni eſt dierum 244.

Iovis 284. Martis 705. Veneris 542. Mercurij 91.

Tempus retrogreſſionis Saturni dierum 136. aut 140.

Iovis 120. aut 122. Martis 73. Veneris 42. Mercurij 22.

Cæteras proprietates horum motuum doctrina ſequens indicabit deſumpta à Ptolemæo & Apollonio. cum quo aliquibus propoſitionibus totam hanc materiam explico.

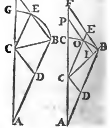
PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Si in trianguli latere, abſciſſa ſit pars non minor latere vicino. maior erit ratio partis abſciſſæ ad reliquum lateris quam anguli ipſi adiacentis, ad angulum lateri vicino oppoſitum.

Sit triangulum ABC in cuius latere A B, abſcindatur linea B D non minor latere B C. ſed aut illi æqualis, aut maior. dico maiorem eſſe rationem lineæ BD, ad reliquum latus AD, quam anguli BAC ad angulum A B C. ducatur recta CD, cui parallela ducatur B E, producenda donec occurrat lineæ A C productæ in F. ducatur item CE parallela lineæ DB. Supponatur BD æqualis lineæ B C. cum in parallelogrammo D E, latera B D, C E, ſint æqualia, erunt lineæ C B, CE æquales, atque adeò ſi ex puncto C vt centro intervallô C B, deſcribatur circulus, is per punctum E tranſibit.

Demonſtratio. Eadem eſt ratio anguli FCE, ſeu anguli A, ob parallelas CE, AB, ad angulum ECB, aut CBD, quæ ſectoris GEC, ad ſectorem ECB (*per 37.6 Eucl.*) ſed maior eſt ratio trianguli FCE, ad triangulum ECB quam ſectoris GCE. ad ſectorem ECB, vt autem triangulum FCE, ad triangulum ECB ita (*per primam 6*) FE ad EB, & vt FE ad EB, ita FC, ad CA (*per 4.6*) & vt FC, ad CA, ita B D ad D A. per eamdem igitur maior eſt ratio lateris BD ad DA quam anguli A ad angulum ABC. quod erat demonſtrandum.



Supponatur deinde linea BD, maior quàm BC ductis parallelis C E, B F, erit C E, maior quàm B C. ideóque factô arcu, ex centro C, & intervallô CB, is tranſibit inter puncta C & E. nempe per punctum O.

Demonſtr. Ita eſt angulum GCE aut A, ad angulum ECB, aut CBD, ſicut ſector GCO, ad ſectorem OCB; ſed maior eſt ratio trianguli PCO, ad triangulum OCI, aut trianguli FCE, ad triangulum ECB, quam ſectoris, ad ſectorem, vt autem triangulum FCE, ad triangulum ECB, ita FE ad EB, (*per primam ſexti,*) & vt FE, ad E B, ita FC; ad CA; cum C E ſit parallela baſi AB, & vt FC, ad C A, ita BD ad D A, ergo maior eſt ratio BD, ad D A, quam anguli A, ad angulum ABC quod erat demonſtrandum.

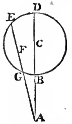
PROP.

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

Si ex puncto extra circulum, ducatur secans per circuli centrum ducatur & alia; maior erit ratio dimidiæ chordæ prioris, ad exterius assumptam, quam dimidiæ posterioris, ad exterius pariter assumptam.

Ducatur ex puncto A, secans AD per centrum C transiens, ducatur & alia quæcumque A F E, dico maiorem esse rationem B C ad B A, quam FG, ad G A.



Demonstratio. Linea G E (*per* 15. 3.) minor est diametro B D, ergo eius dimidia F G, minor erit semidiametro BC. ergo (*per* 8 5.) minor erit ratio lineæ F G ad A B, quàm lineæ B C ad A B, sed AB minor est, quàm A G, (*per* 8 3.) ergo minor est ratio FG, ad G A; quàm F G, ad B A; ergo multò minor erit ratio F G, ad G A; quam B C, ad A B. non potest igitur ratio FG, ad AG, esse æqualis aut maior ratione BC ad AB.

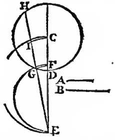
PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Datâ ratione minori, quam sit ratio semidiametri ad exterius assumptam, ducere secantem cuius dimidia chorda, ad exterius assumptam rationem habeat æqualem rationi propositæ.

Sit ratio A, ad B; minor ratione CD, ad DE; quæritur vt ex puncto E ducatur secans, cuius dimidia chorda, ad exterius assumptam eandem rationem habeat, quam A, ad B. secetur C E, ita vt sit eadem ratio C F, ad F E, quæ A ad B, eritque CF, minor quam C D. dividatur FE bifariàm vt fiat supra F E, semicirculus F E G secans circulum D G H in puncto G; dico ductâ secante E G H; ita esse dimidiam chordam GH seu G I; ad G E vt C F, ad F E; seu A, ad B. describatur supra C E. semicirculus C I E, secans secantem E H in puncto I, iunganturque lineæ CI, FG.

Demonstratio. Cum CIE, FGE, sint semicirculi erunt anguli CIE, F G E recti, (*per* 31. 3.)



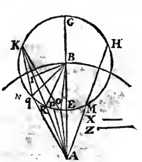
ergo (*per* 2. 3.) linea H G bifariàm dividitur in puncto I. quare IG erit dimidia chorda GH. sunt etiam parallelæ I C, FG, (*per* 28. 1.) ergo (*per* 2. 6.) ita erit IG, ad G E, sicut C F ad F E, hoc est A ad B. quod faciendum erat.

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

Nisi sit maior ratio radij Epicycli alicuius planetæ ad distantiam Apogæi à centro terræ, quam velocitatis centri in Zodiaco, ad velocitatem planetæ in Epicyclo Planeta nunquam retrogradus erit.

Si enim posset retrogradus apparere id contingeret circa perigæum Epicycli, positô quòd inferiùs feratur in antecedentia, sed etiam circa perigæum moveri videbitur in consequentia. Sit enim planeta in O vicinus perigæo, ducantúrque lineæ BO,& AO sitque velocitas centri Epicycli in Zodiaco, ad velocitatem planetæ in Epicyclo,vt X ad Z. supponitur autem non esse maior ratio BE ad AE, quam X ad Z sed in triangulo BAO, assumpta est BE æqualis lateri B O. quare (*per* 33. *huius*) maior est ratio BE ad EA, quam



 anguli

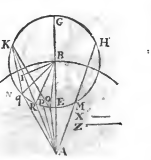
anguli BAO, ad angulum OBA. ergo X, ad Z maiorem rationem habet, quàm angulus BAO, ad angulum ABO. quare vt X ad Z, ita angulus aliquis maior quam B A O, verbi gratiâ BAP ad ABO. quia igitur est vt X velocitas centri Epicycli in zodiaco, ad Z velocitatem planetæ in Epicyclo, ita angulus PAE ad angulum O B E; quô tempore planeta in Epicyclo percurret arcum O E subtensum angulo OBE. centrum Epicycli in Zodiaco percurret arcum subtensum angulo PAB. Sed arcus O E percurritur contra seriem signorum, arcus P A E secundum seriem signorum, ergo maiorem arcum percurrit planeta secundum seriem signorum quam contra seriem signorum, ergo absolutè videbitur moueri secundum seriem signorum, ergo retrogradus non erit. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLVI.

Theorema.

Si radius Epicycli, ad distantiam perigæi, à centro terræ maiorem rationem habeat, quam velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad velocitatem planetæ in Epicyclo, planeta retrogradus apparebit.

Sit velocitas centri Epicycli B, in Zodiaco ad velocitatem planetæ in Epicyclo, vt X ad Z, sitque ratio BE, ad EA maior, quàm ratio X, ad Z. quare (*per 34. huius*) duci poterit aliqua secans ARK, ita vt eadem sit ratio IR, ad RA, quæ X ad Z, ducatur & ex alia parte similis secans AMH; dico planetam directum esse per totum arcum MGR. & retrogradum per totum arcum R M. clarissimum est planetam directum esse in toto arcu HGK, si motus planetæ in Epicyclo, adiuuet motum centri Epicycli in Zodiaco. sumatur ergo punctum Q quantumvis vicinum puncto R, de quo dubitetur, an in eo planeta retrogradus appareat ducantur lineæ KQ, A Q, B Q, B R.



Demonstratiô. In triangolo AKq. assumpta est AR, maior latere adiacente Kq, quare (*per 33. huius*) erit maior ratio lineæ KR, ad R A quàm anguli KAq, ad angulum qKR, duplicetur vterque angulus tam qAK. quam qKA, & pro dupli ci qKA, ponatur angulus q B R, duplus anguli q K R. (*per 20. 3.*) ergo maior erit ratio lineæ K R, ad R A, quam anguli q A R, ad angulum q B R. ergo sumendo vtrotúmque antecedentium dimidia, maior erit ratio dimidiæ chordæ I R ad R A, quam angoli qAR, ad angulum q B R. sed ex suppositione ita est I R, ad R A; sicut X, ad Z; nempe vt velocitas centri Epicycli in Zodiaco, ad velocitatem planetæ in Epicyclo igitur X, ad Z maiorem rationem habet; quam angulus q A R, ad angulum qBR, ergo angulus sub quo, moveri videtur centrum Epicycli maior est angulo qAR, sit ille KAN. ergo eô tempore quô planeta in Epicyclo peragrabit arcum q R, centrum Epicycli videbitur moveri per arcum subtendentem arcum R N, ergo absolute moveri videbitur in consequentia.

Dixi secundò in arcu RM planetam esse retrogradum. assumatur enim punctum O quantumvis vicinum puncto R, ducantúrque lineæ K O, B O.

Demon. In triangulo AKO, assumpta est AR, maior latere vicino A O. quare erit (*per 33. huius*) maior ratio AR, ad RK, quàm anguli RKO ad angulum R A O. & convertendo erit minor ratio ER, ad R A, quàm anguli EAO, ad angulum RKO. duplicentur illi anguli, & pro dupli ci angulo R K O, sumatur angolus in centro RBO illius duplus. quare minor erit ratio lineæ KR, ad R A, quam dupli anguli R AO, ad angulum RBO. sumantur dimidia antecedentium, minor erit ratio lineæ I R ad R A, quam anguli RAO, ad angulum RBO. seu vt I R ad R A ita ex suppositione X ad Z, igitur minor erit ratio velocitatis centri Epicycli in Zodiaco, ad velocitatem Epicycli, quam anguli R A O ad angulum BRO. quare planeta in Epicyclo, maiorem arcum describet in antecedentia quam sit arcus R O, ergo plus movebitur in antecedentia quam in consequentia; seu erit retrogradus.

Quia verò in toto arcu MHR directus est, in arcu R M retrogradus; erit punctum R. punctum stationis primæ, & punctum M stationis secundæ.

Ex his colliges, quò maior fuerit ratio radij Epicycli BE, ad distantiam Apogæi à centro terræ nempe ad EA, ratione velocitatis centri Epicycli in Zodiaco, ad velocitatem planetæ in Epicyclo, puncta stationum viciniora erunt perigæo E. atque adeo arcus retrogradationis minor erit.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

Inuenire rationem quam habet velocitas veri motûs centri Epicycli, ad motum planetæ in Epicyclo.

Tam motus verus centri Epicycli, varius est, & inæqualis duplicem ob causam, tum quia movetur in eccentrico, tum quia eccentricitas assidue mutatur, quam motus planetæ in Epicyclo. is enim similis est motui vero Solis à centro eccentrici, qui cum suam inæqualitatem patiatur, eam in planetæ motum in Epicyclo refundit. Primò igitur quæri debet motus verus horarius centri

tri Epicycli in Zodiaco, is facile habebitur, si ad initium horæ locum medium centri Epicycli inquiras, simul cum motu anomaliæ, seu distantia ab Apogæo, & huic motui medio addas, vel subtrahas prostaphæresin primæ anomaliæ: exurget enim locus verus centri Epicycli, idem præsta pro fine eiusdem horæ, & habebis locum verum, differentia inter vtrumque est verus motus horarios centri Epicycli.

Motus horarius planetæ in Epicyclo ita innotescit. pro superioribus planetis quæratur motus horarius Solis. à quo aufer motum horarium centri Epicycli, restabit motus horarius Solis à centro Epicycli, coi vt iam dixi similis est motos planetæ in Epicyclo.

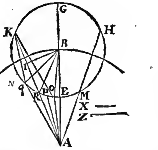
Inventô vtrôque motu, innotescet ratio vnius motûs, ad alium; motus enim qui peraguntur eôdem tempore, eô modô se habent, quô spatia percursa.

PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

Minores planetæ apparent stationarij, & retrogradi Sol, & Luna nunquam.

Vt causa huius phænomeni qnod præcipuũ censetur inter proprietates planetarum innotescat. inquiratur radius Epicycli nẽpe BE, & idẽ tempus quæratur distantia centri Epicycli à centro terræ nempe linea AB à qua subtrahes radium BE, relinquetur linea AE, & consequenter innotescit ratio radij BE, ad distantiam perigæi AE. tum per præcedentem inquire rationem, quam habet velocitas centri Epicycli, ad velocitatem planetæ in Epicyclo, semper invenies in minoribus planetis, maiorem esse rationem BE, ad EA, qoam velocitatis centri Epicycli in Zodiaco, ad velocitatem planetæ in Zodiaco. Ergo (*per 36. huius*) planetæ minores retrogradi & stationarij apparent.



Quod pertinet ad Solem, cuius hypothesis per Epicyclum explicari potest.

Invento Solis medio motu horario, item motu horario Solis in Epicyclo; Invento item radin concentrici, simul cum distantia Apogæi, semper invenies minorem esse rationem radij Epicycli ad distantiam perigæi, qoam motûs medij, seu centri Epicycli in concentrico, ad motum Solis in Epicyclo. nam in ea hypothesi radius Epicycli æqualis esset eccentricitati, quæ esset 3460. qualium radius eccentrici est 100000. quare subtrahendo 3460. ex 100000. restat distantia perigæi à centro terræ partium 96540. in ea autem hypothesi motus Solis in concentrico, & motus Solis in Epicyclo fere æquales sunt, estque ea sola differentia, quæ reperitur inter motum medium Solis, & motum anomaliæ, ergo radius Epicycli 3460. minorem habet rationem ad 96540. distantiam perigæi à centro terræ, quam velocitas centri Epicycli in deferente, ad motum Solis in Epicyclo, ergo stationarius non est.

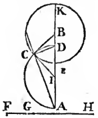
In Luna radius Epicycli est partium 8745. distantia perigæi à centro terræ est 91255. motus centri Epicycli est motus medius; motus Lunæ in Epicyclo est motus anomaliæ, qui minor est motu medio, ergo minor est ratio radij Epicycli, ad distantiam perigæi, quam motus centri Epicycli in deferente, ad motum Lunæ in Epicyclo: ergo Luna est incapax regressûs.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Puncta stationum Arithmeticè invenire.

Iam dedimus suprà propositione 34 modum ducendi Geometricè secantem cuius dimidiata chorda rationem quamcúmque haberet. primo loquitatur semidiameter Epicycli quæ sit BE, habeatur & distantia perigæi à puncto A. quare habetur tota AB. Inveniatur & ratio velocitatis centri Epicycli, ad velocitatem planetæ in Epiclo, sitque vt FG, ad GH.



Addantur simul FG, & GH, fiatque vt FH ad GH, ita AB ad AD. intelligatúrque divisa AD bifariam in I, & fieri semicirculus DCA. ducantor lineæ BC, IC. soluatur triangulom BCI, in quo cognoscitur IC nempe media pars lineæ AD. datur & BC radius Epicycli. datur & IB, composita ex ID, & reliqua DB ergo Trigonometricè cognoscetur angulus CBE, quanmm scilicèt punctum stationis C, distet à perigæo E. probavi autem propos. 34. punctum C esse primæ stationis. huic arcui CBE, si addatur semicirculus

circulus habebitur punctum stationis secundæ. si idem subtrahatur ex 180. habebitur punctum stationis primæ. nempe arcus K C, eius scilicet distantia ab Apogæo si arcus KC duplicetur in notescet totus arcus directionis. si arcus directionis auferatur ex 360. vel arcus C B E duplicetur innotescet arcus retrogradationis.

COROLLARIUM.

Cum assidue mutetur ratio velocitatis centri Epicycli in eccentrico, ad velocitatem planetæ in Epicyclo, mutantur consequenter puncta stationum, nempe mutabitur illa secans, quæ prædictas conditiones habeat. Ex quo fit vt puncta primæ, & secundæ stationis inæqualiter à perigæo distent. Ex hac mutatione oritur difficultas in determinandis temporibus stationum, nam ad ea determinanda, requiritur cognitio rationis velocitatum, quæ haberi non potest nisi cognoscantur locus centri in eccentrico, & locus planetæ in Epicyclo.

Quare si accurata requiritur horum punctorum determinatio, hæc per attentationem fiat, vt quærantur puncta stationum, & tempus quo planeta ad eum gradum perveniat. ad quod tempus rursus examine facto, inquirantur puncta stationum, & de novo tempus. quod præcipue locum habet in Marte; nam differentia inter loca stationum eiusdem, pro diversitate motuum verorum eiusdem planetæ vndecim graduum esse potest. in cæteris verò planetis vix tres gradus excedet.

PROPOSITIO L.

Problema.

Ad datum tempus vtrum planeta sit directus, an retrogradus, vel stationarius inquirere.

Pro tempore proposito, quære motum centri Epicycli verum horarium, & motum planetæ in Epicyclo, ex his duobus elicies puncta stationum nempe quantum puncta stationum distent ab Apogæo; quære ad idem tempus anomaliam orbis, si hæc æqualis sit distantiæ punctorum stationis, planeta stationarius erit, sin minus facile scies quantum absit à punctis stationum, & an directus, an retrogradus.

Quamvis in rigore mathematico planeta non nisi vnò momento sit stationarius, pluribus tamen diebus sensibiliter non mutat locum. qui hæc examinare cupit, debet methodò communi inquirere loca stationum, & locum planetarum verum aliquibus diebus ante, & post stationem facile dignoscet quot diebus futurus sit stationarius.

PROPOSITIO LI.

Theorema.

Distantia Planetarum à terra non semper eadem est.

Ex constantibus Astronomorum observationibus constat, diametrum apparentem planetarum minorem esse, in coniunctionibus cum Sole, maiorem quo planeta magis à Sole recesserit, maximum cum Soli fuerit oppositus, sed non potest diameter appatens alicuius astri minui, & augeri, nisi variata eius distantia à terris: ergo distantia planetæ à terra varia est minor: probatur si ad aliam causam immutatio diametri apparentis planetarum referri posset, maxime ad radios Solis in oppositionibus diametrum planetæ vt ita dicam castigantes, sed id præstare non possunt, si tubus adhibeatur, quamvis enim fulgor Solis, adscititios stellarum radios castiget, si tamen adhibeatur tubus nihil imminuet, maxime vbi astrum à Sole liberum erit; alioquin stellæ fixæ hanc diametri apparentis immutationem paterentur. hæc autem diversitas tanta est vt Mars Soli oppositus diametrum apparentem octies maiorem exhibeat quam in coniunctione. Venus paulò post coniunctionem perigæam, etiam si tunc Sol illuminet partem à terra aversam, & consequenter falcata appareat, eius tamen diameter æstimatione facta, censetur fere quadrupla, ita vt eius area æstimetur quadragecupla areæ quam in coniunctione Apogæa exhibet, patiter Mercurius 15 gradibus à coniunctione perigæa distans, longe maior apparet quam totidem gradibus à coniunctione Apogæa distans, quamvis in hac vltima totus eius discus ad terram obversus illuminetur, in priori verò minimè.

Neque hanc apparentis diametri diversitatem refractioni potes adscribere, quæ potiùs nocere deberet. nam verbi gratiâ Mars in coniunctione cum Sole non nisi prope horizontem vbi maximæ sunt refractiones spectatur in oppositionibus in medio cœli media nocte observatur; si ergo refractio augeret diametrum apparentem, maiorem exhiberet planetam cum Sole coniunctum, quam eundem Soli oppositum. solent enim astra maiora prope horizontem videri, quàm alibi vt volunt, quamvis hæc deceptio orta ex ampliatione pupillæ ostenditur. Tertiò, Venus & Mercurius sunt aliquando infra Solem, aliquando supra, ergo variatur eorum à terra distantia. Antecedentis prima pars probatur, omne Astrum corniculatum apparens, sub Sole positum est, quia vt sit corniculatum debet eius facies, à terris aversa illuminari, non potest autem facies aversa illuminari, nisi Sol illo superior sit. ergo vere aliquando tale astrum est infra Solem. quod verò sit supra Solem ita ostenditur, omne astrum pleno orbe fulgens, & à Sole 50 tantum gradibus distans supra Solem positum est. Sed Venus non nisi gradibus 48. à Sole digreditur apparet tamen pleno orbe fulgens. ergo est supra Solem neque enim potest plenum orbem exhibere, nisi hemisphærium illuminatum ad terram obvertatur; sed astrum distans à Sole semiquadrante, non obvertit hemisphærium illuminatum ad terras, nisi sit supra Solem: ergo Venus est supra Solem.

PROPOSITIO LII.

Distantia mediocris Saturni à terra est decupla distantiæ Solis à terra.

Distantia mediocris Saturni à terra est æqualis radio

radio eccentrici Saturni, ſed hic decuplus eſt diſtantiæ Solis à terra. ergo Saturni diſtantia decupla eſt. probatur minor radius eccentrici eſt decuplus radij Epicycli, cum æquatio orbis, ſeu Epicycli perueniat ad gradus 5. 45. cuius ſinus eſt decima pars ſinus totius, ſed diſtantia Solis à terra æqualis eſt radio Epicycli. ergo eſt decima pars radij eccentrici. probatur min. orbis magni radius in hypotheſi terræ motæ, æquipollet radio eccentrici, eaſdemque apparentias, ſtationes nempe, & retrogradationes efficit, quas tribuimus in hypotheſi communi, Epicyclo, ſed niſi radius orbis magni, æqualis eſſet radio Epicycli, non præſtaret eaſdem apparentias, ſeu æquationes orbis: ergo radius orbis magni æqualis eſt radio Epicycli; ſed radius orbis magni, eſt æqualis diſtantiæ Solis à terra, ergo radius Epicycli eſt æqualis diſtantiæ Solis à terra. ergo diſtantia mediocris Saturni à terra eſt decupla diſtantiæ Solis, ſed Solis diſtantia eſt ſemidiametrorum terræ 7000. ergo diſtantia mediocris Saturni eſt ſemidiametrorum terræ 70000.

Simili modo habebis diſtantiam mediocrem Iouis, nam orbis magnus æquipollet eius eccentrico, Epicycli radius eſt, ad radium eccentrici vt 19000. ad 100000. ſumo mediocrem diſtantiam nempe proſtaphæreſis orbis eſt graduum 11. quare diſtantia Iouis mediocris eſt pluſquam quintupla diſtantiæ Solis nam ſe habet ad illam vt 5000. ad 19.

Martis vero Epicycli radius mediocris ſubtendit proſtaphæreſin graduum 41. cuius ſinus eſt 65605. ſe ergo habet radius orbis magni ad radium Martis vt 65. ad 100. quare eius diſtantia mediocris continebit ſemidiametros terræ 10769.

In Mercurio & Venere eccentricus idem eſt ac eccentricus Solis cuius radius eſt ad minimum ſemidiametrorum terræ 7000. ex Ricciolio: iouestigabimus autem poſtea quam rationem habeat radius eccentrici horum planetarum ad radium Epicycli hanc tabulam proponit Ricciolius iuxta ſuam hypotheſin.

	Radius Epicycli Maximus	minimus.		Eccentricitas maxima,	minima.	Radius eccentrici
Sat.	8249.	7373		8906.	7884.	73000.
Iov.	7417.	6738.		3635.	3321.	36300.
Mar.	7805.	6727.		2200.	1900.	11000.
Ven.	5319.	5157.		253.	253.	7327.
Merc.	3322.	2811.		730.	584.	7327.
			Solis.	253.	253.	7327.

IN MILLIARIBVS BONONIENSIBVS QVALIVM SEMIDIAMEmeter terræ eſt 3265.

Sat.	26. 932985.	24. 072845.		29. 078090.	25. 741260.	238. 345000.
Iov.	24. 216505.	21. 999570.		11. 868275.	10. 843065.	119. 172500.
Mar.	25. 483325.	21. 963655.		7. 183000.	6. 203500.	35. 915000.
Ven.	17. 431835.	16. 837605.		826045.	826045.	23. 922655.
Merc.	10. 846330.	9. 177915.		2. 383450.	1. 906760.	23. 922655.
			Solis.	826045.	826045.	23. 922655.

Ex his facile cæteras diſtantias habebimus ſiue in diametris terræ, ſiue in milliaribus Bononienſibus. ſi enim addas maximam eccentricitatem radio, habebitur maxima diſtantia centri Epicycli à centro terræ, cui ſi addas radium Epicycli exurget maxima diſtantia planetæ à centro terræ, ſiue in ſemidiametris terræ, ſiue in milliaribus Bononienſibus, minimam diſtantiam habebis ſi à radio ſubtrahas eccentricitatem minimam, & minimum radium Epicycli.

Alias diſtantias facile inuenies, nam inuentâ planetæ diſtantia in partibus radij eccentrici, eam facile reduces ad terræ ſemidiametros, aut ad milliaria Bononienſia.

Diſtantia In ſemidiametris terræ.

	Maxima	Minima	Differentia
Sat.	90155.	57743.	32412.
Iov.	47552.	26441.	21111.
Mar.	21005.	2373.	18632.
Ven.	12919.	5917.	7002.
Merc.	10868.	3932.	6936.
Solis	7580.	7074.	506.

Diſtantiæ planetarum in milliaribus Bononienſibus.

Maxima	Minima	Differentia
294. 356075.	188. 530895.	105. 825180.
155. 257280.	85. 329865.	68. 927415.
68. 581325.	7. 747845.	44. 508480.
42. 180535.	6. 259005.	35. 921530.
35. 484020.	12. 837980.	22. 646040.
24. 748700.	23. 096610.	1. 652090.

Ex his vides diſtantiam maximam Martis excedere minimam pluſquam octies. maximam item ſic differentiam inter Venerem Apogæam, & perigæam. ita vt in Apogæo ſuperet Solis diſtantiam totô radio ſui Epicycli, in perigæo ab eius diſtantia deficiat eodem radio.

PROPOSITIO LII.

De Parallaxibus planetarum.

Conſtitutis planetarum motibus facillimum videtur eorum parallaxes determinare, ſi enim ad datum tempus, quod ex altitudine ſtellarum inoteſcere poteſt, ſupputetur planetæ vera elevatio, & eodem tempore, obſervetur eiuſd. elevatio viſa, è qua ſubtrahatur refractio relinquetur parallaxis. hæc quidem ſpeciem aliquam habent; quia tamen hypotheſes trium ſuperiorum planetarum præciſionem eam non ſunt adeptæ, quæ in tali negotio requiritur, ideò aliam viam ineundam cenſeo. obſervetur igitur duobus continuis diebus altitudo meridiana planetæ, quæ gradum trigeſimum, aut quadrageſimum excedat. tum quolibet tempore eiuſdem planetæ obſervetur altitudo, & verticalis, primæ duæ obſervationes dabunt declinationem planetæ veram, quare ſi habeatur verticalis, & altitudo poli regionis dabitur altitudo vera. Ex obſervata altitudine ſi ſubtrahas refractionem, quam exiſtimo omnibus aſtris eſſe communem relinquetur elevatio quam ſi ſubducas ex obſervata dabitur parallaxis. ſcio adhuc adhibendam eſſe correctionem quia primæ obſervationes altitudinis meridianæ, non ſunt expertes parallaxis hæc tamen facile adhiberi poſſet.

Secunda methodus procedet per diſtantias iam conſtitutas, cum enim iam planetarum diſtantias habeamus, facile ex iis horizontales parallaxes determinabimus.

PARALLAXES HORIZONTALES.

	In diſtantia maxima			In diſtantia minima		
	Min.	Sec.	tert.	Min.	Sec.	tert.
Sat.	0.	2.	20.	0.	3.	30.
Iov.	0.	4.	20.	0.	7.	45.
Mart.	0.	10.	0.	1.	26.	0.

Ex his concludo negligendam eſſe ſuperiorum planetarum parallaxin, niſi fortè Martis in oppoſitione cum Sole.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Planetarum diametros apparentes dimetiri.

Primò ſupponitur tubos Opticus eximiæ notæ cuius primò capacitas inveniri debet: voco autem capacitatem tubi, partem cœli, aut ſpatij quam ſimul exhibet. notavi aliàs inter proprietates tubi Optici, præcipue lente convexa obiectiva, & concavo ſpecillo conſtantis, quod exiguam partem obiecti ſimul exhibeter; putà dimidiam tantum partem diametri Lunaris diſci, aut tertiam. Hanc capacitatem primò notam habere ſatagimus, vel directo in Lunam teleſcopio: notando diligenter quam partem Lunaris diſci ſimul oſtendat, & per quas maculas eius limbus procedat: nam ex ſelenographia, facile determinare poteris, quot partes diametri Lunaris capiat, & cum nota ſit diameter apparens Lunæ in minutis, facile determinabimus quot minutorum ſit ſpatium à tubo comprehenſum.

Idem habebis ſi tubum dirigas in duas ſtellas, notæ diſtantiæ, quas præciſe capiat. cognitâ ſemel capacitate tubi, quoties planeta diſtabit aut à Luna, aut ab aliqua fixa minori ſpatio, quàm ſit capacitas tubi dirige tubum in planetam, & æſtima quot planetæ requirerentur ad replendum illud ſpatium.

Ego vt iam dixi ſupra totam tubi capacitatem inſertis filis in partes æquales divido puta 10. ſic enim ſine vllâ comparatione innoteſcet faciliùs, quam partem eiuſdem capacitatis occupet.

Non video cur ſi pariter intra tubum Opticum extendatur filum verticale, & planeta ſtationario, & circa meridianum poſito, expectetur donec limbus eius occidentalis filum attingat, adhibeatúrque funependulum, donec alter limbus ex eodem filo emergat; non video inquam, cur ex tempore illo haberi non poſſit quantitas diametri apparentis.

Cognitâ ſemel apparenti diametro Iovis verbi gratiâ, quæ deinceps ſit menſura cæterarum diametrorum, ita ad alios planetas gradum facimus, vt iam dixi com de fixarum diametro egimus. circulos enim chartaceos aſſumimus, & inter multos modicè differentes vnom eligimus, cui nobis appareat æqualis diſcus Iovis, hunc aſſeruamus quaſi omnium menſuram illiúſque diametrum dividimus in quot voluerimus partes: tum ad alium quemcúmque planetam tubum dirigimus, & alium circulum inter multos eligimus cui æqualis appareat eius diſcus: huius circuli ſi diametrum comparemus cum diametro Iovis iam cognita, eius quantitatem ſatis exactè determinabimus.

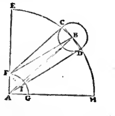
		Saturni	Iovis	Martis	Veneris	Mercurij
		Mi.Se.tert.	Mi.Se.tert.	Mi.Se.tert.	Mi.Se.tert.	Mi.Se.tert.
Hortenſius	maxima	0. 40. 40.	1. 1. 40.	1. 4. 0.	1. 40. 0.	0. 28. 0.
Gaſſendus	media	0. 37. 0.	0. 50. 0.	0. 36. 0.	0. 53. 0.	0. 19. 0.
& Herigon.	minima	0. 31. 0.	0. 38. 30.	0. 9. 0.	0. 13. 20.	0. 10. 0.
Ricciolius	maxima	0. 34. 30.	1. 8. 46.	1. 30. 0.	4. 8. 0.	0. 23. 12.
	media	0. 26. 40.	0. 49. 46.	0. 22. 0.	1. 4. 12.	0. 23. 48.
	minima	0. 22. 46.	0. 38. 18.	0. 10. 6.	0. 33. 30.	0. 9. 20.

PROPOSITIO LIV.

Problema.

Planetarum magnitudines absoluta.

Constitutâ diametro apparenti cuiuscúmque planetæ, data item eius distantia à terra fit triangulum rectangulum, cuius omnes anguli sunt cogniti, & vnum latus AB: ergo innotescet eius vera diameter BC. sit Saturni semidiameter apparens BAC. min. 16 15. & distantia eius A B minima semidiametrorum terræ 57743. fiat



Vt sinus totus A B,

Ad tangentem anguli BAC. sec. 16. 15.

Ita semidiametri terræ 57743.

Tertius numerus erit BC semidiam. terræ $4\frac{4}{5}$ & tota DC semidiametrorum terræ $9\frac{3}{5}$.

Si quæras proportionem soliditatis, continua quatuor terminos in eadem ratione invenies terram contineri in Saturno 884.

Vt expendas veritatem obseruationum expende magnitudinem planetæ, per mediam, & minimam diametrum apparentem, variatis distantiis, si eadem magnitudo recurrat omnia consentient.

Saturni diameter continet diametros terræ $9\frac{3}{5}$ corpus planetæ continet tellures 884. Lunas 49005 continetur à Sole 43.

Iouis diameter continet diametros terræ $8\frac{4}{5}$. soliditas continet tellures 685. Lunas 37675. Sol eum continet 56.

Mars continet diametros terræ $\frac{52}{100}$.

Continet terras $\frac{14}{100}$. seu terra illum continet $7\frac{1}{7}$. Sol 275714. circa Martem est altercatio Astronomorum.

Veneris diameter continet terræ diametrum semel & $\frac{15}{100}$ soliditas continet terras $1\frac{1}{2}$. Lunas 82. Venus continetur à Sole 25733.

Mercurij diameter est quarta pars diametri terræ tellus continet Mercurium 64.

Luna eum continet quinquies.

Sol Mercurium continet 9881600.

PROPOSITIO LV.

Theorema.

De Occasu Saturni, Iouis, & Martis.

Saturnus, Iupiter, & Mars tardiores Sole, occasus, & ortus quos stellæ fixæ, & cum eorum motus in Epicyclo conformis sit motui Solis ab illis, secundum eum motum nempe planetarum in Epicyelo periodum ortuum & occasuum distinguere possumus.

Quando hi planetæ sunt in Apogæo Epicycli, cum Sole coniunguntur; atque adeo cum Sole oriuntur mane, & occidunt vespere, sed non apparent eò quòd radiis solaribus immerguntur. quia autem Solis motus in consequentia, seu ad orientem celerior est motu horum planetarum, fiunt occidentaliores Sole. ideóque.

Oriuntur mane paulò ante Solis ortum, citiúsque semper ante Solis ortum oriuntur donec ad perigæum perveniant. quamvis autem interea retrogradationem aliquam patiantur, quia tamen Sol semper movetur in consequentia, ideo absolute semper, magis distant à Sole contra seriem signorum.

Quando perigæum attingunt opponuntur Soli, oriuntúrque eò occidente, & mane occidunt fulgentque tota nocte. Tum Sole occidente altiores & altiores apparent, donec inveniantur in meridiano. tandem minus & minus distant à Sole occidente donec tandem, sub radiis solaribus aliquandiu delitescant.

De Venere, & Mercurio dicemus sequenti libro.

PROPOSITIO LVI.

Theorema.

De Occultatione Planetarum.

Occultantur planetæ sub radiis solaribus, quandiu, ita parum à Sole distant, vt fulgor Solis impediat, quò minus appareant. Intervallum emersionis est arcus Eclypticæ inter stellam in horizonte positam, primo conspicuam, & Solem infra horizontem delitescentem. hic arcus in his tribus planetis est orientalis, eò quod ad partes orientales ex radiis solaribus emergant, seu primo conspiciantur in horizonte ortivo. contra quam in Luna accidat, eo quod eius motus sit velocior motu Solis.

Intervallum occultationis est arcus Eclypticæ inter planetam occidentalem horizontis partem subeuntem, & vltimò conspicuom, & Solem pariter infra eundem horizontem positum. Hæc intervalla non sunt semper æqualia inter se etiam respectu eiusdem planetæ, quia in pari distantia planetæ à Sole, sumptâ secundum longitudinem Zodiaci, potest fulgor Solis magis officere: nam quò Sol fuerit magis demersus infra horizontem, eò lux crepusculina minor erit; sed in pari distantia à planeta in horizonte posito, potest Sol magis, & minus infra horizontem deprimi, quò nempe arcus inter Solem & planetam interiectus magis perpendiculariter. seu rectiùs horizontem secuerit, eò minor requiretur distantia, vt planeta appareat. Ex quo fit vt in determinando eo arcu debeat ratio haberi obliquitatis Sphæræ, & diversæ inclinationis arcuum Eclypticæ ad eundem horizonté.

Latitudo planetæ variat hos occultationis, & emersionis arcus, sicut & varia magnitudo apparens planetæ.

Ttt a Hos

Hos arcus observavit Ptolemæus in principio quarti Climatis, in quo maxima dies erat horarum 14.15. Sole posito in principio Cancri. Saturnus emergens matutinus ex radiis solaribus ab eo distat grad. 14 0.

Iupiter verò item matutinus emergit cum distat à Sole gr. 12.45.

Mars vero cum distat ab eodem gr. 14.30.

Venus emergit vesperr. cum distat à Sole gr. 5.40.

Mercurius item vespertinus distat à Sole gr. 11.30.

Arcus visionis vocatur à Ptolemæo depressio Solis infra horizontem requisita vt astrum appareat in ipso horizonte.

ARCUS UISIONIS JN CLIMATE 4.

Stellæ magnitudinis	Arcus visionis Gr.	Min.	Planetæ	Arcus visionis Gr.	Min.
1.	15.	0.	Saturnus	12.	0.
2.	13.	0.	Iupiter	10.	0.
3.	14.	0.	Mars	11.	30.
4.	15.	0.	Venus	5.	0.
5.	16.	0.	Mercurius	10.	0.
6.	17.	0.			
7.	18.	0.			

Ex iis diem emersionis, & occultationis facile conjicere possumus, si adhibeatur Trigonometria.

De Aspectibus & coniunctionibus sive magnis, sive communibus, dicam suo loco in Astrologia.

PROPOSITIO LVII.

Theorema.

Notiones ad Tabularum trium superiorum planetarum constructionem.

Decreveram quidem dare tabulas motuum trium superiorum Planetarum secundùm hypothesin Patris Riccioli superius explicatam, cum tamen manum operi admovere volui, deprehendi eam præcipue in Marte non vsque adeo perfecte observatis satisfacere. illudque Epicycli decrementum quomodocúmque tandem intelligeretur non posse accurate loca planetarum exhibere. Quæ res ipsum Patrem Ricciolium non latuit qui licet ab hypothesi Copernicana esset valde alienus, eamque pro viribus fuisset insectatus, nullas tamen tabulas aptare potuit, quæ mediocriter observationibus responderent, nisi secundum systema terræ motæ, quamvis inusitata advocasset subsidia, Epicyclósque mutabiles, perpetuóque incremento, & decremento obnoxios varieque ad Eclypticam inclinatos adhibuisset. vnde in sua Astronomia reformata, in qua tabulas motuum cœlestium accuratissimas omnibusque observationibus accommodatas se daturum promiserat, in hypothesin terræ motæ relabitur: non quod asserat eam veram esse; sed quod ea vtatur in ratione puræ hypotheseos, tanquam simplicioris, & in sua simplicitate melius cum observatis congruentis.

Non dissimili modo eam adhibebimus vt puram hypothesin. Et vt ostendamus quanta sit difficultas alias hypotheses comminisci, quæ æquivalenter idem præstent. Notandæ sunt breviter aliquæ irregularitates, quæ ex motu terræ simplici, in motum planetarum redundant.

Primo igitur Sol statuitur in centro vniversi, singulique planetæ moventur, simpliciter in suis eccentricis, aut Ellypsibus ita vt Sol in vno foco circa quem scilicet peragitur motus apparens Planetæ positus sit, & circa alterum focum perficiatur motus medius eiusdem Planetæ. Quare si versaremur in Sole vni tantum irregularitati essent obnoxij motus Planetarum, eodemque modo moverentur quo terra, aut quô Sol in opinione communi. Quinque igitur Planetæ Saturnus, Iupiter & Mars, Venus, Mercurius, & ipsa terra realiter eodem modô moventur in eccentricis suis, aut si velis in Ellypsibus, vnique tantum irregularitati obnoxij sunt: quare vnica tabula prostaphæreseon, loca omnia planetarum exhibet respectu Solis, hic locus dicitur à nobis locus eccentricus, & primò inquiretur.

Cæteræ irregularitates, quamvis multiplices à translatione terræ in orbe suo originem ducunt. & quia motus terræ, non in alio loco Planetam exhibet, quando est soli coniunctus, aut oppositus, ideo in oppositionibus, & coniunctionibus hæc prima irregularitas sufficiet.

Plana orbitarum in quibus moventur planetæ, aut ad planum Eclypticæ inclinata, suosq; habent nodos, non omnino stabiles, sed lento motu procedentes, ideoque si in ipso Sole versaremur facilis esset supputatio latitudinis, cognito enim angulo quem tales orbitæ cum Eclyptica comprehendunt, seu maxima planetæ latitudine, facile determinarentur aliæ latitudines, ad singulas à nodis distantias. Atque hæc est hypothesis realis motuum planetarum, qua quidem simplicius nihil excogitari potest. cæteræ irregularitates Opticæ tantum sunt, & apparentes, ortæ scilicet ex parallaxi orbis annui, quæ parallaxis maior aut minor est provt maiorem, aut minorem habet rationem, cum eccentrici diametro.

Vt autem melius concipiantur omnes irregularitates ab huiusmodi translatione terræ procedentes; revocandum est id quod iam supra notavimus orbem annuum terræ idem præstare quod faceret Epicyclus Planetæ, quo ad regressiones & directiones: tantamque causare parallaxin, seu prostaphæresin orbis, quantus est ipsius radius, comparatus cum distantia Planetæ. Supponamus igitur orbis annui terræ semidiametrum, videri ex Saturno sub Angulo quinque graduum, poterit in quadraturis parallaxin, seu prostaphæresin maximam quinque graduum efficere. quia autem orbis annuus eccentricus est Soli, & tellus aliquando remotior est à Sole, vt in aphelio, aliquando eidem propinquior, vt in perielio, ideo orbis annuus vices obibit Epicycli crescentis & decrescentis, eritque maxima illa prostaphæresis orbis aliquando maior, aliquando minor, & consequenter aliæ omnes eidem gradui anomaliæ orbis respondentes crescunt aut decrescunt.

Influit item in huiusmodi decrementum, & incrementum varia syderis à Sole distantia, cum enim moveatur in eccentrico, & aliquando Soli vicinior sit, nonnunquam ab illo remotior, orbis annui diameter spectata ex varia distantia, sub inæqualibus angulis apparebit, & consequenter maiorem,

maiorem, aut minorem efficiet maximam prosthaphæresin. Debet igitur ad constituendam maximam prosthaphæresin orbis, haberi ratio & gradûs Ellypsis aut eccentrici in quo terra versatur, & gradûs anomaliæ eccentrici in quo planeta positus est. Tunc igitur maxima erit prosthaphæresis orbis, quando tellus in aphelio versabitur, seu in maxima à Sole distantia, & planeta fuerit in perigæo aut in minima distantia.

Ex quibus concludo, quod si Copernicana hypothesis satisfaciat, sit valde difficile aliam hypothesin comminisci quæ idem præstet. nam quod voluit Pater Ricciolius addere Epicyclum continuo decrescentem ab Apogæo, primæ anomaliæ, ad perigæum, id inquam, non potest satisfacere, quia scilicet, hoc incrementum, & decrementum nec sequitur primam illam planetæ Anomaliam, nec etiam secundam hoc est in quolibet anomaliæ secundæ gradu, potest esse maior aut minor ille Epicyclus; sed sequitur ipsum motum telluris in suo eccentrico, aut Ellypsi. ideoque deberet addi Epicyclus, sed quomodo aptandus esset, non satis video: ideoque nonnullos alios Epicyclos in subsidium advoeant nonnulli; vix tamen perfectam æquivalentiam præstare possunt, saltem in Marte, & Mercurio. Atque hæc circa Planetarum longitudinem.

Neque vero minor est circa latitudinem difficultas, quæ in systemate terræ motæ facile explicatur. latitudo vera oritur ex inclinatione orbitarum ad planum Eclypticæ, ita vt respectu Solis facile inveniatur hæc latitudo, secundum variam planetæ à nodis distantiam. quia tamen hæc latitudo vera spectatur ex terra, quæ modo est vicina planetæ, modò ab eo remotior ideo sub variis angulis spectatur, variasque patitur inæqualitates additionesque & subtractiones. Atque in genere dicere possumus, quoties tellus æque distat à planeta, ac ipse Sol, hæc latitudo vera sub eodem angulo spectatur è terra, ac è Sole & consequenter, eadem est. Si vero tellus magis distet à Planeta quã ipse Sol toties videtur latitudo sub minori angulo, atque adeo aliquid detrahendum erit, latitudini planetæ eccentricæ, seu ex Sole visæ, vt habeatur latitudo apparens è terra. E contra cum terra est vicinior Planetæ, quam Sol, latitudo eccentrica sub maiori angulo spectabitur, & maior videbitur; vnde aliquid eccentricæ latitudini addendum erit vt habeatur quantitas latitudinis è terra apparentis.

Ex hoc sequitur eò maiorem oriri irregularitatem, quò orbis annuus maiorem habuerit rationem ad orbitam Planetarum. quæ omnes irregularitates difficillime in aliis hypothesibus explicantur, ita vt opus sit adhibere Epicyclos, varie ad Eclypticam inclinatos, varieque vt ita dicam distortos, ita vt incredibile videatur rem ita se habere. hac verò hypothesi nihil simplicius exrogitari potuit, nempe moventur singuli Planetæ motu æquabili in orbibus, quorum plana non sunt diversa ab Eclyptica, movetur item & terra in suo eccentrico æquabiliter, & nihil aliud, cæteræ irregularitates sunt tantum Opticæ, & reales: secundum igitur hanc hypothesin tabulas sequentes concinnavi quarum ordo talis est. Occurrunt Primo tabulæ motuum mediorum. Exinde tabulæ Primæ inæqualitatis, quibus scilicet invenitur locus Planetæ eccentricus, seu respectu Solis. Tertiò Tabulæ secundæ inæqualitatis indicantes locum Planetæ respectu terræ in longitudinem. Quartò tabulæ latitudinis. similisque omnino in tribus superioribus Planetis methodus observatur.

PROPOSITIO LVIII.

Problema.

Constructio Tabularum mediorum motuum in longitudinem pro tribus superioribus Planetis Saturno, Ioue, & Marte.

Tabulæ mediorum motuum nullam continent difficultatem quæ non sit superiùs soluta. habent autem tres columnas, nempe Primam longitudinis Planetæ, seu distantiæ ab Ariete. secundam Anomaliæ: & tertiam motus latitudinis. Alij communiter pro columna Anomaliæ ponunt motum Apogæi, satius tamen duxi anomaliam constituere, vt compendio studerem in operationibus, vitaremque vnam subtractionem in calculo Astronomico. Ita enim Progrediuntur cæteri. Excerpunt locum Apogæi pro aliqua Epocha, adduntque eiusdem motus vsque ad tempus propositum, habentque locum Apogæi respondentem tempori proposito: excerpunt item locum Planetæ in longitudinem ex quo auferunt locum Apogæi, & relinquitur Anomalia. vt per pauciora efficiam, quod per plura consequuntur, Anomaliæ columnam posui: quæ immediate ipsam exhibebit. Idem dico de tertia columna: alij enim ponunt motum nodorum, deinde auferunt locum nodorum ex loco medio Planetæ, vt habeant distantiam Planetæ à nodis. Ego immediatius in tertia columna distantiam Planetæ à nodis exhibeo.

Constitutæ iam sunt supra, Epochæ longitudinum, Apogæorum, & nodorum pro tribus superioribus Planetis, ex quibus difficile non fuit, tabulam Epocharum construere. Incipio igitur ab Anno Primo Æræ Christianæ, & Epochas affixi meridiano Lugdunensi, distante à meridiano Bononiensi trigiota circiter duobus minutis horariis: Posui item horam meridianam præcedentem Kalendas Ianuarias: quia vt plurimum quærimus Astrorum loca, pro hora meridiana, cum igitur dies ineuntes numeremus, & non exactos, cogeremur ex numero dierum, vnum subtrahere, nisi Epochæ affixæ essent horæ meridianæ diei præcedentis. Primo ergo occurrunt Epochæ. quarum prima exhibet primum annum Christi, ineuntem scilicet. tum centesimum primum ducentesimum primum, & ita consequenter. vsque ad annum 1601. secundum Vetus Kalendarium. Posui item alias Epochas stylo Gregoriano accommodatas.

Secunda tabula habet motus annuos, nempe motus vnius, duorum trium quatuor annorum vsque ad 20. in quibus habetur ratio annorum bissextilium. Exinde annorum 40. 60. 80. 100. sequuntur anni 200. 300. &c. in quibus nullus omittitur dies bissextilis, ideoque si quis iis motibus vteretur, ad continuandas Epochas, secundum Kalendarium novum; deberet in annis centenariis non bissextilibus subtrahere motum vnius diei.

Tertia Tabula continet menſes, tam in anno communi, quam in anno biſſextili, ineuntes ſcilicet, quia menſes appellamus communiter ineuntes, & non exactos.

Quarta tabula dies habet. quamvis autem tabula intelligatur de diebus exactis, quia tamen Epochæ ſunt affisæ diei præcedenti Kalendas Januarias, ideo ſimpliciter, vtendum eſt die nominato in propoſitione. Sequitur tabula motuum horariorum quæ etiam, minutis inſervire poteſt.

Conſtructio tabularum facilis eſt conſtituta in hoc libro motibus annuis, & diurnis, per continuam additionem exurgunt hæ tabulæ.

Vſus adhuc facillimus quem exemplo vnico expedio. Proponatur quærendus locus Saturni anno 1673 die 20 Aprilis ſtylo novo excerpatur radix anni 1601. cui addes motum annorum 60. tum annorum 12. vt habeas annum 1673 ineuntem.

	Longitudo Sign. Ge. M. Se.	Anomalia. Sign. Gr. M. Se.	Motus Lat. Sign. Gr. M. Se.	
Annus 1601.	6. 28. 4. 12.	10. 2. 4. 19.	3. 7. 33. 25.	Adde.
Anni 60.	0. 14. 4. 27.	0. 12. 10. 17.	0. 14. 8. 31	
Anni 12.	4. 26. 48. 53.	4. 26. 26. 3.	4. 26. 43. 42.	
Aprilis Anno commu.	3. 0. 53.	3. 0. 23.	3. 0. 47.	
dies 20.	40. 12.	40. 5.	40. 10.	
	0. 11. 38. 37.	3 8. 21. 19.	8. 22. 6. 35.	

Fiat Additio Aſtronomica, eô modô quô diximus & habebis mediam longitudinem 0. 12. 38. 37. Anomaliam ſign. 3. 8. 21. 19. & diſtantiam à nodo ſign. 8. 22. 6. 35. atque is eſt vnicus vſus tabularum nempe vt propoſito quocumque tempore habeantur medij motus planetarum. Similis eſt methodus in aliis planetis. intelligitur autem medius locus reſpectu Solis.

PROPOSITIO LIX.

Problema.

Conſtructio & vſus tabulæ proſtaphæreſeon centri.

Voco proſtaphæreſes centri, æquationes eccentrici ſeu Ellypſis parum intereſt. dedimus ſupra methodum ex tribus obſervationibus, præcipue ex tribus oppoſitionibus inveniendæ eccentricitatis, & Apogæi: & data eccentricitate ſupputandi proſtaphæreſes, ad ſingulos Anomaliæ gradus: ſive in forma eccentrica ſive in Ellyptica parum intereſt.

Vſus tabulæ communis eſt, eam enim ingredimur cum Anomalia ſimplici qualem invenimus per ſuperiorem calculum. exhibetur autem æquatio, quæ addita, vel ſubtracta à media longitudine prius inventa, exhibet locum planetæ verum, eccentricum tamen vt vocant, hoc eſt reſpectu Solis, in altero Ellypſis foco poſiti.

Vt ſi velis locum Saturni verũ eccentricum pro die 20 Aprilis anni 1673. quo tempore erat anomalia. ſign. 3. 8. 21. cui in tabula reſpondet æquatio graduum 6 35. 50. cum titulo ſubtrahe. Erat autem media longitudo ſign. 0. 11. 38, 37. ſubtrahe grad. 6. 33. 50. relinquetur locus eccentricus Saturni 0. 6. 2 47. intelligendo nempe reſpectu Solis atque hæc eſt prima inæqualitas quæ vt dixi in oppoſitionibus & coniunctionibus ſufficit, eo quod, alia inæqualitas optica, orta ex tranſlatione terræ evaneſcat, idem enim vt manifeſtum eſt, eſt locus planetæ viſi ex Sole, & ex terra: ſecunda igitur inæqualitas eſt, ex tranſlatione terræ in orbe annuo.

PROPOSITIO LX.

Problema.

Conſtructio Tabularum ſecundæ inæqualitatis planetarum in longitudinem.

Paulo difficilior eſt conſtructio tabularum ſecundæ inæqualitatis quæ nempe oritur ex tranſlatione terræ in orbe annuo, propter varia accidentia quibus hæc tranſlatio obnoxia eſt.

Duabus tabulis totam hanc doctrinam comprehendo. Prima tabula eſt ſcrupulorum proportionalium. Artificium autem huius tabulæ tale eſt. comparatur diſtantia terræ à Sole, in variis ſui eccentrici locis poſitæ, cum diſtantia planetæ ab eodem Sole. & notatur angulus ſub quo videtur, qui angulus erit maxima proſtaphæreſis orbis, quæ in tali poſitione accidere poteſt.

Ponamus rem in exemplo, ſupponatur tellus eſſe perielia ſeu in minima à Sole diſtantia. hoc eſt in anomaliæ ſuæ ſigno 6. præciſe. Ponatur planeta in maxima diſtantia à ſole nempe in anomaliæ ſigno 0. ſitque quadratura ſeu à tellure lineæ ad Saturnum & ſolem ductæ comprehendant circiter angulum rectum. Eritque maxima proſtaphæreſis grad. 5. 37. minima quæ accidere poteſt in quadraturis, quia nempe tellus eſt in minima diſtantia, & Saturnus in maxima. ideoque poſui ſcrupula proportionalia. 0. ſupponatur tellus in maxima diſtantia à Sole, ſeu in anomaliæ ſuæ ſign. 0. & Saturni in perielio, ſeu anomaliæ ſigno 6. videbitur linea diſtantiæ terræ à Sole ſub angulo graduum 6. 30. quæ eſt maxima proſtaphæreſis quæ accidere poteſt. differentia inter priorem grad. 5. 37. & 6. 30. eſt min. 53. quæ 53. minuta partior in 60 partes. vt videam quid reſpondeat 60. ſcrupulis proportionalibus. nempe dico ſi 60 dant 53. quid dabunt 1. 2. 3. 4 5. & ita de reliquis, vſque ad 60. ſupputo exinde poſita terra in ſigno 6. ſuæ anomaliæ, hoc eſt comparo lineam minimæ diſtantiæ terræ à Sole, cum variis planetæ diſtantiis, & video ſub quibus angulis videatur: exurguntque maximæ proſtaphæreſes orbis

orbis à quibus singulis subtraho prostaphæresin grad. 5. 37. tum facio regulam trium si 53 dant 60 minuta proportionalia, quot dabunt tot minuta quæ relinquuntur, atque ita habeo scrupula proportionalia columnæ vltimæ, in qua tellus obtinet sig. 6 suæ anomaliæ. vt melius meam mentem expliçem, videamus hoc in exemplo comparemus minimam telluris distantiam, cum distantia Saturni quando est in secundo signo suæ anomaliæ, & invenio hanc terræ distantiam videri sub angulo gr. 5. 44. 4. quæ est maxima prostaphæresis quæ in tali dispositione potest accidere. ab ea subtraho prostaphæresin grad. 5. 37. restant min. 7. 4. facio regulam trium si 53 dant 60. quot dabunt 7. 4, & invenio scrupula proportionalia.

Ita operor circa omnes alias distantias, tam telluris, quam Saturni, & habeo scrupula proportionalia, respondentia tam Anomaliæ telluris, quam Saturni.

Poteram quidem absolute ponere in tabula prostaph. maximas quæ deprehenduntur in variis distantiis, tam telluris quam planetæ, vt fecit Bullial. & alij post ipsum, & inter eos P. Riecciolius, commodius tamen mihi visum est, vt pro maxima prostaphæresi, ponerem excessum cuiuslibet prostaphæresis maximæ, supra prostaphæresin gr. 5. 37. quæ est inter maximas minima. & adhuc hunc excessum in scrupula proportionalia redactum. vt ope horum scrupulorum proportionalium non tantum augerem maximam prostaphæresin, sed etiam reliquas omnes secundum eandem rationem.

Secunda tabula ita est composita assumpta minima prostaphæresi graduum 5. 37. inter maximas scilicet, supputavi reliquas pro singulis enomaliæ gradibus. Assumpta item maxima prostaphæresi, quam diximus esse gr. 6. 30. supputavi ea posita vt bali reliquas omnes, pro singulis nempe gradibus anomaliæ tum primas, ex secundis subtraxi, vt haberem excessum quem posui in tabula, est ergo virtualiter duplex hæc tabula, continet enim seriem minimarum prostaphæreseon cum excessu.

Vsus vtriusque tabulæ facillimus est. Primo inquiruntur scrupula proportionalia, cum anomalia terræ, & anomalia Saturni: vt 20. Aprilis anom. terræ seu Solis est signorum 9. & 20. graduum; anomalia Saturni supra inventa est sign 3. grad. 8. in communi concursu anomaliæ Solis 9. & 3. grad. 8. invenio circiter scrupula proportionalia 17. Locus Solis est sign. 0. 29. aufer locum planetæ 0. 12. 38. ex sign. 0. 29. restat distantia Solis à planeta 0. 16. 21. quæ duplicata erit anomalia orbis sig. 1. 2. 44. cum hac ingredere tabulam prostaphæreseon orbis, invenies que 2. 49. cum excessu 24. cuius pars debita scrupulis proportionalibus 17. est 6. 18. est ergo totalis prostaphæresis orbis additiva grad. 2. 55. 18. quæ si addatur loco planetæ centrico tam invento seu sign. 0. 6. 2. 47. fit verus Saturni locus sign. 0. 8. 58. nempe spectatus ex terra.

PROPOSITIO LXI.

Problema.

Constructio tabularum ad latitudinem planetarum inveniendam.

Duplex est tabula necessaria ad inveniendam latitudinem planetæ è terra visam. Prima tabula est valde simplex, constans quatuor columnis, I tima columna exhibet inclinationem eccentrici planetæ, ad Eclypticam, seu potius latitudinem planetæ in variis, à nodo distantiis. quæ inclinatio, seu distantia à plano Eclypticæ, intelligitur respectu Solis, huius artificium est commune, eodemque modo habetur, quo invenimus declinationes singulorum graduum Eclypticæ, ab æquatore. cognita enim maxima latitudine Saturni centrica scilicet, seu ex Sole visa, quæ est grad. 2. 30. 30 facile per trigonometriam innotescit latitudo centrica pro varia à nodis distantia. Hanc tabulam ingredimur cum motu latitudinis coæquato scilicet, cui nempe addita est aut subtracta prostaphæresis ecutri.

Secunda columna quæ habet reductionem ad Eclypticam præcipue adhibenda est, ad reducendum locum centricum planetæ in orbita sua, ad locum centricum eiusdem in Eclypcica, hanc pariter reductionem obtinemus per motum latitudinis coæquatum. Idem dico de curtatione.

Quarta columna est maioris momenti, ita autem construitur fiat vt 2. 30. 30 maxima latitudo centrica ad 60, ita qualibet latitudines primæ columnæ ad quartum, habebisque scrupula proportionalia singulis respondentia verbi gratia. min. 2. sec. 57. ita se habent ad maximam latitudine grad. 2. 30. 30. vt scrupula proportionalia 1. 3. ad 60. ideoque si proponeretur alia quæcumque maxima latitudo ponamus trium graduum, si fieret vt 60. ad scrup. 1. 3. ita gradus 3. ad quartum exurgeret latitudo debita primo gradui latitudinis. hæc igitur scrupula proportionalia sunt vsui, ad inveniendam latitudinem debitam cuicumque gradui latitudinis, modo cognoscatur maxima latitudo. Quamvis enim latitudo maxima centrica immutabilis sit, quia tamen videtur ex terra quæ transfertur, modo maior modo minor apparet, atque adeo diversa est apparens maxima latitudo. Constituta autem maxima latitudine apparenti, supponendo scilicet planetam esse distantem à nodo gradibus nonaginta, facile habebitur ope scrupulorum proportionalium quanta debeat esse latitudo apparens, quæ respondet aliis distantiis à nodo. Sumendo scilicet ex maxima latitudine partem proportionalem respondentem his scrupulis proportionalibus latitudinariis. quare tota difficultas est in determinanda maxima latitudine apparenti pro variis anomaliæ orbis gradibus.

Id præstat altera tabula cuius titulus *maxima latitudo è terra* cuius tabulæ artificium tale est. supponatur tellus in minima à Sole distantia: latitudo maxima centrica, comparatur cum variis distantiis terræ à planeta: certum est quod supposita eadem minima telluris à Sole distantia, si planeta fuerit Soli coniunctus, tellus plus removebitur à planeta quam Sol, atque adeo latitudo

titudo planetæ apparebit minor. in mediis distantiis hoc est cum anomalia orbis erit signorum 3. aut 9. latitudo centrica apparebit æqualis è Sole, & terra. in oppositione vero, quia tellus vicinior erit planetæ eadem latitudo centrica apparebit maior. Tabula igitur exhibet latitudinem maximam provt apparet è terra, secundum varios gradus anomaliæ orbis supponendo tamen minimam telluris à Sole distantiam. Et sic absoluitur huius tabulæ prima columna.

Iam supponatur tellus esse in maxima à Sole distantia seu in Aphelio, in coniunctione planetæ cum Sole, adhuc magis removebitur tellus à planeta, ergo adhuc minor videbitur eius latitudo, & in oppositione vicinior erit planetæ, quare erit aliquid detrahendum de maxima latitudine dum anomalia orbis erit sign. o. 1. 2. vsque ad 3. & 9. ad 12. E contra erit illi aliquid addendum in reliquis anomaliæ orbis gradibus.

Ponitur ergo in secunda columna ille excessus, detrahendus & addendus, hoc incrementum & decrementum additur integrum quando tellus est in Aphelio. hoc est in maxima distantia à Sole in aliis vero distantiis intermediis, sumenda est pars proportionalis secundum scrupula proportionalia illa primo posita, quibus nempe vsi sumus, ad determinandam latitudinem orbis.

Vsus igitur vtriusque tabulæ talis erit, quæratur primo maxima latitudo è terra, cuius tabulam adi, cum anomalia orbis, excessum tamen addendum, vel detrahendum determinabis ex primis scrupulis proportionalibus, sic habebis accuratam latitudinem maximam: huius latitudnis maximæ ita constitutæ sume partem proportionalem secundum scrupula proportionalia latitudinis, respondentia vtique gradibus motûs latitudinis seu distantiæ à nodo.

In exemplo tota hæc doctrina manifesta fiet sit quærenda latitudo Saturni pro die 20 Aprilis anni 1673. erat autem anomalia orbis sig. 1. 2. 44. & habebamus scrupula proportionalia. 17. cum hac Anomalia orbis consule tabulam maximarum latitudinum Saturni invenio lat. grad. 2. 19. cum excessu subtrahendo minut. 2. qui excessus non est totus accipiendus, sed tantum pars proportionalis respondens scrupulis proportionalibus, dicendo si 60 scrupula proportionalia dant excessum duorum minutorum quot dabunt 17 scrupula & invenio sec. 34. quæ quidem in Saturno negligi possent, in aliis planetis non item aufer igitur hæc 34 secunda, ex lat. grad. 2. 19. relinquitur latitudo maxima grad. 2. 18. 26. quæ non debet tota accipi sed tantum pars eius proportionalis, respondens scrupulis proportionalibus latitudinis. Consule ergo tabulam latitudinis Saturni eamque ingredere cum motu latitudinis æquato, erat motus latit. 8. 22. 6. ab hoc subtrahe prostaphæresin centricam gr. 6. 3. restat motus latit. æquatus 8. 16. 3. cui in tabula respondent scrupula proportionalia 58. 13. cum titulo Austr. fiat ergo regula trium si 60. dant gradus 2. 18. 26. quid dabunt 58. 13. scrupula proportionalia, provenietque 2. 13. 4. latitudo Australis Saturni pro eo tempore.

TABVLÆ

TABVLÆ SATVRNI

Epochæ ſeu radices Saturni pro meridiano Lugdunenſi.

Anni Chriſti ineu.	Longitud. Saturni. S. G. M. S.	Anomalia Saturni. S. G. M. S.	Motus latitud. Saturni. S. G. M. S.
1	2.13. 5.47	7. 7.50.22	11. 4. 5.29
101	7. 6.33.10	11.28. 7.30	3.26.49.40
201	0. 0. 0.35	4.18.24.38	8.19.33.51
301	4.23.28. 0	9. 8.41 46	1.12.18. 2
401	9.16.55.24	1.28.58.54	6. 5. 2.13
501	2.10.22.49	6.19.16. 1	10.27.46.24
601	7. 3.50.13	11. 9.32.10	3.20.30.55
701	11.27.17.38	3.29.50.18	8.13.14.46
801	4.20.45. 2	8.20. 7.26	1. 5.58.53
901	9.14.12.27	1.10.24.34	5.28.44.10
1001	2. 7.59.52	6. 0.41.42	10.21.28.21
1101	7. 1. 7.16	10.20.58.50	3.14.12.32
1201	11.24.34.40	3.11.15.58	8. 6.56.43
1301	4.18. 2. 4	8. 1.33. 6	0.29.40.54
1401	9.11.29.28	0.21.50.14	5.22.24. 5
1501	2. 4.56.52	5.12. 7.22	10.15. 8.16
1601	6.28.24.16	10. 2.24.30	3. 7.52.28

STYLO GREGORIANO.

1601	6.28. 4.12	10. 2. 4.29	3. 7.33.25
1701	11.21.29.36	2.22.21.37	8. 0.17.36
1801	4.14.55. 0	7.12.38.45	0.23. 1 47
1901	9. 8.20 24	0. 2.55.53	5.15.45.58
2001	2. 1.47.48	4.23.13. 1	10. 8.30. 9
2101	6.25.15.12	9.13.30. 9	3. 1.14.20
2201	11.18.41.56	2. 3.47.17	7.23.58.31
2301	4.12. 8.58	6.23.56.22	0.16.35.34

Anni Abſoluti.

Anni abſoluti.	Longitud. Saturni. S. G. M. S.	Anomalia Saturni. S. G. M. S.	Motus latitud. S. G. M. S.
1	0.12.13.54	0.12.11.40	0.12.13. 8
2	0.24.27. 9	0.24.23.21	0.24 26.17
3	1. 6.40.43	1. 6.35. 0	1. 6.39.25
B. 4	1.18.56.18	1. 6.48.41	1.18.54.34
5	2. 1. 9.52	2. 1. 0.21	2. 1. 7.41
6	2.13.23.26	2.13.12.[illegible] 1	2.13.20.51
7	2.25.37. 1	2.25.13.42	2.25.33. 0
B. 8	3. 7.52.36	3. 7.37.29	3. 7.49. 9
9	3.20. 6.10	3.19.49. 3	3.20. 2.17
10	4. 2.19.44	4. 2. 0.43	4 2.15.25
11	4.14.33.18	4.14.12.22	4.14.28.33
B. 12	4.26.48.53	4.26.26. 3	4.26.43.42
13	5 9. 2.28	5. 8.37.44	5. 0.56.51
14	5.21 16. 2	5.20.49.14	5.21. 9.59
15	6. 3.29.36	6. 3. 1. 4	6. 3.23. 7
B. 16	6.15.45.11	6.15.14.45	6.15.38.16
17	6.27.58.45	6.27.26.24	6.27.51.24
18	7.10.12.20	7. 9 28. 5	7.10. 8.34
19	7.22.25.54	7.21.49.45	7.22.17.42
B. 20	8. 4.41.29	8. 4. 3.26	8. 4.32.51
B. 40	4. 9.22.58	4. 8. 6.52	4. 9. 5.42
B. 60	0.14. 4.27	0.12.10.17	0.14. 8.31
B. 80	8.18.45.55	8.16.13.42	8.18.10.21
B.100	4.23.27.24	4 20.17. 8	4.22 44.11
B.200	9.16.54.49	9.10.34.16	9.15.28.23
B.300	2.10.22.14	2. 0.51.25	2. 8.12 34
B.400	7. 3.49.38	6.21. 8.33	7. 0.56.45
B.500	11.27.17. 3	11.11.25.41	11.23.40.56
B.600	4.20 44.27	4. 1.42.49	4.15.25. 7
B.700	9.14.11.52	8.21.59.57	9. 8. 9. 8
B.800	2. 7.39.16	1.12.17. 5	2. 0.53.19
900	7. 1. 6.41	6. 2.34.13	6.23.37 30
1000	11.24.34. 5	10.22.51.21	11.17.23.53
2000	11.19. 8.11	9.15.42.42	11. 5.43.47
3000	11.13.42.16	8. 8.34. 1	10.21. 5.40

Tabula Menſium Saturni.

Menſes ineuntes	Anno comm. longit. G M. S.	Anomaliæ. G.M. S.	Motus latitudo G M. S.
Ianuar.	0. 0. 0	0. 0. 0	0. 0. 0
Februar.	1. 2.18	1. 2. 8	1. 2.16
Mart.	1. 58.35	1.58.16	1.58.32
April.	3. 0.53	3. 0.25	3. 0 47
Mayus	4. 1 10	4. 0.33	4. 1. 2
Iunius.	5. 3.29	5. 2.41	5. 3.19
Iulius.	6. 3.46	6. 2.50	6. 3.34
Auguſt.	7. 6. 4	7. 4.58	7. 5.50
Septemb.	8. 8.23	8. 7. 6	8. 8. 7
Octob.	9. 8.40	9. 6.15	9. 8.22
Nouemb.	10.10.58	10. 9.23	10.10.37
Decemb.	11.11. 6	11. 9.21	11.10.43
Ann.com.	12.13.34	11.11.40	12.13. 8

TABVLA.

menſium Anno Biſſextili.

Ianuar.	0. 0. 0	0. 0. 0	0. 0. 0
Februar.	1. 2.18	1. 2. 8	1. 2.16
Mart.	1.58.36	1.58.17	1.58.32
April.	3. 2.54	3. 2.26	3. 2.48
Mayus.	4. 3.11	4. 3.34	4. 3. 3
Iunius.	5. 5.30	5. 4.42	5. 5.25
Iulius.	6. 5.47	6. 4.51	6. 5.35
Auguſt.	7. 8. 5	7. 6.59	7. 7.51
Septemb.	8.10.24	8. 9. 7	8.10. 8
Octob.	9.10.41	9. 8.16	9.10.23
Nouemb.	10.12.59	10.11.24	10.12.38
Decemb.	11.13. 7	11.11.22	11.12.45
Annus. Biſſext.	12.15.35	11.13.41	12.15. 9

Tabula dierum pro Saturno.

Mot.lat.G.	Longitudo. G.M.S	Anomalia. G.M.S.	Motus latit. G.M.S
0	0. 2. 1	0. 2. 1	0. 2. 1
1	0. 4 1	0. 4. 1	0. 4. 1
2	0. 6. 2	0. 6. 1	0. 6. 2
3	0. 8.12	0. 8.11	0. 8.12
4	0 10. 3	0.10. 1	0.10. 3
5			
6	0.12. 4	0.12. 2	0.12. 4
7	0.14. 4	0.14. 2	0.14. 4
8	0.16. 5	0.16. 2	0.16. 5
9	0.18. 5	0.18. 2	0.18. 4
10	0.20. 6	0.20. 3	0.20. 5
11	0.22. 7	0.22. 3	0.22. 6
12	0.24. 7	0.24. 3	0.24. 6
13	0.26. 8	0.26. 4	0.26. 7
14	0.28. 8	0.28. 3	0.28. 7
15	0.30. 9	0.30. 4	0.30. 8
16	0.32. 9	0.32. 4	0.32. 8
17	0.34.10	0.34. 4	0.34. 9
18	0.36.11	0.36. 5	0.36.10
19	0.38.11	0.38. 5	0.36. 9
20	0.40.12	0.40. 5	0.40.10
21	0.42.12	0.42. 5	0.40.10
22	0.44.13	0.44. 8	0.44.11
23	0.46.14	0.46. 6	0.46.12
24	0.48.14	0.48. 6	0.48.12
25	0.50.15	0.50. 7	0.50.13
26	0.52.13	0.52. 6	0.52.13
27	0.54.16	0.54. 7	0.54.14
28	0.56.17	0.56. 8	0.56.15
29	0.58.17	0.58.10	0.58.15
30	1. 0.18	1. 0. 8	1. 0.16
32	1. 2.18	1. 2. 8	1. 2.16

Motus horar. Saturni.

H	Longitudo. M.S
1	0. 5
2	0.10
3	0.15
4	0.20
5	0.25
6	0 30
7	0.35
8	0.40
9	0.45
10	0.50
11	0.55
12	1. 0
13	1. 5
14	1.10
15	1.15
16	1.20
17	1.25
18	1.30
19	1.35
20	1.40
21	1.45
22	1.50
23	1.55
24	2. 0
25	2. 5
26	2.10
27	2.15
28	2.20
29	2.25
30	2.30
40	3.20
60	5. 0

MOTVS

TABVLA

PROSTAPHÆRESEON CENTRI SATVRNI.

in forma Ellyptica.

	Anom. Sig. o. Subtra. G. M.S.	Signa 1. Subtra. G.M.S.	Signa 2. Subtra. G.M.S.	Signa 3. Subtra. G.M.S.	Signa 4. Subtra. G.M.S.	Signa 5. Subtra. G.M.S.	
0.	0. 0. 0	3. 6.32	5.30.30	6.34.25	5.53.49	3.29.57	30.
1.	0. 6.28	3.12.15	5.34. 6	6.34.50	5.50.37	3.23 43	29.
2.	0.12.55	3.17.35	5.37.36	6.35. 8	5.47.17	3.17.25	28.
3.	0.19,23	3.23.31	5.41. 2	6.35.16	5.43.48	3.11. 1	27.
4.	0.25.30	3.29. 4	5.44.22	6.35.19	5.40.12	3. 4 33	26.
5.	0.32.16	3.34.35	5.47.36	6.35.16	5.36.30	2.58. 2	25.
6.	0.38.42	3.40. 3	5.50.43	6.35. 6	5.32 42	2.52.26	24.
7.	0.45. 8	3.45.27	5.53.46	6.34.37	5.28.47	2.44.46	23.
8.	0.51.33	3.50.47	5.56.42	6.34.21	5.24.44	2.38. 3	22.
9.	0.57.57	3.56. 4	5.39.33	6.33 47	5.20.34	2.31.17	21.
10.	1. 4.10	4. 1.17	6. 2.16	6.33. 5	5.16.17	2.14.28	20.
11.	1.10.42	4. 6.26	6. 4.54	6.32.16	5.11.34	2.17.35	19.
12.	1.17. 3	4.11.31	6. 7.27	6.31.21	5. 7.25	2.10.39	18.
13.	1.23.23	4 16.32	6. 9.53	6.30.18	5. 2.50	2. 3 40	17.
14.	1.29.41	4.21.29	6.12.12	6.29. 8	4 58. 9	1.56.38	16.
15.	1.35.58	4.26.22	6.14.25	6 27.51	4.53.21	1.49.13	15.
16.	1.42.14	4.31.11	6.16.31	6.26.26	4.48.27	1.42 26	14.
17.	1.48.19	4.35.56	6.18.31	6.24.53	4.43.17	1.35.16	13.
18.	1.54.42	4.40.37	6 20.25	6.23.13	4.38.20	1.28. 4	12.
19.	2. 0.53	4.43.13	6.22.12	6.21.27	4.33. 8	1.20.51	11.
20.	2. 7. 2	4.49.44	6.23.53	6.19.34	4 27.50	1.13.36	10.
21.	2.13. 9	4.54.10	6.25.25	6.17.32	4 22.16	1. 6.19	9.
22.	2.19.15	4.58.32	6.26.53	6.15.23	4.16.57	0.59. 1	8.
23.	2.25.19	3. 2.49	6.28.12	6.13. 6	4.11.23	0.51.41	7.
24.	2.31.20	5. 7. 1	6.29.25	6.10.42	4. 5.43	0.44.20	6.
25.	2.37.18	5.11. 8	6.30.32	6. 8.11	3.59.58	0.36 58	5.
26.	2.43.14	5.13.11	6.31.32	6. 3.32	3.54. 1	0.29.35	4.
27.	2.49. 7	5.19. 9	6.32.26	6. 2.48	3.48.12	0.22.12	3.
28.	2.34.58	5.23. 0	6.33.13	5.59.56	3.42.11	0.14.48	2.
29.	3. 0.46	5.26.47	6.33.53	5.56.56	3.36. 6	0. 7.24	1.
30.	3. 6.32	5.30.30	6.34.25	5.53.49	3.29.57	0. 0. 0	0.
	Adde Sign. 11.	Adde Sign. 10.	Adde Sign. 9.	Adde Sign. 8.	Adde Sign. 7.	Adde Sign. 6.	

Scrupula proportionalia pro Saturno Anomal. Solis.

	Sig.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	
	Ano mal. S.G.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Ano ma-lia.
	0. 0	13	12	9	6	3	1	0	0. 0
3	3	13	12	9	6	3	1	0	27
6	6	13	13	10	6	3	1	0	24
9	10	13	13	10	6	3	1	0	20
12	13	14	13	11	7	3	1	0	17
15	16	14	13	11	7	4	1	0	14
18	19	14	13	11	7	4	2	0	11
21	22	15	14	11	7	4	2	1	0
24	25	15	14	12	8	5	2	1	5
27	29	15	14	12	8	5	3	2	11.1
	1. 2	16	15	13	9	6	3	2	28
3	5	16	16	13	9	6	4	3	25
6	8	17	16	14	10	7	4	4	22
9	11	18	17	14	11	7	5	4	19
12	14	18	17	15	12	8	6	5	16
15	17	19	18	16	13	9	6	5	13
18	21	20	19	16	13	10	7	6	9
21	24	21	20	17	14	11	8	7	0
24	27	22	21	18	15	12	9	7	3
27	2. 0	23	22	19	16	13	10	8	10.0
30	3	24	23	21	17	14	11	9	27
3	6	25	24	22	18	14	12	11	24
6	9	26	25	23	19	15	13	12	21
9	12	27	26	24	21	16	14	13	18
12	15	28	27	25	22	17	15	14	15
15	18	29	28	26	23	18	16	15	12
18	21	31	29	27	24	19	17	16	9
21	24	32	31	28	25	21	18	17	6
24	27	33	32	29	26	23	19	18	3
27	3. 0	34	33	31	27	24	20	19	9. 0
30	4	35	35	32	28	25	22	21	26
3	6	36	36	33	29	26	23	22	24
6	9	38	37	34	31	27	25	23	21
9	12	39	38	35	32	28	26	25	18
12	15	41	39	37	33	29	27	26	15
15	18	42	41	38	34	31	28	27	12
18	21	43	42	39	36	32	29	28	9
21	24	44	43	41	37	33	31	29	6
24	27	45	44	42	38	34	32	31	3
27	4. 0	46	45	43	39	35	33	32	8. 0
30	3	48	47	44	41	36	34	33	27
3	6	49	48	45	42	37	35	34	24
6	9	50	49	46	43	38	36	35	21
9	11½	51	50	47	44	39	37	36	19
12	14	52	51	48	45	41	38	37	16
15	17	53	52	49	46	42	39	38	13
18	20	54	53	51	46	43	40	39	10
21	23	55	54	52	47	44	41	40	7
24	26	56	55	53	47	45	42	41	4
27	29	56	56	54	48	45	43	42	7. 1
30	5. 2	57	56	54	49	46	44	42	28
6	7	58	57	55	51	47	44	43	23
12	13	59	58	56	52	48	45	44	17
18	19	59	58	57	53	48	46	44	11
24	24	60	59	57	53	49	46	45	6
30	6.0	60	59	57	53	50	46	45	6. 0
		0.	11.	10.	9.	8.	7.	6.	

ANOMALIA SATVRNI.

Anomalia Solis.

Maxima latitudo Saturni è terra.

Anomal. orb. S.G	Max. latu. G.M.	Excef. fub. M.	Anomal. orb.
0. 0	2.17	2	0. 0
3	2.17	2	27
6	2.17	2	24
9	2.17	2	21
12	2.17	2	18
15	2.17	2	15
18	2.17	2	12
21	2.18	2	9
24	2.18	2	6
27	2.18	2	3
1. 0	2.18	2	11.0
3	2.19	2	27
6	2.19	2	24
9	2.19	2	21
12	2.20	2	18
15	2.21	2	15
18	2.21	2	12
21	2.21	2	9
24	2.22	2	6
27	2.22	1	3
2. 0	2.23	1	10.0
3	2.23	1	27
6	2.24	1	24
9	2.25	1	21
12	2.25	1	18
15	2.26	1	15
18	2.27	0	12
21	2.27	0	9
24	2.28	0	6
27	2.29	0	3
3. 0	2.30	0	9. 0
3	2.30	0	27
6	2.31	0	24
9	2.32	0	21
12	2.33	0	18
15	2.33	0	15
		Adde	
18	2.34	1	12
21	2.35	1	9
24	2.36	1	6
27	2.37	1	3
4. 0	2.37	1	8. 0
3	2.38	1	27
6	2.39	1	24
9	2.40	1	21
12	2.40	2	18
15	2.41	2	15
18	2.42	2	12
21	2.42	2	9
24	2.43	2	6
27	2.43	2	3
4. 0	2.44	2	7. 0
3	2.44	2	27
6	2.45	2	24
9	2.45	2	21
12	2.46	2	18
15	2.46	2	15
18	2.46	2	12
21	2.46	3	9
24	2.47	3	6
27	2.47	3	3
6. 0	2.47	3	6. 0

TABVLA

TABVLA

PROSTAPHÆRESEON ORBIS SATVRNI.

Gradus	Si.0 Adde G.M	Excessus	Si.1. Add. G.M	Excessus	Si.2. Add. G M	Excessus	Si.3. Add. G.M	Excessus	Si.4. Add. G.M	Excessus	Si.5. Add. G.M	Excessus	
0	0. 0	0	2.35	21	4.37	40	5.35	52	5. 5	52	3. 3	32	30
1	0. 5	1	2.40	22	4.40	41	5.35	53	5. 2	50	2.58	31	29
2	0.11	1	2.44	23	4.43	42	5.36	53	5. 0	49	2.52	30	28
3	0.16	2	2.49	24	4.46	42	5.36	53	4.57	49	2.47	29	27
4	0.21	3	2.53	25	4.49	43	5.36	53	4.54	48	2.41	28	26
5	0.27	3	2.58	25	4.52	43	5.37	53	4.51	48	2.36	26	25
6	0.32	4	3. 3	26	4.54	44	5.37	53	4.48	47	2.30	25	24
7	0.37	5	3. 7	27	4.57	44	5.37	53	4.44	47	2.24	24	23
8	0.43	5	3.12	27	5. 0	45	5.36	53	4.41	46	2.18	24	22
9	0.48	6	3.16	28	5. 2	46	5.36	53	4.37	46	2.12	23	21
10	0.53	7	3.21	29	5. 5	46	5.36	53	4.34	45	2. 6	22	20
11	0.59	7	3.25	30	5. 7	46	5.35	53	4.30	45	2. 0	21	19
12	1. 4	8	3.29	31	5. 9	47	5.34	53	4.26	44	1.54	20	18
13	1. 9	9	3.33	32	5.12	47	5.34	13	4.23	44	1.48	19	17
14	1.14	10	3.38	32	5.14	47	5.33	53	4.19	43	1.42	18	16
15	1.20	10	3.42	32	5.16	48	5.32	53	4.14	43	1.36	17	15
16	1.25	11	3.46	33	5.18	48	5.31	53	4.10	42	1.29	16	14
17	1.30	12	3.50	33	5.20	48	5.30	53	4. 6	41	1.23	15	13
18	1.35	13	3.54	34	5.21	48	5 28	52	4. 2	40	1.17	13	12
19	1.40	14	3.58	35	5.23	49	5.27	52	3.58	40	1.11	12	11
20	1.45	15	4. 2	35	5.24	50	5.26	52	3.53	39	1. 4	11	10
21	1.50	16	4. 5	36	5.26	50	5.24	52	3.48	39	0.58	10	9
22	2.55	17	4. 9	37	5.27	51	5.22	52	3.43	38	0.52	9	8
23	2. 0	17	4.13	37	5.28	51	5.21	52	3.39	37	0.45	8	7
24	2. 5	18	4.16	38	5.30	51	5 29	52	3.34	36	0.39	6	6
25	2.10	19	4.20	38	5.31	51	5.17	52	3.29	35	0.33	5	5
26	2.15	20	4.23	39	5.32	51	5.14	52	3.24	35	0.26	4	4
27	2.20	20	4.27	39	5.32	52	5.12	51	3.19	34	0.19	3	3
28	2.25	20	4.30	40	5.33	52	5.10	51	3.14	33	0.13	2	2
29	2.30	21	4.34	40	5.34	52	5. 8	51	3. 9	32	0. 7	1	1
30	2.35	21	4.37	40	5.35	52	5. 5	51	3. 3	32	0. 0	0	0
	Subtrahe Sigo. 11.		Subtra. Sign.10.		Subtr. Sign.9.		Subtr. Sign.8.		Subtr. Sign.7.		Subtr. Sign.6.		Grad.

MOTVS LATITVDINIS

à nodo Reductio ſubtractiva.

MOTVS LATITVDINIS

	Sign. 0. Septen. Aſcendens. Sign. 6. Auſtr. Aſcend.				Sign. 1. Septen. Aſcend. Sign. 7. Auſtr. Aſcend.				Sign. 2. Septen. Aſcend. Sign. 8. Auſtr. Aſcend.				
Gradus	Inclinatio. G.M.S.	Reductio M.S.	curtatio P.	Scru. prop M.S.	Inclinatio. G.M.S	Reductio M.S	curtatio P.	Scru. prop M.S.	Inclinatio. G.M.S	Reductio M.S	curtatio P.	Scru. prop M.S.	
0	0. 0. 0	0. 0	0	0. 0	1.15.15	1.27	10	30. 0	2.10.19	1.17	31	51.57	30
1	0. 2 37	0. 4	0	1. 3	1.17.31	1.29	10	30.54	2.11.37	1.25	31	52.28	29
2	0. 5.15	0. 8	0	2. 6	1.19.46	1.30	11	31.48	2.12.53	1.23	32	52.58	28
3	0. 7.52	0.11	0	3. 8	1.21 59	1.32	12	32.41	2.14. 6	1.21	32	53.27	27
4	0.10.30	0 15	0	4. 11	1.24.18	1.34	12	33.33	2.15.16	1.19	33	53.56	26
5	0.13. 6	0.18	0	5. 14	1.26.18	1.35	13	34.26	2.16.23	1.17	33	54.23	25
6	0.15.44	0.22	0	6. 17	1.28.26	1.36	14	35.16	2.17.28	1.15	34	54.49	24
7	0.18.21	0.25	1	7. 19	1.30.32	1.37	15	36. 6	2.18.31	1.13	35	55.14	23
8	5.20.57	0.28	1	8. 21	1.32.37	1.38	15	36.56	2.19.32	1 11	35	55.38	22
9	0 23.33	0.32	1	9. 23	1.34.41	1.39	16	37.46	2.20.30	1. 8	36	56. 1	21
10	0.26. 8	0.35	1	10.25	1.36.43	1.39	17	38.34	2.21.25	1. 5	36	56.23	20
11	0.28.42	0.38	1	11.27	1.38.44	1.40	18	39.22	2.22.18	1. 3	37	56.44	19
12	0.31.16	0.42	2	12.29	1.40.42	1.40	18	40. 9	2.23. 8	1. 0	37	57 4	18
13	0.33.50	0.45	2	13.30	1.42.38	1.41	19	40.55	2.23.55	0.57	37	57.23	17
14	0.36.23	0 48	2	14.31	1.44.32	1.41	20	41.40	2 24.40	0 54	38	57.40	16
15	0.38.56	0.51	3	15.32	1.46.24	1.41	20	41.40	2.25.22	0.51	38	57.57	15
16	0.41.27	0.54	3	16.32	1.48.15	1.41	21	43.10	2.26. 1	0 48	38	58.13	14
17	0 43.59	0.57	3	17.32	1.50. 3	1.40	21	43.53	2.26.38	0.45	39	58.28	13
18	0.46.29	1. 0	4	18.32	1.51.49	1.40	22	44.35	2.27.12	0.42	39	58.42	12
19	0 48.59	1. 3	4	19 32	1.53.34	1.39	23	45.16	2.27.44	0.38	39	58.54	11
20	0.51.27	1. 5	4	20.31	1.55 16	1.39	23	45.57	2.28.13	0.35	40	59. 5	10
21	0.53.55	1. 8	5	21.30	1.56.56	1.38	24	46.37	2.28.40	0.32	40	59.16	9
22	0 56.22	1.11	5	22.29	1.58.34	1.38	25	47.16	2.29. 3	0.28	40	59.25	8
23	0.58.48	1.13	6	23.27	2. 0.10	1.37	26	47.54	2.29 24	0.25	40	59.33	7
24	1. 1.11	1.15	6	24.24	2. 1.44	1.36	27	48.32	2.29.41	0.22	41	59.40	6
25	1. 3.35	1.17	7	25.21	2. 3.16	1.35	27	49. 9	2.29.55	0.18	41	59.46	5
26	1. 5.57	1.19	8	26.18	2. 4.45	1.34	28	49.44	2.30. 9	0.15	41	59.52	4
27	1. 8.18	1.21	8	27.14	2. 6.13	1.32	28	50.18	2.30.19	0.11	41	59.56	3
28	1.10.38	1.23	9	28.10	2. 7.37	1.30	29	50.52	2.30.26	0. 8	41	59.58	2
29	1.12.57	1.25	10	29. 5	2. 8.59	1.29	30	51.25	2.30.29	0. 4	41	59.59	1
30	1.15.15	1.27	10	30. 0	2.10.19	1.27	31	51.57	2.30.30	0. 0	41	60. 0	0
	Sign. 11. Auſtr. deſcen. Sign. 5. Boreal. deſcen.				Sign. 10. Auſtr. deſcen. Sign. 4. Boreal. deſcen.				Sign. 9. Auſtr. deſcen. Sign. 3. Boreal. deſcen.				

TABVLÆ

TABVLÆ IOVIS

Motus medij Iouis pro meridiano Lugdunenfi.

Anni Christi. Iecu.	Epochæ Longitud. S.G. M. S.	Epochæ Anomaliæ. S. G. M. S.	Epochæ motus latitud. S. G. M. S.
1	5.29.49.52	1. 1.24.21	3. 2. 9.20
101	11. 6. 8.14	6. 5.14.11	8. 7.46.37
201	4.12.26.34	11. 9. 4. 1	1.13.23.44
301	9.18.44.55	4.12.53.51	6.19. 1. 1
401	2.25. 3.15	9.16.43.41	11.24.38.18
501	8. 1.21.35	2.20.33.30	5. 0.15.55
601	1. 7.39.55	7.24.23.20	10. 5.53.12
701	6.13.58.16	0.28.13.10	3.11.30.29
801	11.20.16.36	6. 2. 3. 0	8.17. 7.46
901	4.26. 4.56	11. 5.52.10	1.22.45. 3
1001	10. 2.53.16	4. 9.42.41	6.28.22.22
1101	3. 9.11.36	9.13.32.31	0. 3.59.39
1201	8.15.29.56	2.17.22.21	5. 9.36.56
1301	1.21 48.16	7.21 12.11	10.15.14.13
1401	6.28. 6.36	0.25. 2. 1	3.20.51.30
1501	0. 4.24.56	5.28.51.11	8.26.18.47
1601	5.10.43.16	11. 4.41.51	2. 2. 6. 4
STYLO GREGORIANO.			
1601	5. 9.53.24	11. 1.52. 2	2. 1.16.13
1701	10.16. 6.45	4. 5.37.53	7. 6.48.29
1801	3.22.20. 5	9. 9.20.43	0.12.19 4
1901	8.28.33.28	2.13. 6.31	5.18.53. 2
2001	2. 4.51.48	7.16.56.27	10.23.30.18
2101	7.11. 5. 8	0.20.41.17	3.29. 2.47
2101	0.17.18.28	5.24.22. 7	9.43. 5.16
2301	5.23.31.48	10.28.10.57	2.10. 7.45

Tabula Annorum pro Ioue.

Anni	Longitud. Iovis. S. G. M.S.	Anomalia Iovis. S. G. M.S.	Motus latitud. Iovis. S. G. M.S
1	1. 0.20.32	1. 0.19. 3	1. 0.20. 7
2	2. 0.41. 4	2. 0.38. 6	2. 0.40.15
3	3. 1.21.36	3. 0.57. 9	3. 1. 0.22
4	4. 1.17. 8	4. 1.21.12	4. 1.25.30
5	5. 1.47.40	5. 1.40.15	5. 1.45.37
6	6. 2. 8.12	6. 1.59.18	6. 2. 5.44
7	7. 2.28.44	7. 2.18.20	7. 2.25.52
8	8. 2.54.16	8. 2.42.23	8. 2.50.59
9	9. 3.14.48	9 3. 1.26	9. 3.11. 6
10	10. 3.35.20	10. 3.20.29	10. 3.31.14
11	11. 3.55 53	11. 3.39.33	10. 3.51.22
12	0. 4.21.24	0. 4. 5. 5	0. 4.16.29
13	1. 4.41.56	1. 4.22.38	1. 4.36.36
14	2. 5. 2.28	1. 4.41.41	2. 4.56.43
15	3. 5.23. 1	3. 5. 0.55	3. 5.17.52
16	4. 5.48.32	4. 5.24.46	4. 5.41.58
17	5. 6. 9. 4	5. 5.43.49	5. 6. 2. 5
18	6. 6.29.37	6. 6. 2.53	6. 6.22.14
19	7. 6.50. 9	7. 6.21.56	7. 6.42.21
20	8. 7.15.40	8. 6.45.58	8. 7. 6.27
40	4.14.31.20	4.13.31.56	4.14.12. 4
60	0.21.47. 0	0.21.17.54	0.21.18.31
80	8.29.21.40	8.27.22.52	8.28.48.50
100	5. 6.18.20	5. 3.49.50	5. 5.37.17
200	10.12.36.40	10. 6.59.40	10.11.14.34
300	3.18.55. 0	3.10.49.30	3.16.51.51
400	8.25.13.20	8.13.59.20	8.22.28. 8
500	2. 1.31.41.	1.19. 9.12	1.28. 6.27
600	7. 7.50. 1	6.22.59. 2	7. 3.43.44
700	1.14. 8.22	11.26.48.53	0. 9.21. 3
800	5.20.26.42	5. 0.38.43	5.14.58.20
900	10.26.35. 2	10. 4.28.33	10.20.35.37
1000	4. 3. 3.22	3. 8.18.24	3. 6 12.54
2000	8. 6. 6.44	6.16.36.48	6.12.25.58
00	0. 9.10. 6	9.24.55.12	9.18.38.52

Tabula Menſium pro Iove pro Anno communi.

Menſes incuntes	longit. Iovis. G M. S.	Anomalia Iovis. G.M. S.	Motus latitudo Iovis. G.M. S.
Ianuar.	0. 0. 0	0. 0. 0	0. 0. 0
Februar.	2.34.37	2.34.34	2.34. 1
Mart.	4.54.17	4.54.10	4.54.15
April.	7.28.54	7.28.39	7.28.50
Mayus	9.58.32	9.58.10	9.58.26
Iunius.	12.33. 9	12.32.40	12.33. 2
Iulius.	15. 2.47	15. 2.10	15. 2.37
Auguſt.	17.37.24	17.36.40	17.37.12
Septemb.	10.12. 2	19.55. 1	20.11.48
Octob.	22.41.40	22.40.40	22.41.24
Nouemb.	25.16.17	25.15.10	25.15.59
Decemb.	27.45.55	27.44 40	27.44.35
Ann.com.	30.20.32	30.19.10	30.20.10

Pro Anno Biſſextili.

Menſes incuntes	longit. Iovis. G M. S.	Anomalia Iovis. G.M. S.	Motus latitudo Iovis. G.M. S.
Ianuar.	0. 0. 0	0. 0. 0	0. 0. 0
Februar.	2.34.37	2.34.34	2.34. 1
Mart.	4.59.16	4.59. 9	4.59.14
April.	7.13.53	7.13.38	7.13 49
Mayus.	10. 3.31	10. 3. 9	10. 3 26
Iunius.	12.38. 8	12.37.39	12.38. 0
Iulius.	15. 7.46	15. 7. 9	15. 7.36
Auguſt.	17.42.23	17.41.39	17.42.18
Septemb.	20.17. 1	20.16. 9	20.16 47
Octob.	22.46.39	22.45.39	22.46.23
Nouemb.	25.21.16	25.19. 9	25.20.58
Decemb.	27.50.54	27.48.39	27.50.34
Annus. Biſſext.	30.25. 31	30.23. 9	30.24. 9

Motus Diurnus Iovis.

Dies.	Longitudo Iovis. G.M.S	Anomalia Iovis. G.M.S	Motus latit. G.M.S
1	0. 4.59	0. 4.59	0. 4.59
2	0. 9.59	0. 9.58	0. 9.59
3	0.14.58	0.14.58	0.14.58
4	0.19.57	0.19.56	0.19.57
5	0.24.56	0.24.55	0.24.56
6	0.29.56	0.29.55	0.29.56
7	0.34.55	0.34.54	0.34.55
8	0.39.54	0.39.53	0 34.54
9	0.44.53	0.44.51	0.44.53
10	0.49.53	0.49.51	0.49.53
11	0.54 52	0.54.50	0.54.52
12	0.59.51	0.59.48	0.59.51
13	1. 4.50	1. 4.47	1. 4.50
14	1. 9.50	1. 9.47	1. 9.50
15	1.14.49	1.14.46	1.14.49
16	1.19.48	1.19.45	1.19.48
17	1.24.48	1.24.44	1.24.48
18	1.29.47	1.29.43	1.29 47
19	1.34.46	1.34 42	1.34.46
20	1.39 45	1.39.40	1.39.45
21	1.44.45	1.44.40	1.44.44
22	1 49.44	1.49.39	1.49.43
23	1.54.43	1.54.38	1.54.42
24	1.59.42	1.59.37	1.59.41
25	2. 4.42	2. 4.36	1. 4.41
26	2. 9.41	2. 9.35	2. 9.40
27	2.14.40	2.14.34	2.14 39
28	2.19.39	2.19.33	2.19.38
29	2.24.39	2.24.32	2.24.38
30	2.29.38	2.29.32	2.29.37
31	2.34.37	2.34.30	2.34.36

Motus horar. Iovis.

Horæ.	Longitudo. M.S
0	0.12
1	0.25
2	0.37
3	0.50
4	1 2
5	
6	1.15
7	1.27
8	1.38
9	1.52
10	2. 5
11	2.17
12	2.30
13	2.42
14	2.55
15	3. 7
16	3.20
17	3.32
18	3.44
19	3.57
20	4. 9
21	4.22
22	4.34
23	4.47
24	4.59
25	5.12
26	5.24
27	5.37
28	5.49
29	6. 2
30	6.14

PROSTAPH.

PROSTAPHÆRESES

centricæ Iovis.

Anomal. G	Anom. Sign.0. ſubtra. G.M.S	Anom. Sign.1. ſubtra. G.M.S	Anom. Sign.2. ſubtra. G.M.S	Anom. Sign.3. ſubtra. G.M.S	Anom. Sign.4. ſubtra. G.M.S.	Anom. Sign.5. ſubtra. G.M.S.	Anomal. ſimplex G
0	0. 0. 0	2.38.20	4.40.13	5.33.28	4.57.50	2.56. 0	30
1	0. 5.30	2.43.15	4.43.13	5.33.46	4.55. 4	2.50.45	29
2	0.11. 0	2.48. 4	4.46.17	5.33.57	4.52.13	2.45.24	28
3	0.16.31	2.52.49	4.49. 6	5.34. 0	4.49.16	2.40. 0	27
4	0.22. 0	2.57.32	4.51.48	5.33.59	4.46.12	2.34.33	26
5	0.27.29	3. 2. 9	4.54.27	5.33.19	4.43. 2	2.19. 3	25
6	0.32.57	3. 6.45	4.57. 1	5.33.40	4.39.45	2.23.30	24
7	0.38.24	3.11.22	4.59.34	5.33.22	4.36.22	2.17.56	23
8	0.43.52	3.15.54	5. 2. 4	5.32.59	4.32.54	2.12.17	22
9	0.49.18	3.20.22	5. 4.30	5.32.31	4.29.20	2. 6.34	21
10	0.54.42	3.24.47	5. 6.50	5.31.58	4.25.41	2. 0.49	20
11	1. 0. 5	3.29. 6	5. 9. 5	5.31.21	4.21.55	1.55. 2	19
12	1. 5.28	3.33.23	5.11.14	5.30.24	4.18. 5	1.49.11	18
13	1.10.50	3.37.38	5.13.18	5.29.22	4.14.11	1.43.20	17
14	1.16.11	3.41.50	5.15.15	5.28.15	4.10.13	1.37.27	16
15	1.21. 8	3.45.59	5.17. 6	5.27. 8	4. 6.11	1.31.32	15
16	1.26.49	3.50. 6	5.18.49	5.25.54	4. 2. 5	1.25.34	14
17	1.32. 6	3.54. 7	5.20.27	5.24.32	3.57.54	1.19.35	13
18	1.37.21	3.58. 3	5.22. 1	5.23. 2	3.53.37	1.13.34	12
19	1.42.34	4. 1.54	5.23.34	5.21.29	3.49.14	1. 7.31	11
20	1.47.46	4. 5.41	5.24.58	5.19.49	3.44.44	1. 1.28	10
21	1.52.55	4. 9.24	5.26.20	5.18. 3	3. 4.10	0.55.25	9
22	1.58. 4	4.13. 3	5.27.33	5.16.13	3.35.31	0.49.20	8
23	2. 3.13	4.16.50	5.28.38	5.14.16	3.30.48	0.43.12	7
24	2. 8.21	4.20.25	5.29.36	5.12.13	3.36. 1	0.37. 2	6
25	2.13.26	4.23.56	5.30.28	5.10. 4	3.21.10	0.32.52	5
26	2.18.29	4.27.23	5.31.15	5. 7.50	3.16.16	0.24.42	4
27	2.23.28	4.30.45	5.31.56	5. 5.30	3.11.18	0.18.32	3
28	2.28.26	4.34. 2	5.32.31	5. 3. 4	3. 6.15	0.12.22	2
29	2.33.23	4.37.16	5.33. 2	5. 0.32	3. 1. 8	0. 6.11	1
30	2.38.20	4.40.13	5.33.28	4.57.50	2.56. 0	0. 0. 0	0
	Adde Sign.11.	Adde Sign.10.	Adde Sign.9.	Adde Sign.8.	Adde Sign 7.	Adde Sign.6.	

Scrupula proportionalia
Anomalia Iouis.

ANOMALIA IOVIS SIMPLEX

Sig.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	
Ano mal. S.G.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Ano ma- lia.
0	14	13	10	7	3	1	0	0. 0
3	14	13	10	7	3	1	0	27
6	14	13	10	7	3	1	0	24
9	14	13	10.	8	4	1	0	21
13	15	14	10	8	4	2	0	17
16	15	14	11	8	4	2	1	14
19	15	14	11	8	4	2	1	11
22	16	14	12	9	5	2	1	8
25	16	15	12	9	5	3	1	5
28	17	15	12	9	6	3	2	11 2
1. 2	17	16	13	10	6	3	2	28
5	17	16	14	10	7	4	3	25
8	18	17	14	11	7	4	3	22
11	18	18	15	11	8	5	4	19
14	19	18	16	12	8	6	4	16
17	20	19	16	13	9	7	5	13
20	21	20	17	13	9	7	5	10
23	22	21	18	14	10	8	6	7
26	22	22	18	15	11	8	7	4
29	23	22	19	16	12	9	8	10.1
2. 2	25	23	20	17	13	10	9	28
6	25	24	21	18	14	11	10	24
9	26	25	22	19	15	12	11	21
12	27	26	23	20	16	13	12	18
15	28	27	24	21	17	14	13	15
18	30	28	26	23	18	15	14.	12
21	31	30	27	24	19	16	25.	9
24	32	31	28	25	20	17	16	6
27	33	32	29	26	22	18	17	3
3. 0	34	33	30	27	23	19	18	9. 0
3	35	34	31	28	24	20	19	27
6	36	35	32	29	25	21	20	24
9	37	36	33	30	25	23	21	21
12	38	37	34	31	26	24	22	18
15	39	38	35	32	27	25	23	15
18	40	39	36	33	28	27	24	12
21	42	41	38	34	30	28	25	9
24	43	42	39	35	31	29	26	6
26	45	43	40	36	32	30	28	4
29	46	45	41	37	33	31	29	8. 1
4. 2	47	46	42	39	34	32	30	28
5	48	47	43	40	35	33	31	25
8	49	48	45	41	36	34	32	22
11	50	49	46	42	38	35	33	19
14	51	50	47	43	39	36	34	16
18	52	51	48	44	40	37	35	12
21	53	52	49	45	40	37	36	9
24	54	53	49	46	41	38	37	6
27	55	53	50	46	42	39	37	3
29	55	54	51	47	43	39	38	7. 1
5. 1	56	55	52	48	44	40	39	29
7	57	56	53	48	45	40	40	23
13	58	57	54	49	46	41	40	17
19	59	57	55	49	46	41	41	11
24	59	58	55	50	47	42	42	6
6.0	60	58	55	50	47	42	42	6. 0
	12.	11.	10.	9.	8.	7.	6.	

Anomalia Iouis.

ANOMALIA IOVIS SIMPLEX

Maxima latitudo
Iovis.

S.G.	Max. latit. G.M.	Excess. sub. M.	
0. 0	1. 9	1	0. 0
3	1. 9	1	27
6	1. 9	1	24
9	1. 9	1	21
12	1. 9	1	18
15	1.10	1	15
18	1.10	1	12
21	1.10	1	9
24	1.10	1	6
27	1.10	1	3
1. 0	1.10	1	11.0
3	1.11	1	27
6	1.11	1	24
9	1.11	1	21
12	1.12	1	18
15	1.12	1	15
18	1.12	1	12
21	1.13	1	9
24	1.13	1	6
27	1.14	1	3
2. 0	1.14	1	10.0
3	1.15	1	27
6	2.15	1	24
9	1.16	1	21
12	1.16	0	18
15	1.17	0	15
18	1.18	0	12
21	1.18	0	9
24	1.19	0	6
27	1.20	0	3
3. 0	1.20	0	9. 0
3	1.21	0	27
6	1.22	0	24
9	1.23	0	21
12	1.23	0	18
15	1.24	0	15
18	1.25	0	12
21	1.26	0	9
24	1.27	0	6
27	1.28	0	3
4. 0	1.28	1	8. 0
3	1.29	1	27
6	1.30	1	24
9	1.31	1	21
12	1.32	1	18
15	1.32	2	15
18	1.33	2	12
21	1.34	2	9
24	1.35	2	6
27	1.35	3	3
5. 0	1.36	3	7. 0
3	1.37	3	27
6	1.37	3	24
9	1.38	3	21
12	1.38	4	18
15	1.38	4	15
18	1.39	4	12
21	1.39	4	9
24	1.39	4	6
27	1.39	4	3
6. 0	1.39	4	6. 0

TABVLA

PROSTAPHÆRESEON ORBIS PRO JOUE.

Ano.orb.	Ano. Si. o. Add. G.M	Scru.prop.	Si.1. Adde G.M	Scru.prop.	Si. 2. Adde G.M.	Scru.prop.	Si. 3. Adde G.M	Scru.prop.	Si.4. Adde G.M	Scru.prop.	Si.5 Adde G.M	Scru.prop.	Mot.Latit.
0	0. 0	0	4.26	32	8. 6	63	10.10	84	9.40	88	6. 3	62	30
1	0. 9	1	4.35	33	8.13	63	10.12	85	9.36	88	5.53	61	29
2	0.18	2	4.43	34	8.19	64	10.13	86	9.31	88	5.41	60	28
3	0.27	4	4.51	36	8.24	65	10.15	86	9.27	88	5.31	58	27
4	0.36	5	5.59	37	8.30	66	10.16	86	9.22	88	5.21	56	26
5	0.45	6	5. 7	38	8.35	67	10.17	87	9.17	87	5.10	55	25
6	0.54	7	5.15	39	8.41	67	10.18	87	9.12	87	4.57	54	24
7	1. 3	8	5.23	40	8.46	68	10.19	87	9. 6	87	4.47	51	23
8	1.12	9	5.31	41	8.51	69	10.19	87	9. 0	87	4.36	48	22
9	1.21	10	5.39	42	8.56	70	10.20	88	8.55	86	4.25	46	21
10	1.30	11	5.47	43	9. 1	71	10.20	88	8.49	86	4.13	44	20
11	1.39	12	5.54	44	9. 6	72	10.20	89	8.43	85	4. 1	42	19
12	1.48	13	6. 3	44	9.10	73	10.19	90	8.36	84	4.49	40	18
13	1.57	14	6.10	45	9.15	73	10.19	90	8.29	83	3.37	38	17
14	2. 7	15	6.18	46	9.19	74	10.18	90	8.22	83	3.25	36	16
15	2.16	16	6.25	47	9.24	74	10.17	90	8.15	82	3.11	35	15
16	2.25	17	6.33	48	9.28	75	10.16	89	8' 8	81	3. 0	31	14
17	2.34	18	6.40	49	9.31	77	10.15	89	8. 0	80	2.47	30	13
18	2.42	19	6.47	50	9.35	78	10.14	89	8.51	79	2.33	29	12
19	2.51	20	6.54	51	9.39	78	10.12	89	7.43	78	2.23	24	11
20	3. 0	21	7. 1	52	9.42	79	10.10	89	7.35	77	2.10	22	10
21	3. 9	22	7. 8	54	9.46	79	10. 8	89	7.27	76	1.57	20	9
22	3.17	23	7.15	55	9.49	80	10. 6	89	7.18	75	1.44	18	8
23	3.26	24	7.21	57	9.52	81	10. 4	89	7.10	73	1 31	16	7
24	3.35	25	7.28	57	9.55	82	10. 0	89	7. 1	72	1.18	14	6
25	3.43	27	7.35	58	9.59	82	9.57	89	6.52	70	1. 5	12	5
26	3.52	28	7.41	59	10. 0	83	9.54	89	6.42	68	0.52	9	4
27	4. 2	29	7.48	60	10. 4	83	9.51	89	6.33	67	0.39	7	3
28	4.10	30	7.54	61	10. 6	83	9.47	89	6.23	66	0.26	5	2
29	4.18	31	8. 0	62	10. 8	83	9.44	89	6.13	64	0.13	2	1
30	4.26	32	8. 6	63	10.10	84	9.40	88	6. 3	62	0. 0	0	0
	Subtrahe Sign.11.		Subtrahe Sign.10.		Subtrahe Sign. 9.		Subtrahe Sign.8.		Subtrahe Sign 7.		Subtrahe Sign.6.		

CANON LATITVDINIS IOVIS.

Sign. 0. Bor. Aſcend. / Sign.6. Auſtr. Aſcend.					Sign. 1. Bor. Aſcend. / Sign.7. Auſtr. Aſcend.				Sign. 2. Bor. Aſcend. / Sign.8. Aoſtr. Aſcend.				
Mot.lat. G.	Inclinatio. G. M. S.	Reduc. M.S	curtat.P.	Scru. prop. G.M.	Inclinatio. G.M.S.	Reduc. M.S	curtat.P.	Scru. prop. M. S.	Inclinatio. G. M.S.	Reduc. M.S	curtat.P.	Scru. prop M.S	Mot.lat. G.
0	0. 0. 0.	0. 0	0	0. 0	0.40.58.	0.25	3	30. 0	1.10.57.	0.25	9	51.57	30
1	0. 1.26.	0. 1	0	1. 3	0.42.12.	0.26	3	30.54	1.11.39.	0.25	9	52.28	29
2	0. 2.51.	0. 2	0	2. 6	0.43.25.	0.26	3	31.47	1.12.20.	0.24	9	52.58	28
3	0. 4.17.	0. 3	0	3. 8	0.44.38.	0.27	3	32.39	1.13. 0.	0.24	9	53.27	27
4	0. 5.42.	0. 4	0	4.11	0.45.50.	0.27	4	33.32	1.13.38.	0.23	9	53.56	26
5	0. 7. 8.	0. 5	0	5.14	0.47. 1.	0.27	4	34.24	1.14.15.	0.22	9	54.23	25
6	0. 8.33.	0. 0	0	6.17	0.48.10.	0.28	4	35.15	1.14.50.	0.22	10	54.49	24
7	0. 9.59.	0. 7	0	7 19	0.49.18.	0.28	4	36. 6	1.15.24.	0.21	10	55.14	23
8	0.11.24.	0. 8	0	8.21	0.50.27.	0.28	5	36.56	1.15.57.	0 21	10	55.38	22
9	0.12.49.	0. 9	0	9.23	0.51.34.	0.28	5	37.45	1.16.28.	0.20	10	56. 1	21
10	0.14.14.	0.10	0	10.20	0.52 42.	0.29	5	38.34	1.16.59.	0.19	10	56.23	20
11	0.15.38.	0.11	0	11.27	0 53 40.	0 29	5	39.21	1.17.28.	0.19	10	56.44	19
12	0.17. 1.	0.12	0	12.29	0.54.50.	0.29	5	40. 9	1.17.55.	0.18	10	57. 4	18
13	0.18 25.	0.13	1	13.30	0.55.53.	0.29	6	40.55	1.18.21.	0.17	11	57.23	17
14	0.19.49.	0.14	1	14.51	0.56.55.	0.29	6	41.41	1.18.45.	0.16	11	57.40	16
15	0 21.12.	0.15	1	15.32	0.57.57.	0.29	6	42.26	1.19. 7.	0.15	11	57.57	15
16	0.22.35.	0.16	1	16.32	0.58.58.	0.29	6	43.10	1.19.30.	0.15	11	58.13	14
17	0.23.58.	0.17	1	17.32	0.59.57.	0.29	6	43.53	1.19.50.	0.14	11	58.28	13
18	0.25.19.	0.17	1	18.32	1. 0.54.	0.29	6	44.35	1.20. 9.	0.13	11	58.42.	12
19	0 26.41.	0.18	1	19.31	1. 1.50.	0.29	7	45.17	1.20.26	0.12	11	58 54	11
20	0.28. 2.	0.19	1	20.30	1. 2.45.	0.29	7	45.58	1.20.41.	0.11	11	59. 5	10
21	0.29.22.	0.20	1	21.29	1. 3.41.	0.28	7	46.38	1.20.55.	0.10	11	59.16	9
22	0.30.41.	0.21	1	22.27	1. 4.34.	0.28	7	47.17	1.21. 7	0. 9	11	59 25	8
23	0.32. 1.	0.21	2	23.25	1. 5.26.	0.28	7	47.55	1.21.18.	0. 8	11	59.33	7
24	0.33.19.	0.22	2	24.23	1. 6.17.	0.27	8	48.32	1.21.28.	0. 7	12	59.40	6
25	0.34.37.	0.23	2	25.21	1. 7. 7.	0 27	8	49. 9	1.21.37.	0. 6	12	59.46	5
26	0.35.55.	0.23	2	26.14	1. 7.55.	0.27	8	49.45	1.21.44.	0. 5	12	59.52	4
27	6.37.12.	0.24	2	27.14	1. 8.41.	0.26	8	50.19	1.21.49.	0. 4	12	59.56	3
28	0.38.19.	0.24	2	28.10	1. 9.29.	0.26	8	50.53	1.11.53.	0. 3	12	59.58	2
29	0.39.44.	0.25	3	29. 5	1.10.13.	0.26	8	51.25	1.21.55.	0. 2	12	59.59	1
30	0.40.58.	0.25	3	3. 0	1.10.57.	0.25	9	51.57	1.21.56.	0. 0	12	60. 0	0
	Sign. 11. Auſtr. deſcen. / Sign. 5. Boreal. deſcen.				Sign.10. Auſtr. deſcen. / Sign. 4. Boreal. deſcen.				Sign. 9. Auſtr. deſcen. / Sign. 3. Boreal. deſcen.				

TABVLÆ

TABVLÆ MARTIS

Tabula mediorum motuum Martis pro meridiano Lugdunenſi,

Anni Chriſti.	Radix longitud. Martis. S.G.M.S.	Radix Anomaliæ. S.G.M.S.	Radix motus latitud. S.G.M.S.
1	1.10. 9.20	9.15.58. 2	1.16. 0.33
101	3.11.50.41	11.15.28. 2	2.16.21.31
201	5.13.30.17	2.14.56.17	4.16.40.44
301	7.15. 9.53	3.14.24.32	6.16.59.57
401	9.16.49.29	5.13.52.47	8.17.19.10
501	11.18.29. 5	7.13.21. 2	10.17.38.23
601	1.20. 8.41	9.12.49.17	0.17.57.36
701	3.21.48.17	11.12. 7.32	2.18.16.39
801	5.23.27.53	1.11.45.47	4.18.36. 2
901	7.25. 7.29	3.11.14. 2	6.18.55.15
1001	9.26.47. 5	5.10.42.17	8.19.14.28
1101	11.28.26.41	7.10.10.32	10.19.33.41
1201	2. 0. 6.17	9. 9.38.47	0.19.52.54
1301	4. 1.45.53	11. 9. 7. 2	2.20.12. 7
1401	6. 3. 3.29	1. 8. 13.17	4.20. 9.20
1501	8. 5. 3. 5	3. 8. 2.32	6.20.48.33
1601	10. 6.42.41	5. 7.30.40	8.21.55.45

STYLO GREGORIANO.

Anni Chriſti.	Radix longitud. Martis. S.G.M.S.	Radix Anomaliæ. S.G.M.S.	Radix motus latitud. S.G.M.S.
1601	10. 1.28.14	5. 2.15.22	8.15.54.21
1701	0. 2.37.23	0. 1.13.10	10.15.42. 7
1801	2. 3.45.30	9. 0. 9.56	0.15.19.51
1901	4. 4.53.38	8.29. 6.43	2.15.17.36
2001	6. 6.32. 4	0.28.33.48	4.15.35.39
2101	8. 7.41.13	2.27.31.36	6.15.24.25
2201	10. 8.49.22	4.26.28.22	8.15.12.10
2301	0. 9.57.38	6.25.25.10	10.14.59.56

Motus medij Martis Annorum abſolutorum.

Anni	Longitudo. S.G.M.S.	Anomalia. S.G.M.S.	Motus Latitud. S.G.M.S.
1	6.11.17. 8	6.11.15.49	6.11.16.20
2	0.22.34.16	0.22.31.38	0.22.33.40
3	7. 3.51.24	7. 3.47.28	7. 3.48 59
B. 4	1.15.39.59	1.15.34.44	1.15.36.46
5	7.26.57. 6	7.26.50.33	7.26.53. 6
6	2. 8.14.15	2. 8. 6.22	2. 8.10.26
7	8.19.31.22	8.19.22.12	9. 9.25.45
B. 8	3. 1.19.58	3. 1. 9.28	3. 1.13.12
9	9.12.37. 6	9.12.25.17	9.12.29.52
10	3.23.54 14	3.23.41. 6	3.23.46.12
11	10. 5.11.22	10. 4.56.58	10. 5. 2.32
12	4.16.59.57	4.16.44.12	4.16.49.58
13	10.28.17. 5	10.28. 0. 1	10.28. 6.38
14	5. 9.34.13	5.19.15.50	5. 9.12.58
15	11.20.51.21	11.20.31.42	11.20.39.18
16	6. 2.39.56	6. 2.18.56	6. 2.26.44
17	0.13.57. 4	0.13.34.45	0. 4.43.24
18	6.25.14.12	6.24.50.34	6.24.59.43
19	1. 6.31.20	2. 6. 6.23	1. 6.16. 3
20	7.18.19.55	7.17.53.39	7.18. 3.50
40	3. 6.39. 5	3. 5.47.18	3. 6. 7.40
60	10.24.59. 4	10.23.40. 7	10.24.11.30
80	6.13.19. 4	6.11 34.36	6.12.15.20
100	2. 1.39. 3	1.29.28.18	2. 0.19.10
200	4. 3.19. 1	3.28.56.36	4. 0.36.20
300	6. 4.58. 4	5.28.24.54	6. 0.55.30
400	8. 6.38.24	7.27.53.12	8. 1.13.40
500	10. 8.18. 0	9.27.21.30	10. 1.32.50
600	0. 9.57.36	11.26.49.48	0. 1.52. 0
700	2.11.37.12	1.26.18. 6	2. 2.11.10
800	4.13.16.48	3.25.46.24	4. 2.30.20
900	6.14.56.24	5.25 14.42	6. 2.49.30
1000	8.16.36. 0	7.24.43. 0	8. 3. 8.40
2000	5. 3.12. 1	3.19.26. 0	4. 6.17.20
3000	1.19.48. 2	11.14. 0. 9	0. 9.26. 0

Tabula dierum pro Marte. Tabula horaria.

Dies.	Longitudo. G. M. S.	Anomalia. G. M. S.	Motus latitud. G. M. S.	Ano.orb.	Longitud. M. S.
1	0.31.27	0.31.27	0.31. 27	1	1.19
2	1. 2.53	1. 2.53	1. 2.53	2	2.37
3	1.34.20	1.34.20	1.34.20	3	3.56
4	2. 5.46	2. 5.45	2. 5.46	4	5.14
5	2.37.16	2.37.15	2.37.16	5	6.31
6	3. 8.40	3. 8.39	3. 8.40	6	7.52
7	3 40. 6	3.40. 5	3.40. 6	7	9.10
8	4.11.33	4.11.31	4.11.33	8	10.29
9	4.43. 0	4.42.58	4.43. 0	9	11.48
10	5.14.27	5.14.25	5.14.27	10	13. 6
11	5.45.53	5.45.51	5.45.53	11	14.25
12	6.17.20	6.17.17	6.17.20	12	15.43
13	6.48.46	6.48.43	6.48.46	13	17. 2
14	7.20.13	7.20.10	7.20.13	14	18.21
15	7.51.40	7.51.37	7.51. 40	15	19.39
16	8.23. 6	8.23. 2	8.23. 6	16	20.58
17	8.54. 3	8.53.59	8.54. 3	17	22.16
18	9.26. 0	8.25.56	8.26. 0	18	23.35
19	9.57.27	9.57.23	9.57.27	19	24.54
20	10.28.53	10.28.48	10.28.53	20	26.12
21	11. 0.20	11. 0.15	11. 0.20	21	27.31
22	11.31.46	11.31.41	11. 31.46	22	28.49
23	12. 3.13	12. 3. 8	12. 3.13	23	30. 8
24	12.34.40	12.34.34	12.34.40	24	31.27
25	13. 6. 6	13. 6. 0	13. 6. 6	25	32.45
26	13.37.33	13.37.27	13.37.33	26	34. 4
27	14. 9. 0	14. 8.54	14. 9. 0	27	35.22
28	14.40.27	14.40.20	14.40.27	28	26.41
29	15.11. 5	15.10.58	15. 11. 5	29	38. 0
30	15.43.20	15.43.13	15.43.20	30	39.18

TABVLA

TABVLA

MENSIVM PRO MARTE.

IN ANNO COMMVNI.

Menſes ineuntes.	Longitudo. S. G. M. S.	Anomalia. S. G. M. S.	Motus latit. S. G. M. S.
Ianuar.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0 0. 0.
Febr.	0. 16.14.46	0. 16.14.39	0. 16.14.42
Mart.	1. 0.55.13	1. 0.55. 0	1. 0.55. 5
April.	1. 17. 9.59	1. 17. 9.39	1. 17. 9.47
Mayus.	2. 2.53.18	2. 2.52.52	2. 2.53. 2
Iun.	2. 19. 8. 5	2. 19. 7.32	2. 19. 7.45
Iul.	3. 4.51.24	3. 4.50.45	3. 4.51. 0
Auguſt.	3. 21. 6.11	3. 21. 5.26	3. 21. 5.43
Septemb.	4. 7.20.57	4. 7.20. 5	4. 7.20.23
Octob.	4. 23. 4.16	4. 23. 3.17	4. 23. 3.40
Novem.	5. 9.19. 3	5. 9.18.33	5. 9.18.23
Decemb.	5. 25. 2.22	5. 25. 1. 9	5. 25. 1.4
Annus commun.	6. 11.17. 8	6. 11.15.48	6. 11.16.28

IN ANNO BISSEXTILI.

Ianuar.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0
Febr.	0. 16.14.46	0. 16.14.39	0. 16.14.42
Mart.	1. 1.26.40	1. 1.26.27	1. 1.26.32
April.	1. 17.41.26	1. 17.41. 6	1. 17.41.14
Mayus.	2. 3.24.45	2. 3.24.19	2. 3.24.19
Iun.	2. 19.39.32	2. 19.38.59	2. 19.39.12
Iul.	3 5.22.51	3. 5.22.12	3. 5.22.27
Auguſt.	3. 21.37.38	3. 21.46.53	3. 21.37.10
Septemb.	4. 7.52. 4	4. 7.51.12	4. 7.51.32
Octob.	4. 23.35.43	4. 23.34.44	4. 23.33. 7
Nouem.	5. 9.50.30	5. 9.49.23	5. 9.49.50
Decemb.	5. 25.33.49	5. 25.32.36	5. 25.32. 5
Annus Biſſextil.	6. 11.48.35	6. 11.47.15	6. 11.47.57

PROSTA

PROSTAPHÆRESES CENTRICÆ MARTIS.

Anomal. G	Anoma. Sign. 0. Subtra. G.M.S.	Aooma. Sign. 1. Subtra. G.M.S.	Auomal. Sign. 2. Subtra. G.M.S.	Anoma. Sign. 3. Subtra. G.M.S.	Anoma. Sign. 4. Subtra. G.M.S.	Anoma. Sign. 5. Subtra. G.M.S.	Anomalia G
0	0. 0. 0	4.49.11	8.39.17	10.53. 3	9.49.40	5.53.27	30
1	0. 9.58	4.59. 9	8.45.16	10.34.14	9.37.50	5.43. 9	29
2	0.19.36	5. 7. 3	8.51. 7	10.35.13	9.32.48	5.32.42	28
3	0.29.53	5.15.52	8.56.50	10.36. 2	9.27.33	5.22. 6	27
4	0.39.50	5.24.36	9. 2.25	10.36.39	9.22. 6	5.11.21	26
5	0.49.47	5.33.16	9. 7.50	10.37. 6	9.16.27	5. 0.29	25
6	0.59.44	5.41.51	9.13. 7	10.37.20	9.10.35	4.49.39	24
7	1. 9.40	5.50.21	9.18.15	10.37.20	9. 4.31	4.38.22	23
8	1.19.34	5.38.46	9.23.15	10.37.10	8.58.16	4.27. 8	22
9	1.29.27	6. 7. 6	9.18. 7	10.36.49	8.51.49	4.15.47	21
10	1.39.19	6.13.22	9.32.51	10.36.16	8.43.10	4. 4.20	20
11	2.49. 9	6.25.33	9.37.23	10.35.30	8.38.20	3.52.46	19
12	1.58.59	6.31.38	9.41.47	10.34.33	8.31.18	3.41. 7	18
13	2. 8.47	6.39.38	9.46. 3	10.33.24	8.24. 4	3.29.22	17
14	2.18.33	6.47.32	9.50.10	10.32. 3	8.16.38	3.17.31	16
13	2.18.19	6.5 9	9.54. 7	10.30.30	8. 9. 0	3. 5.35	15
16	2.38. 2	7. 3. 1	9.53.53	10.28.45	8. 1.11	2.53.54	14
17	2.47.42	7.10.37	10. 1.31	10.26.46	7.53.11	2.41.19	13
18	2.57.20	7.18. 7	10. 4.59	10.24.38	7.45. 0	2.29.10	12
19	3. 6.33	7.25.30	10. 8.16	10.22.16	7.36.38	2.17. 8	11
20	3.16.19	7.32.47	10.11.23	10.19.42	7.28. 6	2. 4.52	10
22	3.25.39	7.39.56	10.14.10	10.16.56	7.19.23	1.32.32	9
[illegible]	3.35.27	7.46.59	20.17. 7	10.13.57	7.10.30	1.40. 9	8
23	3.44.52	7.33.57	10.19.44	10.10.45	7. 1.27	1.27.43	7
24	3.54.13	8. 0.48	10.22.11	10. 7.22	6.52.13	1.15.16	6
25	4. 3.32	8. 7.31	10.24.26	20. 3.46	6.42.50	1. 2.45	5
26	4.12.47	8.14. 7	10.20.31	9.39.58	6.33.16	0.50.14	4
27	4.21.59	8.20.37	10.28.24	9.55.57	6.23.32	0.37.41	3
28	4.31. 6	8.26.59	10.30. 8	9.51.44	6.13.39	0.25. 8	2
29	4.40.10	8.33.12	10.31.41	9.47.18	6. 3.37	0.12.54	1
30	4.49.11	8.39.17	10.33. 3	9.42.40	5.53.27	0. 0. 0	0
	Adde Sign. 11.	Adde Sign. 10.	Adde Sign. 9.	Adde Sign. 8.	Adde Sign. 7.	Adde Sign. 6.	

SCRVP.

Scrup.proport.Mart.Anom.Solis.

Scru. Prop M.S.	0. Scru. prop M.S.	1. Scru. prop M.S.	2. Scru. prop M.S.	3. Scru. prop M.S.	4. Scru prop M.S.	5. Scru. prop M.S.	6. Scru. prop M.S.	
0. 0	8.11	7.38	6.10	4 5	2.	0.22	0. 0	0. 0
7	8.16	7.44	6.16	4.11	2. 8	0.27	0. 5	23
15	8.38	8. 5	6.58	4.35	2.30	1. 0	0.27	17
20	9.11	8.38	7. 5	5. 5	3.	1.33	0.55	10
25	10.	9.27	7.49	5.54	3.44	2.14	1.43	11. 7
1. 3	11.	10.22	8.49	6.54	4.38	3. 6	2.36	27
6	11.27	12.	9.27	7.16	5.11	3 38	3. 5	24
9	12. 5	11.27	10	7.55	5.50	4.16	3.44	21
13	12.49	12.11	10 43	8.33	6.20	4.55	4 22	17
16	13.53	13. 5	11.27	9.16	7. 5	5.38	5.	14
19	14.16	14 11	12. 5	10.	7.50	6.20	5.43	11
22	15. 8	14.53	12.55	10.49	8.38	7. 6	6. 3	8
25	16. 4	15.22	13.49	11.33	8.55	7.56	7.22	5
29	16.49	16.16	14.38	12.27	10.22	8.44	8.11	10. 1
2. 2	17.55	17.10	15.33	13.22	11 11	9.38	9. 5	28
5	18.55	18.16	16.33	14.10	12.11	10.58	10. 5	25
7	19.33	19.	17.16	15. 0	12.49	11.10	10.43	23
9	20.16	19.40	17.55	15.44	13.33	11.55	11.16	21
11	21.	20.22	18.49	16.27	14.16	12.33	12.	19
13	21.44	21. 5	19.33	17.11	15.	13.16	12.44	17
15	22.27	22.11	20.11	18.	15.38	14.	13.27	15
17	23.16	22.44	21.	18.43	16.22	14.46	14.11	13
19	24.	23.33	21.44	19.33	17.11	15.27	14.52	11
21	24.49	24.11	22.53	20.16	18.	16.49	15.38	9
23	25.38	25.	23.22	21.	18.49	17.	16.22	7
25	26.33	25.49	24. 5	21.49	19.38	17.55	17.11	5
27	27.23	26.38	24.56	22.38	20.22	18.43	18. 5	3
29	28. 5	27.33	25.48	23.35	21.11	19 33	19. 4	9. 1
3. 1	29.	28.16	26.27	24.16	22.	20.16	19 38	29
3	30.	29.11	27.53	25.11	22.38	21. 5	20.27	27
6	30.50	30. 5	58.22	26.	23.38	21.55	21.16	24
7	31.44	31.	29.16	26.55	24.53	22.49	22.11	23
9	32.35	51.55	30.11	27 49	25.22	23.58	23.	21
11	53.33	32.49	31. 5	28.38	26.16	24.27	25.49	19
13	34.27	53.44	32.	29.33	27.11	25.22	24.58	17
15	35.22	54 27	32.49	30.27	28	26.16	25.53	15
17	36.15	35.27	35.44	31.22	28.49	27. 5	26.27	13
19	37. 5	36.38	34.58	32.11	29 44	27.56	27.15	11
21	38.	37.27	35.33	33.	30.38	28 50	28. 5	9
23	39.	58.16	36.27	34.57	31.33	29.38	29	7
25	39.55	39.11	37.20	34.49	52.28	30.33	29.55	5
27	40.48	40. 5	38.16	35.44	33.11	31.27	30.43	3
29	41.45	41. 5	59.11	36.38	34. 5	32.22	31.38	8. 1
4. 1	42.58	42.	40. 5	37.33	34 55	33. 5	32.25	29
3	43.33	42.49	41.	38.22	35.49	34.	33.11	27
5	44.27	43.44	41.45	39.11	36.38	34.43	34.	25
7	45.48	45.	45. 5	40.27	37.49	36.	35.16	23
10	47.	46.16	44.22	41 44	39. 5	37.15	36.33	20
13	48.16	47.35	45.38	42.55	40.16	38.22	37 43	17
16	49.27	48.43	46 44	44. 5	41.27	39.53	38.44	14
18	50.38	49.49	47.55	45.11	42.27	40.38	39.49	12
21	51.44	50.55	49	46.15	43.33	42.55	40.55	9
24	52.49	12.	50	47.16	44.38	41.55	41.55	6
27	53.49	53. 4	51.	48.16	45.33	42.49	42.49	3
5. 0	54.44	4.	52.	49.16	46.27	43.44	43.44	7. 0
3	55.38	54.56	52.49	50. 4	47.16	44.37	44.53	27
8	57.11	56 27	54.22	51.33	48.49	46.	46.	22
13	58.27	57.44	55.13	52.44	50.	47. 5	47. 5	17
19	59.22	58.38	56.27	53.58	50.49	48.	48	11
24	59.50	59. 5	57.	54. 8	51.16	48.35	48.33	6
6. 0	60. 0	59.15	57.11	54.20	51.27	48.43	48.34	6. 0
	0.	11.	10.	9.	8.	7.	6.	

Anomalia Solis.

ANOMALIA MARTIS SIMPLEX

Max.lat.Mart.è terra.

Anomal. orbi S. G.	Maxim. latit. G.M	Excess. subs. G.M	Anomal. orb. S G
0. 0	1.10	7	0. 0
3	1.10	7	27
6	1.10	6	24
9	1.10	6	21
12	1.10	6	18
15	1.10	6	15
18	1.11	6	12
21	1.11	6	9
24	1.11	6	6
27	1.12	6	3
1. 0	1.12	6	11.0
3	1.13	6	27
6	1.13	6	24
9	1.14	6	21
12	1.14	6	18
15	1.15	6	15
18	1.16	6	12
21	1.17	6	9
24	1.18	6	6
27	1.19	6	3
2. 0	1.20	6	10.0
3	1.21	6	27
6	1.22	6	24
9	1.23	6	21
12	1.25	6	18
15	1.26	6	15
18	1.28	6	12
21	1.29	6	9
24	1.31	6	6
27	1.33	6	3
3. 0	1.56	6	9. 0
3	1.38	6	27
6	1.40	6	24
9	1.43	0	21
12	1.46	6	18
15	1.49	6	15
18	1.52	6	12
21	1.55	5	9
24	1.59	5	6
27	2. 3	5	3
4. 0	2. 7	4	8. 0
3	2.12	4	27
6	2.17	3	24
9	2.22	2	
		Adde	21
12	2.28	1	18
15	2.35	2	15
18	2.41	5	12
21	2.49	7	9
24	2.57	10	6
27	3. 5	15	3
5. 0	3 14	21	7. 0
3	3.23	29	27
6	3.33	38	24
9	5.43	50	21
12	3.53	1. 4	18
15	4. 2	1. 19	15
18	4.11	1. 40	12
21	4.19	2. 0	9
24	4.25	2. 18	6
27	4.28	2. 33	3
6. 0	4.30	2. 38	6. 0

PROSTAPHÆRESIS ORBIS PRO MARTE.

	Sig o Adde G.M.	Scru prop G.M	Sig.1. Adde G.M.	Scru prop G.M	Sig.2. Adde G.M.	Scru prop G.M	Sig.3. Adde G.M.	Scru prop G M	Sig 4. Adde G M.	Scrup prop G M	Sig.5. Adde G.M.	Scrup prop G.M	
0.	0. 0.	0. 0.	11. 3	1.37.	21.33	3.27.	30.34	5.50.	35.56	9. 22	31. 5	14.27	30.
1.	0.22.	0. 3.	11.25	1.40.	21.53	3.31.	30.50	5.54.	36. 0	9. 31	30.34	14.36	29.
2.	0.44.	0. 6.	11.46	1.45.	22.13	3.35.	31. 5	6. 0.	36. 4	9. 39	30. 1	14. 45	28.
3.	1. 7.	0. 9.	12. 8	1.48.	22.33	3.39.	31.20	6. 6.	36. 9	9. 47	29.25	14.32	27.
4.	1.29.	0.12.	12.31	1.50.	22.52	3.44.	31.34	6.11.	36.10	9. 57	28 44	15. 2	26
5.	1.31.	0.16.	12.53	1.53.	23.12	3.48.	31.49	6.18.	36.10	10. 8	28. 9	13. 3	25
6.	2.13.	0.19.	13.14	1.58.	23.31	3.53.	32. 3	6.25.	36.10	10.18	27.28	13. 6	24
7.	2.35.	0.23.	13.33	2. 2.	23.50	3.5.6	32.17	6.29.	36. 9	10.25	26 44	15. 8	23.
8.	2.58.	0.23.	13.56	2. 4.	24.10	4. 0.	32.30	6.37.	36. 8	10.33	25.59	15. 8	22.
9.	3.20.	0.19.	14.18	2. 7.	24.29	4. 5.	32.44	6.43.	36. 7	10.46	23.10	15. 6	21.
10.	3.42.	0.32.	14.39	2.11.	24.48	4. 8.	33. 3	6 48.	36. 4	10.57	24 20	15. 3	20.
11.	4. 4.	0.36.	15. 0	2.15.	25. 6	4.14.	33.10	6.35.	35.59	11. 9	23.16	14.57	19.
12.	4.26.	0 39.	13.22	2.18.	23.24	4.20.	33.22	7. 2.	33.55	11.19	22.31	14.48	18.
13.	4.48.	0.42.	15.43	2.21.	25.42	4.25.	33.34	7.12.	35.50	11.28	21 33	14.36	17.
14.	5.11.	0.45.	16. 4	2.26.	16. 2	4.28.	33.45	7.21.	35.43	11.40	20.33	14.21	16.
15.	5.33.	0.47.	16.25	2.30.	26.20	4.32.	33.37	7.27.	35.36	11.30	19.31	13.56	15.
16.	5.53.	0.32.	16.46	2.33.	26.38	4.37.	34. 8	7.31.	35.27	12. 1	18.26	13.39	14.
17.	6.17.	0.55.	17. 7	2.37.	26.56	4.42.	34.19	7.38.	35.17	12.13	17.18	13. 2	13.
18.	6.30.	1. 0.	17.18	2.40.	27.14	4.46.	34.29	7.45.	35. 6	12.24	16. 8	12.44	12.
19.	7. 1.	1. 2.	17.48	2.45.	27.31	4.52.	34.39	7.52.	34.54	12.34	14.57	12. 2	11.
20.	7.23.	1. 5.	18.10	2.47.	27.49	4.57.	34.48	8. 0.	34.40	11.45	13.43	11. 19	10.
21.	7.45.	1. 8.	18.31	2.52.	28. 6	5. 1.	34.57	8. 8.	34.25	12.57	12.26	10.33	9.
22.	8. 7.	1.11.	18.51	2.55.	28.24	5. 6.	35. 6	8.15.	34. 9	13. 8	11. 8	9. 41	8.
23.	8.20.	1.14.	19,12	2.59.	28.40	5.11.	35.14	8.23.	33.52	13.18	9. 49	8. 42	7.
24.	8.52.	1.17.	19.32	3. 3.	28.57	5.17.	35.21	8.31.	33.33	13.29	8. 26	7. 41	6.
25.	9.14.	1.20.	19.32	3. 7.	29.13	5.23.	35.28	8.40.	33.12	13.40	7. 6	6. 30	5.
26.	9.36.	1.23.	20.13	3.11.	29.30	5.28.	35.35	8.48.	32.30	13.49	5. 41	5. 18	4.
27.	9.58.	1.27.	20.33	3.13.	29.46	5.33.	45.41	8.56.	32.26	14. 1	4. 17	4. 2	3.
28.	10.19.	1.30.	20.53	3.19.	30. 0	5.43.	35.47	9. 5.	32. 1.	14. 9	2. 52	2. 43	2.
29.	10.41.	1.34.	21.13	3.23.	30.19	5.47.	33.52	9.14.	31.34	14.19	1. 26	1. 22	1.
30.	11.3.	1.37.	21.33	3.27.	30.34	5.50.	35.56	9.22.	31. 5	14.27	0. 0	0.	0.

CANON

CANON
LATITUDINIS MARTIS.

Motus latitudinis Sign. 0. B.A. Sign. 6. A. D.					à nodo descendeote Sig. 1. B.A. Sig. 7. A D.				Reductio subtra[illegible]s. S. 2. B. A. Sig. 8. A. D.				
Mo tus lat. G.	Inclinatio. G.M.S.	Reductio M S	Curtatio. P.	Scrupula prop M.S.	Inclin. G.M.S	Reductio M.S	Curtatio. P.	Scr. prop M.S.	Inclinat. G.M.S	Reductio M.S	Curtatio. P.	Scr. prop M.S.	Mot lat. G.
0.	0. 0. 0	0. 0	0.	0. 0	0.59.32	0.47	6.	30. 0	1.36.11	0.47	17	51.57	30
1.	0. 1.56	0. 1	0.	1. 3	0.57.11	0.48	6.	30.54	1.37. 8	0.46	18	52.28	29
2.	0. 3.52	0. 3	0.	2. 5	0.58.50	0.48	6.	31.48	1.38. 3	0 45	18	52.58	28
3.	0. 5.48	0. 4	0.	3. 8	1. 0.27	0.49	7.	32.41	1.38.58	0.44	18	53.27	27
4.	0. 7.44	0. 7	0.	4. 11	1. 2. 4	0 49	7.	33.33	1.39.58	0.43	18	53.56	26
5.	0. 9.40	0. 9	0.	5. 14	1. 3.40	0.49	7.	34.25	1.40.40	0.42	19	54.23	25
6.	0.11.36	0.11	0.	6. 17	1. 5.15	0.50	8.	33.16	1.41.29	0.41	19	54.49	24
7.	0.13.32	0.13	0.	7. 19	1. 6.48	0.50	8.	36. 6	1.42.15	0.39	19	55.14	23
8.	0.15.27	0.15	0.	8. 21	1. 8.21	0.51	9.	36.56	1.42.59	0.38	19	55.38	22
9.	0.17.22	0.16	1.	9. 23	1. 9.52	0.51	9.	37.45	1.43 42	0.37	20	36. 1	21
10.	0.19.17	0.18	1.	10.25	1.11.23	0 52	9.	38.34	1.44.22	0.36	20	56.23	20
11.	0.21.12	0.20	1.	11.27	1.12.52	0.52	10.	39.22	1.45. 0	0.35	20	56.44	19
12.	0.23. 6	0.22	1.	12.29	1.14.20	0.52	10.	40. 9	1.45.37	0.33	20	57. 4	18
13.	0.24.59	0.24	1.	13.30	1.15.46	0.52	11.	40.55	1.46.13	0.32	21	57.23	17
14.	0.26.52	0.26	2.	14.31	1.17.10	0 53	11.	41.40	1.46.46	0.30	21	57.40	16
15.	0.28.45	0.28	2.	15.32	1 18.34	0.53	11.	42.26	1.47.17	0.28	21	57.57	15
16.	0.30.36	0.30	2.	16.32	1.19.55	0.53	12.	43.10	1.47.46	0.26	21	58.13	14
17.	0.32.28	0.32	2.	17.32	1.21.14	0.52	12.	43.53	1.48.13	0.24	22	58.28	13
18.	0.34.19	0.33	2.	18.32	1.22.32	0.52	12.	44.35	1.48.39	0.22	22	58.41	12
19.	0.36.10	0.35	3.	19.32	1.23.50	0.52	13.	45.16	1.49. 2	0.20	22	58 54	11
20.	0.37.59	0.36	3.	20.31	1.25. 5	0.52	13.	45.57	1.49.23	0.18	22	59. 5	10
21.	0.39.48	0.37	3.	21.30	1.26.19	0.51	14.	46.37	1.49.42	0.16	22	59.16	9
22.	0.41.36	0.38	3.	22.29	1.27.31	0.51	14.	47 16	1.49.59	0.15	23	59.25	8
23.	0.43.23	0.39	4.	23.27	1.28.42	0.51	15.	47.54	1.50.14	0.13	13	59.40	6
24.	0.45.10	0.41	4.	24.24	1.29.31	0.50	15.	48.32	1.50 27	0.11	23	59.40	6
25.	0.46.55	0.42	4.	25.21	1.30.59	0.50	15.	49. 9	1.50.38	0. 9	23	59.46	5
26.	0.48.40	0.43	4.	26.18	1.32. 4	0.49	16.	49.44	1.50.47	0. 7	23	59.52	4
27.	0.50.25	0.44	5.	27.14	1.33. 8	0.49	16.	50.18	1.50.54	0. 5	23	59.56	3
28.	0.52. 8	0.45	5.	28.10	1.34.11	0.48	17.	50.52	1.50.59	0. 3	23	59.58	2
29.	0.53.50	0.46	5.	29. 5	1.35.11	0.48	17.	51.25	1.51. 2	0. 1	23	59.59	1
30.	0.55.32	0.47	6	30. 0	1.36.11	0.47	17.	51.57	1.51. 4	0. 0	23	60. 0	0

Sign. 11. Aus. Desc. Sign. 10. Austr. Desc. Sign. 9. Austr. Desc.

Sign. 5. Bor. Desc. Sign. 6. Bor. Desc. Sign. 3. Bor. Desc.

ASTRONOMIÆ

LIBER SEPTIMVS.

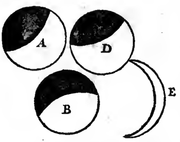
De Venere, & Mercurio.

Hos planetas ab aliis seiunximus, quòd motus omninò ab aliis differentes haberent, ideòque vnicâ cum illis hypothesi non comprehenderentur, quamvis in multis consentiant, communibúsque legibus subiaceant, hoc enim commune habent, quod lumine mutato fulgeant, nullumque proprium emittant, quare de illorum natura dicendum nihil occurrit; quod superiùs explicatum non fuerit: restat igitur vt figuram tantum attingam.

QVÆSTIONES PHYSICÆ

Circa Veneris & mercurij figuram.

QVamvis omnes stellæ fixæ & planetæ nudo oculo spectatæ rotundæ appareant si tamen tubis opticis spectentur longe aliam figuram præferunt, sicut lucernarum flammæ eminus spectatæ, quamuis pyramidales sint, sphæricæ videntur, ita Venus & Mercurius, falcati bissecti, gibbi & pleni nonnunquam exhibentur: hæc obseruatio ope tubi optici peragitur, testesque sunt quam plurimi Astronomi omni exceptione maiores.



Neapoli anno 1639. mayi 23. tribus quadrantibus post solis occasum tubo optico Fontanæ, spectatus est Mercurius qualem figura A exhibet distabat à sole gradibus 22 Anno 1643 martij 5 visus est Mercurius qualis in B exprimitur vespertinus. eodem anno 9 Ianuarij spectatus est qualis in D. visus est etiam omnino rotundus, ergo tres habemus phases, nempe quod sit falcatus, vt in A, gibbus vt in B, & plenus.

Quamuis autem non apparuerit in primis phasibus, eò quòd vicinior sit soli, & sub eius radiis delitescat, non est tamen dubium quin cæteras phases, vt luna patiatur.

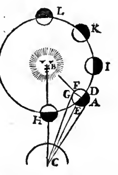
Plures habemus Veneris obseruationes, quibus falcata, bissecta, gibba & plena apparuit, inter alias obseruationes istæ recensentur anno christi 1649 Iunij die 29 Venus apparuit, qualem figura E exhibet eratque vicina Apogæo eccentrici, sed vicina perigæo epycicli, coniuncta fuit cum sole 7. Iulij insequentis, fuitque vltima eius phasis vespertina & 18. Iulij eiusdem mensis visa est eadem figura, sed inuerso situ. Plurias etiam visa est pleno orbe lucere.

Ex his concludimus Mercurium, & Venerem Sole nonnunquam superiores, aliquando inferiores esse. quod demonstrari existimo. Nam omne Astrum quod pleno orbe fulget, & à Sole non digreditur integro semicirculo supra Solem existit; sed Venus & Mercurius tales nonnunquam se exhibent; ergo debent esse Sols superiores. Probatur vt Astrum pleno orbe fulgeat debet hemisphærium illuminatum, & hemispherium visum in vnum coalescere, aut saltem non notabiliter differre, seu lineæ à Sole, & terra ad astrum ductæ debent comprehendere angulum valde acutum, sed id non accidet nisi astrum sit supra Solem, aut ab eo toto semicirculo distet: Venus autem 48. circiter gradibus à Sole evagatur, Mercurius tantùm viginti septem. igitur aliquando sunt superiores.

Ponatur enim Venus in puncto A Sol in B; terra in C, erit hemisphærium illuminatum DFE, hemisphærium visum AEG communicantes quidem secundum quid, sed non in vnum omnino coalescentes posito autem quod Venus & Mercurius circa Solem in epicyclo circumvoluantur: etiamsi ab eo, non absint toto semicirculo; possunt tamen omnes phases pati.

Nam in Apogæo epicycli nempe in puncto H, erit quasi novilunium, eò quòd hemisphærium illuminatum aversum sit à nobis. in puncto A adhuc falcatum erit astrum, in puncto I, quadratura,

tura, & ita consequenter; nisi quod in plenilunio perfecto, vt in puncto L sub radiis solaribus delitescat.



Secunda pars etiam patet quia impossibile est vt astrum falcatum appareat quin infra solem inveniatur, sed Venus & Mercurius nonnunquam falcati apparent; ergo infra solem inveniuntur. hæc phænomena cum hypothesi infra explicanda optime congruunt.

PROPOSITIO I.

Theorema.

De motu Veneris & Mercurij in longitudinem.

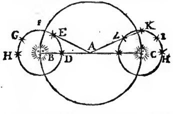
Præter motum omnibus syderibus communem ab ortu, in occasum; intra 24. horas, quem motum primi mobilis, vel motum raptûs nuncupavere multi: Venus & Mercurius motum in longitudinem habent. in consequentia scilicet, seu secundùm ordinem signorum, quem totô hoc libro explicandum. & in hac propositione describendum suscipimus.

Motus igitur Veneris & Mercurij in longitudinem, vnica inæqualitate & anomalia explicari hactenus non potuit. immò tot implicatur difficultatibus, vt Ptolemæus Astronomiæ candidatum monendum, & excusatione aliqua præveniendum censuerit. Nodus autem difficultatis ex duabus anomaliis, seu inæqualitatibus oritur, ita inter se connexis, vt hactenus sufficienter distingui, & separari non potuerint. defectu scilicet observationum in quibus alterutra inæqualitas absolveretur ita vt secunda cessaret. Has inæqualitates in tribus superioribus planetis facilè distinximus, eò quòd Soli aliquando opponeretur, & tunc absolveretur secunda inæqualitas, ita vt centrum epicycli terra, & planeta in vnam lineam coalescerent. quare tribus oppositionibus totam primam anomaliam constituimus. vsi autem fuissemus coniunctionibus eorumdem planetarum si observabiles essent. Venus & Mercurius hoc habent peculiare quod soli nunquam opponantur, sed Venus nunquam longius ab eo digrediatur quam gradibus quinquaginta, Mercurius triginta non excedat. bis quidem cum Sole coniunguntur, semel dum sunt apogæi, & supra solem versantur, semel infra dum sunt perigæi, sed in his coniunctionibus, ita sub radiis solaribus delitescunt, vt sint inobservabiles nisi obstaret eorum latitudo quâ hinc inde ab ecliptica recedunt, ope telescopiorum, sub Sole observarentur, sed hæ coniunctiones eclypticæ, ita raræ sunt, aut ita parum ab Astronomis hactenus observatæ, vt exceptâ vnâ, aut altera Mercurij nullas tales habeamus. Si tres huiusmodi observationes, non magno inter se dissitas haberemus, facilè nodum hunc solveremus.

Cogimur ergo maximas horum planetarum à Sole elongationes observare, ex quibus vtcumque eorum motum concinnamus, hæ tamen sunt minus idoneæ primò eò quòd vtraque admisceatur inæqualitas, secundò eò quòd proclive sit in iis errare, cùm in tali loco, diutiùs in eodem epicycli loco videatur hærere planeta.

Hæc igitur, sit prima horum planetarum ab aliis differentia, quòd, hi nunquam Soli opponantur; sed pro oppositione habeant perigæam cum eodem coniunctionem. Modò autem deprehendimus hos planetas falcatos dichotomos, gibbos, & plenos, quod veteres ignorarunt. Ex quibus omnibus concludimus eos circa solem ferri, & aliquando supra, nonnunquam infra eundem moveri.

Optime per epicyclum circa solem, tota ortum, & occasuum vtriusque syderis varietas ex-



plicatur. Ponatur enim terra in A. Sol in B centru epicycli, aut saltem vicinus centro: vt dicemus postea. Sitque linea BC horizontalis ponatur planeta in perigæo D coniunctus eris cum Sole B cum illo orietur, & occidet, atque adeo nec matutinus, nec vespertinus erit. ex D procedat contra seriem signorum, seu in occidentem versus E ibi vt iam dixi corniculatus apparebit. Secundò ante solem orietur & hoc in dies magis, & magis donec ad maximam elongationem perveniat, quæ est in puncto F, vbi dichotomus erit: & longe ante solem orietur. dum verò pervenerit in G non tám citò ante solem orietur. donec in radiis solaribus delitescat & cum illo coniungatur, tunc enim rursus nec matutinus, nec vespertinus erit. cum verò processerit in I, post solis occasum videbitur, & vespertinus dicetur, altiorque semper videbitur donec processerit in K. rursúsque minus à Sole distabit. phases etiam hunc motum sequuntur. nam in E falcatus est, in F dichotomus, in G gibbus, sensim ad rotunditatem accedens. In I rursus gibbus in K dichotomus in L falcatus.

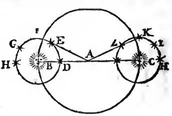
Duplicem in aliis planetis motum concipimus, primum in eccentrico solutum nullumque ad

motum solis respectum habentem, alterum in epicyclo qui epicyclus æqualis erat vt plurimum orbi annuo solis cum in hypothesi copernicana pro epicyclo planetæ orbem magnum seu circulum annuum terræ substituimus, & per eum, secundam inæqualitatem explicuimus mansit ergo idem epicyclus, decrescente tamen eccentrico planetæ:secundam igitur inæqualitatem soli alligatam sumimus in epicyclo, qui sit æqualis orbi annuo hic circulus æqualis orbi annuo solis, qui in aliis planetis epicyclus est, manet etiam in Venere, & Mercurio, & in eo sumitur illa inæqualitas, quæ est motui solis alligata, quia tamen alius circulus, qui in aliis planetis eccentricus erat, terram ambiebat, atque adeò vi illius, centrum epicycli totum zodiacum videbatur percurrere vnde in eo motus medius sumebatur;quia inquam hic secundus circulus in Venere, & Mercurio minor inuenitur orbe annuo terram non ambit, atque adeo centrum illorum non defert, per totum zodiacum in hoc non amplius potest sumi motus medius planetæ sed qui deferens fuerat transit in epicyclum,& epicyc lus transit indeferentem.

Prima igitur inæqualitas sumetur in orbe annuo, aut terre in circulo illi æquali, quem planeta aut potius centrum epicycli, percurret eodem tempore quo sol eclypticam absoluit vnde motus medius horum planetarum cum motu medio solis confunditur, eademque est linea medij motûs solis Veneris & Mercurij. Non est tamen idem verus locus solis, & verus locus centri epicycli Veneris & Mercurij, eo quod Apogæa sint diuersa & consequenter prostaphæreses.

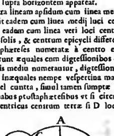
Si centrum epicycli se conformaret loco vero solis, non medio, facile constitueremus motus horum planetarum, nam prima inæqualitas iam constituta esset. Puto igitur in eo laborandum esse, & quærendam aliquam hypothesin in qua motus horum planetarum se accommodet motui vero solis quamuis enim Ptolemæus, & antiquiores Astronomi, secundam planetarum inæqualitatem alligassent motui solis medio, forsitan commodioris calculi gratia, decursu tamen temporis obseruatum est, melius totam hypothesin cum obseruationibus conuenire, si motus solis verus pro medio substitueretur idem in his planetis tentandum est.

Cum hypothesis communis velit centrum epicycli horum planetarum deferri eccentrico, & hunc motum esse inæqualitatem primam:item planetas moueri in epicyclo, qui motus inæqualitatem secundam efficiat prostaphæreses addendæ erunt, aut subtrahendæ primæ inæqualitati vt habeatur locus verus planetæ quarum maximæ in mediis circiter distantiis inter apogæum & perigæum epicycli accident secundum leges communes.Hæ si sumantur à centro epicycli vocantur communiter prostaphæresis orbis, si sumantur à loco solis vocantur digressiones. possunt quidem sumi à loco solis vero, sumique illæ arcus zodiaci, quô planeta solem sequitur aut antecedit vt si in superiori figura ducantur ex centro terræ A lineæ AF, AK, arcus BF, CK, aut anguli FAB CAK erunt maximæ digressiones planetæ à sole seu à loco solis vero: communiter tamen in hypothesi communi à loco solis medio numerantur,& quia locus solis medius,& medius locus centri epicycli sunt in eadem linea, quoties medius, & verus locus solis & centri epicycli



confunduntur, seu coincident tunc digressiones maximæ, & prostaphæreses orbis non distinguentur; sed in apogæo, & perigæo eccentrici, lineæ veri & medij loci centri epicycli coalescunt secundum leges communes eccentricorum ergo in perigæo & apogæo eccentrici prostaphæresis orbis maxima, & digressiones planetæ maximæ à loco solis medio sunt eædem & matutinæ vespertinis æquātur;voco matutinam prostaphæresin subtractiuam quæ planetam reddit sole occidentaliorem & consequenter qui mane ante solem oriatur,vespertinam voco additiuam, quæ planetam orientaliorem sole efficit,qui sole occidente, adhuc supra horizontem appareat.

Extra lineam apsidum cum linea medij motûs solis sit eadem cum linea medij loci centri, non autem eadem cum linea veri loci centri medius locus solis, & centrum epicycli different, quare prostaphæreses numeratæ à centro eccentrici, non erunt æquales cum digressionibus quæ à loco solis medio numerantur, digressiones inter se erunt inæquales nempe vespertina maior matutina vel contra, simul tamen sumptæ æquabunt duabus prostaphæresibus vt si circulus ABC sit eccentricus centrum terræ si D locus centri



epicycli sit B, linea medij motus epicycli & solis sit EB, vel illi parallela DF linea veri motûs centri sit DB, arcus BG, BH sunt æquationes maximæ, arcus FH, FG, digressiones inæquales inter se; Arcus tamen simul sumpti æquales erunt prostaphæresibus BH, BG & consequenter aggregatum digressionum duplum erit vnius prostaphæresis.

Sequitur ex hac hypothesi quod si idem ponatur epicyclus, cum in apogæo A magis distet à centro terræ D, maximæ prostaphæreses minores erunt quam dum centrum eiusdem epicycly est in perigæo, quia scilicet epicyclus vt viciniur sub maiori angulo spectatur.

Hæc hypothesis conformis est obseruationibus circa

circa Venerem , circa Mercurium veto minimè, nam digreſſiones omnium maximæ accidunt 60. gradibus ante & poſt perigæum. vt notavit Ptolemæus in Mercurio. perigæom eccentrici Mercurij reperit circa decimum gradum arietis. reperit digreſſionem maximam graduum 23. 15. & cum ibi eſſet prima inæqualitas duplicata dat aggregatum proſtaphæreſeon 46. 30. deinde ceotro eccentrici poſito in diſtantia graduum 60. ab apogæo nempe in 10. Aquarij , invenit digreſſiooem maximam matutinam graduum 21. 15. & alio tempore cum ibidem eſſet centrum Epicycli invenit maximam digreſſiooem veſpertinam graduum 26. 30. quæ ſimul ſummam efficiunt 47. 45. maiorem quam in perigæo. hæc proprietas valde implicat motum Mercurij illique ſuperaddit nonnulla , vnde duplex orta eſt hypotheſis , vna pro Venere alia pro Mercurio.

Mercurios ſuum epicyclum perficit intra dies 116 ferè. hoc eſt ter in anno Venus intra dies 584.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Hypotheſis Ptolemaica Veneris ferè eadem quæ Saturni , Iouis , & Martis.

Hypotheſis Veneris io longitudinem eadem ferè eſt quæ Saturni , Iovis, & Veneris habet enim æquantem , & deferentem illi æqualem, & eccentriciratem ſimiliter biſſectam , & motum æqoabilem in æquante. cætera ſunt omnino ſimilia. hoc tamen eſt diverſum primo quod linea medij motus , ſit eadem cum linea medij motûs Solis : atque adeo motus in æquante ſit ſimilis aut potius æqualis motui Solis medio. quare medius locus centri epicycli idem ſit cum loco medio Solis.

Secundo Venus percurrit epicyclum æquabiliter , ita vt nulla ratio habeatur pro motu Veneris in epicyelo , diſtantiæ Solis à Venere, ſed ſimpliciter habetur ratio temporis ab aliqua epocha numerati , & intrà 585. dies circiter Venus epicyclum percurrat in ſuperiori parte ſecundum ordinem ſigoorom , in ioferiori contra ſeriem ſignorum : epicyclus autem terram non iocludit.

Addi debet motus Apogæi lente in conſeqoentia delati.

Modus ſupputandi ſive geometrice ſive per tabulas communis eſt , ſopponitque eadem cognoſci , nempe eccentricitatem , apogæum , radium epicycli , anomaliam epicycli ſeu motus planetæ in epicyclo : qui facile ex tempore cognoſcitur modo habeatur epocha ſeu radix. cætera facile ex dictis intelliguotur ideoque non immorabor diutius.

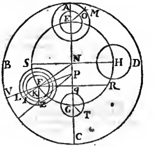
PROPOSITIO III.

Theorema.

Nova Hypotheſis Veneris.

Simpliciorem proponit Pater Riccioliue Veneris hypotheſin ſublato enim æquaote , ſublata item mutatione eccentricitatis , relioquit epicyclum ex parte immutatum , & eundem , ex parte etiam variabilem vult enim vt in primo & quarto quadrante anomaliæ eccentrici , epicycli radius , idem perſeueret , at in ſecundo quadrante vſque ad perigæum decreſcat, turſuſque à perigæo eccentrici ad quartum vſque quadrantem rurſus augeatur ; & in toto quarto quadrante idem perſeueret vſque ad Apogæum.

Obſeruet autem radius epicycli in ſuo decremento rationem ſinuum complementorum anomaliæ ; Quod vt oculis ſubiiciam ſit ABCD zo-

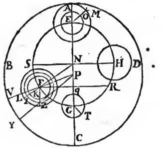


diacus , cuius centrum , P. ſit eccentricos EFGH æqualis eccentrico ſolis cuius centrum N eccentricitas PN ſemper eadem ſit apogæum punctum E perigæum ſit G, centrum epicycli feratur in eceotrico æquabiliter , ita vt lioea medij motûs, centri epicycli coiocidat cum linea medij motûs ſolis, Apogæum denique E , lento gradu feratur in cooſequentia atque hæc circa primam anomaliam quæ ſunt omnino ſimilia hypotheſi ſolaris niſi quod eccentricitatem noo habent æqualem, nec apogæom in eodem ſigno, & gradu nec aliud hæc prima inæqualitas exigit.

Secuoda eiuſdem hypotheſis inæqualitas ſaluatur per motum planetæ io epicyelo ſuperne in conſequentia , inferius in præcedentia ita tamen vt in Apogæo eccentrici , hoc eſt dum centrum epicycli inuenitur io puncto E , maximus ſit radius epicycli , nec decreſcat per totum primom quadrantem hoc eſt donec centrum epicycli inueniatur in puncto S. tunc autem incipiat decreſcere radius epicycli , vel quod idem eſt incipiat planeta deſcendere verſus centrum epicycli , verbigratia ex puncto L lo I , donec in perigæo epicyclus minimus , fiat , nempe radius eius ſit, æqualis lineæ EO , vel F K. Io ſpatiis intermediis hoc eſt in ſecundo . & tertio quadrante eadem ſit ratio differentiæ inter maximum & minimum radium , nempe LK , ad LI decrementum

conve

conueniens tali loco, vt NG, sinus totus ad Nq, sinum complementi, seu arcûs S F. quo scilicet anomalia ESF, superat quadrantem S F. decrescit ergo epicyclus, aut planeta per lineam ipsum deferentem descendit, donec in perigæo G, sit



radius G T minimus, crescit exinde donec in puncto H, sit rursus maximus, non crescit autem ampliùs vsque ad apogæum E; sed idem, & invariatus perseverat, quamdiu centrum eccentrici describit quartum quadrantem HE. Ad hoc vt secundum hanc hypothesin inveniatur locus verus planetæ in longitudinem, multa supponuntur cognita, quorum investigationem difficilem licèt instituemus inferiùs. Primò supponitur cognita eccētricitas in partibus radij. Secundò Apogæum & eius motus, ex quo consequenter innotescit anomalia eccentrici. Tertiò radius epicycli tam maximus quam minimus, & consequenter quantus ad tempus datum. Quartò anomalia orbis, seu quantum planeta distet ab apogæo epicycli his cognitis.

Primò ad tempus propositum quætatur locus Solis medius. à quo si auferatur locus Apogæi eccentrici, restabit anomalia eccentrici, hæc sit EF, hoc est angulus E N F. in triangulo PFN datâ eccentricitate N P, radio N F, & angulo FNP innotescet prostaphæresis eccentrici NFP; atque adeò innotescet angulus NPV, seu arcus A V, locus verus centri in zodiaco. innotescet item linea P K distantia centri epicycli à terra.

Secundò ad tempus datum inquiritur anomalia orbis, quam numeramus ab Apogæo epicycli medio, quod punctum tanquam immobile cogitatur. Estque in præsenti diagrammate punctum L, in linea N F L ductâ à centro eccentrici N, per centrum eccentrici F. necessarium autem est ad quærendam talem anomaliam constituere aliquam epocham. hanc infra inquiremus ex obseruationibus: sicut & motum illius anomaliæ, tam annuum quam diurnum. talis anomalia erit arcus L Z, seu angulus L F Z. Denique inquirendus est radius epicycli quod vt præsto fiat, debet primò constitui iam radius epicycli maximus, quàm infimus, Si anomalia eccentrici fuerit in primo quadrante ES, aut quarto H E, vteris maximo radio Epicycli, si centrum epicycli, fuerit in perigæo eccentrici, scilicèt in puncto G, vteris minimo radio epicycli; in secundo & tertio eccentrici quadrante, verbi gratia, puncto F, fiat vt sinus totus N G, ad N P sinum arcûs S F, quô anomalia E S F superat quadrantem, ita totus excessus L K, maximi radij supra minimum, ad lineam L I, quæ subtractâ à maximo radio relinquit radium epicycli pro illo puncto P, anomaliæ eccentrici. Erit igitur planeta in puncto Z ducatur à centro terræ P, per planetam Z, linea P Z Y, quærendus est angulus K P Y, seu arcus V Y, nempe prostaphæresis orbis additiva. In triangulo F P Z, datur angulus Z F L nempe anomalia orbis, dantur latera Z F. F P, ergo dabitur prostaphæresis orbis seu arcus VY; qui additus loco centri epicycli V, dat locum planetæ verum; seu punctum Y.

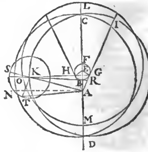
Hæc omnia facile per tabulas habebuntur nam prima inæqualitas vnica prostaphæresi ad æqualitatem reuocatur: secunda item nisi radius epicycli decresceret prostaphæresi simplici corrigeretur, sed propter hoc decrementum per partem proportionalem saluatur. Singulas huius hypothesis mensuras infra inuestigabimus.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Hypothesis Mercurij Antiqua Ptolemaica.

Hæc hypothesis in plerisque habet easdem partes, ac hypothesis communis Ptolemaica cæterorum planetarum, habet item nonnulla diuersa quæ in hac propositione explicanda suscipio.



Primò ergo supponatur centrum terræ esse punctum A. idem quod centrum zodiaci. Sumatur in linea AC punctum B, ex quo describatur æquans CD, sit linea BE, æqualis lineæ AB, tum ex puncto E vt centro, intervallô E B. describatur circellus F G B H. intelligatúrque centrum alterius eccentrici æqualis æquanti, percurrere circumferentiam circelli F B G H. ponatur ergo centrum eccentrici in puncto F atque tunc eccentricus erit L M. & in tali situ centrum epicycli invenietur

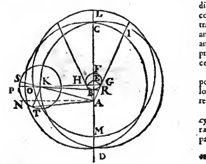
nietur in puncto L. Intelligatur centrum eccentrici deſcendiſſe ex puncto F, in G, movetur enim ſuperne in antecedentia, & perveniſſe in punctum G, ita vt linea apogæi temporarij, ſit A G I, interea centrum Epicycli deſcenderit ex puncto I vſque ad punctum K, ſintque arcus IK, FG ſimiles centro denique eccentrici occupante punctum B, eccentricus deferens cum æquante coincidet. eritque centrum Epicycli in perigæo M.

Linea BK deferens centrum Epicycli in circumferentia æquantis, æquabiliter movetur, vnde centrum Epicycli in deferente æquabiliter non movebitur.

Hæc hypotheſis ſupponit locum medium planetæ, & locum ſolis medium eſſe ſemper in eadem linea.

¶ Vides primo in hac hypotheſi Apogæum eccentrici, vltra citraque lineam apogæi æquantis librari. Sic vt feratur in antecedentia, interea dum centrum eccentrici percurrit circumferentiam ſuperiorem H F G; in conſequentia verò dum percurrit arcum inferiorem G B H. Quantitas huius librationis eſt hinc inde vnius ſigni, nam in triangulo AEG, linea AE, eſt dupla lineæ EG, ſed vt AE, ad EG, ita ſinus totus ad ſinum anguli E A G, ergo ſinus totus eſt duplus anguli EAG, ſed ſinus totus eſt præciſe duplus ſinus arcus graduum 30. ergo angulus EAG eſt graduum 30.

Centrum Epicycli prope Apogæum deferentis videtur celerius ferri, quam circa perigæum, ſi motus eius comparetur, cum apogæo mobili, eo quod Apogæum mobile feratur contra ordinem ſignorum, interea dum linea ipſum deferens, temporibus æqualibus, æquales arcus deſcribit in deferente, at prope perigæum contrarium accidit. abſolutè tamen ſecundùm leges communes hypotheſis eccentricorum centrum Epicycli tardiùs movetur in zodiaco, circa apogæum, quam circa perigæum.



In hac hypotheſi quando centrum Epicycli eſt in puncto L, nempe apogæo eccentrici maximam habet diſtantiam à centro terræ A, quia ſcilicet tunc eſt in apogæo eccentrici habentis maximam eccentricitatem at quando idem centrum Epicycli invenitur in perigæo, non tamen tunc minimam habet diſtantiam ab eodem centro. quia tunc eccentricus minimam habet eccentricitatem, vides enim in figura lineam B K, minorem eſſe lineâ B D, punctum autem D eſt perigæum æquantis, ſeu perigæum deferentis, habentis pro centro punctum B. & propter hanc proprietatem excogitata eſt hæc hypotheſis, vt ſatisfaceret obſervationibus, quæ ferunt ad gradum anomaliæ eccentrici 120. & 240. æquationes orbis euadere maximas, quia ſcilicet cum eccentricus, tunc ſit terræ proximus, ſpectatur ſub maiori angulo, quam in maioribus diſtantiis.

In hac hypotheſi antequam calculus inſtituatur debent nonnulla præcognoſci, primò linea AB eccentricitas æquantis, radius Epicycli K P Anomalia orbis. locus Apogæi.

Quæratur primo locus medius ſolis, qui idem eſt cum loco medio centri Epicycli ab eo ſi auferatur motus Apogæi fixi reſtabit anomalia media ſeu diſtantia centri Epicycli ab Apogæo medio, nempe arcus C O, ſeu angulus C A N cui æqualis eſt CBO, ſeu arcus C O. Anomalia ſcilicet in æquante numerata, huic arcui CO. æqualis ſupponitur arcus FG, ſeu angulus FEG.

In triangulo A E G, datis lateribus A E, E G, & angulo A E G, cætera innoteſcent, nempe latus A G eccentricitas temporaria & angulus C A B. ducatur linea G K. Primo in triangulo B A R datur angulus A B R, æqualis oppoſito ad verticem K B C, datur & BAI inventus, datur & AB eccentricitas æquantis ergo cognoſcetur angulus K R A, ſicut & KRG & inſuper latus AR qui ſubductus ex AG relinquit RG.

In triangulo R G K, datis radio eccentrici G K, lineâ R G, & angulô K R G dabitur latus RK.

Denique in triangulo A K R, datis lateribus A R, R K & angulo ARK dabitur proſtaphæreſis AKR, quæ ſubtracta ab Anomalia CN dat locum centri verum in zodiaco. cognoſcetur item linea AK diſtantia centri Epicycli à centro terræ.

Quæratur anomalia orbis quæ ab aliqua radice ſumi debet ſit hæc P T, ſeu angulus PKT, cognoſcetur ergo angulus T K B, à quo ſi ſubtrahas proſtaphæreſin cognitam AKB, dabitur angulus A K T. quare in triangulo A K T, datô angulô A K T, & lateribus A K, K T, dabitur proſtaphæreſis orbis K A T. quæ addita loco centri iam invento, exhibet locum planetæ.

Quamvis hæc hypotheſis videatur difficilis poteſt tamen fieri tabula ſimplex, quæ ad ſingulos anomaliæ gradus convenientem præſtaphæreſin centri Epicycli exhibeat.

Paulo difficilior eſt tabula æquationum Epicycli, ob differentes eius diſtantias à centro terræ. poteſt tamen hic labor minui adhibendo partem proportionalem.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Nova Mercurij hypotheſis.

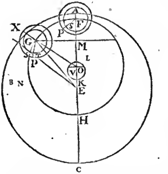
Tota differentia huius hypotheſis à reliquis in duobus conſiſtit. Primum quod eccentricitas varietur decreſcatque ab Apogæo eccentrici, ad perigæum, rurſuſque creſcat à

à perigæo ad perigæum secundum rationem, quam explicabimus infrà.

Secundum est quod radius Epicycli sit minimus in Apogæo & perigæo maximus in gradu Anomaliæ 90. & 270.

Sit ergo zodiacus ABC cuius centrum E, eccentricus Mercurij solati æqualis FGH, cuius centrum mutabile sit, sitque eccentricitas minima EK, maxima EL, describatur circellus circa lineam K L quando Epicyclus est in Apogæo F, eius radius F M sit minimus, qui sensim crescat interea dum centrum Epicycli descendit ex F, in N; sitque in quadrante anomaliæ 90 maximus, rursusque decrescat donec in perigæo H sit minimus.

Quando centrum Epicycli est in puncto F, apogæo eccentrici. centrum eccentrici erit in puncto L, maximam eccentricitatem efficiens; cum vero idem centrum Epicycli fuerit in puncto H perigæo Epicycli, centrum eccentrici erit in puncto K; minimam eccentricitatem EK, efficiens. In reliquis vero distantiis eadem obseruetur ratio, quæ in hypothesi trium superiorum planetarum, nempe si centrum Epicycli fuerit in puncto G, ita sit HM, ad MF, sicut KO, ad OL.



Quod pertinet ad variationem radij Epicycli. In Apogæo F minimus est radius Epicycli sitque FS. & Mercurius supponatur in puncto S. maximus autem radius Epicycli sit FP, intelligatur moveri radius F P secum deferens planetam, interea dum centrum Epicycli, descendit ab Apogæo ad perigæum, & planeta ascendat ex puncto S in P eâ lege vt sit eadem ratio radij OF, ad M F, quæ lineæ S P ad S T. atque ita in fine primi quadrantis, planeta peruenerit in P, & Epicycli radius maximus erit. dum verò centrum Epicycli percurret secundum anomaliæ quadrantem, vsque ad perigæum, ad quod cum centrum Epicycli peruenerit planeta rursus erit in puncto S. & radius Epicycli minimus.

Vt ineatur calculus in hac hypothesi supponitur cognita maxima, & minima eccentricitas, EK, EL; maximus & minimus radius Epicycli, F S, F P & consequenter eorum differentia S P. Anomalia orbis, locus Apogæi.

Primò quæritur locus Solis medius, qui etiam est locus centri Epicycli medius, à quo si subtrahatur locus Apogæi restabit anomalia eccentrici, seu angulus F O G. quæratur eccentricitas hoc modo, fiat vt radius O F, ad OM sinum complementi anomaliæ, ita V L dimidius excessus maximæ & minimæ eccentricitatis ad V O, quæ si addatur medioeri eccentricitati E V, habebitur temporaria eccentricitas E O. Eodem modo cognoscitur radius GS.

In triangulo GOE, datô angulô GOE, radiô GO, & eccentricitate O E, innotescet prosthaphæresis eccentrici E G O, quæ in hoc casu subtracta medio motui centri, efficit verum locum eccentrici cognoscitur item linea E G distantia centri Epicycli, à centro terræ E.

Quæratur anomalia orbis quæ supponatur X P, hæc numerari debet ab aliqua Epocha, in triangulo G S E, datis lateribus E G, G S & angulo EGS, cognoscetur prosthaphæresis orbis G E S quæ in hoc casu addita vero loco centri Epicycli; dat locum planetæ verum.

Hæc hypothesis etiam hoc phænomenon saluat, quòd non in ipso perigæo sed in gradu anomaliæ 120. & 240. digressiones sint maximæ. quod inuenies verum esse si calculum ineas.

Inuenietur postea eccentricitas maxima E L partium 10000.

Eccentricitas minima E K 6000.

Radius Epicycli maximus F P 45500. minimus FS 38500. differentia PS 7000.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Obseruatio maximarum digressionum Mercurij, & Veneris à loco Solis medio.

Vt prima Veneris & Mercurij inæqualitas constituatur, opus est aliquibus obseruationibus; aptissimæ ad id forent coniunctiones, aut oppositiones in quibus cum vnica sit, & eadem linea ducta à centro terræ, ad planetam, & ab eodem ad centrum Epicycli, cessat aut potiùs absoluitur secunda inæqualitas; sed vt iam dixi suprà tales obseruationes, aut nullæ habentur, eò quòd planeta sub radiis solaribus delitescat, aut paucissimæ ex nempe in quibus planeta latitudine carens, videtur sub solari disco. ideo ad alias obseruationes recurrimus: nempe ad maximas digressiones: quibus vtimur ad primam inæqualitatem constituendam, quamvis secunda inæqualitate inuoluantur.

Obseruaturus maximam digressionem planetæ à Sole, primò aliquam eius cognitionem habeat, ne diutiùs in obseruando laboret. debet igitur pluribus diebus locum planetæ in zodiaco obseruare, quia autem hæ obseruationes peraguntur prope horizontem, vel ex distantia planetæ à stellis fixis, vel per obseruationem elevationis planetæ supra horizontem, vna cum verticali eiusdem, & elevatione alicuius stellæ. vel aliquo alio modo longitudo planetæ concludenda est. Inquires item locum solis medium atque ita determinabis digressionem planetæ à loco solis medio: continuandæ autem sunt obseruationes, quamdiu crescere deprehenduntur, comparandoque vltimam crescentem, cum prima decrescente habetur tempus, & quantitas digressionis maximæ.

Monet

Monet autem Pater Riccciolius corrigendas esse antiquorum observationes, quæ vt plurimum nonnihil aberrant, eò quòd antiqui motus Solis, & loca fixarum non haberent satis exactè constituta. ipse igitur digressiones 34 Veneris, & Mercurij 38. ex suis principiis, & motibus corrigit, cuius exemplum aliquod Ptolemæus refert Hadriani anno 16. pharmuti 21 vesperi, seu anno Christi 132. Martij 8. visam Venerem in digessione maxima præcedere mediam pleyadum, tantò spatiò, quantum occupatur à toto Astro, occupatur autem à toto astro vnus gradus cum 30. min. & media Pleyadum erat secundum ipsum in gradu 3. Tauri, & quia præcessio Veneris erat versus occidentem subtrahe vnum gradum cum 30 minutis restat locus Veneris in primo gradu cum 30. min. Tauri locus Solis medius secundum ipsum in 14 gradu cum 15 min. Piscium quare hæc digressio fuerit grad. 47. 15. Pleyades occupant vnum gradum cum 34. minutis. At media Pleyadum eo tempore occupabat gradum 4. cum tribus min. à quibus si auferas 1. 34. concludes Venerem fuisse in gradu 2. 29. Tauri locus Solis medius erat tunc in gradu 4. cum 15. min. piscium, quare tota digressio erit 47. 15. & non 47. 15.

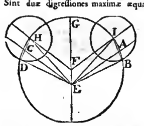
Ex his vides observationes Antiquorum plerumque sine vllo instrumento fieri solitas vnde mirum non est si aliquando deficiant.

PROPOSITIO VII.

Apogæum eccentrici, Mercurij & Veneris est in medio digressionum æqualium, vnius matutinæ, alterius vespertinæ.

Cum modi ordinarij inuestigandi Apogæum, in his planetis locum non habeat, ad alium cum Ptolemæo recurrimus. Duas eligimus digressiones maximas, æquales, quarum vna matutina sit, alia vespertina. Dico arcum inter vtramque positum ab Apogæo bifariam diuidi.

Sint duæ digressiones maximæ æquales AB



matutina, CD vespertina: sintque lineæ medij motûs EA, EC, eruntque arcus AB, CD æquales. In hypothesi Ptolemaica eum idem semper sit epicyclus. Si bene supputentur omnia quò magis recedetur ab Apogæo, eò minor erit digressio planetæ à medio motu, hoc est si ineatur calculus nunquam inuenietur angulus CED, æqualia angulo AEB, nisi prostaphæreses HEC, IEA fuerint æquales. Adhibeamus enim Veneris hypothesin, siue Ptolemaicam siue Riccioli, quod saltem verum erit in primo quadrante, vt calculos adhibenti manifestum erit. quare bene concluditur ex duabus digressionibus maximis æqualibus, æqualis distantia ab Apogæo.

Hæc quidem æqualis distantia ab apogæo bene concluditur ex prostaphæresibus æqualibus, vt patet, non item ex digressionibus æqualibus, nisi adhibeatur calculus totius hypotheseos. quare Geber libro septimo Ptolemæum redarguit, quòd duas æquales digressiones maximas vnam matutinam, vespertinam alteram. sufficere existimavit ad inveniendum Apogæum. Vnde plurimi opinantur in hac propositione manifestè peti principium, nempe quòd præter digressiones æquales, ad hoc vt sit vtrinque æqualis distantia ab Apogæo præterea requiratur vt differentiæ inter verum, & medium locum centri eccentrici sint æquales. quæ vltima conditio sola quidem sufficit, vt habeatur æqualis distantia ab Apogæo. Sed quæ cognosci non potest nisi, cognoscatur Apogæum. Vnde non puto meliùs probari posse hanc conclusionem nisi calculus hypotheseos adhibeatur, ad determinandum an fieri possit vt digressiones sint æquales, & inæqualis distantia ab Apogæo.

Non esset difficile probare quod si distantia hinc inde ab Apogæo fuerit æqualis, æquales erunt digressiones. difficiliùs probatur conversa, nempe si digressiones fuerint æquales, fore distantiam æqualem.

Quidquid tamen sit aliam methodum adhibere non possumus, eò quòd aliâ careamus. fateor tamen hanc erroribus obnoxiam esse, eò quòd vel minimus in observationibus defectus, in maiorem excrescat: ita vt signo integro nonnunquam aberremus. in determinando Apogæo. sed defectus observationum nos ad eas redigunt angustias, cum certum sit eas duplici inæqualitate involui, cum tamen ex his primam à secunda separare, & constituere studeamus.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Locum Apogæi eccentrici Veneris, & Mercurij constituere.

Inquirantur duæ digressiones maximæ à loco Solis medio, æquales quarum vna matutina sit, alia vespertina. Tum intervallum inter vtramque bifariam diuidatur: & habebitur linea apogæi, ex qua vero parte se teneat apogæum ex circumstantiis dijudicandum est.

Ptolemæus refert Theonem anno Christi 132. Martij octavo hor. 6. post merid. observasse locum Veneris in Tauri gradu 1. 30. locus Solis medius secundum ipsum. in piscium gr. 14. 15. ergo distantia inter vtrumque erat gr. 47. 15. seu maxima digressio vespertina. grad. 47. 15.

Ptolemæus anno Christi 140 Iulij 29. hora post meridiem 15. ibidem observavit locum Veneris in Geminorum grad. 18. 30. Solis locus medius erat in Leonis grad. 5. 43. ergo digressio maxima fuit 47. 15. matutina. à loco Veneris primo nempe Tauri 1. 30. ad secundum Gemini. 18. 30. sunt gradus 47. cuius dimidium

dium 25. 30. hos gradus ſi addas loco Veneris Taori 1. 30. Invenies lineam apſidum tranſire per la gradum 25. Taori. Quia ramen neſcitur an apogæum ſit in 25. Tauri an vero perigæum,alias adhibuit digreſſiones. vnam quæ facta eſt circa 25. Tauri, aliam vero quæ circa oppoſitum nempe circa 25. Scorpij, quæ facta eſt in Seorpio fuit maior, vnde concluſit perigæum eſſe in Scorpio, Apogæum in Tauro. Si eædem digreſſiooes corrigantur eô modô, quû diximus ſuperius, aliud Apogæum inveniemus. Ita Longomontanus adhibitis aliis digreſſiooibus invenit Ptôlemæi tempore, Apogæum eccentrici Veneris in gradu. 19. Arietis. Rieciolius item aliis digreſſionibus Apogæum invenit tempore Prolemæi in gradu 21. 53. Arietis.

Invenitur item ad noſtra tempora in Geminorum grad. 21. 12.

Et adhibitis aliis digreſſionibus in Tauri grad. 18. 48.

Item adhibitis aliis in Geminorum grad. 14 22.

Eodem modo Mercurij Apogæum invenitur in libræ gradu 10. in gr. 9. in gr. 25. pro tempore Ptolemæi.

Et ad hæc tempora reperitur in Arcitenentis grad. 10. in grad. 18. eiuſdem in Capricorni grad. 2.

Cauſæ huius diſſidij oriuntur ex defectu obſervationum, vix enim fieri poteſt vt duæ ſatis ſimiles inveniantur, quæ non maximo temporis intervallo inter ſe diſtent. cum tamen ad rectam Apogæi conſtitutionem opus ſit valde vicinis.

Ex his Pater Ricciolius inter diverſa Apogæi loca medium quoddam eligit.

		Sign. Gr.
Nempe initio annorum Chriſti	Veneris	1. 22. 40
	Merc.	6. 10.
Initio anni 1600.	Ven.	3. 0. 0
	Merc.	7. 29.

Ex hac electione determinabimus motum Apogæi.

Motus annuus Apogæi.

	Min.	Se.	Tert.
Veneris	1.	24.	0
Mercurij	1.	50.	15

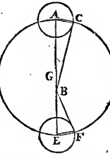
Concludes facile ex hac ambiguitate, quàm manca ſit in hoc negotio Aſtronomia, quæ non ex certis principiis concluſiones eliciat ſed coniecturis taotum docatur.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Veneris eccentricitatem, & Epicycli radium, in Ptolemaica hypotheſi inveſtigare

Quandoquidem iam ſupponitur cognitus locus Apogæi; facile obſervare poterimus duas digreſſiones, in quarum vna locus medius Solis, qui tunc cum centro Epicyeli congruet in Apogæo in altera in perigæo inveniatur aut ſaltem ab eo non multum differat tales duas proponit Ptolemæus. Prima fuit Hadriani 13. die 19. Maij, quô die Theon obſervavit veneris maximam digreſſionem matutinam in Arietis gradu 10. 36. Sole ſecundum medium motum in Tauri grad 25. 14. hnc eſt fere in Apogæo fuitque hæc digreſſio grad. 44. 48.



Secunda fuit Aono Hadriani 21. locus veneris maximè digreſſæ fuit in Capricorni gr. 12. 50. Sole ſecundùm medium motum obtinente grad. 25. 30. Scorpij, ſeu fere in perigæo, fuitque hæc digreſſio graduum 47. 20. ex quibus ſic eliciemus ea quæ inquirimos.

Supponatur prima digreſſio in A Apogæo eccentrici, deſcriptoque Epicyclo, ducatur ex centro terræ B tangens B C ad quam ducatur perpendicularis A C. ponatur radius Epicycli AC eſſe partium 100000. & cum angulus ACB ſit rectus, ſi AC fiat ſinus totus, erit AC ſecans anguli BAC gr. 45 12. ſeu complementi anguli ABC. gr. 44. 48 quare linea AB invenietur 141918.

Soluatur pariter triangulom BEF, in quo radius EF, ſit 100000, nam in hypotheſi Ptolemaica invariabilis eſt radius Epicycli, eritque EB ſecans anguli BEF, gr. 42. 40. complementi ſcilicet anguli EBF ſecundæ digreſſionis 47. 20. eritque hæc ſecans 135997. addantur.

	141918.
	135997.
Habebiſque totam lineam AE	277915.

Quâ diviſâ bifariam in G, erit radius eccentrici AG. 138957. $\frac{1}{2}$.

Si ex lioea AG, auferas lineam BE. 135997.

Reſtabit eccentricitas B G deferentis ſcilicet 2960. $\frac{1}{2}$.

Et quia eccentricitas æquantis eius, eſt dupla, hæc erit. 5921.

Et radius Epicycli AC erit partium. 100000.

Has omnes menſuras facile revocabis per regulam proportionum ad radium eccentrici partium 100000.

Ptolemæus ſequentes elegit numeros.

Qualium radius eccentrici AG eſt,	100000.
Talium eccentricitas BG eſt.	2083. $\frac{1}{3}$.
Et tota eccentricitas æquantis.	4166. $\frac{2}{3}$.
Et Radius Epicycli AC.	71944. $\frac{12}{6}$.

PROPOSITIO X.

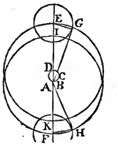
Problema.

Mercurij eccentricitatem maximam, & minimam & radium Epicycli iuxta Ptolemaum inuenire.

Eadem fere methodô eccentricitatem vtramque Mercurij, maximam scilicèt & minimam, cum radio Epicycli investigavit Ptolemæus, observatis scilicèt duabus digressionibus in quarum altera locus Solis medius, & consequenter centrum eccentrici inveniretur in eius Apogæo, & in alia esset in eiusdem perigæo.

Supponuntur in hac hypothesi tres lineæ A B, BC, CD esse æquales, centrúmque eccentrici obtinere punctum D, quando centrum Epicycli est in puncto E Apogæo eccentrici. Supponitur etiam idem centrum eccentrici descendisse in B. quando centrum Epicycli est in F perigæo eiusdem.

Observatus est Mercurius Anno 19. Hadriani 9. Dec. mane, maxime digressus à loco Solis medio, in Virginis gradu 20. 11. & Sol secundum medium motum in libræ 9. 53.' fere in Apogæo Mercurij, quod ipse statuerat in gradu 10. libræ. Hæc digressio est graduum 19.3. Eodem anno 21 Mayi vesperi observatus est Mercurius maxime digressus à Solis medio loco in Tauri 4. 20. Sol autem erat in Arietis gradu. 11. 5. seu fere in perigæo, quod statutum fuerat in Arietis gradu 10. fuit igitur hæc digressio graduum 23. 13. Quamvis autem centrum Epicycli præcise non fuerit in Apogæo, aut perigæo, quia tamen tam prope aberat, sine errore supponi potest in his punctis. ducatur ergo ex centro terræ A linea AG tangens Epicyclum in G, iungatúrque E G. eritque angulus EGA rectus (*per* 17. 3.) & angulus E A G primæ digressionis observatus est gr. 19. 3, ergo reliquus A E G erit grad. 70. 57. ponatur radius Epicycli EG, partium 100000. quô suppositô vt sinu toto. erit EA secans anguli A E G grad. 70. 57. 306379.



Pariter ducta tangente AH, & radio F H erit angulus FAH graduum 23. 15. & AFH graduum 66. 45. quare si F H radius Epicycli supponatur partium 100000. fiatque sinus totus, erit linea AF secans anguli AFH gr. 66. 45. nempe partium 253329. tota linea E F, erit partium 559708. cum autem lineæ DE, BF sint æquales, nempe radius eiusdem deferentis, si illis addas æquales CD, CB erunt lineæ CF, CE æquales, & qualibet dimidia lineæ EF, seu 279854. hanc si auferas ex AE 306379. restabit A C partium 26525 & AB eius dimidia erit $13262\frac{1}{2}$. AD vero eccentricitas maxima $39678\frac{1}{2}$.

Possunt autem hæ omnes lineæ facilè reduci ad partes radij eccentrici nempe sit radius eccentrici DE partium 100000.

Eccentricitas maxima AD erit	15000.
Eccentricitas minima AB	5000.
Epicycli radius E G	37500.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Mensura aliarum hypothesium.

Mensuræ in aliis hypothesibus Geometricè haberi non possunt, præcipuè quæ duplicem admittunt mutationem, nempe mutationem eccentricitatis, & mutationem radij Epicycli. quare facile Riccioli & Longomontani sententiæ subscripserim, qui eas assumunt hypothesis suæ mensuras quas à posteriori exactiùs observationibus satisfacere compererint.

Has profert Ricciolius adhibita in Venere trecentorum triangulorum solutione in Mercurio quingentorum.

IN VENERE.

Qualium eccentrici radius est partium	100000.
Talium eccentricitas invariabilis est	3460.
Radius Epicycli idem in primo & quarto quadrante eccentrici seu anomalia	73140.
Radius minimus nempe in perigæo	70640.
Differentia radiorum	2500.

PRO MERCVRIO.

Qualium Radius eccentrici est partium	100000.
Eccentricitas maxima	10000.
Eccentricitas media	8000.
Eccentricitas minima	6000.
Differentia maximæ, & minimæ	4000.
Radius Epicycli maximus in longitudinibus mediis	45500.
Minimus in Apogæo & perigæo	38500.
Differentia	7000.

Ex his conficiendæ sunt tabulæ. Et primo quidem construi potest tabula simplex primæ anomaliæ, adhibita tamen columna minutorum proportionalium, pro invenienda secunda prostaphæresi.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

De Motu Anomaliæ orbis.

Anomaliam orbis vocamus motum planetæ

in Epicyclo, de quo primò quærere debemus, quô tempore absolvatur, vna eius revolutio, vt motum eius tam diurnum, quam annuum statuamos. Secundò aliquam eius radicem seu Epocham determinare, ex qua deinceps omnes supputationes inchoëmus. Tertiò respondentes singulis gradibus huius anomaliæ prosthaphæreses in ordinem digerere, vt cum opus fuerit locum planetæ verum in promptu habeamus. In hypothesibus quibus deinceps vtemur hic motus anomaliæ ab Apogæo medio, primò numeratur, est autem Apogæum medium punctum Epicycli, in quod cadit linea à centro eccentrici per centrum Epicycli ducta, tale est punctum I in quod cadit linea KBI coniungens centra B & K. hoc punctum censetur stabile, quia linea KBI intelligitur deferre Epicyclum, atque adeo punctum I, potest cogitari tanquam huic lineæ immobiliter affixum, si nempe Epicyclus circa suum centrum immobilis cogitetur, & planeta eius circumferentiam percurrere intelligatur.

Apogæum Epicycli verum à quo nempe debet sumi motus anomaliæ, vt vltimò determinentur prosthaphæreses, est punctum Epicycli in quod cadit linea à centro terræ D, per centrum Epicycli ducta. tale est punctum F, differentia inter Apogæum verum & medium est prosthaphæresis eccentrici DBK, aut BDE. Ex hac differentia



Apogæi veri, & medij exurgit duplex anomalia, nempe media, & æquata Anomalia media numeratur ab Apogæo medio, æquata à vero. in primo anomaliæ eccentrici semicirculo, debet addi prosthaphæresis eccentrici vt ex media anomalia fiat æquata. vt si planeta esset in F, anomalia media esset arcus IE, æquata arcus FE. contrarium observandum est in secundo semicirculo anomaliæ eccentrici.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Medium motum Anomaliæ orbis Primò inuenire.

Prima cognitio motûs medij anomaliæ orbis, ita habetur.

Observentur duæ digressiones maximæ immediate sibi succedentes, vtraque matutina, vel vtraque vespertina, tempus inter vtramque interiectum exhibebit primam cognitionem vnius revolutionis Epicycli. dixi primam, non accuratam, eò quòd vix haberi possit tempus maximæ digressionis. Secundo eò quòd Epicyclus in vna vicinior sit terræ quam in alia.

Theon observavit maximam Veneris digressionem matutinam anno Christi 127. Oct. 11. horâ post meridiem 16. 20.

Idem observavit aliam maximam & matutinam Veneris digressionem anno Christi 129. Maij 19. hor. 17. dies inter vtramque observationem sunt 584 hor. o. min. 40 ex hac ad alias magis inter se distantes gradum facere poterimus.

Ptolemæus anno Christi 140. observavit aliam maximam Veneris digressionem Iulij 19. hora 15. 30. hanc comparemus cum prima Theonis. sunt autem ab anno 127. Oct. 11. ad 139. & similem diem anni 12. multiplica 365. per 12. fiunt dies 4380. sunt item bissextiles 28. 32. 36. fient dies 4383. à 11. Octobris ad finem anni sunt dies 81. & à principio anni ad diem 29. Iulij in anno bissextili dies 21. adde hæc omnia fiunt dies 4675. quam summam, si dividas per numerum priùs inventum 584. invenies revolutiones 8, divide dies 4675. per 8. fient dies 584. Horæ 9.

Tycho anno Christi 1585. Sept. 24. hor. 17. 15. observavit maximam Veneris digressionem matutinam, Pater Ricciolius aliam observavit anno 1646. Iulij 7. hor. 15. 20. suntque anni communes seu Ægyptiaci 61. qui efficiunt dies 22265. sunt autem bissextiles 15. fiunt dies 22280. desunt autem dies 79. hor. 2. 55. quæ si subducas ex 22280. restabunt dies 22200. hor. 21. min. 5. si hanc summam dividas per 584. invenies revolutiones 38. rursus si dividas dies 22200. per 38. Invenies dies 584. horas 7.

Comparemus denique primã Theonis cum hac vltima, suntque anni 1519. qui si multiplicentur per 365. fiunt dies 554435. sont in annis centum bissextiles 25. hoc est bissextiles 375. qui sunt addendi 4. fiunt dies 379. qui si addantur fiunt dies 554814. desunt autem à 7. Iulij ad 11. Oct. dies 96. qui subtrahi debent restantque dies 554718. quæ summa si dividatur per dies 584. invenio revolutiones 949. & dies 502. hoc est revolutiones 950. divide dies 554718. per 950. invenies pro vna revolutione dies 583. horas 21. 56. 44. Deficit à iusta mensura solom min.14.

Atque hæc sit prima determinatio revolutionis Veneris. Ex qua motum annuum & diurnum constituemus sufficienter ad operationes subsequentes, donec eundem motum ad limam rursus revocemus.

Quod in Venere præstitimus in Mercorio, non dissimili ratione exequemur. observavit Gassendus anno 1634. Oct. 3. hora 18. post meridiem maximam Mercurij digressionem.

Idem observavit anno 1635. Ian. 24. hora 18. 30. aliam eiusdem maximam digressionem; sunt autem eiusdem rationis, ergo vnam revolutionem continent, & sunt inter 3. Octobris & 24 Ianuarij dies 113. ergo habebimus vnam Mercurij revolutionem absolvi intra dies 113. quæ cognitio sufficiet vt observationes magis inter se distantes comparemus.

Theon anno Christi 130. Iul. 4. hor. 6. cum 40. min. vespertinam Mercurij digressionem maximam observavit.

Ptolemæus anno Christi 132. Febr. 2. hor. 4. 40. aliam observavit serotinam eiusdem syderis maximam digressionem sunt autem inter vtramque dies 578. quæ summa si dividatur per 113. inveniam

inveniam abſolvi intra illud tempus qoinque revoiuriones, & ſupereſſe tres dies. divide ergo dies 578. per 5. habebimos dies pariter 113. horas 12. min. 24. ſunt ergo dies $113\frac{1}{2}$.

Ptolemæus obſervavit anno Chriſti 135. Iun. 4. hor. 17. matutina: idem obſervavit annò 139. Julij 7. hor. 15. ſunt autem anni 4. nempe dies 1460. cum vno biſſextili fiunt dies 1461. & dies 33. à Iunij 4. ad Iul 7. fiunt dies 1494 quam ſummam dierum 1494. ſi dividas per $113\frac{1}{2}$. invenies revolutiones 13. divide 1494. per 13. invenies in vna revolutione dies 115 ferè. Ptolemæus aliam obſervavit anno 138. Mayi 31 H. 6. inter primam anni 130. & hanc ſunt anni 8. inter quos duo biſſextiles, fiuntque dies 2888. ab vna obſervatione ad aliam quam ſummam ſi dividas per 115. invenies revolutiones 25. & reſtant dies 13. divide rurſus eandem ſummam 2888. per 25. vna revolutio habebit dies $115\frac{1}{2}$. Tycho annô 1593. obſervavit Mayi 21. hor. 9. 30. maximam Mercurij digreſſionem, Pater Ricciolius anno 1643 obſeruauit aliam mart. 12 hor. 6. 30.

Suor anni 50 multiplica 365 per 50. fiunt dies 18250. ſunt autem biſſextiles 13. fiunt igitur dies 18263. ſunt à Martij 12. ad Mayi 21. dies 70. ſubtrahendi. ſunt ergo dies 18193. quibos diviſis per $115\frac{1}{2}$. invenio revolutiones 157. divido ergo 18193. per $157\frac{1}{2}$. invenio dies 115. horas 20. min. 56.

Anno 1504. Schonerus obſervavit Mart. 18. horas 7. 21. veſpertinam digreſſ. maximam Mercurij. ab eo anno ad 1643. ſunt anni 139. multiplica 365. per 139. fiunt dies 50735. quibus adde biſſextiles 33. fient dies 50768. à die 12. Martij ad 18. ſunt 6. dies ſubtrahendi fiunt ergo 50762. quibus per 115. horas 20. min. 56 diviſis invenio 438. divide ergo eundem numerum dierum 50762. per 438. invenio in vna revolutione anomaliæ Mercurij dies 115. horas $21\frac{1}{2}$.

Denique primam Theonis anno Chriſti 130. Iul. 4. hor. 6. 40. comparemus eum vltima P. Riccioli anno Chriſti 1643 hor. 6. Martij 12. 6. 30. ſunt anni 1513. multiplica 1513 per 365. fiunt

	dies 552245
ſunt item biſſextiles 378. addendi	378
fiuntque dies	552623

A Martij 12. ad Iulij 4. ſunt dies 114. ſubtrahendi, quare totum tempus inter vtramque obſervationem erit dierum 552509. hanc ſummam ſi dividas per dies 115. horas 21. &c. invenies revolutiones 4768. divide ergo dies 552509. per 4768. habebis quantitatem vnius revolutionis dierum 115. hor. 21. min. 5. ſec. 8.

Hæ omnes obſervationes referuntur à P. Ricciolio. atque hic eſt progreſſus Aſtronomicus.

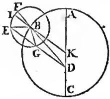
PROPOSITIO XIV.

Problema.

Anomaliam orbis mediam ex obſeruatione aliqua concludere ad datum tempus.

Supponitor obſeruatio aliqua, veri loci planetæ, mallem autem potios vt planeta exiſteret in alio loco Epicycli ſui, quam in puncto maximæ digreſſionis: quia in iis cum diotius maneat, facilius erratur: aptiſſimam iodicatem obſervationem, in qua planeta poſt Solis occaſum primò conſpiceretur, & illius locus in longitudinem vel ex ſtellis, vel per reſpectum ad Solem obſervaretur. In variis hypotheſibus variè procedendum eſt; quare ſecundum Veneris hypotheſin novam primò hoc problema ſolvemus. Ad tempus obſervationis quæratur locus medius centri epicycli, eccentricitas temporaria, & eius proſtaphæreſis, ex qua innoteſcet locus verus centri eccentrici, & eius diſtantia à centro terræ; quæratur item radius epicycli, quæ omnia conſtituta ſunt ſuperiùs.

Sit ergo eccentricus A B C. locus verus centri epicycli cognitus ſit B. ſitque planeta in E.



cuius etiam locus in zodiaco cognoſcitur ex obſervatione, datur ergo angulus B D E diſtantia planetæ à loco vero epicycli. Supponitur etiam data linea BD, diſtantia centri epicycli à centro terræ D, & radius B E; ergo per trigonometriam innoteſcet angulus DBE & reliquus EBF nempe anomalia vera, ſeu æquatio, hoc eſt diſtantia ab apogæo vero F epicycli: ſoluitur autem facile ambiguitas, quæ oriri poſſet nempe an planeta ſit in puncto E, aut puncto G, cum enim planeta à ſole recedat, nec attigerit adhuc maximam digreſſionem, is verſabitur in puncto E, habetur ergo anomalia vera FE, ex qua ſi auferas arcum FI, ſeu angulum FBI æqualem proſtaphæreſi DBK reſtabit anomalia media IE, ad tempus datum, quod ſi vltimò conſtituti eſſent medij motus anomaliæ, ex ea facile epochas quaſcumque conſtitueremus; ſed prius motus anomaliæ medius, ad limam reuocandus erit. Non diſſimili ratione in aliis hypotheſibus operaberis, quæ nihil habent diuerſum quod præciſe ad hanc propoſitionem pertineat quamvis prærequiſita non ſint omninò eadem.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Motûs Anomaliæ vltima Determinatio.

Iubet Pater Ricciolius vt habeantur duæ digreſſiones maximæ, ambæ matutinæ, vel ambæ veſpertinæ maximô temporis intervallô diſtantes verbi gratiâ vna à Ptolemæo obſeruata, altera à Tychone aut à te, in quarum vtrâque centrum epicycli fuerit in eodem eccentrici gradu, ſeu in eadem diſtantia ab Apogæo eum enim epicycli radius in vtraque fuerit idem, & eadem diſtantia à centro terræ; tangens à centro terræ ad

epicyclum ducta in idem epicycli punctum incider, atque adeo reuolutiones integræ abſolutæ erunt, neceſſariò autem digreſſiones erunt æquales vt facile demonſtrari poteſt.

Quamuis hæc methodus ſit facillima, quia tamen vix occurrent tales digreſſiones, & prætetea non ita facile digreſſionum momenta haberi poſſunt vt non aberretur ſæpe non tantum pluribus horis, ſed etiam nonnunquam diebus, eò quòd planeta ſit in ea parte epicycli in qua longiori tempore eandem ſeruat à centro epicycli diſtantiam, ſatiùs puto vt ſimplices fiant obſeruationes planetæ extra digreſſiones poſiti, exactiùs enim habebitur locus anomaliæ, propter rationem allatam. Si igitur habe_entur duæ obſeruationes ſatis longô inter ſe temporis interuallô diſtantes; primò ex ſuperiùs conſtitutis motibus, ſciri poterit quot reuolutiones integræ peractæ ſint, ſcitur item ex obſeruationibus, per propoſitionem præcedentem locus anomaliæ mediæ in vtraque; quare factâ regulâ proportionis ſcietur præcisè tempus vnius reuolutionis.

Quod ſi adhuc dubitas de accurata quantitate illius motûs, poteris eam examinare adhibitis quamplurimis obſeruationibus, ſi enim loca per calculum acquiſita pleriſque obſeruationibus congruant, bene erit conſtitutus dixi pleriſque neque enim hactenus conſecuta eſt Aſtronomia ſuis hypotheſibus, vt obſeruationes omnes exactè repræſentaret, forſitan quia plurimæ perperam factæ ſunt.

Venus epicyclum abſolvit.
diebus horis mi.
583. 22. 10.

Mercurius epicyclum abſolvit.
diebus hor. min. ſec.
115. 21. 3. 30.

Semel conſtitutâ reuolutione integra facile per regulam proportionum motum diurnum & annuum conſtituemus.

Motus Diurnus. Veneris

Gr.	Mi.	Sec.	Ter.
0.	36.	59.	30.

Motus Annuus Veneris.

Gr.	Mi.	Se.	Ter.
225.	1.	33.	35.

Motus Diurnus. Mercurij

Gr.	M.	Sec.	Ter.
3.	6.	24.	30.

Motus Annuus Mercurij.

G.	Mi.	Sec.	Terr.
53.	57.	33.	32.

Ex his Tabulam integram conficiemus.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Epochas anomaliæ orbis conſtituere.

Proponatur conſtituendus locus anomaliæ orbis ad initium annorum Chriſti, quæratur per 14. Locus anomaliæ orbis mediæ, pro quocumque tempore in quo facta erit obſeruatio. tum ab eo momento, numera annos, dies, horas, minuta, ad initium annorum Chriſti, cui tempori ex tabula ſupra conſtituta excerpes motum anomaliæ orbis competentem, hunc motum ſubtrahes ex loco prius inuento, & prodibit locus Anomaliæ orbis ad initium annorum Chriſti.

Radix Anomaliæ orbis ad annum 1. Chriſti Aptata ad meridiem primæ diei Ianuarij.

		Sig.	Gr.	Mi.	Se.
Lansbergius Goëſæ.	Ven.	4.	3.	52.	56
	Merc.	1.	17.	24.	11
Longomontanus Hafniæ.	Ven.	4.	6.	21.	10
	Merc.	5.	18.	13.	48
Kepler. Vranoburgi.	Ven.	4.	3.	16.	49
	Merc.	1.	7.	40.	54

COROLLARIVM.

Ex hac propoſitione & præcedenti facile ad datum tempus anomaliam orbis mediam, & veram, Veneris, & Mercurij ſupputabimus; nam ſi epochæ Chriſti, priùs poſitæ addamus motum anomaliæ orbis conuenientem tempori interiecto, inter initium annorum Chriſti & tempus propoſitum habebimus anomaliam orbis tempori propoſito conuenientem.

Vt habeatur vera anomalia epicycli in primo anomaliæ eccentrici ſemicirculo, addenda eſt proſtaphæreſis eccentrici, anomaliæ mediæ orbis & habebitur anomalia vera ſeu æquata, vt in ſuperiori figura addendus eſt angulus FBI, anomaliæ mediæ.

In ſecundo ſemicirculo eccentrici ſeu in tertiò & quarto quandrante ſubtrahenda eſt proſtaphæreſis eccentrici, ab anomalia orbis media, vt fiat vera,

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Locum verum Veneris & Mercurij ſupputare.

Ad tempus propoſitum. Primò quæratur medius motus Solis, qui cum medio loco centri epicycli congruit.

Secundò quæratur locus apogæi excentrici, qui ſubtractus ex medio loco centri relinquit anomaliam eccentrici.

Cum hac Anomalia invenies in Tabula convenienti proſtaphæreſin, & è regione radium epicycli & diſtantiam centri epicycli à centro terræ. hæc proſtaphæreſis addita vel ſubtracta exhibet locum verum centri eccentrici.

Quæratur

Quæratur ad idem tempus anomalia orbis media cui addes vel ſubtrahes proſtaphæreſin eccentrici, iuxta leges ſuperiori propoſitione traditas & habebis anomaliam orbis veram ſeu æquatam: hæc tria nempe diſtantia centri eccentrici à centro terræ, radius epicycli, & anomalia orbis æquata exhibent trignonometrice proſtaphæreſin orbis, quæ addita in priori anomaliæ ſemicirculo, ſubtracta in poſteriori dat locum verum planetæ. Quam autem aberrent à vero communes hypotheſes, etiam clariſſimorum Aſtronomorum, oſtendam in exemplo. Keplerus prædixerat Mercurium videndum ſub ſole 7 Nove Gaſſendus eô die Pariſiis obſeruauit mercurium ſub ſole inſtar maculæ nigræ, fuitque eius coniunctio viſa hora 7. cum min. 58 in ſcorpij gradu 14. 36. hypotheſis Ptolemaica diſſidet ab eo loco grad. 4. 26. Copernicana gr. 5. Tychonica gradibus 7. 13. Lansbergina gr. 1. 21. Rudolphinæ tabulæ gr. 0 min. 14. 24. Riccioli calculus conuenit præciſe. Si darentur alia huiuſmodi exempla in quibus æqualiter congruerent aliis omnibus eſſent præferendæ ſed potuit ſuas tabulas huic obſeruationi aptare.

Vtinam tres haberentur obſeruationes huiuſmodi, poſſemus enim aliam viam inire ad inueniendam Apogæum eccentrici, cæteraſque partea huios hypotheſis determinandas nec recurreremus ad obſeruationes digreſſionum maximarum.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

De tab. lis æquationum.

In omni hypotheſi faciles ſunt tabulæ æquationum eccentrici, eo quod in iiſdem gradibus anomaliæ, eædem recurrant proſtaphæreſes; quamuis ergo variæ obſeruentur cautiones, mutenturque eccentricitas, vnica tamen tabula æquationum ſufficit, quare in prima æqualitate nulla occurrit difficultas.

In ſecunda verò quia in eodem anomaliæ orbis gradu inæquales occurrunt proſtaphæreſes, prout epicycli radius, maior aut minor fuerit, aut prout centrum epicycli vicinius fuerit terræ, ſeu vt vno verbo duo complectar prout maior aut minor fuerit ratio, radij epicicli ad diſtantiam centri eius à centro terræ ideo neceſſariò adhibenda ſunt minuta proportionalia & hoc diverſimode ſecundum hypotheſes, nempe prout radius epicycli minimus erit in variis, eccentrici locis.

Hæc inferius in tabulis æquationum orbis & eius vſibus melius oſtendentur.

In Ptolemaica hypotheſi maxima proſtaphæreſis eccentrici. In venere eſt grad. 2. 41. in Mercurio 2. 52.

Æquatio maxima orbis ſeu epicicli veneris exiſtentis in Apogæo eſt grad. 45. 57. exiſtentis in perigæo eſt gr. 47. 49.

Mercurij vero in Apogæo eccentrici eſt 21. 56. in perigæo 23. 57. quæ tamen non eſt maxima cum maxima accidat in gradu anomaliæ eccentrici 120.

In hypotheſi noua æquatio maxima eccentrici veneris eſt gr. 1, 59. eadem quæ ſolis Mercurij gr. 4. 34 34.

Æquatio maxima orbis ſeu epicycli veneris exiſtentis in Apogæo eccentrici eſt 44. 59 exiſtentis in perigæo eſt 47. 2.

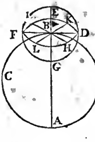
Æquatio maxima orbis mercurij exiſtentis in apogæo eccentrici eſt grad. eſt 20. 29. 16. ad perigæum 24. 11. 41. in gradu anom. 90. gr. 27. 3. 24.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Hypotheſis Ptolemaica circa latitudinem Veneris & Mercurij.

Hypotheſis Ptolemaica latitudinis Veneris, & Mercurij triplicem admittit cauſam, prima eſt deviatio deferentis a plano Eclypticæ, ſeu quod idem eſt eius inclinatio ad planum Eclypticæ. 2. Inclinatio Epicycli ad planum deferentis. & 3. reflexio Epicycli: duæ priores cauſæ aliis tribus planetis ſuperioribus ſunt communes, & ſuperius explicatæ: quare de illis nihil habeo quod dicam. reflexionem autem ita explicat Ptolemæus, vt diametrum longitudinum mediarum Epicycli, quam volumus eſſe communem ſectionem planorum eccentrici, & Epicycli, velit librari modò in Auſtrum, modò in boream quod vt in figura exhibeam. Sic

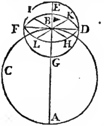


eccentricus ABC. Epicyclus DEFG. ſupponatur punctum B eſſe Apogæum eccentrici, punctum E, Apogæum Epicycli. punctum G eiuſdem perigæum, linea DF mediarum longitudinum, polus boreus Zodiaci, inter figuram & te polus Auſtralis poſt figuram libretur linea D F. mediarum longitudinum vt aliquando ſit in plano eccentrici aliquando coincidat cum linea H I, ita vt punctum eius H fiat boreus, & I fiat auſtralis, & viciſſim punctum eius occidentale tranſferatur in K, fiatque auſtralis, & punctum orientale L fiat boreale. hanc reciprocam librationem diametri DF, quâ modò coincidit cum HI, modò cum KL vocat reflexionem, quæ cum eſt maxima duos gradus cum dimidio adæquat.

Ponatur Primò centrum Epicycli in Apogæo. deferentis ſeu in puncto B. & planeta in Apogæo Epicycli ſeu in puncto E, aut eius perigæo G. reſtat vna tantum cauſa latitudinis, nempe deviatio deferentis. quæ eſt in eo loco in Venere

nere eſt mio. 10. borealis & io Mercurio mio. 45. Auſtralis.

Secundo ſi punctum B intelligeretur eſſe perigæum eccentrici & planeta in E, vel G, pariter reſtaret vna tantum cauſa latitudinis nempe deviatio eccentrici, quare latitudo Veneris eſſet min. 10. auſtralis Mercurij min. 45. borealis.



Tertiò ponatur centrum epicycli in apogæo eccentrici, & Venus circa punctum F orientale, nempe maximam digreſſionem veſpertinam. eius latitudo eſt borealis at verò circa punctum D eſt auſtralis in quod explicari poteſt ſi linea FD intelligatur moveri iu LK.

Jn Mercurio contrarium accidit, movetur enim in HI, ita vt in digreſſiooe veſpertina fiat auſtralis, in matutina borealis.

Quartò, ſi punctum B ſupponatur eſſe perigæum eccentrici, Venus circa veſpertinam digreſſionem eſſet in I, auſtralis, circa matutinam, eſſet in H borealis. Mercurius verò eſſet in L borealis, & in K auſtralis.

Quintò ponatur centrum epicycli diſtare gradibus 90. aut 270. ab apogæo eccentrici, hoc eſt punctum B eſſe, mediam longitudinem epicycli & planeta obtinere medias longitudines epicycli, hoc eſt eſſe in punctis F & D, tunc nulla eſt latitudo, eò quod nodi deferentis & eclypticæ ſint in longitudinibus mediis, atque adeò ceſſet deviatio; ceſſet etiam reflexio.

Sexto ſi centro epicycli diſtante ab apogæo eccentrici gradibus 90. Venus fuerit in epicycli apogæo E, latitudinem habebit borealem, in perigæo auſtralem; contra vero Mercurius centro epicycli obtinente mediam longitudinem primam eccentrici, in apogæo epicycli auſtralis erit, in perigæo borealis Id explicat Ptolemæus per inclinationem epicycli.

Septimò cum centrum epicycli obtinuerit anomaliæ eccentrici gradum 270. Venus in Apogæo epicycli auſtralis eſt, in perigæo borealis è contrà Mercurius bnrealis eſt in apogæo, Auſtralis in perigæo. quod phænomenon explicatur per inclinationem epicycli, ad eccentricum cootrariam ei, quæ in ſuperiori puncto.

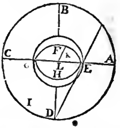
PROPOSITIO XX.

Theorema.

Hypotheſis nova circa latitudinem Veneris, & Mercurij.

Omnium optime latitudinem Veneris & Mercurij explicat Copernicana hypotheſis per inclinationem circulorum in quibus. mouentur hi planetæ circa Solem, ad planum orbis annui. ſupponendo tameo Venerem, & Mercurium non intra tempus ſupra conſtitutum ſuos circulos abſolvere, ſed intra longè brevius tempus. periodum enim anomaliæ orbis quam ſupra conſtituimus, in Venere dierum 584. ferè, in Mercurio dierum ferè 116. numeravimus ab Apogæo, epicycli. Apogæum autem epicycli io Copernicana hypotheſi, eſt punctum mobile, percurrens totum circulum intra dies 365. horas ferè 5. hoc eſt ad motum telluris totum circulum abſolvens: quare motus anomaliæ orbis, ſecundum Copernicum, minor eſt motu planetæ in ſuo circulo; quod vt oculis ſubiiciam. ſit orbis annuus ABCD, in quo feratur terra ſecundum ordinem litterarum ABCD abſolvatque ſuum circulum intra annum.

Sit circulus Veneris aut Mercurij EFGH, ad planum orbis magni ABCD conſtanti angulo in-



clinatos; intelligaturque ſemicirculus EFG ad boream vergere; & ſemicirculus. GHE ad Auſtrum. ſitque AC communis ſectio vtriuſque plani, lento gradu prorepens in conſequentia, atque ita quæ ferè ſit immobilis. abſolvat circulum ſuum EFGH Veous intra dies 224. horas 17. 46. Mercurius intra dies 87. hor. 23. 14. eritque hæc periodus ſimplex latitudinis. Ponamus planetam eſſe in puncto E, terra exiſtente in puncto C. videbiturque planeta eſſe in apogæo ſui epicycli. proceſſerit Veuus in. F ſpatiô dierum 56. interea terra, ex C in I. eritque apogæum in K. ex quo fit ſi motus Veneris comparetur cum nodo, erit EF; ſi comparetur cum Apogæo erit KF. eò quòd motus terræ apogæum circumferat per totum circulum. maior eſt ergo motus latitudinis, motu planetæ ab apogeo: quare licet anomalia orbis Veneris, abſolvatur tantum intra dies 584. motus tamen latitudinis breuiori tempore perficietur. modus inveniendi tales nodos & obſervandi naturalis eſſet ſi obſeruaretur locus planetæ carentis latitudine, in apogæo aut perigæo. vt ſi planeta eſſet io puncto E, & terra in C. punctum A eſſet nodus. ſed cum planeta in apogæo & perigæo ſit inobſervabilis, ideo ad alias praxes recurrendum eſt.

Obſervetur planeta quando caret latitudine in maxima digreſſione aut potius quando eſt iu mediis diſtantiis epicycli. limes tantundem diſtabit ab eo loco, quanta eſt maxima digreſſio

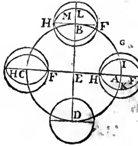
digreſſio, vt ſi terra fuerit in D. & obſernetur planeta carere omni latitudine, & eſſe in puncto E, centrum L, erit in limite, quare cum ex ſuperioribus cognitus ſit locus ceotri epicycli ſcietur locus limitis, & conſequenter vbinam exiſtant nodi.

Pariter ſi in maxima digreſſione planeta maximam habuerit latitudinem locus centri epicycli erit locus nodorum.

Cæteras huius Copernicanæ hypotheſeos proprietates & accidentia vlterius non explico, vt nouam hypotheſin quæ ex coperoicana profluxit aggrediat.

Noua igitur hypotheſis eccentricum planetæ, in eodem cum eclyptica plano collocat, atque adeo nullos in eo nodos agnoſcere poteſt duu tamen puncta aſſignat, quos nodos ſtabiles vocat; epicyclum autem inclinat ad planum eccentrici, ita tamen vt communis ſectio, epicycli, & eccentrici, ſit ſemper parallela, lineæ coniungenti hos nodos ſtabiles.

Quare deſcribatur eccentricus planetæ ABCD in plano eclypticæ, ſitque centrum terræ E. notentur duo puncta A & C diametraliter inter ſe oppoſita quæ dicentur, nodi ſtabiles, ſic dicti quod, centro eccentrici occupante puncta A, & C. communis ſectio, epicycli inclinati & plani eclypticæ coincidat cum linea AC.



Deſcribatur pluribus locis epicyclus, & vt melius intelligatur inclinatio epicycli ad eccentricum, deſcribatur duplex epicyclus vnus in plano eccentrici qui ſit FGH, alter inclinatus FIH, cuius ſemicirculus FIH concipiatur inter te & figuram, & ſemicirculus HKF ſit poſt figuram nempe vergat ad auſtrum.

Hic epicyclus ita inclinatus circumducatur ita vt linea HF, ſit ſemper parallela lineæ AC dico punctum F nodum illius epicycli recedere ab Apogæo in antecedentia epicycli nam ſi AB ſit quadrans, cum linea EBL ſit linea Apogæi & apogæum ſumatur pro puncto immobili, item cum linea HF, AC ſint parallelæ, erunt anguli LBF, BEA æquales; erit igitur receſſus nodi F ab apogæo ſimilis motui centri epicycli, motus autem centri epicycli idem eſt ac motus ſolis medius; igitur motus nodi in antecedentia, ſimilis erit motui ſolis medio.

Addo conſequenter, motum planetæ à nodo componi, & ex motu planetæ ab apogæo, & ex motu nodi ab apogæo, nam centro epicycli exiſtente in puncto A ponatur planeta in apogæo F, quod coincidat cum nodo, interea verò dum centrum epicycli perficit quadrantem AB, planeta feratur ab apogæo ad M, ita vt eius anomalia orbis ſit LM, & interea nodus receſſerit in F, eius diſtantia à nodo, erit arcus FLM. quare vt habeatur motus latitudinis addi debent motus planetæ ab apogæo, ſimul cum motu medio Solis.

Motus annuus Veneris in epicyclo in anno communi eſt graduum 225. 1. 53. 35. motus annuus Solis eſt 359. 45. 40. 38. eſt ergo motus annuus Veneris à nodo mobili grad. 584. 47. 44. 13. Si fiat regula proportionis ſi grad. 584. 47. 44. 13. dant dies 365. gradus 360. quot dies dabunt, invenies dies 224 horar. 17. 46. nempe revolutionem integram à nodo, ad eundem nodum.

Pariter ſi addatur motus anomaliæ orbis annuus Mercurij cum motu annuo Solis habebis motum annuum à nodo, & facta regula proportionum invenies Mercurium digreſſum à nodo, ad eundem reverti intra dies 87. horas 23. 14.

Sequitur ex eo quod etiamſi epicycli centrum fuerit in linea nodorum ſtabilium, verbi gratia, in puncto A. non deſinet tamen planeta eſſe obnoxius latitudini ſi fuerit extra apogæum, aut perigæum, quia nempe linea HAF in tali caſu eſt communis ſectio epicycli, & eclypticæ: ergo ſi planeta extra eam fuerit, erit extra planum eclypticæ ergo latitudinem habebit. In tali igitur caſu apogæuto idem eſt cum nudo mobili, & perigæum idem cum alio nodo.

Notari etiam poteſt nodos mobiles, percurrere totum zodiacum intra annum, ſequuntur enim motum centri epicycli, qui æqualis eſt motui medio ſolis. In quo differunt hi planetæ à reliquis, qui in duobus tantum punctis oppoſitis latitudine carent, hi autem in punctis non oppoſitis, cæteræ proprietates ex his ſequuntur.

PROPOSITIO XXI.

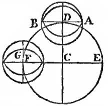
Problema.

Locum nodorum ſtabilium in zodiaco Invenire.

Vt ordine procedamus motumque aliquem latitudinis conſtituamus, duos in zodiaco nodos ſtabiles conſtituere debemus, & axem nodorum ſtabilium, cui axis nodorum mobilium ſemper parallelus exiſtat, hos nodos melius quam ex obſervatione habere non poſſumus.

Obſervetur quandonam planeta in mediis longitudinibus latitudine caret, tunc centrum epicycli erit in limite, quare puncta zodiaci quadrante ab eo puncto diſtantia, erunt nodi. vt ſi planeta fuerit in mediæ diſtantiæ puncto A, clarū eſt lineam AB eſſe axem nodorum mobilium, ſed linea AB ſupponitur eſſe linea mediæ diſtantiæ, quæ ad lineam apogæi epicycli nempe CD eſt perpendicularis, ſed linea AB ſupponitur parallela lineæ EF, axi nodorum ſtabilium: ergo arcus DE. erit quadrans quare centrum

centrum Epicycli D diſtat quadrante, à nodo ſtabili E.



Poſſet item fieri obſeruatio circa maximam latitudinem, in mediis item diſtantiis, vt ſi planeta exiſtens in puncto G maximam latitudinem habeat, ita vt antea creſceret, poſtea verò decreſceret tunc centrum epicycli F eſt in nodo ſcitur autem locus vetus centri epicycli ex ſuperioribus: ergo, obſeruari poteſt locus nodi ſtabilis. Ptolemæus anno chriſti 140 obſeruauit nodum boreum Veneris in gradu 25. Tauri & Mercurij in gradu 10. arietis.

Ad ann. 1600 Ricciolius nodum boreumconſtituit. Veneris in gra. 13.30. geminorum. Mercurij in gr. 12. 30. Tauri ex quibus facile motum annuum nodorum conſtituemus.

Motus annuus nodorum.

Veneris gr.o. min.o. ſec.40. Mercur.g.o. mi.1. ſec. 35.

Et conſequenter tabulam conſtruemus ad inueniendum locum nodorum ſtabilium pro quocumque tempore.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Inuenire quolibet tempore diſtantiam planetæ, à nodo mobili.

Quæritur diſtantia planetæ à nodo mobili in epicyclo. quæratur verus locus centri epicycli, qui ex ſuperioribus cognoſci poteſt;ab eo auferatur locus nodi ſtabilis, qui per præcedentem innotuit. huic diſtantiæ æqualis eſt diſtantia apogæi à nodo mobili, qui vt vidimus in antepenultima tantum recedit ab apogæo, quantum epicycli centrum recedit à nodo ſtabili. huic motui adde motum anomaliæ orbis, & habetis diſtantiam planetæ à nodo mobili, ſeu motum latitudinis temporatiæ.

PROPOSITIO XXIII.

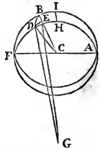
Problema.

Inclinationem epicycli cum eclyptica inuenire.

Diximus propoſitione 19. planum epicycli inclinatum eſſe ad planum eclypticæ quod idem eſt cum plano eccentrici, quæritur angulus inclinationis planorum ad inuicem.

Obſeruetur quôcumque tempore latitudo planetæ, tum ad prædictum tempus quæratur per præcedentem motus latitudinis, temporatiæ ſeu diſtantia planetæ à nodo boreo mobili, ſunt autem hæc diſtantia AB. Intelligatur planum ad eclypticæ planum rectum faciens in plano eclypticæ aut eccentrici,ſectionẽ lineam CB & in plano epicycli inclinati ſectionẽ CD cadat autem à puncto D in quo ſuppoñitur planeta linea DE perpẽdicularis ad CB quæ(*per 4 def.11.*) perpendicularis erit ad planum ABC, quod cum plano eclypticæ idem eſt. ducantur ex centro terræ G lineæ GE, GD, eritque angulus GED rectus. quæratur ad prædictum tempus diſtantia planetæ à centro terræ. nempe linea GD.

In triangulô rectangulo GED datur præter angulum rectum E angulus G latitudo ſub quà è terra obſeruatus eſt planeta, & diſtantia GD, ergo innoteſcet linea D E; datur item radius epicycli C D.



Si ergo fiat vt radius C D ad D E, ita ſinus totus, ad quartum habebimus D E. in partibus ſinûs totius, eſt autem DE ſinus arcus DB, ergo habebitur arcus DB.

Deniqua in triangulo ſphærico FDB rectangulo in B datâ hypotheuusâ F D, & latere D B, innoteſcet angulus BFD quem metitur arcus HI inclinatio vtriuſque plani.

Hunc inclinationis angulum inuenerunt.

	Longomont.		Ricciolius.	
	Gr.	Mi.	Gr.	Mi.
Veneris	3.	30.	3.	24.
Mercurij	5.	40.	6.	54.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Diſtantias ſingulorum punctorum epicycli ab eclyptica inuenire.

Diſtantias ſingulorum punctorum epicycli à plano eclipticæ, non vocauimus latitudinem, eò quòd latitudo debeat ſumi reſpectu centri terræ, nempe in ſuperiori figura reſpectu puncti G, hæc autem diſtantia ſumatur reſpectu centri epicycli C. ſuppoſitâ ergo inclinatione conſtanti epicycli ad Eclypticam qualem propoſitione præcedenti conſtituimus hoc eſt arcus IH, in ſphæra cuius radius CB, aut CD ſeu cognitô angulô ſphæricô

sphæricô BFD, & distantia à nodo FD quæritur arcus BD. fiat

Vt sinus totus anguli B
Ad sinum hypothenusæ FD,
Ita sinus anguli F
Ad sinum arcus BD.

Ita construi potest Tabula harum distantiarum, pro singulis gradibus motûs latitudinis sumpti in epicyclo. quæ tabula similis est tabulæ latitudinis Lunaris, non erit tamen sufficiens ad indicandam latitudinem. eò quòd vt iam dixi, indicet latitudinem respectu centri epicycli non autem respectu centri terræ.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Latitudinem Veneris, & Mercurij ad datum tempus supputare.

Primo quæratur motus latitudinis, temporariæ, seu distantia planetæ à nodo mobili: hæc distantia sumitur in Epicyclo, Inveniturque per propositionem 21. fit verbi gratia arcus AD tum per 13. quæratur distantia planetæ à plano Eclypticæ, seu arcus DB, cuius arcus DB. illius sinus DE, reducatur ad partes radij Epicycli, hôc modô quæratur ad idem tempus distantia planetæ à centro terræ seu DG, & radius Epicycli CD. fiat vt sinus totus, ad sinum DE, ita radius CD ad DE in partibus radij eccentrici.

Denique in triangulo rectangulo GDE, fiat vt DG distantia planetæ à centro terræ, ad DE, ita sinus totus ad sinum anguli DGE, seu latitudinis quæsitæ.

Latitudo erit maxima si planeta fuerit in perigæoram eccentrici quam Epicycli & in limite, ex quibus confirmati possunt distantiæ planetarum à centro terræ.

Latitudines maximæ.

	Longomontanus.		Ricciolius.	
	Gr.	Min.	Gr.	Min.
Veneris	9.	2.	9.	9.
Mercur.	3.	32.	4	44.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Artificium & vsus tabularum mediorum motuum Veneris & Mercurij.

Hæ tabulæ secundum hypothesin Copernicanam vt simpliciorem, & faciliorem procedunt: ideoque primo inquirimus medius locum horum planetarum respectu solis. medius igitur motus qui in tabulis exhibetur, non est intelligendus secundum opinionem communem nempe pro motu centri Epicycli. cum enim hi planetæ semper solem comitentur in ea acceptione eorum motus medius, à motu medio solis non differet. ideoque alia opus non esset tabula quàm cà, quam in Theoria solis dedimus.

Intelligitur ergo motus medius, in propria orbita circa solem ita tamen, vt planeta movsatur æquabiliter circa aliud centrum, & Sol sit centrum circa quod peragitur motus apparens. ideoque eccentricum, immo, & Ellypsin adhibemus præcipue in Mercurio, in quo tanta est irregularitas, & anomalia vt dissimulati non possit.

Tabulæ igitur mediorum motuum communes sunt habentque tres columnas, vnam longitudinis ab Ariete scilicet: intelligendo semper respectu Solis. Secundam Anomaliæ. tertiam motus latitudinis. constitutis enim supra motibus mediis, primo in Epicyclo, qui autem est Epicyclus in opinione communi, in hac pro orbita simpliciter sumitur, secundò constituto motu Apogæi, seu Aphelij & ablato ex motu medio, restat motus anomaliæ. Idem dico de motu nodorum qui subtractus ex motu medio planetæ relinquit motum latitudinis.

In his omnibus nulla est peculiaris difficultas. oportuit tamen monere, quomodo intelligerentur isti motus, quod nempe in hypothesi communi aliis vocentur nominibus. Eodem igitur modo habentur per additionem isti motus quo alij quiliber; exhibentque locum medium Veneris, & Mercurij eccentricum id est respectu Solis.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

De Æquatione centri Veneris, & Mercurij.

Motus Veneris & Mercurij, etiam eccentricus, id est ex Sole spectatus vni irregularitati obnoxius est, quæ facile excusari potest, & explicati per eccentricum, aut Ellypsin in Venere quidem quia eccentricitas modica est, efficiens prostaphæresin minorem vno gradu, perinde est quâcumque hypothesi vtaris siue eccentrica, siue Ellyptica, differentia non potest esse nisi modica. In Mercurio non item, censetur enim communiter Ellyptica hypothesis melius observatis satisfacere, hanc igitur adhibui.

Vsus tabularum est consuetus. Ingredere tabulam prostaphæreseon centricarum, cum anomalia simplici planetæ, qualem tabulæ mediorum motuum exhibent, & prostaphæresin illi respondentem auferes vel subtrahes à medio motu planetæ, & exurget verus locus planetæ centricus, seu ex sole spectatus.

PROPOSITIO XXVIII.

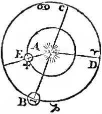
Problema.

De Æquatione orbis Veneris, & Mercurij.

Ex dato planetæ loco centrico subtrahe locum solis verum & restabit Anomalia orbis. Sit enim Sol in A, tellus in B, & locus Solis erit in C, & eius motus verus ab Ariete erit DC seu angulus CAD, sit Venus in E, supponitur igitur datus locus Veneris respectu Solis seu angulus DAE, supponitur etiam cognitus arcus DC,

 ergo

ergo si auferas vnum arcum CD, restabit angulus CAE Anomalia orbis.



Quia tamen orbita planetæ aut Ellyptica est, aut saltem eccentrica Solis ideoque maiorem, & minorem ab eo obtinet distantiam planeta, huius distantiæ aliqua ratio habenda est, vt constituatur prostaphæresis orbis. vnde sicut in aliis planetis apposui scrupula proportionalia. nempe si planeta fuerit in minima à Sole distantia perinde est ac si orbis planetæ, diameter esset minima, si tellus fuerit in Aphelio, seu maxime remota à Sole, prostaphæreses orbis erunt minimæ quæ esse possunt quia distantia minima planetæ, spectatur ex maxima distantia telluris. E contra vero si planeta fuerit in aphelio seu in maxima distantia, & tellus in perielio seu in minima distantia, maxima distantia planetæ, spectata ex minima distantia telluris sub maximo angulo spectatur, atque adeo maiores efficit prostaphæreses orbis. ideoque apposui scrupula proportionalia 60 [totam autem distantiam partitus sum in sexaginta & comparando singulos anomaliæ simplicis gradus cum singulis signis Anomaliæ Solis in Mercurio, tribui singulis sua proportionalia scrupula. In Venere tamen cuius orbita fere concentrica est, tota differentia potius petitur ab Anomalia telluris, quam Veneris, ideoque singulos saltem quinos Anomaliæ telluris gradus sum persecutus. In communi ergo concursu Anomaliarum telluris, & planetæ invenies scrupula proportionalia, quibus vti debes. in Mercurio tamen cuius orbita Ellyptica est valde notabiliter, scrupulorum proportionalium differentiam, potiùs desumpsi ex ipsius Anomalia, quam ex Anomalia telluris.

Hæc scrupula proportiônalia habent relationem, ad tabulam prostaphæreseon orbis cuius artificium tale est, tabula habet prostaphæreses minimas, hoc est supponitur planeta in minima distantia, & tellus in maxima, & pro tali dispositione, supputata est tota tabula. nempe prima columna: supputatæ sunt item prostaphæreses, quando sunt maximæ nempe in maxima planetæ distantia, & in minima telluris, tum subtrahendo priores ex posterioribus, positus est excessus, maiorum supra minores, in secunda columna.

Vsus ergo tabulæ prostaphæreseon orbis talis erit. ingredere tabulam cum anomalia orbis prius inventa, & è regione invenies prostaphæresin orbis, quàm augebis non quidem toto excessu, apposito: sed parte eius proportionali, respondente scrupulis proportionalibus priùs inventis Sic habebis prostaphæresin orbis quam addes vel subtrahes a loco Solis, & restabit locus planetæ verus spectatus è terra. atque hæc est inventio loci Veneris, & Mercurij in longitudinem quæ in eo tantum differt à praxi supra vsurpata in planetis superioribus, quod prostaphæresis orbis, in aliis adderetur aut subtraheretur à loco planetæ centrico, in his vero à loco Solis.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

De latitudine Veneris, & Mercurij invenienda.

Similem progressum in horum planetarum latitudine invenienda observabimus, quem in superiorum planetarum. Primo enim constituemus maximá planetarum latitudinem cum Anomalia orbis, quia autem in prima columna maximæ latitudinis ponitur latitudo quando spectatur ex maxima distantia, excessus illi addendus est, respondens scrupulis prioribus proportionalibus, & sic habebitur maxima latitudo planetæ, è terra spectati.

Consule similiter Tabulam latitudinariām planetæ quam ingredieris cum motu latitudinis, æquato per prostaphæresin centricam, habebisque è regione scrupula proportionalia, accipies igitur ex maxima latitudine priùs constituta partem proportionalem respondentem, his scrupulis proportionalibus latitudinariis, & habebis latitudinem planetæ ex terra spectati.

TABVLÆ

TABVLA MEDIORVM MOTVVM Veneris pro Meridiano Lugdunenſi.

STYLO VETERI.

Anni Chr. ineũtes.	Longitodo Veneris. S. G. M. S.	Anomalia Centri S. G. M. S.	Motor latitudinis. S. G. M. S.
1	1.11. 9.17	3.28.18.34	11.10.26. 2
101	8. 0.30.58	10.16.13.24	5.28.57. 7
201	2.19.51.59	3. 4.12.14	0.17.28.12
301	9. 9.13.20	0.22. 9. 4	7. 5.39.17
401	3.28.34.41	7.10. 5.54	1.24.30.22
501	10. 7.56. 2	1.28. 2.44	8.13. 1.27
601	5. 7.17.23	8.16. 1.34	3. 1.32.32
701	11.26.38.44	3.34.57.34	9.20. 3.37
801	6.16. 0. 5	10.21.54.24	3. 8.34.42
901	1. 5.21.26	3. 9.51.14	9.25. 5.47
1001	7.24.41.47	9.27.48. 4	3.13.36.52
1101	2.14. 4. 8	4.15.44.54	10. 2. 7.57
1201	9. 3.25. 9	11. 3.40.44	4.20.38. 2
1301	3.22.46.30	3.21.37.34	11. 9. 9. 7
1401	10.12. 8.11	0. 9.34.14	5.27.40.12
1501	5. 1.29.32	6.27.31. 4	0.18.11.17
2601	11.20.50.53	1.15.27.54	7. 6.42.22

STYLO GREGORIANO.

1600	11. 4.49.35	0.29.26.31	8.20.41.38
1700	5.22.34.48	7.15.43.12	3. 7.37.54
1800	0.10.20. 1	2. 2. 7.54	9.23.31.51
1900	6.28. 5.14	8.18.28.36	4.11.24.48
2001	1.17.26.33	3. 6.24.26	10.29.57.52
2101	8. 5.11.48	9.23.46. 8	5.14.32.49
2201	2.22.57. 1	4. 9. 7.50	0. 3.41.46
2301	9.10.42.14	10.25.28.35	7.20.43. 5

Motus Annui Veneris.

Anni abſoluti.	Longitudo Veneris. S. G. M. S.	Anomalia Centri. S. G. M. S.	Motus latitudinis. S. G. M. S.
1	7.14.47.35	7.14.46.44	7.14.47. 5
2	2.29.35.10	2.29.33.29	2.29.34.10
3	10.14.22.45	10.14.20.13	10.14.21.15
B. 4	6. 0.46.27	6. 0.43. 4	6. 0.44.26
5	1.15.34. 2	1.15.29.49	1.15.31.31
6	9. 0.21.37	9. 0.16.33	9. 0.18.36
7	4.15. 9.12	4.15. 3.17	4.13. 5.41
B. 8	0. 1.32 54	0. 1.26. 9	0. 1.28.53
9	7.16.20.29	7.16.12.53	7.16.15 38
10	3. 1. 8. 4	3. 0.59.37	3. 1. 3. 3
11	10.13.55.39	10.1 5.44.22	10.15 50. 7
B. 12	6. 2.19.22	6. 2. 9.14	6. 2.13.20
13	1.17. 6.57	1.16.33.38	1.17. 0. 2
14	9. 1.54 31	9. 1.42.41	9. 1.47.29
15	4.16.42. 6	4.16.30.26	4.16.35.34
B. 16	0. 3. 5.49	0. 2.52.18	0. 2.34.52
17	7.17.53.24	7.17.39. 2	2.17.44.52
18	3. 2.40.59	3. 2.23.47	3. 2.31.56
19	10.17.28.54	10.17.12. 31	10.17.1 9. 1
B. 20	6. 3.52.16	6. 3.36.22	6. 3.42.13
B. 40	0. 7.44.32	0. 7.12.44	6. 7.24.26
60	6.11.36.49	6.10.59. 6	0.11. 6.39
80	0.15.29. 5	0.14.21.28	0.14.48.52
100	6.19.21.21	6.17.56.59	6.18. 31. 5
200	1. 8.42.42	1. 5.53.39	1. 7. 2. 9
300	7.28. 4. 3	7.24.50.29	7.26.33.14
400	2.17.25.24	2.11.47.18	2.14. 4.18
500	9. 6.46.45	8.29.44. 8	9. 2.35.23
600	3.26. 8. 6	3.17.49.58	3.21. 6.27
700	10.15.29.27	10. 5.37.47	10. 9.57.52
800	5. 4.50.47	4.23.34.36	4.28. 8.35
900	11.24.12. 9	11.12.31.27	11.16.39.22
1000	6.13.33.30	5.29.28.16	6. 5.10.46
2000	0.27. 6.59	11.28.36.32	0.10.21.32
3000	7.10.40.29	5.28.24.48	6.15.32.18

Tabula motuum menſtruorum in anno communi.

Menſes incuntes.	Longitud. Sig.Gr.M.S.	Anomalia. S.G. M. S.	Motus latitud. Sig.G M.S.
Ian.	0. 0 .0. 0	0.0. 0. 0	0.0. 0. 0
Feb.	1.19.40. 3	1.19.40. 3	1.19.40. 3
Mar.	3. 4.31.42	3. 4.31.38	3. 4.31.39
Apr.	4.24.11.44	4.24.11.36	4.24.11.39
May	6.12.15.39	6.12.15.26	6.12.15.31
Iun.	8. 1.55.42	8. 1.55.25	8. 1.55.32
Iul.	9.19.57.37	9.19.57.16	9.19.57 24
Aug.	11. 9.39.39	11. 9.39.14	11. 9.39.24
Sep.	0.29.19.42	0.29.19.13	0.29.19.24
Oct.	2.17.23.37	2.17.23. 4	2.17.23.17
Nou.	4. 7. 3.39	4. 7. 3. 1	4. 7. 3.17
Dec.	5 21. 7.34	5.22. 6.52	5.21. 7. 9
Ann. com.	7.14.47.35	7.14.46.49	7.14.47. 8

IN ANNO BISSEXTILI.

Ian.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0
Feb.	1.19.40. 3	1.19.40. 3	1.19.40. 3
Mar.	3. 6. 7.50	3. 6. 7.46	3. 6. 7.47
Apr.	4.25.47.52	4.25 47.44	4.25.47.47
May	6.13.51.47	6.13.51.34	6.13.51.39
Iun.	8. 3.31.50	8. 3.31.33	8. 3.31.40
Iul.	9.21.33.45	9.21.33.24	9.21.33.32
Aug.	11.11.15.47	11.11.15.22	11.11.15.32
Sep.	1. 0.55.50	1. 0.55.21	1. 0.55.32
Oct.	2.19. 1.45	2.19. 1.12	2.19. 1.25
Nou.	4. 8.39.47	4. 8.39. 9	4. 8.39.25
Dec.	5.22.43.42	5.22.43. 0	5.22 43.17
Ann. Biſſ.	7.16.23.43	7.16.22.57	7.16.23.16

Tabula motuum diurnorum.

Dies.	Longitu. S.G. M.S.	Anomal. S.G. M.S.	Motus latitud. S.G M.S.
1	0. 1.36. 8	0. 1.36. 8	0. 1.36. 8
2	0. 3.12.16	0. 3.12.16	0. 3.12,16
3	0. 4.48.23	0. 4.48.23	0. 4.48.23
4	0. 6.24.31	0. 6 14 31	0. 6.24.31
5	0. 8. 0.39	0. 8. 0.39	0. 8. 0.39
6	0. 9.36.47	0. 9.36.47	0. 9.36.47
7	0.11.12.55	0.11.12.54	0.11.12.55
8	0.12.49. 3	0.12.49. 2	0.12.49. 3
9	0.14 25.10	0.14.25. 9	0.14.25.10
10	0.16. 1.18	0.16. 1.17	0.16. 1.18
11	0.17.37.16	0.17.37.25	0.17.37.26
12	0.19.13.34	0.19.13.33	0 19.13.34
13	0.20.49 42	0.20.49.40	0.20.49.41
14	0.22.25.50	0.12.25.48	0.22.25.49
15	0 24. 1.57	0.24. 1.55	0.24. 1.56
16	0.25.38. 5	0.25.38. 3	0.25.38. 1
17	0.27.14 13	0.27.14.11	0.27.14.12
18	0.28.50.21	0.28.50.19	0.28.50.20
19	1. 0.26.29	0. 0.26.27	0. 0.26.28
20	1. 2. 2.37	0. 2. 2.35	0. 2. 2.36
21	1. 3.38.44	1. 3.38.41	1. 3. 8.42
22	1. 5.14.52	1. 5.14.49	1. 5.14.50
23	1. 6.51. 0	1. 6.50.57	1. 6.50 58
24	1. 8.27. 8	1. 8.27. 5	1. 8.27. 6
25	1.10. 3.16	1.10. 3.13	1.10. 3.14
26	1.11.39.23	1.11.39.20	1.11.39.21
27	1.13.15.31	1.13.15.27	1.13.15.29
28	1.14.51.39	1.14.51.35	1.14.51.37
29	1.16.27.47	1.16.27.43	1.16.27.45
30	1.18. 3.55	1.18. 3.51	1.18. 3.53
31	1.19.40.39	1.19.39.59	1.19.40. 1

Veneris Tabula Horaria.

Horæ	Longi Anom mot.la G.M.S
1	0. 4. 0
2	0. 8. 1
3	0.12. 1
4	0.16. 2
5	0 20. 2
6	0.24. 2
7	0.28. 3
8	0.32. 3
9	0.36. 3
10	0.40. 4
11	0.44. 4
12	0.48. 5
13	0.52. 5
14	0.56. 5
15	1. 0. 6
16	1. 4. 6
17	1. 8. 6
18	1.12. 7
19	1.16. 7
20	1 20. 8
21	1.24. 8
22	1.28. 8
23	1.32. 9
24	1.36. 9
25	1.40. 9
26	1.44.10
27	1.48.10
28	1.52.11
29	1.56.12
30	2. 0.11
40	2.40.16

TABVLA

TABVLA

PROSTAPHÆRESEON PRIMÆ INÆQVALITATIS Veneris.

	Anom Sig. 0. subtr. S. M.	Anom Sig. 1. subtr. M. Se.	Anom Sig. 2. subtra. M. Se.			Anom Sig. 3. subtra. M. Se.	Anom Sig. 4. subtra M.Se.	Anom Sig. 5. subtra M.Se.	
0	0. 0	27. 0	47. 10	30	0	54. 36	47.34	27.20	30
1	0. 58	27. 46	47. 38	29	1	54. 36	47. 5	26.31	29
2	1. 55	28. 34	48. 5	28	2	54. 35	46.15	25.41	28
3	2. 51	29. 22	48. 31	27	3	54. 34	46. 4	24.52	27
4	3. 48	30. 10	48. 55	26	4	54. 31	45.32	24. 2	26
5	4. 44	30. 38	49. 18	25	5	34. 27	44.58	23.32	25
6	5. 41	31. 45	49. 40	24	6	54. 22	44.24	22.22	24
7	6. 37	32. 31	50. 2	23	7	54. 13	43.49	21.30	23
8	7. 32	33. 27	50. 24	22	8	54. 8	43.13	20.37	22
9	8. 28	34. 2	50. 46	21	9	54. 0	42.37	19.43	21
10	9. 23	34. 46	51. 7	20	10	53. 52	42. 0	28.52	20
11	10. 18	35. 31	51. 28	19	11	53. 43	41.23	17.55	19
12	11. 14	36. 15	51. 49	18	12	53. 33	40.45	27. 0	18
13	12. 10	36. 58	52. 3	17	13	53. 22	40. 7	16. 5	17
14	13. 5	37. 38	52. 20	16	14	53. 8	39.27	25. 9	16
15	14. 0	38. 18	52. 35	15	15	52. 53	38.47	14.13	15
16	14. 55	38. 58	52. 51	14	16	52. 35	38. 6	13.17	14
27	15. 49	39. 37	53. 6	13	17	52. 19	37.25	12.21	13
18	16. 44	40. 16	53. 20	12	18	52. 3	36.42	21.15	12
19	17. 38	40. 54	53. 32	11	19	51. 46	35.58	10.29	11
20	18. 33	41. 32	53. 43	10	20	51. 28	35.13	9.33	10
21	19. 28	42. 9	53. 52	9	21	51. 7	34.28	8.36	9
22	20. 22	42. 46	53. 0	8	22	50. 45	33.42	7.39	8
23	21. 14	43. 23	54. 14	7	23	50. 23	32.56	6.43	7
24	21. 5	43. 58	54. 8	6	24	50. 1	32. 9	5.46	6
25	22. 53	44. 33	54. 15	5	23	49. 38	31.22	4.49	5
26	23. 45	45. 6	54. 21	4	26	49. 15	30.35	3.51	4
27	23. 35	45. 38	54. 26	3	27	48. 51	29.47	2.54	3
28	23. 24	46. 11	54. 31	2	28	48. 26	28.59	1.56	2
29	26. 12	46. 41	54. 34	1	29	48. 0	27.10	0.58	1
30	27. 0	47. 10	54. 36	0	30	47. 34	27.20	0. 0	0
	Adde Sign. 11.	Adde Sign. 10.	Adde Sign. 9.			Adde Sign. 8.	Adde Sign. 7.	Adde Sign. 6.	

Tabula Scrup.prop.Veneris Anomalia.

ANOMALIA SOLIS

Sig.		0. Scru pro.	1. Scru pro.	2. Scru pro.	3. Scru pro.	4. Scru pro.	5. Scru pro.	6. Scru pro.	Anomalia.
0	0. 0	18	16	13	9	5	1	0	0. 0
3	3	18	17	13	9	5	1	0	27
6	6	18	17	13	9	5	1	0	24
9	9	19	17	14	9	5	2	0	21
12	12	19	17	14	10	5	2	0	10
15	15	19	17	14	10	5	2	1	15
18	19	19	18	14	10	6	2	1	11
21	22	19	18	14	10	6	3	1	8
24	25	20	19	15	11	6	3	1	5
27	28	20	19	15	11	7	3	2	10 1
1.0	1. 1	21	19	16	12	7	4	2	28
5	4	21	20	16	12	8	5	3	26
6	7	22	21	17	13	8	5	4	23
9	10	23	21	18	13	9	6	4	20
12	15	23	22	18	14	10	6	5	17
15	16	24	23	19	15	10	7	6	14
18	19	24	23	20	15	11	8	7	11
21	23	25	24	21	16	12	9	8	7
24	26	26	25	21	17	13	9	8	4
27	29	27	26	22	18	14	10	9	10.1
2.0	2. 2	28	27	23	19	15	11	10	28
3	5	29	28	24	20	16	12	11	25
6	8	30	19	25	21	17	13	12	22
9	11	31	29	26	22	17	14	13	19
12	14	32	30	27	23	18	15	14	16
15	17	33	31	28	24	19	16	15	13
18	20	34	32	29	25	20	17	16	10
21	23	35	33	30	26	21	18	17	1
24	26	36	35	31	27	22	19	18	4
27	29	37	36	32	28	23	10	19	9. 1
3.0	3. 2	58	37	33	29	25	21	20	28
3	5	39	38	34	30	26	22	21	25
6	8	40	39	35	32	27	23	22	22
9	11	41	40	36	32	28	24	23	19
12	14	42	41	38	34	29	25	24	16
15	17	44	42	39	55	30	26	25	13
18	20	45	44	40	36	31	27	26	10
21	23	46	45	41	37	32	28	27	7
24	26	47	46	42	38	33	29	28	4
27	29	48	47	43	39	34	30	29	8. 1
4.0	4. 2	49	48	44	40	35	31	30	28
3	5	50	49	45	41	36	32	31	25
6	8	51	50	46	42	37	33	32	22
9	11	52	51	47	42	38	34	33	19
12	14	53	52	48	43	39	35	34	16
15	17	54	53	49	44	40	36	35	13
18	20	55	53	50	45	40	37	35	10
21	23	56	54	51	49	41	37	36	7
24	26	56	55	51	46	42	38	36	4
27	29	57	56	52	47	42	38	37	7. 1
5.0	5. 2	58	56	53	48	43	39	38	29
3	5	58	57	53	48	44	40	39	25
6	8	58	57	54	49	44	40	39	22
9	11	59	58	54	49	44	41	40	19
12	14	59	58	55	49	45	41	40	16
15	16	59	58	55	50	45	42	40	14
18	19	59	59	55	50	45	42	40	11
21	22	60	59	56	51	46	42	41	8
24	25	60	59	56	51	46	42	41	5
27	28	60	59	56	51	46	43	41	2
6.0	6. 0	60	59	56	51	46	43	41	6. 0
		12.	11.	10.	9.	8.	7.	6.	

Anomalia Solis.

ANOMALIA SOLIS

Maxima latit. Veneris è terra.

Ano mal. orb. S.G.	Max. latit. G.M.	Ex- cess. M. Add	Ano mal. orb. S.G.
0. 0	1.24	2	0. 0
3	1.24	2	27
6	1.24	2	24
9	1.24	2	21
12	1.24	2	18
15	1.25	3	15
18	1.25	3	12
21	1.25	3	9
24	1.26	3	6
27	1.26	3	3
1. 0	1.27	3	11.0
3	1.27	3	27
6	1.28	3	24
9	1.29	3	21
12	1.30	3	18
15	1.31	3	15
18	1.32	3	12
21	1.33	3	9
24	1.34	3	6
27	1.35	3	3
2. 0	1.37	3	10.0
3	1.38	3	27
6	1.40	3	24
9	1.41	3	21
12	1.43	3	18
15	1.45	3	15
18	1.47	3	12
21	1.49	3	9
24	1.52	3	6
27	1.54	4	3
3. 0	1.57	4	9. 0
3	2. 0	4	27
6	2. 3	4	24
9	2. 7	4	21
12	2.11	4	18
15	2.15	4	15
18	2.19	5	12
21	2.24	5	9
24	2.29	5	6
27	2.35	5	3
4. 0	2.41	6	8. 0
3	2.48	6	27
6	2.55	7	24
9	3. 4	7	21
12	5.13	8	18
15	3.23	9	15
18	3.34	10	12
21	3 46	12	9
24	4. 0	14	6
27	4.16	15	3
5. 0	4.33	17	7. 0
3	4.53	21	27
6	5.14	26	24
9	5.38	31	21
12	6. 4	37	18
15	6.32	45	15
18	6.59	55	12
21	7.26	66	9
24	7.48	77	6
27	8. 3	85	3
6. 0	8.11	85	6. 0

PROSTAPHÆRESES ORBIS VENERIS

feu parallaxis orbis Annui terræ.

Ano. orb.	Sig. 0 Adde	Seru prop	Signa. 1. Adde	Sero prop	Signa 2. Adde	Seru. prop	Signa 3. Addde	Seru prop	Signa 4. Adde	Sero prop	Signa 5. Adde	Seru prop	Ano. orb.
	G.M.S.	G.M	G.M. S.	G.M	G. M. S.	G.M	G. M. S.	G.M	G. M. S.	G.M	G. M. S.	G.M	
0	0. 0. 0	0. 0	12.20. 4	0.24	24.17.34	0.50	35.10.52	1.26	43.20.18	2.20	42.16. 3	3.55	30
1	0.24.51	0. 1	12.44.33	0.25	24.40.24	0.52	35.30.47	1.27	43.31. 7	2.23	41.30.20	3.59	29
2	0.49.42	0. 2	12. 9. 0	0.26	25. 3.23	0.53	35.50.32	1.29	43.41.24	2.23	41.21.59	4. 3	28
3	1.14.33	0. 2	13.33.26	0.26	25.26.33	0.54	36.10. 6	1.30	43.51. 0	2.28	40.51.13	4. 6	27
4	1.39.24	0. 3	13.37.50	0.27	25.49.25	0.55	36.29.19	1.32	43. 0. 7	2.30	40.17.18	410	26
5	2. 4.15	0. 4	14.22.13	0.28	26.12.13	0.56	36.48.26	1.33	44. 8.40	2.33	39.40. 8	4.13	25
6	2.29. 5	0. 4	14.46.33	0.29	26.35. 2	0.57	37. 7.23	1.35	44.16.20	2.36	39. 0 0	4.16	24
7	2.53.56	0. 5	15.10.52	0.29	26.58. 0	0.58	37.26.10	1.36	44.23.48	2.39	38.16. 0	4.19	23
8	5.18.45	0. 6	15.35. 8	0.30	27.20.25	0.59	37.44.43	1.37	44.31.49	2.42	37.28.28	4.22	22
9	3.43.35	0. 7	15.39.23	0.31	27.43. 0	1. 0	38. 3. 8	1.40	44.35. 4	2.43	36.37.32	4.23	21
10	4. 8.24	0. 7	16.23.36	0.32	28.50.18	1. 1	38.21. 7	1.40	44.41. 4	2.47	33.42. 1	425	20
11	4.33.13	0. 8	16.47.46	0.33	28.27.22	1. 2	38.39. 3	1.43	44.45. 9	2.50	34.42. 5	4 26	19
12	4.58. 1	0. 9	27.11.55	0.34	28.49.40	1. 3	38.56.34	1.45	44.48.31	2.33	33.38. 2	4.26	18
13	3.22.48	0. 9	17.36. 1	0.35	29.11.52	1. 4	39.14.11	1.46	44.50.35	2.56	32.29. 0	4.25	17
14	5.47.33	0.10	18. 0. 4	0.36	29.33.59	1. 5	39.31.21	1.48	44.52.29	2.59	31.14.28	4.24	16
15	6.12.20	0.11	18.23. 6	0.57	29.56. 0	1. 6	39.48. 5	1.49	44.53. 0	5. 2	29.46. 0	4.20	15
16	6.36. 7	0.12	18.47. 4	0.38	30.17.56	1. 8	40. 4.43	1.51	44.52.28	3. 3	28.31.21	4.17	14
27	7. 0.52	0.13	19.11. 1	0.39	30.59.23	1. 9	40.21. 4	1.33	44.50.50	3. 8	27. 2.52	4.10	13
18	7.25.36	0.14	19.34.55	0.39	31. 1. 4	1.10	40.37. 7	1.55	44.48. 2	3.12	45.26.48	4. 2	12
19	7.50.19	0.15	19.58.45	0.40	31.22.30	1.12	40.52.41	1.57	44.44. 0	3.15	15.48. 7	3.53	11
20	8.15. 2	0.16	20.22.33	0.41	31.44.10	1.13	41. 8. 6	1.39	44.38.40	3.19	21.58. 4	2.44	10
21	8.39.43	0.16	20. 47.18	0.42	32. 5.18	1.14	41.23. 9	2. 1	44.31.58	3.23	20. 6. 7	3.30	9
22	9. 4.23	0.17	21.10. 0	0.43	32.26.32	1.15	41.37.42	2. 3	44.24. 0	3.26	18. 8.25	3.15	8
23	9.29. 2	0.18	21.33.38	0.44	32.47.37	1.16	41.52. 4	2. 5	44.14.38	3.29	16. 5.13	2.58	7
24	9.53.41	0. 18	22.47.13	0.45	33. 8.35	1.17	42. 6. 3	2. 7	44. 3.10	3.33	15.57. 8	2.38	6
25	10.19.18	0.19	22.20.46	0.46	33.29.15	1.19	42.19.27	2. 8	43.50. 8	3.37	11.45.37	2.14	5
26	10.42.54	0.20	22.44.15	0.47	33.49.36	1.21	42.52.30	2. 9	43.35.18	3.41	9.29.15	1.51	4
27	21.70.28	0.21	23. 7.41	0.48	34.10. 8	1.22	42.45.11	2.12	43.19.30	3.44	7.10.10	1.15	3
28	11.52. 2	0.22	23.31. 2	0.48	34.30.32	1.24	42.53.18	2.15	42.59.52	3.48	4.48.32	0.57	2
29	21.56.33	0.23	23.54.20	0.49	34.50.47	1.25	43. 9. 8	2.17	42.39.22	3.51	2.24.42	0.28	1
30	12.20. 4	0.24	24.17.34	0.50	35.10.52	1.25	43.20.18	2.20	42.16. 3	5.55	0. 0. 0	0. 0	0
	Subtrahe	Adde	Subtrahe	Adde	Subtrahe	Adde	Subtrahe	Adde	Subtrahe	Adde	Subtrahe	Adde	
	Sign.11.		Sign.10.		Sign. 9.		Sign.8.		Sign 7.		Sign.6.		

CANON LATITVDINIS VENERIS.

ARGVMENTVM LATITVD. A NODO REDVCT. SVBTRACT.

Sign. 0. Bor. Aſcend. — Sign. 1. Bor. Aſcend. — Sign. 2. Bor. Aſcend.

Sign. 6. Auſtr. Deſcend. — Sign. 7. Auſtr. Aſcend. — Sign. 8. Auſtr. Aſcend.

Mot. lat. G.	Inclinatio. G. M.S.	Reductio M.S	Curtatio P.	Scru. prop M.S.	Inclinatio. G. M.S.	Reductio M S	Curtatio P.	Scru. prop M.S.	Inclinatio. C. M.S.	Reductio S.M	Curtatio P.	Scru. prop. M.S.	Mot. lat. G.
0	0. 0. 0.	0. 0	0	0. 0	1.41.22.	2.35	18	30. 0	2.55.38.	2.35	57	51.57	30
1	0. 3.32.	0. 7	0	1. 3	1.44.26.	2.38	19	30.54	2.57.23.	2.32	58	52.28	29
2	0. 7. 4.	0.13	0	2. 5	1.47.27.	2.42	21	31.48	2.59. 5.	2.28	59	52.58	28
3	0.10.36.	0.19	1	3. 8	1.50.25.	2.45	22	32.41	3. 0.43.	2.25	60	53.27	27
4	0.14. 9.	0.20	1	4.11	1.53.22.	2.47	23	33.33	3. 2.17.	2.21	61	53.56	26
5	0.17.40.	0.32	2	5.14	1.56.18.	2.50	25	34.25	3. 3.48.	2.16	63	54.23	25
6	0.21.11.	0.38	2	6.17	1.59.13.	2.52	26	35.16	3. 5.15.	2.12	64	54.49	24
7	0.24.41.	0.45	2	7.19	2. 2. 3.	2.54	27	36. 6	3. 6.38.	2. 8	65	55.14	23
8	0.28.11.	0.51	3	8.21	2. 4.52.	2.55	29	36.56	3. 8. 1.	2. 3	66	55.38	22
9	0.31 41.	0.57	3	9.23	2. 7.37.	2.56	30	37.45	3. 9.19.	1.59	66	56. 1	21
10	0.35.11.	1. 2	3	10.25	2.10.11.	2.56	31	38.34	3.10.34.	1.54	67	56.23	20
11	0 38 40.	1. 8	4	11.27	2.13. 2.	2.57	32	39.22	3.11.45.	1.50	68	56.44	19
12	0.42. 9.	1.13	4	12.29	2.15.41.	2.58	33	40. 9	3.12.53.	1.45	68	57. 4	18
13	0.45.37.	1 18	5	13.30	2.18.18.	2.59	35	40.55	3.13.57.	1.40	69	57.23	17
14	0 49. 4	1.24	5	14.31	2.20.52.	2.59	36	41.40	3.14.57.	1.34	70	57.40	16
15	0.52.28.	1.29	6	15.32	2.23.23.	2. 0	38	42.26	3.15.54.	1.29	70	57.57	15
16	0.55.22.	1.34	6	16.32	2.25.51.	2.59	39	43.10	3.16.47.	1.24	71	58.13	14
17	0.59.15.	1.40	7	17.32	2.28.18.	2.59	41	43.53	3.17.37.	1.18	71	58.28	13
18	1. 2.37.	1.45	7	18.32	2.30.41.	2.58	42	44.35	3.18.24.	1.13	72	58.42	12
19	1. 5.59.	1.50	8	19.32	2.33. 2.	2.57	43	45.16	3.19. 6	1. 8	72	58.54	11
20	1. 9.20.	1.54	8	20.31	2.35.20.	2.56	44	45.57	3.19.45.	1. 2	73	59. 5	10
21	1.12.40.	1.59	9	21.30	2.37.36.	2.56	45	46.37	3.20.20.	0.57	73	59.16	9
22	1.15.59.	2. 3	10	22.29	2.39.48.	2.55	47	47.16	3.20.52.	0.51	74	59.25	8
23	1.19.14.	2. 8	11	23.27	2.41.57.	2.54	48	47.54	3.21 20.	0.45	74	59.33	7
24	1.22.28.	2.12	12	24.24	2.44. 3.	2.52	49	48.32	3.21.44.	0.38	74	59.40	6
25	1.25.41.	2.16	13	25.21	2.46. 7.	2.50	50	49. 9	3.22. 4.	0.32	75	59.46	5
26	1.28.51.	2.21	14	26.18	2.48. 7.	2.47	52	49.44	3.21.21.	0.26	75	59.52	4
27	1.32. 0.	2.25	15	27.14	2.50. 4.	2.45	53	50.18	3.22.33.	0.19	75	59.56	3
28	1.35. 9	2.28	16	28.10	2.51.59.	2.42	54	50.52	3.22.42.	0.13	75	59.58	2
29	1.38 17.	2.32	17	29. 5	2.53.49.	2.38	56	51.25	3.22.48.	0. 7	75	59.59	1
30	2.41.22.	2.35	18	30. 0	2.55.38.	2.35	57	51.57	3.22.50.	0. 0	75	60. 0	0

Sign. 11. Auſtr. deſcen. — Sign. 10. Auſtr. deſcen. — Sign. 9. Auſtr. deſcen.

Sign. 5. Boreal. deſcen. — Sign. 4. Boreal. deſcen. — Sign. 3. Boreal. deſcen.

TABVLÆ

TABVLÆ MERCVRII.

Epochæ motuum Mercurij pro Meridiano Lugdunenfi.

Anni Chr. incu.	Longitudo. S.G. M. S.	Anomalia. S. G. M. S.	Motus latit. S. G. M. S.
1	10.12. 4.47	3.13.52.18	0.10.22.39
101	0.26.28.19	5.25.22. 9	0.21. 7.53
201	3.10 51.51	6. 6.52. 1	3. 2.52. 7
301	5.25.15.23	10.21.15.33	3.17.15.35
401	8. 9.38.55	1. 2.45 24	7.28.59.53
501	10.24. 3.26	3.14.16.14	10.10.45. 3
601	1. 8.25.58	5.25.45.16	0.22.28.19
701	3.22.49.30	8. 7.13.17	3. 4.12.33
801	6. 7.13. 2	10.18.45. 8	3.15.56.47
901	8.21.36.34	1. 0.15 0	7.27.41. 1
1001	11. 6. 2. 3	3.11.46.50	10. 9.27.13
1101	1.20 23.37	5.23.14.41	0.21. 9.27
1201	4. 4.47. 9	8. 4.44.32	3. 2.53.41
1301	6.19.10.41	10.16.14.23	3.14.37.55
1401	9. 3.34.13	0.27.44.15	7.26.22. 9
1501	12.17.57.45	3. 9.14. 6	10. 8. 6.12
1601	2. 2.21.17	5.20.43.57	0.19.50.36

STYLO GREGORIANO.

1601	0.20.57.31	4. 9.20.34	11. 8.27.11
1701	3. 1.13.31	6.17.42.53	1.16. 3.32
1801	3.11.31.31	8.24. 7.12	3.23.42.33
1901	7.12.19.51	11. 2. 1.31	6. 1.31.16
2001	10. 6.43.23	1.13.31.23	8.13.33.27
2101	0.17. 1.23	3.20.53.52	10.21.13.15
2201	2.27.19.22	5.28.20. 0	0.28.52.56
2301	5. 7.37.22	8. 5.44.20	3. 6.32.37

Tabula motuum annuorum Mercurij.

Anni abfoluti.	Longitudo. S.G. M.Se.	Anomalia. S.G. M.Se.	Motus latitud. S.G. M.Se.
1	1.23.43.13	1.23.41.31	1.23.41.39
2	3.17.26.30	3.17.23. 2	3.17.23.19
3	3.11. 9.45	3.11. 4.33	3.11. 4 58
B. 4	7. 8.58.32	7. 8.51.33	7. 8.52.10
5	9. 2.41.47	9. 2.33. 6	9. 2.33.49
6	10.26.25. 2	10.26.14.37	10.26.25.29
7	0.20. 8.17	0.19.56. 8	10.19.57. 8
B. 8	2.17.57. 3	2.13.44.11	2.17.44.20
9	4.11.40 20	4.11.24.42	4.11.26. 0
10	6. 3.23.33	6. 5. 6.13	6. 5. 7.39
11	7.29. 6.50	7.28.47.44	7.28.49.29
B. 12	9.26.55.37	9.26.34.46	9.26.36.30
13	11.20.38.52	11.20.16.17	11.20.16. 9
14	1.14.22. 7	1.13.37.48	11.13.59.49
15	3. 8. 5.22	3. 7.39.19	3. 7.41.28
B. 16	3. 5 54.10	3. 3.26.22	3. 3.28.41
17	6.29.37.25	6 29. 7.53	6.29.10.20
18	8.23.20.40	8.22.49.24	6.23.32. 0
19	10.17. 3.53	10.17. 0.53	10.16.33.39
B. 20	0.14.52.42	0.14.17.58	0.14.20.50
40	0.29.45.23	0.28.33.57	0.28.41.42
60	1.14.38. 7	1.12.53.53	1.13. 2.32
80	1.29.30.50	1.27.11.52	1.27.23.23
100	2.14.23.32	2.11.30.51	2.11.44.14
200	4.28.47. 4	4.22.59.41	4.23.28.27
300	7.13.10.36	7. 4.29.32	7. 5.13.41
400	9.27.34. 7	9.15 59.22	9.16.56.54
500	0.11.57.39	11.27.29.13	11.27.41. 7
600	2.26.21.11	2. 8.59. 3	2.10.25.21
700	3.10.44.43	4.20.28.54	4.22. 8.33
800	7.25. 8.14	7. 1.58.44	7. 3.33.47
900	10. 9.31.46	9.13.28.34	9.15.37. 1
1000	0.23.55.18	11.24.56.25	11.27.22.13
2000	1.17.50.35	11. 9.56.49	11.24.43.28
3000	2.11.45.53	11.14.55.14	11.22. 6.43

Tabulæ Menſium pro Mercurio in Anno communi.

Menſes incunt.	Longitudo. S. G. M.	Anomalia. S. G. M.	Motus latitud. G. M. S.
Ianuar.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0
Febr.	4. 6.51.50	4. 6.51.41	4. 6.51.42
Mart.	8. 1.27. 3	8. 1.26.56	8. 1.26.57
April.	0. 8.18.53	0. 8.17.27	0. 8.17.29
Mayus.	4.11. 5.11	4.11. 4.46	4.11. 4.40
Iunius.	8.17.57. 1	8.17.56.17	8.17.56.22
Iulius.	0.20.43.19	0.20.42.27	0.20.41.32
Auguſt.	4.27.35. 9	4.27.34. 8	4.27.34.14
Septem.	9. 4.26.59	9. 4.25.50	9. 4.25.55
Octob.	1. 7.13.17	1. 7.11.59	1. 7.12. 5
Novem	5.14. 5. 7	5.14. 3.42	5.14. 3.47
Decem.	9 16.51.25	9.16.49.50	9.16 49.58
Annus commu.	1.23.43.15	1.23.41.31	1.23.41.39
IN ANNO BISSEXTILI.			
Ianuar.	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0	0. 0. 0. 0
Februa.	4. 6.51.50	4. 5.51.41	4. 6.51.41
Mart.	8. 5.32.35	8. 5.32.18	8. 5.32.19
April.	0.12.24.25	0.12.23.59	0.12.24. 1
Mayus.	4.15.10.43	4.15.10. 8	4.15.10.12
Iunius.	8.22. 2.33	8.25. 1.49	8.22. 1.51
Iulius.	0.24.48.51	0.24.47.59	0.24.48. 4
Auguſt.	5. 1.40.41	5. 1.39.40	5. 1.39.46
Septem.	9. 8.32.31	9. 8.31.22	9. 8.31.27
Octob.	1.11.18.49	1.11.17.31	1.11.17.37
Novem	5.18.10.39	5.18. 9.12	5.18. 9.19
Decem.	9.20.56.57	9.20.55.22	9.20.55.30
Annus Biſſexti.	1.27.48.47	1.27.47. 3	1.27.47.11

Tabula motuum diurnorum pro Mercurio.

Dies.	Longitudo. G. M. S.	Anomalia. S.G. M.S	Motus latid. S.G. M.S.
1	0. 4. 5.32	0. 4. 5.32	0. 4. 5.32
2	0. 8.11. 5	0. 8.11. 5	0 8.11. 5
3	0.12.16.38	0.12.16.37	0.12.16.37
4	0.16.22.10	0.16.22. 9	0 16.22. 9
5	0.20.27.43	0.20.27.42	0.20.27.42
6	0.24.13.16	0.24.13.14	0.24.13.14
7	0.28.38.48	0.28.38.46	0.28.38.46
8	1. 2.44.21	1. 2.44.19	1. 2.44.19
9	1. 6.49.53	1. 6.49.50	1. 6.49.50
10	1.10.55.26	1.10.55.23	1.10.55.23
11	1.15. 0.58	1.15. 0.55	0.15. 0.55
12	1.19. 6.31	1.19. 6.27	1.19. 6.27
13	1.23.12 0	1.23.12. 0	1.23.12. 0
14	1.27.17.36	1.27.17.32	1.27.17.32
15	2. 1.23. 9	2. 1.23. 4	2. 1.23. 4
16	2. 5.10.47	2. 5.28.36	2. 5.28.38
17	2. 9.34.14	2. 9.34. 9	2. 9.34. 9
18	2.13.39.47	2.13.39.41	2.13.39.41
19	2.17.45.19	2.17.45.13	2.17.45.13
20	2.21.50.52	2.21.50.46	2.21.50.46
21	2.25.56.24	2.25.56.17	2.25.56.17
22	3. 0. 1.57	3. 0. 1.50	3. 0. 1.50
23	3. 4. 7.30	3. 4. 7.27	3. 4. 7.27
24	3. 8.13. 2	3. 8.12.54	3. 8.12.54
25	3.12.18.35	3.12.18.27	3.12.18.27
26	3.16.24. 7	3.16.23.59	3.16.23.59
27	3.20.29.40	3.20.29.32	3.20.29.32
28	3.24.35.13	3.24.35. 4	3.24.35. 4
29	3.28.40.45	3.28.40.36	3.28.40.36
30	4. 2.46.18	4. 2.46. 9	4. 2.46. 9
31	4. 6.51.50	4. 6.51.41	4. 6.51.41

Tabula horar. Mercur.

Horæ.	Long. Anom motus latit. G. M. S
1	0.10.14
2	0.20.28
3	0.30 42
4	0.40 56
5	0.51. 9
6	1. 1.23
7	1.11 37
8	1.21.51
9	1.32. 5
10	1.42.19
11	1.52.32
12	2. 2.46
13	2.13. 0
14	2.23.14
15	2.33.28
16	2.43.41
17	2.53.55
18	3. 4. 9
19	3.14.23
20	3.24.37
21	3.34.51
22	3.45. 4
23	3.55.18
24	4. 5.32
25	4.10.46
26	4.16. 0
27	4.21.14
28	4.26.27
29	4.31.4[illegible]
30	4.36.5[illegible]

PROSTAPH.

PROSTAPHÆRESES CENTRICÆ MERCVRII in Ellypsi.

G.	Anom. Sign. 0. subtrah. S.G.M.	Anomal. Sigo. 1. subtrahe S. G. M.	Anomal. Sigo. 2. subtrahe S. G. M.	Anomal. Sign. 3. subtrahe G. M. S.	Anomal. Sign. 4. subtrahe G. M. S.	Anomal. Sigo. 5. subtrahe G. M. S.	
0	0. 0. 0	9.46.56	18. 5.26	23.18.46	23.16.42	15.21.44	30
1	0.20. 2	10. 5.28	18.19.28	23.24 39	23. 9.15	14.56.33	29
2	0.40. 4	10.13.54	18.33.17	23.30.11	23. 1.14	14.31.29	28
3	1. 0. 6	10.42.14	18.46.53	23.35.22	22.52.41	14. 5.34	27
4	1.20. 8	11. 0.27	19. 0.17	23.44.10	22.43.34	13.37. 9	26
5	1.40. 9	11.18.34	19.13.28	23.44.36	22.33.54	13.12. 9	25
6	2. 0. 8	11.36.35	19.26.26	23.48.40	22.23.40	12 44.43	24
7	2.20. 7	11.54.28	19.39. 9	23.52.22	22.12.51	12.16 47	23
8	2 40. 3	12.12.14	19.51.38	23.55.40	22. 1.27	11.48.23	22
9	3. 0. 2	12.29.52	20. 3.53	23.58.35	21.48.28	11.19.34	21
10	3.19.59	12.47.23	20.15.53	24. 1. 4	21.36.59	10.50.15	20
11	3.39.52	13. 4.46	20.27.38	24. 3. 9	21.23.51	10.20.39	19
12	3.59.42	13.22. 0	20.39. 9	24. 4.50	21.10.10	9.50.23	18
13	4.19.30	13.39. 6	20.50.25	24. 6. 6	20.55.51	9.19.52	17
14	4.39.15	13 56. 4	21. 1.26	24. 6.57	20.40.55	8.48.59	16
15	4.58.57	14.12.54	21.12.12	24. 7.22	20.25.26	8.17.44	15
16	5.18.36	14.29.35	21.22.41	24. 6.57	20.40.55	8.48.59	14
17	5.38.13	14.46. 6	21.32.53	24. 6.50	19 52 37	7.14.11	13
18	5.57.47	15. 2.28	21.42.50	24. 5.53	19.35.20	6.41.58	12
19	6.17.17	15.18.40	21.52.30	24. 4 29	19.17.26	6. 9.28	11
20	6.36.43	15.34.43	22 .1.52	24. 2.37	18.58.57	5.36.44	10
21	6.56. 5	15.50.36	22.10.58	24. 0.16	18.39.51	5. 3.44	9
22	7.15.22	16. 6.18	22.19.45	23.57.27	18.10.10	4.30.31	8
23	7.34.35	16.21.49	22.28.14	23.54. 8	17.59.54	3.57. 6	7
24	7.53 44	16.37.11	22.36.25	23.50.20	17.39. 2	3.23.31	6
25	8.12 49	16.52.22	22.44.17	23.46. 1	17.17.35	2.49 49	5
26	8.31.49	17. 7.21	22.51.50	23.41.11	16.55.32	2.16. 1	4
27	8.50.44	17.22. 9	22.59. 4	23.35.50	16.32.59	1.42. 7	3
28	9. 9.34	17.36.46	23. 5.58	23.29.59	16. 9.48	1. 8. 8	2
29	9.28.18	17.52.12	23.12.32	23.23.36	15.46. 4	0.34. 5	1
30	9.46.56	18. 5.26	23.18.46	23.16.42	15.21.44	0. 0. 0	0
	Adde Sign. 11.	Adde Sign. 10.	Adde Sign. 9.	Adde Sign. 8.	Adde Sign. 7.	Adde Sign. 6.	

TABVLA

Tabula Scrup.prop.Mercurij Anomalia. Maxima latit.Mercurij.

ANOMALIA MERCVRII SIMPLEX

Sig.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	
	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Scru pro.	Ano ma-lia.
0. 0	54	55	56	57	58	60	60	0. 0
8	54	54	56	57	58	59	60	22
15	53	53	55	56	57	59	59	15
23	52	53	54	55	57	58	58	7
1 0	51	52	53	54	56	57	57	11.0
7	50	52	52	53	55	56	56	21
11	50	50	51	53	54	55	56	19
14	49	49	50	52	53	54	55	16
18	48	48	49	51	52	53	54	12
22	47	47	48	50	51	52	53	7
25	46	46	47	49	50	51	52	5
28	45	45	46	47	48	49	50	10.2
2. 2	44	44	45	46	47	48	49	28
5	43	43	44	45	46	47	48	25
8	42	42	43	44	45	46	47	22
11	41	41	42	43	44	45	46	19
14	40	40	41	42	43	44	45	16
16	39	39	40	41	43	44	44	14
18	38	38	39	40	42	43	43	12
20	37	37	58	39	.	42	42	10
22	36	36	37	38	40	41	.	8
24	35	35	36	38	39	40	40	6
26	34	34	36	37	4	9	39	4
28	34	33	35	36	37	8	38	2
3.0	33	33	34	35	36	7	37	9. 0
2	32	32	33	34	35	36	36	28
4	31	31	32	33	34	35	35	26
7	30	30	31	32	33	34	34	23
8	29	29	30	31	32	33	53	22
10	28	28	29	30	31	32	32	20
12	27	26	28	29	30	31	31	18
14	26	26	27	28	29	30	31	16
16	25	25	26	27	28	29	30	14
18	24	24	25	26	27	28	29	12
19	23	23	24	25	26	27	28	11
21	22	22	23	24	25	26	27	9
23	21	22	22	24	25	26	26	7
25	20	21	22	23	24	25	25	5
27	19	20	21	22	23	24	24	3
29	18	19	20	21	22	23	23	1
4.0	17	18	19	20	21	22	22	8. 0
2	16	18	19	19	20	21	21	28
4	16	17	18	18	19	20	20	26
6	15	16	17	17	18	19	19	24
8	14	15	16	16	17	18	18	22
9	13	14	15	15	16	17	17	21
12	12	12	14	14	15	16	16	18
15	11	11	13	13	14	15	15	15
17	10	10	12	13	13	14	14	13
20	9	9	11	11	12	13	13	10
22	8	8	10	10	11	12	12	8
25	7	7	9	9	10	11	11	5
28	7	7	8	8	9	10	10	2
5.0	6	6	7	7	8	9	9	7. 0
3	5	5	6	6	7	8	8	27
5	4	4	5	5	6	7	7	25
10	3	4	4	4	5	6	6	20
15	3	3	3	4	4	5	5	15
20	2	2	3	3	4	5	5	10
25	1	1	2	2	3	4	4	5
6.0	0	0	2	2	3	4	4	6.0
	12.	11.	10.	9.	8.	7.	6.	

Anomalia Solis.

ANOMALIA MERCVRIJ SIMPLEX

Anomal. orb. S.G.	Max. latit. G.M.	Excess. Add o.m	Anomal. orb. S.G.
0. 0	1.35	0.40	0. 0
3	1.35	0.40	27
6	1.35	0.40	24
9	1.35	0 40	21
12	1.35	0.40	18
15	1.35	0.40	15
18	1.35	0.41	12
21	1.36	0.41	9
24	1.36	0.41	6
27	1.36	0.42	3
1. 0	1.37	0.42	11.0
3	1.37	0.42	27
6	1.38	0.42	24
9	1.39	0.42	21
12	1.39	0.43	18
15	1.40	0.44	15
18	1.41	0.44	12
21	1.41	0.46	9
24	1.42	0.46	6
27	1.43	0.47	3
2. 0	1.44	0.48	10.0
3	1.45	0.49	27
6	1.46	0.50	24
9	1.47	0.51	21
12	1.49	0.52	18
15	1.50	0.54	15
18	1.51	0.55	12
21	1.53	0.56	9
24	1.54	0.58	6
27	1.56	0. 0	3
3. 0	1.57	1. 2	9. 0
3	1.59	1. 4	27
6	2. 1	1. 6	24
9	2. 3	1. 8	21
12	2. 5	1.11	18
15	2. 7	1.14	15
18	2. 9	1.17	12
21	2.11	1.20	9
24	2.13	1.24	6
27	2.15	1.26	3
4. 0	2.18	1.31	8. 0
3	2.20	1.36	27
6	2.22	1.39	24
9	2.25	1.46	21
12	2.27	1.52	18
15	2.30	1.57	15
18	2.32	2. 4	12
21	2.35	2.10	9
24	2.37	2.17	6
27	2.39	2.25	3
5. 0	2.41	2.33	7. 0
3	2.44	2.39	27
6	2.46	2.49	24
9	2.47	2.55	21
12	2.49	3. 2	18
15	2.50	3. 9	15
18	2.52	3.14	12
21	2.53	3.21	9
24	2.53	3.24	6
27	2.54	3.25	3
6. 0	2.54	3.26	6. 0

AQVATIONES ORBIS MERCVRII

ſeu parallaxes orbis terræ.

Anom. orbis. G.	Si o Add G.M	Scru pro. G.M	Sig.1 Adde G M	Scru pro. G M	S g.2 Adde G.M.	Scru pro. G.M	Sig.3 Adde G. M.	Scru. prop G.M.	Sig 4 Adde G.M.	Scru. prop G M.	Sig.5 Adde G.M.	Scru. prop G.M
0	0. 0	0. 0	6.47	2.46	12.43	5.38	16.45	8.44	16.55	11.22	11.22	10.42
1	0.14	0. 3	7. 0	2.52	12.53	5.43	16.40	8.50	16 51	11.30	11. 3	10.33
2	2.08	0.11	7.14	2.57	13. 3	3.51	16.50	8.55	16.46	11.33	10.45	10.21
3	0.41	0.17	7.26	3. 3	13.14	3.36	16.54	9. 3	16.40	11.37	10.26	10.10
4	0.55	0.23	7.38	3. 9	13.24	6. 2	16.58	9. 7	16.34	11.40	10. 6	9. 58
5	1. 8	0 29	7.50	3.15	13.33	6. 9	17. 2	9.13	16.27	11.43	9. 47	9. 43
6	1.22	0.34	8. 4	3.20	13.43	6.15	17. 3	9.20	16.21	11.45	9. 27	9. 20
7	1.36	0.40	8.17	3.23	13.51	6.22	17. 8	9.26	16.14	11.47	9. 7	9. 14
8	1.49	0.46	8.29	3.32	14. 1	6.27	17.11	9.32	16. 5	11.50	8. 45	9. 0
9	2. 4	0.54	8.42	5.35	14.10	6.34	17.15	9.37	15.57	11.31	8. 24	8. 42
10	2.17	0.57	8.54	3.42	24.10	6.39	17.17	9.42	15.48	11.53	8. 2	8. 25
11	2.31	1. 2	9. 7	3.47	14.29	6.45	17.19	9.48	15.39	11.54	7. 40	8. 6
[illegible]	2.44	1. 9	9.19	3.53	14.37	6.52	17.21	9.54	15.30	11.54	7. 18	7. 37
13	2 58	1.13	9.31	3.59	14.46	6.57	17.22	10. 0	13.20	11.54	6. 55	7. 27
14	3.13	1.17	9.43	4. 5	14.54	7. 3	17.23	10. 6	13.10	11.54	6. 33	7. 5
15	3.26	1.24	9.55	4.10	15. 2	7.10	17.24	10.12	14.58	21.54	6. 10	6. 43
16	3.39	1.31	9.57	4.16	15.20	7.16	17.25	10.17	14.47	11.52	5. 46	6.21
17	3.53	1.35	10.19	4.22	15.17	7.20	17.25	10.23	14 36	11.52	5. 22	5.58
18	4. 6	1.41	10.30	4.28	15.26	7.28	17.25	10.28	14.24	11.50	4. 58	3.34
19	4.21	1.45	10.42	4.32	15.33	7.34	17.24	10.34	14.21	11.47	4. 33	5. 9
20	4.34	1.51	10.53	4.41	15.40	7.41	17.23	10.40	13.57	11.45	4. 9	4.44
21	4.37	1.57	11. 3	4.46	15 47	7.47	17.22	10.45	13.43	11.42	3. 44	4.18
22	5. 1	2. 3	11.15	4.52	15.54	7.53	17.21	10.50	13.30	11.37	3. 20	3.51
23	5.14	2. 8	11.28	4.57	16. 0	7.59	17.19	10.53	13.16	11 32	2. 55	3.23
24	5.28	2.13	11.39	5. 3	16. 6	8. 6	17.17	11. 0	13. 0	11.27	2. 30	2.53
25	5.41	2.19	11.48	5.11	16.12	8.13	17.15	11. 4	12.45	11.21	2. 5	2.27
26	3.54	2.25	12. 1	5.15	16.19	8.18	17.11	11.10	12.29	11.16	1. 40	1.58
27	6. 7	2.30	12.13	5.20	16.25	8.24	17. 8	11.14	12.13	11. 8	1. 15	1 30
28	6.21	2.34	12.23	5.26	16.30	8.29	17. 4	11.19	11.56	11. 0	0. 50	1. 0
29	6.34	2.40	12.33	5.32	16.35	8.37	17. 0	11.13	11.41	10.50	0. 25	0.30
30	6.47	2.46	12.43	5.38	16.40	8.44	17.55	11.27	11.22	10.42	0. c	0. 0

CANON LATITVDINIS MERCVRII.

Mot. lat.	Sign. 0. Bor. Aſcend. / Sign. 6. Auſtr. Aſcend.				Sign. 1. Bor. Aſcend. / Sign. 7. Auſtr. Aſcend.				Sign. 2. Bor. Aſcend. / Sign. 8. Auſtr. Aſcend.				Mot. lat.
	Inclin.	Reductio	Correctio	Scru. prop.	Inclinatio.	Reductio.	Correctio.	Scrup prop.	Inclinatio.	Reductio.	Correctio.	Scrup prop.	
G.	G.M.S.	M.S	P.	M. S.	G.M.S.	M. S.	P.	M. S.	G.M.S.	M.S	P.	M. S.	G.
0	0. 0. 0	0. 0	0.	0. 0	3.27. 0	10.49	78	30. 0	5.58.52	10.49	235	51.57	30
1	0. 7.13	0.26	0.	1. 3	3.33.13	11. 2	83	30.54	6. 2. 6	10.39	240	52.28	29
2	0.14.27	0.52	0.	2. 5	3.39.22	11.14	88	31.48	6. 5.33	10.22	245	52.58	28
3	0.21.40	1.18	1.	3. 8	3.45.28	11.23	93	32.41	6. 8.53	10.7	249	53.27	27
4	0.28.53	1.44	1.	4.11	3.51.30	11.35	98	33.33	6.12. 6	9.51	254	53.56	26
5	0.36. 5	2.10	2.	5.14	3.57.28	11.44	103	34.25	6.15.13	9.34	258	54.23	25
6	0.43.16	2.35	3.	6.17	4. 3.21	11.53	109	35.16	6.18.13	9.17	262	54.49	24
7	0.50.16	3. 1	4.	7.19	4. 9. 9	12. 1	115	36. 6	6.21. 6	8.59	266	55.[illegible]	23
8	0.57.36	3.26	5.	8.21	4.14.53	12. 8	120	36.56	6.23.51	8.41	270	55.[illegible]	22
9	1. 4.43	3.51	7.	9.23	4.20.32	12.14	125	37.45	6.26.29	8.22	273	56. 1	21
10	1.11.53	4.16	9.	10.25	4.26. 6	12.19	131	38.34	6.29. 0	8. 2	277	56.23	20
11	1.18.59	4.40	11.	11.27	4.31.35	12.25	136	39.21	6.31.24	7.42	281	56.44	19
12	1.26. 4	5. 4	13.	12.29	4.37. 0	12.26	141	40. 9	6.33.42	7.21	285	57. 4	18
13	1.33. 7	5.28	16.	13.30	4.42.20	12.28	146	40.55	6.35.53	6.59	288	57.23	17
14	1.40. 8	5.51	18.	14.31	4.47.35	12.29	151	41.40	6.37.57	6.37	291	57.40	16
15	1.47. 8	6.14	21.	15.32	4.52.45	12.30	157	42.26	6.39.53	6.14	294	57.57	15
16	1.54. 6	6.37	24.	16.32	4.57.49	12.29	163	43.10	6.41.42	5.51	296	58.13	14
17	2. 1. 2	6.59	27.	17.32	5. 2.48	12.28	168	43.53	6.43.23	5.28	298	58.28	13
18	2. 7.56	7.21	30.	18.32	5. 7.41	12.26	173	44.35	6.44.57	5. 4	301	58.42	12
19	2.14.47	7.42	33.	19.32	5.12.28	12.23	178	45.16	6.46.24	4.40	303	58.54	11
20	2.21.35	8.22	37.	20.31	5.17. 9	12.19	183	45.57	6.47.43	4.16	305	59. 5	10
21	2.28.21	8.22	40.	21.30	5.21.44	12.14	188	46.37	6.48.54	3.51	306	59.16	9
22	2.35. 5	8.41	44.	22.29	5.26.13	12. 8	193	47.16	6.49.58	3.26	308	59.25	8
23	2.41.46	8.58	48.	23.27	5.30.37	12. 1	199	47.54	6.50.53	3. 1	310	59.33	7
24	2.48.24	9.17	52.	24.24	5.34.55	11.53	205	48.32	6.51.44	2.35	311	59.40	6
25	2.54.38	9.34	56.	25.21	5.39. 7	11.44	210	49. 9	6.52.25	2.10	312	59.46	5
26	3. 1.29	9.51	60.	26.18	5.43.13	11.35	213	49.44	6.52.59	1.44	313	59.52	4
27	3. 7.57	10.7	64.	27.14	5.47.13	11.25	221	50.18	6.53.26	1.18	314	59.56	3
28	3.14.22	10.21	69.	28.10	5.51. 6	11.14	226	50.52	6.53.45	0.52	315	59.58	2
29	3.20.43	10.36	73.	29. 5	5.54.52	11. 2	231	51.25	6.53.56	0.26	316	59.59	1
30	3.27. 0	10.49	78.	30. 0	5.58.52	10.49	235	51.57	6.54. 0	0. 0	316	60. 0	0
	Sign. 11. Auſtr. deſcen. / Sign. 5. Boreal. deſcen.				Sign. 10. Auſtr. deſcen. / Sign. 4. Boreal. deſcen.				Sign. 9. Auſtr. deſcen. / Sign. 3. Boreal. deſcen.				

ASTRONOMIÆ
LIBER OCTAVVS.

PERPETVA *sunt, & orbi coeua, quæ hactenus considerauimus sidera; ad insueta, & temporanea vocamur spectacula, nempe ad cincinnatos aut longibarbos ignes, vel oblongo lucentis caudæ syrmate perathera diffusos; quos cometas vocamus. Hos in triplici positos differentia sub cometæ nomine, quamuis impropriè vocatos video. Primò enim meteora quædem, peculiari alicui regioni affixa, immobilia vt plurimum aut saltem circularis motûs, circa tellurem expertia; nonnunquam cometæ dicuntur, talem Dio libro 54. narrat anno ante Christum decimo tertiô apparuisse suspensum supra vrbem, in multas faces dissolutum esse, tales cladis Hierosolimitanæ prænuncios ignes fulsisse refert Iosephus: quos iure meritò in meteororum numerum refero; vix vno milliari à terra dissitos, quippe qui vrbi alicui peculiariter imminere cernerentur. Ita refert S. Aug. supra Constantinopolin sulphureum ignem apparuisse. Ad hæc portenta refero discurrentes in aere acies, & præliantium militum effigies: ignes in gladios & romphæas efformatos.*

Secundô sub cometarum nuncupatione stellas nouas, positas video, quæ à cæteris nec figura, nec motu, nec etiam loco seu altitudine, sed solâ inceptione, & desitione differant Talem in cassiopeiæ constellatione natam anno 1572 duos annos perdurasse refert Tychobrahe; talem in cygno alijsque constellationibus agnoscimus de quibus peculiariter agam Inferiùs.

Tertiò propriè cometæ dicuntur stellæ crinitæ; cincinnatæ iubare radiorum, aut longæ caudæ tractu lucentes, stellæ dictæ quod communem stellis omnibus motum ab ortu in occasum participent, atque adeò toti saltem hemisphærio successiuè fiant conspicuæ Iis figura vna non est nam alij habuere discum radiorum capillitio vndique cinctum, alij caudati quibus scilicèt longus radiorum tractus coniunctus fuit; alij barbati, breuiori nempe cauda ad modum barbæ fulgentes alij veru similitudinem, seu figuram prætulere. Colorem item varium exhibuerunt, aliqui igneum, alij flauum, nonnulli argenteum, fuscum, & nigrum prætulerunt: magnitudinem apparentem variam habuerunt, anno ante Christum 146. cometes effulsit non minor sole: tempore mithridatis cometes per dies 70. ita luxit, vt cœlum omne conflagrare videretur, & fulgore, solis nitorem vinceret. Anno christi 1200 cometes visus est cuius magnitudo apparens lunam dichotomam æquaret Plerique initiô parui, si tamen primis diebus obseruentur, exinde maiores apparent, sensim denique ita minuuntur vt penitus euanescant.

Longitudo caudæ non tantum in diuersis cometis, sed etiam in eodem varia fuit, visi sunt qui caudam ad 60 aut etiam octoginta extenderent gradus, qui anno huius seculi 18 visus est caudam habuit 90 gradus longam: situs caudæ est à sole auersus, hinc fit vt si ante solem oriantur, cauda præcedat caput, si verò post solem occidant, caput ante caudam occumbat. Figura item caudæ multiplex; nonnunquam enim in acumen desinit, alias ad modum scoparum latiùs diffunditur. Motus item communiter cometis duplex diurnus ab ortu in occasum, spatiô 24 horarum tum alius particularis quô in eodem maximo circulo inæqualiter secundum apparentiam incedere videntur ita qui sub finem anni 1662. visus est, & sub initium Ianuarij sequentis anni, prope coruum primò conspectus est, tum per stellas leporis, pede orionis Regel ad orientem relictô, inter hyades & pleyades incedens sensim imminutus est Qui volet historiam integram cometarum consulat Patrem Ricciolum, qui refert 154. adiectis authorum textis, multa circa cometas tam physicè, quam Astronomicè quæri possunt physicè quidem Natura, materia, forma, vnde talis materia; quale sit principium motûs.

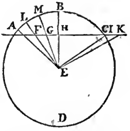
Astronomicè quis & qualis sit illorum motus, quis locus, seu distantia à terra quæ ratio auersæ à sole caudæ: quia autem pleræque physicæ controuersiæ ab astronomicis dependent ab iis ordiemur.

PROPOSITIO I.

Hypothesis Cometarum per lineam rectam, ut probabilior proponitur.

Dum agimus de motu Cometarum de proprio, & particulari loquimur eumque à communi & diurno separamus, sicut enim motum solis annuum circularem dicimus, & in plano circuli maximi absolui asserimus, non attendentes ad motum circularem diurnum, ita etiam à motu diurno abstrahentes, quasi esset ab alio principio, nempe à primo mobili communicatus, solum particularem & proprium respicimus, vt si motus diurnus cœlorum ab ortu, ad occasum appatens tantum esset, qualem Semicopernicana opinio cognoscit, à terræ scilicet diurna vertigine astris per apparentiam communicatus alium in quolibet Cometa deprehenderemus, quem per lineam rectam explicare contendo.

Sit ergo circulus maximus ABCD, in cuius plano Cometa moveri videatur, (ex observationibus enim cônstat Cometas ab eodem circuli maximi plano communiter non egredi. Sit centrum terræ E concipiatur linea A C in eodem plano in qua moveatur Cometa æquabiliter, hoc est æqualibus temporibus æquales eius partes A F, F G, G H cæterasque percurrat. Primò in ea hypothesi inæqualiter Cometa moveri videbitur seu temporibus æqualibus, arcus sui maximi circuli inæquales percurret, est enim arcus AL minor arcu LM, & hic minor arcu MB.



Secundò distantiæ Cometa à terra erunt inæquales; initiô quidem si tamen observetur maximè à terra distabit, sensim verò ad eam magis, & magis accedet in perigæo scilicèt, seu in perpendiculari EH deinde rursus recedet.

Tertiò initio minur apparebit, nisi incipiat prope perigæum H. deinde in perigæo H, maior videbitur; rursusque minor evadet, immò si diutiùs perseveret, ita imminuetur vt evanescat.

Quartò initiô lente procedet, circa perigæum velociùs movebitur, deinde retardabitur eius motus, tandemque videbitur ferè immotus. Sed semper imminuetur eius apparens magnitudo.

Quintò ratio redditur cur Cometa, non videatur vnqnam semicirculum absoluere: quantumvis perseveret eius motus, producatur enim vtriuque linea A C, nunquam tamen fieri poterit vt ductæ à centro terræ E, duæ lineæ, in lineam rectam coalescant, quod tamen necessarium esset, vt duo eius puncta distare viderentur semicirculo.

Hæc hypothesis meliùs probari non potest, quàm observationibus nempe quod supputatio secundum illam facta, locum Cometæ observatum exhibeat, quod ità ad amussim congruit, vt in Cometa anni 1651. Dominus *Auzoud* ex tribus Cometæ observationibus nullô fere instrumentô habitis, sed rudioti minerva, totum eius progressum satis exactè pronunciarit. Idem in Ephemeride motus Cometæ anni 1618. facile animadvertitur eius enim motus initio erat gradum 2. 12. crevit eius motus, fuitque maximus diurnus grad. 3. 21. decrevit sensim tandemque fuit tantum 30. minutorum quare secundum hanc methodum docebimus modum determinandi motum Cometarum.

PROPOSITIO II.

Problema.

Ex duabus observationibus Cometæ determinare circulum maximum in cuius plano, movetur nempe, quô in puncto æquinoctialem secet, & quem angulum cum illo comprehendat.

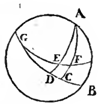
Quia Cometæ nonnulli in consequentia, sed non secundum polos Eclypticæ moventur, alij verò in antecedentia; supervacaneum puto eorum longitudinem, & latitudinem determinare, eorumque motus ad Eclypticam revocare. id iure merito in planetis, & fixis præstitimus, eò quod motum proprium habeant qui secundum zodiaci polos peragatur. In Cometis non item, cum eorum motus cum zodiaco non sit connexus, quare potiùs ad æquatorem illum exigimus, quia ascensiones rectæ, & declinationes faciliùs observantur, quam longitudines, & latitudines.

Observetur igitur duobus diebus Cometæ declinatio, & ascensio recta. Si Cometa meridianum attingat. mihi modus facillimus videtur esse vt dum in meridiano versatur eius altitudo meridiana, quadrante satis magno qui minuta saltem prima exhibeat observatur. tum funependulo metiamur tempus, donec stella aliqua notæ ascensionis rectæ meridianum assequatur. Sic enim sine vllo periculo erroris habetur differentia inter ascensiones rectas Cometæ, & stellæ: atque adeò ascensio recta Cometæ. certum est quod ascensio recta sic assumpta nulli parallaxi aut refractioni, sit obnoxia; Quia autem declinatio vtrique subiacet, ignoratur autem parallaxis, poterit subtrahi refractio quam puto omnibus syderibus esse communem & eamdem quidquid in contrarium afferant alij.

Observatione facta per duos dies, sive continuos, sive discretos facile determinabitur circulus maximus, per cuius planum incedit Cometa hôc modô.

Sit polus A, meridianus AB, sitque Cometa pro primo die in punctô E, cognita est eius ascensio recta, hoc est scitur quodnam sit punctum D in æquatore, datur etiam eius declinatio seu arcus

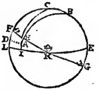
arcus DE; obseruata item fuerit pro secundò die declinatio Cometæ CF. & eius ascensio recta, seu punctum C.



Cognoscitur ergo arcus CD, seu angulus CAD. quare in triangulo AFE dato angolo comprehenso FAE, dabitur primò arcus FE motus diurnus in proprio arcu, dabitur & angulus AEF.

Rursus in triangulo rectangulo DEG, dato angulo DEG, & latere DE, innotescit latus DG, & angulus DGE, quare addendo ascensioni rectæ primæ diei arcum DG, cognoscitur punctū in quo circulus in cuius plano mouetur Cometa æquatorem secat; scitur item angulus DGE qoem cum æquatore compreheodit. quæ duo quærebantur.

Si Cometa ad meridianum non perveniat iis omnibus modis inquiri poterit eius declinatio, & ascensio recta, quibus planetarom declinationes & ascensiones rectas extra meridianum dedimus. nempe vel per distantias à duabus stellis notæ declinationis & ascensionis rectæ, vel per azimuthi obseruationem. vt si stella notæ ascensionis rectæ meridianum occupante observetur azimuthum in quo est Cometa verbi gratia angulus



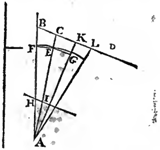
ACL, & altitudo eiusdem AI, quia in triangulo BCA, datur latus AC complementum eleuationis Cometa, & latus BC complemeotum eleuationis poli, vna cum angolo ACB, dabitur latus AB, complementum declinationis & angulus ABC differentia ascensionalis inter ascensionem Cometæ & stellæ.

PROPOSITIO III.

Problema.

Ex tribus obseruationibus totum progressum Cometa, eiusque locum & ascensionem rectam pro quolibet tempore determinare.

Supponamos tribus diebus consequentibus haberi loeum cometæ ita vt sciatur motus eius diurnus, à primò ad secundum diem, motus item diurnus à secundô ad tertiom. si primos motos minor est secondô, nondum Cometa attigit perigæum è contra si primus motos maioe est secundô cometa iam prætergressus est perigæom. quod manifestè sequitur ex hypotheſi explicatâ in propositione prima; constat eoim ex illa motum Cometæ continoò crescere, vsque ad perigæom, deinde decrescere. Supponamus exempli caosa nondom fuisse in perigæo. Supponamos item facilitatis causâ, tempus inter primam, & secundam observationem, æquale esse tempori interiecto ioter secuodam, & tertiam obseruationem, sic enim portiones lineæ peragratæ à Cometa his duobus temporibos. æquales erunt: loxta placita eiusdem hypotheseos. Sit ergo primus casus. ducatur ex puncto A, linea AB, quæ designer loeum Cometæ tempore primæ obseruationis, ducatur angulus BAC, æqualis motui Cometæ in proprio circulo à prima obseruatiooe

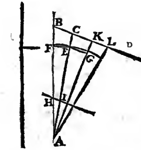


ad secundam, fiat item angulus CAK. æqualis motui Cometæ à seconda ad tertiam observationem, propositum est ducere lineam aliquā quæ ita secet lineas BA, CA, KA, vt portiones eius intee has lineas interceptæ sint æquales. Ex quolibet puncto E, lineæ intermediæ AC, ducantur ad AB. AK perpendiculares. EF, EG, sitque AH æqoalis lineæ EG, & AI æqoalis lineæ EF, hoc est reciproce, ducaturqoe linea HI; dico quamcumque lineam BK parallelam lineæ HI ita incidere in lineas AB, AC, AK vt lineæ BC, CK sint æqoales. notandum aotem, qoia HI, BK sunt parallelæ, ita esse AB, ad AK, vt AH ad AI, seu EG ad EF, est autem EG. Sinus rectus angoli EAG, & EF sinus rectus angoli EAF, est igitoe AB, ad AK vt sious anguli CAK ad sinum anguli BAC.

Demonstratio. Io triangulo ABC. Ita est sinos anguli BAC, ad sinum angoli BCA, seu ACK, sicut BC, ad AB. Pariter in triangulo KAC ita est CK ad KA, vt sinos anguli CAK, ad sinum anguli ACK. Quare ita possunt ordinari, vt sinus anguli CAK, ad sinu anguli BAC; ita AB ad AK, & vt sinus anguli BAC ad sinum anguli ACK ita BC ad AB. Ergo in perturbata ratione ita erit sinus anguli CAK ad sinum anguli ACK; sicut BC à AK.

Sed vidimus ita esse in triangulo ACK, sinum anguli

anguli CAK, ad sinum anguli ACK sicut CK ad AK, ergo BC, & CK ad AK, eamdem habent rationem, ergo BC, & CK sunt æquales quod erat demonstrandum.



Ducatur ad BK perpendicularis AK hæc determinabit locum perigæi K. & scietur tempus quô Cometa perveniet ad punctum K si enim dividas continuò lineam BK in partes æquales, assignabis locum Cometæ in singulos vel bi gratiâ dies, ita vt si à puncto B ad K inveniatur linea BK. tota tres dies Cometa in perigæo versabitur.

Determinabis item quot gradus confecerit in circulo maximo, in quo moueri videtur Cometa. proponatur enim quarta dies, assumptis quatuor lineis æqualibus BC, CK. KL, KD, intellectâque lineâ AL, angulus BAD erit angulus metiens gradus, quos cometa in proprio circulo perficit ex quibus per trigonometriam ascensionem eius rectam & declinationem concludes. atque hæc geometricè per regulam & circinum præstare poteris.

Si quis Trigonometricæ procedere velit ita operabitur. Inuentis per superiorem propositionem angulis BAC, CAK: eorum sinus assumet, quibus addet aliquot zeto, vt habeat numeros paulò maiores pro lineis AB, AK volumus enim eamdem esse rationem lineæ AB ad AK, quæ lineæ EG ad EF hoc est sinus anguli CAK, ad sinum anguli BAC, ductis in hunc modum lineis AB, & AK & BAC; CAK soluatur triangulum BAK in quo cognoscuntur latera AB, AK, & angulus BAK, compositus scilicet ex duobus BAC, CAK quæratur ergo tota linea BK, quæ diuisa bifariam dat lineam BC quæratur item angulus AKB.

Secundò in triangulo AKL, datis lateribus AK & KL hic supponitur KL esse æqualia lineæ CK, datô item angulo AKL, innotescet angulus KAL, ille scilicet cuius arcum peragrabit cometa eo dies. ita consequenter procedes soluesque singula triangula.

Poteris item ex hac triangulorum solutione, Inuenire rationem quam habent inter se distantiæ cometæ à terra in singulos dies, & ex magnitudine apparenti quam exhibuit primo die, determinare diametrum apparentis illius magnitudinis in singulos dies, quæ omnia sunt scitu digna.

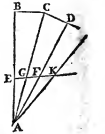
PROPOSITIO IV.

Problema.

Ex tribus obseruationibus inæqualiter distantibus, Totum cometæ progressum determinare.

Superior propositio supponebat tempora inter obseruationes æqualis esse; vt si cometæ tribus continuis diebus per meridianum transitus obseruetur ita vt tempus à prima, ad secundam obseruationem, æquale sit tempori à secunda ad tertiam. quamvis autem esset aliqua differentia posset facile sciri per partem proportionalem, locus Cometæ tribus temporibus æquali intervallo inter se distantibus. In hac propositione supponimus esse aliquam interruptionem supponamus igitur duobus continuis diebus observari locum Cometæ, sed tertiò die ob nebulas nullam factam fuisse observationem, & tantum quartô; atque adeò secundum tempus, esse duplum primi. debet igitur ita duci linea recta, vt portio vna sit dupla alterius. aut aliam quamcumque ad eam rationem habeat.

Fiat angulus BAC æqualis arcui quem percurrit Cometa in suo circulo, à prima ad secundam observationem, & angulus CAD æqualis arcui



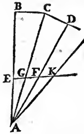
percursô à secunda ad tertiam; quæritur vt ducatur linea lucidens in tres lineas AB, AC, AD; ita vt eius portio inter AB & AC sit dimidia partis interceptæ inter AC, AD. Ex eôdem punctô C ducantur perpendiculares ad AB, AD, quæ sint CB, CD sitque AE, æqualis lineæ CD, & AF dupla lineæ BC. ducatur linea EGF, dico GF duplam esse lineæ EG, lineæ BC, CD sint sinus angulorum BAC, CAD sicut in præcedenti propositione.

Demonst. In triangulo AEG, ita est EA, ad EG, sicut sinus anguli EGA ad sinum anguli EAG pariter in triangulo AGF, ita est AF. ad GF vt sinus anguli AGF. ad sinum anguli GAF, per primam tertij trigonom. quare ita possunt ordinari vt EG, ad AE ita CD ad BC sumptam seu sinus anguli CAD ad sinum anguli BAC bis sumptum, & vt AE ad AF ita sinus anguli DAC hic sumptus ad sinum anguli AGE aut AGF quare si duplicetur sinus anguli AGE, ita erit in perturbata ratione linea EG ad lineam AF, vt sinus anguli CAD, ad sinum anguli AGF bis sumptum seu vt GF. ad AF bis sumptã. Ergo ita se habet EG, ad AF, sicut GF ad AF bis sumptam ergo, GF est dupla ipsius EG, quod erat demonstrandum.

COROL

COROLLARIVM.

Ex eo vides si AF non esset dupla ipsius BC, sed ad eam haberet quamcumque ra-



tionem, EG, ad GF eaudem rationem haberet. Jdeoque si tres quæcumque observationes habeantor facile poterit duci linea per quam incedit Cometa.

Trigonometricè idem præstabis. Inventis ex observationibus, & ex secunda huius anguli BAC, CAD. Assumantur eorum sinus. & sinus anguli CAD. duplicetur, & vtrique si lubet addatur vnum aut alterum zero.

In triangulo EAF, dator totus angulos EAF, compositus ex duobus angulis EAG, GAF, cognitis, dantur item latera EA. FA ergo trigonometricè innotescet basis EF, quæ ita secabitur vt FG sit tertia pars totius EF. Quare habentur lineæ EG, GF. Innotescent in eodem triangulo, anguli AEG, AGE, quare si continuetur EF, quantum libuerit proponaturque quodlibet tempus, in quo scire oporteat locum Cometæ, fiat vt primum tempus hoc est à prima ad secundam observationẽ, ad tempus inter secondã observationem, & momentum propositum, ita EG, ad GK inquiritur angulus GAK, seu quantum progressus sit Cometa in suo circulo in triangolo GAK datur latus AG quod in superioribus triangulis potuit cognosci; dantur & latera eum comprehendentia, nempe AG, GK. Ergo dabitur angulus GAK, ita determinabis quantom Cometa procedat in suo circulo singulis diebus.

In hoc vltimo exemplo perigæum præcessit omnes observationes; possomus autem determinare quantum: ductâ ex centro terræ A perpendiculari ad EK.

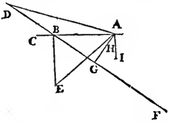
PROPOSITIO V.

Problema.

Prima investigatio distantiæ Cometarum à terris.

Constitutô motu Cometæ ad eius à terris distantiã investigandam accedimus. Fiant duæ observationes. Primò observetur circulus verticalis in quo oritur Cometa. secundò eius altitodo meridiana vel tempus quod insumit ab ortu ad meridiem, simul cum altitudine meridiana, ex his duobus deducemus, aut quantum sydus à terra distet, si diameter terræ habeat proportionem sensibilem, cum eius distantia, vel certe concludemus nullam dari talem rationem.

Ducatur ergo linea AB repræsentans lineam meridianam horizontalem fiat angulus BAD

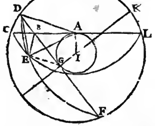


æqualis altitudini meridianæ observatæ fiat in quocumque puncto B, angulus CBD æqualis elevationi æquatoris, seu complemento elevationis poli fiat item angulus BAE æqualis angulo, quem cum meridiano comprehendit verticalis, in quo ortus est Cometes. fiat item ABE angulus rectus tum duabus lineis DB, BE, quæratur tertia proportionalis, tota DF dividatur bifariàm in G, ducaturque perpendicularis GH, hæc si transit per A, certò scias nullam esse sensibilem rationem inter semidiametrum terræ, & distantiam syderis. Si vero caderet infra punctum A vt in punctum I, erit vt AI ad AD, ita semidiameter terræ, ad distantiam Cometæ.

Vel per arcum semidiurnum ita operaberis, tempus arcus semidiurni in gradus converte, assignatis scilicèt quindecim gradibus pro singulis horis & illum numerum graduum & minutorum aufer à semicirculo, seu gradibus 180. Reliquum divide bifariam. vt si astrum impendit quinque horas, ab ortu ad meridiem. Hoc tempus facile per horologia penduiis instructa haberi potest; vel per elevationẽ alicuius stellæ. vel per transitum alicuius stellæ per meridianum essent igitur horæ quinque gradus 75, si hunc numerum subtrahas ex 180, restabunt 105, cuius numeri medietas est 52 $\frac{1}{2}$. sumatur priùs inventa linea BD, quæ ducatur separatim, fiat angulus BDE graduum 52 $\frac{1}{2}$. ducatur perpendicularis BE, fiatque angulus BEG æqualis angulo EDG, inveniaturque punctum G quod aliâ viâ inventum fuerat, ex quo si ducas perpendicularem GH eadem videbitis quæ in superiori praxi.

Demonstratio vtriusque praxis ita procedet. Sit circulus meridianus KDCF, polus K, locus observantis A. Supponitur cognita elevatio poli sitque quodcumque astrum cuius quæritur distantia à terra in puncto E horizontis, sensibilis, observeturque verticalis in quo existit seu angulus BAE, aut arcus AC. Supponitur observata eius meridiana altitudo, seu angulus BAD, ex his duobus totum negotium absoluimus sit enim parallelus quem percurrit Cometes FED posità AB quot volueris partium, per primam praxin invenietur linea BD. Si nempe fiat angulus BAD æqualis elevationi Cometæ & CBD æqualis complemento elevationis poli. circuli enim diurni paralleli sunt æquatori. Invenitur item linea BE, nam in triangulo ABE, angulus ABE rectus est, etiam si hæc figura non exhibeat. nam & planum horizontis sensibilis CEL, & planum paralleli DEF recti sunt ad planum meridiani; vt pote paralleli

ralleli circulis maximis ad meridianum rectis, nempe burizoori rationali, & æqnarori. quare (*per* 19. 11) commuois eorum sectio BE, est ad planum meridianum recta & (*per* 4 *def.* 11) angulus ABE rectus est cognoscitur item angulus



vertiaclis Cometes cum meridiano, quare benè inventa est linea BE. Item (*per* 13. 6) ita est BD, ad BE, vt BE ad BF, quare benè iuventa est BF, & consequenter tota DF, & dimidia DG. aais autem GK, cum sit rectus ad planum paralleli DEF, quia per polos eius transit; erit rectus ad lineam DG; sed transit etiam per centrum terræ, vbi ergo linea GK secat lineam verticalem AI, ibi erit centrum terræ: ergo quæ est ratio AI; ad AD; eadem est semidiametri terræ ad distantiam syderis quod erat demonstrandum.

Secunda Praais ita demonstratur; quia scitur tempos, quod impendit astrum ab ortu ad meridiem, cognoscitur arcus DE, seu angulus DGE cum tres anguli sint duobus rectis æquales, ablato angulo DEG ex grad. 180, restant alij duo DGE, EGD, qui æquales sunt vt patet: ergo si fiat angulus BDE, media pats reliqui, vbi linea DE, secabit perpendicularem BE ibi erit circumferentia circuli, & factô angulô DEG invenitur centrum G. Reliqua in vtraque praxi similia sunt.

Si observari non possit astrum dum oritur, aut occidit ita operaberis. observa duo simul, nempe clevationem syderis, & verticalem & hoe 4 aut 5 horis antequam ad meridianum pertingat. observetur item eius elevatio meridiana & consequenter distantiâ à vertice, cui si addas complementum elevationis puli, innutesect eius distantia à polo. Solvatur triangulum vt invenias eandem distantiam æqualis inventæ E. Si vero invenias differentiam, hæc erit parallaxis ascensionis rectæ, ex qua habebis facile parallaxin in verticali & consequenter distantiam.

Quia tamen bic nulla habetur ratio refractionis, quæ in observationibus circa horizóiem facta maximi est momenti poterimus eam adhibere; quia refractio eadem omnibus syderibus commuois est, vt iam ostendi suprà, & cum refractio attollat sydus, non observetur Cometa præcise dum est io horizonte. sed dum elevatur 30 circiter minutis, cum enim tunc sit altior quam par est, potest in rabula seligi illa altirodo visa, ex qua si detrahatur refractio, Cometa erit verè in horizonte sensibili, quare tota demonstratio locum habebit, nisi in meridiano elevetur supra gradum trigesimum; etiam in meridiano ratio habenda erit refractionis.

Si parallelos Cometes esset borealior æquatore paulò aliter formaoda esset figura.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Secundus modus investiganda distantia Cometes à terra.

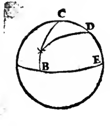
Superiores praaes ita procedebant quasi Cometa eandem in vtraque observatione declinationem haberet quamvis vt plurimum motum proprium habeat quô ascensionem rectam, & declinationem mutat. Supponatur ergo duobus continuis diebus observata cometæ ascensio recta, & declinatio: ita vt vtraque habeatur pro duobus temporibus quibus meridiano subest. quod spectat ad assensionem rectam, certum est in meridiano illam non subiacere patallaai vlli. observetur Cometes extra meridianum, verbi gratiâ dum est vicious horizonti, & si possit habeatur verticalis, & eius supra horizontem elevario. observetur item fixæ cuiuscumqoe elevatio, vt ex ea horam colligas vel ex horologiis pendulo instructis cognoscatur.

Habes igitur tempus observati Cometæ extra meridianum. & quia cum observasti duobos diebus, in meridiano, & habuisti eius ascensiooem rectam, & declinationem, facile habere poteris per trigonometriam ascensionem rectam, & declinationem, quam habere debet tempore istius observationis intermediæ, volo enim vt hæc observatio extra meridianum, fiat inter vtranque habitam in meridiano; dico igitur quod poterit seeúdum proportiooem temporis secari arcus differentiæ ascensiooum rectarum, ita vt habeatur aseeosio recta Cometæ pto eo tempore quo est extra meridianum: quamvis autem in suo circulo Cometa noo moueatur æquabiliter, sed potiùs io sua linea traiectionis; in tam paruo tempore non potest error sensibilis irrepere, si tamen sit iam constitutus motus Cometæ, poterie illius etiam ratio baberi. datur ergo ascensio recta: & declinatio Cometæ tempore observationis extra meridianum. a

Iam videndum est vtrum eam revera habeat. Cum detur tempus observationis & potest ea doctrina primi mobilis haberi gradus æquatoris qui meridiaoo subiacet. & cum habeatur ascensio recta cometæ scitur distantia æquatoria Cometæ à meridiano, quæ erit vera distantia. examinare debemus an revera talem habeat.

Sit igitur Cometa in puocto ✱. sitque horizon BE, quia observatus est angulus BCD, oempe angulus verticalis circuli cum meridiano, & elevatio Cometæ B✱. In triangulo ✱CD, dantur latera ✱C, complementum eleuationia Cometæ, & DC complementum elevationis poli & angulus BCD, innoescet trigonometriè primò angulus ✱DC, distantia æquatoria Cometæ, quæ si maior fuerit qoam distaotia æquatoria priùs inventa, excessus ille erit parallaxis in ascensionem rectam, inootescet item basis ✱ E, nempe complementum declinationis. Si hæc omnia fuot æqualia priùs inventis, Cometa pronunciandus est esse extra aleam omnis refractionis, sin minus

nus habebitur refractio declinationis, & refractio ascensionis rectæ.



Ex his præcognitis facilè eliciemus parallaxin in circulo verticali. Potest & aliô modô faciliori haberi parallaxis in verticali, nempe ex obsetvatione habetur elevatio Cometæ B ✱, & consequenter eius complementum ✱ B, est ergo ✱ C distantia à vertice visa.

Scitur aliunde distantia vera à polo D, complementum elevationis poli, seu arcus D C, & distantia æquatoria vera à meridiano: cum his tribus per Trigonometriam invenietur, rursus ✱ C distantia vera à vertice, quæ si æqualis est priori, nulla datur parallaxis in verticali, & consequenter nulla alia. si inæqualis differentia inter vtramque erit parallaxis in circulo verticali. in quo vides secundum hanc vltimam methodum opus non esse observatione verticalis modo aliunde habeatur tempus observationis.

Vt minus sit periculum erroris in determinando tempore istarum observationum; optimum erit, si eadem stellâ fixâ vtamur; in cuius ascensione recta etiamsi erratum esset, nihil tamen sequeretur incongrui, in toto operationis progressu.

Notandum autem hanc parallaxin in circulo altitudinis, non esse adhuc vltimo determinatam, nam ad eam inveniendam vtimur elevatione meridiana Cometæ non correcta sufficienter, cum nullam rationem habuerimus parallaxis, sed tantum refractionis. corrigenda igitur erit vtraque observatio meridiana, hoc modo. primò cum parallaxi in verticali inventa, quamvis non vltimò determinata quære distantiam Cometæ à terra. Sit Cometa in puncto A, eius distantia visa à vertice A B E, parallaxis in circulo verticali sit angulus BAC. fiat in triangulo ABC. vt sinus anguli BAC. ad semidiametrum terræ B C, ita sinus anguli ABC, aut potius A B E, ad AC distantiam Cometæ à centro terræ.

Hac cognita distantia facile corrigentur ambæ observationes meridianæ, atque adeo totus calculus de novo iterandus erit, idque toties præstandum donec parallaxes Cometæ in meridiano existentis bene congruant, cum parallaxi eiusdem Cometæ extra meridianum observati.

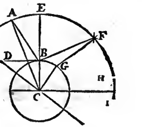
Hæc methodus longè facilior quâlibet alia mihi semper visa est. quæ enim parallaxis colligitur ex loco Cometæ in duobus locis viso, vix vnquam certa esse potest. Primò quia vix vnquam accidit vt duo Astronomi quibus fidendum sit Cometam observent in duobus locis, longo satis intervallo dissitis. Secundò quia distantiâ locorum cui innititur hæc operatio incerta est & dubia, non adhuc constitutis vt par est locorum longitudinibus, & propter alias rationes.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Tertius modus investigandæ distantiæ Cometæ à centro terræ.

Aliquando accidit vt Cometa tantam habeat declinationem, vt eius complementum elevationem poli non superet, atque adeò in ea regione non oriatur nec occidat, sed bis meridianum attingat, supponamus ergo Cometam observabilem esse in vtraque elevatione, hoc est in maxima, & minima. observetur maxima elevatio I E, observetur,



& minima I H ex qua subtrahatur refractio, quam volo omnibus syderibus communem esse. subtrahatur hæc elevatio minima H, ex elevatione poli F I, ita vt habeatur excessus F H subtrahatur item elevatio poli ex maxima elevatione E I, relinquetur differentia EF quæ si æqualis est differentiæ FH concludi debet Cometa carere parallaxi.

Hac praxi vsi sumus ad inquirendum an stellæ fixæ essent parallaxi obnoxiæ. non tamen simpliciter sumpta locum habere potest in Cometis nisi motu proprio careant, aut illius ratio habeatur. quare per duas aut tres observationes altitudinis maximæ constituendus est motus Cometæ, saltem determinanda eius declinatio, quæ sive crescat, sive decrescat; poterit tamen determinari pro tempore minimæ altitudinis, vnde si supputata minima altitudo æqualis deprehendatur observatæ, Cometa parallaxi carebit.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Quartus modus obſervandæ parallaxis ex duobus locis diverſam latitudinem habentibus.

Notandum primo loca quorum latitudo non differt pluribus gradibus eſſe ad hoc negotium inepta. cum enim iiſdem diebus Cometa per eorum meridianum tranſiens, æqualem habeat altitudinem, æqualem etiam in vtraque parallaxin patietur, nihil ergo certi in materia, ita lubrica conſtitui poterit, niſi differentia latitudinum ſit decem, aut 15 graduum ita puto ſi Goæ iiſdem diebus obſervaretur Cometæ altitudo meridiana, quibus obſervata fuit in aliquo Europæ loco; fore optimam parallaxis determinationem, ſuppono item longitudinum differentiam haberi. Supponamus differentiam longitudinum, Lugdunenſis & Goanæ eſſe 6 horarum, ita vt habeant meridiem hora ſexta matutina: & Goæ obſervatam Cometæ altitudinem meridianam. Logduoi item duobus diebus conſequentibus obſervatam eſſe altitudinem meridianam Cnmetæ.

Ex qua duplici obſervatione conſtitui poteſt eius motus, & ſciri eius declinatio pro vtroque die, & per regulam proportionum ſciri eius declinatio, pro hora ſexta matutina, nempe pro hora meridiana Goana, datâ autem declinatione, Cometæ, & latitudine Goana innoteſcit altitudo meridiana Goæ, quæ ſi obſervatæ penitus æqualis ſit, certo concludendum eſt Cometam parallaxi obnoxium non eſſe. Si verò Cometa parallaxin patiatur, Goana altior erit ſupputata: cum enim Goæ latitudo ſit graduum 15 Lugduni 45. differentia graduum 30. magis elevabitur Cometa ſupra horizontem, quam Lugduni, maiorem igitur patietur parallaxin Lugduni quam Goæ: quare plus attolletur Goæ quam ferret eius declinatio determinata, ex obſervationibus Lugdunenſibus.

Meliùs adhuc procederet ſi vnus locus latitudinem haberet borealem & alter auſtralem. vt ſi obſervaretur in Inſula S. Laurentij & Lugduni.

Hic modus viſus eſt optimus, neque enim ſi differentia latitudinum modica ſit ſperandum eſt vt hic nodus ſoluatur. reliquas methodos inveniendæ parallaxis, & per parallaxin diſtantiæ indicabimus in propoſitionibus ſequentibus.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

An Cometa anni 1577. Demonſtratus ſit ſupra Lunam an infra.

Magna eſt altercatio inter Peripateticos veteresque Aſtronomos, & inter recentiores de loco Cometarum, an ſcilicèt ſupra Lunam moveantur, an verò infra Lunam exiſtant: hæc controverſia plurimum facit, ad cœlorum corruptibilitatem, aut adſtruendam aut impugnandam: quare conſtituere debemus quid ſuper ea re ſentire debeamus: quod vt ordine fiat certos Cometas ſingillatim examinabimus: an ſcilicèt ſupra Lunam, ſint collocandi, an verò infra Lunam ſtatuendi.

Primus occurrit qui anno 1577. obſervatus eſt à Tychone, quem aſſerit fuiſſe in æthere a regione, & ſupra Lunam. huic contradicit Claramontius oſtendere conatus demonſtrationes Tychonis deficere & non apte concludere: quod quidem mirum mihi ſemper viſum eſt; ſi enim tantus vir, & tanta inſtrumentorum ſupellectile inſtructus, in determinanda Cnmetæ diſtantia aberravit, quis deinceps hanc materiam tentare audeat, & de conſtituendis parallaxibus non deſperet, hoc in genere dici poteſt, eſt enim præiudicium ſatis efficax pro tanto viro, cuius rationes hic breviter perſtringam.

Primum eius argumentum tale eſt. Cometa anni 1577 ſicut, & alij deinceps motu ſuo exactiſſime, quò ad ſenſum deſignavit portionem circuli maximi. ſeu motus eſt in plano circuli maximi, non minùs quàm Sol, Luna cæterique planetæ: ſed ſi fuiſſet infra Lunam tanquam metheorum aliquod flagrans, non deſcripſiſſet circulum maximum, intelligit motu proprio; ergo fuit in altiſſimo æthere. vel enim moveretur realiter in eodem plano maximi circuli, vel non; ſi primum ergo apparenter non manſiſſet in eodem plano maximi circuli, ſed cum maiorem paſſus eſſet parallaxin prope horizontem, quam dum eſſet elevatior deflexiſſet apparenter à maximo circulo. Si verò dicatur re vera tortuoſam habuiſſe viam, quæ apparenter eſſet circulus maximus: contra licèt excogitari poſſit linea inflexa quæ alicui regioni appareat circulus maximus, non tamen quæ omni: ſed Cometa omnibus viſus eſt, moveri in plano circuli maximi, ergo ita motus eſt: igitur fuit in cœlo, alioquin maximam paſſus eſſet parallaxin.

Vt meliùs appareat vis argumenti, primò ex motu diurno Cometæ, certum eſt eum eſſe in aliquo loco, qui motum cœli diurnum patiatur, ſeu voluatur ab oriente, ad occaſum. vnde vltra regionem nimborum, & aëris terræ incumbentis. alioquin fixus in eodem loco manſiſſet, aut vnicum motum participaſſet. Quæritur iam circa eam partem ætheris, an terræ vicinus ſit. an verò remotior ita vt parallaxin non patiatur ſenſibilem: hôc argumentô probat Tycho, non adeò ſenſibilem fuiſſe, alioquin viſus eſſet exorbitare à circulo maximo, cum tamen non adeò ſenſibiliter à plano eiuſdem circuli maximi deflexiſſe fuerit deprehenſus.

Secundum Argumentum ita habet. Omne corpus quod movetur motu vniformi, vel vniformiter difformi, & ſuo motu ab occidente ad orientem tardior éſt Lunâ, cœleſte eſt, & Lunâ ſuperior; ſed Cometa anni 1577. vniformiter motus eſt, initiô enim gradus 4. confecit poſtea tres cum dimidio, exinde tres, duos, vnum, motuſque eſt ab occaſu ad ortum à tropico capricorni, ad tropicum cancri: ergo fuit ſupra Lunam.

Prima pars maioris fundatur in eo quod, nullum in elementis motum talem animadvertamus. Secunda pars de tarditate motûs, non arridet, licèt enim planetæ omnes in zodiaco moti, ita ſe habeant; vt tardiores ſint altiores, non puto idem benè concludi reſpectu Cometarum, qui extra Zodiacum moventur.

Tertium Argumentum. Cometa minorem habens parallaxin Lunari eſt ſupra Lunam, ſed ta-

lis

le fuit hic Cometa : ergo fuit supta Lunam:probatur minor motus proprius huius Cometæ fuit ab occidente ad orientem, qui consequenter in horizonte occiduo retardatur, fuit autem hic motus diurnus die 23 Novembris duorum graduum hoc est min. 120. & horarius fuit min. 5. qui si Cometa esset in concavo Lunæ hoc est si eandem pateretur parallaxin, ac Luna intra tres horas retardaretur in horizonte occiduo, per min. 15. Sed non est tam retardatus nam hora 5. cum 30. min. post meridiem distabat ab ore Pegasi, ad quam stellam accedebat, gradibus 21. min. 8. deinde hora 8. cum 35. min. ab eadem distabat grad. 20. 56. accessit ergo 12 minutis, cum debuisset accedere 15. fuit ergo minor retardatio quæ à parallaxi oritur, quam si in concavo Lunæ fuisset : ergo fuit supra Lunam.

Quartum Argumemtum Cometa diversis horis, in diversis Azimuthis eandem altitudinem exhibuit, quam exhibuisset si immensam a terris distantiam habuisset. nam altitudo per calculum inventa in vno Azimutho fuit gr. 17. 9. observata fuit 17. 6. ergo hic Cometa fuit supra Lunam.

Pater Ricciolius infringit hoc argumentum, puto tamen suam vim habere posse nam si Cometæ locus præcipue in meridie observetur, in quo caret parallaxi ascensionis rectæ, & duobus continuis diebus fiat hæc observatio; sceletur per regulam proportionum, quam in singulis horis, immò & Azimuthis elevationem habere debeat, quæ si observatis non respondeat colligetur satis facile parallaxis : quod autem hæc methodus supponat Cometam moveri motu regulari, non impedit eius efficaciam, cum ostenderimus suprà summam in Cometis regularitatem.

Contra hæc & alia similia argumenta, alia opponit Claramontius. quæ omnia expendere non vacat. eò quòd contentionem præseferant, iis tamen expensis puto probabilius fuisse Cometam anni 1577. fuisse supta Lunam. si enim ita vicinus fuisset terris vt affirmat Claramontius eius parallaxis Tychonem nullô modô latuisset.

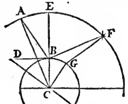
PROPOSITIO X.

Theorema.

De Cometa anni 1580.

Anno 1580. ab initiô Octobris vsque ad medium Decembris visus est Cometes quem Tycho supra Lonam collocat, Mœstlinus supra Saturni Sphæram collocavit.

Facit tamen difficultatem, quod Tycho scripsit Lantgravio Hassiæ nempe observationes factas Cassellis, semper altitudinem Cometæ minorem facere octodecim minutis, quam Tychonianæ Vrañoburgi factæ exigant. Tycho existimat id vitiô instrumenti factum fuisse. Claramontius id parallaxi tribuit, & Cometam infra Lunam extitisse concludit. sunt autem Cassellæ australiores Vranoburgo gr. 4. 34. Cometa, vt conjicio observatus in parte Septentrionali meridiani circuli, seu inter polum & horizontem. Sit ergo Vranoburgam in G, Cassellæ in B, eritque angulus B F G min. 18. vt supponitur in distantia à vertice grad. citciter 24. estque BG subtendens graduum 4. 34. quare solui potest triangulum B F G. invenitque Claramontius lineam



GF milliarium 4452. posito semidiametro terræ CB milliarium 1035. quia tamen non sumus certi, hunc defectum 18 minutorum à parallaxi ortum ducere, non puto huic argumento multum esse deferendum, nam si ex parallaxi ortum duceret, in diversis elevationibus non esset idem semper error, sed minor in elevationibus maioribus.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

De Cometa anni 1582.

Hic Cometa ab initio Martij ad medium Aprilem visus est. nihil de illo refert nisi moram Cometæ supra hutixontem nempe horarum 14.10. cum esset in parallelo declinante gradibus 17. ab æquatore. vnde concludit parallaxin non habuisse sensibilem. At Claramontius ostendere conatur non potuisse moram eius supra horizontem observari. Secundò ignoratâ parallaxi non posse ex mora visa colligi parallelum. quod quidem verum est, si Cometæ transitus per meridianum observari non possit, vt in hoc Cometa accidit quia meridianum attigit hora secunda; atque adeo propter Solem inobservabilis fuit.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

De Cometa anni 1585.

Huius Cometæ motum diurnum ex ascensionibus rectis, & declinationibus à certo aliquo situ post vnam revolutionem donec ad eundem revertatur invenit die 18 Oct. fuisse in proprio circulo grad. 2. 18. sic enim parallaxis non impedit quo minus habeatur eius motus diurnus. observavit item eodem die ab hora 10. cum 15. min. vsque ad horam 13.30. hoc est tribus horis cum quadrante eundem Cometam processisse in suo circulo min. $17\frac{1}{2}$ si quæritur pars proportionalis duorum graduum & min. 18. competens horis tribus cum quadrante invenitur esse min. $18\frac{2}{3}$. quare differentia est vnius tantum minuti, quô motus visus differt à vero. si esset in concavo Lunæ hoc est si Cometa distaret 52 semidiametris terræ, fuisset differentia inter verum trium horarum motum, & visum in talibus circumstantiis minut. 26. quæ quolibet vel minimo instrumento, observabilis foret.

Idem ferè die 22 Octobris accidisse notat. quæ omnia convincere existimo præcipue cum observationes ex quibus deducitur motus diurnus, fuerint extra aleam refractionis. Rothmanus eundem cometam observavit sine vlla sensibili parallaxi, vt probat satis evidenter, quamvis nonnulla possint ei objici.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

De Cometa anni 1590.

Huius Cometæ motum consideravit Tycho præcipuè, quatenus mutationem declinationis inducebat. Ostenditque mutationem declinationis visam, & veram aut fuisse æqualem, aut saltem magnam differentiam non habuisse.

Primò enim & per Armillam, & adhibitô quadrante sumptaque eius altitudine gr 47. 35. horâ post meridiem 7. 19. 5. Martij invenit eius declinationem graduum 38.37. deinde hora 15 25. quâ meridianum attigit, sed inter polum & horizontem eius altitudo fuit, detracta refractione 4.49$\frac{1}{2}$. seu habuit declinationem 38. 55. accessit ergo ad polum intra horas 8. 6. accessit inquam min. 17. sequenti die observatus est cum haberet eandem altitudinem gr 47.35. habere declinationem graduum 39.22. nempe intra horas 24$\frac{1}{2}$. quare mutavit declinationem per min. 45. competunt ergo horis 8. 6. min. 15. & cum initio eius motus esset celerior debentur primis octo horis cum 6 minutis fere 17 minuta, quare motatio visæ declinationis & veræ eadem fuit: aut parum abfuit.

Anno 1597 Antonius Santutius observavit Cometam à die 16 Iulij ad 9 Augusti, Illumque collocat supra Solem: videtur tamen non satis efficaciter id præstare. minus etiam efficaciter Keplerus probat Cometam anni 1607. fuisse supra Lunam, observationes enim asserit crassiusculè à se factas, cum hæc materia exactas requirat.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

De Cometa anni 1618.

Tres aut 4 Cometæ hoc anno conspecti sunt, quorum nonnulli ab Astronomis notati non sunt qui tamen mense Novembri apparuit à die nempe 27. ad 22 Ianuarij anni consequentis talis fuit, vt nullus Cometa hactenus tot Astronomos spectatores habuerit. multitudo tamen observationum tanta est vt probe habitas à pessimis discernere vix possimus ideo concludo licèt absolute demonstratum non fuerit eum supra Lunam fuisse, videtur tamen plerisque probabiliùs. Contraria opinio probabilitatem etiam aliquam habet, modicam tamen.

Vnum moneo circa problemata quibus inquiritur parallaxis, ex duobus locis distantibus quorum longitudo & latitudo nota sit, quia nunquam scitur longitudo vsque ad minuta, ea non esse adhibenda, nisi cum maxima cautela, nempe ita disponenda sunt omnia, vt error in longitudine admissus non totus in parallaxin irrepat. ideoque puto motum Cometæ diurnum adhibendum qui cum sit aliquorum tantum graduum, etiamsi in differentia longitudinum quæ tantum differentiam horarum invehit error committeretur aliquorum graduum, non tamen sequeretur error in parallaxi, nisi aliquorum minurorum.

Conclusio. ex his omnibus concludo quamvis absolute demonstratum non fuerit Cometas cœlestes esse, si tamen admittatur in iis motus regularis qui non minus admitti debet, quam in aliis hypothesibus, cum eo posito, loca cometarum exactiùs inveniantur, quàm in qualibet hypothesi loca planetarum admisso inquam motu regulari, & vniformiter difformi, ita vt ex binis elevationibus & Azimutis cometæ, haberi possit motus diurnus, & horarius satis exactus, puto demonstratum esse cometas cœlestes esse. Nam rationes Claramontij contra demonstrationes Tychonis pleræque parui sunt momenti, nec earum vim infringunt, quamvis Claramontius videatur intentus in omnem occasionem eas destruendi, & omnes minutias captet. ideoque probabilius puto cometas supra Lunam esse.

PROPOSITIO I.

Physica.

Cometa non Ardent.

Suppono primò Cometas non esse meras apparentias, qualem Iridem facimus, quæ nihil est aliud, quam imago Solis in nubis roridæ singulis guttis apparens, nam Cometæ verum habent motum, distinctum, & diversum à motu Solis aut reliquorum sydetum. hic tamen posset esse altercatio de nomine, si enim sub eo nomine apparentiæ, aut emphasis, vellet quis significare Cometas proprio lumine non splendescere, sed tantum alieno, & mutuato; id vltro concederem facile; vocem tamen reprehenderem, neque enim Lunam & planetas emphases, & phasmara vocamus, etiamsi alieno lumine splendeant.

Quidquid tamen sit de hac voce, non soluitur per hanc responsionem vlla difficultas, cum semper restet inquirendum in quo subiecto novo, appareat hæc emphasis.

Suppono secundò Cometam non esse coapparentiam plurium ex notis sydetibus concurrentium scilicèt, & certo modo coordinatorum, quia concursus planetarum cum aliis planetis, aut planetarum cum fixis in zodiaco, tantum accidere potest, intra limites scilicet planetarum; sed Cometæ vagantur extra hos limites ergo non sunt talis concursus, aut ex tali concursu coalescunt. adde quod talis concursus planetarum, vltra vnum diem non perdurat, denique planetæ observantur in suis sedibus consistis. motus item, duratio, cætetaque Cometarum accidentia, hanc opinionem falsitatis arguunt.

Soppono tertiò probabilius esse Cometas non esse perpetuos planetas, post aliquot tantum sæcula conspicuos vbi nempe nobis propiores per

per descensum in citculo facti fuetint. voluerunt enim aliqui Chaldæi esse aliquos orbes maaimos, extra quos inveniretur terra, & in quibus planetæ aliqui moverentur, qui conspicui tantum essent, dum terris fierent propiores cœlestem autem Cometis originem tribuit vnica coniectura nempe motus regularitas in plano eiusdem maaimi circuli.

Hanc opinionem ita impugnant Conimbricenses, Fromondus, Cabæus &c. Si Cometæ essent æterna sydera, ad nos per Epicyclos descendentia, parua initio apparerent, donec in perigæo sui orbis maaima viderentur, tursusque iisdem gradibus decrescerent. quod tamen in plerisque Cometis non accidit, multi enim initiò magni apparuerunt. hæc impugnatio non est efficax, immò vero poriùs confirmat hanc opinionem, nam multi Cometæ hôc modô initiò parui apparuerunt, exinde magni, postea verò rursus ita parui evaserunt, vt videri desierint; cui incremento, & decremento conformis fuit eorum motus, initio parvus, in medio velox, in fine rursus tardus. quamvis autem aliqui Cometæ initiò magni visi sint, ideo quia nullus esset observator qui animadverteret, vel ob nubes videri non possent. Arguo tamen efficacius. portio illa Epicycli in qua movetur Cometa, cum tanta magnitudinis apparentis inæqualitate, debet esse satis magna portio circuli, quam tamen Cometa intra aliquos menses perficit, ergo sæpius recurreret idem Cometa. id adhuc non convincit, quia si dicatur tantus ille Epicyclus, aut orbis, vt ea pars quam percurrit Cometa intra vnum mensem quo est conspicuus physice æquivaleat lineæ rectæ adhuc constaret, totum incrementum, & decrementum magnitudinis apparentis Cometæ, quamvis non esset vnum minutum sui circuli. Quare sola restat magnitudo nimia illius Epicycli, qui maior fixarum sphæra esse deberet. addo differentiam figuræ & formæ. Si Cometæ sunt planetæ vtique eiusdem naturæ cum cæteris planetis, sed non sunt eiusdem naturæ, neque enim compactam habent substantiam: cæteri nunquam caudati, isti semper, hæc diversitas formæ, & figuræ diversam infert naturam, quare cum improbabilissimum sit esse antiquos Cometas de novo recurrentes. dicere debemus eos de novo produci.

Suppono quartò Cometas non coalescere ex pluribus stellulis prius præexistentibus, quæ separatim essent inconspicuæ, & per aggregationem fierent visibiles. Quia color diversus in Cometis à colore stellarum diversitatem naturæ indicat. nam stellis color subalbidus, Cometis fuscus, & rubeus. Secundò inassignabilis est causa quæ huiusmodi stellas in vnum cogat. Tertiò viderentur illæ stellæ congregatæ, maaime vero tubis opticis quibus modo instructi sumus. quamvis enim stellulæ pleyades in vnam quasi stellam coalescant eas tamen inter se distinguimus & numeramus neque ita omnes convenirent, vt nullum telescopio illius rei indicium notare possemus; sed cum neque antequam sint vnitæ tales stellæ, neque dum non amplius apparet Cometa vllum sit indicium stellularum, gratis, & sine vllo fundamento invehuntur.

Secundò explicari non posset cauda Cometæ quæ sæpe ad 30 & 60 gradus extenditur, quam per infinitam congeriem stellularum. multo minus explicabitur illa caudæ proprietas, quâ in partem soli aversam extenditur.

Tertiò hæ non mutant sedem; ergo ad invicem accedere non possunt; quod si dicantur esse planetæ, sed invisibiles donec coalescant, attamen antequam penitus convenirent, viderentur telescopio, inter se separati. quod in nullo hactenus notatum fuit, nisi in vno, sed dubiæ fidei. neque enim ab astronomis vllus talis refertur, sed ab historicis.

Quartò fiaæ luce propria lucent; at Cometæ aliena. vt videbimus.

Dico Cometas non ardere, seu non constare materiâ accensâ, seu quæ sit formaliter ignis.

Testes advoco oculos, præcipue tubis opticis instructos. duos enim tantum vidi Cometas, quos sæpe telescopio 6 pedum longo curiosiùs inspexi videbatur materia non magis constipata quam nubes ordinariæ appareant, flammæ verò, aut ardoris nullum maius indicium quam in Luna, cæterisque planetis. Secundò si Cometa materiâ sublunari, aut quâcumque alia, accensa constaret, vtique cauda per modum flammæ se haberet, sed non se habet per modum flammæ: ergo Cometa non constat materiâ accensâ, & deflagrante: nam si se haberet per modum flammæ, aut recta in cœlum tenderet, sicut reliquæ flammæ, aut pabulum sequerentur & pro vt sors ferret, modò hanc, modò, aliam figuram indueret, aut semper sequeretur Cometam quasi levior nec constanter tenderet in partem soli oppositam, sed notatum est his vltimis sæculis caudam Cometæ semper esse à sole aversam. ergo non se habet per modum flammæ.

Neque enim dicere potes, multam huiusmodi materiam tenniorem circa Cometam ardere sed eam tantum videri quæ in vmbra eius delitescit radiis solaribus impedientibus quominus videatur: sed contra: sæpe cauda Cometæ ad modum scoparum in latum extenditur; sed vmbra Cometæ Sole minoris, non extenditur in latum; sed potiùs in conum ergo illæ etiam partes caudæ, quæ non latent intra vmbram Cometæ apparent, ergo si Cometa ardet, solis radij non impediunt, quo minùs partes accensæ videantur.

Secundò falsum est radios solares ad nos non reflexos impedire quominus ignis aut flamma videatur, ostendimus enim in propagatione luminis, lumen maius nullô modô impedire minus, nisi reflectatur ad oculum.

Tertiò datur in aliquibus Cometis radiorum quasi capillitium, ergo si radij illi sint accensi, Sol non impedit quominus videantur.

Probatur quartò Cometæ cœlestes sunt, sed in cœlis ex peripateticis non datur ignis, neque in cœlum ascendit pabulum illud, quod necessarium est ad ignem generandum, ergo Cometa non est ignis: minor probata est superius. Argumentum est optimum contra peripateticos. volunt enim Cometas generari ex materia elementari, cui tamen convenire non potest, nec motus diurnus si in aëre infimo posita sit, nec tam constans & regularis motus proprius nisi in cœlo collocetur.

Probatur quintò à magnitudine Cometæ, & copia pabuli necessarij ad conservandum per duos menses, tantum ignem, probabile non est ex elementis tantam sulpburei halitus copiam educi

educi posse, quæ tanto incendio tamdiu sufficiat: neque enim Cometa vicinus est terræ; demonstratum enim puto, ex illius mora supra horizontem saltem aliquibus terræ semidiametris, ab ea distare, ex quibus magnitudo Cometæ vtcumque æstimari potest.

Probatur sextò. Ignis absumens materiam, est in perpetua mutatione, & motu, figuramque subinde diversam exhibet, sed Cometæ constans est, & eadem figura, nullam mutationis speciem præbens; ergo Cometa non est exhalatio accensa.

Objiciunt peripatetici generationem Cometarum, antecedit aut subsequitur magna siccitas, quæ calamitates frugibus & animalibus invehunt: ergo signum est Cometam fieri, & constare calida exhalatione.

Respondeo, ea dici ex communi hominum sensu, & vulgi opinione, vidimus enim Cometas sine huiusmodi calamitatibus, immò plerosque sine vlla calamitate fuisse affero, quare non admitto antecedens.

Secundò si admitteretur magna siccitas connexa esse cum Cometis, aliter explicaretur, quam per inflammationem illius materiæ, diceretur enim Cometa constare multo vapore, qui supra consuetos limites ascenderit, atque adeo in terras non recidat nisi post longum tempus; sævit ergo siccitas quod materia nubium deficiat prope terras, addo sæpe nullam talem siccitatem sævire.

Secundò afferunt exemplum metheororum igneorum, vt draconum volantium, trabium, stellarum cadentium, ignium fatuorum, quæ metheora constant exhalatione accensâ. sed maxima est disparitas inter illa, & Cometas nam hæc luce Solis splendescere non possunt cum de nocte in locis terræ vicinis & intra eius vmbram appareant. Cometæ autem nullum flammæ, vestigium aut speciem exhibeant, & aliunde ita sint sublimes, vt à Sole illustrentur; hoc enim cauda in partem Soli oppositam extensa satis ostendit. adde motum in primis metheoris inconcinnum seu fortuitum, in Cometis regularem.

Cometæ visi sunt qui dispersi sunt in faces, visique sunt in terras decidere cum odore sulphureo, visus est Cometa Lunæ Eclypsin inducere, ergo Cometæ sunt prope terras & ardent.

Respondeo vnicum tantum notari qui in faces dispersus sit cui tamen fidem non adhibeo, multa enim referuntur in hac materia fabulosa, & memini simile quid de Cometa anni 1662 dicta fuisse, qui tamen post illam dispersionem adhuc apparuit. si à Cometa Luna Eclypsin passa est, vere ille Cometa infra Lunam fuit. Sed non propterea idem de omnibus concluditur. cum carentia parallaxis notabilis altius aliquos evehat. deinde non vidi in vllo authore fide digno talem Eclypsin.

PROPOSITIO II.

Physica.

Cometæ si qui sunt sublunares ex materia elementari constant.

Si Cometæ non omnes, aut saltem plurimi sublunares fiut, vt volunt nonnulli, dicendi sunt constare materia elementari, vi caloris Solis ex elementis educta, & ita compacta, vt radios Solis ad nos reflectere possit, & aliquos intra se excipere vlteriusque transmittere in caudam.

Probatur Cometa anni 1661. non magis compactus, nec magis lucidus quam nubes à Sole illuminata videbatur: ergo potuit constare eadem materia similiter ab elementis educta: Ita vt eius cauda nihil sit aliud quam radius solaris per nubem transmissus, similis virgæ seu radiis per nubes transeuntibus, qui à nubibus ad terras recta protenduntur, sive ferantur in lineas rectas per nubium foramina sive aliquam in iis refractionem patiantur. Probatur hæc materia potest ab elementis vi caloris solaris educi, nec aliunde potest quam ab elementis: ergo probabile est Cometas tali materia constare.

Antecedens probatur si quid obstatet quo minus ab elementis educi posset, esset vel copia nempe, quod id quod à terra & mari educitur non sufficiat ad tantam molem conflandam, sed hæc ratio nulla est, si Cometa sit sublunaris, & eius cauda explicetur per radios solares, neque enim caput Cometæ si sublunaris sit est tam ingentis molis, vt conflari non possit ex huiusmodi halitibus, si enim flante austro tot nubes congeruntur intra 4 aut 5 dies vt totam Europam tegant, nullus tamen Cometa si sublunaris maior mihi videtur tota Europa: ergo non est incredibile Cometas sublunares ex halitibus elementaribus coalescere.

Quod vero aliunde quam ex elementis educi non possint ostenditur, est enim improbabile materiam cœlestem infra Lunam aliquando descendere: ergo materia elementari constant si sublunares sunt.

Vnde autem habeant motum hunc rectilineum est satis difficile determinare, neque enim angelum huic ministerio deputandum puto, quare aut in ea suprema regione etiam ventos, impulsum scilicet à rarefactione procedentem admittendum esse, aut varios in materia ætherea quasi vortices, in quos dum incurrunt Cometæ, ab iisdem abripiantur, vel etiam dici poterit hos halitus non semper rectà ascendere sed transversim, resistentibus scilicet aliis corporibus, ita vt plurimum halitus illi ex quibus formantur nubes non ascendunt vt plurimum per lineam rectam. Si tamen res attentiùs consideretur linea per quam feruntur Cometæ quam nonnulli lineam traiectionis vocant, sursum non tendit nisi post perigæum, & vt plurimum Cometa initio descendit, exinde vero ascendit, & longius à terris removetur.

Posset item dici in materia parum admodum, aut nihil resistente qualis est æther impetum semel, aut à syderibus, aut à rarefactione productum eundem perseverare, & cum omnis impetus, nisi aliunde determinetur ab aliquo obice ferat semper in lineam rectam, Cometam per lineam potius rectam quam per aliam quamlibet moveri.

Dico secundo Cometas cœlestes & supra Lunã existentes, ex materia elementari non constare.

Probatur. Incredibile est tantam vim exhalationum ex tellure educi posse quæ sufficiat ad formandum caput Cometæ; quod (si Cometæ cœlestes sunt) Luna nonnunquam maius est, ergo aliunde petenda est hæc materia quam ab elementis.

Dico tertiò materiam ad formandos Cometas ex ipsis syderibus immo & cœlis peti posse. sive interveniat generatio substantialis, sive alteratio tantum addensativa, aut rarefactiva, quæ vt puto videtur sufficere ad productionem Cometæ, neque enim

enim poto minus in cœlis admittendum esse frigus, quam admittatur calor, eilotem autem negare non possumus, si solis maculas nonnunquam in faculas mutari fatemur, quare tam benè ex syderibus & cœlis educetur materia, quam educatur è terris. neque enim totum cœlum vnica constare substantia æqualiter diffusa credendum est, sed diversitatem in eo admittendam, immò & plurimos variosque motos, & non vnicum tantum ab oriente in occasum: plurima enim corpora cœlestia nos latent, quæ scilicèt separata nimis parua sunt, quam vt sub angulo sensibili videantur. Ex his omnibus corporibus educi potest calore solari materia quæ ex accidente aliquo in vnum coalescat, & formet illud corpus. neque enim magis corpora cœlestia corruptionis, & generationis sunt expertia, quam tellus quæ excepta levi aliqua crusta, quæ vix quinque aut 6 pedes obtinet immutabilis est, eòdem modò non desinent corpora cœlestia esse incorruptibilia ex toto, quamvis secundum aliquam sui partem corrumpantur, & Cometis materiam subministrent: & credibile est innomeros dari Cometas, ob parvitatem invisibiles.

Huc advocandæ sunt omnes illæ observationes, quæ circa solis maculas à Patre Scheinero aliisque quamplurimis factæ sunt, quæ & maculas & fuligines, in medio solis disco enascentes, faculas item de novo accensas notant, quæ omnia corruptibilitatem multo maiorem in sole quam in terris evincunt, quæ nempe è tanta distantia notare possumus, quamvis nullus in sole positus quantumvis tubo optico instructus vllam in terra mutationem animadverteret.

PROPOSITIO III.

Physica.

A quo sit Cometarum motus.

Duplicem in Cometis motum agnoscimus diurnum omnibus syderibus communem & proprium, quô nempe varias acquirit à stellis fixis, aut planetis distantias, de vtroque potest esse quæstio.

Dico primo motus diurnus, seu ab oriente ad occasum Cometæ à cœlo communicatur, sive enim cœlum solidum ponatur, sive fluidum, si feratur ab oriente in occasum quæcumque corpora in eo inveniuntur secum rapiet & trahet.

Probatur quia impossibile esset, vt Cometa cuius productio censetur aliquid fortuitum & per accidens, tam constantem haberet motum ab ortu, in occasum, nisi eadem causa quæ in aliis hunc motum producit in eo etiam eundem produceret; sed non potest melius explicari eamdem causam in Cometa eum motum efficere, quam si dicatur cœlum contino ab ortu ad occasum ferri & secum omnia sydera, & quidquid in eo etiam per accidens nascitur trahere; ergo hic motus à cœlo etiam Cometis communicatur. hic modus explicandi etiam arridet quod melius separat ab invicem vtrumque motum facilemque intellectu reddit. inextricabilem alioqnin, & in intelligibilem confirmatur ex communi antiquorum sensu, qui hunc motum raptûs vocaverunt; eò quòd omnes inferiores globos secum raperet primum mobile. confirmatur secundò aqua decurrens in fluminibus, aut mare cursum aliquem habens, secum navigia, aliaque corpora avehit, ventus nubes impellit.

In hoc præcipue casu explicando excellit Copernicana, aut Semicopernicana hypothesis, dum enim motum diurnom telluri realiter, cœlo apparenter tantum tribuit, omnibus corporibus in cœlo de novo productis eomdem similiter per apparentiam affingit.

Maior est difficultas in assignanda causa productrice motûs proprij Cometæ, quem magis regolarem vidimus, quam cuiuslibet planetæ. non potest autem cogitari quæ causa illi tribuat hunc motum, nisi aot angelum huic ministerio deputet Deus, quod ab omni philosophia alienom semper iudicavi. Vt subito ac aliquid etiam per accidens in cœlo de novo nascitur, statim ad illud movendum depotetur angelus. Quis enim dicat necessarium esse angelum vt maculæ solares circa illum continuo rotentur. Poterit item per impulsum ab aliquo sydere, explicari motus Cometæ, verbi gratia si Sol circa suum axem perpetuo totetur maximo impetu, quæcumque corpora in ipsum incurrent, aut incident, statim excutiet secundùm aliquam tangentem, illisque motum rectum imprimet. ita videmus rotam in orbem motam, motum tamen rectum corporibus incidentibus imprimere. dum ergo fuligines maculæ, halitusque aut è sole enascentes, aut ex aliis syderibus educti, in solem aut eius Athmosphæram incidunt, eiiciuntur in lineam rectam, & hoc provt sors tulerit, aliquando per lineam transversalem, inclinatam, aut quamcumque aliam: quia autem parum admodum resistit æther, non imminuitur ille motus, sed æqualis perseverat, temporibusque æquslibus, æquale spatium percurrit.

Multa sunt in Cometarum historia quæ huic coniecturæ faveant. Primò qoòd plerique Cometæ prope solem incipiant, & sub radiis eius lateant antequam appareant. quod multi Cometæ nunquam a Sole digrediantur, ita Sole Eclypsin patiente sæpe visus est Cometes qui sub radiis eius tegebatur. sæpe ante solis ortum, vel post occasum crepuscula extraordinaria accidant, quæ nihil sunt aliud, nisi caudæ Cometarum.

Tertiò potest explicari hic motus per rarefactionem materiæ, id enim quod in nubibus motum imprimere potest, Cometarum motum qui sunt quasi nubes cœlestes efficere potest; sed rarefactio alicuius halitus, nubes movet, ventumque producit, ergo rarefactio halitus ex syderibus edocti, motum per lineam rectam in eam partem quæ minùs resistit efficit; videtur enim hic motus in cœlis non esse secundum rationem communem, cum reliqui omnes circulares sint, hic solus sit rectus. Iudicare enim debemus de cœlestibus ac de terrestribus, & vbi similes aliquos effectus deprehendimus similes etiam causas suspicamur, sic enim ex notis ad incognita per analogiam & comparationem procedimus.

Posset quis addere si varij sint in cœlis orbes, qoi varios & sæpe contrarios motus habeant, posse ex iis motum mixtum rectum produci, sed hæc

hæc sunt difficilia ob cœlorum fluiditatem, quamvis nonoulli in cœlis etiam fluidis vortices varios cogitent in quibus moveantur sydera, si ergo Cometa in talem incurrat vorticem, deferetur secundum lineam quam ille describit sed hæc ita sunt à nobis remota, vt quidquid de illis comminiscimur conie&ctuaram non superet.

PROPOSITIO IV.

Physica.

Cometarum cauda.

Varios fuisse Cometas ea eorum historia colligimus, nonnullos enim caudatos, alios barbatos, cincinnatos aliquos vidimus. caudatos vocamus quoties radij iis annexi caput Cometæ subsequuntur: barbatos verò, quoties antecedunt præcipue si breviores sint.

Concinnatos autem, quoties capillitio radiorum vndique cinguntur. Cauda Cometæ varias formas induit, nonnunquam enim in conum desinit, sic vidimus Cometæ anni 1661 caudam ad plusquam viginti gradus protensam in conum desinere. Aliquando latior apparet ad modum scoparum, ita vt quò magis à capite Cometæ recedit maiorem obtineat latitudinem,& amplior evadat. Hæc eadem cauda communiter recta cernitur, nonnunquam tamen curvitatem aliquam habere visa est: quæ omnia accidentia difficiliorem reddunt huius phænomeni rationem. notatum tamen est caudam Cometæ, in partem à Sole aversam, constanter protendi; hoc non ita notarant antiqui, recentiores tamen communi consensu observant. quamvis dicantur Cometæ vnus aut alter vicini Mercurio aut Veneri caudam in partem his syderibus oppositam protendisse; quod tamen non est vsque adeo certum. hæc caudæ proprietas manifesta fuit in Cometa anni 1661, qui caudam in omnem fere plagam protendit, prout variam habuit ad solem habitudinem, semper tamen in partem soli oppositam.

Non motor omnes circa hoc phænomenon opiniones. Et primò quidem aliquorum Aristotelis interpretum, existimantium Cometæ caudam, esse accensi flammam. hoc iam supra reiecimus; testes enim oculos advoco, adiutos præcipue tubo optico: nullum in Cometæ corpore incendij vestigium animadvertentes. tum quia flamma sursum semper tenderet, vel si Cometæ caput motu vehementi ferretur, in partem huic motui oppositam protenderetur, quæ enim levia sunt, impetum non ita facile concipiunt: constans autem ad partem soli oppositam directio, alium modum explicandi exigit: quare licet flamma ad pabulum carpendum accurrat, aut ventorum directionem sequatur, neutrum tamen probabiliter fingi potest, scilicet ventum semper à Sole ad Cometam spirare, aut pabulum in partem soli aversam disponi. Probabilitatem maiorem haberet si diceretur lumen illius flammæ esse debile, quod in vmbra tantum capitis Cometæ apparere potest: ideoque parte soli tantum opposita: sed neque hoc potest subsistere. Lumen enim aliud non impedit, nisi ad nos vtrumque reflectatur. omitto alias rationes quæ tale incendium reiiciant; præcipue ingens pabuli copia, quæ tanto incendio, & tam diuturno sufficiat.

Dico ergo caudam Cometæ esse radios solares, per caput Cometæ, semidiaphanum ex parte, & male compactum transmissos. & in materia aliqua non omnino diaphana receptos, & ad nos per reflexionem inordinatam transmissos. Puto ergo Cometæ caudam explicari debere, eodem prorsus modo, quô virgas in dioptica explicuimus, sunt enim virgæ radij per nubes transmissi qui in loco nonnihil vmbroso videantur. hoc caudæ situs satis evidenter ostendit. Explicantur hoc modo varia accidentia. Primo quidem eadem figura in cauda Cometarum apparebit,quæ in virgis cernitur, quoties eædem erunt conditiones, quia enim transmissi per nubes radij, licet paralleli sunt, videntur tamen recedere ab invicem, quia nempe partes terris propiores, sub maiori videntur angulo, ita etiam dum accidet, extremitatem caudæ oculo nostro viciniorem esse, videbitur latior. quando vero remotior erit ab oculo videbitur etiam in acumen desinere. Si motum aliquem inconcinnum habeat Cometæ caput, aut materia in qua radij per illud transmissi, identidem vibrari videbitur cauda. hic modus magis arridet, eo quod illius habeamus exemplum apud nos, in Virgis & natura capitis Cometæ, quantùm telescopio perspicimus, ad naturam nubis maxime accedat:neque enim compacta est: sed videtur nubes aliqua. Explicuimus item in Dioptica, cur virgæ latiores essent: nempe sicut solaris radius per foramen quodcumque transmissus, augetur semper secundum angulum minutorum 30, eò quòd apparens solis diameter tot minuta contineat, ita etiam radij solares per caput Cometæ transmissi, cum extremi angulum min. 30. comprehendant ab invicem recedent, & augebuntur.

Hic modus explicandi magis arridet, quam alius, quô nempe Keplerus Cometæ caput tanquam perlucidum, & omnino diaphanum fingit, ita vt in eo radij solares, per refractionem quam in eo patiuntur, convergant ad invicem, & post vnionem, rursus separentur, eô ferè modô quo experimur in sphæra Christalliana, aut vitrea, aqua plena. qua tadios solares, ita in vnum locum colligimus,vt ignem generemus, si ergo Cometæ caput esset perlucidum, idem accideret & radij ita collecti, in materia nonnihil densa, hoc est non vsque adeo defœcata videri possent, seu ad nos reflecti, vt si lente convexa in loco nonnihil obscuro, & pulvisculis volitantibus pleno, radios solares excipiamus, videbitur solarium radiorum propagatio. posset item explicari aliquo modo curvitas caudæ, si enim alicubi deficiant hi radij, videbitur aliquam curvitatem induere. Quamvis hæc omnia sint acute excogitata, vna tamen repugnat Cometes natura, quæ quantum telescopio nobis innotescit, perlucida non est ad modum Christalli nec ordinatæ refractionis est capax.sed potius scabritiem præsefert. Adde quod existimen curvitatem caudæ esse meram oculorum hallucinationem aut etiam refractionem aliquam non in materia ætherea, sed in atmosphæra terræ. Si enim cauda sit prope horizontem,varie inclinata, variam refractionem patientur eius partes, quæ propterea à rectitudine aberrare videbuntur.

TRACT.

TRACTATVS XXVII.

KALENDARIVM.

SUB hôc Kalendary nomine totam anni ciuilis dispositionem eiúsque proprietatum explicationem comprehendimus, quæ cum in varijs gentibus varia fuerit, immò & apud nos diuersis temporibus diuersa, multa scitu digna & ad historiæ & chronologiæ scientiam pertinentia necessario complectitur.

Tractatum hunc vt pote breuissimum, facillimumque in libros non partior; propositionum distinctione contentus.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Quid sit dies.

VArius in Cœlo motus cum omnibus Astronomis, in Astronomia nostra distinximus, quorum maximè apparens, est Solis ab oriente in occidentem conversio, quâ à primo ortu ad meridianum & à meridiano ad occiduam vsque horizontis partem defertur. Hanc conversionem aut tempus quâ peragitur, & cuius consequenter mensura est Solis circumvolutio. diem vocari placuit.

Hunc diem in duplicem distingunt mathematici omnes, in artificialem & naturalem, non quasi in duas proprias species; sed potiùs in duplicem huius vocis significationem dies artificialis, est tempus illud, quô Sol supra horizontem apparet, & sic dies à nocte distinguitur, cui in æquinoctiis æqualis est, in solstitiis extra sphæram rectam inæqualis.

Dies naturalis est Solis ab vno circulo, ad eundem conversio, ab oriente per meridiem ad occasum procedens. Seu integra revolutio quà nempe ab vno circulo digressus ad eundem revertitur. Hæc revolutio suam inæqualitatem patitur quæ in Astronomia explicata est. Posita enim distinctione motûs generalis, seu vniuersalis in cœlo, & motûs particularis in Sole, motus diurnus, & consequenter tempus illi respondens, non vsque adeo simplex erit. Sed compositionem aliquam admittet; conflabitur enim ex vnica revolutione primi mobilis, & insuper ea cœli parte, quæ motui diurno Solis in eclyptica respondebit, quod vt oculis vtcumque subiciam, supponatur Sol coniunctas cum quâcumque stellâ hoc est meridianum simul cum ea subire hodie, cras prius stella meridianum attinget, quam sol, qui eo tempore vnô gradu in orientem proprio motu processit, & cum vni gradui respondeant temporis quatuor minuta, quatuor minutis stella Solem præcedet: quare dies vnicam primi mobilis circumuolutionem, & præterea eam particulam quæ motui solis diurno respondet complectitur: cum autem sol non semper vnum in zodiaco gradum proprio motu absoluat, sed aliquando tardius aliquando velocius feratur, immo & partibus eclypticæ æqualibus, respondeant partes æquatoris inæquales, ob obliquam zodiaci dispositionem, inde fit vt additamentum illud quô dies vnam primi mobilis conuersionem superat, duplici subiaceat inæqualitati, quam in die ciuili negligimus, in rebus tantum astronomicis consideramus.

Hæc diei appellatio secundum communem de immobilitate terræ opinionem procedit, Corpernicus enim diem per vnicam terræ circa propriam axem circumuolutionem explicat eandemque seu similem inæqualitatem agnoscit.

Non idem dierum initium omnes nationes habent. Babilonij enim diem ab ortu solis auspicabantur, ideoque sole oriente 24. horam præcedentis diei, atque ad eo, præsentis diei initium agnoscebant Athenienses olim sicut, & Itali hodie, diem ab occasu solis auspicabantur; & vigesimam quartam horam, sole horizontem occiduum subeunte numerabant, à quo termino horarum numerationem inchoabant. Iudæi item eundem habuere terminum, horas tamen alias habuerunt. Romani olim, & modo tota fere Europa, à media nocte diem auspicantur, quamuis, horarum numerationem à meridiano rursus incipiant. Astronomorum nonnolli à media nocte, alij à meridie dierum initia ducunt.

Posset fieri quæstio; quæ ratio diem auspicandi videatur melior; respondeo non tantum ad vsus Astronomicos sed etiam ad vsus ciuiles, eam videri ineptissimam rationem, quæ diem à solis ortu, aut ab occasu incboat. Primo quia præter diei inæqualitem de qua suprà, quæ modica est, & ad semihoram collectis omnibus non peruenit, dies inchoatos ab horizonte siue ortiuo, siue occiduo alteri subiacet inæqualitati valde notabili, quam sic breuiter perstringo Ponamus enim solem cum stella aliqua coniunctum circa æquinoctium vernum verbi gratia simul cum ea oriri, quia sequenti die, sol oritur citius, eo quod procedat ad signa borealia, dies naturalis breuior erit quam deberet, eo quod additamen-

tum illud respondens motui diurno, multo minus sit, quam si dies exigeretur ad circulum aliquem per mundi polus transeuntem è contra verò si dies fiant breviores crescet illud additamentum, & hoc tanta inæqualitate, vt collectis omnibus differentia quatuor horarum esse possit. vnde ab Astronomis distributio horarum ab horizonte inchoata nunquam adhibetur, vt pote nimis inæqualis, numerandisque syderum motibus prorsus inepta.

Sed neque ad vsus ciuiles hæc numeratio accommodata est. Cum nulla actio communis & consueta eidem horæ Babilonicæ, aut Italiæ affigi possit ponamus enim aliquem eadem semper hora Italica velle decumbere, & surgere, eadem prandere aut cœnare quam incongruè se res haberet. Ponamus hora decima octava prandendum esse. Hæc decima octava, secundæ Pomeridianæ respondet æstate. illi haud dubiè multum ieiunandum esset, si prandium ad eam horam differretur hyeme verò, hæc 18. decimæ nostræ respondet. Si quis horâ 14. semper decumbere vellet, æstate quidem circa octavam nostram id præstaret, hyeme verò hora quartâ Pomeridiana, quare ab vsibus civilibus illa numeratio prorsus aliena est.

Diem communiter in 24. horas dividimus. seu in 24. partes æquales, sive à meridiano, sive ab horizonte auspicemur. Iudæi tamen & Romani, hodieque Turcæ aliter diem diuidunt. diem enim artificialem in 12. partes, noctem pariter in alias duodecim partes partiuntur. Ex quo fit, vt æstate horæ nocturnæ, diurnis sint breviores, hyeme vicissim diurnæ à nocturnis superentur: hæ horæ vocantur à nonnullis planetariæ, quòd ab Astrologis planetæ alicuius dominio singulæ addicantur. Præter hanc diei in 24. horas distributionem, nonnulli Astronomi diem in sexaginta scrupula prima partiuntur, & hæc scrupula prima, in scrupula secunda, & ita consequenter, ita singulæ horæ duo scrupula prima diei cum dimidio sibi vendicabunt. Hæc tamen methodus est antiquita,& à Solo Ptolemæo vsurpatur. Methodos cōmunis, diem in horas 24. partitur Singulas horas in scrupula 60. Singula scrupula in sexaginta secunda, secunda in sexaginta tertia, & ita consequenter, quantum ad calculorum, seu numerationis præcisionem necessarium est. In observationibus nulla præcisio, ad secundum minutum procedere potest, cùm secundum vix duplicem arteriæ micationem adæquet. In supputationibus ne repetitione eiusdem numeri error augeatur, maiori præcisione opus est.

PROPOSITIO II.

Theorema.

De Hebdomadibus.

Hebdomas seu hebdomada, vt fert ipsa vocis significatio, est septem dierum summa, sine Deum ipsum institutorem habeat, qui diei septimæ vacationem. & sanctificationem indixit, sive in variis nationibus, varios institutores sit nacta. Hanc totius anni in hebdomadas distributionem nulla natio quod sciam non admisit quamvis plurimæ aut ab operibus nulla die vacarent, aut diversis diebus pro varia superstitione vocationem addicerent. ita Iudæi Sabbatum, Turcæ diem Veneris, christiani diem Dominicum colunt. variis appellationibus, dies hebdomadæ nuncupantur. Eclesia primum Dominicum vocat, quod eo die Christus Dominus resurrexerit: secundum feriam secundam, tertium feriam tertiam, & ita consequenter excepto vltimo qui Sabati nomen retinuit. vulgus excepta die Dominica veterem appellationem apud Romanos vsurpatam retinet apud quos dies Dominica Soli, feria seconda lunæ, tertia marti, quarta Mercurio, quinta Iovi, sexta Veneri, Sabatum Saturno dicabatur. Huius ordinis ratio ab Astrologia originem ducit si enim ordine disponantur planetæ Sol, Mercurius, Venus, Luna, Saturnus, Iupiter Mars. Et primam horam diei Dominicæ dicatæ scilicet Soli, eidem Soli tribuas, secundam Mercurio tertiam Veneri quartam Lunæ, quintam Saturno. & ita consequenter numeres eodem ordine horas, noctis, prima hora sequentis diei in lunam incidet, ideoque tota dies lunæ tribuetur: si numerationem eôdem ordine prosequaris prima hora tertiæ diei Marti conveniet, diceturque propeterea dies Martis, & ita de cæteris ad sequentem vsque Dominicam cum enim numerus horarum totius hebdomadæ, sit 168. præcisè dividi potest per 7. ita vt nihil relinquatur.

PROPOSITIO III.

Theorema.

De mensibus.

Mensis appellatio à Luna, quæ Græce μηνὴ dicta est originem duxisse videtur, estque proximè numerus dierum, quibus Luna à Sole digressa, eum rursus assequitur, omnesque patitur, phasium, seu apparentiarum differentias. dixi proximè, neque enim menses præcisè, lunationibus adæquantur, sed non longè absunt, dieque cum dimidia ad summum, aut ab ea deficiunt aut eam exceedunt. menses quatuor saltem hebdomadas continent. Varia foit apud varias nationes mensium distributio, varia quantitas de quibus singulis suô loeô dicemos.

PROPOSITIO IV.

De anno Iuliano & tropico.

Annos communiter videtur esse, tempus illud quô Sol circulum integrum, seu zodiacum motu proprio perficit. sicut enim Solis motus ab ortu in occasum diem determinat vt

supra

ſupra vidimus ſic eiuſdem ſyderis motus proprius, quô nempe in ſignorum conſequentia defertur, anni fines circumſcribit, ex quô triplex anni differentia oritur. Primus annus erit annus ſydereus; ſeu tempus quo Sol ab aliqua ſtella fixa digreſſus, ad eandem regreditur hic annus continet dies 365. horas 6. & minuta 9. & ſec. 19. cum enim ſtellæ fixæ iam notatæ ſint proprium habere motum, & ferri in conſequentia, ſecundùm polos eclypticæ hic annus præter vnam circumvolutionem comprehendet, eam particulam quam ſtella motu proprio peragrauit.

Annus alius cœleſtis, eſt annus Tropicus, ſic dictus, non tantum quod ab vno Tropico ad eundem deſumatur, neque enim neceſſe eſt vt annus à Tropico inchoetur, ſed quod ab vno cardine cœleſti incipiens in illum deſinat. Eſtque tempus quô Sol ab vno punctô zodiaci digreſſus ad idem revertitur, tempus autem iſtud non idem ſemper obſervatum eſt, ſed aliquando maius, aliquando minus, ſive id vitio obſervationum tribuendum ſit; vt multi graues Aſtronomi exiſtimant, ſive talis in motu Solis inæqualitas admittenda ſit Comparatis tamen veterum obſervationibus, cum hodiernis exurgit annus aliquis medius inter maximum & minimum, cuius quantitas ſupra conſtituta eſt dierum 365. horarum 5. minut. 49. circiter.

Annus Politicus Iulianus, hoc eſt à Iulio Cæſare, vt Pontifice Maximo inſtitutus, Pauiò longior fuit, nempe dierum 365, & horarum 6. præciſè: ſive Aſtronomi eo tempore, talem crederent, ſive de induſtria minutiæ illæ vt minus ad vſum politicum vtiles fuerint neglectæ.

Hæc anni quantitas dierum 365, & horarum 6, ſemel aſſumpta, neceſſario diem intercalarem, intra quatuor annos, admittit, cum enim in anno politico idem ſemper ſit anni initium nec poſſit incipere annus, modò ab vna, modo ab altera diei hora, quod tamen illæ 6. horæ exigere videbantur, minores ſiebant iuſto tres priores anni, deficiebantque 6. horis, quæ exacervatæ tribus annis, additæque 6. horis anni quarti, diem efficiunt ipſi quarto anno addendum, ex quo oritur vulgaris illa diſtinctio anni communis, & biſſextilis, ſeu anni dierum 365. & dierum 366. dies intercalaris additur menſi Februario & cum anno vulgari dies 24. Februarij, dicatur ſextus Kalendas Martias, ſeu ſextus ante Kalendas Martias, quarto anno, id dicitur bis nempe 24. Februarij, & 25. eiuſdem, ea ea lege, vt bis dicatur ſexto Kalendas Martias annus biſſextilis dictus eſt, alius verò annus communis.

Hæc eſt præcipua anni Iuliani proprietas, vt quartus quilibet eſſet biſſextilis, alij verò communes: annus communis 365. dies obtineret, biſſextilis 366. Hæc forma anni à Iulio Cæſare inſtituta fuit. Primò vt Menſes alternatim ſeſe dierum 30. & 31. exciperent, deinde vt dies biſſextilis quarto quoque anno adderetur, & tunc Februarius, qui 30. dierum eſſe ſoleret, fieret 31. dierum. Pontifices tamen non intellecta Cæſaris mente, quarto anno ineunte intercalarunt donec ſub Auguſto error manifeſtus apparuit, detracti dies qui contra ordinem intercalati fuerant, ex quo dictus eſt annus confuſionis.

Nec autem Auguſtus Menſis, cui ſuum nomen indidit Imperator minor eſſet Iulio, diem vnum Februario abſtulit, immo dierum tantum 28. effecit numerumque dierum ſingulis menſibus immutavit, vt Ianuarius eſſet dierum 31. Februarius 28. & anno biſſextili dierum 29. Martius dies haberet 31. Aprilis 30. Mayus 31. Iunius 30. Iulius & Auguſtus 31. September 30. October 31. November 30. December 31. hoc eſt excepto Iulio & Auguſto qui duo ſunt dierum 31. in reliquis alternatiua locum habeat.

Potuiſſent aliter facilius & melius diſtribui, ita vt exactius dividerent motum Solis annuum. Primò enim, potuiſſet annus inchoari præciſè ab ipſo ſolſtitio, cum tamen 7. circiter diebus ante Kalendas Ianuarias ſolſtitium accidat, rationem afferunt nonnulli, inſtitorum quidem fuiſſe vt annus à ſolſtitio inchoaretur, hoc eſt cum primum Solis regreſſus manifeſtus fieret; cum autem 6. aut 7. dies elabantur, antequam vlla fiat ſenſibilis vmbrarum mutatio, differendum eſſe anni initium ad aliquos dies. quamvis enim modò ſint 7. dies, tempore tamen Cæſaris erant tantum 4. aut 5. neque enim annus per correctionem Kalendarij, ad eum ſtatum reſtitutus eſt, quem obtinebat tempore Cæſaris, ſed tantum tempore Nicenæ Synodi. Tempore autem Iulij Cæſaris, Initium anni quartum, aut ad ſummum quintum diem poſt ſolſtitium hibernum obtinebat.

Secundò, potuiſſent Menſes ita ordinari, vt initia menſium, non multum recederent ab initio Signorum, atque adeo in Signis æſtiuis, diutiùs Sol moraretur qua in hibernis, & conſequenter longiores eſſent menſes æſtivi. quam hiberni, tantò ſcilicet tempore, quantô Sol diutius in ſignis Borealibus quam in Auſtralibus moratur, alij multi modi ordinandi numerum dierum in ſingulis menſibus excogitari poſſent, verbi gratia, per reſpectum ad Lunam. Si nempe menſes duodecim alternatim 30. & 29. dies obtinerent. & in fine anni darentur dies Appendices 11. & quarto quoque anno 12. Sic enim cognitô Novilunio primi Menſis, daretur Novilunium reliquorum omnium inciderent enim Novilunia in eoſdem dies omnium menſium alia multa excogitari poſſent, quibus meliori ordine, & commodiori, omnia digererentur.

PROPOSITIO V.

Theorema.

De Cyclo ſolari.

Conſtitutâ quantitate anni Iuliani duplicis, communis dierū 365. & biſſextil. dierum 366. & diſtributione dierum, in Hebdomadas. oritur neceſſitas cycli ſolaris ad exhibendum initiū cuiuſque hebdomadæ, ſeu diem Soli dicatam; ſeu diem dominicam. quod ita demonſtro nomerus dierū in anno communi eſt 365. qui numerus dividi non poteſt

per 7. sed facta divisione per 7. seu distributione in hebdomadas relinquitur vnitas: ergo prima dies Ianvarij, non in eundem diem hebdomadæ incidet secundo anno, ac primo. Sed vno gradu promovebitur, ita vt si primo anno fuerit dies Dominica, secundo diem Lunæ sibi vendicabit, tertiô diem Martis: quare si omnes anni essent communes, intra septem annos in eundem rursus diem hebdomadæ incideret: quare ex natura rei, videretur cyclus 7. litterarum Dominicalium sufficere: quia tamen annus bissextilis interrumpit hunc ordinem, duobusque gradibus dies quoslibet promovet, vt habeantur omnes combinationes quæ in hac materia haberi possunt, multiplicandus erit numerus septenarius nempe dierum hebdomadæ, per 4. numerum annorum bissextilium, numerus 28. erit is qui quæritur, nempe numerus exhibens omnes mutationes, quæ in litteris dominicalibus accidere possunt.

Primò ergo disponuntur in Kalendario septem primæ litteræ alphabeti initiô factò ab prima die Ianuarij & sequentibus apponuntur B, C, D, E, F, G tum repetuntur eodem ordine donec vltimæ diei Decembris inscribatur A. Dico in anno communi eam litteram quæ in mense Ianuario respondebit diei Dominicæ non responsuram sequenti anno diei Dominicæ, sed diei Lunæ, & consequenter vltimam G esse litteram dominicalem: Cum enim numerus dierum anni communis præter hebdomadas integras contineat vnitatem, prima, & vltima dies eiusdem anni in eundem diem hebdomadæ incident, ergo sequenti anno prima dies in sequentem diem hebdomadæ transfertur, ergo littera quæ ordine antecedit, nempe G dominicalis erit, & post G, erit F, tum E, & ita consequenter nisi annus bissextilis eum ordinem interrumpat.

Secundò Annus bissextilis duas sibi litteras dominicales vendicabit quarum vna ad finem Februarij vtilis erit, altera à fine eiusdem mensis cum enim in fine Februarij addatur dies, nulla notatus litterà, dies prima martij, sequentem diem in hebdomada obtinebit, ergo littera D quæ Kalendis martij data est sequentem diem hebdomadæ indicabit, & consequenter reliquæ omnes sedem mutabunt.

Notandam hanc diem bissextilem si Kalendarum rationem habeamus poni post 24 diem ita vt sit 25 februarij, translatô festo sancti Mathiæ in eum diem si verò simpliciter attendamus ad diem mensis, ponitur in fine mensis, seu est 29 februarij, ita vt ordo litterarum dominicalium ante eum diem non turbetur neque enim translatio festi sancti Mathiæ aliquid facit in hâc materia.

Tertiò vt, cognoscatur quænam littera dominicalis cuique anno conueniat, cognoscendus est numerus cycli solaris eidem anno competens: in quo spectanda est institutio, initium enim talis cycli pendet ex instituto. Hoc anno 1672 cyclus solis quærendus sit, certum est initium annorum Christi, seu primum annum ætæ Christianæ communis & vulgaris, in qua scilicet conueniunt omnes Christiani huic inquam anno primo, cyclus solaris conuenit 10. ab eo autem anno ad præsentem 1672 sunt 1671. quibus si addas 10 cycli solaris, erunt anni 1681 ab aliquo initio cycli solaris, diuide 1681 per 28. facta diuisione restat vnitas, ergo cyclus solaris præsentis anni erit 1. vel quod in idem recidit. anno currenti adde 9. summam diuide, per 28. reliquum erit numerus cycli solaris, anno prædicto conueniens.

Quomodo autem inuentus sit cyclus solaris conueniens primo anno ætæ Christianæ vulgaris; respondeo per regressum id fuisse facillimum, supponamus enim me ex inspectione Kalendariorum & vsu communi, seu quasi traditione, cognouisse hoc anno 1672. competere 1 cycli solaris, hanc vnitatem detrabo ex 1672. vt restet 1671. hunc numerum diuido per 28. diuisione facta restant 19. quem numerum subtrahe ex 28. restant 9. ergo annus ante primum ætæ Christianæ habebat 9 cycli solaris, & consequenter, annus primus ætæ Christianæ habuit cyclum Solarem X. Ratio est quia additis 9 annis diuisio exacta fieri potuit, ergo nouem annis ante Christum incepit cyclus, quare annus primus Christi iniens habuit cyclum Solis 10.

Ex eo elicies methodum inueniendi cyclum solarem pro quolibet anno ante Christum. sit propositus annus quinquagesimus ante Christum cum nono ante Christum inceperit cyclus, subtrahe 9. ex quinquaginta restant 41 diuide per 28 restant. 13 quos si subtrahas ex 28, habebis 15 pro cyclo solari Ratio clara est si detracti fuissent 13 anni potuisset fieri diuisio exacta, hoc est incipit cyclus decimo tertio anno post quinquagesimum, ergo si detrahantur ex 28 reliquus numerus 15. vel si adderentur 15 posset diuisio integra fieri, ergo tot annis ante incepit cyclus; caue tamen in his numerationibus ne annos ineuntes, pro exactis accipias.

Inueniendus pariter sit cyclus solaris anno primo Olimpiadico. Is erat annus 776 ante æram Christi vulgarem, cum annus primus ante christum haberet 9. & consequenter anno christi 19 inceperit de nouo cyclus, adde annos 19 huic summæ 776 fient 795 diuide per 28 fient 11 quibus subtractis ex 28 restant 17 quare exacti erant septemdecim anni cycli solaris. & consequenter Primus annus olympiadicus seu annus Iphiti habuit cyclum Solarem 18.

Facilius idem habebis ex cyclo solari huius anni 1672. qui est 1. cum annus primus Iphiti antecedat æram Christi annis 776. adde ad 1672. annos 776. fiet summa 2448. vsque ad præsentem annum diuide hunc numerum per 28. restant 12. subtrahe 1. quia præsenti anno habemus cyclum solarem 1. restant 11. quibus subtractis ex 28. restant 17. nempe exacti ante annum primum Iphiti ergo annus primus Iphiti habuit cyclum solarem 18.

PROPOSITIO VI.

Datô cyclô solari, inuenire litteram dominicalem iuxta vetus Kalendarium.

Cyclus solaris est communis tam veteri, quàm novo Kalendario, atque adeò praxes superiores, in vtroque vim suam obtinent. eidem tamen cyclo solari, non respondet in vtroque Kalendario eadem littera dominicalis, quia per prætéritionem decem dierum, factam in anno Christi 1582. mense Octobri, post quartam diem Octobris, quàm infra

infra explicabimus turbatus est ordo litterarum dominicalium, non quidem in ipso Kalendario, oam eædem & eodem ordine inscriptæ perseverant. sed quo ad vsum tantum; hoc est eidem cyclo aliæ littera dominicalis respondet io novo, ac in veteri Kalendario.

I.	GF	XV.	C
II.	E	XVI.	B
III.	D	XVII.	AG
IV.	C	XVIII.	F
V.	BA	XIX.	E
VI.	G	XX.	D
VII.	F	XXI.	CB
VIII.	E	XXII.	A
IX.	DC	XXIII.	G
X.	B	XXIV.	F
XI.	A	XXV.	ED
XII.	G	XXVI.	C
XIII.	FE	XXVII.	B
XIV.	D	XXVIII.	A

Hic laterculus ostendit quæ littera dominicalis congtuat cuique cyclo in Kalendario veteri. vsus autem facilis est. quære io prima columna cyclum secunda respoodentem exhiber litteram dominicalem. vel in hissexrilibus duas, quarum prima vsui erit ad finem Februarij, alia domioicas indicabit sequeotibus mensibus, ad finem vsquo anni.

Ex his vides anoum primum cycli solaris, quintum nonum 13. 17. 21. & 25 bissextiles esse. & cum annus ante ætam Christianam haberer 9 cycli solaris hissexrilis crat, & consequenter annus primus Christi, erar primus post hissextilem. ergo quartus Christi hissexrilis fuit.

Inventâ litterâ dominicali cuiuscumque aoni si Kalendarium consulas dies quibus hæc littera respondet, erit dominiea. atque adeo, vnîcô intuitu eorius anni dominicas inspicies. observando tamen in annis bissextilihus vtendum esse priori ad finem vsque Februarij, posterioti ab initio Martij.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Qui anni sint bissextiles in veteri Kalendario.

Cum vt vidimus annus Christi primus, sit primus post hissexrilem annus quartus, octavus, duodecimus, & ita consequenter erit bissexrilis, quare quicumqoe annus Christi qui divisus per 4. oihil relioqoit hissextilis est. vt annus Christi 1672. est hissextilis eo quod dividendo hunc numerum 1672. pet 4 oihil relinquitur, inde fit vt, quicumque centenarius in annis Christi sit bissextilis quare neque opus erit dividere eotum honc nomerum in 4. sed duos tantum vltimos characteres, oempe 72. per 4 cum nihil reliuqoatur dicemus annum 1672. esse bissexrilem.

In annis autem ante Christum com annus primus ante ætam Christianam, seu ipse annus quo Christus natus est fuerit bissextilis, quicumque annus divisus per 4 relinquit vniratem hissexrilis est. vt si de quinquagesimo agatur divide 50 per 4. relinquuntur duo. quate quinquagesimus erit primus ante bissextilem, hoc est annus quadragesimus nonus, ante ætam Christiaoam hissextilis est.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

In quem diem hebdomada quilibet dies mensis annô datô incidat, & quam litteram dominicalem habeat adscriptam.

Quia non semper ad manos hahemus Kalendarium, sæpeque accidit vt cognoscendus sit dies hehdomadæ, in quem iocidit quæcumque dies pnposita; id facile exequemur, si modò sciamus litteram primæ diei cuiuslibet mensis, hanc vt memoriter teneamus compositi sunt isti versus.

Astra dabit dominus, gratisque beahit egenos
Gratia Christicolæ feret aurea dona fideli.

In his versibus consideratur sola prima littera cuiusque vocis. quatum prima (Astra) significat primam diem Iaouarij habere litteram dominicalem A. (Dabit) primæ Fehtuarij litteram D tribuit; & ita de reliquis vocibus, ctitque hæc (gratisque) vuica vox.

Cognitâ litterâ dominicali, anni currentis, & littera primæ diei cuiusque mensis, facilè innotescet a quâ feria incipiet mensis quiliher. ponamus enim hoc annô litteram dominicalem esse F. numera in digitis tuis, & pone dominicam supra pollicem, diem Lunæ supra indiceio & ita consequenter, & dicito F, G, A. B. C D. E. habehis Iaouarium incipere à die Martis, Fehtuarium & Martium à feria sexta. Aprilem à die Lunæ, Mayum à die Mercurij, & ita de teliquis.

Deoique cuicumque diei mensis propositi suam feriam tribuemus si supra digitos numeremus, ab initio mensis ad diem propositam, vt eodem anno quo littera dominicalis est F, si quæratur dies hebdomadæ in quem incidit dies 15 Mayi. habehimus praxi superiori primam diem Mayi esse feriam quartam, si numeres prima die ad decimam quintam invenies rursus diem Mercurij, & in genere 1.8.15.22.29. io easdem ferias cadunt. Ex quo fit vt rejici possint isti dies, numerandæque feriæ ab iis incipiendo. vt si quæratur dies 25 Iulij. eodem anno quia Iulio coovenit vox Gratia prioia dies & consequenter 22. io diem Luoæ cadet. numera à 21. quam indici attribues vsque ad 25. inveoies 25. cadere in feriam quintam.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

De Kalendis, Nonis & Idibus.

Solemnis erat in Romanorum Kalendario, immo viget etiam nonc dieru quorumlibet à Kalendis Nonis & Idibus appellatio, quæ vt intelligatur notandum est Kalendas & primam cuiusq; mensis

diem,

diem, idem prorsus sonare, choc Græci Neomeniã vocabant. quare dum dicimus Kalendis Februarij intelligimus primam diem Februarij: quod de cæteris mensibus eódem modo intelligendum est.

Post Kalendas sequuntur Nonæ, quæ in aliquibus mensibus in septimum diem incidunt in aliis verò in quintum. Idus verò in diem octavum post Nonas incidunt, quæ omnia duobus versibus explicantur.

Mayus sex nonas, October Iulius & Mars
Quatuor at reliqui. dabit Idus quilibet octo.

Sensus autem illorum versuum est quatuor menses, Martium Mayum Iulium & Octobrem, habere sex dies denominatos à nonis & cum prima dies ferat denominationem Kalendarum, nonæ in septimam diem incident. Reliqui menses habent 4 dies denominatos à nonis, & cum prima dies Kalendis tribuatur. Nonis tribuetur quinta. vltimæ voces (*dabit Idus quilibet octo*) significant quemlibet mensem habere octo dies denominatos ab Idibus. quare si ad diem nonarum addantur octo habebuntur Idus. vt cum Martius septimo die habeat Nonas adde octo; dies 15 in Idus incidet. Ianuarius autem cum nonas die quinto habeat, si addas octo, Idus die decima tertia assignabit.

Habemus ergo denominationem trium dierum in quolibet mense. nempe prima die dicimus Kalendis talis mensis, Mense Martio, Mayo, Iulio, & Octobri Septima die dicimus nonis Martij, &c. & Decima quinta Idibus. in reliquis quintam diem dicimus nonas, decimamtertiam Idus.

Reliqui dies ab his denominantur. nempe omnes dies qui sunt inter Kalendas, & nonas, à nonis denominationem mutuantur, qui inter nonas & Idus, ab Idibus, reliqui à Kalendis: in his autem denominationibus semper subintelligitur hæc vox, ante.

Quatuor mensium nempe Martij, Mayi, Iulij & Octobris secundæ dies dicitur sexto nonas, seu sexto ante nonas. tertia quinto nonas quarta quatro nonas. quinta tertio nonas, sexta pridie nonas. septima dicitur Nonis. octavâ dicitur octavo Idus. nonâ septimo Idus. decima sexto Idus. vndecima quinto Idus. duodecima quattô Idus. decima tertia tertio Idus. decima quarta pridie Idus. Decimã quintâ Idibus. decimâ sextâ die incipit denominatio desumpta à Kalendis sequentis mensis.

Reliquorum mensium secundâ die dicitur quarto nonas, tertia tertio nonas; quartâ pridie nonas; quinta nonis. sextâ octavô Idus & ita consequenter, duodecimâ dicitur pridie Idus, decimâ tertiâ dicitur Idibus. decimâ quartâ incipit denominatio à Kalendis sequentis mensis desumptæ.

Pro denominatione Kalendarum hæc regula obseruetur, post Idus numerum diei mensis, vnitate multatum subtrahe à numero Kalendarum, & exhibebitur denominatio à Kalendis desumpta, proponatur dies 16 Martij, est autem numerus Kalendarum Aprilis 32. eò quòd Martius habeat dies 31. & Kalendæ sint post vltimum Martij, subtrahe 15. ex 32. restant 17. dicetur ergo die decima sexta, decimô septimô Kalendas Aprilis seu 17 ante Kalendas Aprilis.

Inscriptæ sint litteræ decimo octauo Kalendas Iulij, cum Kalendæ Iulij cadant in diem 31. à Kalendis Iunij, eo quod Iunius sit dierum 30. numerum propositum 18. minue vnitate fietque 17. subtrahe 17 ex 31. restabunt 14. quare hæ litteræ datæ erunt 14 Iunij. idem in aliis exemplis manifestum fiet.

Atque hæc viderentur ad Vetus Kalendarium Romanum sufficere, neque enim vlla in eo Kalendario fit mentio cyclorum Lunarium, qui additi sunt ab Ecclesia, ad inuenienda festa mobilia, vt pote quæ Lunæ motui sint addicta, & cum illo connexa. quæ igitur hactenus diximus sufficiunt ad inuenienda festa immobilia, eidem scilicèt diei mensis affixa: ad quod Lunæ nulla habetur ratio.

PROPOSITIO X.

Theorema.

De Cyclo Lunæ.

Solis motum duplicem agnouimus, motui ab oriente ad occasum diem tribuimus, alteri verò ab occasu in ortum annum addicimus. dies est vnica Solis ab oriente in occasum revolutio, annus, pariter erit vnica eiusdem syderis revolutio, quâ motu in consequentia ad idem Zodiaci punctum revertitur. Pariter menstruum spatium Lunari motu definire, & circumscribere multæ nationes conatæ sunt; quamvis autem motus Lunaris duplex agnosci possit, nempe periodicus quô ab vno Zodiaci puncto digressa, in consequentia, hoc est secundum seriem signorum motæ, ad idem reuertitur, & synodicus quû eadem Luna soli coniuncta ad illum denuò reuertitur, hic tamen secundus, vt pote manifestior, variisque Lunæ phasibus distinctus assumptus est, tanquam mensura illius temporis quod mensem nominamus. Primus diebus 27. horis 7. min. 43. secondis 7 absoluitur, hoc est eo tempore Lunæ totum peragrat Zodiacum, secundus diebus 29. horis 12. min. 44. sec. 3. &c.

Hic mensis Lunaris synodicus duplex distingui potest. Primus Astronomicus qui diebus 29. horis 12. min. 44. secundis 3 constet, hic mensis in supputationibus Astronomicis adhibetur, vt nouilunia, & plenilunia, sicut & Eclypses inueniantur. Secundus erit ciuilis, ad vulgi scilicet captum accommodatus, qui cum minutias istas distinguere non possit, menses Lunares ex diebus integris componit, nempe vt alternis vicibus menses Lunares diebus constent 30. & 29. id exigente quantitate verâ & Astronomicâ mensis Lunaris dierum 29 & horarum 12. sic enim duæ Lunationes dies 59. exigunt, qui habentur si vna Lunatio fiat plena, seu dierum 30. alia caua, seu dierum 29 quia autem sunt præterea minuta 44. seu fere tres quadrantes in singulis Lunationibus; intra 32. Lunationes hæc minuta collecta diem efficient, qui cauæ Lunationi addi poterit; sic Lunationes ciuiles, cum cœlestibus cõuenient. Ex mensibus Lunaribus fieri possunt anni, & primò quidem possunt fieri anni mere Lunares, sine vllo respectu ad Solem seu annum Solarem.

Talis est annus Turcarum duodecim constans Lunationibus quarum 6 plenæ sunt dierum 30. sex cauæ dierum 29. quæ summam dierum 354 efficiunt. quare annus eorum Iuliano communi breuior

breuior est 11 diebus, anno bissextili diebus 12 debent item singulis triginta duabus lunationibus vnam diem addere, & tunc eorum annus fit dierum 355. ex eo fit vt annus eorum versus initium anni Iuliani retrocedat, & circiter intra 33 annos eum totum percurrat vnumque annum supra nos numerent.

Præter hanc anni speciem quæ omninò Lunaris est, datur & alia quæ mixta dicetur, annumque Lunarem, anno solari accommodat, & in eo maxime laborarunt Græci, vt aliquam mensium lunarium periodum inuenirent, quæ solis motum seu annum solarem adæquaret.

Primò quidem adhibuerunt biennium quod Dyeteridem nominarunt. hoc est fiat primus annus 12. Lunationum, secundus Lunationum 13. erunt lunationes 25. quæ dies efficiunt 739. anni autem duo dies efficiunt 730. quare nisi in quantitate anni Tropici diebus novem errarent, hanc adhibere non poterant.

Deinde ad Tetraeteridem animom adiecerunt quatuor autem anni solares dies habent 1461. & in eo tempore essent lunationes vel 49. quæ dies efficiunt 1446. circiter vel 50. quæ dies habent 1475. vbique errore non tolerando deficiunt in vno 15. dies, in alio abundant 14. dies, quare nisi enormiter errarent in quantitate anni Tropici, non video quomodo vsurpari potuerit: videtur tolerabilius triennium quod dies continet 1095. horas 17. minut. 27. & 37. lunationes dies 1092. defectus est plusquam 4 dierum.

Proposuerunt exinde Octaeteridem seu 8. annos. octo autem anni continent dies 2912. Lunationes autem erunt 96. si 12. singulis annis competerent, sed insuper tres addendæ sunt embolismicæ quæ dies efficiunt 2923. horas 12.36. quare singulis octo annis error fuit diei integræ cum dimidia tardius ergo in anno contingebant lunationes nempe vno die cum dimidio.

Tandem Enneadecaeteridem à Metone inventam ferunt, quæ intra novendecim annos Novilunia ad eandem diem anni Tropici restitueret anni enim novendecim dies habent 6939. horas 18. computatis quatuor bissextilibus. Intra hoc tempus sunt lunationes 235. Lunationes autem si cuilibet tribuas dies 29. horas 12. min. 44. sec. 3. efficient dies 6939. hor. 16. 31. 45. Non igitur cyclus novendecim annorum lunarium adæquat quantitatem anni Iuliani veteris, deficit ergo vna hora cum dimidia, nec redit ad eandem horam, sed citius finitur annus lunaris, ita vt lunationes intra novendecim annos vna horâ prævertant. cum dimidia, quare in anno Iuliano veteri nempe dierum 365. & horarum 6. præcisè intra 304. annos circiter Novilunia præverterbant vno die.

In anno vero Gregoriano cuius quantitas 365. dierum horarum 5. 49. anni 19. dies habent 6939. horas 14. 11. & periodus annorum Lunarium est dierum 6939. hor. 16. 31. est igitur dissidium horarum 2. 20. seu hor. $2\frac{1}{3}$. circiter, sed contrario sensu, ita vt Novilunia in eo anno tardiùs vnô die accidant duabus horis cum triente, ita vt intra 193. annos tardiùs vnô die accidant.

Hæc differentia inter annum Iulianum veterem, & annum lunarem, seu inter periodum annorum novendecim, & ducentas triginta quinque lunationes aut dissimulata est, aut etiam penitus ignorata, quod periodi lunaris quantitatem non haberent omnino compertam. quare tempore Nycœni Concilij, non dubitarunt plerique quin hæ duæ Enneadecaeterides omnino congruerent Ideoque circa hæc tempora, cùm quæstiones de paschate celebrando motæ essent, ad quas constituendas opus erat nouilunia cognoscere; cæperunt Kalendario cyclum lunæ apponere; quē propter excellentiam & commoditatem aureis litteris inscripserunt, aureumque numerum nominarunt. Id multi existimant factum esse circa annum Christi ducentesimum octogesimum quintum, nempe circa annum primum Diocletiani, quia eo tantum tempore retrocedendo reperimus hunc cyclum cum cœlo congruere.

Probabile autem est hâc ratione Kalendario inscriptum esse assumptò quôcumque anno pro initio cycli hoc est cui cyclum aureum 1. tribuerent vt annô 285 obseruatis diebus in quibus nonilunia acciderent, eô annô, è regione horum dierum apposuerunt characterem 1, & quia eo anno nouilunia acciderunt Ianuarij 23. Februarij 21; Martij 23. Aprilis 21, Mayi 21. Iunij 9. & ita de cæteris è regione horum dierum in columna cycli lunaris vnitatem apposuerunt persuasi quod quoties cyclus lunæ esset 1 hoc est intra nouedecim annos, nouilunia iisdem diebus recurrerent sequenti anno obseruatis nouiluniis, è regione dierum quibus acciderent inscripserunt characterem 2 nempe 12 Ianuarî, decima Februarij duodecima Martij, decima Aprilis & ita in aliis mensibus.

Idem præstiterunt tertiô anno nempe anno Christi 287 apposito charactere 3. è regione dierum quibus nouilunia obseruarentur idem aliis annis consequentibus atque ita absolutus est cyclus & inscriptus Kalendario.

Quia initium huius cycli prorsus arbitrarium fuit, accidit vt retrocedendo inueniamus initium huius cycli cadere in ipsum annum christi, hoc est annum christi habuisse cyclum Lunæ 1, siue reuera iam tunc inchoatus esset hic cyclus siue non, parum interest: quare primus annus æræ christianæ cyclum lunarem habuit 2. Ex his facile methodum colliges quolibet anno christi inueniendi cycli Lunaris, si enim cuiuscumque anni æræ christianæ numerum auctum vnitate diuidas per 19 reliquus erit numerus cycli lunaris illi anno debitus, vt si quæratur quis numerus cycli aurei respondeat huic anno 1672 auge hunc numerum vnitate vt habeas 1673; quem diuides per 19. neglecto quotiente exhibebitur 1. aureus numerus huic annô 1672 debitus.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Dispositio cycli aurei in Kalendario.

Quamuis superiori propositione viderimus connexionem anni lunaris cum anno Iuliano multiplex tamen dispositio mensium lunarium in Kalendario excogitari potest & primò quidem mensis constituendus est, à quo cyclus ducat initiū hoc enneadecaeteridis principium multiplex fuit nam Ægyptij voluerunt eam lunationem esse primam quæ in mensem Thot. desineret, videbimus autem postea quem diem obtineat in anno Iuliano

Iuliano prima dies anni Ægyptij, ægyptius enim annus veterem formam amisit, habetque iam à veterum Romanorum temporibus, suum intercalarem diem ideoque à Iuliano non differt, nisi penes initium.

Nos item vt duplicem habemus annum, ciuilem, & Ecclesiasticum, duplex etiam anni initium cogitare possumus, ita vt Ianuarius sit initiũ anni ciuilis, & lunatio Pascalis sit initium anni sacri.

Notandum autem Primo periodum annorum Iulianorum 19. ciuilium, non esse præcise dierum 6939 horarum 18, neque enim in anno ciuili dimidiantur dies, sed aliquando dierum 6939 cum nempe in nouemdecim annis 4 inueniuntur bissextiles, & sæpius 6940 quando in periodo nouemdecim annorum inueniuntur bissextiles quinque, vt cum primus annus periodi est bissextilis quintus, nonus decimus tertius, & decimus septimus bissextiles erunt, atque adeò quinque in ea periodo bissextiles erunt, & consequenter dies 6940 pariter quando secundus annus sextus decimus, decimus quartus, decimus octauus vel quando tertius septimus vndecimus, decimus quintus, decimus nonus, tunc periodus obtinet dies 6940, solum quando quartus annus periodi est bissextilis, octauus, duodecimus, decimus sextus, periodus solaris habet dies 6939. diximus quidem in tota periodo inueniri menses lunares 235 sed si annus lunaris constaret tantum duodecim mensibus essent tantum menses lunares 228, restant ergo septem qui erunt embolismici seu intercalares si alternatim constituantur menses ordinarij dierum 30 & 29 fient dies 6726 si addantur 4 bissextiles dies fient 6730 vel si periodus contineat quinque bissextiles, fient dies 6731 si ergo subtrahas 6730 ex 6939 restabunt dies 209 qui si distribuantur in septem lunationes quælibet habebit dies 29 & quia restant 6 dies sex Lunationes embolismicæ erunt dierum 30 & vno dierum 29, sic completur numerus propositus, Idem etiã in periodo dierum 6940, nempe subtrahendo 6731 ex 6940, restat idẽ numerus 209 qui in 7 Lunationes distributus efficit 6 plenas & vnã cauã. quomodo autẽ se habeant isti menses intercalares, & melius intelligatur tota periodus supponamus intelligentiæ causa, aliquas gentes annũ lunarem vsurpare non quidem Arabicum illum solutum, sed cum anno Iuliano connexum, ita vt constitutum sit vt post nouemdecim annos, anni eôdem modô cõgruant. Annus lunaris communis anno Iuliano minor est 11 diebus, si ergo simul incipiant secundo anno citius incipiet Lunaris quam Iulianus, diebus nempe 11. & cum itidem secundus annus lunaris sit Iuliano minor, tertius incipiet diebus 22. ante Iulianum si tertius annus lunaris nullum habetet additamentum, quartus annus triginta tribus diebus inciperet ante annum Iulianum, quare quasi ex natura rei illi addi debet vnus mensis, ad hoc vt non iam incipiat, diebus 33. ante Iulianum, sed cum mensis intercalaris sit plenus seu triginta dierum, quartus annus tribus diebus incipiet ante Iulianum, cum ergo annus quartus sit minor Iuliano diebus 11. quintus diebus 14. præuertet initium anni Iuliani. & quia quintus itidem 11. diebus est minor Iuliano, sextus diebus 25. præcedet Iulianum & quia sextus si nihil adderetur diebus aliis 11. præuerteret seu diebus 36. illi additur vnus mensis dierum 30. atque ita septimus præuertit tantum Iulianum diebus 6. & cum sit illo minor 11. diebus octavus præuertet Iulianum diebus 17. & Nonus diebus 28. qui cum non sufficiant ad mensem integrum non additur mensis in fine octavi sed cum octavus minor sit 11. diebus, nisi in fine noni adderetur mensis decimus præuerteret anni Iuliani initium diebus 39. quare additur mensis lunaris dierum 30. & tunc decimus annus lunaris præuertet Iulianum diebus 9. vndecimus diebus 20. qui cum etiam ipse minor sit Iuliano si nihil adderetur annus duodecimus præuerteret Iulianum diebus 31. & additô vnô mense duodecimus præuertet Iulianum tantum vno die, decimus tertius duodecim, decimus quartus viginti tribus, & decimus quintus nisi adderetur mensis diebus 34. addatur mensis decimo quarto, & decimus quintus præueniet Iulianum diebus 4. decimus sextus diebus 15. decimus septimus diebus 26. & cum ipse annus sit anno Iuliano breuior nisi adderetur decimus octavus præveniret diebus 37. addatur mensis & decimus octavus præveniet tantum diebus 7. decimus nonus præueniet diebus 18. & si nihil adderetur decimo nono, primus insequentis periodi præueniret Iulianum 29. diebus addatur ergo vnus mensis cauus & denuo simul incipiet vterque annus. ex quibus concludere licet ex natura rei annos 3, 6, 9, 11, 14, 17, & 19 admittere intercalares menses, quod verum quidem est in illa hypothesi in qua annus lunaris aptandus est Iuliano communi, vt eum nunquam sequatur, sed vel cum ipso incipiat, aut citius incipiat, melius enim aptari posset, & minus vtriusque principia ab inuicem discedere, vt verbi gratiâ tertij anni principium, melius congrueret cum Iuliani principio, si post secundum poneretur mensis intercalaris. Sic enim non præueniret diebus viginti duobus, sed sequeretur octo diebus quod minus incongruum videretur, idem dicendum de quinto anno. nam in sexto anni Lunaris initium præuertit anni Iuliani initium diebus 25. si ponatur in fine quinti Intercalaris, sexti anni lunaris initium sequetur Iuliani principium diebus quinque.

Quod adhuc melius in fine octavi appatet, noni enim lunaris initium præuertit anni Iuliani initium diebus 28. & addito intercalari mense in fine octavi annus nonus lunaris biduo tantum post initium lunaris inciperet. Idem in aliis observare licet, ideoque hæc regula observanda esset, vt principia duorum annorum Iuliani & lunaris, nunquam pluribus quam 14. diebus discreparent, & in fine periodi rursus convenirent.

Videtur tamen huic considerationi obstare, quod cum menses intercalares debeant esse pleni, exceptô vltimô, non debeant inseri nisi cum ex minutis illis adhærentibus coaluerit dies integra. quod tertio tantum anno accidet, nam dies lunaris continet dies 29. hor. 12. & min. 44. id est tres quadrantes, qui tres quadrantes intra triginta duos menses lunares diem efficiunt sed si in fine secundi anni intercalaretur, adderetur vna dies, antequam ex huiusmodi minutis facta esset dies integra, sed hæc ratio non videtur convincere eo quod intra 24. menses, huiusmodi minuta 18. horas efficiunt. Posset fieri intercalatio quasi vnius diei etiamsi deficerent 6. horæ, qui defectus adhuc minor esset.

Si quæreretur naturalis horum cyclorum dispositio puto hanc esse optimam, nempe si ex tabulis

bulis Aſtronomicis initiô factô à quôcumque voluetimos, ſed præeipuè expectetur aonorum periodus in qua ſint quinque Biſſextiles, ſi (ioquam) ſupputentur omnia Novilunia media pro ſinguits anois, & menſibus, iiſque diebus quibus ea aecidere deprehenſum fuerit, cyelorum characteres apponanrut. Sic enim omnia belle proeedeor, & emboliſmici menſes, quaſi ſeipſis optimè, diſponeotur. neque ad eas regulas attendendom erit, quas computiſtæ ad nauſeam ingerunt.

Vt tameo aliquid ex hac propoſitiooe colligamus, notandum eſt à veteribus computiſtis hos annos fieri emboliſmicos 3.6.8.11.14.17.19.

Notandum etiam eſt quod initium Luoaris anni nunquā ſequatur initium Iuliani niſi anno oooo, ſi octavus fiat emboliſmicus. initiū enim Lunaris anni tardius erit biduo, quam Iuliani initium.

PROPOSITIO XII.

Theotema.

Quæ Regulæ ad celebrationem Paſchæ ob Eccleſia obſeruentur.

Cyclus aoreus præeipuè ad eelebrationem Paſchæ Kalendario Eecleſiaſtico additus eſt, atq; adeò eius recta diſpoſitio ſatis inteliigi oon poteſt, niſi priùs eerti termini Paſchales coostituantur, deduenotur autem hæ regulæ præcipuè ex Seriptura & Conciliis: à Scriptura initium faciamus. Exodi 12. *Menſis iſte vobis principium menſium, primus erit in menſibus anni. Loquimini ad vniuerſum cœtum filiorum Iſraël, & dicite decimâ die menſis huius, tollat vnuſquiſque agnum per familias & domos ſuas.* Et paulò infrà: *& ſeparabitis eum vſque ad quartam decimam diem menſis huius immolabitque eum vniuerſa multitudo filiorum Iſrael ad veſperam.* Et paulò infrà: *Primò menſe quartâ decimâ die menſis ad veſperam comedetis azyma, vſque ad diem vigeſimam primam eiuſdem menſis.*

Levitici 23. *Hæ ſunt ergo Feriæ Sanctæ quas celebrare debetis temporibus ſuis. Menſe primò quartadecima die menſis ad veſperam, phaſe Domini eſt. Et quintâ decimâ die menſis huius ſolemnitas Azymorum Domini eſt.*

Numer. 9. *Locutus eſt Dominus ad Moyſen in deſerto Sinai, anno ſecundo poſtquam egreſſi ſunt de terra Ægypti menſe primò, faciant filij Iſrael Phaſe in tempore ſuo, quartadecima die menſis huius iuxta omnes ceremonias & ſanctificationes ſuas.*

Neque aliud in Scriptura iovenimus, quare reliqua ex anno Iudæorum petenda ſunt. Annum Iudæorum lunarem fuiſſe nemo dubitat ſuiſque emboliſmicis ita ordioatum, vt is meoſis dieeretor primus, cuius decimaquarta vel in diem Æquinoctij verni cadetet, vel eum proxime ſequeretur. Id teſtatur Ioſephus Iudæus libro 3. Antiquitatum Iudaicorum eap. 13. *Menſe verò Xanthico qui apud nos Niſan appellatur, & eſt anni principium quartadecima Luna Sole oppoſitô in ariete, quô menſe liberati ſumus à ſeruitute Ægyptiorum, ſacrificium quod tunc egredientes ex Ægypto fecerũt, immolare nos annis ſingulis (quod Paſcha dicitur) celebrare præcepit.*

Idem refert Euſebius, de Anatolio Laodiceæ vrbis Syriæ Epiſcopus. Qui ita loquitur. *Et ideo non parum delinquere dicimus eos, qui ante initium hoc noui anni, hoc eſt ante vernum Æquinoctium Paſcha putant eſſe celebrandum, ſed nec à nobis primum Exordium ſumit hæc ratio; ſed ab antiquis Iudæis fuiſſe comprobata demonſtratur; & ante Aduentum Chriſti obſeruata; ſicut euidenter docet Philo, & Ioſephus, ſed & horum antiquiores, Agathobulus: & ab eo eruditus Ariſtobulus ex Paneade, qui vnus ex illis 70. ſenioribus fuit, qui miſſi fuerant à Pontificibus, ad Ptolemæum Regem Ægypti Hebræorum libros interpretari in Græcum Sermonem: quique multa ex traditionibus Moſi, proponenti Regi, percunctantique reſponderunt. Ipſi ergo cum quæſtiones Exodi exponerent. Dixerunt, Paſcha non eſſe prius immolandum quam Æquinoctium vernale tranſiret, Ariſtobulus verò etiam hoc addidit, in die Paſchæ non ſolum obſeruandum, eſſe vt Sol Æquinoctium vernale tranſcendat, verum & Luna cum enim duo ſint Æquinoctia veris ſcilicet & Autumni, æquis ſpatiis dirempta, & quartadecima menſis primi, ſit ſtatuta ſolemnitas poſt veſperam, quando Luna Soli oppoſita deprehenditur è regione, ſicut etiam oculis probare licet, inuenitur vtique vernalis Æquinoctij partem Sol obtinens, Luna verò è contrario Autumnalis. Legi in eorum libris, & aliis multa de his, validiſſimis aſſertionibus expoſita, quæ euidenter oſtendunt Paſchæ ſolemnitatem omni genere, poſt Æquinoctium celebrandam.* Hæc Euſebius de Aoatolio.

Eecleſia autem etiamſi legalibus ceremoniis non teneatur, idem in eelebratione Paſchæ obſeruare voluit, ob reeoodita myſteria Reſurrectionis Domini, quæ in eiuſmodi celebratiooe Paſchæ ineluduotur. noluit tamen vt Paſcha in ipſa decimaquarta Luna celebraretur, ſed die Dominiea proxime ioſequenti, eò quòd Dominus die Dominica poſt Paſcha Iudæorum reſurrexerit. Ideoque quoties 14. Luna, ſeu 14. dies Lunæ io diem Dominieum cadit, ſolemnitas Paſchæ in ſequentem Dominicam transferatur, noluerunt enim patres ante 14. Lunam ſolvere ieiunium. quod feciſſent, ſi die Domioica ineideote in 15. Lunam Paſcha celebraſſeot.

Hæc regula à variis Coociliis ſtatuta eſt. vt Concilio Cæſarienſi. *Ne liceat aliquando niſi in die Dominica in qua Dominus ſurrexit à mortuis, Dominicum Paſchæ celebrare myſterium, & in hâc ſolâ ſoluendum eſſe Paſchale ieiunium,*

Theophilus eiuſdem vrbis Epiſeopus, qui Concilio præfuit, ita rem explicat. *Conſtitutum eſt,* ait in illâ Synodô vt ab 21. Kalendas April. vſque ad 12. Kalendas Mayi Paſcha deberet obſeruari, & nec antea, nec poſtea, cuicumque limites tranſgrediendi ſit facultas. Similiter & de Luna, præceptum divinum teneatur: mandatum per Moſeo ſit vobis obſervatum, à decimaquarta Luna, vſque ad vigeſimamprimam: Has ergo ſeptem Lunas in Paſcha ſimiliter tenendo eooſtat fuiſſe coofecratas. Quando ergo ſit inter illum limitem, ab vndecimo Kal. April. vſque ad 12. Kalend. Mayi dies Domioicus, & Luna ex illis ſeptem ſanctificatis, coovenit nobis Paſcha, vt iuſtum eſt obſervare, in Chriſto Ieſu Domino noſtro. Additi tamen ſunt dies 3. ita vt Paſcha celebrari poſſit vſque ad 25. Aprilis incluſivè.

Idem confirmatum eſt in Conc. Nyceno, nẽpe vt Paſcha celebraretur vt moris erat in Eecleſia Romana. Beda autem ita loquitur. *Paſcha quod facimus die Dominico poſt 14. Lunam, vidimus Romæ*

Romæ vbi Beati Apostoli Petrus, & Paulus vixere docuere, passi sunt, & sepulti, ab omnibus celebrari, hoc in Italia. hoc in Gallia &c.

S. Ambrosius epistola 83. ad Episcopos Duo autem sunt obseruanda in solennitate Paschæ, quarta decima Luna, & primus mensis qui dicitur nouorum & paulò infrà, incipit autem mensis, non secundum vulgarem vsum, sed secundum consuetudinem peritorum, ab æquinoctio qui dies est XII Kalendas Aprilis

Beda libro de temporum ratione C. 42 ait decennouennalis circuli ordinem primus Eusebius Palæstinæ Episcopus, ob quartas decimas lunas festi Pascalis ipsumque diem paschæ inueniendum composuit, eò quod Luna, cuiuslibet ætatis intra, tantundem temporis ad eamdē redeat anni solaris diem; non quod Ægyptus vel cætera per orientem Christi Ecclesia, verū eatenus lunæ cursū vel diē nescierit inuenire paschalē: sed quia ea quæ ipsis temporibus annuatim cū labore inuestigat, & per orbem mandata sæpius in quæstionē venire solebant, faciliùs præfixà semel regolâ circulari semper obseruari & sine scrupulo ambigendi poterant edisci Idem etiam repetit libro 5. ecclesiasticæ historiæ gentis Anglorum, ex epistula Ceolfridi Abbatis ad regem Naitanum.

Hic autem quem vobis sequendum monstramus, computus Paschæ decennouennali circolo continetur, qui dudum quidem, hoc est ipsis Apostolorum temporibus, iam servari in Ecclesia cœpit, maximè Romæ, & Ægypti vt supra diximus, sed per industriam Eusebij qoi à B. Mart. Pamphilo cognomen habet, distinctiùs in ordinem compositus est, vt quod eatenus per Aleaandriæ Pontificem, singulis annis per omnes Ecclesias mandari consueverat. iam deinde, congesta in ordinē serie Lunæ quartædecimæ facillime posset abomnibus sciri. Et cap. 22. Idem Ceolfridus loquitur apud Bedam. Si ergo fieri posset vt semper in diē decimumquintum primi mensis seu io Lunam 15. Dominica dies incurreret, vnó semper eodemque tempore, cum antiquo Dei populo, quamquam Sacramentorum genere discreto, sicut vnâ eâdemque fide Pascha celebrare possemos, quia verò dies septimanæ non æquali cum Luna tramite procurrit; decrevit Apostolica traditio, quæ per B. Petrum Romæ prædicata, per Marcum Evangelistam, & interpretem ipsius Alexandriæ confirmata est, vt adveniente primo mense, in vesperá diei quartædecimæ, expectetur etiam dies Dominica à qointa decima, vsqoe ad vicesimam primam diem eiosdem mensis.

Ex bis locis primo constitoendum est Æquinoctium, quod diei 21. Martij affixum esse crediderunt omnes antiqui, nec ab ea sede vnqnam dimovendum, ideoque suum Kalendarium, ad banc suppositionem aptarunt.

Secundò, eum mensem primum esse, seu Paschalem, cuius decimaquarta aut in Æquinoctium caderet seu diem 21. Martij, aut eum seqoeretur proximè. Quare lunario quæ incipiebat, id est, cuius prima dies incidebat in octavum Martij Paschalis erat, quæ ante, id est, cuius prima dies erat septima die, aut ante reiiciebatur.

Tertiò, Lunatio quæ pluribus quam 30. diebus à 7. Martij distabat reiicienda erat vt pote nimis dissita ab Æquinoctio, vt quæ haberet antecedentem Paschalem Neomenia, ergo distans pluribus quam 15. diebus à 21. Martij, id est, cuius neomenia incidit in 6. Aprilis non admittitur tanquam Paschalis, quia antecedens habuit omnes conditiones requisitas ad Paschalem Neomeniam, cum cuius decimaquarta inciderit in 21. Martij seu in Æquinoctium.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Dispositio aureorum numerorū in Kalendario veteri.

Non vnica fuit aureorum numerorum in Kalendario dispositio, tom propter diversam Kalendarij rationem, tum etiam quòd multæ eiusdem dispositionis circumstantiæ essent arbitrariæ, & ab instituto penderent. quod ad primom attinet, Alexandrini vt pote Ægyptij, annô propriô vtebantur, æquali quidem Iuliano, quo ad quantitatem, cum in eum ex imperio Cæsarum intercalarem diem admiserint: eorum igitur annus incipit à 29 Augusti, menses babet 12. dierum 30. tum additios dies quinque, & nonnunquā 6. Cū ergo Alexandrini primi cyclum decemnovennalem, seu cyclum aureum suo anno accommodarint, inde fit, vt fortuito quasi casu, Iuliano inchoato scilicet à Kalendis Ianuarij conveniat. Secundò, quamvis Novilunia cœlestia, etiam media, vbique simul & eodem die accidant, civilia tamen, & cum cyclo vsuali connexa, non ita congruunt, etiamsi idem cyclus adhibeatur, si tamen initium cycli sit diversum & consequenter embolismici menses diversimode inserantur, fiet differentia saltem vnius diei, cum enim communiter, alternatim disponantur menses pleni, & cavi nisi vbi intercalantur menses embolismici, tunc enim duo pleni menses connectontur; si fiat diversimode hæc intercalatio fiet diversitas, in Noviluniis quæ saltem vnum diem importabit.

Quibus notatis referam primò quomodo dispositæ fuerint neomeniæ Paschales ab authore ipso Dyonisio. Qoia liberum fuit auspicari cyclum à quocumque anno, ille primum totius cycli annum posuit decimomnonū, hoc est incepit cyclum suum decemnovennalem ab eo anno, cui competit cyclus aureus 19. quare secundum leges priùs positas, cum tertius, sextus, octavus aliique ab initio cycli babeant intercalares menses, cum inceperit à 19. secundus, quintus, 7. 10. 13. 16. 18. erunt embolismici. Incipit autem neomeniam Paschalem competentem aureo numero 19. à quarta Aprilis, & decimamquintam Lunam, seu decimamquintam diem, quæ Paschalis esse potest à die 17. Aprilis. quare ab eo die cyclum suum auspicatur, & notat omnes decimas quintas Paschales.

Hòc modó numeratis diebus 354. cum annus sit commonis invenit pro anno secundo, seu pro anno in quo babetur cyclus aureus 1. Lunam decimamquintam Paschalem in 5. Aprilis.

Tertio anno ineunte, seo in qua habetur cyclus aureus 11. additis pariter diebus 354. cum annus sit commonis, incidet decimaquinta Paschalis in diem 25. Martij.

Quarto anno ineunte cuius cyclus est 3. cum annus sit embolismicus, addontur dies 384. Et Paschalis decimaquinta in diem 13. Aprilis.

Quinto anno ineunte, cyclô aureô XV. additis

additis diebus 354 cadet paſchalis terminus ſeu decima quinta in diem 2 Aprilis.

Sexto anno cyclo aureo V additis diebus 354 cum annus ſit communis cadet Paſchalis decimaquinta in 12 martij.

Septimo anno ineunte cum ſextus ſit emboliſmicus numeratis 384 diebus cadet decima quinta Paſchalis in 10 Aprilis.

Octauo anno cyclo aureo 7. à 10. Aprilis numeratis diebus 354. cadet decimaquinta in 30 martij.

Nono anno ineunte numeratis diebus 384 cum annus ſit intercalaris, cadet decima quinta in 18. Aprilis. & hic terminus eſt maxime remotus, nec poteſt dari alia remotior paſchalis 15, nam ſi hæc in diem lunæ incideret additis diebus 6 Paſcha in vigeſimam quartam Aprilis celebraretur quamuis ſecundum ordinationem præſentem etiam in 25 Aprilis nonnunquam cadat.

Decimo anno qui numerum aureum, habet 12 additis 354 diebus quia communis eſt cadet 15. Paſcalis in diem 7. Aprilis.

Vndecimo annô cyclô aureô 1. additis diebus 354 cum annus ſit communis erit 15 paſchalis die martis 27.

Duodecimo anno ineunte, cyclo aureo 11 adduntor dies 384 eritque Paſchalis 15 die Aprilis 14.

Decimo tertio anno ineunte cyclo aureo 12 addantor dies 354 & erit paſchalis 15 die 4. Aprilis.

Decimo quarto anno ineunte cyclo aureo 13, adduntor 354 quia annus communis eſt, erit 15 Paſcalis die 24 Martij.

Decimô quintô anno cyclo aureo 14 addontor dies 384 cum ſit emboliſmicus & 15 paſcalis cadet in diem Aprilis 12.

Decimo ſexto anno, cyclô aureo 15 adduntur dies 354 caditque Paſchalis 15 in 1 Aprilis.

Decimo ſeptimo, annô cyclô aureô 16 adduntur dies 35. caditque Paſchalis decima quinta in 21 martij.

Decimô octauô annô ineunte cyclo 17 adduntur diea 384 fitque Paſchalia decimaquinta 9 Aprilis.

Decimo nono ineunte cyclo 18 addantor 354 cadet 15 Paſchalis in 29 martij In fine decimi noni adduntur 384 & cadit surſus in 17 Aprilis.

Quæ quidem exempli tantum cauſâ affero, optime in 4 Aprilis conſtituit neomeniam primam ſeu primi anni nempe non in ipſo termino, cum poſſit etiam neomenia paſchalis incipere à 5. Aprilis. Aſſompto enim initio cycli quocumque, initium aliorum annorum ſemper præuertes eam diem, excepto nono anno, cuius initium ſequetur vnô die quare optime conſtituitor initium cycli fere in ipſo termino vltimo neomeniarum paſcalium quod ſi non octauus annus fieret emboliſmicus, ſed nonus potuiſſet inchoari cyclus ab ipſo termino nempe à v. Aprilis incluſiue quia in tali diſpoſitione initia annorum omnium ſemper anteoerrunt initium cycli.

Hæc fuit diſpoſitio aureorum numerorum, aut potiùs decimarum quintarum paſchalium, ſecundum mentem Dyonisij Abbatis. Alij tamen computiſtæ communiter incipiunt cyclum à numero 3 quem primæ Ianuarij inſeribunt: quô ſemel poſito ſi numeres alternis dies 30 & 19. numerum 3. aureum 111. inſcribes in propriis locis pro ſingulis menſibus, ita vt in decembri cadat, in 21. diem, à quo die proprie incipit ſecundus annus. numera exinde alternatim 30. & 29. dies & inſcriptus erit ſecundus annus apponendo ſcilicet characterem iv. incidet autem finis primi menſis qui eſt dierum 30 in Ianuarij 20 & finis duodecimi in decembris 10 à quo incipit tertius annus quare numeratis alternatim diebus 30. & 29. finis primi menſis anni cui competit cyclus v. erit in 9. Ianuarij, & finis anni niſi fieret emboliſmicus in 30. Nouembris quare ibi addendus eſſet menſis emboliſmicus, ita vt 30 decembria eſſet initium quarti anni, video tamen notari in 29, ita menſis fiat cavus qui deberet eſſe plenus, quare examinatis omnibus inuenio hanc diſpoſitionem ab Ægyptiis eſſe deriuatam, nam emboliſmici menſes ponontur in auguſto, & ſeptembri, quod euidenter oſtendetur & eo quod cum ponuntur emboliſmici, inueniantur duo menſes pleni qui ſe inuicem conſequantur quod etiam potuit fieri alia ratione, vt non expectaretur finis anni ad ponendum menſem emboliſmicum, ſed vbi primum ſoſſicientes erunt dies ad menſem integrum, & plenum; quod ita explico. cum primus annus Iulianus ſuperet primum lunarem diebus 11. & ſecundus item diebus 11, & tertius itidem tertium lunarem niſi fieret emboliſmicus diebus 11. fierent dies 33. quare non expectatur ad ponendum emboliſmicum finis anni, ſed vbi primum factus eſt menſis integer, tunc inſeratur menſis emboliſmicus, quæ omnia vnius diei diſſidium importare poſſunt ex his ſequitur diſpoſitio qualem habemus in Kalendario, ſuperuacaneom autem eſt examinare cur maiores numeri minores ſequantor, aut antecedant vna aut duabus ſedibus, aut 11. ſcio à computiſtis iſta examinari, ſed ſuperuacaneo labore: factô enim ſyſtemate, vt fiant tot emboliſmici menſes qui pleni ſint inſerantusque certis annis, reliqua neceſſario conſequuntur, vt ſupra vidimus.

KALENDARIVM VETVS.

JANVARIVS.

Aureus numerus.	Lit.dom.	Kalendæ.	Dies Men.
iij	A	Kal.	1.
	b	iiij	2.
xj	c	iij	3.
	d	prid	4.
xix	e	Non	5.
viij	f	viij	6.
	g	vij	7.
xvj	A	vj	8.
v	b	v	9.
	c	IV	10.
xiij	d	iij	11.
ij	e	prid	12.
	f	Idus	13.
x	g	xix	14.
	A	xviii	15.
xviij	b	xvii	16.
vij	c	xvi	17.
	d	xv	18.
xv	e	xiv	19.
iv	f	xiii	20.
	g	xii	21.
xij	A	xi	22.
j	b	x	23.
	c	ix	24.
ix	d	viii	25.
	e	vii	26.
xvij	f	vi	27.
vj	g	v	28.
	A	iv	29.
xiv	b	iii	30.
iij	c	prid	31.

FEBRVARIVS.

Aureus Numerus.	Lit.dom.	Kalendæ.	Dies Men.
	d	Kal.	1.
xi	e	iv	2.
xix	f	iii	3.
viii	g	prid	4.
	A	Non	5.
xvi	b	viii	6.
v	c	vii	7.
	d	vi	8.
xiii	e	v	9.
ii	f	iv	10.
	g	iii	11.
x	A	prid	12.
	b	Idus	13.
xviii	c	xvi	14.
vii	d	xv	15.
	e	xiv	16.
xv	f	xiii	17.
iv	g	xii	18.
	A	xi	19.
vii	b	x	20.
i	c	ix	21.
	d	viii	22.
ix	e	vii	23.
	f	vi	24.
xvii	g	v	25.
vii	A	iv	26.
	b	iii	27.
xiv		prid	28.

MARTIVS.

Aureus numerus.	Lit.dom.	Kalendæ.	Dies men.
iii.	d	Kal.	1.
	e	vi	2.
xi	f	v	3.
	g	iv	4.
xix	A	iii	5.
viii	b	prid	6.
	c	Non	7.
xvi	d	viii	8.
v	e	vii	9.
	f	vi	10.
xiii	g	v	11.
ii	A	iv	12.
	b	iii	13.
x	c	prid	14.
	d	Idus	15.
xviii	e	xvii	16.
vii	f	xvi	17.
	g	xv	18.
xv	A	xiv	19.
iv	b	xiii	20.
	c	xii	21.
xii	d	xi	22.
i	e	x	23.
	f	ix	24.
ix	g	viii	25.
	A	vii	26.
xvii	b	vi	27.
vi	c	v	28.
	d	iv	29.
xiv	e	iii	30.
iii	f	prid	31.

KALENDA

KALENDARIVM VETVS.

APRILIS. Aureus numerus.	Lit. dom.	Kalendæ.	Dies men.	MAYVS. Aureus numerus.	Lit. dom.	Kalendæ.	Dies men.	IVNIVS. Aureus numerus.	Lit. dom.	Kalendæ.	Dies Men.
	g	Kal.	1.	xi	b	Kal.	1		e	Kal.	1.
xi	A	IV	2.		c	vi	2	XIX	f	IV	2.
	b	iii	3.	XIX	d	v	3	viii	g	iii	3.
XIX	c	prid	4.	viii	e	IV	4	xvi	A	prid	4.
viii	d	NON	5.		f	iii	5	v	b	NON	5.
xvi	e	viii	6.	xvi	g	prid	6		c	viii	6.
v	f	vii	7.	v	A	NON	7	xiii	d	vii	7.
	g	vi	8.		b	viii	8	ii	e	vi	8.
xiii	A	v	9.	xiii	c	vii	9		f	v	9.
ii	b	IV	10.	ii	d	vi	10	x	g	IV	10.
	c	iii	11.		e	v	11		A	iii	11.
x	d	prid	12.	x	f	iiii	12	xviii	b	prid	12.
	e	Idus	13.		g	iii	13	vii	c	Idus	13.
xviii	f	xviii	14.	xviii	A	prid	14		d	xviii	14.
vii	g	xvii	15.	vii	b	Idus	15	XV	e	xvii	15.
	A	xvi	16.		c	xvii	16	IV	f	xvi	16.
XV	b	XV	17.	XV	d	xvi	17		g	XV	17.
IV	c	xiv	18.	IV	e	XV	18	xii	A	XIV	18.
	d	xiii	19		f	XIV	19	i	b	xiii	19.
xii	e	xii	20.	xii	g	xiii	20		c	xii	20.
I	f	xi	21.	i	A	xii	21	IX	d	xi	21.
	g	x	22.		b	xi	22		e	x	22.
IX	A	IX	23.	IX	c	x	23	xvii	f	IX	23.
	b	vii	24.		d	IX	24	vi	g	viii	24.
xvii	c	vii	25.	xvii	e	viii	25		A	vii	25.
vi	d	vi	26.	vi	f	vii	26	XIV	b	vi	26.
	e	v	27.		g	vi	27	iii	c	v	27.
XIV	f	IV	28.	XIV	A	v	28		d	IV	28.
iii	g	iii	29.	iii	b	IV	29	xi	e	iii	29.
	A	prid	30.		c	ii	30		f	prid	30.
				xi	d	prid	31				

KALENDARIVM VETVS.

JVLIVS.				AVGVSTVS.				SEPTEMBER.			
Aureus numerus.	Lit. dom.	Kalendæ.	Dies Men.	Aureus Numerus.	Lit. dom.	Kalendæ.	Dies Men.	Aureus numerus.	Lit. dom.	Kalendæ.	Dies men.
xix	g	Kal.	1.	viii	c	Kal.	1.	xvi	f	Kal.	1.
viij	A	vj	2.	xvi	d	iv	2.	v	g	iv	2.
	b	v	3.	v	e	iii	3.		A	iii	3.
xvj	c	iv	4.		f	prid	4.	xiii	b	prid	4.
v	d	iij	5.	xiii	g	Non	5.	ii	c	Non	5.
	e	prid	6.	ii	A	viii	6.		d	viii	6.
xiij	f	Non	7.		b	vii	7.	x	e	vii	7.
ij	g	viij	8.	x	c	vi	8.		f	vi	8.
	A	vij	9.		d	v	9.	xviii	g	v	9.
x	b	vi	10.	xviii	e	iv	10.	vii	A	iv	10.
	c	v	11.	vii	f	iii	11.		b	iii	11.
xviij	d	iv	12.		g	prid	12.	xv	c	prid	12.
vij	e	iij	13.	xv	A	Idus	13.	iv	d	Idus	13.
	f	prid	14.	iv	b	xix	14.		e	xviii	14.
xv	g	Idus	15.		c	xviii	15.	xii	f	xvii	15.
iv	A	xvii	16.	vii	d	xvii	16.	i	g	xvi	16.
	b	xvi	17.	i	e	xvi	17.		A	xv	17.
xij	c	xv	18.		f	xv	18.	ix	b	xiv	18.
j	d	xiv	19.	ix	g	xiv	19.		c	xiii	19.
	e	xiii	20.		A	xiii	20.	xvii	d	xii	20.
ix	f	xii	21.	xvii	b	xii	21.	vi	e	xi	21.
	g	xi	22.	vii	c	xi	22.		f	x	22.
xvij	A	x	23.		d	x	23.	xiv	g	ix	23.
vj	b	ix	24.	xiv	e	ix	24.	iii	A	viii	24.
	c	viii	25.	iii	f	viii	25.		b	vii	25.
xiv	d	vii	26.	xi	g	vii	26.	xi	c	vi	26.
iij	e	vj	27.		A	vi	27.	xix	d	v	27.
	f	v	28.	xix	b	v	28.		e	iv	28.
xj	g	iv	29.		c	iv	29.	viii	f	iii	29.
xix	A	iii	30.	viii	d	iii	30.		g	prid	30.
	b	prid	31.		e	prid	31.				

KALENDA

KALENDARIVM VETVS.

OCTOBER.				NOVEMBER.				DECEMBER.			
Aureus numerus.	Lit.dom.	Kalendæ.	Dies men.	Aureus numerus.	Lit.	Kalendæ.	Dies men.	Aureus numerus.	Lit.dom.	Kalendæ.	Dies Men.
xvi	A	Kal.	1.		d	Kal.	1	xiii	f	Kal.	1.
v	b	vi	2.	xiii	e	iv	2	ii	g	iv	2.
xiii	c	v	3.	ii	f	iii	3		A	iii	3.
ii	d	iv	4.		g	prid	4	x	b	prid	4.
	e	iii	5.	x	A	Non	5		c	Non	5.
x	f	prid	6.		b	viii	6	xviii	d	viii	6.
	g	Non	.	xviii	c	vii	7	vii	e	vii	7.
xviii	A	viii	8.	vii	d	vi	8		f	vi	8.
vii	b	vii	9.		e	v	9	xv	g	v	9.
	c	vi	10.	xv	f	iiii	10	iv	A	iv	10.
xv	d	v	11.	iv	g	iii	11		b	iii	11.
iv	e	iv	12.		A	prid	12	xii	c	prid	12.
	f	iii	13.	xii	b	Idus	13	i	d	Idus	13.
xii	g	prid	14.	i	c	xviii	14		e	xix	14.
i	A	Idus	15.		d	xvii	15	ix	f	xviii	15.
	b	xvii	16.	ix	e	xvi	16		g	xvii	16.
ix	c	xvi	17.		f	xv	17	xvii	A	xvi	17.
	d	xv	18.	xvii	g	xiv	18	vi	b	xv	18.
xvii	e	xiv	19.	vi	A	xiii	19		c	xiv	19.
vi	f	xiii	20.		b	xii	20	xiv	d	xiii	20.
	g	xii	21.	xiii	c	xi	21	iii	e	xii	21.
xiv	A	xi	22.	iii	d	x	22		f	xi	22.
iii	b	x	23.		e	ix	23	xi	g	x	23.
	c	ix	24.	xi	f	viii	24	xix	A	ix	24.
xi	d	viii	25.	xix	g	vii	25		b	viii	25.
xix	e	vii	26.		A	vi	26	viii	c	vii	26.
	f	vi	27.	viii	b	v	27		d	vi	27.
viii	g	v	28.		c	iv	28	xvi	e	v	28.
	A	iv	29.	xvi	d	iii	29	v	f	iv	29.
xvi	b	iii	30.	v	e	prid	30		g	iii	30.
v	c	prid	31.					xiii	A	prid	31.

PROPOSI

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Vsus Kalendarij.

Vsus huius Kalendarij multiplex fuit, habuit enim dies mensis Iuliani cum adiectis Festis immobilibus. Tum columnam Kalendarum in qua nulla est difficultas. Tertiô columnam litterarum Dominicalium cuius vsum iam suprà explicuimus, cum de cyclo solari ageremus. restat vt vsum Lunaris cycli, seu aurei numeri explicemus. Primò quidem inquirô aureô numerô cuiuscumque anni, habentur in Kalendario Nouilunia omnia, dies enim quibus respondet numerus aureus currens eo anno, sunt primæ dies lunationum, atque adeo vnico intuitu habentur omnia Nouilunia totius anni.

Secundò ad inventionem Festorum mobilium quæ cum solemnitate Paschæ connexa sunt ita agendum est. quodcumque Nouilunium inter 8. Martij & 7. Aprilis positum inclusiue Paschale est, quare numeratis 14. diebus sequens Dominica, quam littera Dominicalis exhibebit Pascha erit.

Ponamus eo anno quo cyclus aureus est XVI. quæri solemnitatem Paschæ, quia numerus aureus XVI. in veteri Kalendario appositus est octauo Martij, numerentur dies 14. decimaquarta in 21. Martij incidit, quare sequenti Dominica quam habebis ex cyclo Solis, dabit solemnitatem Paschæ.

Ponatur cyclus aureus IV. is cadit in 27. Martij, in nouo Kalendario numeratisque 14. diebus finis numerationis cadet in 9. Aprilis; prima Dominica post 9. Aprilis, erit Paschalis ita agendum est in aliis omnibus.

Ex eo facilè Tabulam temporariam construes pro singulis litteris Dominicalibus secundum vetus Kalendarium quod habemus in Breviariis nostris, nempe assumptâ, verbi gratia, littera Dominicali A. dices ea littera currente diem Paschæ cadere in 26. Martij, quoties erit cyclus aureus XVI. V. XIII. II. quia ij omnes in veteri Kalendario habent 14, diem ante 26. Martij. Eadem littera Dominicali A currente erit Pascha 2. Aprilis, in cyclis aureis X, XVIII. VII. XV. Eâdam litterâ A currente erit Pascha 9. Aprilis, si aureus numerus fuerit IV. XII. I. IX. Eadem currente littera A erit Pascha in 16. Aprilis, in cyclis aureis XVII. VI. XIV. III..XI Erit eadem littera A currente dies Paschæ 23. Aprilis, in cyclis XIX. VIII. XVI. V. & XIII.

Idem præstabis in littera B, qua currente erit dies Paschæ in 27. Martij in cyclis XVI. V. XIII. II. Quia ij omnes habent 14. ante diem 27. Martij quæ est Dominica. Eadem littera Dominicali B currente, erit Pascha 3. Aprilis, in cyclis aureis X. XVIII. VII. XV. Eadem litterâ B currente, erit Pascha 10. Aprilis, in cyclis IV. XII. I. IX. & ita de reliquis. Hoc est assumpta die Dominica quærendi sunt omnes numeri aurei, quorum 14 antecedit hunc diem non pluribus quam 7 diebus, si enim pluribus quam septem diebus hæc decima quarta distaret à die dominica, antecedens dies dominica pro paschali die assumenda esset; quare proposita dominica die quicumque numerus aureus ab ea distat pluribus quam diebus 14, paucioribus quam 22, ad eam pertinent sed de huiusmodi tabulis rursus inferiùs cum de vsu Kalendarij Gregoriani atque hic vsus communis fuit ad correctionem vsque Kalendarij.

Docebimus autem inferiùs methodum determinandi cætera festa mobilia, solemnitate Paschæ semel constituta

PROPOSITIO XV.

Problema.

Numerum aureum cuilibet anno respondentem reperire.

Explicatâ cycli lunaris naturâ vsu & fine, tradenda est methodus inueniendi numeri aurei pro quolibet anno, quæ res cum pendeat ex instituto, potuit enim quilibet annus pro primo cycli Lunaris assumi supponendum est aliquid nempe homines ita conuenisse vt hic annus ætæ christianæ 1672 habeat aureum numerum 1, quare si numerum 1671 diuidas per 19. relinquetur 18. restant igitur 18. pro primo anno Christi: initium igitur cycli fuit anno ante ætam christianam; quo semel posito fundamentô, facile quôcumque proposito anno ætæ christianæ cyclum aureum illi respondentem inuenies numero anni propositi adde vnitatem, & habebis annos ab initio cycli, diuide summam per 19. numerus relictus erit is qui quæritur vt si ad annum Christi 1672 quæras cyclum aureum adde ad 1672 vnitatem, fiet 1673. diuide hunc numerum per 19 neglectô quotiente, relinquetur vnitas; igitur anno 1672 cyclus aureus est 1.

Scire quis desiderat anno Christi 1700 qui numerus aureus competat, huic numero adde vnitatem, fiet summa 1701. quam diuide per 19. restabit 10. pro numero aureo anni 1700.

Cum anno primo ante christum competat cyclus aureus 1. ergo anno secundo ante cópetet 19. erit qui finis cycli, ex hôc facile propositô quôcumque anno ante Christum numerum aureum ei respondentem, inuenies subducendo binarium si diuidas reliquum per 19. & id quod relinquitur sobtractum ex 19. relinquit numerum aureum debitum: proponatur annus 9. ante Christum substrahe 2. restant 7. quæ diuidi non possunt subtrahe 7. ex 19 restabunt 12. proponatur annus 50 ante christum subtrahe 2. restant 48. diuide per 19 restant 10. quæ subtrahantur ex 19. restat 9 Ita operaberis in reliquis, atque hoc modo cyclum lunarem inuenies tam in annis post Christum, quàm in annis ante christum.

Notandum autem eundem cyclum competere annis Iulianis, & annis Gregorianis; hoc est circa cyclum aureum nihil immutatum esse per correctionem Kalendarij, saltem vt cuilibet idem in vtroque calendario competit numerus aureus.

PROP.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

De Cyclo Indictionum.

Cyclus Indictionom, vtroque cyclo aureo, & Solari antiquior est saltem apud Romanos, creditur que inventus ad pensitationem tributorum; ideoque oullam cum cœlestibus motibus connexionem habet, est autem revolutio annorum 15, quibus expletis rursus ad vnitatem reditur frequens est in diplomatibus Pontificiis, & Cæsareis iodictionis mentio hæc apud Romanos à Kalendis Jaouariis incipit, apud Græcos à Septembri antecedenti, anno 1632. erat cyclus iodictionis 15. quare diviso hoc numero 1632. per 15. restant 12, igitur duodecimo aooo Christi erat indictio 15. & consequenter anno ante Christum erat indictio 3. ex quo in conseqoentia, sæcula, iodictionem protogabimus, hoc est, si annis Christi addamus 3. & summam per 15. dividamus, reliquus fiet numerus indictionis anno conveniens. vt si quæratur indictio pro anno 1672. adde 3. fies 1675. divide per 15. restabit 10. pro numero indictionis, debitæ, aono 1672.

Pariter si anno ante Christum addas 15. summamque dividas per 15. relinquetur numerus qui subtractus ex 15. exhibet indictionem tali anno propositam vt si anni tertij ante æram Christianam quæras indictionem, adde 11. fiet 14. subtrahe ex 15. restat 1. indictionis. annu quinquagesimo adde 11. fient 61, divide per 15. restat 1. subtrahe ex 15, habebis 14. pro indictione debitâ anoò quinquagesimo ante Christum.

Habemus ergo anno præcedente Christi natalem cyclum Solis fuisse 9. Lunæ 1. & indictionis 3. atque adeo primus annus Christi habuit cyclum Solis 10. Lunæ 2, indictionis 4. & quia hæc Epocha est celebettima bene assumitur tanquam radix ad inveniendos cyclos quibuslibet annis, sive consequentibus, sive antecedeotibus debitos.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

De cyclorum concursu, & periodò Dyonisianâ.

Cycli tres quos hactenus explicuimus nempe cyclus Solis anootum 28. cyclus Luoæ annorum 19, & cyclus indictionis aonorum 15. habentet pro certissimis cuiuscumque anni characteribus: ita vt si dicatur aliquid accidisse eô anoo cuius cyclus Solaris esset 4, Lunæ 2. & indictio 3, possit certò, & infallibiliter inveniri annus cui hæ notæ conveniant. dantur & aliæ annotam notæ, nempe annus Sabaticus apud Judæos, quilibet enim septimus annus apud Hebræos Sabbaticos erat, & in eo terra non colebatur, sed quiescere dicebatur: ex quo deinde primus, secundus, tertius annus à Sabbarico nominabatur Eclypses item, oovilunia, & pleoilunia propriis diebus consignata; aliisque vestita circumstantiis in anni propositi cognitionem deducuot. placet autem primo cyclorum cuncursum hac propositione explicare.

Cumbinari primò possunt duo cycli nempe Solis & Lunæ, neglectô indictionis cyclo. Cum Solis cyclus absoluatur annis 28. & Lunaris annis 19. si 28. per 19. multiplices, exurget numerus 532, qnem duo numeri 28, & 19. exacte metientur, hoc est exurget numerus quem si dividas per 28. nihil relinquetur, atque adeo idem recurret numerus cycli Solaris qui erat. pariter si numerum eumdem dividas per 19. nihil relinquetur & consequenter post 532. annos idem recurret numerus cycli Solaris, & idem cycli Lunaris. Hæc vocatur periodus Dyonisiana ab inventore, qui illius initiom posuit in anno præcedente ætam Christianam, malè quidem, licet enim cyclus Lunæ esset 1. cyclus tamen Solis erat 9. atque adeo non debuit esse initium illius periodi. hic enim annus erat illius periodi annus 457. nam si numerum 457. dividas per 28. relinquitur 9. si dividas per 19. relinquitur 1. quare annus 457. ante Christum erat primus periodi Dyonisiauæ quia autem ad perficiendos 532. restant 45, annus Christi septuagesimus sextus fuit primus alterius periodi, & addendo continuo 532. annos habebis periodorum Dyonisiaoarum annos primos, nempe 608, 1140. 1672. 2204. & ita consequenter addendo semper 532. invenies primos annos periodorum quatumlibet. Vsus huius periodi in duobus consistit nempe vt dati anni cyclos assignes secundò vt datis cyclis annum assignes, quod ad primum attinet, datô annô Christi si ex eo subtrahas voum ex annis propositis minus vnitate habebis quotus sit annus periodi Dyonisiaoæ. vt si quæratur annus 1700 quotus sit periodi aufer ex 1700. non 1672, sed 1671. restabit 29. quare annus 1700. erit 29. periodi, dividendo 29. per 28, habebit pro cyclo Solari 1. & dividendo per 19. relinquetur cyclus Lunaris 10.

Secundus vsus eiusdem periodi erit ad inveniendum annum ex cyclis. quod fit ope alicuius tabulæ, quæ ita construitur. Primò quæritur annus periodi Dyonisiañæ in qua cyclus Lunæ absoluatur, & Solis iam fuerit absulutas vno anno, is erit 57. nam dividendo 57. per 19. nihil relinqoitur, si tamen dividas 57. per 28. relinquitur vnus, quare si addas continuo 57. semper habebis cyclum Lunæ 19. & habebis cyclum Solis 1. in prima additione, 2. in secunda; in tertia 3. & ita consequenter quare habebis annos io quibus cyclus Lunæ est 19. & cyclus Solis 1. 2, 3, 4, 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12, &c. ita vt vltimi concurrant eo quod finiatur periodus.

Tertia columna ita ordinatur quæratur annus qui Lunæ cyclum habet 1. & Solis 28. invenitur esse 476. is continuo addatur semper habebuntur anoi in quibus cyclus Solis erit 28, & Lunæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. & ita consequenter reiectis tamen 532. quoties potest, huc est integra periodo Dyonisiana. atque ita fiet secunda columna.

Primus vsos tabulæ erit nempe vt propositis cyclis inveniatur annus periodi Dyonisianæ, ad quem finem sufficiunt columnæ annotum cycli

Solis & Lunæ. fint propofiti cycli, verbi gratia quæritur annus periodi Dyonifianæ, in quo cyclus Solis fit 9. & Lunæ 1. quære in prima columna numerum 9, cui refpondet in columna cycli Solis numerus 513. quem ferva quære item in prima columna cyclum 1, cui in columna Lunaris cycli refponder 476. adde 513. & 476. fit fomma 989. à qua fubtraho 532. feu periodum Dyonifianam reftat 457.annus periodi Dyonifianæ quæfitus.

	Anni Cycli Solis	Anni Lunæ	Anni Indict.
1	57	476	6919
2	114	420	5852
3	171	364	4788
4	228	308	3724
5	285	252	2660
6	342	196	1596
7	399	140	532
8	456	84	7448
9	513	28	6384
10	38	504	5320
11	95	448	4256
12	152	392	3192
13	209	336	2128
14	266	280	1064
15	323	224	7980
16	380	168	
17	437	112	
18	494	56	
19	19	532	
20	76		
21	133		
22	190		
23	247		
24	304		
25	361		
26	418		
27	475		
28	532		

Demonftratio. ex contextu tabularum annus 513. habet cyclum Solis 9. & Lunæ 19. nam in columna cycli Solis pofiti tantum funt anni qui haberent cyclum Lunæ 19. & ita difpofiti funt vt refpondeant cyclis Solis ptimæ columnæ quare anno 513. finitur cyclus Lunæ. ideoque poffumus fi volumos ab eo inchoare cyclum Lunæ. in tertia columna pofuimus cyclos Solis abfolutos nempe annos qui haberent cyclum Solis 28. & Lunæ 1. 2, 3. 4. quare primus feu 476 continet cyclos Solis abfolutos, Lunæ vero abfolutos & 1. quare fi ab anno 513. incipiamus cyclos Solis, & addamos 476. aonos idem erit annus cycli Solaris, cum cyclos abfoluatur præcisè, non erit idem Lunæ fed præterea addetur vnus. Ergo erit cyclus Solis 9. Lunæ 1. reiicitur tamen integra periodus Dyonifiana quoties poteft. alioquin noo baberetur annus ab initio periodi vltimæ fed ab initio præcedentis. atque hæc eft periodus Dyonifiana, & eius vfus ad inveniendum annum.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Periodus Iuliana.

Periodus Juliana ex periodô Dyonifianâ videtur originem duxiffe, ficut enim periodus Dyonifiana duos cyclos complectitur, ita Juliana tres cyclos comprehendit illius inventor eft Scaliger, qui ficut Dyonifius inveftigat periodum annorum, quâ elapsâ iidem cycli Solares & Lunares rurfus recurrant, invenitque effe annorum 532. ducendo fcilicet 28. in 19. ita etiam Scaliger quærit numerum anoorum quibus elapfis iidem numeri cyclorum Solaris, Lunaris & indictionis rurfus coniunguntur, & cum tres numeri 28, 19 & 15. fint inter fe primi, non poteft alius effe numerus quam productus duplici multiplicatione nempe multiplicando 28. per 19, vt fiat Dyonifiana periodus 532, tum multiplicando 532. per 15, feu fumendo quindecim periodos Dyonifianas, ita vt fit tota periodus 7980. numerus enim 7980. talis eft vt fi dividatur per 28. 19. & 15. nihil relinquet. hanc habet proprietatem, hæc periodus vt vnicus tantum fit annus in tota periodo qui eofdem tres cyclos habeat, atque adeo fi hiftorici notaffent in fuis annalibus cuiufque anni cyclos, tolleretur omnis ambiguitas & dubitatio, quæ in Chronologia occurrit; quia tamen hi tres cycli fimul coniuncti, ante Chriftum non fuerunt in vfu; non eum omoem ex tali periodo fructum percipere poffumus. atqoe hæc eft decantata periodus Juliana, qoæ vt plurimum id tantum habet emolumenti, vt fit menfura communis minime controverfa, atque adeò quæ ab omnibus vfurpari poffit. quod ita explico Chronologi ferè omnes, circa mundi principium, in varias abiuere fententias, neqoe enim clarè conficitur ex fcriptura exactus annotum numerus ab orbe condito ad Chriftom: eùm ergo initio difcrepent, etiam fi in multis aliis conveniant, regoat tamen vbique idem error diverfitatemque in fubfequentia tempora refundit; ita vt differre videantur in iis in quibus tamen non diffentiunt. Ponamus enim varias aliqoorum authórum circa muodi primordia opiniones. verbi gratia fit aliquis qui ante Chriftum ponat creationem mundi fuiffe 4000. annis. alius 4050 annis. in recenfendis omnibus annis confeqoentibus regnabit hoc diffidium, quamvis reveta inter fe confentiant; ita vt fi ab hodierno die inciperet numeratio, appareret vtriufque authoris confenfus. Recte igitur adhibetur aliqua periodus, quæ à nullis fere pendeat circumftantiis pocuiffet aotem adhibeti quæcumque alia. hæc tamen hoc habet peculiare quod iam cum aliquibus annis fit connexa. Primò igitut omnes confentiunt in numerandis annis Chrifti; nempe ve hic annus fit Chrifti 1672. feu potiùs æræ Chriftianæ annus 1672. an vere Chriftus eo anno natus

natus ſit qui æram Chriſtianam præceſſit, non eſt vſque adeò certum. conveniunt autem omnes vi annus æræ Chriſtianæ 1624. haberet cyclos Solis IX. Lunæ X. Indictionis 4. quare annos qui præceſſit æram Chriſtianam habuit cyclos Solis IX, Lunæ I, indictionis III. Et primus annur æræ Chriſtianæ cyclum Solis X. Lunæ II. Indictioois IV. Quæritur ergo primò annus periodi Julianæ ſeo periodi 7980. annorum in quo cycli cooveniant qui anno Chriſti conveniunt. nempe Solis IX, Lunæ I. indictionis III. hoc eſt poſitô quod hi cycli coovenirent anno præcedente æram Chriſtianam, quæritur anous, in quo cyclus Solis eſſer I, Lunæ I, & indictionis I, hoc enim eſt initium annorum periodi Juliaoæ. invenimus aurem 4713. hoc eſt numeius 4713, ralis eſt vt ſi dividatur per 28. relinquatur numerus IX, ſi dividatur per 19. relinquat 1. ſi dividatur per 15. relinquat 3 quare initium periodi Julianæ fuit ante æram Chriſtianam annis 4713. ita vt annus æræ Chriſtianæ primus, ſit periodi Julianæ 4714.

Quo poſitô fundamento facile quemcumque annum propoſitum cum periodi Julianæ annir connecter: proponatur quilibet annus æræ Chriſtianæ, verbi gratia annus 1672. adde huic 4713 fiet annur periodi Julianæ 6385. Aliqui Chronologi inter quos Petavius noſter putant natalem Chriſti vulgarem cadere in finem anni ab orbe condito 3983. ſubtrahe 3983 ex 4713. reſtant 730, quare primus annus mundi cadit in periodi Julianæ annum 731. Ne miretur Tyro quod hæc periodus ante mundi exordia inceperit, hæc enim periodus, non concilio conſtituta eſt, ſed forte, neque enim cycli ſimul omnes inſtituti ſunt, atque adeò eorum combinatio fortuita fuit, & caſualis.

Commendatur aurem hæc periodus quod ſit aptiſſima ad corrigendas Chronologorum fallacias, & hallucinationes, eo quod ſit quaſi amuſſis ad quam omnia tempora facile exigantur, ſed hæc in decurſu melius videbuntur.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Vſus periodi Iulianæ.

Cum periodus Juliana, ex cyclis ipſis coaleſcat, eius etiam vſus præcipuus ex cyclis ipſix eruendus eſt. Primus igitur vſus erit vt propoſitô quôcumque annô periodi Julianæ, illi competentes cyclos attribuamus quod facillimum erit, cum enim initio periodi Julianæ, exordia trium cyclorum concurrant, hoc eſt cyclus Solis ſit I. Lunæ I, indictionis I, & datô initiô cycli cuiuſlibet, ſi numerum anoorum dividas per cyclum; quoties exhibeat numerum cyclorum abſolutorum, & reliquus ſit, numerus tali anno conveniens: divide quemcumque annum periodi Julianæ per 28. 19. & 15. & habebis cyclox tali anno competentes. in quo nulla eſt difficultas.

Secundus vſus eiuſdem periodi in eo poſitus eſt, vt datis tribus cyclix inveniamus annum periodi Julianæ, cui tales cycli conveniant, quod præſtabimus, modò ſuperiori tabulæ quartam columnam addiderimus pro indictione. quæritur in tota periodo annus in quo cyclus Solis ſit 28. & Lunæ ſit 19 hoc eſt abſoluantur periodi Dyoniſianæ, & cyclus indictionis ſit 1. is invenietur eſſe 6916. is ſi duplicetur detracti tamen ex ſumma, periodô integrâ, habebitur annus 5812, in quo pariter abſoluetur Dyoniſiana periodus hoc eſt cycli Solir, & Lunæ erunt 28. & 15. ſed cyclus indictionis erit 2. addatur huic numero 5812. prior numerus 6916, detrahendo ex ſumma integram periodum, & ita conſequenter habebis annos in quibus finientur periodi Dyoniſianæ, hoc eſt qui cum cyclo Solis 28, & Lunæ 19. habeant cyclos iodictionis I, II, III, IV. V. VI. VII. &c.

Quibus ita conſtitutis, ita ex datis tribus cyclis annum periodi Julianæ reſpondentem inveſtigabimus. Sit propoſitum exemplum. dicatur prima Olympias celebrata cyclo Solir 18, Lunæ 5 indictionis 8. E regione cycli 18. ſunt in cycli Solaris columna anni 494. E regione cycli 5. reſpondent in columna cycli Lunaris anni 252. ſumma eſt 746. quare hoc iam habemux anno 746. periodi Julianæ dari huiuſmodi cyclor. immo ſubtractâ integra periodô Dyoniſianâ 532. habemus annum 214. cuiuſlibet periodi Dyoniſianæ habere huiuſmodi cyclos, & ſi vellemus per additionem continuam totius periodi Dyoniſianæ haberemus omnes annos periodi Julianæ, affectos huiuſmodi cyclis Solis 18. & Lunæ 15, quæ omoia conſtituta ſunt propoſitione 15.

Habeo ergo anno 214. periodi Julianæ, ſicut & 746. tales fuiſſe cyclos Solis & Lunæ, qualex requirimus. vtrumlibet numerum divide per 15, accipiamus primum 214 reſtabit 4. nempe indictionem fuiſſe 4. volumus autem vt indictio ſit 8. quare ſubtrahe 4. ex 8. reſtant 4. vt iiſdem permanentibus cyclis Solari & Lunari mutetur indictio quatuor vnitatibus, è regione quaternarij reſpondet in columna indictionis numerus 3724, qui additus ad 214. exhibet 3938. qui habebit cyclos propoſitos. & vt videas rem expeditam eſſe, idem experire in numero 746. divide 746. per 15. relinquuntur 11. ſubtrahe 11. ex 15. & 8. ſeu ex 23. reſtaot 12. vide in tabella ſuperiori è regione numeri 12. invenies annos 3192 qui additi ad 746. eumdem annum exhibent 3938 incepit igitur Olympias prima anno periodi Julianæ 3938. quem numerum ſi ſubtrahas ab anno Chriſti nempe 4713. celebrata eſt prima Olympias 775. annis ante Chriſtum, ſeu primus Olympiadis primæ, erit ſeptingenteſimus ſeptuageſimus ſextus ante natalem Chriſti vulgarem.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

De Annis Ægyptiis.

Annus Ægyptius civilis vniformis fuit diebus conſtans 365, ſine vllis appendicibus, aut biſſextilibus. atque adeò cum anno Juliano conſtante diebus 365. & horis 6, ſit brevior; intra annos quatuor principium anni Ægyptij verſux

principium anni Juliani vno die retrocedebat, quare intra annos 1460. annus Ægyptius ad idem punctum anni Juliani redibat, ita tamen, vt vnus annus Ægyptius supra annos Julianos addendus esset. quod clarissimum puto, modò penetrentur termini: hoc est intra 1460. annos Julianos, perficiuntur 1461. Ægyptij, vt pote breviores. quare si vno anno, prima dies anni Ægyptij seu prima dies mensis Thoth incidat in vltimam Decembris, post 4 annos prævertet vno die, nempe in penultimam diem cadet, & post alios quatuor annos in antepenultimam, donec tandem post 1460. rursus inveniatur in vltima die Decembris. In duodecim menses distributus fuit hic annus quorum quilibet erat dierum 30. Primus dicitur Thot. 2. Paophi. 3. Athyr. 4. Choiac. 5. Tybi. 6. Mechir, 7. Phamenoth, 8. Pharmuti, 9. Pachon, 10. Payni 11. Epiphi, 12. Mesori, tum in fine addebantur 5. dies seu Epagomenæ.

Hæc anni civilis forma valde simplex, quamvis non ad annum solarem exacta, diu fuit in vsu apud Ægyptios, qui suas habuere Epochas à quibus annorum suorum numerationem ordiebantur. Sicut enim modo Christiani, à Nativitate Christi suos annos numerant, ita & illi initium aliquod vsurparunt. inter omnes immò inter vetustissimas Epochas celebris est Æra Nabonassari: hæc autem nobis coniungenda est cum annis Julianis; eo quod sæpe conferendæ sint observationes Ptolemæi, & Hipparchi cum recentiorum observationibus, quæ ad annos Julianos referuntur, cum priores ad annum Nabonassari consignentur, nulla autem potest fieri comparatio legitima nisi tempus interiectum cognoscatur, quod tamen ignorabitur quamdiu vnus annus cum alio non coniugabitur.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

De annorum Ægyptiacorum cum annis Iulianis connexione quo ad initium anni.

Prima dies primi anni Nabonassari incidit in anni Periodi Julianæ 3967 in Februarij 26, quo incepit Neomenia Thoth, seu prima dies mensis Thoth. Et anno 3969 ob bissextum, Neomenia Thot migravit in 25 Februarij, donec anno 4193 ineunte, Neomenia Thoth anni Nabonassaris 227 fuit Kalendis Januarij.

Praxis autem quam præcipue in hac propositione intendimus, in duobus posita est nempe vt propositô annô Ægyptiacô Nabonassari, & die eiusdem anni, annum Julianum ei respondentem; & diem exhibeamus.

Secundo vt vicissim datô annô, & die Periodi Julianæ exhibeatur annus Nabonassari, & dies illis respondens.

Primò ergo in quôlibet annô Juliano quærenda est Neomonia Thoth, & ad id seliguntur 4. anni bissextiles in totâ periodo Juliana in quibus Neomenia Thoth incidit in primam Januarij. ij autem sunt sequentes nempe 1273. 2733. 4193. 5653. 7113. qui anni æquali intervallô inter se distant, ij autem anni cum sint bissextiles hoc habent, vt non tantum Neomenia Thoth incidat in primam Januarij, sed Neomenia Thoth sequentis anni Ægyptiaci cadat in vltimam diem Decembris.

Quemvis annum periodi Julianæ subducito, ex vno ex annis propositis, nempe ex proximè maiori; reliquum divide per 4 & quotientem divisionis serua, quem tamen augebis vnitate si divisio exacta non sit, vel si ille quotiens fuerit minor quam 59. Et cum hoc quotiente ita aucto cum opus est, ingredere tabulam dictum collectorum anni, quæ addi deberet in Kalendario, & dies numero respondens erit is qui quæritur. Exemplis res illustranda.

Proponatur Annus periodi Julianæ 6313, in quo quærendus est dies in quo incipit Neomenia Thoth. annus proxime maior est 7113, à quo si subtrahas 6313, restabit 800. numerum dividendum per 4. habebisque quotientem 200, & quia nihil restat à divisione, & numerus hic maior est quam 59. non erit augendus vnitate, dies autem ducentesima anni Juliani est 19 Julij, quare dies 19. Julij fuit prima dies anni Ægyptiaci annô Julianô 6313.

Proponatur alius annus vt 6314, quô subductô ex 7113, restat 799. Et factâ divisione per 4. quotus est 199. sed restant tria. quare tuo quotienti 199. adde vnitatem, eritque pariter numerus 200. qui exhibebit eumdem diem ratio illius additionis est quod mutatio fiat tantum in annis bissextilibus in quibus nihil relinquitur post divisionem.

Proponatur tertiò annus 3965. periodi Julianæ, hunc numerum subtrahe ex proxime maiori 4193. restabit 228. quem numerum si dividas per 4. habebis 57. nihilque restat à divisione, quia tamen hic numerus minor est quam 59, nempe quam dies vltima Februarij, in quo mense additur bissextilis dies, quare huic numero 57, adde vnitatem; vt fiat 58. quare dies 58, anni, seu 27. Februarij, erat ea in quam incidit Neomenia Thoth. Fieri potest vt dies Neomeniæ Thoth cadat in diem 29. Februarij quæ in Kalendario non notatur, id autem accidet cum quotiens erit 59. nihil relinquendo à divisione, nempe in anno bissextili. id autem quinquies accidet in toto periodô Julianâ nempe annis 1037. 2497. 3957. 5417. 6877.

Denique si proponatur annus periodi Julianæ maior quam vltimus è suprà propositis nempe 7113, atque adeò qui ab eo subduci non posset ad numerum 7113. addendi essent anni 1460, vt fiat annus 8573. è quô facienda esset subtractio.

Demonstratio horum omnium pendet ex quantitate, tam anni Juliani, quam anni Ægyptij, cum enim singulis quaternis annis die vno prævertat, factâ subtractione reliquum per 4. dividitur, vt videatur quot diebus promovenda sit Neomenia Thoth.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Copula Annorum Nabonassari cum Iulianis quoad numerum annorum.

Vt Annos Nabonassari expeditè numeremus habeantur

habeantur quatuor sequeotes numeri 3967.4193. 5654. 7113.

Ioter hos numeros tria sunt iotervalla, nempe à primo ad secundum annum. à secundo ad tertium, à tertio ad quartum. si numerus anni periodi Iulianæ pertinear ad primum intervallum, ex nomero anni periodi Iulianæ subtrahes 3966. vt habeas numerum anni Nabonassari ineuntis si annos periodi Iolianæ pertineat ad secundum intervallum auferes 3965. si ad Tertium 3964. residuus erit annus Nabonassari dicto anno iniens.

Proponatur annus Periodi Iulianæ 6313. & vide per præcedentem in quem eius diem cadat Neomenia Thoth, iovenies in 19 Iulij. Pertinet autem hie annus ad tertium intervallum, aufer igitur numerum 3964. ex 6313. residuus erit 2349. qoare aoous Nabonassari 2349. init 19 Iulij anni Iulianæ Periodi 6313.

Demonstratio petitur primò, ex eo quod æra Nabonassari cadat in diem 26 Februarij, anni Periodi Iulianæ 3967. donec anno 4193. cum Neomenia asset in primo Ianuarij. fuit Neomenia Thoth vltima Decembris, & sic accrevit numerus annorum Nabonassari supra numerom annorum Iulianorum, idem accidit annis 5653. & 7113.

Vicissim si proponatur Annus Nabonassari, quæraturque annus periodi Iulianæ cui responder eius ioitium. habeantur præ oculis sequentes numeri 1. 127. 1618. 3149.

Si annus Nabonassari pertinet ad primum intervallum, adde nomero anni Nabonassari 3966. & exurget annus periodi Iulianæ. si pertinet ad secundum intervallum adde 3965. si ad Tertium adde 3964.

Proponatur Nabonassari annus 425. qui com pertineat ad secundum intervallum illi adde 3965. & summam 4390. erit annus periodi Iulianæ in quo prædictus annus Nabunassari 425 initiom ducit. quare si per præcedentem quæras diem in quo incipit Neomenia Thoth. habebis intentum.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Quemvis anni Ægyptiaci diem, cum die periodi Iuliana aptare, aut contrà.

Cognito anni principio alij dies facile cognoscentur, eô qui sequitur modô.

Anno Christi 1609. seo Periodi Iulianæ 6321. Neomenia Thoth (*per 19. huius*) invenitur io 198 die, seu in 17 Iulij, si velis reliquorum meosium Neomenias cognoscere, adde continuo 30 ad 198. habebisque 198. 228. 258. 288. 318. 348. 378. & cum hic numerus maior sit numero dierum anni Iuliani subtrahe ex illo 365. restabunt 13. pro Neomenia Phamenoth, quæ consequenter fuit in 13 Ianuarij, anni 1610. & ita de reliquis.

Quod si vno saltu à primo, ad quartum mensem volueris pervenire, pones dies collectos vt eos habes in hac tabula. notandum tamen quod qooties occurret dies bissextilis, ex numero iovento auferas vnitatem, verbi gratia anno 1611. initium anni Ægyptiaci cadit in 17 Iulij. cupio scire in quem diem anni sequentis cadat initium dierum appendicum adde 360. ad 198. seu diem 17 Iulij habebis 558. è quo numero, si subtrahas 365. restat dies 193. quia tamen hic dies est vltra Kalendas Martias & annus 1612. est

Menses Ineuntes.	Dies collecti.	Feriæ
Thoth	0.	3.
Paophi	30.	5.
Athir	60.	0.
Choiac	90.	2.
Tybi	120.	4.
Mechir	150.	6.
Phameooth	180.	1.
Pharmoti	210.	3.
Pachon	240.	5.
Payni	270.	0.
Epiphi	300.	2.
Mesori	330.	4.
Appendices	360.	6.
Annus.	365.	

bissextilis, assume 192. cui respondet in Kalendario duodecima dies Iulij anni 1612.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Ferias in Annis Nabonassari investigare.

Quaodo timetur oe erratum sit, in connexione anoorum Nabonassari, & annorum Periodi Iulianæ: feriarum conformitas, aut differentia id facile indicabit.

Quæratur feria illius diei aoni Iuliani; in quam cadit Neomenia Thoth, vel si agitur de quacunque altera die idem præstetur. Littera autem dominicalis ostendet feriam. vt suprà docuimus.

Rastat vt feriam in anno Nabonassari ioveniamus. Primô anno Nabonassari Neomenia Thoth cadebat in feriam quartam. quare si proposito annô Nabonassari addas 3. summamque dividas per 7. numerus reliquus erit numerus feriæ in quam cadit Neomenia Thoth. si nihil abundet, erit Sabbatum.

Proponatur annus Nabooassari 2358. inveniendaque sit feria in quam cadit initium illius adde 3. fiet numerus 2361. divide per 7. restabit 2. est igitur feria secunda.

Cognitâ feriâ in qua incepit annus facile invenies feriam in qua incipiunt singuli menses. si enim addas 3 numerum feriarum meosis Thot, ad feriam principij anni invenies feriam competentem initio sequentis mensis quod per se patet & clarissimum est. nam 30. dies præter 27. numerum septenarium, continent 3.

EPOCHÆ INSIGNIORES.

	Anni Nabonassari ineuntes.	Anni Periodi Iulianæ.	Menses
Æra Nabonassari incep.	o.	3967.	Feb 26. fer 4.
Mardokempadi	27.	3993.	Febr. 20.
Nabopollassari	123.	4089.	Ian. 27.
Cambysis	219.	4185.	Ian. 3.
Darij Primi	227.	4193.	Ianu. 2.
Aleaandri Magni obitus	425.	4390.	Nov. 12.
Philadelphi	464.	4419.	Nov. 2.
Philometoris	568.	4533.	
Augusti Cæsaris	719.	4684.	Aug. 31.
Domitiani Imperatoris	829..	4794.	Aug. 3.
Traiani	845.	4810.	Iul 30.
Adriani	864.	4829.	Iul. 25.
Antonini	885.	4850.	Iul. 20.
Anni olymp. ab æstate anni		3938.	
Æra Christi		4714.	Kal Ian.
Æra Philippi Pattis			
Alexandri Dilkarnaim		4402	Kal. oct fer. 2
Æra Cæsaris Hispanica		4676.	Kal Ian. fer. 1
Æra Arabum Alhegiræ dicta à fuga Mahometis sumpta		5335.	Iulij 15. fer. 5 Anno Christi 622.
Æra Iesdagert Regis Persarum		5345.	Iunij 16. fer. 3 Anno Christi 632.
Æra Alphonsi Regis Castiliæ		5965.	Anno Christi 1252.

Vt melius appareat conneaio annorum Nabonassari cum annis Iulianis, recensebo nonnullas Eclypses in annis Nabonassari, & Iulianis consignatas, relatas à Ptolemæo.

Prima Eclypsis Lunæ Mardokempadi Anno Primo, seu Nabonassari 27. mense Thoth. die 29. hor. 28. min. 40. à meridie, Alexandriæ. Sol in 24. gr min. 30. piscium Annô Periodi Iulianæ 3993. Martij 19. feriâ secundâ.

Secunda Eclypsis Lunæ Mardokempadi anno 2. Nabonassari 28. Thoth. 18. hor. 11. min. 10. à meridie Sol in gradu 13. min 45. piscium Anno periodi Iul 3994. Martij 8. feriâ sextâ.

Tertia Eclypsis Lunæ Mardukempadi 2. Nabonassari 28. Phamenoth 15. hor. 7. min. 40. à meridie Alex Anno Periodi Iul. 3994. Sept 1 feria 2. Sol in virginis 3. 15.

Prima Eclypsis observata à Ptolemæo Anno 17 Adriani. Nabonassari 880. Payni 20. Horâ 15. min. 15. à meridie Alex. Periodi Iul. annu 4846. Mayi 16. feria 3. Sol in Tauri gradu 13. min. 14.

Secunda Annô Adriani 19. Nabonassaris 882. Choiac 2. hor. 11. à meridie Alea. Anno Periodi Iul. 4847. Oct. 20. feria 3. Sol in libræ 25. min. 6.

Tertia Adriani annn 20. Nabonassaris 883. pharmuti 19. horâ 16. post meridiem Periodi Iul. annô 4849. Martij 6. fer. 2.

Annô Darij Primi 31. Nabonassaris 257. Tybi 3. horâ 10. min. 40. à meridie periodi Iulianæ 4228. Aprilis 25. feria 4.

Adriani 9. Nabonassari 872. Pachon 17. hor. 8. min. 24. Per. Iol. 4838. Apr. 5. fer. 4.

Darij τα μετὰ καμβύσην 2u Nabonassari 246. Epiphi 28. hor. 10. min. 45. post mer. Periodi Iulianæ 4212. Nov. 19. feria 2.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

De Periodô Lunari in Annis Ægyptiacis.

Cyclus Lunæ decemnovennalis aptari vix potest anno Ægyptiaco. sicut & cyclus Solis annorum 28 citius enim recurrunt feriæ eædem seu eædem litteræ dominicales in annô Ægyptiaco, quàm in Iuli ano: eò quòd nulla sit interruptio orta ea bissexto, & consequenter simplicâ cyclo 7 annorum opus sit. voluerunt tamen chronographi nostri, cyclos nostros aptare annis Ægyptiacis non ita apposite meô iudiciô, eo quòd intra 1460 annos, numerus Ægyptiacorum maior est vnitate, numero annorum Julianorum, vnde solent duos annos Ægyptiacos eodem cyclo indicare, quoties nempe duo anni Ægyptij in eodem anno Juliano incipiunt. hæc tamen considcratio non multum vtilis videtur, cum docuerimus suprà methodom reducendi quemlibet diem, & annum Nabonassari ad annum Julianum, & vicissim. Idem dicendum de duobus aliis cyclis, Lunari scilicèt & indictionis, quorum ordo interrumpitur, ob abundantem hunc annum.

Circa Lunarem cyclum sunt aliqua digna scitu. cyclus decennovennalis, vt iam diai tantum congruit annis Julianis, quibus periodus hæc Lunaris satis bene aptatur ut explicuimus; ostendimusque post novemdecim annos Julianos Novilunia ad eosdem dies redire, non autem horas, ita vt defectus sit vnius horæ cum dimidia. si compareiur eadem periodus Lunaris cum annis Ægyptiacis defectus erit 4 dierum: vnde huic annorum furmæ redditur inutilis.

Datur tamen alia periodus Lunaria melius congruens annis Ægyptiacis quam decennovennalis congruat annis Julianis estque annorum 25. nam anni Lunares 25. cum embolismis 9. efficiunt dies 9124. hor. 22. 53. 10. Anni Ægyptiaci 25 dies habent præcise 9125. deficit ergo Lunaris periodus hor. 1. min. 6. 50. quare Lunationes citius recurrent quàm oporteat, & intra 572 esset defectus vnius diei.

Poterant igitur Ægyptij mulrò meliùs apponere suo Kalendario cyclum Lunarem annorum 25. eâdem fere methodô quâ cyclum aureum disposuimus, ita vt intra annos 572. hic cyclus optime indicasset novilunia. post hunc annorum numerum vno die defecisset: methodus aptandi talem cyclum perfacilis fuisset. assumptô enim quôcumque annô pru initio cycli; observatisque pro eô annô, aut supputatis noviluniis mediis, apponeretur diebus noviluniorum character 1. idem fieret pro secundo annu apposito pariter charactere a iis diebus, in quos inciderent novilunia media, & ita consequenter pro singulis annis 25. atque huc modo haberetur integer cyclus; qui perpetuus fieri posset, si post annos 572. huic cyclo detraheretur vnitas. hoc est novilunia vno die prius acciperentur. post 1144. duo dies post 1716 trea, vnde levi admodum animadversione perpernus redderetur.

Immò nonnulli Astronomi ad invenienda novilunia media, non tantum in diebus, sed etiam

in

in horis, & minutis, hoc cyclo vtuntur. tabulasque conficiunt in quibus hæc Lunæ anticipatio, seu ϖρόλμψις habetur. nos alias faciliores in tractatu nostro Astronomico tradidimus, ad inveniendaomnia Novilunia in annis Nabonassari, ideoque istarum methodum lubenter prætermittimus.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

De Anno Ægyptiaco fixô, & stabili.

Mutata iam pridem est forma anni Ægyptiaci; nam vbi Augustus devictis Cleopatrâ & Antonio, Ægypto potitus est, hoc est anno ante Christum 25. quo Neomenia Thoth in 29. Aug. incidit. introductus est dies bissextilis, qui post 5 dies appendices singulis quaternis annis inseretur, ex quo factum est vt non amplius Neomenia Thoth, versus principium anni ascenderet; sed firmo vestigio in eâdem vigesima nona Augusti permanserit. quare annus Ægyptiacus novus Iulianam formam induit cum illi æqualis evaserit, ab eoque tantum differat penes initia.

Sedes dici bissextilis est inter 28. & 29. Augusti. non eôdem annô quô à Romanis intercalatur, sed proximè antecedente. Ex quo fit vt nonnunquam Neomenia Thoth in 30 Augusti cadat.

Annos Ægyptiacus novus supputari solet ab Ægypto in potestatem redacta, seu a pugna Actiaca. hæc autem pugna accidit 30 annis ante Christum, quare si velis annum Christi quemcumque ab hac Epocha numerare 30 annos addere debes habebisque annum a pugna Actiaca supputatum vt si proponatur annus Christi 284. adde annos 30. fiuntque anni 314. vel vt regulâ nostrâ communi, fed periodô Julianâ vtamur, cum pugna Actiaca acciderit anno periodi Julianæ 4683. annum Christi revoca ad annum periodi Julianæ additis 4713. & annus Christi 284. erit periodi Julianæ annus 4997. subtrahe 4683. restat 314. hic annus est Diocletiani annus primus, quæ est alia Epocha à qua plurimi solent annos Ægyptios supputare. quare si velis annum Christi convertere in annum ex Diocletiani, ex numero annorum Christi subtrahe annos 283. & habebis annum Diocletiani.

Notandum tamen anno tertio quadriennij Juliani, Neomeniam Thoth incidere in Augusti diem 30.

Inventô die anni Juliani in quo incipit Neomenia Thoth facillimum est ex tabula superiori reliquos dies reperire.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

De Anno Persico, & Iezdegirdico.

Annus Persicus æqualis fuit anno Ægyptiaco veteri, hoc est æquabilis fuit dierum 365. sine vllo bissextili die. ideoque ab annis Nabonassari non differt nisi penes initium anni, & Epocham. quare anni Persici initium sicut & Anni Ægyptij intra annos Julianos 1460. & Persicos 1461. revertitur ad eandem anni Iuliani diem. hanc periodum vocavere canicularem, aut cynicam, sive quod intra tale tempus, caniculæ ortus ad eumdem diem anni reverteretur, sive propter aliam rationem, sed hæc appellatio ab Ægyptiis derivata est qui sæpe de anno caniculari loquebantur.

Æra Isdegirdis incipit ab anno Christi 632. quô Isdegirdis vltimus Persarum rex occisus est ab Othmen Calipba. ab hoc inquam tempore æra Isdegirdis numeratur, & fuit initium anni Persici, eô annô in Iunis 16. feria 3. annô Christi 632. Periodi Julianæ 5345.

Fuerunt tamen in vsu ante hoc tempus anni Persici, numerabanturque ab alia Epocha quæ hanc antecessit annis 307. vocaturque à multis cynica Periodus. eius initium fuit in Kalendis Septembris anni Christi 323. periodi Julianæ 5048. quare ab hoc tempore numeratis annis Julianis 1460. rursus initium anni Persici revertitur ad Kalendas Septembris. Inferiùs habentur nomina mensium Persicarum, post 12. inseruntur Epagomenæ vt fert opinio probabilior, quamvis nonnulli existiment dies additos fuisse post Aben.

Mensium Persicorum nomina.
Phrurdin
Ardipascht
Cardi
Thir
Merded
Schaarir
Mahara
Aben
Adar
Di
Behemen
Asphitet
Epagomenæ 5.

Quamvis hi anni Persici eodem modô colligari possint cum annis Jolianis, ac anni Ægyptiaci, selectis nempe annis aliquot bissextilibus, qui continerent duorum annorum Persicorum initium, ne tamen cogamur eamdem methodum repetere supervacaneo labore, facilius hos annos cum annis Ægyptiacis connectemus. nempe initium anni Persici semper incidit in primum diem mensis Ægyptiaci qui dicitur Choiach. quare ergo methodô superiùs traditâ, in quem diem anni Juliani cadit Neomenia Thoth, & consequenter cognosces in quem diem incidat Neomenia Choiac: nempe initium anni Persici, & cæterorum mensium initia.

PROP.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

De Annis Græcorum, & Olympiadibus.

Græci in primisque Athenienses annum suum ad Lunarem cursum direxerunt. non quidem simpliciter sumptum, sed motui etiam Solis colligatum. totique in eo fuerunt vt periodos aliquas invenirent, quibus peractis annus eorum civilis, mensibus Lunaribus constans, ad idem cursus Solaris punctum reverteretur. Iamvariis cyclis id tentarunt, & primo quidem tetraeteridas, exinde octaeteridas adhibuerunt, irritô tamen conatu, ita vt post aliquorum annorum cursum labes manifesta deprehenderetur. Supervacaneum autem puto, harum periodorum vitium examinare, quilibet enim ex mensis Lunaris, & anni Solaris quantitate illud facile deprehendet. Initio quidem Lunarem mensem trieenarium habuerunt, & altero quoque anno mensem intercalarem inseruerunt: quæ ratio subsistere diu non potuit, annum enim quasi medium nimis longum assumebant nempe dierum 375. Lunationes etiam nimis magnas: atque adeò nec Solis, nec Lunæ motibus congruebat hic annus.

Reiectâ dyeteride ad Tetraeteridem animum adiecerunt, nempe constat Tetraeteris solaris Juliana diebus 1461. computatô scilicet die bissextili quod tempus si per 49. Lunationes dividas erunt singulæ Lunationes dierum 29. hor. 19. min 6. abundant igitur in singulis Lunationibus horæ 5. & amplius.

Exinde octaeterides adhibuerunt quas in varias formas mutarunt octaeteris Solaris nempe octo anni Juliani constant diebus 2922. sed 99. Lunationes quæ in hoc tempore inveniuntur conficiunt dies 2923$\frac{1}{2}$. quare quomodocumque disponantur, annus Lunaris necessario excedet annum Solarem intra vnam octaetetidem vno die cum dimidio quare intra breve tempus vitium animadverti potuit; si tamen probe cognitam habuerunt anni solaris quantitatem, vt eam cognovisse probabiliter censent plerique.

Successit Enneadecaeteris Metonis de qua iam supra multa diximus. quomodo autem fuerit constituta, & ordinata non satis constat apud authores. putant enim nonnulli in meliorem formam à Christianis redactam, cum eorum Kalendario sub titulo numeri aurei inserta est. potuit quidem ita ordinati vt alternis menses plenos & cavos admitteret exceptis mensibus intercalaribus, qui omnes essent pleni excepto vnô. Mensea autem intercalares ideo inserebantur, vt annus civilis intra fines suos contineatur. sicur habemus legem circa Pascha nostrum, vt illa censeatur Luna Paschalis, cuius decimaquarta, vel in diem æquinoctij vel post eum proxime sequeretur; ita idem observarunt Græci, vt ille mensis Lunaris primus censeretur cuius decima quarta, seu plenilunium solstitium æstivum proximè sequeretur. quare cum eo tempore solstitium esset circa Kalendas Julias primus annus Metonicæ periodi fuit Julij 16. Secundus Julij 5. Tertius Junij 24. & ita consequenter non fuit difficile ordinare initia reliquorum annorum insertô intercalari mense, anno tertio, sexto, octavo, vt in nostro Kalendario vsurpamus. Terria Græcorum Nomina mensium. Ex probabiliori sententia.

Menses Attici	Menses Maced.	Mens. Bythin.
Ἐλαφηβολιών	Xanthicus	Ἥριος
Μουνυχιών	Arthemisius	Ἕρμειος
Θαργηλιών	Dæsins	Μήτρωος
Σκιρροφοριών	Panemus	Διονύσιος
Ἑκατομβαιών	Lous	Ἡράκλειος
Μεταγειτνιών	Gorpiæus	Δῖος
Βοηδρομιών	Hyperberethæus	Βενδίαιος
Μαιμακτηριών	Dius	Στρατεῖος
Πυανεψιών	Apellæns	Ἄρειος
Γαμηλιών	Audinæus	Περιέπιος
Ἀνθεστηριών	Peritius	Ἀφροδίσιος
	Dystrus	Δημήτριος

Quamvis hæc in genete de Metonica Enneadecaeteride dicta sint, tam pauca tamen in particulari de illa dicta sunt ab authoribus, vt nullum fere initium assignetur, immò probabile sit eam nunquam ad vsum civilem fuisse revocatam, sed tantum ex eius rationibus vulgares octaeteridas convenientibus subtractionibus fuisse correctas. tam pauca igitut de illa apud authores vt præter periodum vix habeamus vbi pedem figamus. Metonis annus primus cœpit anno primo ineunte olympiadis 87. seu ante æram Christianam 433. perio. Iul. 4282. Reliqua quæ dicuntur de illa sunt divinationes.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

De Periodo Callipica.

Callipica Periodus quatuor periodis Metonicis constat:ideo vt puto quod Metonicæ,vt exacte procedant sint omnes inæquales.nam vt supra docuimus cum de cyclo aureo, Novemdecim anni Juliani nonnunquam quatuor bissextiles continent,& sæpius quinque, ideoque ex quatuor periodis Metonicis tres continerant dies 6840. quæ nempe quinque dies bissextiles habent & vna cuius scilicet quartus annus bissextilis est octavus, duodecimus, decimus sextus,hæc dies 6839 contineat. quare vt tota habeatur diversitas quæ in Metonicis inveniri potest. novemdecim anni per 4 multiplicandi sunt, habeturque Calippica periodus annorum 96.

Periodus igitur Calippica annorum est 76.quibus adæquatur totidem annis Julianis. diebus constat 27759. mensibus autem 940. hanc dierum summam, si per menses 940 dividas, habebis quantitatem mensis Lunaris nempe dierum 29. hor.12. min.44. secund 25.

Vt hanc periodum cum rationibus astrologicis aptemus,notandum est astrologos plerosque diem à meridie, Athenienses ab occasu Solis incipere, quoties igitur Astronomicus calculus plures quã 12 horas exhibebit,novilunium sequenti diei tribuetur. Calippus initium suæ periodi fecit Anno periodi Julianæ 4383. ab ea Neomenia quæ ante solstitium incepit, hanc ponit Petavius Junij 28. fer.3.hor.15. 5. cyclo Solis 16. Lunæ 14 litterâ B, &c

& per regulam supra posita Neomenia statuenda est in Junij 29.

Quia autem Calippus suam periodum ineepit octavo anno Metonicæ & noluit mutare ordinem intercalandi Metonieum, ideo primus annus intercalaris erit,& intercalaris erit 4.7. 10. Ex quibus facile confici potest rabula. indicans initium omnium annorum primæ periodi Calippicæ.

Anni Per. Cal.	Anni Per. Iul.	Menses	Anni Per. Cal.	Anni Per. Iul.	Menses	Anni Per. Cal.	Anni Per. Iul.	Menses
1.	4384	Iun. 29.	31.	4414	Iun. 27.	61.	4444	Inn. 26.
2.	4385	Iul. 17.	32.	4415	Iul. 15.	62.	4445	Iul. 13.
3.	4386	Iul.j 6.	33.	4416	Iul. 5.	63.	4446	Iul. 3.
4.	4387	Inn. 25.	34.	4417	Iun. 23.	64.	4447	Inn. 22.
5.	4388	Iun. 14.	35.	4418	Iul. 12.	65.	4448	Iul. 11.
6.	4389	Iul. 3.	36.	4419	Iul. 1.	66.	4449	Ium. 29.
7.	4390	Iun. 22.	37.	4420	Iun. 21.	67.	4450	Inn. 19.
8.	4391	Iul. 11.	38.	4421	Iul. 9.	68.	4451	Iul. 8.
9.	4392	Iun. 30.	39.	4422	Iun. 28.	69.	4452	Inn. 27.
10.	4393	Iun. 19.	40.	4423	Iul. 17.	70.	4453	Inl. 15.
11.	4394	Iul. 7.	41.	4424	Inl. 6.	71.	4454	Iul. 4.
12.	4395	Iun. 27.	42.	4425	Ium. 25.	72.	4455	Iun. 24.
13.	4396	Iul. 16.	43.	4426	Iul. 14.	73.	4456	Iul. 13.
14.	4397	Iul. 4.	44.	4427	Iul. 3.	74.	4457	Iul. 1.
15.	4398	Iun 23.	45.	4428	Iul. 22.	75.	4458	Iun. 20.
16.	4399	Inl. 12.	46.	4429	Iul. 10.	76.	4459	Iul. 9
17.	4400	Iul. 2.	47.	4430	Iun. 30.			
18.	4401	Iul. 20.	48.	4431	Iun. 19.			
19.	4402	Iul. 9.	49.	4432	Inl. 8.			
20.	4403	Iun. 28.	50.	4433	Iun. 26.			
21.	4404	Iul. 17.	51.	4434	Iul. 15.			
22.	4405	Iul. 6.	52.	4435	Iul. 5.			
23.	4406	Iun. 25.	53.	4436	Iun. 24.			
24.	4407	Iul. 14.	54.	3437	Iul. 12.			
25.	4408	Iul. 3.	55.	4438	Iul. 1.			
26.	4409	Iun. 22.	56.	4439	Ion. 21.			
27.	4410	Iul. 11.	57.	4440	Iul. 9.			
28.	4411	Iun. 30.	58.	4441	Iun. 28.			
29.	4412	Iun. 19.	59.	4442	Iul. 17.			
30.	4413	Iul. 7.	60.	4443	Iul. 6.			

Hecatombæon	29
Metagitnion	59
Boedromion	88
Mæmacterion	118
Pyanepsion	147
Posideon	177
Gamelion	206
Anthesterion	236
Elaphebolion	265
Munychion	295
Targelion	324
Scirophorion	354
Intercal.	385

Quia autem Periodus Calippica assumpta est tanquam paria faciens cum anno Juliano, ideo habebimus initium omnium annorum, non tantum primæ periodi, sed etiam secundæ tertiæ, & cuiuscúmque alterius: habemus ergo in hac tabula annos primæ periodi Calippicæ ineuntes, cum annis Periodi Julianæ & diebus quibus ineunt. Ex qoo facile cæterarum Periodorum annos, eum annis pariter facile coniunges.

Vsus tabulæ in duobus consistit vt assignato quocúmqoe anno periodi Julianæ,& die, determines annum periodi Calippicæ,& diem mensis scilicèt Attici. Secundò vt propositâ die & ànno Periodi Calippicæ diem & annum Julianum illi respondentem assignes. incipiamus ab boc vltimo. Proponatur Primæ Periodi Calippicæ octavus 4. dies mensis Metagitnionis. quæratur in tabula annus octavus, illi respondet, annus periodi Julianæ 4391. Iul. die 11. iniens. Hecatombæon babet dies 29. quibus addes 8. fiunt 37. numera ab 11. Iul. dies 36. fient 46. Iul. babet dies 31. qoibus subtractis invenies, octavum diem eadere in 15. Aug.

Proponatur annus 10. Periodi secundæ Calippicæ. decimus Periodi primæ Calippicæ est Periodi Iol. 4393. adde 76. annos seu periodum integram. fiet decimus secundæ periodi, 4369. periodi Iulianæ: incipit autem bic annus decimus Iunij 19 eodem scilicet die mensis, quô incepit decimus primæ periodi: pro diebus totius anni tabula secunda eos exhibebit, ita datum annum cuiuscúmque periodi Calippicæ connectes cum anno periodi Julianæ.

Alia pars eiosdem erit vt propositô annô Periodi Julianæ, reperias annum Periodi Calippicæ respondentem, & determines numerum periodi Calippicæ. sopponitur autem primus Periodi Calippicæ incidere in annum 4384. Periodi Iulianæ, & incipere 29 Iunij. proponatur ergo annus 4440. periodi Julianæ, subtrabe ab eo 4383. & restabit 57. dices ergo annum 4440. periodi Julianæ connecti cum 57 periodi Calippicæ, intelligendo annum 57. incipere circa finem Iunij anni 4440. proponatur alius annus 4890. periodi Iul. suubtrahe 4383 restabit 407. quia autem quælibet periodus Calippica constat tantum annis 76. divide 407. per 76. erit qootiens 5. restabuntque 27. quare 27. annus quintæ periodi Calippicæ init anno periodi

Julianæ 4890. Iulij 11. quare initium anni 4890. incipit in aliquo die anni 26. periodi Calippicæ, qui annus incipit 21 Iunij. Periodus prima Calippica incipit cum anno tertio Olympiadis 112. nempe centesimo tertio Metonici anni, & octavo enneadecaeteridis Metonicæ.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

De Olympiadibus.

Apud Græcos celebertimæ fuerunt Olympiades, quibus scilicèt res gestas notare consueverant. est autem Olympias intervallum annorum Græcorum quatuor, nam anno quintô ineunte Ludi in Pisatide ad Olympiam vrbem committebantur ex qua & nomen acceperunt. Incipiebant autem Olympiades à solstitio æstivo,aut circa solstitium æstivum, eò quod annus Græcorum, circa hoc tempus inchoaretur, quamvis nonnuli velint,olim à solstitio hyberno incepisse. quare neomenia Hecatombæonis assumi debet tanquam initium anni Græci, & consequenter annorum Olympiadicorum. Annus primus Olympiadis primæ incipit circa finem Junij,vel principium Iulij, anni Periodi Iulianæ 3938. non potest autem determinari dies, eò quòd priscis illis temporibus sæpiùs fuerit mutata forma anni Græcorum,atque adeò nihil certi habeatur, ante Metonem & Calippum.

Hi anni vocantur anni Iphiti eo quod ea certamina Iphitus instauratit anno Periodi Julianæ 3938. seu anno 777. ante æram Christianam.

Olympiadum annos cum annis periodi Julianæ coniungemus facilè hac methodò.

Proponatur annus 2.Olympiadis 87.multiplica 86.Olympiadas per 4 fient anni 344.quos ad 3938 addes quare Olympias 87. seu primus eius annus incepit citea finem Junij anni periodi Julianæ 4282. atque adeo secundus eius annus iniit æstate anni 4283.

Pariter si quæratur annus secundus Olympiadis 254 multiplica Olympiadas 253 absolutas per 4.fient 1012.anni quos addes ad 3938. fient 4950. quare primus annus Olympiadis 254. iniit annô periodi Julianæ 4950.& secundus anno 4951. vt habeas cyclos cum annus periodi Julianæ 3938. haberet cyclum Solis 18.Lunæ 5. indict.8. ad annos Jphiti adde17.4.& 7.& habebis summas quæ per 28.19.& 15.divisæ exhibent cyclos respondentes cuilibet anno Olympiadico.In quo tamen notandum est,quemlibet annum Olympiadicum duplicem habere cyclum,cum enim isti cycli proprie sint characteres annorum Julianorum & annus quilibet Jphiti media sui parte respondeat vni anno periodi Julianæ & altera pars in sequentem incidat, necessariò duplici cyclo affici debet.

Secunda pars istius propositionis in eo posita est,vt propositum annum periodi Julianæ,connectascum annis Olympiadicis. sit propositus annus periodi Julianæ 4951.ex eo subtrahe initium Olympiadum nempe 3938.restabunt tot anni 1014 hunc numerum divide per 4.erit quotiens 253.seu Olympiades absolutæ & restabunt duo,nempe annus 3951. erit Olympiadis 254 secundus. intelligendo secundum incipere æstate. si enim quæras in quo anno Olympiadis inceperit annus 4951. periodi Julianæ, clarum est Kalendas Januarias fuisse circa medium primi anni Olympiadis 254. si proponeretur annus Christi,is primo in annum periodi Julianæ murandus esset.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

De Annis vrbis conditæ.

Non consentiunt authores in annis vrbis conditæ. Varro ponit annum primum vrbis conditæ in anno periodi Julianæ 3961. nempe anno Olympiadis sextæ tertio sequente quarto.si ergo ex anno periodi Julianæ proposito, auferas numerum 3960. relinquetur annus vrbis conditæ ex sententia Varronis.

Fasti tamen Capitolini tardiores sunt vnô anno, ponunt enim vrbis conditæ annum primum periodi Julianæ 3962. quare si proponatur v. g. annus quô occisus est Cæsar nempe periodi Julianæ 4670.subtrahe 3960. habebis annum vrbis conditæ 710. secundùm Uarronem. vel subtrahe 3961. habebis eum esse annum vrbis conditæ 709.vt volunt fasti Capitolini.vt cyclos invenias secundum methodum Varronianam adde cyclum Solis 12. Lunæ 8. Indictionis 15. secundum Capitolinam methodum adde 13. 9. & 1.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

De Anni Iudaici forma.

Annus Judaicus Lunaris est, non simplex, & vagus qualem hodie Turcæ vsurpant,& quem inferiùs explicabimus,sed artis regulis, cum solaribus motibus connexus, & copulatus hic annus non eodem semper modô ordinatus fuit,sed priscis temporibus vt tempore Christi Neomenias, aut ex phasi,& visione Lunæ, aut ex quaternariis cyclis indicere solebant.Hodie longe aliam rationem ineunt, & ad medios Lunæ motus suos cyclos componunt. Lunationem enim mediam faciunt dierum 29.hor.12.scrupulorum 793. continentur autem in vnâ horâ scrupula Iudaica 1080. quare media Lunatio iis est dierum 19. hor. 12. min.44. sec.3. tertiorum 20.

Annus Lunaris simplex est dier.354.h.8.48.40.

Cyclum decennovennalê hodie adhibent,quem faciunt dier.6939. hor.16. 33.3.20. hæ horæ $16\frac{1}{2}$. collectæ Ita distribuuntur,vt communiter tres cycli decênovennales dies contineant 6940 & vnus, dies 6939. quod in periodo Calippica vsurpatur.

Annum Solarem minorem Juliano assumpserunt horarum 5995. seu dierum 365. horarum 5.min.55. quæ quidem anni quantitas cum cyclo Lunari bene coucordat vetam tamen anni solaris quantitatem excedit min. 6. quare si hic cyclus vsurpatus fuisset Neomenias quidem optime ostendisset,æquinoctium tamen à tempore Nicœnæ synodi in anteriora regressum fuisset non decem diebus, sed 5 aut 6. tantum.

Alij verò secuti Rabi Samuelem anno Juliano dier. $365\frac{1}{4}$ vsi sunt,non quod Intercalarem diem admittant

admittant, sed ita suos Embolismæns dispensant, vt virtualiter id præstent, totidem enim in suis cyclis dies apponunt, quot in cyclo novemdecim annorum Julianorum inveniuntur:id autem sufficienter præstatur, quod mensis Lunaris qui sæpe cavus est, nonnunquam evadat plenns.

Probabile est Judæos, aut à Græcis, aut potius à Christianis, hanc decennovennalem periodum mutuatos esse; & hoc vt multi volunt circa annum Christi quingentesimum, immo neque eamdem apud omnes Judæos methodum locum habere, sed diversas in diversis nationibus.

Certissimum etiam est apud Judæos duplex anni caput agnosci, vel potiùs duplicem annum, civilem alterum qui à mense Tisri initium duceret, alterum Ecclesiasticum, qui à Nisan inciperet cuins nempe 14. aut in æquinoctium vernum incideret, aut illnd, quàm prnxime sequeretur, quamvis ex cycli vitiosi labe, sæpe ante æquinoctinm vernum Pascha Judæos celebrasse existiment multi. quod tamen non existimo eò quòd, cum annum Solarem 6 minutis longiorem habeant quam re vera sit, tardius etiam annus civilis æquinoctium exhibet, quam re vera accidat, vt etiam Christianis evenit, qui cum annum assumpsissent omnino Julianum, hnc est dierum $365\frac{1}{4}$. annus civilis exhibebat æquinoctium semper in 21 Martij, cum tamen sensim regressum esset ad vndecimam eiusdem mensis.

Celebris est apud Judæos vocis Tekuphæ vsurpatio, quæ conversionem significat, proprie tamen sumitur pro temporis momentó, quô Sol quadrantem sui Zodiaci ingreditur, propriissimè autem pro ingressu in libram, aut in Arietem, ideóque duplicem Tekupham agnoscunt, vnam pro anno civili, alteram vero pro anno Sacro, seu Ecclesiastico banc in Sept. collocant, aliam vero in Martio, quamvis etiam nonnulli totum annum in quatuor Tekuphas partiantur. Quia vt iam dixi à Judæis diversæ methodi sunt adhibitæ, vocantur hæ Tekuphæ, istæ sunt celebriores Texupha Rabbi Addæ qui annum solarem assumebat dierum 365. hur. 5. & min. 55 & hoc consequebatur vt eius cyclus Lunaris exactè Lunationes indicaret: nec tantam in anno solari anticipationem admitteret, quamvis tamen aliquam experiretur. Celebrior videtur esse Tekupha Rabbi Samuelis, cuius cyclus Lunaris anno Juliano accommodabatur.

Iudæi qui computum illum vsurpant multa fabulosa admiscent. dicunt enim initio mundi seu anno periodi Julianæ 954 cyclo Solis 2. litterâ E, feria 4. Sep. 24. Solem & Lunam à Deo simul creatos esse, in ipso Texuphæ autumnalis Cardine, hoc est in ipso æquinoctiali puncto, bora 15. ab initio noctis præcedentis, seu bora nona matutina, ac tunc pari cum Sole lumine Lunam præditam fuisse, cum autem obtrectari ausa esset, & vnicum mundo sydus satis esse dixisset, temeritatis pœnas luisse, nempe vt biduo delirescerer. quare à feria 4 in feriam sextam dilata est, quare vno die & horis 13. tardius Texuphâ, annum Lunarem primum auspicantur, multa alia huiusmodi commenti sunt, sive, vt suos cyclos convenienti aliquâ correctione emendent, sive pro ingenio nationis ob aliam rationem. Ab eo igitur initio suos cyclos auspicantur, immo Lunarem annum ab anno periodi Julianæ 953. quem vocant annum confusionis seu Thou. Alia multa dici possent de huiusmodi cyclis & methodo ex iis constituendi initia annorum tam civilium, quam Ecclesiasticorum, quæ non multum, à cyclo nostro decennovennali dissentiunt, quamvis aliqua correctiones admittant; sive primo institutas cum ipsis cyclis, sive de novo inventas, ad correctionem errorum, qui amplius dissimulari non poterant.

Menses Anni
Judaici
Nizan
Ijar
Siuvan
Thamuz
Ab
Elul
Tisri
Marchesuvan
Chasleu
Thebet
Schebat
Adar.

Menses protsus sunt Lunares. Embollsmæi semper ante Nizan inserebantur, ita vt à Nizan ad Tisri, esset semper idem dierum numerus. Sed à Tisri ad Nizan essent nonnnnquam 7 menses Lunares, & aliquando tantum 6. quare cycli potius in Nizan quam in Tisri incipere debent prnpter Embolismæos ante Nizan positos; quamvis Texupha Samuelis videatur potiùs affixa mensi Septembri, quàm Martio.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

De Anno Arabico, seu Anno Turcarum.

Annus Arabicus, quô etiam nunc Turcæ vtuntnr, merè Lunaris est, nullamque Solis motûs rationem habet. quare cum 12. Lunationes diebus constent 354. horis 8. min 48. sec. 37. tertiis 44. totidem etiam Arabicum constare necesse est, quia tamen annus civilis horas non admittit, ideo annus Arabicus popularis seu vulgaris diebus tantum 354 constat, quia tamen non possunt illæ 8. horæ negligi, hæ tertio quoque anno; diem efficiunt, annumque constituunt dierum 355. non debent item negligi minuta 48. sec. 37. tertia 44. seu secunda 2918. si ergo dicas 2918. secunda dant vnum annum, vna diés seu 24 horæ, seu secunda 86400. quot annos dabunt & invenio $29\frac{1}{2}$ fere. Ex hâc consideratione orta est periodus Arabica, quæ annos Arabicos 30. contineret in quibus 11. essent anni qui diebus constarent 355. & novemdecim qui diebus constent 354. constat igitur Triacontaeteris Arabica diebus 10631. præcisè sine vllis appendicibus. ita autem dispensantur isti dies intercalares vt quoties horæ fuerint plures, quam 12. toties addatur dies. quare annus secundus quintus, septimus 10. 13. 16. 18. 21. 24. 26. 29. habeant diem intercalarem, menses alterni fiant dierum 30 & 29. nisi in illis annis in quibus ponitur hæc dies,

illi enim habent tres menses continuos, diebus

fer.	Menses Arabum dies.		Menses Arabum		fer.
7.	1.Muharram	30	7.Regiab	207	2.
2.	2.Saphar	59	8.Sahaben	236	4.
3.	3.Rabie prior	89	9.Ramadam	266	5.
5.	4.Rabie posterior	118	10.Scheuval	295	7.
6.	5.Giumadi prior	148	11.Dulkaidar	325	1.
1.	6.Giumadi posterior	177	12.Dulkagiath Vel Dilhaga.	354	3.

30 constantes. nempe cum penultimus mensis Dulkaidat sit dierom 30. sicut & primus anni. si vltimo addatur dies, fient 3 menses continui dierum 30. duo vltimi vnius anni, & primus sequentis.

Epocha Anoorum Arabicorum quæ & Hegira dicta est sumitur à fuga Mahometis ex Mecha quæ accidit periodi Julianæ aono 5335. Christi 622. Iulij 23. feria v. Turcæ igitur incipiunt suum primum annum, à sequenti die nempe à feria sexta, seu Julij 16. multis modis possunt connecti Anni menses & dies Arabum cum Anno Juliano, & eius mensibus & diebus.

	anni Juliani	Excessus anni Juliani supra Arabicos. Anni Arabici dies H.
	1.	1. 10.21
B	2.	2. 21.18
	3.	3. 32.16
	4.	4. 43.13
B	5.	5. 54.10
	6.	6. 65. 7
B	7.	7. 76. 4
	8.	8. 87. 2
	9.	9. 97.23
B	10.	10.108.20
	11.	11.119.17
	12.	12.130.14
B	13.	13.141.12
	14.	14.152. 9
	15.	15.163. 6
B	16.	16.174. 3
	17.	17.185. 0
	18.	18.193.22
B	19.	19.206.18
	20.	20.217.16
B	21.	21.228.13
	22.	22.239.10
	23.	23.250. 7
B	24.	24.261. 5
	25.	25.272. 2
B	26.	26.282.23
	27.	27.293.20
B	28.	28.304.17
	29.	29.315. 15
	30.	30.326.12

An.Chri. Anni Juliani in quos desinunt Triaco.	Anni Arabici. An. di. h.
622	0. 0. 0
652	30.326.12
682	61.298.15
712	92.270.18
742	123.242.21
772	154.215. 0
802	185.187. 4
832	216.159. 7
862	247.131.10
892	278.103.13
922	309. 75.17
952	340. 47.20
982	371. 19.23
1012	401.346.12
1042	432.318.14
1072	463.290.17
1102	494.262.20
1132	525.235. 0
1162	556.207. 3
1192	587.179. 6
1222	618.151.10
1252	649.123.13
1282	680. 95.16
1312	711. 67.19
1342	742. 39.22
1372	773. 12. 2
1402	803.338.13
1432	834.310.17
1462	865.282.20
1492	896.254.23
1522	927.227. 2
1552	958.199. 5
1582	989.171. 9
1612	1020.143.12
1642	1051.115.15
1672	1082. 87.18
1702	1113. 59.21
1732	1154. 32. 0
1762	1185. 4. 3
1792	1215.330.15
1822	1256.302.18
1852	1287.274.21
1882	1318.247. 0
1912	1349.119. 3

Triaconta Eterides.	Character
30	5
60	3
90	1
120	6
150	4
180	2
210	7
240	5
270	3
300	1
330	6
360	4
390	2
420	7
450	5
480	3
510	1
540	6
570	4
600	2
630	7
660	5
690	3
720	1
750	6
780	4
810	2
840	7
870	5
900	3
930	1
960	6
990	4
1020	2
1030	7
1080	5
2010	3
2040	1
2070	6
3000	4

Character annorum Hegiræ. Anni.	feria
1.	6.
2.	3.
3.	1.
4.	5.
5.	2.
6	7.
7.	4.
8.	2.
9.	6.
10.	3.
11.	1.
12.	5.
13.	2.
14.	7.
15.	4.
16.	1.
17.	6.
18.	3.
19.	1.
20.	5.
21	2.
22.	7.
23.	4.
24.	1.
25.	6.
26.	3.
27.	1.
28.	5.
29.	2.
30.	7.

Prima tabula continet annos Julianos 30. quibus è regione, appositi sunt anni Arabici simul cum diebus & horis necessariis ad æquandum Julianum: sic annus vnus Julianus æquatur anno Arabico diebus 10. horis 21. duo anni Juliani duobus annis Arabicis diebus 21. horis 18. facilis est constructio tabulæ. cognito excessu vnius anni Juliani supra Arabicum, est enim Julianus dierum 365. hor. 6. Annus Arabicus dierum 354 hor. 8. min. 48. subtraho vnum ab alio restant dies 10. hor. 21. 12. Ex continua additione illius excessûs exurgit prima tabula vnam continens periodum 30. Annorum.

Secunda tabula duas columnas habet Prima continet annos Julianos, in quibus triaconterides Arabicæ desinunt: numerus annorum & dierum Arabicorum respondet semper 15. Julij anni Juliani. vt annus Arabicus 30, cum 326. diebus & 12. horis, respondet Julij 15. absoluto anni Christi 632.

Tertia tabula triaconteridas Arabicas collectas continet cum feria in quam vltimus dies triaconteridis incidit, si per 7. dividatur. nam 30. anni Arabici continent dies 10631, qui numerus si per 7. dividatur relinquit 5. si 5. & 5. addas fiunt 10. subtraho 7. relinquuntur 3. pro duabus periodis & ita consequenter, in quo animadvertere potes tabulæ artificium.

Quarta tabula annos 30. exhibet seu vnius periodi cum feriis à quibus incipiunt. iis addenda est tabula mensium quæ dies collectos habet, & ferias singulorum.

Vsus tabularum talis esto, potest proponi annus Christi, & dies, & quæri quis annus Hegiræ illi conveniat. Vel proponi Annus, mensis, & dies Hegiræ cui quærendus est respondens Annus Christi. Vel denique quod correctionis & examinis vicem gerit, potest vtriusque investigari feria, in exemplo patebit vsus.

Proponatur Anno Christi 1624. quære in secunda tabula proxime minorem is erit 1612. cui respondet Arabicus 1020. dies 143. hor. 12. restant anni 12. quos excerpes ex prima tabula habebisque Annos Arabicos 12. dies 130. 14. adde hos duos numeros habebis 1032, dies 274. hor. 2. quare Anno Christi 1624. die 15. Julij sub occasum solis completi sunt anni Hegiræ 1032, & præterea de sequenti annô scilicèt 1033 peracti sunt dies 274. horæ 2. quare 16. Julij anni 1624. fuit dies 275. anni Arabici 1033. æræ Hegiræ: adi tabulam mensium invenies in Ramadam, ab initio anni vsque ad finem eiusdem mensis Ramadam contineri dies 266. quare prima dies mensis Scheuval est 267. numera vsque ad 275, habebis 9. diem mensis Scheuval incidere in 16. Julij.

Si velis scire in quo die inceperit Neomenia Muharram in anno Christi 1624. Ex diebus collectis ab initio anni Juliani ad 15. Julij seu 196. subtrahe dies 274. si fieri potest, si non potest adde 365. ad 196. seu potius ad 197, quia annus fuit bissextilis fiunt 562. à quibus si subtrahas 274. restant 288. seu 15. Octobris anni Christi 1623. incepit Neomenia Muharram anni Arabici 1033.

Vt certius operetis ita procedes. Si agitur de anno Hegiræ 1033. consule tertiam tabulam invenies annum Hegiræ 1020. habere characterem 2, hoc est incepisse feria 2. restant anni 13, quibus in quarta tabula respondet character ferialis 2. adde 2. & 2. fient 4, incepit ergo annus Hegiræ 1033. feria quarta. Si velis id probare. anno 1623. cyclus Solis erat VIII. littera Dominic. E ergo dies Octobris 15. erat feria quarta Pariter in anno Gregoriano dies 25. Octobris quæ eadem est ac 15. eiusdem mensis in veteri Kalendario fuit feria quarta.

Inventâ Nohomeniâ Muharram nempe feria 4. invenies Neomeniam sequentis & aliorum omnium addito charactere feriali illis respondente pro invenienda verbi gratia Neomenia Ramadam adde 5. fiunt 9. subtrahe 7. quare Ramadam feriâ secundâ iniit. Si velis diem anni respondentem Neomeniæ Ramadam adde ad 15. Octobris nempe ad 288. diem, ab initio Januarij dies collectos mensis præcedentis Sahaben nempe 236. fient dies 524. à quibus si subtrahas 365, restabunt dies 159, quare die Junij 8. anni Juliani 1625. fuit Neomenia Ramadam anni 1033. Arabici.

Secundò proponatur annus Hegiræ 990, quæritur quô Annô Christi inierit invenies in secunda tabula annum 989. absolutum vtrique, cui respondet in eadem tabula Annus Christi 1582. adduntur autem tali anno dies 171. hor. 9. hoc est de anno sequenti 15. Julij, peracti erat dies 171. 9. est autem 15. Julij 196. dies ab anni Juliani, subtrahe 171. 9. ex 196. habebis dies 24. h. 15. quare incepit die 25. Januarij.

Si non occurrat in tabula præcise annus quæsitus, ita operaberis. Quæratur annus Hegiræ 1033. cui in tabula respondet proximè minor 1020. dies 143. 12. & annus Julianus respondens est 1612. sensus tabulæ est Anno Christi 1612. 15. Julij ad vesperam, absolutos fuisse annos Hegiræ 1010. cum diebus 143. 12. pertinentibus vtrique ad annum 1021. vsque ad 33. ineuntem, scilicèt desunt anni 12. quibus in prima tabula respondent anni Juliani 12. adde ergo Annis Christi 1612. alios 12, habebis annum 1624. sed annis Arabicis 12. adhærent in eadem tabula dies 130. hor. 14, quos addes ad 143. 12. & habebis 274 2. quare annô 1624. 15. Julij perfecti erant anni Arabici 1032. inceperatque 1033, ita vt iam perfecti essent dies 274. & horæ 2. sequens igitur nempe Julij 15. fuit dies 275. anni Hegiræ 1033. cætera vt in superiori exemplo.

Ponamus adhuc exemplum vnum, in diplomate Imperatoris Turcici, quô pax cum Imperatore sancita est ita subscriptum fuit die primo proximi mensis Janvarij anno Domini Jesu 1584, Anno transmigrationis magni Prophetæ 991. die 27. Sacræ Lunæ Dhilbitsche. Adi tabulam proxime minor in tabula est annus Hegiræ 989. cui adhærent dies 171. 9. & illi respondet annus Christi 1582. sensus tabulæ est quod 15. Julij anni 1582. pertransierant anni 989 & dies 171. ita vt incepisset annus 990. deest ergo vnus annus addendus Juliano, & Arabico annus 1. dies 10. 21. habebis ergo anno 1583. 15. Julij perfectos esse annos Arabicos 990, seu 991. incepisse, & præterea esse peractus dies 182. hor. 6. habetur item in tabula dies 27. Lunæ dhilhitsche seu dies 325. & 27. hoc est dies 352. subtrahe dies 182. restant dies 170. addendi 15. Julij seu diebus 296. fiuntque dies 366. subtrahe 365. restat dies 1. anni 1584.

IANVARIVS.

Epactæ.	Littera Dom.	Calendæ.	Dies mēsis	FESTA.	Dies coll.
*	A	Kal.	1	Circumcisio dupl.	1
xxix	b	iv	2	Oct. S. Steph.dupl.	2
xxviii	c	iii	3	Oct. S.Ioan.dupl.	3
xxvii	d	Pri. o.	4	Oct.SS.Innoc.dupl.	4
xxvi	e	Non	5		5
25.xxv	f	viii	6	Ephiphania dupl.	6
xxiv	g	vii	7	De Oct. Epip.	7
xxiii	A	vi	8	De Oct.	8
xxii	b	v	9	De Oct.	9
xxi	c	iv	10	De Oct.	10
xx	d	iii	11	De Oct.com.S.Hygini	11
xix	e	pridie	12	De octava.	12
xviii	f	Idus	13	Oct.Epiph.duplex	15
xvii	g	xix	14	Hil.Ep.sem.com.S.Feli	14
xvi	A	xviii	15	S. Pauli Er.sem.com.S. Mauri.	15
		xvii	16	Marcelli Pap. m. sem.	16
xv	b	xvi	17	Antonij Abb. dupl.	17
xiv	c	xv	18	Cathedra S.Petr.Rom.	18
xiii	d			dupl.com.S.Priscæ.	
xii	e	xiv	19	Marij Mart. Audif.	19
xi	f	xiii	20	Fab.& Seb.dupl.	20
x	g	xii	21	Agnetis V.& M. dup.	21
ix	A	xi	22	Vincent.& Anast. sem.	22
viii	b	x	23	Emerent.	23
vii	c	ix	24	Timothe. Ep. & Ma.	24
vi	d	viii	25	Convers.S.Paul. dup.	25
v	e	vii	26	Polycarpi.	26
iv	f	vi	27	Ioan. Chrysos. dupl.	27
iii	g	v	28	Agnetis secundo.	28
ii	A	iv	29		29
i	b	iii	30		30
*	c	prid. Cal.	31		31

FEBRVARIVS.

Epactæ.	Litt. Dom.	Calendæ	Dies mens.	FESTA.	Dies Coll.
xxix	d	Cal.	1	Ignat. Ep. & ma.	32
xxviii	e	iv	2	Purif. dupl.	33
xxvii	f	iii	3	Blasij.	34
25.xxvi	g	prid.	4		35
xxv.xxiv	A	Non.	5	Agath.V.& m.se.	36
xxiii	b	viii	6	Doroth. V.& m	37
xxii	c	vii	7	Romualdi Abb	38
xxi	d	vi	8	dupl.	39
xx	e	v	9	Apoll. & V.	40
xix	f	iv	10		41
xviii	g	iii	11		42
xvii	A	prid.	12		43
xvi	b	Id.	13		44
xv	c	xvi	14	Valentini m.	45
xiv	d	xv	15	Faustin.& Iovitæ	46
xiii	e	xiv	16		47
xii	f	xiii	17		48
xi	g	xii	18		49
x	A	xi	19	Symeon.Ep.&m.	50
ix	b	x	20		51
viii	c	ix	21		52
vii	d	viii	22	Cathedr.S P.An.	53
vi	e	vii	23	dup. Vigil.	54
v	f	vi	24	Math. Apost.dup.	55
iv	g	v	25		56
iii	A	iv	26	In anno bissexti-	57
ii	b	iii	27	li Feb.est dierum	58
i	c	prid.	28	29.diciturque bis	59
				sexto Kal. Fe-	
				stum S. Mathiæ	
				est die 25:muta-	
				tur littera Dom.	

MARTIVS.

Epactæ.	Lit. Dom.	Kalendæ.	Dies menſ.	FESTA.	Dies collect.
*	d	Kal.	1		60
xxix	e	vi	2		61
xxviii	f	v	3		62
xxvii	g	iv	4		63
xxvi	A	iii	5		64
25. xxv	b	Prid.	6		65
xxiv	c	Non	7	S.Thom. de Aq.dup.	66
xxiii	d	viii	8		67
xxii	e	vii	9	Quadr. mart. ſem.	68
xxi	f	vi	10		69
xx	g	v	11		70
xix	A	iv	12	Greg. Pap. dupl.	71
xviii	b	iii	13		72
xvii	c	pridie	14		73
xvi	d	Idus	15		74
xv	e	xvii	16		75
xiv	f	xvi	17		76
xiii	g	xv	18		77
xii	A	xiv	19	S. Ioſeph. dupl.	78
xi	b	xiii	20		79
x	c	xii	21	Bened. Abb.	80
ix	d	xi	22		81
viii	e	x	23		82
vii	f	ix	24		83
vi	g	viii	25	Annunc. dupl.	84
v	A	vii	26		85
iv	b	vi	27		86
iii	c	v	28		87
ii	d	iv	29		88
i	e	iii	30		89
*	f	prid.	31		90

APRILIS.

Epactæ.	Lit. Dom.	Calendæ	Dies menſ.	FESTA.	Dies collect.
xxix	g	Kal.	1	Franc. de Paula dup.	91
xxviii	A	iv	2		92
xxvii	b	iii	3		93
25.xxvi	c	prid.	4		94
xxv.xxiv	d	Non.	5		95
xxiii	e	viii	6		96
xxii	f	vii	7		97
xxi	g	vi	8		98
xx	A	v	9		99
xix	b	iv	10		100
xviii	c	iii	11	Leonis P. Conf. dup.	101
xvii	d	prid.	12		102
xvi	e	Id.	13		103
xv	f	xviii	14	Tibur. Valer. mart.	104
xiv	g	xvii	15		105
xiii	A	xvi	16		106
xii	b	xv	17	Aniceti mart.	107
xi	c	xiv	18		108
x	d	xiii	19		109
ix	e	xii	20		110
viii	f	xi	21		111
vii	g	x	22	Soteris & Caij. ſem.	112
vi	A	ix	23	Georgij.	113
v	b	viii	24		114
iv	c	vii	25	Marci Evang. dup.	115
iii	d	vi	26	Cleti & Marc. ſem.	116
ii	e	v	27		117
i	f	iv	28	Vitalis.	118
*	g	iii	29	Petri m. dupl.	119
xxix	A	prid.	30	S. Catharinæ ſen. V.d.	120

MAIVS

MAIVS.

Epactæ.	Litt. Domin.	Kalendæ.	Dies mensis.	FESTA.	Dies collect.
xxviii	b	Kal.	1	Phil. & Iacobi. dup.	121
xxvii	c	vi	2	Ath. Ep. & con. dup.	122
xxvi	d	v	3	Inventio S. Crucis d.	123
25. xxv	e	iv	4	Com. SS. Alex. [Eu.	124
xxiv	f	iii	5	Monicæ. [Theo.	125
xxiii	g	Prid.	6	Ioan. ante portam lat. dupl.	126
xxii	A	Non.	7	Stanislai Ep.& m.dup.	127
xxi	b	viii	8	Apparitio S Michaëli. dupl.	128
xx	c	vii	9	S. Greg. Theol.dup.	129
xix	d	vi	10	Gordiani,& Epimachi martirum.	130
xviii	e	v	11		131
xvii	f	iv	12	Nerei Achil.& Paner.	132
xvi	g	iii	13		133
xv	A	Prid.	14	Bonifacij m.	134
xiv	b	Idus.	15		135
xiii	c	xvii	16		136
xii	d	xvi	17		137
xi	e	xv	18		138
x	f	xiv	19	Pudentianæ.	139
ix	g	xiii	20		140
viii	A	xii	21		141
vii	b	xi	22		142
vi	c	x	23		143
v	d	ix	24		144
iv	e	viii	25	Vrbani Pap. & mart.	145
iii	f	vii	26	Eleutheri Papæ & m.	146
ii	g	vi	27	Ioan. Papæ & mart,	147
i	A	v	28		148
*	b	iv	29		149
xxix	c	iii	30	Fœlicis.	150
xxviii	d	Pridi.	31	Petronillæ V.	151

IVNIVS.

Epactæ.	Litt. Domin.	Kalendæ.	Dies mensis.	FESTA.	Dies collect.
xxvii	e	Kal.	1		152
25 xxvi	f	iv	2	Marc.Petri & Erasmi.	153
25.xxiv	g	iii	3		154
xxiii	A	prid.	4		155
xxii	b	Non.	5		156
xxi	c	viii	6		157
xx	d	vii	7		158
xix	e	vi	8		159
xviii	f	v	9	Primi & Feliciani m.	160
xvii	g	iv	10		161
xvi	A	iii	11	Barnabæ Apost dup	162
xv	b	Prid.	12	Basiadis , Cyrini Naboris Nazarij m.	163
xiv	c	Id.	13	Ant. De Padua conf.d	164
xiii	d	xviii	14	Basilij Ep.con. dup.	165
xii	e	xvii	15	Viti Mod. & Cresc.	166
xi	f	xvi	16		167
x	g	xv	17		168
ix	A	xiv	18	Marci, & Marc. m.	169
viii	b	xiii	19	Gervasij, & Prot.	170
vii	c	xii	20	Sylverij Papæ & m.	171
vi	d	xi	21		172
v	e	x	22	Paulini Ep.& conf.	173
iv	f	ix	23	Vigilia.	174
iii	g	viii	24	Nativitas S. Ioan.	175
ii	A	vii	25	De Octava.	176
i	b	vi	26	Ioan. & Pauli m.sem.	177
*	c	v	27	De Octava.	178
xxix	d	iv	28	Leonis Pap. sem.	179
xxviii	e	iii	29	Petri, & Paul. dup.	180
xxvii	f	Prid.	30	Commem. S. Pauli.	181

IVLIVS

IVLIVS. || AVGVSTVS.

Epactæ.	Litt. Dom.	Kalendæ.	Dies menſ.	FESTA.	Dies collect.
xxvi	g	Kal.	1	Oct. S. Ioan.	182
25. xxv	A	vi	2	Viſitatio dupl.	183
xxiv	b	v	3	De Oct. Apoſt.	184
xxiii	c	iv	4	De Oct.	185
xxii	d	iii	5	De Oct.	186
xxi	e	Prid.	6	Oct. Apoſ.	187
xx	f	Non	7		188
xix	g	viii	8		189
xviii	A	vii	9		190
xvii	b	vi	10	Septem fratrum Mart. & SS.Ruf.ac. ſe.ſem.	191
xvi	c	v	11	Pij Papæ & m.	192
xv	d	iv	12	Naboris & felic.	193
xiv	e	iii	13	Anacle. mart. ſem.	194
xiii	f	pridie	14	Bonav. Doct. dupl.	195
xii	g	Idus	15		196
xi	A	xvii	16		197
x	b	xvi	17	Alexij.	198
ix	c	xv	18	Symphoroæ.	199
viii	d	xiv	19		200
vii	e	xiii	20	Margaretæ.	201
vi	f	xii	21	Praxedis.	202
v	g	xi	22	Mariæ Magd. dupl.	203
iv	A	x	23	Appoll. Ep. & m.ſem.	204
iii	b	ix	24	Vig. & Com. S Chriſt.	205
ii	c	viii	25	Iacobi Ap. dupl.	206
i	d	vii	26	Annæ dup.	207
*	e	vi	27	Pantaleonis.	208
xxix	f	v	28	Nazarij & Celſi ſem.	209
xxviii	g	iv	29	S. Marthæ ſem.	210
xxvii	A	iii	30	Abdon. & ſennon.	211
25. xxvi	b	prid.	31	S. Ignatij dupl.	212

Epactæ.	Litt. Dom.	Calendæ	Dies menſ.	AVGVSTVS.	Dies collect.
xxv. xxiv	c	Kal.	1	Petri ad Vinc. dupl.	213
xxiii	d	iv	2	Steph Pap. & m	214
xxii	e	iii	3	Inventio S Steph.ſem.	215
xxi	f	prid.	4	Dom. Conf. dupl.	216
xx	g	Non.	5	Dedic S.Mariæ ad Nives dupl.	217
xix	A	viii	6	Transfig. dupl.	218
xviii	b	vii	7	Donati Ep. & mart.	219
xvii	c	vi	8	Cyriaci, Largi, & Smaragdi ſemid.	220
xvi	d	v	9	Vigil.	221
xv	e	iv	10	S.Lauren.dupl.	222
xiv	f	iii	11	De Oct.	223
xiii	g	prid.	12	S. Claræ.	224
xii	A	Id.	13	De Oct.com.S.Caſſi.	225
xi	b	xix	14	De Oct. com. Agapiti mart.& Vigil.	226
x	c	xviii	15	Aſſumptio dupl.	227
ix	d	xvii	16	De Oct. Aſſum.	228
viii	e	xvi	17	Oct. S. Laur.	229
vii	f	xv	18	De Octava.	230
vi	g	xiv	19	De Octava.	231
v	A	xiii	20	Bernardi Abb. dup.	232
iv	b	xii	21	De Octava.	233
iii	c	xi	22	Octava Aſſumpt.	234
ii	d	x	23	Vigil.	235
i	e	ix	24	S. Barthol. dupl.	236
*	f	viii	25	Ludovici Conf.	237
xxix	g	vii	26		238
xxviii	A	vi	27		239
xxvii	b	v	28	S.Aug.Doct.dupl.	240
xxvi	c	iv	29	Decoll.S.Ioan.B.dup.	241
25. xxv	d	iii	30	Felicis & adaucti.	242
xxiv	e	prid.	31		243

SEPTEMBER. || OCTOBER.

SEPTEMBER

Epactæ.	Lit. Dom.	Kalendæ.	Dies mensis.	FESTA.	Dies collect.
xxiii	f	Kal.	1	Ægidij.	244
xxii	g	iv	2		245
xxi	A	iii	3		246
xx	b	Prid.	4		247
xix	c	Non.	5		248
xviii	d	viii	6		249
xvii	e	vii	7		250
xvi	f	vi	8	Nativ. B.M.V. dupl.	251
xv	g	v	9	De oct. com. S. Gorgoni	252
xiv	A	iv	10	De oct.	253
xiii	b	iii	11	De octava.	254
xii	c	Prid.	12	De octava.	255
xi	d	Idus.	13	De octava.	256
x	e	xviii	14	Exaltatio S. Crucis.	257
ix	f	xvii	15	Octava Nativ.	258
viii	g	xvi	16	Cornelij & Cypr.	259
vii	A	xv	17		260
vi	b	xiv	18		261
v	c	xiii	19	Ianuari & Soc. m. sem.	262
iv	d	xii	20	Vigilia com. S. Eust.	263
iii	e	xi	21	S. Math. Apost. d.	264
ii	f	x	22	S. Mauritij & Soc.	265
i	g	ix	23	S. Lini semid.	266
*	A	viii	24		267
xxix	b	vii	25		268
xxviii	c	vi	26	Cypriani & Iust. m.	269
xxvii	d	v	27	Cosm. & Damian. sem.	270
25.xxvi	e	iv	28		271
25.xxiv	f	iii	29	Dedic. S. Michaëlis d.	272
xxiii	g	Pridi.	30	Hieron. presb. dupl.	273

OCTOBER

Epactæ.	Lit. Domin.	Kalendæ.	Dies mensis.	FESTA.	Dies collect.
xxii	A	Kal.	1	Remigij.	27[illegible]
xxi	b	vi	2		27[illegible]
xx	c	v	3		2[illegible]
xix	d	iv	4	Franc. conf. dupl.	277
xviii	e	iii	5	Placidi, & sociorum m.	278
xvii	f	Prid.	6		2[illegible]
xvi	g	Non.	7		280
xv	A	viii	8		281
xiv	b	vii	9	Dyonisij Rustici &	282
xiii	c	vi	10	Eleu. semid.	283
xii	d	v	11		284
xi	e	iv	12		285
x	f	iii	13		286
ix	g	Prid.	14	Calixti Pap. m. sem.	287
viii	A	Id.	15		288
vii	b	xvii	16		289
vi	c	xvi	17		290
v	d	xv	18	Lucæ Evang. dupl.	291
iv	e	xiv	19		292
iii	f	xiii	20		293
ii	g	xii	21	Hilarion. Abb.	294
i	A	xi	22		295
*	b	x	23		296
xxix	c	ix	24		297
xviii	d	viii	25	Chrysanthi & Dariæ.	298
xvii	e	vii	26	Evaristi.	299
xvi	f	vi	27		300
25.xxv	g	v	28	Simonis & Iudæ.	301
xxiv	A	iv	29		302
xxiii	b	iii.	30		353
xxii	c	prid.	31	Vigilia.	304

NOVEMBER

NOVEMBER.

Epactæ.	Litt. Domin.	Kalendæ.	Dies mensis.	FESTA.	Dies collect.
xxi	d	Kal.	1	Festum omnium SS.d.	305
xx	e	iv	2	Commem.defunct.d.	306
xix	f	iii	3	De Octava.	307
xviii	g	Prid.	4	De Oct.com.S.Vitalis.	308
xvii	A	Non.	5	De Oct.	309
xvi	b	viii	6	De Oct.	310
xv	c	vii	7	De Oct.	311
xiv	d	vi	8	Octava omnium SS.d.	312
xiii	e	v	9	Dedic.Basilicæ Salv.d.	313
xii	f	iv	10	Tryphonis Respicij. & Nymphæ m.	314
xi	g	iii	11	Martini Ep.dupl.	315
x	A	Prid.	12	Martini Papæ sem.	316
ix	b	Idus.	13		317
viii	c	xviii	14		318
vii	d	xvii	15		319
vi	e	xvi	16		320
v	f	xv	17	Gregorii Thaum.	321
iv	g	xiv	18	Dedicatio Basilicarum.	322
iii	A	xiii.	19	SS. Petri & Pauli.	323
ii	b	xii	20	Pontiani Papæ & m.	324
i	c	xi	21	Præsentatio S. Mar. d.	325
*	d	x	22	Cæcilia Virg. sem.	326
xxix	e	ix	23	Clementi P.& m.sem.	327
xxviii	f	viii	24	Chrysogoni mart.	328
xxvii	g	vii	25	Catharinæ Virg. m.d.	329
25.xxvi	A	vi	26	Petri Alex.Ep.m.	330
25.xxiv	b	v	27		331
xxiii	c	iv	28		332
xxii	d	iii	29	Vigilia com.S.Saturni.	333
xxi	e	Pridi.	30	S.Andreæ Ap. dupl.	334

DECEMBER.

Epactæ.	Litt. Domin.	Kalendæ.	Dies mensis.	FESTA.	Dies collect.
xx	f	Kal.	1		335
xix	g	iv	2	Bibianæ V. & mart.	336
xviii	A	iii.	3	S.Franc.Xau. Conf.d.	337
xvii	b	prid.	4	S. Barbaræ.	338
xvi	c	Non.	5	Sabbæ Ep. sem.	339
xv	d	viii	6	Nicolai Ep. sem.	340
xiv	e	vii	7	Ambrosij Doc. dupl.	341
xiii	f	vi	8	Conc. B. V. dupl.	342
xii	g	v	9		343
xi	A	iv	10	Melchiadis.	344
x	b	iii	11	Damasi semid.	345
ix	c	Prid.	12		346
viii	d	Id.	13	Luciæ V. dupl.	347
vii	e	xix	14		348
vi	f	xviii	15		349
v	g	xvii	16		350
iv	A	xvi	17		351
iii	b	xv	18		352
ii	c	xiv	19		353
i	d	xiii	20	Vigilia.	354
*	e	xii	21	Thomæ Ap.dupl.	355
xxix	f	xi	22		356
xxviii	g	x	23		357
xxvii	A	ix	24	Vigilia.	358
xxvi	b	viii	25	Nativitas D. I. C. d.	359
25.xxv	c	vii	26	Sthephani protom.d.	360
xxiv	d	vi	27	Ioan.Ap.& Ev.dupl.	361
xxiii	e	v	28	Innocent. dupl.	362
xxii	f	iv	29	Thomæ cantua. sem.	363
xxi	g	iii	30	De Dom.infra Oct.	364
19.xx	A	Prid.	31	Sylvestri dupl.	365

DE KALENDARIO Gregoriano.

PROPOSITIO XXXIV.

De æquinoctiorum anticipatione seu de Prima corrigendi Kalendarij causa.

Meliùs intelligi non potest tota ratio, & methodus quæ in Kalendario Gregoriano fuit vsurpata, quam si correctionis necessitas & labes veteris Kalendarij bene percipiatur. Jam suprà diximus ad legitimam Paschæ celebrationem secundum concilij Nicæni canones, & decreta, tres conditiones requiri, prima vt die Dominica celebretur, secunda vt hæc dies decimam quartam Lunam proxime sequatur. Tertia vt decima quarta Luna vel in diem æquinoctij incidat, vel illum proxime sequatur. Quod si æquinoctium eodem semper anni civilis die accideret, aut nullam aliam pateretur alternationem, quam quæ ex quadrantis Juliani, in quartum annum dilati alternatione oriretur, sola Lunaris periodus corrigenda esset. Sed in anno solari multò maior labes & error deprehenditur, hoc est annus civilis, qui ita solis motui accommodatus credebatur, vt eodem semper die nempe 21 aut 20. Martij æquinoctium exhiberet, longiùs à vero aberravit. Annus enim cœlestis seu tempus quô Sol motu propriô ab Arietis primo gradu digressus, ad idem revertitur, civilem annum non adæquat; sed eo minus est. Annus civilis est dierum 365. horarum 6, sed annus tropicus cœlestis medium intelligo; neque enim vt volunt nonnulli anni omnes æquales sunt: medius igitur est dierum 365. horarum 5. min. 49. ex quo sequitur æquinoctij anticipatio, ita vt æquinoctium cœleste, non in eodem semper anni civilis die hæreat, sed sensim versus initium anni feratur, & hoc regressu tam manifesto, vt dissimulari non posset, & à tempore Ptolemæi id est ab anno Christi 160, vsque ad annum Christi 1572. quó correctum est Kalendarium, annis scilicèt 1412, duodecim diebus regressum sit, & à Nicæna synodô, ad idem tempus regressum sit diebus 10. nempe cum tempore Nicænæ synodi æquinoctium 21. die & 20. Martij accideret circa annum correctionis in vndecima, & decima die eiusdem mensis sedem haberet. Cum ergo ex veteri consuetudine, & cyclorum dispositione, expectaretur semper ad celebrationem Paschæ, ea Luna decima quarta quæ in 21. Mar. aut incideret, aut eam proxime sequeretur; omnes Lunæ decimæ quartæ, quæ decimam diem mensis Martij, sequebantur, & 21. antecedebant, tanquam illegitimæ ad Pascha reiiciebantur, cum tamen ex decreto concilij Nicæni, & dispositione scripturæ haberent omnes conditiones requisitas, ad celebrationem Paschæ.

Et vt in aliquo anno particulari hoc vitium ostendam anno bissextili 1500. Pascha celebratum est 19. Aprilis, & hoc secundum dispositionem cyclorum nam Neomenia vetus exhibebatur Aprilis 4, & addendo 13. dies, fuit decima quarta Luna die 17. quare Dominica sequenti nempe 19. Aprilis celebratum est Pascha. Luna autem præcedens potuit, & debuit esse Paschalis, habuit enim omnes conditiones necessarias ad Lunam Paschalem fuit enim eius decima quarta & accidit die 14. Martij, post æquinoctium vernum quod incidit in diem 11. eiusdem mensis: ergo die decima quinta eiusdem mensis celebrari debuit, Pascha quare 35. diebus tardius quam oportuit celebratum est Pascha.

Tanta Paschatum detorsio ex æquinoctiorum anticipatione dissimulatâ, aut non animadversâ oriebatur, ita vt sæpe secundo mense celebraretur, & nisi remedium & legitima correctio fuisset adhibita longiùs processisset error, & æquinoctium vernum sensim ad initium anni, & Christi natalitia progressum esset. Hæc fuit prima corrigendi Kalendarij causa nempe æquinoctiorum ancipatio, quæ non amplius in 21. Martij vt tempore concilij Nicæni; sed in 11. Martij inveniebantur, orta scilicet ab excessu anni civilis supra annum tropicum seu cœlestem, qui excessus singulis annis est vndecim minutorum, quare cum in die sint horæ 24, seu min. 1440. si fiat regula proportionalis, nempe si 11. minut. dant annum vnum, 1440. quot dabunt annos, invenio 131. annos ferè, nempe intra 131. annos æquinoctium anticipare vnum diem, nempe tres dies intra annos 393. quod si anni magnitudo fiat dierum 365. hor. 5. 49. 16. qualis vulgo admittitur requirentur 134. anni vt anticipet vno die, & intra annos 400. tribus circiter diebus. Hic error maxime fuit manifestus, ita vt ab omnibus mathematicis agnosceretur, an verò conveniens correctio fuerit adhibita inferius expendetur.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Cycli Lunaris Labes.

Cum vt diximus supra Pascha celebrari debeat post decimam quartam Lunam cyclus aliquis fuerat necessarius, qui decimas quartas Lunas perpetuo statis vicibus repræsentaret. Decennovennalis inter cæteros electus erat, eò quòd crederetur novilunia ad idem punctum anni civilis post exactum illud tempus restituere. Anni Juliani 19. comprehendunt dies 6939, & horas 18. præcise. Lunationes autem mediæ 235. seu 19. anni Lunares cum 7. Embolismis continent dies 6939. horas 16, 32. 26. 29. brevior igitur est periodus vera & realis annorum Lunarium 19, quam sint 19. anni Juliani, deest enim hora vna min. 27. 33. tanta igitur est anticipatio Lunaris intra novendecim annos. Vt si hoc annô accideret novilunium 21. Martij hora prima præcise post mediam noctem, vertente anno decimô nonô non accideret 21. Martij, sed 27. min. 33. secundis, ante mediam noctem præcedentem diem 21. Martij; seu die 20. Martij hora 11. post meridiem min. 32. 27. & post alios novemdecim annos plenilunium medium esset die 20. hora post meridiem 10. m. 4. secunda 54. quod intelligendum est præcise, & mathematicè, aliquando enim propter bissextilem diem interpositum, alternationem patitur hæc anticipatio; omnibus tamen pensatis, talis est qualem exhibuimus. Et vt meliùs loquamur in vnâ Periodo

Periodo Calippica, annorum 76. quæ omnem variationem ea annis bissextilibus ottam continet, hæc anticipatio etit hor. 5. min. 50. sec. 13. 23. & consequenter in quatuor periodis Calippicis seu, anois 304. hæc anticipatio sit horar. 23, min 20. sec. 51. 32. & intra annos 312, dies 23. hor. 17. solidus dies anticipetur; hoc est citius vnô die novilunia media antevertant diem in quo prius accidebant, in simili scilicèt cyclo Luoari; quare ex eo factum est vt Lunæ quartæ decimæ seu Termini Paschales veri, & legirimi secundum mentem & præscriptum Concilij Nyceni citius accidant quatriduo, quàm eos exhiberet cyclus decennovennalis civilis & tabulatus. vt hoc in exemplo manifestum reddatur.

Anno Domini 331. cyclo Lunæ IX quarta decima Luna seu terminus paschalis fuir in Apr. 7. & pleniluniom in 8. April. novilunium in Martij 25. hora 5. post mediam noctem. Annô Christi 1623. stylô vereri, eodem cyclo Lunæ IX. fuit Mart. 21. hor 5. min. 50. differentia seu anticipatio nuvilunij. fuit diet. 4, hor. 13. sec. 13 intra annos 1292. seu intra cyclus decennovennales 68. quare numerus aureus in Kalendario veteri terminum Paschalem seu decimam quartam Lunam indieasset in 7. Aprilis, cum tamen revera 14. Luna esset in 3 April, qoare si neglecto defectu anticipationis æquinoctiorum, solus corrigendus susciperetur cyclus decennovennalis terminus paschalis removendus fuisset à sua sede 4 diebus versus anni principium & quod in hoc cyclo accidere demonstravimus, in aliis omnibus pari ratione animadvertir potuit. Hæc labes, seu nuviluniorum antecessio primis sæculis fuit ignorata, eò quòd de vno, aut altero tantum die ageretur; Iam Bedæ temporibus oriabatur aliqua dubitatio, eò quòd Luna iam maior in cœlo cerneretur quam caleulus civilis, seu cyclus decennovennalis eam exhiberet, cui dubitationi conatus respondere Beda, in varia abivit cōmenta; & ratinnes à vero alienas, meliùs vno verbo respondisset, si id tribuisset vitio cycli decennovennalis, qui maior iusto esset constitutus; & quem Lunæ motus præverteret.

Hâc semel constitutâ Lunari Anticipatione facilem tabularum Luoarium perpetuarum methodum inveniemus. Supponantur Novilunia media, fuisse sopputara non tantum in diebus, sed etiam in horis, & scrupulis, pto vnâ enneadecaeteride, vel si mavis pro vna periodo Calippicâ, ne bissextilis dies aliquid confusionis pariat. fiat item alia tabula continens antieipationem Luoæ pro vna, duabus, tribus, qoatuor, quinque, periodis Calippicis ope duarum tabularom facili negotio, media novilunia invenirentur, nam assumpro pro Epocha, novilunio anni & mensis primæ illius periodi, & subtrahendo antecessionem Lonæ, pto ratione periodorum præteritarum ab hac prima, ad tempus propositum, haberes. novilunium medium. idem dicito de terminis paschalibus, seu decimis quartis.

Hanc Lunæ retrocessionem In controversiam oemo vocare potest, qui Lunationis qoantitatem probè constituram haboerit, quare mitor non animadversam tamdiu, aur dissimulatam, quamvis enim in Lunationis mediæ qoantitate, non omnino conveniant Astronomi, eorum tamen dissidium tantum non est, vt hanc antecessionem occultare possit. ipse namque Ptolemæus ponit Lunationem esse dierum 29. 12. 44. 3. ueque abertat nisi aliquibus minutis.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

De Correctione Kalendarij circa æquinoctium.

Tempore Concilij Nicæni, æquinoctium erat in 21. Martij, & in 20. nonnunquam provt horæ bissextilem diem componentes differuntut in quattum annum. id ex pluribus authorum locis manifestum est, & ex Astronomico caleulo satis pater. Cum igitur ad correctionem Kalendarij manus admovere placuit, observari priùs debuit ad quam diem prolapsum esset æquinoctium, vt in loeum proprium restitueretur, eogitandum item fuit, quâ viâ, & methodô in eadem semper sede retineretur, nec similiter ad principium anni rursus regrederetur, quod ad primum attinet adhibitæ sunt observationes præstantissimorum Astronomorum, & in ptimis Tyehonis Brahe annô siquidem 1584. Tycho illud obsetvavit die Martij 10. hora 9. cum 30 minutis in meridiano Danico, anno 5687. pervenit ad diem 11. hora 3. post mediam noctem.

Vt igitur ad pristinas sedes revocaretut exempti suot dies decem anoo 1582. in mense Octobri. ita vt post diem Sancto Francisco Sacrum pro quinto die Octobris, assumeretut decimos quintus. ex quo factum est vt anno iosequenti 1583. æquinoctium vernom seriùs 10 diebus acciderer. nempe hæc detractio decem dierum potiùs facta est in mense Octobri, quam in aliis quia in eo mense paucissimi sunt dies festi, tum quia cessatur tunc à forensibus negotiis hôc potiùs annô quam aliis, eò quòd tunc ptimum fuerint omnia necessaria ad talem correctionem peragendam, nempe responsa ptiocipum, & rerumpublicarum, quibus inconsultis nihil in tali re statuendum erat. oequo in electione talis anni aliud fuit mysterium.

Multi volebant vt talis exemptio oon simul tota fieret, sed per omissionem decem dierum bissextilium in 40 annis, alij per omissionem vnius diei in decem mensibus diversis; quia tamen hæc dierum exemptio cyclom Solarem immutat, aliasque assignat litteras Dominicales, convenientius fuit vnicam talem mutationé admittere, quam plutes.

Secundò ioquiti potest an tanta esset aoticipatio æquinoctij, nam Coocilium Nicænum fuit anno 331. vsque ad 1582. quô correctio facta est, fueruot anni 1255. sed ex supputatione priùs facta 1100. annis æquinoctium retrocedit tantum diebus novem, supersunt quinquaginta anoi, quibus respondet anticipatio tantum 9 hor. ergo videtur non debuisse pro 9 horis expungi vous dies Respondendum est æquinoctium restituendum fuisse in eum diem, in quo fuerat assumptum à Concilio, sive revera esset in tali loeô sive non, nam observatiooes antiquorum, quæ Atmillis peragebantur nonnihil vacillant, cum ergo Coucilium assumpsisset diem 21 Martij tanquam æquinoctialem, in eam sedem restitui debet. Secundò non intendimus in eamdem horam restituere æquinoctiom, sed in eumdem diem, si ergo tempore Concilij Nicæni æqainoctium occuparet matotinum tempus diei vigesimæ primæ, ita vt non multo post in diem 20. migrarit, vt restituatut in eamdem diem, decem dies expnogi debueront. potuisset quidem expectari vsque ad annum 1600. Sed quia iam à tanto tempore, hæc correctio proposita fuetat, & nuuquam perfecta, hæc dilatio periculosa fuisset.

Ne autem in posterum æquinoctium similem pateretur regressum, cautum est, vt in quadringentis annis tres bissextiles omitterentur. hoc est eadem in centenariis annis regula observaretur, quæ in annis reliquis. sicut enim tres anni communes sunt, quartus bissextilis, sic etiam ex annis centenariis tres communes essent & quartus bissextilis. sic annus 1700 communis erit, sicut & 1800. & 1900. annus 2000 bissextilis erit. hac enim lege intra quadringentos annos tres dies bissextiles omittuntur, & prò annô dierum 365. hor. 6. annum substituimus dierum 365. hor. 5. min. 49. sec. 12.

In hoc negotio nullum aliud fuit mysterium, nec alia causa cur potiùs hic numerus annorum 400 seligatur, ad hanc omissionem bissextilium peragendam, debuit enim assignari modus correctionis ad vulgarium hominum captum accommodatus; hic autem videtur idoneus vt anni sæculares, seu centenarij, in peculiarem ordinem seponerentur, eamdemque inter se regulam observarent, quam cæteri anni inter se. præcipue cum hæc anni quantitas sit aut media, inter maximam & minimam, aut saltem à media non multum abludat. ita vt post multa annorum millia, vix videatur esse periculum erroris vnius diei.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

De Æquatione cycli Solaris.

Ordo litterarum Dominicalium in Kalendario veteri vsurpatarum, & cyclo solari respondentium primò per exemptionem decem dierum turbatus est, ita vt eidem cyclo solari eadem littera Dominicalis non respondeat, quæ ante correctionem. pariter in annis centesimis communibus, seu non bissextilibus de novo ordo interrumpitur, quare opus fuit aliquâ correctione, vt cuilibet numero cycli Solaris respondentem litteram Dominicalem inveniamus.

TABVLA ANTIQVA Cycli Solaris reformata.

V		VII		II		IV		VI		I		III	
G F	E, DC	B A	GFE	D C	BAG	F E	DCB	A G	FED	C B	AGF	E D	CBA

Ante correctionem Kalendarij vnica tabula opus erat, & cyclo Solari I tribuebatur prima cellula tabulæ propositæ quæ habet litteras G & F, quarum prima est vsui vsque ad diem bissextilem, alia verò in reliquis. sic primus, quintus, nonus, decimus tertius, decimus septimus, vigesimus primus, vigesimus quintus, cycli Solaris annus semper erat bissextilis, atque adeo duas sibi litteras vendicabat. Sed post correctionem iam cyclus non incipiet, à prima cellula, hoc est quando cyclus erit I, litteræ Dominicales non erunt GF, sed CB quæ sunt in vigesima prima sede, quibus etiam apposuimus notam I, nempe sit regressus decem litterarum Dominicalium. nempe pro littera F quæ Dominicalis erit assumenda est, illa quæ decem gradibus ab ea distat, quare post correctionem primo anno cycli Solaris respondet cellula CB, secundo A, tertio G, quarto F, quinto ED, & ita consequenter.

Quia autem interrumpitur in annis centenariis litterarum ordo, non quidem in centenariis omnibus sed in iis qui bissextiles non sunt, ideo sequentem tabulam apposuimus quam vocamus cycli Solaris æquationem, hæc continet primo annum Christi 1, & annum Christi 1582. ante correctionem scilicet quibus respondet Character V iodicans à primo anno Christi vsque ad 1581. cyclo Solis I respondere cellulam cui apponitur hæc nota V; post correctionem vero, cyclus Solis I habebit cellulam cui nota I præfigitur, & quia annus 1600 bissextilis est, non interrumpit hunc ordinem, atque adeo perseverat idem character ad annum 1700. quo cum interrumpatur ordo ob omissionem diei bissextilis, primo anno cycli Solaris non debetur cellula litteratum CB, sed litterarum sequentium proxime in Kalendario nempe DC. quibus scilicet apponitur character II. pariter anno 1800. propter eamdem omissionem diei bissextilis primo anno cycli Solaris tribuuntur litteræ sequentes; nempe ED.

Hâc tabulâ facilè cuiuscumque anni litteram Dominicalem invenies. vt annô 1589. cum cyclus Solis sit 2. eum ergo ab anno 1582. ad annum 1700 index primi cycli Solaris sit I nempe cellula C B. cyclo Solis 2. tribuetur sequens cellula, nempe A, erit littera Dominicalis.

TABVLA Æquationis cycli Solaris.

	Anni Christi	
V.	1.	
V.	1582.	
Post	correctionem.	
I.	1582.	
I.	1600.	B
II.	1700.	
III.	1800.	
IV.	1900.	
IV.	2000.	B
V.	2100.	
VI.	2200.	
VII.	2300.	
VII.	2400.	B
I.	2500.	
II.	2600.	
III.	2700.	
III.	2800.	B
IV.	2900.	
V.	3000.	
VI.	3100.	
VI.	3200.	B
V.	3300.	
I.	3400.	
II.	3500.	
II.	3600.	B
III.	3700.	
IV.	3800.	

Proponatur rursus annus 1900. habes cyclum Solarem 5. & numerus index primi cycli est IV affixus cellulæ FE, numera ergo ab ea primum cyclum vsque ad quintum, invenies A G, atque adeo littera Dominicalis erit G inferior. apposuimus item tabulam, vt inveniantur eædem litteræ Dominicales, prò anteactis temporibus, ex suppositione nimirum, quod talis correctio, iam ante fuisset adhibita, quæ tamen consideratio, non est valde vtilis, cum talis ordo Kalendarij non fuerit antea in vsu.

Quare ad inventionem litteræ Dominicalis primo requiritur inventio cycli Solaris qui cyclus

per

per correctionem nullo modo turbatur, necessarius item est index correctionis, vt in quocum-

ANNVS CHRISTI.					
III.	1.		II.	800.	B
IV.	100.		III.	900.	
V.	200.		IV.	1000.	
VI.	300.		V.	1100.	
VI.	400.	B	V.	1200.	B
VII.	500.		VI.	1300.	
I.	600.		VII.	1400.	
II.	700.		I.	1500.	
			II.	1600.	B

que intervallo sua primo cyclo cellula tribuatur. ex qua deinde cæteris annis sua cellula facili negotio tribuatur.

PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

De Reformatione Kalendarij circa cyclum Lunarem.

Alterum caput reformationis Kalendarij,in cyclo Lunari positum est, necessarium enim est ad celebritatis paschalis inventionem,vt facili negotio novilunia indicentur quod cyclo aureo, seu decennovennali se esse conseeutos antiqui arbitrari sunt:illius tamen cycli vitium supra satis explicuimus,ostendimúsque cyclum hanc toto quatriduo aberrasse,ita vt pro Luna prima,responderet quartæ, aut etiam quintæ diei à novilunio. quare aut erat omninò inutilis,aut certe habenda fuisset ratio huius antecessionis, & quærendum novilunium non in ipsa die,à cyclo aureo currente indicata, sed quatriduo ante:quod quidem genus correctionis adhiberi facile potuisset, si nihil aliud obstitisset;sed per exemptionem decem dierum longe redditur inutilior aureus numerus, nam qui diem quintam indicabat si adhibeatur idem Kalendarium, iam diem 25 ostendet. neque vero promovendo characteres numeri aurei, donec cum Lunationibus conveniat fit integra correctio,quamvis enim pro vno sæculo satis exacte Lunationibus responderet, quoties omitteretur bissextilis dies admitteretur error, ideoque toties de novo,promovendus esset idem numerus aureus. quæ quomodo se habeant nunc explicabimus.

Annus in Kalendario Gregoriano supponitur esse dier.365 hor 5.min.49. & sec.12. si multiplicentur per 19. fiunt dies 6939. horæ 14. min.34. sec.48. Lunaris periodus est dierum 6939. horas 16. 32. 26. 29. defectus 1. horæ 57. minut. 38. 32. vnde vides periodum Lonarem maiorem esso anno civili, cum ante correctionem Kalendarij minor esset,quare si inscriberétur Kalendario numeri aurei intra annos novemdecim, novilunia duabus fere horis tardiora essent, quam cyclus ea indicaret, hoc est, in 100 annis fere 50 horis & intra ducentos fere vno die. quare error Kalendarij correcti, esset quo ad cyclum Lunarem peior priore: citius enim deflecteret à vero, quam in veteri Kalendario.

Potuisset meo quidem indicio facilis æquatio adhiberi, nempe vt in singulos ducentos annos haberetur ratio huius progressionis, nempe vt exactis ducentis annis à correctione, iam adderetur vna dies numero aureo, hoc est vna die quærerentur tardius novilunia, quàm indicarentur,& post quadringentos annos biduum adderetur, & ita deinceps pro ratione differentiæ inter Lunarem periodum, & civilem, si enim quando annus civilis superabat annum seu periodum Lunarem, habentur per cyclum aureum, iusta novilunia modo habeatur ratio anticipationis, & hoc ita exactè, vt etiam horæ, & minuta quibus accidebant novilunia exhiberentur quidni idem præstaremus si promotis numeris aureis, quinque sedibus versus finem anni, ita vt post exemptionem decem dierum factam anno 1582. exacte responderent noviluniis,in ea sede relinquerentur, cum ea tamen cautione vt post annos 234 tardius vno die quærerentur, & ita deinceps pro vt exigit inæqualitas vtriusque periodi. quod est componere virtualiter 30.ordines numerorum aureorum, aut numeros aureos identidem promovere. Hæc tamen ratio facilis licèt, & minimè intricata non est vsurpata, quia nempe voluerunt aliquos characteres in ipso Kaleodario apponere, quibus indicarentur præcisa novilunia, & non quæ falsa ostenderent, quæ tamen correctione adhibitâ in cognitionem,noviluniorum ducerent.Quod si hoc expetatur constituenda forent 30 Kalendaria, seu 30.series numerorum aureorum,vt cuique sæculo suum tribueretur Kalendarium. cum enim novilunia pro eodem cyclo Lunari, in singulos fere ducentos triginta quatuor annos tardiùs eveniant, alij atque alij cycli apponendi erant. quæ res in immensum excrevisset, & Kalendarium in ingentem molem augerent;deberent enim, apponi 30. columnæ pro noviluniis indicandis.

Quare alij characteres, aliusque ordo excogitandus fuit, & quia nullus est dies in toto anno, in quo aliquando non fiant novilunia, talis esse debuit, ille cyclus vt totum impleret Kalendarium,nullamque sedem vacuam relinqueret. quare cyclus aureus ejiciendus fuit, quippe qui novemdecim tantum habeat numeros, cum tamen mensis Lunaris sit aut 30.aut 29 dierum,substitutæ autem sunt Epactæ quarum naturam,& dispositionem aperio: quæ sunt dispositæ eôdem fere modô,quô numeri aurei,& earum tantum novemdecim eodem sæculo sunt in vsu, vbi tamen aliqua fuerit mutatio facta in Kalendario, vt exemptus dies bissextilis,auctâ, aut imminutâ Epactâ, aliæ novemdecim, in priorum locum succedant, & novilunia iusta indicent, atque hôc modô fiat virtualis illa mutatio, quæ in numeris aureis admitti deberet.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

De Epactis.

Epactæ si vim nominis spectemos dies transactos significant, à voce Græca ἐπάγω. suntque excessus anni Solaris supra Lunarem, seu dies addendi anno Lunari, vt annum civilem Solarem adæquet. dabo tamen clariorem eius definitionẽ. Epacta est ætas Lunæ initio Ian.seu transacti dies à præcedenti plenilonio.Supponamus enim Epactam huius anni esse 5.significat initio Ianuar.esse primam

primam diem menſis Lunaris. quia autem annus Lunaris continet tantum dies 354. clarum eſt quod ſequenti anno, initio Januarij tranſacti erunt 11. dies à præcedenti novilunio, atque adeò ſi addantur, ad vnitatem ſeu Epactam iſtius anni 11. ita vt fiant 12. habebitur Epacta Lunæ pro ſequenti nempe dies Lunationis pro initio ſequentis anni. quod ſi addantur hôc modô continuo 11 dies ſi dies additi ſuperent vnam Lunationem, ſubtractâ Lunatione habebitur, ætas Lunæ, ſeu tranſacti dies à proxime præcedẽti novilunio.

His Epactalibus numeris vſi ſumus in Aſtronomia, ad invenienda media novilunia exactiſſime, ita vt horas ipſas & minuta invenirentur. quâ poſitâ definitione Epactarum, vt nempe dicantur eſſe dies Lunationis pro initio anni, vt Epacta cuiúſque anni novilunium indicet, debuerunt neceſſario, in ordinem retrogradum digeri. nec vt volunt nonnulli arbitrarium fuit, vt ordinem huiuſmodi obſervarent. quod ſic oſtendo, Epacta anni ſequentis fit per additionem 11 dierum; ſed Epacta anni ſequentis debet. oſtendere novilunium, novilunium autem citius accidit 11 diebus in ſingulos annos, ergo numerus Epactalis anni ſecundi, altius verſus anni principium collocari debet, & vndecim diebus antevertere; ſed Epacta anni ſecundi ſuperat, numerum Epactalem enni primi, ergo numerus Epactalis maior locum viciniorem anni principio occupare debet, ſed hoc eſt Epactas digeri ſecundum ordinem retrogradum: ergo ex definitione Epactæ, nempe quod ſit ætas Lunæ pro prima die Januarij, ſeu dies tranſacti à proxime præcedenti novilunio, neceſſariò ſequitur, vt ordine retrogrado diſponantur. vel alia dabitur earum definitio. video quidem quod ſi diſponerentur ordine naturali, non tantum 11 diebus novilunia prævertere dies noviluniorum anni antecedentis, ſed conſequenter novemdecim diebus conſequi, fiet ergo Epacta per additionem novemdecim dierum, vel ſubtractionem 11 dierum, neque Epacta hanc haberet proprietatem, quod dicat ætatem Lunæ pro prima Januarij.

Quare primæ Januarij appoſita eſt Epacta xxx. ſeu * neque enim proprie Lunatio habet dies 30. ideoque ſatius fuit apponere notam *. quam xxx. quamvis idem præſtent illæ notæ.

Diſpoſitio Epactarum, eſt ferè eadem, quæ cycli aurei. ſubſtituuntur enim Epactæ numeris aureis, & cyclum decennovennalem exhibent; quare cum alternis debeant fieri Lunationes plenæ & cavæ, cùm in primo Januarij fuerit appoſitus character * finis præcedentis Lunationis, in 31 Januarij idem character repetetur. ſic enim Lunatio erit dierum 30. Sed ſecundæ Lunationi 29. tantum dies tribuentur atque adeo ſi computetur 31 Januarij pro vltima die primæ Lunationis ita vt 1 Februarij habeat 1. vltima einſdam Lunationis erit in prima Martij. ſic enim fiet dierum tantum 29. & conſequenter prima Martij habebit characterem * qui denuo reponetur in 31 Martij vt Lunatio fiat plena, ſeu 30 dierum. tum in 29 Aprilis, vt menſis Lunaris fiat cavus, & ita conſequenter fient alternis menſes pleni, & cavi, ſi alternis inter duos characteres eoſdem nempe * & * ſint dies 30. & 29. atque ita conſtituetur Epacta *. obſervando alternationem menſium plenorum, & cavorum vltima cadet in diem 21. Dec.

Ponamus ergo novilunium fieri 21 Decembris, quod accidit currente Epactâ * ſequentis anni Epacta erit 11. quare computatis à 21 Decembris diebus 30. conſignabitur Epacta 11 in 20 Januarij, vt nempe primus menſis ſecundi anni Lunaris fiat plenus, tum à 20 Januarij numerabis 29 dies, & hôc modô alternando Epacta 11. invenietur in 10 Decembris, qui erit finis ſecundi anni. Eruntque ad primam Januarij 22. dies quare Epacta tertij anni eſt 22. debet autem primus menſis tertij anni fieri plenus numerentur ergo 30 dies. a 10 Decembris ad 9 Januarij, cui appones characterem 25. tum ſequens fiat cavus, & ita alternis fiant pleni & cavi menſes, eritque finis duodecimæ Lunationis, quæ cava eſt in 29 Novembris, ſuccedit menſis intercalaris plenus, ideoque rurſus 25. Epacta erit in 29 Decemb. eritque ex definitione ſequentis anni Epacta 3 reiectis ſcilicet 30. ſeu vna Lunatione. & quia incipit quartus annus à 29 Decemb. & in cyclo decennovennali ſemper primus menſis eſt plenus, fiat plenus ſeu numerentur dies 30. cadetque Epacta 3 in 28 Januarij, & alternando dies plenos & cavos, erit finis quarti anni in 18 Decemb. ſic continuando totum cyclum Epactas 30 inſcribemus. quia tamen prima Lunatio eſt plena, ſecunda cava, tertia plena, ideo in ſecunda Lunatione, non ſunt ſedes ſufficientes ad 30 Epactas inſerendas ſed tantum ad 29. quare in Liliana methodô quæ meo quidem iudicio eſt valde naturalis in ſecunda, quarta ſexta octava decima & duodecima Lunatione, non ponitur Epacta * vel ſimul cum Epacta xxix ponitur. & hoc neceſſarium fuit, neque aliter fieri potuit. Ratio eſt quia ſi ſex locis Kalendarij non inſcriberentur duæ Epactæ; ſed ſingulæ triginta Epactæ diſtinctas ſedes ſibi vendicarent, fierent omnes Lunationes dierum 30. & intra annum Lunarem fieret error 6 dierum; vt igitur alternis Lunationes fiant plenæ & cavæ, & annus Lunaris, ſit tantum dierum 354 neceſſario, aut Epacta xxx. ſeu *. ſex in locis Elidenda fuit, aut cum 29. aut cum prima ſequentis confundenda.

Hæc fuit Lilij methodus quæ valde ſimplex videbatur, hanc tamen immutavit nonnihil Pater Clavius propter aliquas rationes inferiùs dicendas, & quia liberum erat duas quaſcumque ſedes, in vnam componere, Epactã * ſemper & à 29. & à prima diſtinxit, ſeu illi diſtinctam ſedem attribuit, ſed ſex in locis Epactas 24 & 25. in vna eademque ſede collocavit. quô factô vitandum erat aliud inconveniens, nempe vt in eodem cyclo decennovennali, novilunium bis notetur in eodem die, eſt enim de ratione illius cycli vt non niſi poſt novemdecim annos novilunia recurrant, iiſdem diebus, quod vt meliùs intelligas notandum eſt, intra eumdem cyclum decennovennalem, non omnes Epactas eſſe in vſu, ſed novemdecim tantũ, immò eaſdem eſſe in vſu, donec differentia inter cyclum Lunarem, & annum civilem ita excreverit, vt illæ Epactæ reddantur inutiles aliæque vndecim illis ſuccedant, quô poſitô ex cautione ſuperiori ſequitur, nempe quod in vna eadem ſede ponantur Epactæ 25 & 24. quod ſi quando accidat vt in eodem cyclo decennovẽnali Epactæ xxiv & xxv. ſint in vſu, quod accidere poteſt, cũ numeri aurei, ponantur ſæpe bini ſe invicem conſequentes, ſine interruptione, quoties inquam id accidet in eodẽ cyclo decennovennali in ſex locis, bis eodẽ die noviluniũ indicaretur. quare volũt, vt è regione Epactæ xxvi. in ſex illis locis apponatur Epacta 25.

aliô colore,& charactere notata. in aliis verò locis,in quibus scilicet Epactæ xxv , & xxiv distinctas sedes occupant eadem Epacta 25. alio colore notata ponatur è regione Epactæ simplicis xxv.

An verò Epactæ xxiv & xxv.sint in vsu in aliquo cyclo decennovennali hoc habebis signum quod inferius demonstrabo,nempe si numerus Epactarum alicuius anni est xxv & cyclus aureus est 11.vel 13.14.15.16.17.18.19. tunc pro Epacta xxv. assumenda est Epacta 25. diversô colore notata si vero numerus Epactarum alicuius anni fuerit xxv , & cyclus aureus fuerit minor numero duodenario, Epacta xxv erit in vsu:nec recorrendum erit ad hanc extraordinariam , quia tunc in tali cyclo decennovennali Epacta xxiv. non erit in vsu.Pariter currente cyclo aureo 12. vel 13. 14. 15.16.17.18.19.Epacta xxvi.non erit in vsu,quare etiamsi Epacta illa 25 in 6.locis,occupet locum Epactæ xxvi , non propterea novilunium in eodem cyclo recurret eodem die.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Cur selectæ sint potiùs Epactæ xxiv & xxv vt in iis fieret æquatio, quam aliæ.

Naturalis dispositio Epactarum videbatur esse, vt si duæ in vnam sedem coalescere deberent id fieret in fine Lunationis , nempe vt Epactæ * & xxix sexies in Kalendario vnicam sedem occuparent. posita ergo Epacta * in primo die Ianuarij, tum in secunda die,scriptâ xxix.& ita consequenter vsque ad vnitatem, fiebat vt quæcumque Lunatio in 30. primis diebus Ianuarij desineret illa esset plena seu 30 diebus constaret.vt consideranti ordinem Epactarum fit manifestum. scripta autem Epacta * simul cum xxix in 31 die Februar. & continuando vsque ad vnitatem, quæ cadit in primam Martij, quæcumque inquam finiebatur à 31 Ianuari ad 1 Martij,hæc erat cava ,quæcumque autem terminabatur in aliqua die à prima Martij ad 31.eiusdem hæc erat plena,& quæ vero sequebatur rursus cava erat , quare Luna quæ incipiebat primo Martij & finiebatur vltimo cava erat, & omnes quæ incipiebant in Martio vsque ad vltimum diem illæ cavæ erant,quæ vero ab vltimo die.aut à prima,secunda tertia,quarta Aprilis illæ plenæ erant.sed quæ Lunatio incipit ab vltima Martij à prima,secunda tertia,quarta 5 Aprilis Paschalis est ; ergo in ea dispositione aliæ Lunationes Paschales forent plenæ , aliæ vero cavæ, Tempore autem Concilij Nicæni ex dispositione cycli ab Alexandrinis petiti,Lunationes Paschales erant omnes cavæ;ergo hæc dispositio abludit, à mnte Cōcilij Nycæni in observatione Paschatis. Quare vt omnes Lunationes paschales , evadant cavæ,quæ nempe continentur à 7 Martij. ad diē 5 Aprilis.factus est concursus duarum Epactarum in ipso die 5 Aprilis.sic enim fit, vt Lunatio quæ incipit ab 8 Martij & desinit in 5 Aprilis , quæ prima paschalis est , fiat cava , & omnes quæ à consequentibus diebus incipiunt , immo & quæ à 5 Aprilis fiat cava.

Hæc est vera ratio cur Epactæ xxiv & xxv electæ sint potiùs quam aliæ quælibet:vt in 6 locis Kalendarij simul iungerentur,

Multi hanc rationem reprehendunt , dicunt enim male fuisse ab Alexandrinis cyclum illum constitutum;qui cum ab Septembri circiter suum annum inchoarent,& consequenter suum cyclum ab eo tempore auspicarentur,mensem paschalem, vt pote octavum semper facerent cavum,quæ dispositio à Cōcilio ipso non fuit,sed ab Alexandrinis.neque enim Concilium ad minutias istas descendit sed regulas tantum vniversales circa festi paschalis celebrationem sancivit.

Videbatur autem initium omnium cyclorum ab ipso paschalis mense ducendum, vt hic mensis sit primus in nullo autem cyclo decennovennali primus mensis cavus est;ergo mensis paschalis cavus esse non debebat,sed potius ita disponenda omnia vt semper plenus esset,& menses intercalares ante illum ponerentur.Hoc nomine Vieta in reformationem Clavianam invehitur;suumque Kalendarium profert in quo Epactarum cyclum ab octavo Martij auspicatur.in quô quidem mensem paschalem primum facit , non tamen omnino Lilianam dispositionem habet.

Omnibus tamen pensatis , tanta fuit Nicænæ synodi reverentia , vt satius visum fuerit se conformare consuetudini eo tempore observatæ, etiamsi ab Alexandrinis ortum duxerit,& non ità conveniens fuerit;quam ab ea discedere.Posset tamen adhuc vrgeri quod in reliquis circumstantiis Kalendarij novi , non fuerit adhibita eadem dispositio,quæ tempore concilij observabatur, nempe hoc tempore Concilij Nicæni cyclus decennovennalis novilunia media satis exacte ostendebat,vnde fiebat vt aliquando ante plenilunia vera pascha indiceretur, & in restitutione Kalendarij hæc dispositio assumpta non est,sed Epactæ ferè vno die tardiores constitutæ sunt, ne vnquam accideret vt ante plenilunia vera,pascha indiceretur;ergo dispositio quæ conveniens non est,etiāsi tempore Concilij Nicæni vsurpata, non debuit in Kalendarium correctum introduci.Potest facile respondere Clavius esse maximam disparitatem,in eo quod nihil faciat ad celebrationem Paschæ, vt mēsis paschalis sit plenus,aut cavus,cum ante,finē mensis Pascha celebretur : & quod cyclus tunc incipiat , vel ab alio mense , nihil admodum interfit ; quare potuimus sine vllo erroris periculo hanc dispositionem assumere,non autem aliam, quæ nonnunquam posset pascha indicere, mensē integro prius,quam celebrandum esset.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Regula observanda circa Epactas xxiv & xxv.

Eò quòd Epactæ xxiv,& xxv in 6 locis Kalendarij eandem sedē occupent,incidimus in aliquod absurdum.nempe si in duobus annis eiusdem cycli decennovennalis sint in vsu duæ Epactæ xxiv & xxv, sexies in eo cyclo habebuntur novilunia eodem die,cum tamen sit de ratione cycli decennovennalis,vt non nisi post novēdecim annos novilunia in eūdem diem recurrant:vt si aureo numero 1 currente Epacta fuerit xxiv , aureo numero 14 respondebit Epacta xxv,indicabanturq;novilunia iisdem diebus. in sex locis Kalendarij , in quibus prius seu aureo numero 1. acciderant. vt hoc

inconveniens vitetur in iis 6 locis Kalendarij in quibus Epactæ xxiv & xxv eandem ſedem occupant: è regione Epactæ xxvi apponitur character Epactæ 25. aliò colore notatus, qui in aliis menſibus, in quibus nullus eſt talis concurſus ponitur in eadem ſede cum Epacta xxv. quando igitur accidet, vt Epactæ xxiv & xxv. ſit in vſu, in eodem cyclo decennovennali pro xxv aſſumitur Epacta 25.

Neque tunc eſt vllum periculum, vt bis eodem die novilunia recurrant, quia ſi epactæ xxiv & 25. inveniantur in vno cyclo, Epacta xxvi. in eodem non invenietur, neque enim omnes Epactæ vtiles ſunt in ſingulis decennovennalibus, ſed tantum novemdecim, & nunquã tres continuò ſequentes.

Eſt & alia cautio circa Epactam xix, ita autem regula inſtituitur. Primo vt in Kalendario vltimæ diei Decembris, quæ habet Epactam xx adhibeatur è regione alia nota 19. quæ ſit in vſu valde rarò, nempe quoties cyclus aureus xix concurrit cum Epacta xix, cuius rei ratio vt intelligatur.

Suppono ex conſtitutione cycli decennovennalis, vltimum menſem Emboliſmicum fieri cavum quamvis reliqui omnes intercalares ſint pleni. ex quo fit vt annus Lunaris vltimus decurtetur vno die, id exigente primâ conſtitutione cycli decennovennalis, vt nempe cyclus civilis adæquetur Lunationibus cœleſtibus, ex hâc imminutione anni civilis Lunaris, vt habeatur Epacta anni ſequentis, cyclo aureo currente 19. ſequitur non eſſe addendos dies 11. ſed dies 12. cum enim Epactæ ſint exceſſus anni ſolaris ſupra Lunarem, & annus Lunaris decurtetur vnò die, exceſſus anni Solaris maior erit vnô die. quare ſi Epactæ fuerit xix, cyclo aureo currente 19. addendo 12. fiunt 31. & abiectis 30. reſtant 1. & Epacta anni ſequentis erit 1. ſed Epacta 1. reſpondet 30 Ianuarij, quamobrem cum Epacta xix ſit in ſecundo Decemb. & in nulla alia ſede einſdem menſis, ſequenti anno detur Epacta 1 quæ eſt in 30 Ianuarij, Lunatio haberet dies 59. hoc eſt daretur aliqua Lunatio non indicata. quare apponitur character 19. in vltima Decembris. Id autem accidit tantum aureô numerô 19 currente, quia dum alius numerus aureus currit etiam ſi Epacta ſit xix, vt habeatur ſequentis anni Epacta, non additur 12. ſed 11 atque adeo Epacta erit xxx ſeu ✱ quæ habet ſedem in prima Ianuarij, quare habebitur noviluniũ in prima Ianuarij, & tunc tantum eſt in vſu hæc Epacta 19 cum Epacta xix, & aureus numerus xix concurrunt, quod rarò admodum, & in multis annorum millibus tantum ſemel & in eo cyclo decennovennali Epacta xx non erit in vſu quare ex hoc concurſu Epactarum 19 & xx in vltimo die anni nullum ſequitur inconveniens.

Notanda igitur diligenter eſt hæc regula circa inventionem Epactæ, vt ad priorem Epactam addantur ſemper 11 eo quod annus ſolaris eo intervallô Lunarem ſuperet nulla habitâ ratione biſſextilium, eo quod etiam horæ in Lunari anno ſuperfluæ exigant ſimilem intercalationem. excepto anno decimô nonô, cui menſis intercalaris additur ſed cavus, ideoque ſit annus Lunaris vno die minor, & conſequenter qui ab anno ſolari non vndecim diebus, ſed duodecim ſuperetur. quæ regula vniverſalis eſt & diligenter notanda, tam ad inuentionem Epactarum cuilibet anno congruentium, quam ad conſtructionem tabulæ ſequentis.

PROPOSITIO XLII.

Theorema.

De Tabula expenſa Epactarum.

Cyclum decennouennalem iam ſæpe diximus mancum eſſe, ita vt poſt annos 19. novilunia non reuertantur ad eaſdem horas; ſed citiùs accidant, & intra 312. annos vno die anteuertant, ſi nempe nulla dies biſſextilis omitteretur, hoc eſt ſi forma Kalendarij veteris obſeruaretur; & in tali ſuppoſitione, ſumendæ eſſent aliæ Epactæ, nempe maiores vnitate. quod vt melius explicetur. Epactæ pro numero aureo ſubſtituuntur, & cum aureus numerus, non excedat nouemdecim, nunquam ſimul in vno cyclo decennouennali, ſunt in vſu plures quam Epactæ nouemdecim. hoc eſt pro numero aureo 1 currente ſubſtituitur aliqua Epacta; pro numero currente 2 alia, atque ita de cæteris, quod ſi novilunia aſcenderint vno die aſſumendæ erunt maiores Epactæ, ſeu pro ſingulis numeris aureis, ſubſtituendæ Epactæ vnitate maiores, eò quod ordine retrogradô Epactæ procedant in Kalendario. & maiores ad menſium initia vergant. quia autem in quadringentis annis relinquuntur tres biſſextiles, tantum abeſt vt nouilunia aſcendant ad initia menſiũ, quin immo in quadringentis annis deſcendunt diebus tribus, quare debet haberi ratio vtriuſque progreſsûs, quod duobus modis fieri poſſet, primò vt abſolute conſideretur totus Lunaris cyclus, & comparetur cum anno ciuili Gregoriano, & ſic in ducentis annis eſſet fere deſcenſus nouiluniorum verſus ſinem menſium vno die: vel quia æquatio anni Gregoriani in ſolis centenariis peragitur, nec diſtribuitur per ſingulos annos, fiat item hæc mutatio Epactarum in annis centenariis. ſed ad hoc neceſſaria eſt primo tabula quam vocant expenſam Epactarum, quæ continet omnes combinationes poſſibiles. Epactarum cum numeris aureis. ita autem conſtruitur tabula.

Primò in fronte tabulæ inſcribuntur 19. numeri aurei, vt ſingulis Epactæ tribuantur. fit autem initium à numero aureo iij. eo quod primo die Ianuarij alias tribueretur numerus aureus iii. Fiant 30 verſus pro Epactis, quia ſingulis numeris aureis reſpondere poſſunt ſingulæ Epactæ. Incipe ab vltima ſeu infima linea. in qua numero aureo iij. tribues Epactam 1. numero aureo iv. dabis Epactam 12. Epactæ enim ſequentes fiunt additis 11 vt diximus, tum additis adhuc 11. fient 23. & ita conſequenter, niſi in antepenultima ſede, quæ reſpondet numero aureo 19. vt habeatur Epacta reſpondens numero aureo 1 addi debent 12. numero Epactali 27, ſit fit Epacta ſequens 10. atque ita habebitur tota vltima linea.

Aliæ lineæ habebuntur facile, ſi ſingulæ columnæ abſolvantur, ordine naturali, vt prima columna quæ deputatur numero aureo iii. ita perficitur. Eius infimus character erat 1. ſequere aſcendendo ordinem naturalem hoc eſt penultimo loco inſcribe 11. & ita conſequenter vſque ad xxix. & ✱. Secunda columna habeat in infima ſede xij. penultima erit xiij. antepenultima xiv. & ita conſequenter vſque ad xxix. & ✱. tum ſequeris j. ij. iij. & tertia columna habeat in infima ſede xxiij. penultima habeat xxiv. antepenultima xxv. & ita conſequenter aſcendendo.

Idem

Idem fit in reliqois omnibus atque ita absoluitur tota tabula epactarom vnica tamen correctio adhibenda est, nempe cauendum est, ne in eaodem lineam inueniatur epacta xxiv. & epacto xxv. quoties enim in aliqua linea iam inscripta est epacta xxiv. epacta xxv. mutator in epactam 25 alio scilicet colore aut charactere notandam.

Additor item prima colomna indicum, nempe vltimæ lineæ addatur littera a, seqoenti b,c,d, &c. sequendo characteres omnes alphabeti, excepto o. propter similitudinem cum cyphra o. tũ repetontur maiores characteres ABC excepto I & K propter similitudinem cum minoribos, ne scilicet fiat æquiuocatio.

Tabulæ autem vsus in eo consistit, vt assumatur quocumqoe tempore linea epactarom conueniens aureis nomeris, & pro illis substituatur.

TABVLA

Epactarum Expansarum.

AVREI NVMERI.

	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.
					EPACTÆ.				
P	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.
N	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.
M	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.
H	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	xxv.
G	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.
F	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.
E	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.
D	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.
C	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.
B	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.
A	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.
u	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.
t	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.
s	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.
r	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.
q	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.
p	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.
n	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.
m	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.
l	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.
k	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.
i	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.
h	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.
g	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.
f	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.
e	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.
d	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.
c	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.
b	ii.	xiii.	xxiv	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*
a	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.

TABVLA

Epactarum Expansarum.

AVREI NVMERI.

	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	XVIII.	XIX.	I.	II.
					EPACTÆ.					
P	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	viii.	xix.
N	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vii.	xviii.
M	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	vi.	xvii.
H	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	v.	xvi.
G	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iv.	xv.
F	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	iii.	xiv.
E	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	ii.	xiii.
D	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	i.	xii.
C	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	*	xi.
B	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxix.	x.
A	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxviii.	ix.
u	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvii.	viii.
t	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	xxvi.	vii.
s	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxv.	vi.
r	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiv.	v.
q	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxiii.	iv.
p	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxii.	iii.
n	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xxi.	ii.
m	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xx.	i.
l	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xix.	*
k	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xviii.	xxix.
i	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvii.	xxviii.
h	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xvi.	xxvii.
g	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xv.	xxvi.
f	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiv.	xxv.
e	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xiii.	xxiv.
d	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xii.	xiii.
c	xii.	xxiii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	xi.	xxii.
b	xi.	xxii.	iii.	xiv.	25.	vi.	xvii.	xxviii.	x.	xxi.
a	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	ix.	xx.

PROPOSI

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Compositio tabulæ æquationis epactarum.

Æquatio epactarum, nihil est aliud nisi tabula indicans, quâ lineâ epactarum vtendum sit in quocumque sæculo, vice numerorum aureorum verbi gratiâ quæritur qua linea epactarum vtendum sit hoc sæculo nempe ab anno 1600 ad annum 1700.

Qui mathematice procedere vellet quæreret ad initium alicuius anni, contenti intra hoc sæculum, & habentis numerum aureum iij ætatem lunæ, ponamos ad anoum 1655. inuenio ex tabulis Astronomicis dies 22 horas 22 min. 27 quare dico epactam esse 23. respicio in tabula lineam, quæ habeat xxiij sub aureo numero iij seu in prima columna & inuenio esse lineam D, quare pronontio hoc sæculo vtendum esse linea D hoc est cum aureus numerus erit iij epacta xxiij ostendet nouilunia aureo numero iv currente epacta iiij.ostendet nouilunia: aureus numerus v. habebit epactam xv. & ita consequenter eô modô quo habeotur in linea D.

Hæc methodus mihi videtur facilis, & ex principiis Astronomicis deducta, in qua tamen notandum est epactam ciuilem de iodustria fieri paulò tardiorem, oempe epacta ciuilis debet assumi currens, seu iniens; Astronomica autem indicat dies peractos: quare cum epactæ Astronomicæ nullum ad cyclum decennouennalem respectum habeant, hæ possunt valde vtiliter adhiberi, vt componatur tabula indicans quænam linea epactalis in aliquo sæculo vices aureorum nomerorum obire debeat.

Paulò tamen aliter eam componunt computistæ hôc modô, immo ad tempora concilij Nycæni regrediuntur, quasi eo tempore iam esset reformatum Kalendarium.

Tempore Concilij Nycæni numerô aureô iij. currente; nouilonium fiebat prima die Ianuarij, ideoque in Kalendario numerus aureus iij. erat appositus primæ diei Ianuarij sed primæ diei Ianuarij est posita epacta quæ in primo versu tabulæ inuenitur, sub numero aureo iij, ergo prima linea quæ est P responderet tempori concilij Nycæni: eritque vtilis hæc linea donec cyclus decennovennalis æquatione indigeat, istæ enim epactæ eas sedes ferè occupant quas cycli aurei ipsis respondentes, io veteri Kalendario occupabant, exceptis tamen aliquibus locis, iis nempe in quibus æquatio facta est nempe epactarum xxiv. & xxv.

Si Regredi velimus ad Christum vsque; quia sunt trecenti anni, & in 300 annis nouilunia regrediuntur vno die, ideo seriùs vno die nouilunia accidebant quàm fierēt tempore Concilij Nycæni atque adeo Prima Ianuarij fuisset xxix. dies lunæ numero aureo iij. currente, quære ergo in tabula versum in quo sub cyclo aureo iij. inueniator xxix. & inuenio secundum versum N.

Vt autem omnia meliùs procedant constituenda est aliqua Radix. Quamuis autem tempore Concilij Nycæni aurei numeri indicarent fere nouilunia, eadem quæ ex tabulis mediorum motuum eruuntur; satius tamen visum, est vt nonnihil tardius computus ecclesiasticus procedat, eò quòd sit satius in his peccare per tarditatem quam per festinationem alioquin nonnunquam pascha celebrandum indicabitur ante medium plenilunium quare vt deinceps obseruetur hæc regula, fiantque tardiora nouilunia ecclesiastica Prima linea epactarum tribuetur aono Christi 550 quo tempore iam nouilunia sexdecim horis versus principium anni retrocesserant, à tempore Concilij Nycæni atque adeo aureus numerus paulò tardius indicabat nouilunia, & consequenter ad ecclesiasticum institutum magis accommodate; sit ergo hæc radix.

Secundò, Notandum est æquationem fieri in annis tantum centesimis, nempe quia anni centesimi sunt notiores, & in iis fit alia æquatio anni Iuliani per omissionem bissextilis diei, quæ nonnunquam priorem elidit, nonnunquam aliam irregularitatem inducit nempe nouilunia promouet versus mensium finem: hæc Lunaris æquatio apposita aonis centesimis tribuitur. certum autem est quod in annis $312\frac{1}{2}$ nouilunia vno die regrediantur, si autem sumantur quasi regrederentur singulis trecentis vno die, regressus erit maior quam par sit, habenda igitur est ratio illorum 12. annorum nempe in 600. erunt anni 25. & in 1200. fient 50, & in 2400. anni 100. debebit trecentesimo 2000 fieri hæc æquatio, tum sexcentesimô, exinde nongentesimó denique millesimo ducentesimo, millesimo quingentesimo, millesimo octingentesimo, bis millesimo centesimo, denique quingentesimo.

Anno igitur Christi 500 tribuimus epactas in primo versu contentas nempe littera P. notatô quia tunc illæ epactæ quæ cycli aurei sedes occupant bene notassent nouilonia secundum intentionem Ecclesiæ, id est paulò tardiùs.

Quia autem in annis 300. Novilunia anteuertunt suas sedes, versus anni initium assumenda est linea Epactalis quæ vno die citiùs indicet novilunia, hæc autem est vltima totius tabulæ, nēpe quæ notatur litterâ a. quare anno 800. assignabitur littera a. Similiter quia post 300. annos Novilunia anteuertunt adhuc vno die, anno 1100. tribuemus litteram b, & anno 1400. litteram c, quæ fuisset in vsu vsque ad annum 1700. quia tamen correctio facta in mense Octob. anni 1582. Eximit dies 10. & consequenter, promovet Novilunia versus finem anni decem diebus, pro littera c, assumenda est alia quæ decē diebus novilunia tardius indicet, quare regredere ex c in b, ex b in a, ex a in P, ex P in N, ex N in M, H, G, F, E, D, donec fuerint 10. gradus. quare anno 1582. post correctionē, & sequentibus ad 1700. tribues litteram D. Anno 1700. deberet fieri æquatio. quia tamen incepimus nostram æquationē aono 500. pro anno 550. ideoque possumus expectare quinquaginta anoos, deinde iam ab anno 500. ad 1700. fluxerunt anni 1200. qui efficiont 50. annos ob illos $12\frac{1}{2}$. annos dissimulatos, expectari potest aonus 1800. atque adeo non fiet anno 1700. æquatio lunaris, orta ex regressu novilunioru versus anni principia. immò vero quia omittitur dies bissextilis, hoc est annus non fit bissextilis, hæc omissio novilunia versus finem anni assumenda erit linea sequens nempe C.

Anno 1800. pariter dies bissextilis omittitur, atque propterea oovilunia deberent tardius contingere, sed ex alia parte eo anno contingit luna-

ris æqnatio , quæ novllunia versus initium anni transfert, quare istæ æquationes se inviecm elidūt.

Eademque linea C perseverabit seu tribuetur anno 180n.

Annus 1900. bissextilis non est,& æquatin Lunæ fieri non debet, quare nnuilunia versus finem anni ptnmonebuntur vno gradu , assumaiur ergo littera B.

Annus 2000. bissextilis est atque adeo nonilnnia versus finem anni non promouebuntur , sed neque æquatio Lunæ eo ann conuenit ; ergo hæiebunt nnuilunia in endem loeo : & littera B erit in vsu.

Annô 2100. vtraque æqnatio conentrit , nempe Lunaris , quæ treeentesimn qnnque anno adhibetur,& snlaris nb nmissinnem bissexti, hæ antem æquationes se inuicem elidunt ergo perseuerabit littera B.

Annus 2200. non erit bissextilis atque adeo promonebit nnuilunia versus anni finem nulla autem adhibetur Lunæ æquatio. ergn assumenda erit linea A.

Anno 2300. Pariter nnn bissextili tribuetur propter eadem rationem littera u.

Annus 2400.bissextilis est;& consequenter non promovebūtur novilunia versus anni finē,sed luna æquatinne indiget,igitur assumenda erit linea A.

Hôc modû continuabitnr tabula quantnm volueris , nempe vt trecentesimô annû apponatur æquatin lunæ.& pnst bis mille qnadringentos expectentur centum anni. hoe est lunæ æquatio erit anno 2100. 24no. 2700. 3000. 3300.3600.39:0 41300.

Hæc lunæ æquatio in annis bissext. promovet versus principium anni,in aliis vero eliditur, à solaris anni æquatione. Pariter æquatin anni solaris. promovet versus finem anni , si cum lunari concurrat eliditnr.

Tabula Epactarum cuilibet sæculo inservientium.

Dies omissi præter 10.	Litteræ præced. Tab.	Anni	Bissextiles.	Æquatio Sola. Æquatio Luna.
	N			
	P	310.	Biss	
	P	500.	Biss.	
	a	800.	Biss.	
	b	1100.	B ss.	
	c	1400.	Biss.	
Detractis 10. diebus.				
	D	1582.		
	D	1600.	Biss.	
1	C	1700.		
2	e	1800.		* *
3	B	1900.		
3	B	2000.	Biss.	
4	B	2100.		*
5	A	2200.		
6	u	2300.		
6	A	2400.	Biss.	*
7	u	2500.		
8	t	2600.		
9	t	2700.		*
9	s	2800.	Biss.	
10	s	2900.		
11	s	3000.		*
12	r	3100.		
12	r	3200.	Biss.	
13	r	3300.		*
14	q	3400.		
15	p	3500.		
15	q	3600.	Biss.	*
16	p	3700.		
17	n	3800.		
18	n	3900.		*
18	n	4000.	Biss.	
19	m	4100.		

Dies om. ssi præter 10.	Litteræ præced. Tab.	Anni	Bissextiles.	Æquat. Solaris. Æquat. Lunaris.
20	l	4200.		
21	l	4300.		* *
21	l	4400.	Biss.	
22	k	4500.		
23	k	4600.		*
24	i	4700.		
24	i	4800.	Biss.	
25	i	4900.		*
26	h	5000.		
27	g	5100.		
27	h	5200.	Biss.	*
28	g	5300.		
29	f	5400.		
30	f	5500.		*
30	f	5600.	Biss.	
31	e	5700.		
32	e	5800.		*
33	d	5900.		
33	d	6000.	Biss.	
34	d	6100.		*
35	c	6200.		
36	b	6300.		
36	c	6400.	Biss.	*
37	b	6500.		
38	a	6600.		
39	p	6700.		
39	a	6800.	Biss.	* *
40	p	6900.		
41	N	7000.		
42	N	7100.		*
42	N	7200.	Biss.	
43	M	7300.	Biss.	

Dies omissi præter 10.	Litteræ præced. Tab.	Anni	Bissextiles.	Æquat. Solar. Æqua. Lun.
44	M	7400.		*
45	H	7500.		
45	H	7600.	Biss.	
46	H	7700.		*
47	G	7800.		
48	F	7900.		
48	G	8000.	Biss.	*
49	F	8100.		
50	E	8200.		
51	E	8300.		*
52	E	8400.	Biss.	
52	D	8500.		
53	D	8600		*
54	C	8700.		
54	C	8800.	Biss.	
55	C	8900.		*
56	B	9000.		
57	A	9100.		
57	A	9200.	Biss.	
58	A	9300.		* *
59	u	9400.		
60	s	9500.		
60	u	9600.	Biss.	
61	t	9700.		*
62	s	9800.		
63	s	9900.		*
63	s	10080	Biss.	
64	t	10100		

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Invenire quolibet anno Epactam.

Ad iovenlendam Epactam cuiuslibet anni primò quæratur oumerus aureus eidem anno competens. quia autem in diversis annis eidem numero aureo non respondet eadem Epacta, adi tabulam æquationis Epactarum in qua quæres annum propositum si centesimus est, vel illo proxime minorem inveniesque quæ linea Epactalis ei respondeat. tum adi tabulam Epactarum expansarum, inveniesque sub aureo numero illius anni: Epactam respondentem in linea illius anni.

Sit quærenda Epacta anni 1671. numerus aureus illius anni est 1. quare in tabula æquationis Epactarum numerum proxime minorem invenies 1600, cui convenit littera D, adi tabulam Epactarum expansarum in versu D, sub numero aureo 1. videbis scriptum numerum 1, quare Epacta erit 1.

Potest idem haberi ex tabula Epactarum perpetua.

P.	L.	C.	c.	p.	F.	f.	S.	M.	I.	A.	a.	m.	D.	d.	q.
*.	xi.	xxii.	iii.	xiv.	xxv. 25	vi.	xvii.	xviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.	xv.

G.	g.	t.	N.	K.	B.	b.	n.	E.	e.	r.	H.	h.	u.
xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.

Cognita enim ex tabula æquationis Epactarum littera anni, verbi gratia anno 1671. littera D in hac tabula invenies litteræ D respondere Epactam xxiii. numero nempe aureo iii, & per regressum numero aureo ii. respondet xii.& numero aureo i. respondebit Epacta i.

Hæc Epacta ostendet in Kalendario novilunia, quæ contingent iis diebus in quibus hæc Epacta inscripta fuerit observatis nempe regulis supra positis, quod si Epacta fuerit xxiv. & in eodem cyclo decennovennali Epacta xxiv. fuerit in vsu assumatur Epacta 25. Secundo vt si Epacta xix. concurrat cum cyclo aureo 19. in Decembri assumatur Epacta 19.

Inventa autem Epactâ vnius anni, inconsultis tabulis superioribus, facile anni sequentis Epactam invenies additis vndecim, ad Epactam præcedentem, nisi cyclo aureo xix. currente, tunc enim addes 12, vt habeas Epactam anni sequentis.

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

Kalendarium Gregorianum quomodo sit perpetuum.

Gregorianum Kalendarium in duplici sensu intelligi potest esse perpetuum. Primò quòd veram & exactam attigerit tam anni Solaris, quàm Lunationum quantitatem, in hoc sensu asseri certò non debet perpetuum, neque enim, tam exacte constituta est anni Solaris quantitas, vt certi simus nullam subesse irregularitatem nobis ignotam quæ forsitan aut annum decurtabit, aut longiorem reddet, idem dicimus de Lunatis mensis medij quantitate. Hic igitur sensus admitti non debet, sed suis temporibus examinabunt Astronomi an in annum civilem, aliqua labes irrepserit, quæ facile vel per additionem vnius bissextilis, aut omissionem in ordinem redigetur. idem dicendum de anno lunari.

Secundus sensus in quo intelligi potest Kalendarium Gregorianum, esse perpetuum est, quòd cum dispositio Epactarum, referat cyclum decennovennalem idemque præstet virtualiter, ac triginta Kalendaria, fieri non possit vt aliqua linea Epactarum, non sit vtilis, quomodocumque tandem res habeat. Sive enim falsum sit quod intra $311\frac{1}{3}$. annos, lunaris cyclus æquatione indigeat, sive paucioribus, aut pluribus sit opus, nulla tamen in ipso Kalendario mutatio fiat; sed eadem Epactarum dispositio perseveret. Sola que æquatio Epactarum mutanda sit, aliusque versus Epactarum adhibendus, quam qui à Tabula æquationis indicatur.

PROPOSITIO XLVI.

Theorema.

In quo completur mensi Lunatio detur.

Incidit sæpè hæc quæstio cui mensi lunatio tribuenda sit, vel quænam sit alicuius mensis lunatio, quæ quæstio quamvis meo quidem iudicio, tantum de nomine seu de appellatione, à multis tamen movetur: vulgus enim communiter existimat lunam Paschalem mensi Martio semper tribuendam esse, quò fundamentò id dicant non video cum luna Paschalis sæpe in Aprili incipiat, finiat in Mayo, nullaque appareat ratio cur mensi Martio tribuenda sit. Nisi ex pervulgatò illò axiomate mensem Nisan respondere Martio, quod falsum est, respondet enim potius Aprili quam Martio. cum sæpiùs congruat cum Aprili quam cum Martio: mensis enim lunaris propriè cum mense solari non debet comparari.

Si tamen instituenda sit comparatio. quando Novilunium incidit in primam Ianvarij, hoc est Epacta * currente hæc videtur esse naturalis comparatio lunationum cum mensibus, vt lunatio incipiens prima Ianvarij & finiens 30. eiusdem tribuatur Ianvario.

Secunda quæ incipit in Ianvario 30. & finit in vltimo Februarij tribuatur Februario.

Tertia Initium ducens à prima Martij,& finem habens in 30. eiusdem sit Martij.

Quarta quæ incipit 31. Martij, & finem habet in 29. Aprilis, sit Aprilis, & hæc Paschalis erit, vnde iam vides non semper Lunationem Martij esse Paschalem.

Cùm

Cum in hac prima anni compatatione Luna paschalis sit tribuenda Aprili, nisi primum annum embolismicum facere cupias, velisque duas Lunationes in ipso cycli initio tribuere, aut Februario aut Martio: quare secundum hanc comparationem mensium lunarium cum ciuilibus primus annus communis est, singulique menses ciuiles suam habent Lunationem respondentem, ita vt Lunatio mensis Decembris, incipiat 21 novembris absoluatur 20 Decembris Lunatio vero insequentis anni seu secundi, incipiat 21 Decembris & 19 Ianuarij finiatur & ita consequenter singuli menses suam Lunationem habeant. vltima eiusdem anni secundi incipiat 11. Nonembris, finem habeat in nono Decembris quare decimo Decembris incipiet Lunatio Ianuarij tertij anni, finietque octauo Ianuarij. Nono Ianuarij incipit Lunatio Februarij, quæ absoluatur 6. Februarij donec Septembris lunatio absoluatur prima eius die, & alia rursus absolvatur 30. eiusdem, quare huic mensi duplex lunatio tribuetur. In quo vides secundum hanc comparationem mensium lunarium, cum ciuilibus, non expectari finem anni, vt inseratur lunatio. Sed inseri vbicumque duæ lunationes finiuntur in eodem mense. Ratio cur ita instituatur & ordinetur cōparatio, videtur peti ex eo quòd debeat hæc compatatio quantùm fieri potest imitari cycli decennovalis compositionem, in quo Embolismici menses tertio tantum, sexto, nono anno inseruntur. non potest tamen huiusmodi compatatio in omnibus sequi cyclum. Primò quia si mensis Embolismicus in fine tantum tertij anni poneretur, tribueretur lunatio aliqua mensi ciuili, quæ tota esset extra illum. hoc est quæ neque inciperet in eo, neque in eo finiretur. quod esset contra rationem.

Notandum item est hanc comparationem mensium lunarium cum ciuilibus, aliud habere initium, quam habeat cyclus decennovennalis. cyclo, enim decennuvennalis sumit initium proprie loquendo à numero aureo 1, & Epactæ respondentes numero aureo 1. faciunt initium cycli, quod manifestum est, ex eo quod in eô locô, ponatur lunatio Embolismica dictum tantum 29 quæ ea prima institutione cycli, est vltima, vnde in eo anno, adduntur dies 12. præcedentibus Epactis, vt fiat Epacta primi anni. In hac autem compatatione lunationum cum mensibus ciuilibus, initium cycli ducimus à prima Ianuarij, si nempe in linea novemdecim Epactarum, quæ sunt in vsu tunc temporis, inveniatur Epacta ✱, vel incipiet ab vltima Decembris præcedentis anni, nulla habitâ ratione cycli, si nempe Epacta ✱ non inveniatur in linea quæ tali cyclo competit: hoc est si nulla lunatio hoc cyclo incipiat in prima Ianuarij.

Vt verum tamen fatear hæc compatatio lunationum, cum mensibus ciuilibus est parvi momenti; est enim tantum de voce, & appellatione. nam in ordine ad Agriculturam aliæ leges observandæ sunt. Aliqua semina terræ mandantur in Plenilunio, alia in Novilunio, talis vel talia mensis. Quæritur an lunatio mensi tribui debeat, in quo incipit, vel in quo desinit. Si in quo incipit: Lunatio quæ incipiet 29. Martij tribuitur Martio cum tamen ita parum absit, ab ea lunatione, quæ incipiet in alio anno prima Aprilis. Quare in ordine ad agriculturam, existimo meliorem viam tenendam esse, ita vt huic mensi lunatio tribuatur, in quo plena est. Sic enim lunationes minùs, à mensibus ciuilibus discedunt: meliusque cum anni tempestatibus congruunt.

Sæpe accidit propter dies bissextiles, & propter Embolismicos menses, vt tres lunationes sint dierum 30. vel duæ aut tres sint dierum tantum 29. id exigente institutione cycli decennovennalis, hoc nonnulli vocant saltum lunæ, quam vocem alij reprehendunt, sed parum interest, modò rem intelligamus.

PROPOSITIO XLVII.

Theorema.

De Luna 14. & terminis Paschalibus.

Quia celebratio Paschalis Festivitatis, tota pendet ex Luna decima quarta, primo quærendum est an decima quarta Luna, idem sit ac plenilunium. Respondeo non esse idem, plenilunium enim in plerisque lunationibus decima quinta Luna appellari debet, ex quo fit vt possit celebrari Pascha in ipso plenilunio medio, si nempe decima quarta Luna, ex cyclo, seu Epactis ciuilibus desumpta, præcesserit plenilunium medium, multo magis potest celebrari Pascha in plenilunio verò. Decimaquarta igitur Luna, est dies decimaquarta, computando primam eam diem, in qua invenitur Epacta anni currentis. quæ vt sit Paschalis, vel debet incidere in diem 21. Martij, vel illum proximo subsequi, ex quo fit vt Luna Paschalia possit incipere 8. Martij & Aprilis 5. nunquam tardius, quæ igitur lunationes incipiunt in aliquo die ab octavo Martij, ad quintum Aprilis inclusive Paschales sunt, Suntque ij termini lunationum Paschalium.

Si de decimis quartis loquamur, possunt hæ incidere in 21. Martij & Aprilis 18, additisque 7. diebus potest Pascha celebrari 25. Aprilis & 22. Martij, nunquam ante hunc vltimum diem. nec post 25. Aprilis. Ex his facilè Tabulam constitues vniversalem quæ omnia Festa mobilia perpetuo Indicet. hoc modò.

Assumatur littera Dominicalis D, quæ est littera respondens 22. Martij. Si littera Dominicalis fuerit D. Erit Pascha 22. Martij, si Epacta fuerit 23. nam si Epacta fuerit 23. 14. Luna erit 21 & sequens dies Dominica quæ est dies 22. erit Pascha. Hæc sola Epacta dat Pascha die 22. Martij. cum eadem littera Dominicali D, erit Pascha 29. Martij cum Epactis septem sequentibus, nempe 22. 21. 20. 19. 18. 17. 16. quia illis Epactis currentibus, decimæquartæ incidunt in 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28. Martij, ergo sequenti Dominica seu 29. eiusdem mensis erit festivitatis Paschalis.

Eâdem litterâ Dominicali D. currente erit Pascha 5. Aprilis, cum septem sequentibus Epactis nempe 15. 14. 13. 12. 11. 10. 9. quæ habent, decimas quartas diebus 29. 30. 31. Martij & primo secundo, tertio, quarto Aprilis.

Sub eadem littera D, erit Pascha 12. Aprilis, si decimæquartæ incidant in septem antecedentes dies, nempe 5. 6. 7. 8 9. 10. 11. Aprilis, hoc est si Epactæ fuerint 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. Erit 19. Aprilis Pascha si Epactæ fuerint, 0. 1. ✱. 29. 28. 26. 25. 24.

Eodem modo Invenies solemnitatem Paschalem,

lem, littera dominicali E currente. nam dies 23. Martij 30 eiusdem 6. 13. 20. Aprilis erunt dies Dominicæ. Epactæ 23. & 22. habentes decimas quartas in 21. & 22. dant proximam Dominicam nempe diem 25. Epactæ sequentes 7. nempe 21. 20. 19. 18. 17. 16. 15. dant sequentem 30. Martij. aliæ septem consequentes 14. 13. 12. 11. 10. 9. 8. dant Aprilis sextum. sequentes septem dant 13. & adhuc septem sequentes diem 20.

Littera Dominicalis F, quæ est inscripta diebus sequentibus 24. & 31. Martij Aprilis 7. 14. 21. prima seu 24. Martij tres Epactas habet 23. 22. 21. secunda seu 31. Martij sibi vendicat septem sequentes 20. 19. 18. 17. 16. 15. 14. & ita de reliquis.

Vides igitur tabulæ artificium quæ habetur initio Breviarij quam hic non repeto: habet autem 7. litteras Dominicales, & è regione Epactarum festa omnia mobilia. quare cognita littera Dominicali, & Epacta anni currentis habebis ex hac tabula, omnia festa mobilia.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Inventô die Paschæ cætera festa mobilia invenire.

Celebritas Paschæ est quasi cardo omnium Festorum Mobilium, vt invenias diem septuagesimæ subtrahe ex die Paschæ dies 63. & dies 46, vt habeas diem cinerum verbi gratia sit dies Paschæ 17. Aprilis, seu die ab initio anni 107. subtrahe dies 63. restabit dies 44. seu dies Februarij 13. si tamen annus esset bissextilis deberet addi vnitas huic diei, atque adeo dies septuagesimæ, esset 14. Februarij ad inveniendum diem cinerum, subtrahe dies 46. restabit dies 61. seu 2. Martij. vt habeas Ascensionem adde dies 39. Pentecosten dies 49. Festum Corporis Christi dies 60.

Iejunia seu quatuor tempora ita inveniuntur, hoc versu. post *Pen Cru. Lu. Ci. sunt tempora quatuor anni.* nempe feria quarta post Pentecosten: pariter feria quarta post festum Sanctæ Crucis, mensis Septembris feria quarta post Festum Sanctæ Luciæ mense Decembri. denique feria quarta post cineres.

Prima Dominica adventûs erit quæ proximior Festo Sancti Andreæ quæ consequenter non pendet, ex Festivitate Paschæ, sed simpliciter ex littera Dominicali.

Numerus Dominicarum inter Pentecosten & adventum ita habetur, attendatur quot sint Dominicæ à Pascha ad festum Sancti Georgij inclusivè, tot enim erunt Dominicæ supra 24, à Pentecoste vsque ad adventum. Pariter quot erunt Dominicæ à Pentecoste ad Festum Sancti Barnabæ inclusive, quod celebratur die 11. Junij, tot erunt Dominicæ supra 24. à Pentecoste vsque ad adventum si nulla sit Dominica inter Pentecosten, & Festum Sancti Barnabæ erunt præcise 24. Dominicæ. Si Pentecostes aut Pascha post dicta festa celebretur erunt tantum 23. Dominicæ.

Ex his facile compones tabulam vniversalem festorum mobilium septem constans laterculis pro numero litterarum Dominicalium; de qua iam supra locuti sumus.

Vsus tabulæ facilis est assumitur littera Dominicalis currens, & quia Pascha semper posterior est die bissextili, in anno bissextili assumitur littera Dominicalis posterior. quære in laterculo litteræ Dominicalis, epactam currentem, & habebis è regione omnia Festa Mobilia. verbi gratia anno 1673. littera Dominicalis est A, Epacta 12. quære in laterculo litteræ Dominicalis A, Epactam 12, & invenies Pascha esse 2. Aprilis, & in eodem versu alia Festa Mobilia.

In annis bissextilibus cautio adhibetur, pro septuagesima, & pro die cinerum si ante 24. Februarij celebretur, vt numero in tabula invento, addatur vnitas. verbi gratia anno 1672. litteræ Dominicales sunt C & B vtendum posteriore seu B. Epacta 1. dabit Festa Mobilia exceptâ septuagesimâ quæ notatur 13. Februarij, huic adde vnitatem, fietque 14. Februarij eôdem annô cautio non adhibetur prò festo cinerum, eò quòd cineres incidant in 2. Martij. Ratio cautionis clara est, nempè quòd die bissextili ante bissextum alia littera Dominicalis sit in vsu, atque adeò dies Dominica in aliam diem incidat.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Ætatem Lunæ quôvis die invenire.

Ex definitione Epactarum facile ætatem Lunæ inveniemus. est enim Epacta alicuius anni, ætas Lunæ pro prima die Januarij. Epacta autem mensis alicuius, est id quod addendum erit Epactæ Januarij vt habeatur ætas Lunæ, primo die cuiusque mensis, quare Januarius nullas Epactas peculiares habet.

Februarius habet vnum diem, & horas 11.

Martius anno communi nullas: deficiunt enim tantum duæ horæ à Lunatione integra in anno bissextili illi vnus dies additur, nempe addit vnitatem.

Aprilis communis habet diem 1. & horas 10. bissextilis dies 2 horas 2.

Mayus communis diem 1, hor. 21. biss. 2. 21.
Junius communis dies 3. hor. 8. bissextilis 3 8.
Julius communis dies 3. hor. 20. bissex. 4. 20.
Augustus communis dies 5. hor. 7. biss 6. h 7.
September communis dies 6. h. 18. biss. 6. h. 18.
October communis dies 7. hor 5. biss. 8. h. 5.
Nov. communis dies 8. hor. 17. biss. 9. hor. 17.
December communis dies 9. hor 4. biss. 10. h 4.
Annus communis dies 10. hor. 15. biss. 11. hor. 15.

Quia tamen præ manibus tabulas semper habere non possumus primo Februario additur dies tantum.

In anno communi Martius easdem habet Epactas quas Januarius, defectus enim est tantum duarum circiter horarum. Aprili additur dies. Mayo 2. Junio 3. Julio 4. Augusto 5. Septembri 7. Octobri 8. Novembri 9. Decembri 10.

Commoniter tamen memoriæ causa, tot adduntur dies, quotus mensis fuerit à Martio, non computato ipso Martio. anno bissextili additur singulis mensibus vnitas, exceptô Januario, & Februariô. per hanc additionem Epactarum habentur Epactæ cuiuscumque mensis, seu ætas Lunæ initio mensis: quare si addas diem mensis habebis ætatem Lunæ pro quôlibet die sit verbi

gratia proposita dies 8. Mayi, anno bissextili 1672. Epacta anni est 1, Mayus anno bissextili habet 3 & dies est octava adde hos numeros 1. 3. & 8. fiunt 12, eritque dies octava 12. dies Lunæ. Si numerus collectus superaret numerum 30, abiiciendus esset numerus 30, reliquus enim exhiberet ætatem Lunæ.

Quia computus Ecclesiasticus tardior factus est, de industria, volunt nonnulli, vt præterea addatur vnitas. Sic enim putant ætatem Lunæ inventam meliùs motui Lunæ congruere.

Si quis velet exactius procedere, tabulas Astronomicas adhibeat, inveniatque locum medium Lunæ cum horis, & minutis.

PROPOSITIO L.

Problema.

Epactam veterem invenire.

Numerum aureum multiplica per 11. productum divide per 30. residuum erit Epacta vetus. vt hoc anno 1671. numerus aureus est 1. quo multiplicato per 11, fit 11. divide per 30. relinquitur 11. pro Epacta veteri. anno sequenti numerus aureus erit 2. multiplica per 11. fiunt 22, divide per 30, erit Epacta vetus 22.

Ratio clara est si enim cyclo aureo 1. data fuit Epacta 11, & epactæ fiant per additionem continuam numeri 11. pro singulis vnitatibus numeri aurei, addi debet numerus 11, vt autem abiiciantur Lunationes integræ, fit divisio, per 30. & quotiens dabit numerum Lunationum intercalarium residuum, erit Epacta vetus.

PROPOSITIO LI.

Problema.

Invenire Epactam in novo Kalendario.

Ab Epacta veteri subtrahe 10. dies, vsque ad annum 1700. & ab anno 1700. ad 1800. 11. dies, & habebis Epactam novam. Si subtractio fieri non possit, adde Epactæ veteri numerum 30. Sit quærenda Epacta noua, pro anno 1659. cum numerus aureus sit 7. multiplicando per 11, producitur 77, divide per 30. residuus erit numerus 17. Epacta vetus, subtractisque decem diebus fit Epacta nova 7. hoc anno 1672, numerus aureus est 1. & consequenter Epacta vetus est 11. & nova erit 1. Ratio est quod propter dies exemptiles differt nova Epacta à veteri decem diebus, in consequentia mensium, sed Epactæ dispositæ sunt retrogrado ordine: ergo minuendus est numerus Epactæ veteris decem diebus; vt inveniatur nova.

PROPOSITIO LII.

Problema.

Litteram Dominicalem veterem invenire.

Numerus annorum Christi diuidatur per 4. vt habeatur numerus bissextorum ab initio annorum Christi ad annum propositum. Adde simul numerum bissextorum, & præterea 5. summa dividatur per 7. reliquum subtrahatur ex 8. numerus qui relinquetur, erit numerus litteræ Dominicalis, est autem A. 1; B. 2; C. 3. & ita consequenter proponatur 1659. divide hunc numerum per 4. vt habeas numerum annorum bissextilium erunt 414. adde hos numerus 1659. 414. & præterea 5. fiuntque 2078. divide hunc numerum per 7 reliquus erit numerus 6, quô subtracto ex 8. restant 2. est ergo littera Dominicalis E.

Invenitur item per hanc regulam, in anno bissextili littera Dominicalis prior. quæ est vsui ad diem S. Mathiæ, post quam assumenda est proxime præcedens.

Demonstratio. Annis Christi additur quinarius, quia quinta littera ordine retrogrado fuit Dominicalis anni præcedentis ætam Christianam, adduntur & bissextiles quia nempe his annis sunt duæ litteræ Dominicales, quare facta divisione per 7. fit reliquus index litteræ Dominicalis ordine retrogrado quare hic index subtrahitur ex 8, vt habeatur index eiusdem litteræ ordine directô.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Litteram Dominicalem in novo Kalendario invenire.

Fiat summa annorum Christi, annorum bissextilium, & addantur præterea 5. tum ex ea summa auferantur 10. vel quod idem est ex summa annorum Christi & dierum bissextilium, subtrahe 5. reliquum divide per 7. residuum subtrahe ex 8. & habebis litteram Dominicalem.

Anno 1659. adde bissextos 414. fiunt 2073. subtrahe 5. fiunt 2068. quibus divisis per 7. restant 3, iisque subtractis ex 8. remanent 5. nempe littera Dominicalis E.

PROPOSITIO LIV.

Problema.

Feriam in quam incidit dies quacumque in veteri Kalendario invenire.

Fiat summa annorum Christi alapsorum, bissextorum, & dierum & ex ea pro veteri Kalendario, subtrahatur vnitas, reliquum dividatur per 7. si nihil restat erit Sabbatum. si aliquid restat numerus feriam ostendet.

Vole

Volo ſcire in quam feriam incidat dies 18. Octobris anni 1617. ſunt anni præteriti 1616. & biſſextiles 404, eſtque dies 18. Octobris 291. a principio anni, fiat ſumma horum trium hæc erit 2311, ex ea ſubtrahe 1, reſtabunt 2310, quibus per 7. diviſis nihil reſtat ergo dies 18. anni 1617. in veteri Kalendario, erit Sabbatum.

Demonſtratio. Prima dies, primi anni æræ Chriſtianæ fuit, feria ſecunda, & ſingulis annis relinquitur vna dies, poſt diviſionem per 7. annis biſſextilibus duo dies, ergo addendo numerum annorum elapſorum, & biſſextiorum, habetur numerus dierum qui relinquuntur abſolutis integris hebdomadibus, vnde diviſione facta per 7. habetur feria quæſita.

PROPOSITIO LV.

Feriam in quam incidit dies quacumque in novo Kalendario.

Fiat vt priùs ſumma annorum elapſorum, & biſſextilium ex qua auferantur 11. dies, reliquum divide, per 7, reliquum exhibebit feriam quæſitam.

Sit eadem dies 18. Octobris anni 1617, propoſita. fiat ſumma annorum elapſorum, & biſſextorum, hæc erit 2311. ſubtrahe 11. reſtabunt 2300, fiat diviſio per 7. reſtabunt 4. ergo dies 17. Oct. anni 1617. incidit in feriam quartam.

Demonſtratio. Poſitâ ſuperiori propoſitione, ſubtrahendo 11. idem eſt ac ſi ſubtraherem 1. quod ſuperior praxis iubet; & prætereà ſubtraherem 10. certum eſt autem quod 18. dies Octobris novi Kalendarij, reſpondet 8. veteris Kalendarij, quare eôdem modô invenitur.

PROPOSITIO LVI.

Problema.

Cognoſcere quanam littera cuique diei adſcripta ſit.

Numerus dierum à Kalendis Ianuarij ad propoſitam diem dividatur per 7. ſi nihil ſuperſit erit littera G ſi aliquid ſuperſit, numerus reſiduus indicabit litteram quæſitam. ſit propoſita dies 18. Octobris quæ eſt 291, ab initio anni. divide hunc numerum 291. per 7. relinquitur 4: ergo dies 18. Octobris habet litteram D adſcriptam. ſi proponeretur 21. eiuſdem menſis quæ eſt 294, diviſione factâ per 7. nihil relinquitur quare litteram G adſcriptam habet.

PROPOSITIO LVII.

Problema.

Decimam quartam Lunam, facile invenire in Kalendario veteri.

Aſſumatur Epacta vetus, quæ ſubtrahatur ex numero 47. Reſiduum dabit diem à Kalendis Martij, in quem cadit decima quarta Luna Paſchalis.

Demonſtratio petitur ex diſpoſitione Epactarum, ſunt enim decimæ quartæ Lunæ comprehenſæ his terminis, 21 Martij, & 18 Aprilis decima quarta Luna cadat in 21 Martij, debet eſſe prima Luna in 8 Martij ex diſpoſitione autem Epactarum in veteri Kalendario dies octava Martij habet Epactam 26. & cum Epactæ ordine retrogradô, ſint diſpoſitæ, & dies menſium procedant ordine naturali, idem numerus fiet iungendo Epactam 26. & diem 21. qui fit iungendo Epactam 25. cum die 22. & ita conſequenter fiat ergo ſumma ex duobus nempe ex 26. & 21. fit 47. ſi ſubtrahas Epactam 26. ex 47. reſtabit 21. ſi ſubtrahas 25 ex 47. reſtabit 22. & ita conſequenter. ſemper habebis decimam quartam Lunam. ſi ſubtrahas Epactam ex aggregato Epactæ & diei in quem cadit. decima quarta Luna. illud autem aggregatum ſemper idem eſt, quia quoties duæ ſeries numerorum, quarum vna decreſcit, altera creſcit ſemper idem fit numerus. & hoc ordine procedendum eſt. poſſunt eſſe nonnullæ cautiones circa Epactas 25. aut 24. quæ pendent ex diſpoſitione Epactarum, quæ cum varia eſſe poſſit; illudque Kalendarium, ſit correctum non ſit in vſu, ideo illi non vlteriùs immorabor.

PROPOSITIO LVIII.

Problema.

Decimam quartam Lunam in Kalendario novo reperire.

Non diſſimili ratione in novo Kalendario decimam quartam Lunam inveniemus, obſervatis tamen conditionibus nonnullis.

Octavo Martij affixa eſt Epacta 23. quæ habet decimam quartam in 21. Martij, ſi ergo ex hoc aggregato 44. auferas Epactam 23. reſtabit dies 21. quia autem decreſcunt Epactæ, & creſcit numerus dierum menſis idem ſemper erit aggregatum. quare ſi Epacta auferas ex 44. reſtabit dies à prima Martij.

Eſt tantum difficultas & exceptio in menſe Aprili propter Epactas 24 & 25. ſi Epacta eſt 24. aut 25. ſubtrahatur Epacta ex 43. ſi 24. aut 25. diverſi coloris ſubtrahatur ex 42. numerus enim reſiduus numeratus à Kalendis Martij dabit Lunam 14.

Facilius videtur vt Epactam quæras in Kalendario, tum numeres ab ea incluſive 14. dies vt iam diximus ſuprà.

LLll 2 TRACTA

TRACTATVS XXVIII.

ASTROLOGIA.

QVAMVIS omnis quæ de Cœlestium corporum natura, & proprietatibus agit scientia, æque Astrologia, ac Astronomia dici possit, & indifferenter à multis vtriqueappellatione fuerit nuncupata: vsus tamen inualuit, vt quæ circa syderum motus & naturam occupatur Astronomia diceretur, quæ vero in prædicendis eorum effectibus posita est, Astrologiæ nomen sibi vendicaret. Ne ergo à consueta appellatione discedamus, diuinatricem illam, futurorumque tam liberorum, quam necessariorum indagatricem, siue scientiam, siue artem, Nomine Astrologiæ deinceps intelligamus. Pudet me, fateor, nugas istas attingere, & in Matheseon Album, eius disciplinam referre, in qua ne vna quidem demonstratio, sed perpetua Hallucinatio, prætereáque nihil. Ne tamen illius placita ignoraret Mathematicus Tyro quem informo, nec sub speciofo nomine aliquid mysterij ac reconditioris doctrinæ latere suspicaretur, hunc etiam laborem mihi suscipiendum existimaui, & breui compendio Astrologiæ præcepta comprehendere decreui; vt eius fallacias manifestiores redderem, & ab obscurioribus inuolucris sub quibus vt plurimum teguntur in lucem apertam vocarem. In libros plurimos tractatum hunc non partior, ne plus illi tribuam quam par est, nec diutius in eo tempus teram. Aliquibus propositionibus contentus erit. Primò igitur effectus aperiam, qui certo aut probabiliter prænoscuntur; Tum Astrologiæ fallacias circa vniuersales effectus, exinde circa particulares aeris mutationes, tum circa hominum fata & fortunas demonstrabo. Quæ vt clariora euadant singulis eius leges persequar, ostendámque etiam facilè, non plus esse in ea soliditatis, quam in erronum quos Bohemorum nomine vocamus placitis, qui ex manus inspectione, bonam, aut malam hominum fortunam augurantur. aut in Arte quam nonnulli sub Cabalæ nomine intelligunt, quæ sancitis circa alphabeti litteras tam consonas, quam vocales legibus, & auguriis futurorum pronostica, ex nominis cuiuslibet inspectione, & analysi instituunt.

Diuinatrix porro hæc scientia Authores habuit Chaldæos, & Babylone primum viguit; Ægyptiis id vltro fatentibus, qui ipsam etiam Astronomiam, ab iisdem acceperunt; vt satis ex ipso Ptolemæo aliisque etiam antiquioribus redditur manifestum, qui peruetustissimas obseruationes Babylone peractas referunt. Hoc ita peruulgatum est, vt Astrologi & Chaldæi à plerisque pro iisdem sumantur. Hæc porrò disciplina à Beroso qui in Insula Coo seu Lango diu egit, in Græciam inuecta est, atque à Græcis in Latium & ad Arabas peruenit, quod enim vetustiores Poëtæ nonnulla quæ ad præsignificationes pertinerent in suis libris cecinerunt, ea longe absunt ab arte Chaldaica, cum tantum significationes anni tempestatum, ex syderum ortu vario, aut Agriculturæ veras operas, per Stellarum exortum statis temporibus faciendas indicarent. Ita Ovidius suos fastos digessit, ita Alij non pauci anni totius seriem texuerunt, notatis diebus quibus Sol quælibet signa ingrederetur, additâ etiam diei, & noctis quantitate, lunationibus, mutationibusque aeris quæ illis temporibus frequentius in sua regione contingere solerent. Quæ quam longe absint ab arte Chaldaica nemo non videt. Hæc ita à celebrioribus viris despicatui habita semper est vt illius aut non meminerint quidem, aut non nisi cum adiectis ignominiæ notis mentionem faciant. Vnus audiatur Cicero licet illius tempore nomen tam celebre nacta esset Astrologia, eam tamen, vim maximam erroris, & delirationem incredibilem, Chaldæos autem monstra Chaldæorum nominat. Ideóque non immerito tanquam reipublicæ pestes, toties ex vrbe eiecti, toties superstitiosa imperitæ plebis credulitate reuocati sunt.

PROPOSITIO I.

Problema.

Erectio Thematis cœlestis ad quodlibet datum tempus.

PRæcipuum Astrologiæ fundamentum est erectio Thematis cœlestis ad datum tempus. dividunt enim totum cœlum in duodecim partes, quas domos vocavere, & pro vt quilibet planeta, aut etiam sydus, in hac aut illa domo fuerit, varios eventus significabit.

Res est vt volunt maximi momenti, in qua nempe tota sistit Astrologia, non tamen inter eos convenit, quomodo instituenda sit ista divisio, ita vt in limine offendant graviter, suaque dissensione qualis deinceps sit futura in reliquis firmitas satis indicent.

Quatuor invenio methodos erigendi Thematis ad datum tempus. quæ tamen in eo conveniunt omnes, vt à puncto Eclypticæ oriente incipiant, quare Primò ad datum tempus quærendus est locus Zodiaci, qui tunc partem horizontis ortivam occupat quod difficile non erit, sed ex principiis Astronomicis absoluetur.

Communiter tempus assignatum, est tempus apparens, seu vulgare & quia ad hoc tempus, quærenda sunt ex tabulis syderum loca, ideo mutandum erit in tempus æquabile, quod quomodo faciendum sit, iam docuimus suo loco in Astronomia.

Pro eo tempore æquabili quæratur locus Solis in Zodiaco, & eius Ascensio recta. seu gradus æquatoris ipsi respondens in Sphæra recta.

Tum distantiam horariam inter datum tempus apparens, & sextam matutinam in gradus converte, assignatis cuilibet horæ 15 gradibus, hancque distantiam adde ascensioni rectæ Solis inventæ,& habebitur punctum æquatoris oriens. Supponatur hora 9 matutina. Sol in primo Scorpij gradu, cuius ascensio recta, est gradum 108. quare arcus graduum 108 æqualis est circulo horario horæ nonæ cum omnis circulus horarius, sit aliquis horizon Sphæræ rectæ, seu per polos mundi transeat. est autem distantia horæ nonæ matutinæ, à sexta item matutina trium horarum seu graduum 45. adde ergo ascensioni rectæ Solis quæ est graduum 108. gradus 45. iovenies gradum æquatoris 153. esse in horizonte. si habeas tabulas ascensionum obliquatum, quas habere debent qui Astrologiam exercent, invenies, punctum Eclypticæ quod oritur vel si careas huiusmodi tabulis, soluendum erit vnum triangulum.

Cum autem scias gradum æquatoris, qui est in horizonte, & in circulo horæ sextæ matutinæ.ex tabula ascensiunum rectarum dabitur punctum Zodiaci quod est in circulo horæ sextæ, & ex tabula angulorum Eclypticæ, & meridiani, habetur angulus quem comprehendit Eclyptica cum circulo horæ sextæ. datur item declinatio gradûs Eclypticæ qui est in eodem circulo horæ sextæ. datur item angulus quem comprehendit circulus horæ sextæ cum horizonte, æqualis nempe elevationi poli. ergo per Trigonometriam scietur facile arcus Eclypticæ interceptus, inter circulum horæ sextæ & horizontem, qui addirus vel subtractus, dat gradum Eclypticæ orientem seu qui est Asceudens seu horoscopus, in eo omnes methodi conveniunt. Potest idem haberi per tabulas differentiarum ascensionalium.

Prima methodus dicitur æquabilis, quæ ex polis Zodiaci ducit 6 circulos maximos,& totum Zodiacum in 12 partes æquales distribuit, initiô factô ab eo punctô ortivô iam invento. Quare si gradui Eclypticæ orienti addas continuè gradus 30. habebis initia singularum domorum. hanc adhibuere veteres Chaldæi, eamque indicat Ptolemæus. hanc sequitur Firmicus, Arabes, Schonerus, & Cardanus: quare secundum illam solutum est Problema, habemúsqua domorum cuspides, si ergo ad datum tempus planetarum loca aut ex tabulis supputemus, aut in Ephemeridibus inveniamus facile quemlibet planetam in eam domum referemus tempore dato.

Author Alcabitzij arcus semidiurnos, & seminncturnos in tres æquales partes dividit. vnde facile per solam ascensionum rectatum tabulam solvetur problema. nam data hora qua Sol oritur dum occupat gradum aliquem Zodiaci, datur arcus seminocturnus, & semidiurnus quod si ex polo mundi per gradum Zodiaci ascendentem ducas circulum horarium, habebis ex tabula ascensionum rectarum gradum æquatoris qui in eodem circulo horario reperitur. & per additionem tertiæ partis arcus seminocturni, aut semidiurni & rursus per ascensiones rectas facile habebis initia domorum, & consequenter loca planetarum inventa in suas domos referes.

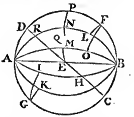
Communiter tamen hodie Astrologi alios modos adhibent, nempe cogitant circulos maximos, se in communi horizontis,& meridiani intersectione intersecantes, qui totum cœlum in partes duodecim dividant. hæc methodus in duas iterum subdividitur. prima quæ & rationalis dicitur a Regiomontano aliisque communiter adhibetur, dividit autem æquatorem in duodecim partes æquales initio facto à puncto ortivo seu horæ 6. & per binas oppositas circulos maximos quales diximus describit. ideoque horizon & meridianus sunt duo tales circuli, requiruntúrque tantum quatuor alij.

Praxis huius methodi ita procedit. Invento gradu æquatoris ascendente si illi addantur continuò 30 gradus, invenientur gradus æquatoris obtinentes initia domorum: & quia circuli domorum cœlestium quos descripsimus sunt aliqui horizontes, qui tamen variè distant à polo, primo in singulis latitudinibus, quærendum est quantum polus attollatur supra quemlibet circulum domorum cœlestium, id autem facile habebis per Trigonometriam.

Sit igitur horizon AB æquator C D, divisus in partes æquales 12. initio ductô à punctô horizontali E, & per divisionum puncta transeant circuli domorum cœlestium, sint poli F, & G clarum est distantiam horizontis A B à polo F, esse arcum B F, qui cognitus supponitur. meridianus nullam habet distantiam à polo, cum sit aliquis horizon Sphæræ rectæ, seu transeat per polos. sit circulus AHB, finis primæ domus & initium secundæ, quæratúrque eius distantia à polo intelligatur ex polo Antarctico G, ducí arcus GI perpendicularis ad AHB. quæritur hic arcus GI. primo quærendus est angulus GAI,quem circulus secundæ domûs cum meridiano compre-

 hendit

hendit hunc ita habebis in triangulo EHB, datur arcus EB quadrans E H grad. 30. & angulus BEH complementum elevationis poli: ergo per Trigonometriam cognoscetur angulus EBH cuius complementum est angulus HBC, vel GAI.



Rursus in triangulo GAI, dato arcu AG, elevationis poli, item angulo GAI,& angulo recto I dabitur arcus G I. Eodem modo habebis arcum GK,sunt autem arcus F L, F O æquales arcubus GK, GI. quare solutio duorum triangulorum in tua regione totum negotium absolvet.

Cognita distantia poli à quolibet circulo domorum cœlestium, vteris tabulis ascensionum obliquarum. Cum enim iam babeas gradus æquatoris qui sunt in singulis circulis domorum cœlestium, & supponatur quilibet tali circulus esse aliquis horizon Sphæræ obliquæ, secundum distantiam poli à tali circulo, si vtaris tabulis ascensionum obliquarum pro latitudine debita, cuilibet circulo,habebis grad.Zodiaci qui in singulis circulis domorum inveniuntur, quod quærendum erat.vel si careas tabulis ascensionum obliquarum recurrendum erit ad praxin superiorem, si inventis initiis domorum orientalium, oppositus gradus assigno domibus occidentalibus absolutum erit negotium.

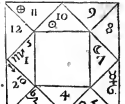
Methodus Campani non est difficilior vult autem vt verticalis primarius P E in partes æquales dividatur,& per singulas divisiones ex punctis A & B communibus intersectionibus horizontis & meridiani ducantur circuli domorum cœlestium. quare supponuntur cogniti arcus PN,NM, M E singuli 30 graduum, & consequenter anguli in punctis A & B. Primo ergo quærendi sunt gradus æquatoris q & R, qui facile baberi possunt nam in triangulo rectangulo E M q datur arcus EM grad.30. angulus rectus M, & angulus MEq æqualis scilicet latitudini regionis: ergo per Trigonometriam innotescet arcus E q, qui subtractus, ex gradu æquatoris exhibet punctum M. idem dico de puncto N, cæterisque,ergo habentur gradus æquatoris qui sunt in initiis domorum cœlestium.

Quærenda pariter est distantia circuli cuiuslibet à polo, solvendo sicut priùs triangula duo GIA GKA. vt nempe scias tabulas ascensionum obliquarum quibus vtendum est.

An vero sit operæpretium ita exacte supputare, vt Trigonometria sit propterea vsurpanda, examinent qui ista curant. diversitas hæc quæ tanta est, & tempus nativitatis quod vt plurimum rudi minerva determinatum proponitur, satis indicant supervacaneam esse tantam præcisionem, nec graviter peccare eos etiam in præcepta artis, qui neglecta, tanta præcisione Astrolabiorum subsidia advocant esto enim iis dimidij gradus error subesse possit, hæc methodi pluribus inter se gradibus discrepant. immo Veteres Chaldæi à quibus hæc disciplina propagata est,non ad ipsos gradus descendebant sed simpliciter notabant signa quæ in vnaquaque domo inveniebantur: qui tamen scrupulosiùs volet ista persequi habet vnde sibi faciat satis. vt tamen laborem sublevet, tabulis Ascensionum obliquarum sit instructus.

Inventis domorum singularum cuspidibus, solent communiter inscribere eos Zodiaci gradus, in quadrato triplici, ad id præparato circa quod inveniuntur, duodecim triangula vt vides in figura: in qua triangulum I est prima domus,& linea superior repræsentat primum horizontem ortivum, seu horoscopum, cuspidem scilicet primæ domus, & secundum eam lineam intra idem triangulum, scribitur gradus Zodiaci ascendens, vt hic in exemplo gradus ascendens est gradus 5. Scorpij.

Cuspidem secundæ domus obtinet sagitarij gradus 10. tertiæ domus cuspidem obtinet Cancri grad. 6. & ita consequenter, vt figura satis ostendit.



Solent etiam apponere, planetas in gradu quem occupant, immo & caput & caudam draconis, & partem fortunæ & alia huiusmodi.

Pars fortunæ notatur circulo decussatis duabus lineis secto.

Ne tamen totam hanc doctrinam, ita facile admittamus, quæretem à recentioribus Astrologis cur omissâ veteri formâ, hanc rationabilem vt vocant constituendarum domorum methodum amplexi sunt. Vel id fuit factum quod experientiâ compertum, hanc novam præstantiorem esse, meliùsque eventibus respondere, quam primam illam, vel ratione aliqua à priori. si ratione aliqua à priori afferatur illa: si ab experientia afferant illam si possint quæ tamen à nullo affertur. hanc diuturnam & constantem esse oportet quæ antiquæ Astrologorum traditioni prævaleat. Sed hæc melius inferius nota fient.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Quænam certò ex syderibus prænoscantur.

Id quod ex alio prænoscitur, cum eo connexum

xum eſſe debet , vel tanquam effectus cum cauſa, vel tanquam ſignificatum cum ſigno. ſi enim talis deſit connexio,vt vno poſitô , aliud non neceſſariò ſequatur ; ſed adhuc abeſſe poſſit , & plerumque deficiat, non erit certa prænotio , ſed fortuita, & caſualis divinatio.

Dico igitur Primò Illuminationem eſſe effectum primarium ita connexum cum ſyderibus, vt certò,& infallibilirer prænoſci, & prædici poſſit. De hoc effectu nemo dubitat niſi cœcos fuerit. Lux enim in oculos incurrit,& ſe manifeſtam reddit.Illuminatio igitur dierum,& noctium quantitas,in toto terrarum orbe,variiſque eius latitudinibus, certò , & infallibiliter determinari poteſt. crepuſculorum item duratio,niſi quæ ex variis accidentibus inducitur.eorumdem variatio , vt quæ ex ſerenitate,aut nubibus oritur,& athmoſphæræ diverſitate Ortus pariter ſyderum, ſtatis temporibus immo veteres Græci cum anni civilis formam valde intricatam haberent,immo variam in diverſis nationibus;anni tempeſtates,præcipuaſque circa agriculturam operas, per occaſum , aut ortum ſyderum ptænnnciabant ı conſuetis item in ſuo climate aëris mutationibus adiectis. atque hic eſt effectus Primarius qui certò prædici poteſt , phaſes item Lunæ , nempe quod tali tempore ſplendeat pleno orbe , quod falcata , aut gibba appareat, quòd per talem noctis partem fulgeat Eclypſes item, ſive Solis ſive Lunæ, aliæque huiuſmodi illuminationis proprietates, & accidentia.

Dico ſecundò calorem cum illuminatione præcipue Solis connexum prædici poſſe ; quamvis enim caloris Sol non ſit cauſa ita particularis, vt non interveniant aliquæ diſpoſitiones , partiumque telluri, varij ſitus,hi tamen ita ſunt determinati,vt facile cognoſci poſſint. quare non debet prædictio caloris pro certo tempore,ita generaliter proferri,vt totam terram reſpiciat, certum eſt enim, cum maximi ſunt apud nos calores , apud Antœcos noſtros & Antipodas maxime,hyemem & frigus ſævire In quo etiam notandum eſt hanc aſſertionem eſſe tantum de generali aliqua prædictione. fundata in experientia alicuius peculiaris regionis. Oſtendimus enim in Geographia noſtra , in certis telluris tractibus , mutationes aeris, non ſequi ad Amuſſin cœleſtes tempeſtates. Sed ex accidenti diſcrepare , ita vt duæ regiones ſub eodem climate poſitæ & conſequenter iiſdem ſyderum aſpectibus obnoxiæ , contrarias tamen anni tempeſtates eôdem tempore experiantur : vnde præcedere debet, in vnaquaque regione experientia , & obſervátio diuturna ; & vni regioni accommodata. Calorem ſequitur exſiccatio , cum calore humor educator, quô abeunte res exſiccantur, ſæpe tamen contrarium evenit, ſæpe enim in Zona præcipue torrida , tantus calore immodico humor ex mari educitur , vt cœlum obnubilet, pluviaſque generet. quare humor ex ſyderibus proprie non oritur , ſed vi caloris ex terra ipſa educitur.

Poſſet eſſe difficultas circa Lurſam, an humorem producat , an vero cieat tantum. Cum enim calorem modicum habeat , ſit tamen terræ vicina , excitare quidem humorem poteſt, diſcutere vt ita dicam , ſeu altius evehere non poteſt. Quidquid ſit de illa quæſtione , ſive Luna humorem producat , ſive tantum excitet , nonnulli effectus certo prædici ponunt , vt ſi conſtans experientia ferat , chonchilia & oſſa medullis abundare in plenilunio , in novilunio deficere, de quo nonnulli dubitant , qui contrariam proferunt experientiam, arbores pariter ſucco abundare , aut deſtitui , ſecundum Lunares apparentias ; hi effectus certo prædicentur. Æſtus item maris qui cum Lunari motu eſt connexus prævideri poterit , & poſt aliquas in certis regionibus experientias, certò, & infallibilirer determinari.

An vero à ſyderibus oriatur frigus : non eſt probabile , certum quidem eſt quod frigus , ex ipſa terra oriatur , ita vt iis in locis in quibus Solis calor , frigus non diſcutit , neceſſariò ſæviat , & augeatur. quod vero à Saturno frigus ortum habere dicitur , non probabunt vnquam Aſtrologi. nec quidquid dicant vllam afferent experientiam , & aſpectum Saturni cum Sole , aut aliis ſyderibus , ex quo conſecutum eſſe frigus conſtet. quin pro vna tali experientia , plures contrarias ſub ſimili aſpectu , ſim oſtenſurus. Piger quidem dicitur Saturnus , cum intra triginta annos ſuum circulum abſolvat , qui circulus maximus eſt , nec pigritiam vllam arguit , ſed eam vt ita dicam tarditatem , ad frigus deducere , quod hyemali tempore ſimus pigri, & propter hanc ſimilitudinem, ita remotam , hanc concluſionem deducere , eſt omnino nugari. color item ſubobſcurus nihil facit , cum multæ ſtellæ ſimilem colorem præferant : nec tamen frigus producere dicantur. Idem dico de calore reſpectu Martis, aliorúmque ſimilinm, qui ſine vllu fundamento proferuntur, eos enim non experimur.

Motiones vt vocant quæ ſtatis temporibus in Zona præcipue torrida oriuntur , quæ tantæ vicitudini non ſubiacet , quantæ Zonæ temperatæ, certi etiam Venti vt Eteſiæ in Græcia , qui ſtatim poſt ſolſtitium oriuntur paulo ante caniculæ ortum, adhuc prædici poſſunt.

In quo primo notandum eſt hos effectus non eſſe, cum ortu ſtellarum connexos , ſed cum Sole ipſo,& parte Zodiaci primi mobilis. ita caniculares dies , qui circa medium Julium alias incipiebant, oriente ſcilicet canicula , in eodem menſe perſeverant , quamvis ortus caniculæ in medium Auguſtum tranſlatus ſit. non ergo malignis huius ſyderis influentiis tribuendus eſt, hic effectus ,ſed Soli ita ad terras diſpoſito , quod nempe partes terræ boreales diu Solis acceſſu , & aſpectu directo calefactæ, eum calorem concipiant , ideoque hic calor non à canicula oritur , cuius cum Sole coniunctio , maximum frigos apud Antipodas producit.

Atque hi ſunt ſolum effectus qui certò ex aſtrorum conſideratione prædici poſſunt pro omni tempore.

Sunt item alij effectus , quos paulo antequam accidant prævidemus , ita in tractatu de Navigatione ſigna mutationum aëris dedimus , & communiter dicitur Pallida Luna pluit, rubicunda flat, alba ſerenat, quod hæc prognoſtica aliquam indicent in aëre diſpoſitionem , quæ ad talem mutationem requiratur. talia multa ſciunt ruſtici , ex continua multorum annorum , in ſua regione obſervatione , ex quibus ſignis multò certiùs futuras mutationes cognoſcunt, quàm peritiſſimus Aſtrologus. Bruta item animantia aliquam eorum cognitionem habent.

Mollipedeſque

Mollipedesque boves spectantes lumina cœli,
Naribus humificum duxere ex aëre succum.

Cognitio autem hæc fundatur in aliquo effectu, iam producto earum mutationum ita qui vulnus aliquod passi sunt, futuras aëris mutationes, paulò ante quam accidant prænuntiant. Ita nautæ Periciores instantes procellas, duabus, aut tribus horis antequam accidant prævident. Audivi ab vno ex Patribus nostris, qui in Classe Regis Christianissimi, prope Barcinonem agebat: quadam die sereno cœlo nauclerum præcipuum, tempestatem instantem prædixisse, ita vt exploso ex navi Prætoria Tormento bellico, Triremes omnes in portum mature se receperint, Miopatones omnes obversâ ad mare prorâ, longius à terra provecti sint. nec fefellit naucleri prædictio sævissima enim exorta est procella.

Dico tamen ex his effectibus, quos ab Astrologicis & Peritis prævideri posse fatemur, non posse ad cæteros quoscúmque traduci consequentiam. Nec quidquam ad id facere locum primi capitis Genesis in quo asseritur Deum, Solem, Lunam & Stellas creasse vt essent in signa & tempora, & dies & annos, quod vltro fatemur, nego tamen esse signa cæterarum consequentiarum quas ex his comminiscuntur Astrologi.

Dices Deus non frustra tot sydera in cœlo collocavit, tam vasta scilicet corpora, essent autem frustra nisi aliquid aliud significarent.

Respondeo me nescire finem ob quem à Deo tot è nihilo educta sint corpora. Ridiculum tamen censeo, tantas vt ita dicam expensas factas esse, vt significarent hunc hominem cœlibem, illum fortunatum, habiturum coniugium, hunc sanum illum ægrotum cæterasque nugas quas Astrologi ad nauseam ingerunt contradicente scilicet scriptura, Isaiæ 47. *Salvent te Augures cœli qui contemplabantur sydera, & supputabant menses vt ex eis annunciarent ventura tibi, ecce facti sunt velut stipula.* Pariter Ieremiæ 10. *Iuxta vias gentium nolite discere, & à signis cœli nolite metuere*

Dies si hoc esset nempe si alij effectus ex syderum contemplatione prænosci non possint, vana esset, & inutilis Astronomia, & tam accurata motuum planetarum determinatio. sed hæc scientia vana dici non debet, cui nempe tot insignes doctrina viri incubuere.

Respondeo nullam scientiam inutilem esse, in hoc enim homines sumus quod innatum sciendi desiderium habeamus, etiamsi hæc scientia ad aliquid vlteriùs non referatur. Adde cognitionem motus Solis & Lunæ, non esse inutilem, cum tota Kalendariorum doctrina in ea fundata sit: Navigatio ab iis dependeat multaque huiusmodi.

PROPOSITIO III.

De Vanitate Astrologiæ circa dignitates Planetarum & Zodiaci divisionem.

In hac propositione perstringam breviter præcipua huius artis Placita, & quasi in epitomen redacta oculis subiiciam, vt vana esse, & futilia demonstrem.

Primò Astronomicam Zodiaci in duodecim signa, seu δωδεκατημορια vulgaribus appellationibus nuncupata, divisionem admittunt: varias tamen eorundem signorum classes excogitant, Primò in quatuor classes, ea distribuunt nempe in Verna, æstiva autumnalia & hyemalia, item in borealia eaque imperantia, & australia eaque obtemperantia, vel quod planetæ in borealibus, maiorem vim obtineant quam in australibus, quod respectu nostrorum Antipodum absolute falsum est, vel quod in borealibus maiorem moram faciant, propter Apogæum præcipue Solis in signis borealibus positum quod quidem verum est in Sole, in Luna non item nec item in aliis omnibus.

Hæc signa dividuntur in recta, seu recte ascendentia, & in obliqua seu tortuosa, seu quæ obliquius ascendunt, seu vt oriantur plusquam duas horas impendunt.

Dividuntur item in Cardinalia, quæ Ver, æstatem, autumnum, & hyemem inchoant, suntque Aries, Cancer, Libra, Caper, fixa quæ medium huiusmodi tempestatum obtinent, & media quæ eas inter se copulant.

Dividunt item eadem in varia trigona, nempe quæ se trino aspectu respiciunt, sic in vno Arietem, Leonem, & Arcitenentem, estque trigonum igneum Solis, & Jovis. Taurus, Virgo, Caper trigonum terreum Veneris, & Lunæ, Gemini, Libra, Aquarius aëreum Saturni, & Mercurij; Cancer Scorpius, & Pisces aqueum Martis constituunt. ex quibus intelligis qui sint Trigonocratores, vnus interdiu, alius noctu.

Alia signa sunt humana vt Gemini, Virgo. Ferina, Aries Taurus, Leo, Caper. alia reptilia Cancer, Scorpius.

Aliqua pulchram vocem habent vt Gemini, & Virgo. alia nullam vt Pisces. alia mediam vt Leo.

Alia item sunt Masculina, & diurna, vt Aries, alia fœminea, & nocturna vt Taurus, Alia fœcunda vt Pisces. infœcunda vt Virgo.

Alia ingeniosos homines creant, vt Gemini, alia stupidos vt Taurus. sunt & aliæ distinctiones vt audientia, videntia, formosa, deformia, obesa macilenta, Ruminantia, Iracunda; Salacia &c.

Instituitur exinde signorum cum Planetis comparatio. distinguuntúrque planetarum dignitates. Prima dignitas est domicilium cuiuslibet Planetæ domicilia duo vt plurimum tribuuntur, diurnum scilicet & nocturnum exceptis Sole & Luna, quæ vnicum tantum habent, Sol Leonem Luna Cancrum, Mercurius Geminos, & Virginem, Taurum, Libram, Venus, Arietem & Scorpium. Mars, Pisces, & sagittarium Iupiter, Aquarium & Capricornum Saturnus.

Signa domibus opposita, sunt eorumdem Planetarum exsilia, in quibus scilicet suæ virtutis detrimentum patiuntur.

Dantur & Planetarum exaltationes, Sol exaltatur in Ariete, Luna in Tauro, Saturnus in Libra, Iupiter in Cancro, Mars in Capricorno. Venus in Piscibus; Mercurius in Virgine.

Opposita exaltationibus signa sunt eorumdem planetarum deiectiones seu casus

Tertia dignitas essentialis est triplicitas. secundum variam trigonorum supra relatorum naturam, prima triplicitas ignea continet Arietem, Leonem & sagittarium, huius triplicitatis de

die

die Dominus est Sol de nocte Jupiter. Saturnus etiam in partem venit denominationis tam de die, quam de nocte. Secunda triplicitas est terrea continens Taurum, Virginem, & Caprum, cui de die imperat Venus, de nocte Luna. Mars item tam de die quam de nocte. Tertia aërea Geminos, Libram, & Aquarium complectens cui de die imperat Saturnus de nocte Mercurius, Jupiter etiam secundariò tam de die quam de nocte. Tertia triplicitas Cancrum, Scorpium, & Pisces complectens aquea: cui de die imperat Venus de nocte Mars, Luna secundariò tam de die quam de nocte.

Termini seu fines quæ est quarta dignitas ita distribuuntur,

Arietis 6. primi gradus sunt Jovis. Sequuntur Veneris ad 14. exinde Mercurij ad 21. tum Martis ad 26. & Saturni ad 30.

Pro Tauro. Venus ad 8. Mercur. ad 15. Iupiter ad 22. Saturnus ad 26. Mars ad 30.

Pro Geminis Merc. ad 7. Iupi. ad 14. Venus ad 21. Sat. ad 25. Mars. ad 30.

Cancer. Mars ad 6. Iup. ad 13. Merc. ad 20. Venus ad 27. Sat. ad 30.

Leo Sat. ad 6. Merc. ad 13. Venus ad 19. Iup. 25. Mars 30.

Virgo Merc. ad 7. Venus 13. Iup. 18. Satur. 24. Mars 30.

Libra Sat. 6. Venus 11. Iup. 19. Merc 24. Mars 30.
Scorp. Mars 6. Iup 14. Ven. 21. Merc. 27. Sat. 30.
Arcit. Iup. 8. Venus 14. Merc. 19. Sat. 25. Mars 30.
Caper Venus 6. Merc. 12 Iup. 19. Mars 25. Sat. 30.
Amphora Sat. 6. Mer. 12 Ven. 20. Iup. 25. Mars 30.
Pisces Venus 8. Iup. 14. Merc. 20. Mars 26. Saturnus 30.

Sunt item cuiusque planetæ decani seu facies. nempe Arietis gradus 10. Martis. exinde ad 20. Solis, ad 30 Veneris.

Tauri G. 10. Mercur. 20. Lunæ 30. Saturno.
Gemin. G. 10. Iovi. 20. Marti. 30. Soli.
Cancer G. 10. Veneri 20. Mercur. 30. Lunæ
Leo Gr. 10. Saturno. 20. Iovi 30. Marti
Virgo Gr. 10. Soli, 20. Veneri, 30. Mercurio
Libræ Gr. 10. Lunæ 20. Satur. 30. Iovi
Scorp. Gr. 10. Marti 20. Soli 30. Veneri
Arcit. Gr. 10. Mercur. 20. Lunæ 30. Saturno
Caper Gr. 10. Iovi 20. Marti 30. Soli
Aquar. Gr. 10. Veneri 20. Mercurio 30. Lunæ
Pisces Gr. 10. Satur. 20. Iovi 30. Marti.

Denique omnia signa in suos gradus dividuntur, singulisque peculiare aliquod Hieroglyphicum apponitur, vt primo Arietis gradui vir dextra falcem, lævâ arcum tenens. Secundo vir canino capite ita consequenter.

Signa non tantum cum Planetis comparantur; sed etiam cum Provinciis & vrbibus; quæ peculiari signo subiectæ dicuntur vt Arieti Galliam Leoni Italiam, Scorpio Norvegiam subjiciunt Arieti Massiliam Uirgini Lutetiam, & ita de cæteris.

Partes item corporis humani, ad signa referunt, Arieti caput Tauro collum & ita deinceps.

Annos vitæ iisdem signis subjiciunt. nempe primum annum ei signo in quo Sol fuerit primo Nativitatis anno. secundum sequenti & ita deinceps.

Planetarum naturam ita considerant. Sol multum calefacit, & parum siccat. Mars siccando Vrit. Saturnus multum frigefacit Iupiter, Venus, & Luna calefaciendo humectant Iupiter parum Uenus mediocriter, Luna multum. Mercurius est indifferens. Iupiter & Venus sunt benefici, ideóque primus maior fortuna, hæc minor dicitur; Saturnus & Mars malefici. Luna potius benefica quam malefica, Sol & Mercurius, nunc malefici nunc benefici, prout cum beneficis, aut maleficis coniunguntur.

Sol Saturnus Jupiter & Mars sunt masculei. Venus & Luna fœminei. Mercurius ἀνδρόγυνος.

Masculascere dicuntur Planetæ qui sunt orientales, lumine aucti, directi effœminati qui luce diminuti occidentales, aut retrogradi sunt. Sol, Saturnus, Iupiter dicuntur diurni, Luna, Mars & Venus nocturni, Mercurius Promiscuus.

Planetæ item ad Zodiacum referuntur vt iam diximus, & pro varia relatione, varia fortitudinis testimonia sortiuntur, nempe ex domo quinque, ab exaltatione quatuor, ex triplicitate tres ex fine duo, ex decano vnum. Planeta qui nullam dignitatem obtinet dicitur, feralis & peregrinus, debilitatisque obtinet quinque testimonia. pariter qui est in exilio quinque debilitatis testimonia obtinet, in deiectione quatuor.

Aggeries plurium simul aut omnium dignitatum dicitur carpentum, thronus, solium, tegnum.

Gaudium dicitur cum Planeta, est in signo suo diurno.

Persona seu Amulgea cum Planeta tantum distat à Sole aut Luna, quantum domus eius, ab alterutrius domo quæ dignitas vnum fortitudinis testimonium obtinet.

Varios item effectus habent Planetæ, prout in variis signis existunt. Saturnus in Ariete variis malis implicat, in Tauro paternam dissipat substantiam, Idem in propria domo designat favorem, in domo Iovis mortem Patris. Planetæ directi quem pollicentur effectum præstant, retrogradi revocant. stationarij retardant.

Dico ergo hæc omnia Astrologiæ placita & leges esse mera figmenta, & ad arbitrium posita.

Illæ leges sunt figmenta, & meræ nugæ, quæ sine vlla ratione à priori positæ sunt, & sine vlla experientia; at ex certis tantum frivolis analogiis, & similitudinibus, ad propositum effectum nihil pertinentibus, sed sine vlla ratione à priori hæ omnes leges positæ sunt, nec fundantur in vlla experientia, ergo futiles sunt illæ leges, & inanes omnino.

Minor facile ab iis admittetur, si enim omnium rationem reddere voluerint animadvertes facile eorum inanitatem, & quam male concludant. Quæro enim cur potius dicatur Aries igneus, quam Cancer, cum tamen Sole Arietem obtinente tam perennes sint pluviæ, in Cancro vero tanti æstus, & immoderatus calor. cur Aries, est diurnus, Taurus verò nocturnus. cum tamen in his regionibus pluribus horis Taurus sit supra horizontem, quam Aries, pluriumque graduum arcum diurnum describat. an quod rectius ascendat Aries, quam Taurus: sed quam male & sine vllo fundamento, conclusionem suam deducent.

Cur cæteri planetæ duplex habent domicilium, diurnum scilicet & nocturnum, Sol & Luna vnicum, quorum tamen vires manifestiores sunt aliorum ita obscuræ, vt præter illuminationem modicam, nullum effectum distinguamus.

Cur Planetæ in domiciliis quinque obtineant gradus fortitudinis, qua tandem statera idem

idem dico de peligæo cæterisque à terra distantiis quæ cum maiori ratione influxus sydetum moderantur, & attemperant quam signa Zodiaci.

Deinde quæro circa hæc signa Zodiaci, cum priscis illis temporibus, non agnoscererur asterismorum motus in consequentia; Aries asterismus in piscibus primi mobilis situs erat, ergo quæcumque de Ariete dicuntur piscibus attribui debent: si enim iisdem nominibus vrebantur veteres Astrologi, quæ modo vsurpamus, nec distinguerent inter asterismos & signa Zodiaci primi mobilis, cum Aries vt dixi esset in piscibus, alia signa primi mobilis his nominibus significabantur.

Insuper dico si iouenta fuit Astrologia per rationem, conuenientius erat, varios planetarum effectus, asterismis ipsis, seu constellationibus tribuere quæ stellas habent in hæc inferiora agentes, quam signis primi mobilis, nullam virtutem, aut influxum habentibus.

Circa triplicitates multa dicenda forent primo quod Aries, Leo, & Arcitenens, sint igneæ naturæ, vel intelligunt de constellationibus vel de signis primi mobilis, si de constellationibus agatur, de Leone aliquid tale facile admitterem, quod stellas valde conspicuas habeat de aliis, non item si de signis primi mobilis, non admitram Arietem esse calidiorem Tauro, experimur enim contrarium, nec puto effectus si quos notare potuerunt, propter quos talem instituerunt diuisionem, ita generales esse vt pro tota terra eosdem hæc triplicitas producat.

Concessa item huiusmodi diuisione non video cur vnus planeta de die, alter de nocte sit Trigonocrator, & cur hoc modo diuisum habeant imperium. Esto enim dicat Scriptura Solem præesse diei quem efficit, Luna nocti, cum in pleniloniis de nocte fulgeat per totam noctem de cæteris planetis cur de nocte potius imperent, quam de die non video. ideoque cum id sine ratione dicant, tanquam gratis confictum negandum est.

Multo potiori iure Termini & fines negabuntur; conteudo enim impossibile esse ista definire, & distinguere.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Vanitas Astrologiæ circa diuisionem 12 domorum

Explicuimus prima propositione, seu in erectione Thematis diuisionem cœli in 12 domos, ostendimusque dissidium quo in varias partes seu sectas diuiduntur Astrologi, quomodocumque autem se habeant istæ domus, & quomodocumque ordinentur habent tamen easdem significationes, & eadem nomina.

Ordo domorum sequitur seriem signorum, procedirque ab ortu per mediam noctem ad occasum, & ab occasu per meridiem ad ortum.

Prima ergo domus quæ & ascendens, & horoscopus dicitur, ex qua nempe erectio Thematis vocatur horoscopus, incipit ab horizonte ortiuo totaque sub horizonte latet, vocatúrque domus vitæ, ex qua nempe sumitur in Judicio Geothliaco, significatio de vita nati, valetudine, temperamento, moribus, ingenio, forma corporis, propria nati industria, & prime ætatis significatio. quia sicut vitæ initium tunc capimus quando ex vtero materno in hanc lucem egredimur, Ita hæc domus est ea cœli pars quæ natiuitatis tempore de hemisphærio cœli inferiore, in conspectum nostrum producitur & primam impressionem facit. Ex hac de omnium rerum origine & motu, vt si quid incipieodum est iudicium sumitur.

Gaudium in ea habere dicitur Mercurius, vt præcipuus significator spirituum animalium, consignificator est Saturnus. qui in hac domo fœlix est, modo non lædatur radiis Martis, sed confirmatus bonis radiis Jovis aut Ueneris longæ vitæ natum significat. Color albus.

Secunda Domus Græcis ἀναφορά porta inferna, quod apertis foribus Solem & astra, ad horoscopum vehat, dicitur domus lucri, census, peculij nempe diuitiarum propria industria acquirendarum: iudicatúrque ex ea de modis aquirendi, & an sint duraturæ ad finem vitæ. Ratio cur secunda domus significet substantiam, & opes, & bona mobilia, ideo quia cum nec vita consistere, nec corpus officio suo fungi possit, absque illis, quæ vitæ corporique alimoniam subministrant, recte post domum vitæ domus facultatum, quæ sunt aiter sanguis collocatur. Nullus planeta in hac domo gaudet, consignificator est Jupiter qui hanc domum tenens, natum diuitem futurum denotat. Culor Viridis, domus fœlix fœminea tamen vt præcedens, qualitatis frigidæ & humidæ.

Tertia domus Græcis θεὰ à bonorum euentuum sorte denominationem habet. dicitur domus fratrum, & propinquorum. quia enim homo est animal sociabile, societas autem propinquorum est prima & potior ideo bene tertia ponitur. hæc domus horoscopum aspectu sextili respicit; iudicatur ergo ex hac domo, de affectione cognatorum erga natum. item de hospitalitate nati, fide, pietate, de controuersiis, & disputationibus in Judicio: de itineribus breuioribus & legationibus. Gaudet item in ea Luna, & consignificator est Mars. Color huic croceus tribuitur. domus hæc fœminina est.

Quarta domus ὑπόγειον latiois imum cœli, à situ, quod incipiat à circulo mediæ noctis. Domus parentum, & patrimonij. significat ergo præcipue patrem, & hæreditatem, quam à mortuis accipit. Judicat de agris, eorumque cultura, fodinis metallicis, & bonis immobilibus. sumitur etiam hic coniectura, de honore, & existimatione.

Nullus planeta in ea gaudet. consignificator Sol. color rubeus domus masculina, qualitatis frigidæ & siccæ, seu Melancholiæ.

Quinta domus ἀγαθὴ τύχη bona fortuna. Astrologis domus liberorum, & filiarum, eorumque numero, item de donationibus, iisque quæ ad voluptatem, delectationem, gaudium, conuiuiis, Musica, conuersatione familiari, & nunciis. ve enim tertia domus addicta est fratribus propter primam aspectus societatem, ita iure quinta propter trigonum tadium quem habet ad horoscopum attribuitur liberis. namque vt nulla est arctior, quam patris & filiorum coniunctio sic nullus cœli aspectus arctior, quam triangularis. In ea domo gaudet Uenus, & est simul eius consignificator. color Mellitius, masculina, Melancholica.

Sexta domus κακὴ τύχη mala fortuna, domus ægritudinum, fomes morborum, quod nullo aspectu

aspectu horoscopum respiciat. iudicium sumitur ex illa de morbis; sicut enim deserta loca, fera animalia, & venenata generant, ita sexta domus remota à prima, omni aspectu, mala varia affert.

Quare quò plures planetæ in eam domum inciderint, eo frequentiores morbi significantur, præcipue in senectute. Et cum hæc domus benevole secundam respiciat, nempe triangulariter, significabit servos, ancillas animalia, seu rei familiaris adminicula. Gaudet in ea Mars. consignificator Mercurius. color niger, infœlix masculina fœminescens, frigidæ & siccæ naturæ.

Septima Græcis δύσις seu occasus, seu cardo occidentalis. Astrologis domus nuptiarum, seu vxoria. significat effectum nati erga nuptias aut cœlibatum, item numerum vxorum, qualitatem vxoris. Ratio est quia cum opponatur horoscopo, & contrarias habeat affectiones prima domo sursum tendente, hac vero deorsum impellente, recte ex 7 vxor desumitur, cum vir imperet, vxor obediat sumuntur etiam ex hac domo, Emptionis, & venditionis, apertorum inimicorum, latronum, exulum, medietatis, & finis vitæ iudicia. gaudet in ea nullus planetarum. consignificator luna color albus est natura fœlix.

Octava domus ἐπικαταφορά superna porta, locus piger quod nulla cum horoscopo societate iungatur. locus interficiens, seu domus Mortis. quòd sydera velut reclusis portis ad occasum deducat, ita mortem, & finem nati significat, vel naturalem ex morbo, vel violentam vt ictu, casu, combustione strangulatione, submersione, significat item thesauros occultos. tristitiam venena lethalia, & his similia. Gaudet in ea nullus. Luna tamen in nocturna genesi in ea collocata, crescens fœlicibus fœlicium planetarum radiis fulta sine societate malevolarum stellarum fœlicitatem decernit consignificator Saturnus color niger. Infœlix, fœminina, naturæ Cholericæ.

Nona domus θεὸς, domus pietatis, dignitatum Ecclesiasticarum, sapientiæ, artium, studij philosophici. Cum enim iungatur triangulariter horoscopo, qui significat vitam, & temperiem recte hæc domus propensionem ad rclligionem, & bonos mores significabit significat item peregrinationes longinquas. somniorum item, & divinationum. In ea Gaudet Sol. consignificator Jupiter. color mellitius fœminina, qualitatis siccæ, seu cholericæ.

Decima μεσουράνημα medium cœli. Cor cœli, cuspis regalis domus honorum. quia denarius numerus cæteros omnes complectitur. significat igitur vitæ Genus, artes, &c. favorem principum matris item statum indicat, post editum infantem, nullus in ea, gaudet consignificator est Mars color Mellitius fœlix masculina. naturæ calidæ & humidæ, seu sanguineæ.

Vndecima domus ἀγαθοδαίμων bonus genius. significat amicos, eo quod sextili aspectu horoscopum respiciat. nullus autem sine amicitia vivere potest, petuntur & hinc Judicia de Consiliariis regum. Gaudet in ea Jupiter bene constitutus, nec retrogradus, nec combustus, nec in detrimento, aut casu suo, &c si hæc adsint favorem & benevolentiam communem significat consignificator verò est Sol croceus. masculina qualitatis calidæ & humidæ.

Duodecima κακοδαίμων malus genius, domus tristium eventuum carceris & aliorum quod nullo aspectu, cum horoscopo iungatur. Ex hac domo de maioribus animalibus iudicamus, item de servorum fidelitate. de morbis primæ ætatis, de morbis qui accidunt in partu. Gaudet in ea Saturnus. consignificator Venus. color Viridis, infausta, masculina qualitatis humidæ, & sanguineæ.

Distinguuntur item domus, in Cardines, succedentes, & cadentes. Cardines, qui & anguli, centra, templa, & turres cœlorum; sunt hæ quatuor prima, quarta, septima, & decima, in quibus sydera potentiùs agunt. prima est omnium princeps: & basis iudicij succedentes sunt. 2. 5. 8. 11. harum vis minor est quam Cardinum dicuntur ἐπαναφορά. cadentes sunt 3. 6. 9. 12. quæ & pigræ.

Sua natura fœliciores sunt quæ fœlices eventus significant 1. 2. 3. 4. 5 7. 9. 10. 11. Sed 6. 8. 12. infœlices sunt.

Per accidens redditur fœlix ea domus quæ habet faustum signum Zodiaci, vel faustum planetam, vel quæ respicitur à fausto planeta aspectu trino, aut sextili. E contra debilitatur modis oppositis.

Planeta in medio cœli constitutus, vel in ascendente. ratione domus habet quinque testimonia fortitudinis. In 7. 4. 11. habet quatuor. In secunda & quinta 3. in nona duo in tertia vnum. Debilitatis vero in duodecima habet testimonia 5. In octava & sexta quatuor, Hæc est doctrina communis Astrologorum quam volui in medium afferre, vt impugnarem melius.

Primò quæro cur hoc modo distribuantur, & non aliter. In quo quidem non conveniunt Astrologi: vt iam vidimus suprà, cum quatuor modos erigendi Thematis distinximus. Ex hac diversitate evenit, vt Planeta, & gradus Zodiaci qui in vna domo invenitur secundum vnam methodum, secundum aliam rejiciatur in aliam, malamque fortunam significet, qui fœlices eventus promittebat. quis hanc litem dirimet? Dicent rationabilem esse magis rationi consonam. Sed tamen non fuit à Chaldæis huius scientiæ inventoribus vsitata, quarè si eorum methodus observationibus respondit: & ab experientiis sumpsit originem, hæc quantumlibet rationalis ab observationibus discrepabit. Secundo si hæc rationalis methodus præfertur, eo quòd astra videantur in eadem dispositione respectu alicuius loci, idem operari, certe alia posset inveniri methodus, di cœlum in duodecim domos, nempe per circulos Almicantarath. videtur enim magis rationi consonum, vt astrum æqualiter elevatum supra horizontem, aut æqualiter depressum sub horizonte æquales vires habeat. ita videmus Solem semper auroram inchoare in eodem circulo Almicantarath depressionis: cum non sit potior ratio cur in vna parte eiusdem circuli magis aut minus agat si autem semel admittatur, vt per circulos Almicantarath dividatur cœlum in 12 domos, longe diversa sunt futura prognostica quam quæ ab Astrologia modò proferuntur videmus enim quo Sol fuerit elevatior supra hori ontem, eò maiores habere vires, & Lunam in meridiano semper æstum ciere. Addo quod hæc methodus rationalis sub polis locum non habet. cum nulla fit intersectio horizontis

zontis & meridiani, sed vterque circulus coalescat in vnum.

Assero item primam domum seu præcipuam, etiam admissis Astrologorum principiis male assignari, nempe vt tota sit infra horizontem. si enim planeta qui est in horoscopo maiores vires pro eo momento, vt volunt fatali, & ex quo pendet tota nati fortuna, in natum exerit, certe infra horizontem collocari non debuit. sed vel in medio cœlo. aut saltem supra horizontem.

Quis enim capiat Solem cum adhuc est infra horizontem maiores vires habere quam in meridiano, hoc apertæ repugnat experientiæ: saltem quo ad illuminationem,& calorem,& ex paritate rationis quo ad reliquos influxus.

Tertio dico incredibilia proferri circa domorum significationem. quis enim dicat divitias ab astris dari posse. Anne si Planeta thesaurum inveniendum promittat, in ædibus meis,aut in prædio thesaurum defodiet. Hæc apud Ethnicos fidem invenient, qui adorabant militiam cœli & planetas Deos existimabant, qui mediis nobis incognitis mira præstarent; sed cur retrogradatio vim omnem Planetæ adimit: non ne minus Lucet, quod sit retrogradus? ergo neque minus in natum aget, aut diversum effectum habebit.

Quartò plerique effectus, quos syderibus tribuunt, ab hominum libertate pendent, cui nec planetæ, nec Deus ipse vim vllam inferr vnquam.

Quinto dico nullum nisi amentem sibi persuadere posse, punctum natiuitatis pueri texere fortunam & facta propinquorum omnium & amicorum & inimicorum.

Quid si ipsi babeant coortatium horoscopum, & repugnantem, quisnam potiori iure vincet.

Sextò quis risum contineat, dum convincentes (vt vocant) rationes audit cur potiùs hæc domus divitias, quam aliquid aliud significet. quia divitiæ sunt necessariæ ad vitam sustendandam, ideoque iure post domum vitæ cõstituuntur. Esto sint divitiæ post vitam reponendæ;ergo domus, quæ dignitate horoscopum sequetur, nempe medium cœli,divitiis tribuerur,nonne vident eas leges & placita ab Ethnicis originem duxisse, qui Plutonem Deum divitiarum faciebant.quare à planetis inferis.hoc est adhuc sub horizonte positis, easdem divitias conferri volunt Astrologi.

Septimò & præcipuè.hæc omnia gratis finguntur cum ne vna quidem afferatur observatio Ado nec possibilem esse.Ponamus esse factam,an in toto terrarum orbe,an in Chaldæa tantum, non primum, cum à Chaldæis tantum hæc doctrina invecta sit;si apud Caldæos tantum quis sibi persuadeat, easdem leges vbivis gentium, suam vim habituras. Si enim peculiares observationes circa aeris variationem in vno climate factæ, ad aliud traduci non possuot, cur Astrologiæ leges circa hominum fata, minus à syderibus dependentia, vniversales erunt omnique climati accommodatæ.

Fieri etiam non potuisse ostenditur, esto enim instituto nativitatis alicuius Themate, notatisque eventibus, totaque accidentium serie possit connecti talis effectus cum tota conglobatione causarum si tamen, iidem aspectus non recurrant nisi post multa secula impossibile erit, vt vniversalia placita vnquam sanciantur.

Addo quod variæ circumstantiæ in planetarum motibus ab Astrologis negligantur,quibus potiori iure hi effectus tribui possunt,quam dignitatibus, aut detrimentis, aut domibus.

Neque enim habetur ratio distantiæ planetæ à terra nodos in Luna tantum considerari, in cæteris non item, multaque alia huiusmodi.

Denique vt ostendam infra,est legum,seu axiomatum pugnantia; fingatur enim Thematis erectio, quantumlibet fœlix, conrendo si velim ad omnia attendere,singulaque percurrere,fore vt sit infœlicissima tot enim sunt cautiones adhibendæ, vt omnis error excusari possit hoc est, si eventus prognosticis non responderit, possit error in artificem rejici, qui si ad hæc & illa attendisset aliter prounuciasset.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Vanitas Astrologiæ circa accidentales Planetarum dignitates, & Aspectus.

Superius recensitæ planetarum dignitates ab Astrologis essentiales appellantur, eò quòd ex ingenita ipsis virtute conveniant. hæ dicuntur accidentales, eo quod sint insitarum virtutum incrementa,aut decrementa, quæ ipsis conveniunt, vel ratione positûs ad Solem, vel ratione motus in suis orbibus vel ratione configurationis cum aliis planetis.

Prima dignitas dicitur Cazimi, convenitque aliis planetis exceptis Sole, & Luna;Nempe dicitur planeta in Cazimi, qui est corporaliter cum Sole coniunctus, nempe cum planeta ita coniungitur cum Sole, vt minus quam Solis semidiametro distet: in quo ratio habenda est tam longitudinis, quam latitudinis. Planeta igitur in Cazimi Solis habet quinque testimonia fortitudinis, eo quod eius radij radiis solaribus augeantur, & roborentur.

Combustio dignitas non est, sed potius Planetæ infirmitas quoties nempe planeta non est quidem intra discum Solarem, sed inter limbum eius, & sextum ab eo gradum haberque in tali statu quinque infirmitatis testimonia.

3. ὑπαύγος vel radiis solaribus oppressus dicitur planeta qui à Sole pluribus quam 6 gradibus distat, paucioribus tamen quam 15. habetque in tali statu quatuor infirmitatis testimonia.

4. Liber à combustione Planeta dicitur, qui pluribus quam 15 gradibus à Sole distat, licet aliqui pauciores, aut plures requirant gradus in diversis planetis, & plures si fuerit orientalis, quam si occidentalis.habetque tunc quinque fortitudinis testimonia.

5. Luna lumine aucta, seu orientalior Sole habet duo fortitudinis testimonia. decrescens seu occidentalior duo infirmitatis.Planeta orientalior Sole duo habet fortitudinis testimonia.occidentalior duo infirmitatis.

Planeta directus seu procedens in consequentia 4. habet fortitudinis testimonia. Retrogradus quia procedit ad similitudinem proditoris quinque haber debilitatis testimonia. Velox motum diurnum habens maiorem medio duo fortitudinis, tardus duo debilitatis, sicut & stationarius.

Aspectus

Aſpectus planetarum inter ſe ab Aſtrologis conſiderantur. Nempe ſextilis, quadratus, trinus, oppoſitio coniunctio.

Aſpectus trinus cum planeta ab alio quatuor ſignis diſtat ſi duo benefici hoc modo ſe reſpiciant quatuor fortitudinis teſtimonia obtinebunt. Si alteruter planeta beneficus, nempe Jupiter aut Venus, trino aſpectu Solem, aut Mercurium reſpiciant tria habebunt fortitudinis teſtimonia. Si Lunam duo. Si Martem aut Saturnum vnum.

Sextilis aſpectus duorum ſignorum intervallum capit, bonus quidem eſt ſed minus quam trinus, cæteris paribus vnam minus fortitudinem tribuit.

Quadratus aſpectus trium ſignorum intervallum continet. Si malefici eo aſpectu ſe reſpiciant, debilitates quatuor obtinebunt. Si vnus maleficorum, Solem aut Mercurium eo aſpectu reſpiciat tres debilitates patietur. Si Lunam duas.

Oppoſitio & coniunctio beneficorum inter ſe, quinque fortitudines tribuit, maleficorum quinque debilitates. Beneficorum cum maleficis quatuor fortitudines, cum indifferentibus tres.

Aſpectus benefici maleficorum, & malefici beneficorum nullius ſunt momenti.

Aſpectus dividuntur in partiles ſeu præciſos, & platicos. partiles ſunt præciſiores, platici conſiſtunt intra 6. aut 7. gradus, & varie pro varia magnitudine eorum.

Incipio ab aſpectibus, & quæro cur aſpectus ſextilis, & trinus benefici cenſeantur, quadratus & oppoſitio malefici? Anne quod quos valde oblique ſpectamus diligimus, malevolentiam dum torue ſeu quadrate aliquem reſpicimus ſignificamus: amorem rurſus maiorem dum triangulariter intuemur. iracundiam dum è diametro. Si ab ea hominis paſſione, ad planetas transfertur metaphora eaque aſſignatur horum influxuum malevolorum, & benignorum cauſa, quæ hominum ſortes, & fata temperet: potuitne aliquid inanius fingi, aut leviori fundamento excogitari quod ſi alia ſubeſt ratio ſolidior in medium proferatur.

Quæro ſecundo cur plures non diſtinguantur aſpectus cur in ſingulis tot taxentur fortitudines, & non plures, quæ omnia vt gratis dicuntur, pari facilitate negantur.

Dignitas illa Caſimi eſt contra rationem. planetæ ſuperiores dum corporaliter cum Sole coniunguntur, ſupra ſolem ſunt, ergo debent lumen trans corpus ſolare tranſmittere, quod eſt impoſſibile, cum lumen omne à Sole recipiant, nec poſſint tantum corpus & tantum incendium lumen, aut influxus evibrare.

Planetæ vero inferiores quando ſunt in corde Solis, cum partem illuminatam ad terras non obvertant, nihil poſſunt agere, ideo enim nolunt vt Luna ſit capax illius dignitatis, quod tunc ſit interlunium, & reſpectu terræ, non fulgeat; ſed idem accidit aliis duobus inferioribus planetis, ergo idem de illis aſſerendum eſt. ſed nempe neſciebant veteres Aſtrologi, Mercurium, & Venerem mutuato lumine fulgere, id ſi ſciviſſent, aliter forſitan pronunciaſſent

Tertio, quod corporalis coniunctio cum Sole cenſeatur dignitas, combuſtio vero habeat rationem detrimenti, hoc puto non ſatis conſequenter dici Caſimi enim eſt potentiſſima combuſtio, ſi vlla eſt. ſit enim tranſitus à maxima dignitate, ad maximum detrimentum.

Alia multa in hac doctrina reprehendi poſſunt, quibus brevitatis cauſa ſuperſedeo.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Aſtrologiæ vanitas circa prædictiones aëris mutationum.

In nullo capite manifeſtius ſe prodit Aſtrologiæ vanitas, quam in prædictionibus aëris mutationum, præcipue in Zonis temperatis, in quibus maior eſt varietas, & viciſſitudo. Vt autem totum Aſtrologiæ progreſſum circa hanc materiam oculis ſubiiciamus. Qui de anni conſtitutione aliquid conſtituendum ſuſcipit. Primo quatuor erigit figuras cœleſtes, ad quatuor momenta, quibus Sol in quatuor Cardinalia zodiaci puncta ingreditur, nempe in Arietem, Cancrum, Libram, & Capricornum, erigunt item octo alia ad novilunia, aut plenilunia, quæ proxime hæc momenta, aut antecedunt, aut ſubſequuntur, tum numeratis omnium planetarum locis, & fortitudinum momentis, detrimentis item, & debilitatibus, compenſatis omnibus eum anni Dominum conſtituunt, qui plures habuerit fortitudines, adiuncto illi ſocio, cuius nempe fortitudines poſt primum plures fuerint. Ex Anni Domino de anni conſtitutione generali pronunciant, prout fuerit Dominus anni Calidus, aut frigidus, humidus, aut ſiccus ex eo item prædicunt futuram ſalubritatem, de frugum copia, aut inopia: cæteriſque huiuſmodi.

Figuras pariter ſingulis quadrantibus aſſignatas, nempe pro momento ingreſſus ſolis in punctum Cardinale, noviluniique & plenilunij proximi quadrantis Dominum conſtituunt, qui toto eo quadrante Dominium teneat. Sic Mars æſtate calorem intendet, hyeme frigus temperabit. Saturnus e contra hyeme frigus intendet idem de aliis planetis iudicant, ſecundum eorum naturam, & tempeſtatis anni qualitatem.

Tertiò vt ſingulorum dierum prognoſtica faciant, quatuor communiter Themata ſtatuunt pro ſingulis menſibus, nempe ad momentum, plenilunij, novilunij & vtriuſque quadraturæ, collectiſque pariter calculis peculiarem totius menſis Dominum creant: comparatis exinde duorum menſium Dominis, de ſingulorum dierum conſtitutione pronunciant, prout deficie ſeorſim vnius dominatus, & inſtat ſequentis præfectura.

Quia tamen non ſufficientem varietatem tribuerent huiuſmodi Dominia. Partes zodiaci, alias excitatrices tonitruorum, alias, grandinum, nivium, pluviarum. ſtellas item Saturniales, Joviales, Mercuriales, exiſtimant, quæ prædictos effectus, aut immutent, aut temperent.

Planetarum item aſpectus mutationes faciunt præcipuas, inter quos coniunctio potentiſſima eſt, tum oppoſitio, exinde quadratura, aſpectus trinus, & ſextilis: qui duo aſpectus vltimi Cle-

mentes & salubres sunt. oppositio & quadratura intemperiem, coniunctio vt plurimum indifferens.

Mutationes extraordinarias, nempe per vehementiores ventos, pluvias tonitrua, vocant apertiones portarum, valuarum seu Caractactarum, tribuunt primo aspectui opposito, aut quadrato planetarum oppositorum, qui nempe domos oppositas habent. Pariter dum Luna fertur ab vno planeta ad oppositum, vt dum solem relinquens, fertur ad Saturnum aut contrà fiunt caligines. à Jove ad Mercurium vehementes venti Boreales, & Orientales, à Marte, ad Venerem aut contra venti Meridionales & Occidentales.

Planetæ Orientales, directi, & circa Apogæum siccitatem denotant; retrogradi Orientales, & circa perigæum pluviam. Mars intra radios Solis siccitatem maximam generat.

Trigona etiam quæ supra distinximus in ignea, aërea, aquea, terrea spectanda sunt, in quibus nempe, si planetarum aspectus, præcipue vero magnæ coniunctiones contingant, conflagrationes, diluvia, terræ motus, aut pestilentiæ sequenter.

Serenitas est à Sole tribusque superioribus planetis. pluviæ & nubes à tribus inferioribus, Mars tamen nonnunquam pluvias ciet Mercurius ad Saturnum applicatus obscuritatem, pluviam, & vehementem ventum inducet Sic Jovi serenitatem, Marti siccitatem tribuunt. Mars prope Pleyadas transiens creat pluvias copiosas.

Variæ item stellæ prout soli vicinæ sunt, oriunturque aut occidunt, varias motationes efficiunt. Alia multa congeri possent, hæc tamen ad specimen & ad refutationem sufficiant.

Dico primo prognosticon generale anni, ex Dominio vnius Planetæ vanum esse, & fallax.

Dominium illud vanum est, quod petitur ex momento, & tempore ingressûs planetæ in puncta Cardinalia, si ignoretur ingressus solis in puncta Cardinalia, ita tamen ignotatur talis ingressus, vt nullæ sint hactenus tabulæ constitutæ, quibus non subsit error duarum circiter horarum. Sed error duarum horarum mutationem notabilem inducit præcipue circa domos cœlestes, dominiumque vni Planetæ eripit, ve alteri tradat. ergo quo ad hoc punctum, tota ruit hæc Dominij annui constitutio:idem dicendum est de momento plenilonij, aut novilunij, observationes enim Eclypsium, satis indicant nullas tabulas punctum novilunij, aut plenilunij exacte definire quamvis in eo puncto tantus non sit error.

Secundo quid facere potest ad electionem Domini. momentum illud quo Sol Arietem, Cancrum, libram, Captum ingreditur, quasi vero talis sint virtutis, hæc puncta Cardinalia, vt per totum annum influant, eamque virturem per totum annum conserveut planetæ, quam ab eo momento acceperunt. omnis eorum punctorum virtus à sole ipso petitur,& ad ipsum referri debet, atque adeo ipse semper dominatur.

Addo loca planetarum ita parum fideliter hactenus constituta esse. vt sæpe tabulæ 6. & 7. gradibus deficiant, in Mercurio & Venere præcipue, quod aspectus, ita variat & detorquet, vt sæpe proptetea vni Dominium deferatur, cui ex Astrologiæ regulis competere non deberet.

Præterea cum alpectibus planetarum tantam vim assignant Astrologi, ipsum lucis planetarum incrementum non considerant, cui potiuti iure tribuenda esset aliqua virtus. Si enim Luna provt crescit, aut decrescit, tantam vim in hæc inferiora præcipue verò in humida obtinet, cur simili virtute proportionaliter non donabuntur, Mercurius, Venus, & Mars, qui simili lucis decremento & incremento subiacent; ex quibus concludo male constitutam fuisse hactenus Astrologiam quæ horum nullam rationem habuerit, eosque effectus, varijs aspectibus, aut locis zodiaci tribuerit, qui huic lucis detrimento, aut augmento debebantur. Idem dico de Saturno, cuius influxus ex varia ansularum suarum dispositione aliquam potius mutationem pati deberent, quam ex oppositione, aut trino aspectu, eum planeta, ab eo toto cœlo distante, Jupiter pariter à Lunulis suis, seu asseclis patitur, nec minus, quam tellus à sua Luna: ergo mutationes aëris quæ ex Jove oriuntur ex his potius mutationibus oriri debent, quàm ex locis in quibus idem planeta invenitur

De stellis item quas ex colore Joviales,Saturnias, aut Martiales vocant idem dicendum: quis enim vnquam à Scorpionis corde calorem prodire deprehendit,quis frigus à Saturnalibus. Cur nulla de via lactea in tota astrologia, fit mentio? quæ cum sit innumerarum stellarum congeries, potiùs activa est, quam quælibet stella particularis.

Contendo igitur hæc omnia prognostica omnino fictitia esse, in ratione à priori non fundari, multo minùs ab experientia peti.

Si enim in ratione a priori fundentur, affeantur hæ rationes, concedam quidem solem activum esse, Lunam item aliquid posse conferre ad mutationes aëris, cæteros autem planetas, nonnihil facere, sed tam modicum vt ab humana mente percipi non possit, longum esset si plaeitorum singulorum & in particulari rationem experetem; scio in eorum libris nullam proferri, ideo sane, quia nullam, quæ probabilitatis vmbram contineat comminisci possunt.

Secundò in experientia non fundatur, quis enim tales vnquam observationes fecit. Non Chaldæi, qui, excepto Sole, & Luna nullius planetæ observationem vllam posteris tradiderunt: ita enim manca fuit eorum, non dico Astrologia tantum, sed etiam Astronomia vt de motu stellarum in consequentia ne suspicionem quidem vllam habuerint, vnde si aliquas observationes Astrologicas habuerunt, eas stellis fixis tribuerunt, quas cum gradibus zodiaci connectere, debuerant, vel vicissim.

Multo minus continenti observatione & experientiâ confirmantur. Astrologiæ placita: quæ pluribus experientiis contrarijs convelluntur. Picus Mirandulanus per totam hyemem id est 100. & pluribus continentibus diebus mutationes aëris in sua regione diligenter observavit, & cum Astrologorum eo tempore celeberrimorum prædictionibus contulit, manifestumque deprehendit in omnibus dissidium. ita vt intra 100. dies quinque aut sex, tantummodo essent conformes: qui volet experimentum sumere idem in omnibus experietur.

Fuit in hac vrbe ciuis aliquis, qui in Astrologorum prædictionibus, mutationes omnes, quæ accidebant ostenderet: ita vt nunquam à scopo aberraret,

aberraret, sed eius Almanach, semper scopum attingeret. Per plures annos ita amicis suis illusit. initiò anni quotquot poterat huiusmodi libros Astrologorum sibi comparabat: & vbi aliqua cœli mutatio acciderat, eos pervolutabat cum essent vt plurimum sibi contrarij, fieri non poterat, quin vnus ex iis, esset tempori consortmis, atque hunc amicis ostendebat, occultatis scilicet aliis omnibus, qui à scopo longiùs aberrarant.

Si singula persequi liceret experientiis ipsis singula placita convellerem. Primo quidem circa apertionem Portarum, cum singulis vt plurimum mensibus, planetarum coniunctiones, & oppositiones variæ contingant, non tamen propterea has extraordinarias mutationes accidere deprehendet. addo quod hi aspectus planetarum, sunt vniversales, nec ex Astrologiæ placitis, vnam potius regionem respiciant, quàm aliam: nulla tamen aëris mutatio vniversalis est, nec simul apud nos, & antipodas nostros aut Antœcos contingit.

Si de extraordinariis & magnis coniunctionibus instituatur quæstio Refert Bochellus, Bochinus, Durctus, & alij anno 1524 prædictas fuisse Planetarum magnas coniunctiones in signis aqueis, ex quibus secundum placita sua diluvia inaudita secutura erant eo mense. quam plurimi in Gallia, Hispania, Germania Italia, navigia comparatant, alij loca editiora coacervatâ annonâ, petierant. Hic tamen mensis serenus semper fuit, ita vt compositus ad refellendam prædictionem videretur. Quod Origanus, & Cardanus admittere & fateri coacti sunt.

Simile Vaticinium profert Scaliger ex Rigordo circa annum 1186. in quo occurrerat coniunctio superiorum, & inferiorum planetarum, ex qua futuræ ventorum procellæ portendebantur. Cum tamen nihil cœlo pacatius eo tempore inveniri potuerit. Audivimus & nos à 10 aut 12. circiter annis occasione Eclypsis Solaris morbos extraordinarios, & clades prædici, nihil tamen sinistri vlli accidit, quod sciamus.

Dices mutationes aëris non sunt fortuitæ, habentque veram caussam; nullam probabiliorem, quam cœlum & sydera; ergo cœlo, & syderibus tribui debet.

Respondeo concedendo mutationes aëris fortuitas non esse, & cœlum esse caussam aliquam earum non tamen solam. dispositio etiam peculiaris telluris variaque accidentia, & corpora quæ in ea inveniuntur ad huiusmodi mutationes concurrere assero. Ita Nautæ vt ventos expectent non cœlum consulunt; sed solum; & ex fluiculosis locis & arentibus ventos nullos expectant præcipue æstate, ex irriguis futuros esse asserunt. datur & in telluris gremio congeties spirituum, & corporum qui ex certa fermentatione statis temporibus erumpunt, & mutationes præcipuas creant, conferente tamen cœlestium orbium influxu, tanquam causa vniversali. ita vt etiam ex iisdem syderum aspectibus, non semper eædem sequantur mutationes, si nempe non eandem inveniant dispositionem. fit enim etiam in his spiritibus certa circulatio, quæ non est cœlestibus motibus semper commensurabilis, nec æquales cum iis periodos habet. Peculiares item variarum regionum dispositiones multum conferunt quæ tamen ex syderibus prænosci nequeunt: ideoque æqua semper mihi visa est antiquorum praxis, qui in suis regionibus pro singulis diebus mutationes diligenter annutabant, vt ex collatione plurimorum inter se, non quidem ex momento quo Sol Cardines cœli subiret, neqoe ex Dominio Planetæ peculiaris, sed ex Solis præcipue motu, & etiam Lunari futuras pluvias aut serenitatem, si non certò & semper, saltem plerumque prædicebant.

Mihi certe sæpe orta est cogitatio, & dubium an esset aliqua periodus similium temporum, ita vt post certum temporis circuitum similes recurrerent tempestates: similesque aëris mutationes. Cum enim Sol ad istas mutationes plurimum conferat, Luná item cooperante, vt experimentis pluribus comprobari potest; & communibus effatis id asserentibus, qoalis quinta talis tota. eo qood mutationes præcipuæ circa quintam aut sextam Lunam accidant: ideóque vidi nautas interrogantes an πεύλευτι transijsset, nempe Luna quinto-sexta. Cum igitur id sit in confesso apud omnes, cœpi cogitare an quia Lunationes non recurrunt in eumdem diem nisi intra 19 annos, similes mutationes non redirent nisi intra prædictum tempus. deberent quidem quibus licet per otium id annotare, forsitan ex collatione plurium annorum, in vnoquóque climate, & regione certæ regulæ satis constitui possent.

Habemus hic Lugduni Nobilem virum Dominum Reynaud amicum meum, in omnibus mathesis partibus versatissimum cui multum debet hoc opus meum, tam ob libros quam plurimos mihi perhumaniter commodatos, quam quod de rebus Mathematicis, novisque inventis me commonefaceret, Hic inquam iam à pluribus annis in singulis dies omnes mutationea aëris in diarium refert: vtinam plurimi idem præstarent. Vt ergo omnia complectar, nec cœlum esse frustra, nec sydera assero. non tamen erunt frustra, etiamsi ex sola eorum contemplatione pluviæ & venti prædici non possint; tot enim aliæ concurrunt causæ, & peculiaribus regionibus affixæ, vt omnem superent humanum captum. Inveniuntur Regiones in Africa, in Indiis non longe distinctæ intervallo, sed tantum montis vnius, quæ tamen eodem tempore, contrarias habent tempestates. hyeme pluviis in vna sæviente, in alia vero serenitate perenni collucente. mentem & cerebrum calculis tuis implica quantum volueris Astrologe, & mille erige Domorum cœlestium Themata, non alium offendes anni aut quadrantis Dominum in vna regione, quam in alia, immo idem in vtraque ventus, mons tamen nubes sistet, & in pluvias resolvet, & in vicinam regione transmeare non patietur. Alia multa addi possunt quibus hæc assertio comprobetur, sæpe enim vnius paludis exsiccatio, serenitatem reddit alicui regioni, quæ frequentibus pluviis erat obnoxia.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Vanitas Astrologiæ circa humanos eventus in genere.

Vt inanitatem huius artis evidenter demonstrem, ab ipso primo quasi principio. Et primo axioma-

te

te otdior. Volunt igitur Astrologi, vt in ipso nativitatis momento septem Planetæ in quocumque tandem loco inveniantur ita in infantis corpusculum agant, primo vt taxent longitudinem vitæ mortis genus assignent, necessitatem inducant, naufragij tali tempore faciendi, vulneris excipiendi, talis morbi licet ex immoderata ingluvia, aut ex labore nimio, ardore Solis, aut quocumque alio accidenti contracti, & hoc non tantum pro vno, sed pro omnibus omnino hominibus qui nascuntur, nullúsque sit faustus, aut infaustus eventus, nullus ducat vxorem, aut cœlibatum colat, nullus fiat dives, aut ad paupertatem redigatur, nullus inimicos habeat, nisi pro vario planetarum aspectu, ita vt septem numero, totam hanc fortunatum diversitatem, eventuum casuum, prosperitatis & infortunij alternationem, tam variam, tam dissimilem, vt in duobus hominibus vix similis occurrat, id sine probatione, id sine ratione aut experimentis credi & indubitatum haberi volunt. Soli planetarum radij omnia præstant, vt opus non sit ad parentum vegetam naturam, aut debilem respicere. ad climatis benignitatem ad alimentorum conditionem, ad educationis formam, cæteraque huiusmodi attendere; sed ineluctabiliter ea omnia in planetis scripta & determinata esse, quis vnquam in animum inducat. argumentor enim.

Planetæ septem sunt causæ vniversales, quæ variis applicatæ subiectis varios effectus producunt: ergo ex Solis Planetarum aspectibus, & dispositione nihil determinatum prædici potest. maior est certa ex aliis effectibus ad quos constat concurrere Solem, aut Lunam, sic enim ad Solarea radios indurescit lutum cera colliquescit, variæ species arborum varios etiam producunt effectus. consequentia etiam patet. Iidem planetarum aspectus, diversis subiectis seu infantibus & diversimode affectis diversos effectus producere possunt. ita Solis calor corpusculi nimium frigus fovebit, è contra nimis calidum alterius infantis corpusculum exuret: ergo impossibile est vt ex Sole temporis momento quô quis nascitur, & data elevatione poli, prætermissis aliis circumstantiis aliquid circa vitam infantis possit determinari.

2. Debet esse aliqua proportio inter causam, & effectum illi tributum nulla autem apparet proportio, inter hanc planetarum dispositionem, & fortunam, aut pueri nascentis infortunium ideo enim magos detegimus, qui curandis morbis remedia omnino aliena, & improportionata adhibent. Sed nulla est proportio inter tam parum diversos aspectus & infinitos pœne casus, qui secundum varietatem hominum quibus cum versamur, aut agimus, variantur.

3. In vna vrbe Parisiensi singulis horis plurimi homines simul nascuntur, conditionis diversæ, quorum fortunæ, & vitæ casus sunt omnino diversi, hi tamen habent eumdem horoscopum, ergo ex eodem horoscopo nihil certi determinari potest. ad quod celebre est exemplum Esaü & Jacob quorum vitæ ratio fuit omnino dissimilis, cum tamen eodem pœne momentô in lucem editi sint. Vel enim quælibet parua mutatio in horoscopo tantam diversitatem inducit, vel curanda non est tanta præcisio: vtrumlibet admiseris arguitur vanitas Astrologiæ ergo vere vana est. Si enim necessaria non est tanta præcisio, cur qui eadem hora nascuntur, dissimiles tamen habent exitus, qui haud dubie ex horoscopo eodem prævideri non poterunt cum leges determinatæ sint. Si vero quælibet parua mutatio, totam seriem interturbat aliosq; exitus, & fata exhibet ergo vana est & impossibilis Astrologia. quis enim de temporis momento certus erit; anne singulis hominibus assident Astronomi, qui quadrante, aut Astrolabio alicuius syderis elevationem observent, quid si cœlum nubilum fuerit. Sed dentur etiam temporis momentum, si tam exacta requiritur præcisio, quæ tabulæ satis exactæ planetarum loca exhibebunt; cum hactenus nullæ concinnatæ sint, quæ non aliquando gradibus integris aberrarent. omitto infinitas alias aberrationes, ortas vel ex longitudinis ignorantia, vel ex elevatione poli male observata. certe veteres Chaldæi tantam præcisionem non curabant, nec ad gradus & minuta attendebant, sed tantum ad signum exoriens, tribuebant autem singulis signis duas horas, vt nempe supra horizontem attolleretur. contra quos facit prima instantia, de pluribus eodem tempore nascentibus.

Ad id quod opposui tempus nativitatis exactum nesciri, ita vt forsitan ex mille quibus Thema nativitatis erigunt, vix vnius aut alterius notatum fuerit exacte tempus; Respondent etiamsi ignoretur posse tamen cognosci duplici, aut triplici viâ primo per trutinam Hermetis, hâc nempe Regulâ. *In quo signo Luna fuerit tempore conceptus ipsum, aut eius oppositum fac horoscopum in partu.* tria hic reprehendere licet. primum quod ignoretur, etiam ab ipsis mulieribus tempus conceptûs ita vt si quæratur ab iis, à quonam mense gestent, vterum, vix vnquam sciant dicantque se tribus, aut quatuor mensibus. Secundò in quo signo Luna fuerit, non dicit gradum, egregiam porro præcisionem, quæ circa integrum signum versetur, nempe duarum horarum spatium. Tertio hoc signum, aut eius oppositum fac horoscopum, perplexitas scilicet 12 horarum,

Secunda Regula quam Animodar, aut Almuseli vocant, est Ptolemæi. qui imperat, vt pro Novilunio, aut plenilunio, proxime æstimatum tempus antecedente, observetur quis planeta, plura possideat fortitudinis testimonia, & quantum distet à loco in quo celebrata est illa coniunctio notetur item gradus in quo invenitur idem Planeta æstimato tempore partus, ad quod tempus erigatur Thema. respiciatúrque gradus horoscopi, aut medij cœli, cui enim propior fuerit planeta ita constituenda sunt omnia donec tantumdem distet ab eo planeta, quantum distabat à loco Plenilunij, aut novilunij. hæc regula omnino fallax est deprehensa.

Tertia methodus erit quasi à posteriori, nempe si aliquem eventum præcipuum nati assumas, & per regressum videas, an æstimato tẽpori congruat. Hæc tamen regula adhiberi non posset, nisi post aliquod tempus. secundo cum idem accidens possit ex pluribus Thematibus procedere, quamvis tota collectio respiciat hunc peculiarem horoscopum, esset semper expectandus finis vitæ.

Quare impossibile est moraliter vt habeatur tempus nativitatis exactum, nisi quis sit instructus instrumentis maioribus & fidelissimis. adde quod non potest simul Astrologus in duobus locis adesse, nempe parienti vt notet tempus, & in loco ad observationem idoneo.

Addo vlterius quod partus non est ita Instantaneus,

taneus, vt aliquando multo tempore non duret, ob difficultates varias quæ occurrunt, quare velint, nolint, latitudinem aliquam habere debet tale tempus, eaque contenti sint Astrologi necesse est.

Deinde quare potius omnia prognostica affixa erunt tempori nativitatis quam tempori conceptionis. natus enim tenerior est dum primo concipitur, quam dum in lucem editur, ergo multo capacior excipiendæ illius impressionis quæ ab Astris procedit.ergo potius tempus conceptionis fatale erit, quam tempus nativitatis. Quod est vsque adeo verum vt Ptolemæus asserat non adhibendam esse nativitatem, quam cum ignoratur tempus conceptionis. valde tamen diversum erit Thema conceptionis, & vlterius pergo, & quæro cur tempus nativitatis, ita fatale est, vt eam impressionem quam ab astris excipit natus, toto vitæ tempore conservet. Cur duabus, aut tribus horis antea, non agebant in natum anne quod clauderetur materno vtero. non possunt ergo influxus cœlestes, maternum vterum petvadere qui si intra cubiculum bene clausam continentur pariens, influxus cœlestes poterunt muros penetrare, & à mulieris vterum gestantis corpore arcebuntur. Anne quod natus in lucem editus, sit ad modum chalibis è fornace educti, qui si in frigidam immergatur, eam quam ab aqua temperaturam, & duritiem accipiet, semper conservabit, quæ omnia asseri quidem possunt, sed sine vlla ratione, aut vmbra probabilitatis.

Quod verò ex nativitate conceptionem, aut vicissim inferre volunt id aperte falsitatis evincitur, cum tempus quo gestant vterum mulieres non sit ita determinatum, vt septimo mense aliquando & post octavum mensem, iam soleant esse incertæ de die. adde extraordinarios partus, cum plurimi medici asserant ad vndecimum mensem protogari: immo referantur, nonnulla exempla mensis decimi quinti, & decimi octavi, & nonnunquam duorum annorum.

Constituto nativitatis momentò, aut ex observatione, aut aliquo ex recensitis modis, distributis in singulas domos Planetis. Aliquibus fixis, capite, & cauda draconis, quadtuplicem praxin habent vt tempus determinent quo singuli eventos accident nempe directionem, revolutionem, profectionem, annuam & transitum de quibus dicam infra.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Qui eundem habent Horoscopum eosdem eventus non habent.

Quamvis hoc argumentum iam supra attigerim, repeto tamen, vt totam suam vim obtineat. Si Astrologiæ placita vera essent,& humana omnia ita eū astris connecterentur vt eventus humani ab iis solis pēderent, nec esset opus ad alias causas sublunares attendere; quicumque eidem horoscopo subiacerent, eosdem eventus nancisceretur, idem vitæ genus, eandem fortunam cæteraque similia; nempe eodem tempore morerentur, æque divites, simul vxorem ducerent. Sed hoc est falsum. nam in quacúmque vrbe paulo ampliori,

eoaem tempore plures homines nascuntur, nullaque est hora in qua non nascantur nonnunquam 20.30 pueri; quorum alij moriuntur, alij sunt vitales: sed hi habent eundem horoscopum, nempe eodem tempore, in eadem poli elevatione; ergo idem horoscopus diversos eventus significat.

Probanda esset minor inductione: vidi ego duos gemellos, quorum vnus superstes, alter verò aquis mersus. celebre est exemplum iam supra ex scriptura relatum Jacobi,& Esaü, quorum studia, Indoles, exitus vitæ, omnino diversa fuere.

Celebre item est exemplum à S.Augustino relatū de Firmino eius Amico qui ex Patre Astrologo natus erat. hic præcise in lucem editus fuerat eodem tempore, & momento, quo filius Ancillæ cuiusdam, alterius Astrologi: ita vt nullam in horoscopis diversitatem invenerint hi duo Astrologi. Firminus tamen vitam honoratam duxit, natalibusque suis, & familiæ conformem.

Filius Ancillæ qualem decebat servum, qui labore manuum in multis ærumnis vitam agebat obscuram. Ergo aliæ in subsidium advocandæ sunt caosæ; quod si semel admittatur tota ruit Astrologia, tot enim occurrent, vt captum mentis humanæ superent.

Inter gemellos dissimiles Romulum & Remum referam, quorum exitus dissimiles fuerunt.

Duos alios refert Cicero Proclum,& Eurysthenen Lacedomonios, eodem tempore natos, non eodem tamen anno mortuos. Eurysthenes fuit rebus gestis celeberrimus. Proclus vixit inglorius,

Duos refert S.Aug. quorum vnus in re militari sibi nomen fecerat alter inglorius, vnus plurimam habuit prolem, alter cœlibatum coluit.

Habui & ego duos gemellos in discipulos, quorum ingenia non erant æqualia.

Duas gemellas vidi in vita & moribus dispares.

Respondent tam breve tempus, quod intercedit inter, vtriusque gemelli nativitatem posse hanc diversitatem inducere quæ responsio totam Astrologiam evertit. Si enim ad tantam præcisionem descendendum est vt quælibet in tempore diversitas, omnia evertat, cum impetus nativitatis vulgari more æstimetur, immo si Astrolabio communi observetur elevatio stellæ cuiuspiam, certe semper alicuius minuti error timebitur, nempe inter nativitatem duorum gemellorum plerúmque vnius minuti intervallum non intercedit, vt de Jacob dicitur, qoi plantam fratris sui tenebat. Adde quod etiam nativitas vnius gemelli, fratris nativitatem præcedit, non tamen conceptio. quæ simul fit, vt censent medici.

Alia multa dici possent quibus brevitatis gratia supersedeo.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Iidem eventus ex diversis horoscopis.

Hoc argumentum potentissimum est, & à Sexto Empirico in Astrologos contorquetur: refertur autem à P. Debilly in suo tractatu contra eos.

Referuntur clades communes alicui genti, aut exercitui, vt v.g in pugna Marathonica tot barbari internecione sunt deleti. Pariter in Gallia à Catolo Martello mauri, in agro Narbonensi

 maurorum

maurorum exercitus integer nullo ſuperſtite deletus eſt. Eſtne credibile omnes mauros eumdem habuiſſe horoſcopum, qui mortem eandem & ſimul eu præſagiret. Idem dicendum de Græcis, ab excidio Troiano redeuntibus, quorum plerique, in Euripo Eubœæ inſulæ perierunt. Idem ratiocinium omnibus cladibus communibus applicandum eſt. non omnes eodem temporis momento, nati ſunt nec in eodem loco, ergo horoſcopum eumdem non habent, idem tamen eventus ſequitur, idem genus mortis.

Hoc tamen argumentum ſi nihil illi addatur non convincet, poteſt enim fieri, vt idem particularis eventus ex diverſis horoſcopis oriatur, quâvis aggregatum omnium eventuum peculiarem, & determinatam aſpectuum determinationem reſpiciat. Vrgeo tamen vlterius, cum in Aſtrologiæ placitis, pauci ſint ſyderum aſpectus, qui mortem in bello ſignificent, volunt enim eum qoi natus eſt ſub aculeo ſagittæ, in bello moriturum, qui ſub ſitula aquaria, naufragio periturum, nunquam perſuadebunt, omnes eos qui eodẽ die in pugna mortui ſunt, natos eſſe ſub aculeo ſagittæ, aut qui in Euripo ſubmerſi ſunt, aut in diluvio vniverſali, ſub aquario.

Huic argumento reſpondere non poſſunt Aſtrologi. ideóque recurrunt ad alia diverticula, & ad coniunctiones magnas, aut certas revolutiones de huiuſmodi coniunctionibus magnis planetarum, dixi iam & quam fallaces ſint, & in exemplo oſtendimus, quantum ab iis timendum ſit. Secundo hæ coniunctiones, aut revolutiones nihil detrahere debent de peculiaribus horoſcopis: ſi enim in puncto nativitatis ſua fata recipit natus, quidquid poſtea accidet, & quæcumque revolutio aut aſtrorũ combinatio nihil illi nocebit, ſi enim ſemel admittatur, non tantum tempus nativitatis, ſed etiam generales aliquas cauſas influere, & ſpectandas eſſe, vt pote quæ totam horoſcoporum particularium ſeriem, & texturam interrumpant, iam redditur chimerica, & impoſſibilis Aſtrologia.

Confirmatur hæc tota propoſitio, nempe quod ex diverſis horoſcopis iidem eventus oriantur. Luculentum eſt exemplum à Gaſſendo relatum, de horoſcopo Lutheri, à Cardano, & Gaurico, peritiſſimis Aſtrologis, & acerrimis Aſtrologiæ defenſoribus, qui eoſdem eventus, eademque fata invenerunt, licet in cœli diſpoſitione, & tempore non conveniant, & anno vno diſcrepent.

Ex quibus videas quam facile in omnem ſenſum, & eventum accommodari poſſit tota hæc horoſcoporum doctrina, tot enim continet præcepta tam diverſa inter ſe, & tam pognantia, vt quidquid volueris, ſis eliciturus nempe idẽ ex diverſis.

PROPOSITIO X.

Theorema.

De Vanitate directionis, revolutionis, profectionis, & tranſitus.

Directio verſatur inter duo puncta Zodiaci, ſive in iis ſint planetæ, ſive non, ſed ſint puncta eiuſdem Zodiaci quæ verſantur in cuſpidibus vt horoſcopus, & medium cœli, quorum vnum ſignificator dicitur, alter promiſſor.

Intelligitur autem ſignificator, progredi, & accedere ad promiſſorem; ita vt dum eum attigerit tunc eventus ſignificatus accidat.

Directio igitur eſt arcus æquatoris inter ſignificatorem & promiſſorem interceptus, qui in directione directa numeratur in conſequentia, nempe pro Apheta, horoſcopo, & medio cœli, vel in antecedentia in directione converſa, vt pro parte fortunæ, aut Planeta retrogrado. promiſſor ſingulis annis vnum gradum perficit, ſingulis menſibus minuta 5. ſingulis diebus ſecunda 10. &c.

Sol dirigitur pro ſtatu vitæ, & dignitatibus; Luna pro animi affectionibus, Horoſcopus, ſeu punctum Zodiaci oriens pro valetudine, & peregrinatione, medium cœli pro amicis. Inter huiuſmodi promiſſores præcipuum locum obtinet Dominus Vitæ, Emiſſor; dirigitur ad interfectorem, nempe ad corpus Saturni, aut Martis. hic emiſſor, ſeu Dominus Vitæ, erit aut Planeta qui plures dignitates habet; præſertim Sol in diurna genitura. Luna in nocturna, vel planeta qui fuerit in locis Helogialibus, nempe aut in horoſcopo, in decima, vndecima, nona domo. Vel ipſemet gradus Zodiaci, qui eſt horoſcopus. nempe quot gradibus hic emiſſor diſtabit à Saturno, aut Marte, tot annorum erit vita.

Revolutio, eſt novi Thematis erectio pro eo tempore, quô poſt vnum aut plures annos Sol ad eumdem gradum Zodiaci redierit, quem obtinebat tempore Nativitatis, comparant enim novum hoc Thema, cum radice, vt indicent de fœlicitate, aut infœlicitate anni inchoantis, nempe ſi horoſcopus revolutionis reſpexerit benigno aſpectu horoſcopum radicis, fauſtitatem indicabit, ſi planetæ in revolutione contrario modo ſe habeant, ac in radice, ingens periculum erit. Si Luna in revolutione pervenerit ad locum quem in radice obtinebat Saturnus, natus vetulam vxorem ducet.

Profectio eſt progreſſus quô cuſpides domorũ, cæteraque loca inſigniora Thematis, ſeu genituræ, progredi intelliguntur in Zodiaco ſingulis annis per 30 gradus. atque ita intra 12. annos totus Zodiacus percurritur. & rurſus incipit progreſſus: hæc igitur loca quæ progredi intelliguntur ſemper referuntur ad radicem, ſeu locum quem habebant in nativitate, ita vt prout variis aſpectibus eum reſpexerint, fauſtos & infauſtos annos efficiant. ſic quarto anno ineunte horoſcopus ad quartam domum pervenire intelligitur, & quia quarta domus reſpicit horoſcopum aſpectu quadrato, & reſpicit medium cœli oppoſito, qui ambo aſpectus infauſti ſunt, ideo quartus annus infauſtus eſt. ſicut & ſeptimus, quia tunc punctum horoſcopi cenſetur perveniſſe ad ſeptimam domum, quæ horoſcopum reſpicit oppoſite, & medium cœli quadrate. Ex quibus oriuntur anni climaterici. primo ſeptennio dominatur Luna, ſecundo Mercurius, tertio Venus, & ita deinceps: exinde oriuntur χρονοκράτορες ſeu Afridarij qui aliquo ſeptennio dominatum exercent: vt dicemus adhuc infra.

Tranſitus eſt cum Planeta motu ſuo proprio loca genituræ pertranſit; ſic Luna intra menſem integrum locum pertranſit in quo fuit Saturnus, Mars, Sol, cæterique Planetæ. ad hos tranſitus reſpiciunt quando conſtat de anno, & menſe quo contingere debet aliquis effectus, incertus tamen eſt dies, ſi bonus ſit effectus expectant aliquem huiuſmodi tranſitum per loca fauſta, ſi infauſtus per infauſta.

Omnia hic reprehendere licet ita ſunt ſine ratione dicta, & ita parum ad ſenſum communem accommo

accommodata, vt ne vmbram quidem verisimilitudinis habeant.

Incipiamus à directione volunt significatorem esse mobilem, promissorem immobilem. quare non ambo progredientur; secundo cur intra annum per vnum tantum gradum progrediatur, non per duos, aut tres. Cum hominum vita alias esset longior quam modò, an quod tardius tunc progrederentur significatores, nonne aliquando vnus ab alio distabit per trinum aspectum, trinus autem aspectus est 120. graduum anne propterea aliquis ad 120. annos vitam protogabit. Addo quod non detur regula certa, vt significator ad talem promissorem, potiùs quam alium dirigatur cum tamen sit res maximi momenti. aliquando enim accidit vt 3 aut 4 planetæ in eadem domo inveniantur, qui multa significent, cum nulla detur regula certa ad eligendum promissorem de tempore quô hæc accident nihil statui poterit. Addo quod dum talis effectus accidet, non erit amplius hæc cœli dispositio, ergo agere non poterit, sed corrigetur aut mutabitur effectus in alium.

Secundo intelligi non potest quod Planeta ipso nativitatis momento, ita imprimat loco in quo fuit tempore nativitatis, aliquam malignitatem, vt quoties alius planeta eidem loco insistet, eandem contrahat malignitatem. neque enim Planetæ sunt in ipso Zodiaco, sed sunt vt communis fert opinio in cœlo fluido partem tantum Zodiaci nobis tegunt: sea ea eo non sequitur quod Planeta eandem postea partem occultans similes qualitates participet.

Secundo quod magis incredibile est. hæc pars Zodiaci malignitatem habuerit respectivam tantum ad hunc natum, quæ habet faustitatem respectu alterius. ita vt tot sint malignitates,& faustitates in eodem puncto perseverantes quot sunt homines in mundo. quæro autem quænam sit hæc qualitas. Addo huiusmodi faustitates, aut malignitates, certo tantum & determinato eaerant. Idem dicendum de revolutione, multaque addo peculiaria. primò in revolutione debet Sol attingere idem punctum Zodiaci in quo erat tempore nativitatis, cur revolutio non exigitur ad alios planetas, aut ad alia loca fortunatum, aut infortuniorum in quibus maiorem esse vim ad decernendum existimant.

Secundo quid potest esse commune illi puncto quod exoritur nativitatis tempore cum eo quod caoritur tempore revolutionis, vt ex mutuo aspectu, bono, vel malo fata nati dependeant. præcipue cum ista puncta Zodiaci nihil sint reale, sed tantum per designationem atque adeo nullo modo sint activa; sed tantum planetæ provt in iis sunt diversum habent in certam telluris partem effectum, eò quòd radiò magis, aut minus perpendiculari respiciant. cætera quæ comminiscuntur quasi vna pars Zodiaci in aliam ageret, sunt meræ nugæ, & cum bona philosophia subsistere non possunt.

Perfectio annua non minus absona videtur, ludunt quippe ista domicilia, sibique invicem succedunt. quæro ergo cur tanta in profectione velocitas, vt intra annum triginta gradus præcise absolvantur, in directione vnicus tantum afferatur aliqua observatio, quæ id suadeat.

Alfridariorum item commentum subsistere quomodo potest. quis enim sanciuit legem vt per septennium tantum quilibet Planeta obtineret magistratum, Tum magistraturam deponeret: & quod inintelligibile mihi videtur. Idem Planeta eodem tempore respectu vnius nati est Alfridarias, respectu alterius non item debet igitur quilibet Planeta habere catalogum penes se omnium nativitatum, vt sciat se fungi eo munere respectu talis hominis, respectu alterius eaactum esse septennium, nec posse amplius suas influentias sine piaculo illi impertiri. nonne hæc discretio superat vim causæ necessariæ. puto & in tanta hominum multitudine superare vim angelicæ mentis. Neque vero in hac Alfridariorum distributione, antiqui cum recentioribus Astrologis conveniunt Ptolemæus enim singulis planetis non integrum assignat septennium. sed Lunæ annos 4. Mercurio 10. Veneri 8. Soli 19. Marti 15. Iovi 12. Firmicus aliam rationem init primam decennium cum mensibus novem Soli tribuit & alia huiusmodi, quis hanc litem dirimet, & ex quibus principiis id determinare poterimus. caput & cauda draconis aliquos annos habent.

In nativitate diurna incipit Sol per 10 annos. Succedit Venus per 8. Mercurius tredecim, Luna 9. Saturnus vndecim, Iupiter 12. Mars 7. caput draconis tres, cauda 2. In nstivitate nocturna incipit Luna tum Saturnus, Iupiter & Mars, Sol Venus Mercurius Luna.

Transitus item non minus absonus videtur, debet enim planeta recordari omnium locorum aliorum planetarum, vt dum ad hoc pervenerit, illo potius genere actionis in talem determinatum hominem, & nullo modo in alios influat, quæ mens in tanta hominum multitudine. hæc omnia posset extricare: hanc tamen vim conceduut substantiis inanimatis,& ratione carentibus, & ad vnum genus actionis determinatis: quæ diversos effectus habere non possunt, nisi vel ex coniunctione cum aliis agentibus, vel ex subiecti capacitate.

Perstringo breviter cæteras prædictiones, quæ ita levibus fundamentis nituntur vt recensere pudeat. Venus & Luna, quia sunt planetæ fœminei semper aliquid ad mulierem spectans decernunt. Pariter significator domus septimæ semper aliquid circa vxorem decernit. ita volunt à syderibus determinari an aliquis sit futurus cœlebs, an ducturus vxorem, an deformem pulchram, pudicam vel contra. vnam ne an multiplicem, in patria an extra patriam, quæ omnia cum sint in libera hominis potestate, nefandum, impium & sacrilegum asserere à syderibus peti. Firmicus librum integrum habet, vt genituram eorum explicet qui nascuntur Gemini, qui sunt causidici, medici illiterati, homicidæ. Eos nempe rideas, cum enim agricultura & nautica ad certas actiones; observandas esse Lunæ phases, videant hi ad omnes omnino actiones traducunt, vt si pharmacum ægre propines sub Ariete, Tauro & Capro, excitabitur nausea eo quod sint signa ruminantia. navem ne mari committe Marte medium cœli obtinente qui cum bellis præsit, navim pyratis objiciet, vestem novam ne induas nisi ascendat mobile signum, ne vestis, diutius, perduret quam tu. Sed ad alia Astrologiæ placita descendamus.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

De capite & cauda Draconis.

Caput & caudam Draconis inter præcipuas eventuum causas recensent Astrologi: & sub his nominibus imperitæ multitudini timorem incutiunt, quasi à capite & cauda Draconis, eæ timendæ essent strages, quas à veris Draconibus importari cecinerunt Poëtæ: cum tamen eæ voces sint attributæ intersectionibus orbitarum Solis, & Lunæ, Sol enim & Luna in diversis planis per terræ centrum transeuntibus moventur quorum planorum communes intersectiones caput, & cauda à Draconis apellare placuit, metaphora ductâ à Draconibus qui circa ventrem sunt turgidiores, ad caput & caudam graciliores. in his intersectionibus accidunt Eclypses, vt explicuimus in Astronomia. constat ergo caput & caudam Draconis prout ab Astrologis intelliguntur distingui ab Asterismo Draconis. Volunt ergo quod si caput Draconis inveniatur in prima domo seu horoscopo indicetur dominatio, si cauda in eadem indicetur infortunium & in particulari vulnus in oculo.

In secunda domo caput Draconis augmentum divitiarum pollicetur, & cauda pauperiem.

In tertia caput veritatem somniorum, fratresque honoratos concedit, cauda contrarium.

In quarta caput amplum patrimonium,& hæreditatem, cauda imminutionem patrimonij, efficit.

In quinta domo caput prolem amplam & fœlicem, cauda vero mortem filiorum & eorundem infortunium promittit.

In sexta caput significat vires, sanitatem, fruges, pecora, famulorumque fedulum & fidele obsequium: cauda contrarium.

In septima caput concordiam coniugum, cauda divortium inducit.

In octava caput vitam honoratam concedit, cauda turpem & infamem mortem infert.

In nona caput fidelitatis nota est, cauda perfidiæ.

In decima caput faustitatem, oppressionem alicuius potentis,cauda itinera inutilia.

In vndecima tam caput, quam cauda laborem indicat.

In duodecima caput amicos, cauda hostes.

Deinde caput draconis cum bonis planetis hominem frugi, cum malis vitiosum reddit. E contra cauda cum bonis planetis coniuncta vitium significat cum malis virtutem.

Multa hic reprehendere licet. primò quod hæc non cohæreant. si enim caput draconis est in prima domo & dominatum indicat,tunc cauda illi opposita erit in septima, ergo idem qui dominabitur, cum vxore divortium faciet. pariter qui in secunda domo caput draconis habebit augebit divitias, & quia necessario cauda erit in octava, turpem mortem patietur. confer domos oppositas deprehendesque istorum omnium inconsequentiam.

Secundò cur caput & cauda draconis orbitarum Solis ,& Lunæ aliquid operabuntur caput & cauda orbitarum Solis & cæterorum planetarum, quorum etiam circuli ad Eclypticam inclinantur,nihil omnino efficient. orbita Saturni inclinatur gr. $2\frac{1}{2}$. Iovis 20. min. Martis vnius gradus cum 50 min Veneris gr. $3\frac{1}{3}$. Mercurij gr. 5. min 40.

Tertiò huiusmodi intersectiones non sunt astra, activa quæ aliquid operentur, aut habeant ex se aliquem influxum, præcipue cum tantum sint aliquid per designationem. vel enim hæ intersectiones sumuntur in ipso cœlo Solis,aut Lunæ,vel in firmamento,sed in ipso cœlo Solis,& Lunæ nihil sunt nisi purum spatium, præcipue si cœlum planetiferum sit fluidum: in cœlo stellifero non sunt vnum idemque punctum cum, moveantur hæc puncta in antecedentia per tria circiter minuta in singulos dies.

Quartò afferant rationem quare Venter draconis, seu limites cæteraque eorum circulorum puncta nihil omnino efficiant, solæ intersectiones sint activæ. cur caput fœlicitatem potius indicet, quam cauda, cum in draconibus caput sit potius timendum, quam cauda.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

De Parte fortunæ.

Pars fortunæ quam scilicet Astrologi, tanti momenti existimant, aliquid etiam est per designationem,nec maiorem vim habere potest, quam caput & cauda draconis. vocant autem partem fortunæ, punctum Eclypticæ tot gradibus distans a gradu ascendente, quot Luna distat à Sole quare si subtrahas locum Solis, à loco Lunæ, habebis arcum interceptum inter Solem & Lunam, hunc arcum addes gradui Eclypticæ orienti, & habebis partem fortunæ. quæ in diversis domibus diversa significat.

In prima negotiorum prosperum eventum,fortunam,in ludo, in contractibus: dignitatem insignem pollicetur.

In secunda eadem minus perfecte.

In tertia optimum esse in claustrum ingredi, minora itinera aggredi, cum fratribus sororibus, & cognatis agere.

In quarta thesauros, prospetos eventus in emptione fundorum.

In quinta fœliciter agendum esse cum filiis.

In sexta fœlicia omnia circa servos, ancillas, pecora.

In septima fortunatum coniugium.

In octava bonorum iacturam, mortem accelératam infortunatum coniugium.

In nona longinquas peregrinationes & fœlices.

In decima agendum fœliciter cum magnatibus, & principibus.

In 11. Eadem sed minus perfecte.

In 12. Fœlicitatem circa campestria.

Primò dicant Astrologi cur potius distantia Lunæ à Sole,quam distantia Ueneris à Sole, aut à Luna,aut alio quocumque planeta, hanc partem fortunæ determinent. Cur hanc potius æqualitatem distantiæ,quam proportionalem aliquam.

Secundò hæc pars fortunæ non est sydus, neo quod hoc modo designetur potest illi tribuere vllam virtutem præ cæteris gradibus Zodiaci. quid

quid enim facere potest distantia Lonæ à Sole, vt hæc pars fortunæ distet à puncto Zodiaci ascendente: aferant vel vmbram rationis alicuius potioris, possem enim similiter quemcúmque alium gradum Zodiaci assumere. quare vt hæc omnia grat.s fingontur ita & gratis rejicienda & neganda sunt.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Significatio signorum Zodiaci.

Aries indicat bominem supsrbnm, Lasciuum, avarum, gulosum, inconstaotem præcipitem. In corpore cincinnatam cæsariem, collum oblongum, crura brevia, colorem fuscum:eius Dominium in caput exteoditur.

Taurus taciturnum iudicar, novatorem, salacem, temerarium, ventri deditum, pacis publice perturbatorem. Elatam frontem, oculos magnos, colli amplitudinem collo & gutturi dominatur.

Gemioi ingeniosum, scientiarum & artiom cupidum mobilem, Musicæ tebúsque honestis addictum, corporis proportionem debitam. staturam mediocrem, renum debiliratem, significant, Dominantur humeris, brachiis & manibus.

Cancer inconstantem & metcaturæ addictum facit. vocem graciliorem capillitium nigrum, latos humeros, obœsum ventrem, paruos oculos. imperat pectori cordi. pulmonibus.

Leo crudelem iracundum, & fortem, efficit, avarum item. & rapacem imperij cupidum staturaio proceram, magnum stomachum, vocem acutam colorem citreum. Dominætur cordi, dorso & costis.

Virgo pudicom & honestum reddit, rerum divinarum cupidum. agriculturæ artibusque liberalibus dedirum staturam medioctem, membrotum proportionem, diaphragmati, & venti impetar.

Libra iustum, & studiosum reddit, pulchritodinem, & membrorum proportionem addit, colorem album. vmbilico partibusque inferioribus. imperat.

Scorpius contentiosum, vehementem, cavillatotem, proditorem, bellicosum Architecturæ deditum indicat, oculos paruos, faciem medicam, cæsariem multam, oblonga crura. femoribus, & vesicæ impetat.

Arcitenens Indolem facilem efficit, pacificum, cautum, gloriæ cupidum, debilem, pallidum, cæsariem longam: femoribus dominstur.

Caper bellicosum significat. & partibos anterioribus, bellum terrestre, posterioribus maritimum. statutam paruam, faciem oblongiorem, crora gracilia, vocem mediocrem. In genua dominatum exercet.

Aquarius ad Justitiam, fidelitatem, castitatem, misericordiam, amorem solritudinis inducit vocem canoram, improportionata membra iodicat, cruribus & talo imperat.

Pisces inconstantem, infidelem, gulæ deditum, criticum, cavillatorem reddunt, oculos rotundos, faciem longam, colorem album, pedibus imperaot.

Quæro 1, ab Astrologis an hæc omnia intelligantur de Astetismis, seu de constellationibos, an vero de signis primi mobilis. Aries enito constellatio, quæ cum primo signo Zodiaci incipiendo à sectione verna, trecentis circiter annia ante Christum congtoebat; in secundum signum commigravit peto ergo an primum signum Zodiaci in quo etat Aries, eosdem modò influxus habeat quos habebat, dum Arietem constellationem complectebatur: si habet eusdem certe inutiles sunt in cœlo stellæ, quarum mutatio, nullam tamen influxibus mutationem efficit. si alios habet in influxus, cur istos indiscrimioatim, & pro omni tempore illi assignant.

Quis hanc litem dirimet, si enim vt volunt ab experientia nata est hæc Astrologia, cur non experiuotur modo Astrologi cui signo constellationive, an signo primi mobilis hæ proprietates conveniant. Iunctinus Astrologiæ acerrimus defensor, hoc se nodo expedire non potuit, fassusqoe est non tanrum in hoc particulari articulo, sed in aliis omnibus fuisse impossibile, tot rerum, & tam diversarum experientias sumere, præcipue cum iidem aspectus non nisi post longum tempus recurrant, ideóque cogitur admittere has scientias à Deo iofusas esse Adamo. non tamen soloitur difficultas quæro enim an Astrologia quæ Adamo infusa est, & quæ posteris deinde est transmissa, ei cœli dispositioni quæ etat tempore Adami fuetit accommodata, an quæ postea futora, si primum nobis est inutilis si secundum ipsum Adamum fallebat.

Præter ea quæ de Alfridiariorum dominatu diximus, alia item circa dominatum planetarum proferunt. Volunt igitur vbi fœtus est animatus Saturnum per vnum mensem in illum dominatum exercere, exinde Jovem, Martem, tum Solem, Venetem, Mercurium, & Lunam. & rursus Saturnum imperate. comminiscuntur item rationes aliquas, cur id suadeant. Primò enim vt volunt Saturnus frigore, & siccitate partea omnes fœtus adunat.

Iupiter secundô meuse, tepido calore eas auget. Mars calore suo, & siccitate eas extendit. quatto mense Solis calor eas amplificat. & ita consequenter Luna medullas perficit. vnde volunt quòd si nascatur septimo meose, eum iam perfectus fuetit, ab omnibus scilicet planetis vitalis erit octavo tamen mense quia Saturnus inimicus vitæ, & salotis dominatum exercet, si resistere non possit, succumbet: si possit resistere Jupiter amicus vitæ hæc omnia damua sarciet. quate si nascatur nono vitalis erit. Longe tamen aliam afferunt rationem medici, oempe quod cum fœtus septimo mense egredi conatus sit, si idem tentet octavo viribus destituitur. Alios item Planetarum effectus proferunt.

Saturous in gradu masculino hominem reddit taciturnum, Austerum laboriosum Avarum, Zelotypum suisqoe rationibus addictum. In gradibus fœmininis, despicabilem timidum, querulum, tristem, malitiosom, suspicacem, detractorem, superstitiosum.

Pariter Saturnus Sole orientalior corpus Humidum frigidum, cæsariem promissam coloris rufi, staturam modioerem. si occidentalior siccum, macilentum paruum, & his morbis obooxium lepræ, podagræ, phthysiæ, hydropisi, reddit.

Iupiter in gradibus masculinis fortu natum, Iustum honestum, religiosum affabilem, prudentem,

dentem. In gradibus fœmininis idem, sed imperfectiùs efficit redditque superstitiosum, si fuerit orientalis calorem, humiditatem, producit, album reddit staturam mediocrem, modicam cæsariem. mentum bifurcatum. Occidentalis calvitiem efficit pellem caodidam, morbi sunt pleuresis, Apoplexia, cordis palpitatio, hemictania.

Mars in masculinis gradibus generosum, promptum, iracundum temerarium, iactatorem, Veneri & aleæ addictum. In gradibus fœmineis crudelem furem, impudentem impium furiosum.

Si Orientalior Sole fuerit corpus reddit calidum, siccum, staturæ proceræ si Occidentalior siccum, rubeum, staturam mediocrem, oculos parvos, sicut & caput, eum nota in vultu, dentes longiores, &c. morbos hos inducit febrin pestem, morbum ictericum, fistulosum vulnus, apoplexiam, dissenteriam, Epilepsiam.

Sol Justitiam significat, iram, vendictam ambitionem corpus verò pulchrum, mediocre bonæ complexionis, vocem inconcinnam.

Venus in masculinis gradibus liberalem, mitem, hilarem, efficit. in fœmineis mulierosum pusillanimum Occidentalis staturam mediocrem, orientalis nasum oblongum, cincinnatam cæsariem, pectus Augustum, pellem albam, staturam altiorem morbos inducit scabiem, debilitatem stomachi, diarrhæam.

Mercurius in gradibus masculeis, ingeniosum astutum, eloquentem, studiis debitum; iuventutem. In fœmineis inconstantem, malitiosum, proditorem, mendacem, infamem multiloquum Orientalis corpus calidum robustum, pallidum, staturæ medioeris longiorum crurum, modicâ cæsarie. Occidentalis humidum, macilentum, magno naso, promissâ barbâ. voce acutâ. morbos, phrenesin, tussim, Melancholism Epilepsiam, vomque sensuum adimit, aut balbum reddit.

Luna reddit inconstantem, vagum, novatorem, stultum, ignavum, dum à Sole recedit Humidum facit corpus, staturam humilem, oculos nigros, morbos inducit colicam Epilepsiam paralysin, abscessus.

Vt de his omnibus aliquid dicamus.

Primo si Saturnus primo & octavo mense præsider, cum mulieres quolibet mense pariant, & concipiant, quôlibet mense Saturnus dominabitur, & quolibet, quilibet alius planeta. impossibilis igitur est, hæc in agentibus necessariis actio per vices. deinde cur hic ordo, & non alius quilibet. videretur enim Luna quæ terris vicinior prima dominatum sibi vendicare. Adde quod tanta effectuum diversitas. infinitas requireret observationes, & experientias, quales nullus mortalium facere potuisset, etiamsi ab initio mundi, ad hodiernam vsque diem, in horoscopis concinnandis fuisset. præcipue in tanta motuum diversitate qui nooquam fere eosdem exhibent aspectus. addo plerosque morbos eidem planetæ attributos esse contrarios, nec ab eadem causa produci posse.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

De Significatore vitæ seu Hyleth.

Significatorem vitæ, quem voce Arabica Hylech significant, its communiter determinant, & seligunt Astrologi. sunt autem quinque quæ in quæstionem cadunt, seu de quibus potest esse aliquod dubium, nempe quodnam ex illis in significatorem vitæ seligendum sit. nempe Sol, Luna, syzygia, pars fortunæ, & gradus horoscopi quem Animodar nominavere. Si diurna fuit nativitas. Primò considerandus est Sol, qui si fuerit non pluribus, quam quinque gradibus ab horoscopo distans vel in ipso horoscopo vel si fuerit in decima, vel vndecima domo, significator renunciabitur, erit item significator in octava, & nona domo modò in signis masculinis inveniatur in aliis casibus significator non erit.

Postquam reiectus fuerit Sol, hoc est si nullas ex recensitis conditionibus habuerit, ad Lunam recurrendum erit, nempe si fuerit in horoscopo vel in secunda, tertia, septima aut octava domo. si in nulla horum inveniatur, si fuerit in quinto gradu ante horoscopum, in decima, qoiota aut quarta domo, & in signo fœminino.

Si nativitas esset nocturna, operandum esset, eô modò, præferenda tamen esset Luna Soli, nempe si esset quinque gradibus ante vel post horoscopum & sic de aliis conditionibus.

Si Sol & Luna seligi non possunt in significatores vitæ seu Hylech syzygia examinanda est, est autem syzygia coniunctio, vel oppositio Lunæ cum Sole, quæ fuit proxime ante nativitatem. Si coniunctio processit nativitatem examinandus est gradus in quo contigit coniunctio, nempe si inveniatur in aliquo angulo seu Cardine, vel in domibus subsequentibus, seligetur coniunctio in Hylech, si in aliis locis contigit coniunctio, recurrendum erit ad partem fortunæ, si enim fuerit in Cardine aliquo, aut domo succedente ipsa pars fortunæ erit Hylech. si hæc omnia non inveniantur, recurrendum erit ad horoscopum, Idem considerandum est circa oppositionem, si nempe præcessit nativitatem.

Multa hic arguere possemus; primò quidem quæro cur quinque potius seligi possint in Hylech, quam sex quare tam benè punctum culminans non possit tam bene in significatorem eligi; quàm horoscopus, cur alij planetæ, præcipue verò benefici in Hylech seligi non possent, cur hæc syzygia seligitur. Cur hic potius ordo observatur, quam alius quilibet.

Distributio pariter signorum in signa masculina, & fœminina, est prorsus arbitraria, caretque fundamento, nempe quod Aries sit signum masculinum Taurus fœmininum, Gemini masculinum, Cancer fœmininum, & ita alternatim masculina influunt, in masculorum generationem, fœminina in fœminarum quæ sunt gratis conficta.

PROP.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

De Deſinitore Vitæ.

Definitorem vitæ communiter Alcohoden nominant Aſtrologi, huncque ita inveniunt : ſeligunt Planetam qui plura habet fortitudinis momenta ratione domicilij, exaltationis, triplicitatis, termini, modò tamen reſpiciat prius inventum Hylech, aliquo aſpectu. Si enim nullo aſpectu, ad eum referatur, ſeligendus eſt alius Planeta, qui proxime plura fortitudinis momenta obtineat. Exinde videndum eſt an definitor inveniatur in domo angulari, aut ſubſequente, aut in eadente. nam ſecundum huiuſmodi domos plures, aut pauciores annos vitæ tribuet.

Saturnus in domo angulari concedit annos 57. in ſuccedentes 43½. in cadente 30.

Iupiter in angulari 79. in ſuccedente 45½. in cadente 12.

Mars in angulari 66. in ſubſequente 40½. in cadente 15.

Sol in angulari 120. in ſuccedente 65½. in cadente 19.

Venus in angulari 82. in ſuccedente 45. in cadente 8.

Mercurius in angulari 86. in ſubſequente 48. in cadente 20.

Luna dat in angulari 108. in ſuccedente 66½. in cadente 15.

Si harum omnium regularum exquirantur rationes, nullæ proferuntur; ſed nec proferri poſſunt, cum nullæ ſint: nec vllæ convenientiæ, ſed leges ſint ad arbitrium poſitæ. ſingulas partes perſequerer & expenderem ſingillatim, ſi aliquid exprimendum cenſerem.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

De Variis graduum diviſionibus.

Præter ſigna maſculina & fœminina, de quibus ſupra, gradus Zodiaci in lucidos, tenebroſos, & vacuos diſtinguunt. nam tres primi Arietis gradus ſunt tenebroſi, quinque ſequentes ſunt lucidi, octo ſequentes ſunt tenebroſi, quatuor exinde lucidi, ſequuntur 4 vacui. Decem primi Leonis ſunt luminoſi, tum decem conſequentes fumoſi, ſequuntur quinque vacui. Alij item gradus corpus debilitant quos Azemen vocant. eò quòd hæc vox ſurditatem, cœcitatem aut mutilationem ſignificet. ſi igitur Luna ſit horoſcopus in huiuſmodi gradibus, tales effectus in nato indicabit. ſic ſextus, ſeptimus, octavus decimus Tauri, decimus nonus, & vigeſimus Scorpij. Dantur & gradus roborantes vt nonus Arietis, vndecimus Geminorum, decimus tertius, & vigeſimus Piſcium.

Dantur & putei, ſeu gradus Zodiaci in quibus Planetæ ſerientur omnique influxu careant. tales ſunt ſextus Arietis, vndecimus, decimus ſextus; vigeſimus tertius, & vigeſimus nonus. Primus libræ, ſeptimus, vigeſimus, trigeſimus.

Dantur & horæ fœlices, & infœlices, quibus inchoare, negotium ſit nefas. aggregatum horarum fortunatarum vocant Albuten vel Albuzie. 12. primæ horæ quæ coniunctionem Solis, & Lunæ ſequuntur Soli tribuuntur, quatuor primæ ſequuntur naturam primi Domini triplicitatis illius loci in quo Sol verſatur: ſequentes quatuor ſequuntur pariter naturam ſecundi Domini triplicitatis eiuſdem. ſit idem Iudicium de quatuor vltimis. ſequentes 12. tribuentur Veneri, eodemque modo de illis iudicium ferendum, tum ſequuntur Mercuriales 12. primæ ſunt aduſtæ ſeu radiis ſolaribus viciniores, & in iis aliquod negotium ſuſcipere infauſtum eſt.

Ad Refutationem iſtorum omnium dico hæc omnia eſſe arbitraria, nec fundata in vlla ratione à priori ſed nec in vlla experientiâ. vel afferatur aut ratio, aut experientia. In particulari tamen cur tot gradus ſint lucidi & non plures. venit mihi in mentem prima fronte hanc graduum lucidorum & tenebroſorum diſtinctionem inſtitutam fuiſſe ex inſpectione Zodiaci ſtelliferi, qui cum plurimas ſtellas contineat, recte eius gradus in lucidos, hoc eſt aliquâ ſtella inſignitos, & tenebroſos dividi poterunt. quia tamen ſtellæ in conſequentia feruntur, longe diverſa erit inſtituenda diviſio : nihilominus etiam admiſsâ tali diviſione, non video quomodo tenebroſos, à vacuis diſtinguant.

Puteorum item commentum, aperte rationi obluctatur. Planetæ ſunt cauſæ neceſſariæ, ergo ſemper aliquid operantur, ergo fingi non poteſt, vlla ratio, cur aliquando nihil operentur. lucent enim ſemper, ergo vere agunt, atque adeò hi putei fictitij ſunt.

Alia multa proferunt Aſtrologi quæ non ſunt ſolidiora, vt de Eclypſibus de quibus ſuo more multa dicunt abſona. volunt enim vt inſtituatur Thema cœleſte ad medium Eclypſis, tum aliquis ſignificator eligatur, videatur item ſignum in quo accidit, & quæ ſtella fixa fuerit vicina, voluntque ex his omnibus ſumi ſignificationem effectûs ſecuturi.

PROPOSITIO XVII.

Ex eodem Horoſcopo contrarij concluduntur eventus.

Vt huius Aſtrologiæ vanitas manifeſtior evadat, ad experientiam provoco, & contendo, ex eadem cœli poſitione, diverſas eliei concluſiones nullumque dari horoſcopum, ita fœlicem, qui ſi velimus ad omnes circumſtantias attendere, non poſſit ad infœlices eventus detorqueri: nullum ita infauſtum, ex quo fauſtos eventus, non liceat polliceri.

Ratio huius rei eſt quod Aſtrologia, ſit confarcinatio præceptorum nullâ ratione ſancitorum, ſed ſimpliciter aut in ſignorum & conſtellationum nomenclatura, aut in antiquorum commentis fundatorum, quorum multitudo tanta eſt, & varietas, vt impoſſibile ſit ad omnia attendere.

Huius

Hujus rei experimentum sumptum est sæpius, & quilibet experiri poterit, si modò plures super eadem nativitate Astrologus consulat.

Nonnullus refert Gassendus, alius item Pater de Billy unum aut alterum ab iis desumam.

Natus est aliquis Parisiis anno 1650. 11. Aprilis hora decima cum 7. minutis. Ex quo concludit unus Astrologus. hunc non diu victurum & fore ut occidatur ictu Sarissæ, erit tamen staturæ procetæ infœlix eo quod cauda Draconis conjuncta sit platicè cum Jove, & pars fortunæ sit in Scorpio, cujus cauda venenata timenda est.

Ducet uxorem, eamque dote habebit. Prolem habebit viriis deditam, per totam vitam dignitates sperabit à principe obtinendas, quas tamen nunquam consequetur.

Alter Astrologus ex iisdem principiis seu eâdem cœlorum conformatione vitam ejus prorogat ad 97. annum, & dies 255. quia Sol est Hyleck in nativitate diurna, qui tribuit annos 78. caput item Draconis hunc numerum quarta parte adauget. Erit staturæ mediocris.

Fœlix erit, hæreditatemque habebit post 3. circiter à nativitate annos. Uxori potius obediet, quam ipsa illi.

Obtinebit à principe præfecturam, quia Sol est in decima domo, conjunctus partiliter cum Marte.

Ex quibus concludo eventibus contrariis accommodari posse horoscopum: idem præstiterunt sæpe alij, (& quilibet experiri potest:) qui contrarietatem & pugnantiam in prognosticis deprehenderunt.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Astrologorum prædictiones falsæ.

Primò referam antiqua testimonia Ciceronis in primis. 2. de divinatione.

Quam multa ego Pompeio, quam multa Crasso, quã multa huic etiã Cæsari à Chaldæis dicta memini, neutrum eorum nisi senectute nisi domi, nisi cum claritate esse moriturum? ut mihi permirum videatur, quemquam extare, qui etiam nunc credat iis quorum prædicta quotidie, videat re, & eventis refelli. Hi tamen magni viri quomodo infœliciter sint mortui nemo nescit: multi Vespasianum ut refert Sueton. monuerunt, ut caveret sibi à Pompeiano, cui horoscopus certum imperium pollicebatur: cujus dicta neglexit imperator, eumque ad dignitates evexit, neque tamen ad imperium pervenit.

Duo Astrologi Zitæ Principi Atabl, imperium prædixerunt, si modo Christianorum Ecclesias everteret, quod quidem pro virili executus est, sed intra annum mortuus est.

Constantino imperatricis Irene filio, Astrologus quidam, certam pollicitus fuerat de Bulgaris victoriam. Victus tamen fuit, ejusque exercitus magna strage affectus.

Albumazar insignis Astrologus, prædixerat fore ut Christiana religio, non ultra magnum Solis annum propagaretur, intelligebat autem per magnum annum, tempus quõ annus Agyptiacus ad idem punctum anni Juliani revertitur, progreditur autem in singulos quaternos annos in antecedentia per unum diem. est igitur tempus illud 1450. annorum: sunt igitur præterea anni 213.

Tempore Isaaci Angeli Imperatoris, insignis floruit mathematicus, constantinopoli qui certam Branæ victoriam fuerat auguratus, si cum Conrado Isaaci duce consereret. Eventus tamen non respondit, fusô Branæ exercitu, & Brana captô & pœnas perfidiæ & rebellionis luente.

Anno 1186. contigit omnium planetarum conjunctio; Astrologi tempestates motus horrendos, & alij alia prædixerunt, quietus tamen fuit annus.

Anno 1355. Arnulphus de Villa nova. Astrologus Hispanus adventum Antichristi eo anno futurum, prædixit, qui tamen nondum venit.

Anno 1414. Ecclesia Schismate sub tribus nempe Pontificibus laborante, Astrologi æternum dissidium illud augurati sunt, pacem tamen statim habuit Ecclesia.

Refert Picus Mirandulanus Astrologos in horoscopo Alexandri sexti summi Pontificis mortem anno 1495. ominatos fuisse, quem annum cum incolumis transegisset, in sequentem mortem ejus prorogarunt, & ad annum 1501, singulis fere annis, novos erigebant horoscopos, quibus semper & mortem eodem anno augurabantur, donec anno 1503. contrariam viam inierunt, novoque erecto nativitatis Themate ei plurimos vitæ annos fuut augurati; eô tamen annô mortuus est.

Celebris & vulgatis est historia à Ludovico Gaton relata, de Ludovico XI, qui cum ad venationem iret, consultô prius Astrologô, circa serenitatem aëris, admonitus fuit à Carbonario ne ulteriùs pergeret instate nempe pluviam, vehementem; cui prædictioni respondit eventus. ex quo factum est, ut Rex pulsô Astrologô, Carbonarium deinceps in Astrologum adhibuerit, is autem ex signis aliquibus, & Asini sui dispositione, qui ingruente pluvia aures erigebat, nec recta, sed obliquè incedebat multò certiùs de mutationibus eô die futuris pronunciabat, quàm quilibet Astrologus.

Medicus spoletanus suis prædictionibus celebris, Laurentio Medicis mortem certô annô futuram prædixerat, nec tamen respondit eventus, cum tanta Astrologi ignominia, ut dedecus illud non ferens, se præcipitem in puteum dederit.

Celebris Lucas Gauricus Joanni Bentivoglio ejectionem ex urbe, aliaque hujusmodi prædixit, cui imposturæ mercedem persolvit, addixitque quater tollendum in trochleatum patibulum.

Idem accidit alteri, qui Joanni Galeacio mortem violentam fuerat ominatus, tibi inquit Galeacius quid promittunt astra, cum hic mortem quietam respondisset, jussit eum in patibulum tolli, & sic imposturæ suæ pœnas luere.

Cardanus Astrologiæ defensor acerrimus horoscopum Eduardi VI. Angliæ Regis erexit, invenerat que fore ut in languorem incideret, anno vitæ 23. mense nono, die 22. mortuus tamen est anno vitæ decimo sexto. Fatetur autem idem Cardanus ex 100. prædictionibus vix 10. successum habere.

Gauricus Henrico secundo senectutem prosperam & vegetam fuerat auguratus, mortuus tamen

men est. Ex vulnere lanceæ, vt omnes sciunt anno ætatis 42.

Idem Francisco II. prædixerat fore vt ab anno 1562. ad 1571. vitam sine vllo morbo transigeret: mortuus tamen est anno 1560.

Astrologi horoscopum Caroli V. Imperatoris construxerunt, & in omnibus ferè aberrarunt: inter alia multa, anno 1617. & 1618. morbos ominati fuerant, à saturno nempe inferendos, cum tamen sanus vtrumque annum transegerit.

Refert Gassendus confectum à Morino magna cura horoscopum, circa ipsius Gassendi fata, in omnibus tamen falsum, præcipue vero circa mortem & tempus vitæ.

Refert Idem Gassendus de Nostradamo, prædictionibus suis, in tota Europa celebri, quas si ex præceptis Astrologiæ hauriebat, ex specimine aliquo, quid de illis sentiendum sit manifestum fiet. Communicatus fuit A Domino Ioanne Baptista Sufren, Horoscopus patris sui Domini Antonij Sufren, parentis Patrum Sufren, è Societate nostra, quorum vnus fuit confessarius & avi Patris Pauli Sufren, qui fuit vltimus prouincialis in Prouincia Lugdunensi à Nostradamo compositus Inter prognostica hæc erant, *erit barba promissa & semicrispa, in media ætate dentes rubigine affecti* vsus est semper barba, rasâ; & ad extremam ætatem dentes habuit candidissimos *In senecta curuatus* sed erectus semper fuit. *Anno 19. extranea successione ditabitur*, præter paternam nullam est consecutus. *A fratribus insidias patietur, & anno 37. à fratribus vterinis vulnerabitur.* sed nullos habuit fratres. *Vxorem extra patriam ducet* Salonensem tamen duxit. *anno 27. spurium filium suscipiet*, quod tamen inauditum fuit. alia multa circa studia in Philosophia, Magia, in Geometricis & Arithmeticis, cum tamen præter Iurisprudentiam de qua nihil horoscopus, nullam peculiari studio coluerit, sicut neque de Senatoria dignitate quam Aquis Sextiis consecutus est ne verbum quidem. *Nauigationem senex tam prosequetur quam Musicam* hæc tamen illi curæ non fuerunt, *non pertransibit annum ætatis* 75. sed nec 54. pertransiit.

Sixtus ab Hemminga contra Astrologos demonstrationem meo iudicio conuincentem attulit, cui ne verbum quidem reponi potest. Affert triginta illustres genituras, ex arte compositas, ita vt omnes provocet Astrologos ad examen, ostenditque ab eventibus totô cœlô aberrare, ita vt infausto cœlo fausta omnia sæpe succedant: & è contrà, atque hæc sufficiant.

PROPOSITIO XIX.

Soluuntur Astrologorum obiectiones.

Cum Astrologiæ placita rationibus à priori careant, sola vt volunt experientiâ comprobantur, quare conquirunt in historiis omnes prædictiones, quæ effectum suum sortitæ sunt; quas totidem putant pro sua arte stabilienda demonstrationes, has primo breviter perstringo.

Referunt primò quòd Alexander Magnus à Chaldæis admonitus, ne Babylonem ingrederetur, si vellet esse incolumis, Babylone mortuus est. Non video tamen in vllis Astrologiæ placitis locum mortis indicari, sed tantum tempus.

Spurinæ prædictionem circa mortem Cæsaris idibus Martij in medium afferunt, quô die occisus est. An ex Astris id augurata fuerit Spurina, an aliunde nescitur, neque id explicat Sueton.

Nigidius ex horoscopo Augusto, recens nato imperium, orbis auguratus est.

Tiberius in Insula Rhodo Astrologum Thrasillum de medio tollere decrevit, quod ex Astris omnia eius consilia, cognosceret: quod consilium etiam Thrasillus ex astris cognovit, ipsique imperatori aperuit.

Celebre item est vaticinium circa Neronis imperium, & Agrippinæ matris necem.

Domitianus in Astrologum Asceletarionem iratus, circa quod nonnulla ad suum horoscopum pertinentia vulgasset, eum interrogavit quâ morte ipsemet esset moriturus, cui respondit Asceletarion se vorandum à canibus: quem vt mendacem redderet iussit comburi, incensoque igne, pluvia ingens, ignē extinxit, & semiustæ carnes à canibus absumptæ sunt. Facit tamen suspicionē imposturæ, quod nullum sit, in Astrologorum libris placitum, circa talem eventum, quæro enim sub quo signo aut constellatione, tale genus mortis continetur.

Idem ab Astrologis admonitus, horâ 5. magnū ipsi impendere periculum, domi se continuit ad horam vsque sextam vt putabat. revocatus tamen domum vt negotium magni momenti absolveret, horâ quintâ præcisè à Parthenio occisus est.

Alia multa referuntur similia, quibus omnibus fidem derogare nefas esse viderur, quamvis nonnulla fabulam sapiant.

Respondeo primò mirum non esse, si fortuitò & casu inter innumera falsa, nonnulla aliquando vera inveniantur. qui enim de industria, falsa dicere vellet, non posset id semper consequi: quare rectè Phavorinus. *Ista omnia, quæ aut temerè, aut astute vera dicunt, præ cæteris quæ mentiuntur, pars ea non est millesima.*

Si quilibet Astrologus semel in vita sua dixerit veritatem id notat & ab historicis notari curat. Si ergo viginti aut triginta prædictiones veræ proferuntur & innumeras falsas rependere licet, tu no Astrologiam propterea magnifacis.

Vt autem ostendam, etiam ex arbitrariis præceptis, & legibus posse aliquādo vera sequi prognostica: Referam casum cuius vt ita dicam testes fuimus. Nescio quis Astrologus: nobilis fœminæ horoscopum in hac vrbe erexerat: multaque fausta, & infausta prædixerat quorum expectatione mirū in modum angebatur. Hunc suum angorem P. Gibalino è Societ. nostra viro erudito & libris suis satis noto detexit, qui cum frustra hunc illi scrupulum evellere tentasset, petiit hoc nativitatis Thema, vt contrario horoscopo, eius ægritudinem curaret, rogavitque vnum ex patribus nostris, quē sciebat Astrologiæ libros legisse, vt huic themati prognostica adderet, tacita tamen personæ conditione, nomine immò etiam & sexu. Horoscopum obsolvit Pater tam fausto eventu, vt in astris invenerit, conditionem personæ, quod esset fœmina, & tot eventus particulares iam præteritos, vt P. Gibalinus non potuerit quin fateretur aliquid miri in Astrologia latere. Post aliquos tamen dies qui hæc prognostica addiderat examinare voluit, an bene essent collocati planetæ, & an vero eo tempore ea loca obtinerant, quæ Thema nativitatis præferebat inveniтque fictitium fuisse Thema totoq; cælo dissitos fuisse planetas à notatis in charta locis.

Ex quibus liquidò constat fortuito casu, sæpe veros eventus prædici posse, præcipue cum nodus

PROPOSITIO XX.

Graviſſimorum virorum circa Aſtrologiam Iudicium.

Poſtquam ab ipſa Aſtrologiæ natura eioſdem, vanitatem demonſtrare, & ineptias in lucem apertam vocare conati ſumus; æquum eſt, vt quô locô à præſtantiſſimis viris, tam prophanis quam, Sacris habita ſit videamus. horum loca diligenter collecta nobis exhibuit Pater Jacobus de Billy in ſuo opere Gallico Sepulchro Aſtrologiæ Judiciariæ, ex quo multa deſumpſimus.

Iam Epicuri tempore deſpicatui habebatur Aſtrologia. eam enim ipſe *ματαίαν ἀστρολογίαν inanem Aſtrologiam* nominat.

Eudoxus item Platonis auditor, & ab Ariſtotele ſæpe laudatus Chaldaicas prædictiones damnat.

Cicero vt iam diximus *monſtra Chaldæorum* appellat. *vim maximam erroris, & delirationem incredibilem* lib. 2 de divinatione. refert item Eudoxi ſententiam. *Eudoxus Platonis auditor, In Aſtrologia iudicio doctiſſimorum virorum facile princeps, ſic opinatur, id quod ſcriptum reliquit, Chaldæis in prædictione, & in notatione cuiuſque vitæ ex natali die, minime eſſe credendum: nominat etiam Panetius qui vnus ex ſtoicis, Aſtrologorum Prædicta reiecit, Archelaum, & Caſſandrum ſummos Aſtrologos illius ætatis, quâ erat ipſe, cum in cæteris Aſtrologiæ partibus excellerent, hoc prædictionis genere non vſos. Scylax Halicarnaſſeus familiaris Panætij, excellens in Aſtrologia, idemque in regenda ſua civitate princeps, totum hoc Chaldaicum prædicendi genus repudiavit.*

Phavorinus Iudicabat ineptum eſſe. *Vt quoniam æſtus Oceani cum Lunæ curriculo congruit, negotiolum quoque alicuius, quod ei fortè de aquæ ducta cum rivalibus, aut de communi pariete cum vicino apud iudicem eſt, vt exiſtimemus id negotium quaſi habenâ quâdam de cælo vinctum gubernari.*

Iam ad Sacros veniamus. Tertullianus libro 9. de Jdololatria Aſtrologos Jdololatras vocat, qui nempe divinos ſtellis honores tribuunt, dum hominum fata ab iis pendere cenſent. vnde cum Angelis Apoſtaticis eos comparat. dicit eſſe maximam affinitatem Magiam inter, & Aſtrologiam. Non poteſt regna cœlorum ſperare, cuius digitus aut radius abutitur cœlo.

Origenes apud Euſ. Cæſ. l. 6. de præpar. Evang. c. 9.

Si quis veſtrum, inquit, *Mathematicorum deliramẽta ſectatur in terra Chaldæorum eſt, ſi quis nativitatis diem ſupputat, & variis horarum momentorumque rationibus credens, hoc dogma ſuſcipit, quia ſtellæ taliter, & taliter figuratæ, faciunt luxurioſos adulteros, caſtos, aut certo quodcumque eorum, iſte in terra Chaldæorum eſt.*

Lactancius. l. 2. c. 13. Loquitur de dæmonibus & dicit. *Eorum inventa ſunt Aſtrologia, & Aruſpicina, & auguratio, & ipſa quæ dicuntur oracula, & Necromantia, & Ars Magica, & quidquid præterea malorum exercent homines, vel palàm, vel occultè.*

Baſilius hom. 6. in Hexam. placita Aſtrologorum percutrit, oſtenditque eſſe deliramenta, vt quod hic cincinnatam habeat Cæſariem, quod ſub Ariete natus ſit, vel quòd hic laboris ſit patiens, quia natus ſub Tauro. &c. *ἐν δὲ τοῖς τοιούτοις λόγοις, πολὺ μὲν τὸ ἀνόητον, πολλαπλάσιον δὲ τὸ ἀσεβές.* dicit eſſe amentiam, & impietatem.

Sanctus Epiphanius oſtendit hanc fatalitatem tollere omnem legem & iuſtitiam de neceſſariis enim non datur lex.

Euſebius Pamphilus addit, & tolli Dei providentiam.

Sanctus Chryſoſtomus ſex homilias compoſuit in fatalitatem, quam vt ipſemet explicat, intelligit eam quæ ab Aſtris provenit. dicit autem Aſtrologos eſſe providentiæ calumniatores, nullum eſſe peccatum maius, & impoſſibile eſſe, vt qui eſt Aſtrologiæ deditus ſalutem conſequatur.

Sanctus Hieronimus in c. 1. Soph. ita habet. *Iſti qui ſupputant menſes, annoſque dinumerant, horarumque momenta librantes, futurorum ſcientiam pollicentes, dicant ſibi quid ſuper te Babylon cogitaverit, illiſque tacentibus, quid venturam propheta reſpondit: Ecce facti ſunt quaſi ſtipula, ignis devoravit eos, & qui ſalutem aliis promittebant ſua ignorabant ſupplicia.*

Sanctus Ambroſius contra Aſtrologos argumentatur, & oſtendit ex ignoratione temporis vſque ad vltimas minutias, impoſſibilem eſſe Aſtrologiam, ideóque concludit. *Totum negotium plenum eſt vanitatis.*

Sancti Auguſtini iam ſupra nonnulla teſtimonia poſuimus l. 5. de civitate cap. 1. *Et nos quidem ſub fato ſtellarum nullius hominis geneſin ponimus, vt liberum arbitrium voluntatis, quô benè, vel malè vivitur, propter iuſtum Iudicium Dei ab omni neceſſitatis vinculo vindicemus.*

Sancti Chryſologus, & Cyrillus Alexandrinus vocant *errorem & ineptiam* Sanctus Gregorius Papa hom. 10. in Evangelium. *Neque enim propter ſtellas homo, ſed ſtellæ propter hominem facta ſunt & ſi ſtella fatum hominis dicitur, ipſis ſuis miniſteriis ſubeſſe homo perhibetur. fateri etiam ſolent Mathematici. quod quiſquis ſigno aquarij naſcitur, in hac vita piſcatoris miniſterium ſortitur Piſcatores verò vt fertur, Getulia non habet, quis ergo dicat quod nemo illic in ſtella aquarij naſcitur.*

Gerſon Cancell. Pariſ. *Libri Aſtrologici, in quibus plura inutilia, & ſuperſtitioſa, & falſa continentur, quam vera, & vtilia, debent à Chriſtianis omnibus evitari, damnari, & penitus aboleri.*

PROPOSITIO XXI.

Rationes cur ſancti Patres tantopere invecti ſint in Aſtrologos.

Qui accuratiùs Sanctorum Patrum teſtimonia expenderit, facile obſervabit non temerè, & ſine cauſa, tam ſevere in Aſtrologos eos animadvertiſſe, odióque vt ita dicam implicabili Aſtrologiam fuiſſe proſecutos. Si enim quaſi mendaces, tantum, & deceptores reſpexiſſent, mitiùs haud dubie cum illis egiſſent; ſed cum ineptiis connexam impietatem notaſſent, quæ ex perverſo dogmate, quaſi ex peſtifera ſcatutigine profluit. ideo eos modis omnibus quaſi peſtes publicas exagitarunt. Hanc illis mentem iniecit.

Primò impietates, & blasphemiæ ab Astrologis proferri solitæ. qui religionem ipsam & Deum suis nugis immiscentes, Sancta quæque proculcant.

Albumazar asserit cum à Deo quidquid noluerit obtenturum qui lunam Iovi coniunctam, & caput Draconis in horoscopo habuerit, quod confirmat Petrus Aponensis qui se ideo in scientiis profecisse asserit, quod sub tali sydetum congressu eas à Deo postulasset. quasi vero precum efficacia à sydetibus pendeat.

Firmicus Maternus salutem æternam promittit eis qui nascuntur Saturno in Leone constituto.

Ab vniversali naufragio liber fuit Noë secundum Henricum Maclinensem, quòd Arcam suam ad instar navis cœlestis construxisset.

Alius transmissionem Maris rubri à Mose ad stellas refert, Priscillianistæ etiam Christi miracula, ideòque in primo miraculo, respondisse aiunt Horam nondum venisse. Pariter cum dixisset Christus dominus esse 12. horas diei, asseruit Guido Bonatus vnam à Christo electam fuisse faustam scilicèt ne aliquid Pateretur à Iudæis.

Voluit Cardanus quod Lex Iudaica à mercurio, cui saturnum adiungit, Mahometis à sole, & Marte est. Christiana à Ioue, & Mercurio. Idololatria à Luna & Marte.

Vt autem manifestum fiat, has impietates, non ab Astrologis tantum sed ab ipso dogmate profluere. Primò quidem nulla est libertas, & contingentia in rebus humanis sed fatalis necessitas substituitur. Id facile concedebant veteres Astrologi, recentiores vero, paulo cautiùs procedunt motusque certos, & inclinationes, ab astris produci, nomen necessitatis respuunt, Peculiares tamen euentus, tam certò, vt volunt & infallibiliter connexi, aliquid præter simplicem inclinationem sonant.

Si autem semel necessitas admittatur tollitur omnis Dei prouidentia, & hoc nomine vehementer inuecti sunt sancti Patres, tanquam in Dei osores, & de eius prouidentia detrahentes. Tollitur omnis Politica gubernatio, præceptáque omnia redduntur inutilia, omnes punitiones iniustæ, fustéque ruit omnis gubernatio. Idem dico de cura rei familiaris, quæ omnino negligenda est, neque enim quantumlibet labores fies dives, si horoscopus te inopem futurum pronunciet.

Quod si vulgentur principum virorum fata, & mortes futuræ, quot in republica turbæ, quot seditiones, & eo maximo nomine eiecti sunt toties Astrologi, quasi pestes publicæ, eiendisque motibus idonei.

Addo Actum esse de quiete vniuscuiusque; voluit enim Deus pro sua benignitate, vt ventura infortunia ignoraremus, ne in mœrore vitam ageremus infœlicem. quod eleganter explicat Cicero. 2. de Divinatione. *Quæ enim vita Priamo fuisset, si ab adolescentia scisset, quos euentus senectutis esset habiturus? Et vt abeamus à fabula Marcone Crasso putas vtile fuisse, tùm cùm maximis opibus fortunisque florebat, scire sibi interfecto filio exercituque deleto, trans Euphratem cum ignominia, & dedecore esse pereundum? An Pompeium censes tribus suis consulatibus, tribus triumphis, maximarum rerum gloria lætaturum fuisse; si sciisset se in Ægyptiorum solitudine trucidatum iri, amisso exercitu: post mortem verò ea consequutum, quæ sine lachrymis non possum dicere? Quid vero Cæsarem? putasne, si diuinasset, &c.*

Quod si dicant infaustos huiusmodi casus præsignificati ab Astris, & præcognitos devitari posse, clarum est si devitentur non fuisse præsignificatos. Sed ipsam devitationem fuisse præsignificatam saltem secundum eorum mentem. atque hæc circa materiam futilem & ineptam, sufficiant.

TRACTA

TRACTATVS XXIX.

ALGEBRA.

INTER *omnes Matheseos nostræ partes, præstantissima à plerisque censetur, ea quam communi vocabulo Algebram nominamus; quippe quæ nulli dignitate cedat, nullis numerorum, aut mensurarum finibus, nulla magnitudinum mole satis contineatur, quin vlteriùs excurrat, pleráſque & intricatas quantumlibet quæstionum ambages sagacitate mirabili fœliciter explicet. Hanc propterea diuinam Algebram nonnulli nominarunt quòd à sensuum cognitione remotissima pescrutetur abstrusaque mysteria tantâ facilitate aperiat; vt oracula fundere videatur. Huius finis, & scopus est quantitatem aliquam sub quæstionis difficillimæ inuolucris delitescentem, ex leuissimis indicus subodorari, & ex æqualitate, quam cum alia nota habere deprehenditur, in lucem prodere; quod quomodo præstet; & quonam artificio consequatur, hic tractatus aperiet. Huius scientiæ authorem Gebrum Arabem nonnulli falsò existimant, ideoque Algebram nuncupatam. Alij vero Diophanto Alexandrino authori græco, tribuunt; cuius scilicet extant opera de nouo, commentarius eruditis ornata à D. Bachet Demeseriac Nobili Sebusiano elucubrata.*

Algebram communiter his temporibus in duas partimur, in numerosam scilicèt, seu communem & in speciosam, iisdem tamen vtramque nixam principiis progressionisque geometricæ proprietatibus addictam. Vulgaris circa numeros occupatur, atque adeò propriè dictum algorithmum additionemque, subtractionem, multiplicationem, diuisionem, radicum extractionem exercet.

Speciosa verò rerum species, & elementares Alphabeti litteras vsurpat ideoque metaphoricum seu similitudinarium algorithmum agnoscit. Prima Diophantum authorem agnoscit. Hæc Vietam, vtra autem sit præstantior meliùs in decursu patebit, mirabilitatem quidem maiorem præsefert speciosa, quòd reconditiori, & abstractiori methodô progrediatur, in hoc tamen deficere censeo quòd imaginationi non seruiat, imagines in memoria hærentes habeat: vnde puto non peius in mathesin peccari posse, quàm si geometrica problemata, quæ figuris explicari, & quasi oculis subiici possunt, methodo Algebricæ addicantur, & sub hoc quasi velamine in publicum prodeant. adhibeat quidem author quilibet in suis commentationibus aut adinueniendis, aut examinandis quamcumque libuerit methodum, ne tamen ita malè de aliis, mereatur vt eos nouis difficultatibus; implicet, methodumque communem, & à priscis mathematicis vsurpatam detrectet. Vulgaris Algebra in plerisque imaginationi meliùs obsecundat in aliis item melius speciosa; nam quoties analytica vsurpatur ratio; meliùs speciosa rectum operationis progressum indicat, in aliis autem operationibus facilior est communis.

Vtraque methodum separatim aperire decreueram, duosque propterea tractatus institueram, re tamen paulo diligentius perpensâ; cum eadem principia sint vtrique communia, methodique in plerisque sint eædem, mutuoque sibi opem ferant. vnicum tractatum concinnandum putaui, qui vtramque simul complecteretur. hunc in tres libros partior, primus erit ad æquationem inueniendam Isagogicus, numerorumque cossicorum, tam integrorum, quàm fractorum algorithmum tradet.

Secundus Regulam Algebræ, hypobibasmum Antithesin, parabolismum cæterasque reductiones explicabit; & ne diutius Tyronem in præceptis detineam sed ea vt ita dicam concoquendi facultatem tribuam, incipiam exempla tradere æquationum simplicium vt præcepta ad praxin reuocare addiscat.

Tertius liber Æquationes quadraticas cæterasque methodô antiqua pertractabit, Tum potestatum omnium generationes explicabit, & extractiones radicum & de surdis seu irrationalibus quantitatibus aget.

Quartus affectas potestates variis problematis explicabit.

Quintus Potestatum Analysin continebit, ad speciosam imprimis ordinatam.

Sextus methodum continebit extrahendarũ radicum ex potestatibus affectis quomodocũque. Septimus duos proxime antecedentes secundum speciosæ methodum exemplis illustrabit. Octavus denique praecedentis totius doctrinæ praxim, allatis ipsius Diophanti exemplis, & explicabit & confirmabit.

LIBER PRIMVS.

Ad Æquationem Algebricam, Isagogicus.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si numerus seipsum multiplicet, productúmque iterum multiplicet & ex ea multiplicatione ortum multiplicet, & ita consequenter, orietur series continuè proportionalium in ea ratione, quæ est vnitatis ad hunc primum numerum.

G	A	B	C	D	E	F
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.

Proponatur quilibet numerus A, qui in se ductus producat, B & multiplicando numerum B producat C. ideoque A multiplicando numerum C, producat numerum D, & ductus in D efficiat E,& itaconsequenter quantùm libuerit,præponaturque numero A vnitas G, dico productam esse seriem numerorum continuè proportionalium in ea ratione quæ est vnitatis G ad numerum A, hoc est ita esse G, ad A sicut A ad B & B ad C, & C ad D, &c.

Demonstratio eum A multiplicando seipsum faciat B, & G multiplicando ipsum B. faciat eundem B, nam vnitas multiplicando, aut diuidendo eumdem numerum nihil immutat, cum semel 4. sint 4, erit quadratum numeri A scilicet B, æquale rectangulo comprehenso sub primo G, & tertio B, quare (*per* 17. 6.) erit eadem ratio vnitatis G ad numerum A, quæ numeri A, ad numerum B. Rursus quia A, multiplicando numerum B. producit C, & vnitas G multiplicando numerum C producit ipsum C, erit rectangulum sub G & C æquale rectangulo sub A & B, quare (*per* 16. 6.) ita erit A ad B, sicut B ad C, ita ostendam esse C ad D, sicut A ad B ita D ad E ergo data est series continuè proportionalium in eâ ratione quæ est vnitatis G, ad numerum A.

COROLLARIVM.

Cum A per vnitates suas ostendat, quam rationem ipse A habeat ad vnitatem, nam si quæras quam rationem habeat A ad vnitatem, respondebis duplam, denominationes scilicet petitas ab ipso A; idem etiam A ostendet, quam rationem habeat quilibet numerus ad proxime antecedentem, quare in qualibet serie numerorum continuè proportionalium, primus numerus post vnitatem, denominat totam seriem, ideoque communiter vocatur radix eo quod per eam continuè quasi producantur.

Notandum autem hanc propositionem vniuersalem esse &, vim suam habere etiam in nu-

G,	A,	B,	C,	D,	E,	F,
1.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$.

meris fractis,vt si A multiplicando seipsum faciat B, & A multiplicando B. faciat C ostendam pariter ita esse G ad A. sicut A, ad B, & B, ad C

Notandum secundò in singulis quæstionibus Algebricis,supponi talem seriem ita vt numerus aut quantitas quæ in quæstionem vocatur, obtineat primum locum post vnitatem, possunt autem fingi infinitæ tales series, ita vt quilibet numerus possit esse radix, & primum locum obtinere post vnitatem; potest enim quilibet numerus seipsum multiplicare, & productum iterum multiplicare.

Quamuis communiter quantitas quæ inquiritur supponatur esse radix in aliqua serie, hæc tamen regula traditur, si quantitas quæsita sit longitudo supponatur esse radix, si sit superficies supponatur esse quadratus, seu secundus numerus ab vnitate, si sit solidum supponatur esse cubus, seu tertius numerus ab vnitate.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Denominatio, numerorum cossicorum. In qualibet serie continuè proportionalium Primus numerus post radicem quadratus est, secundus cubus, tertius quadrato quadratus.

Cum in omni quæstione Algebrica, supponatur aliqua series numerorum continuè proportionalium vt dixi quamuis ij numeri incogniti sint, varias tamen habent denominationes, prout diuersas in easedes occupant, propterea dicuntur numeri denominati, cossici item vocantur, quia itali quadratum cosam dixerunt & consequenter numeros cossicos quasi numeros radicis, & quadrati. denominationes nonnullorum sient & characteres varij sunt.

Conueniunt omnes vt primus numerus post vnitatem vocetur radix vel latus, est enim latus quadrati & radix omnium sequentium nempe radix quadrata quadrati, cubica respectu cubi quadrato

quadrata respectu quadratoquadrati &c, ita de sequentibus. nos eam significabimus littera R, quæ radicem significabit.

Secundus numerus quadratus est, cum generetur ex multiplicatione radicis per seipsam, metaphorâ ductâ à quadrato, quoties enim linea perpendiculariter alteri sibi æquali insistens totam percurrit, hôc ductu quadratum describit, hic numerus quadratus, ea ductu alterius in seipsum procreatus ab nonnullis vocatur census, aut zensus ideo dicitur radix zensica, pro radice quadrata, hanc indicabit signum q.

Tertius numerus dicitur cubus, nempe, productus ea multiplicatione quadrati per radicem, si enim quadratum percurrat lineam ad eius planum rectam; producet cubum: nos cubum indicabimus littera C.

Quartus erit quadrato quadratus, seu quadratusquadrati quæ appellatio rationem habet, quòd talis numerus non tantum producatur per multiplicationem cubi, per radicem; sed etiam oriatur ea ductu quadrati in seipsum quod ita demonstro.

E, A, B, C, D.
1. 2. 4. 8. 16.

Exponantur quatuor numeri continue proportionales A, B, C, D quibus præponatur vnitas E, ostendo D ortum ex multiplicatione numeri C per radicem A esse æqualem quadrato numeri B, cũ enim ita sit E ad A, sicut B ad C, & vt A ad B, ita C ad D, ita erit, & æquè ordinatè E ad B, sicut B ad D, ergo (*per* 17. 6.) quadratum medij æquabitur, rectangulo sub extremis, sed rectangulum sub 1 & D est, ipsum D, cum vnitas nihil immutet ergo numerus D est quadratus numeri B, erit ergo quadratumquadrati nos illum notabimus hoc modo qq.

Quintus numerus ab vnitate vocatur ab aliquibus quadrato-cubus sed male cum neque sit quadratus, neque cubus, atque adeo nec dici possit quadratus cubi, nec cubus quadrati: eum vocabimus supersolidum vel surde solidum. Itali relatum primum dixerunt, nos illum littera S. notabimus.

Sextus erit quadratocubus, vel cuboquadratus est enim simul, & quadratus & cubus immò est quadratus cubi, & cubus quadrati, quod ita demonstrare possumus exponatur series continuè proportionalium Iam ostendimus numerum

L. A. B. C. D. E. F. G. K.
1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.

D esse quadratum numeri B ostendere debeo numerum F esse eiusdem numeri B cubum hoc est numerum F, aut illi æqualem produci ex ductu numeri B in suum quadratum D. est enim ita L ad B sicut B ad D, vt supra ostendi, & eôdem modô ostendere possum ita esse D ad F, sicut B ad D. ergo isti quatuor numeri L, B, D, F sunt proportionales ergo idem numerus producetur ex ductu, B in D, qui ex ducta L in F producetur: sed numerus productus ex ductu L in F est ipsum F, cum vnitas nihil immutet, ergo numerus F producitur ex multiplicatione numeri B in D ergo est cubus quadrati: ostendo idem F esse quadratum cubi C, cum enim ex æqualitate rationum ostendatur facilè ita esse L ad C, sicut C ad F, quadratum medij C erit æquale rectangulo sub L & F, & cum vnitas L nihil immutet per multiplicationem, aut diuisionem, erit numerus F æqualis, quadrato numeri C notabiturque hâc notâ qC.

Ita ostendere possumus seclusâ vnitate omnes numeros qui sunt in sedibus paribus esse quadratos, vt B, D, F, H. numerus H erit quadrato-quadrato quadratus cuius hoc signum qqq.

Numerum G qui est septimus ab vnitate male vocatur à nonnullis quadratocubus, vnde ab aliis vocatur surdesolidus secundus, & notatur hôc notâ ss.

Nonus seu K, erit cubo cubus, seu cubus numeri cubi C. quia scilicet numerus C multiplicando quadratum suum F producit numerum K, quod ita ostendo: est enim ex æqualitate rationum vt L ad C ita F ad K, ergo planum sub mediis C & F æquabitur plano sub extremis sed planum sub vnitate L & numero F est ipse, F: ergo numerus F producitur ex ductu numeri C in suũ quadratum E ergo est eius cubus sicut ideò numerus C cubus est, quia fit ductu numeri A in quadratum suum B, notabitur autem cubocubus hâc notâ CC.

COROLLARIVM.

Ex his vides nonnullos numeros non tantum produci ductu radicis in precedentem, sed per alias multiplicationes, quod ipsæ notæ seu characteres satis ostendunt vt numerus D, non tantum producitur multiplicatione numeri C, per radicem A, quod primitiua eius productio ferebat, sed etiam multiplicatione numeri B per seipsum.

Quæret forsitan non nemo cur istæ appellationes ab Algebra considerentur. Respondeo sæpe numeros in seipsis non cognosci, hoc est secundum propriam entitatem, posse tamen innotescere loco, & sede quam in aliqua serie geometricâ obtinent, vnde eos versare debemus in omnem partem, hoc est addere, subtrahere, multiplicare, diuidere, etiam quando sub his tantum denominationibus noti sunt, quod sequentibus propositionibus docebimus.

Algebra speciosa æquè ac communis tota in numeris cossicis considerandis occupatur alios tamen adhibet characteres, nam pro radice vocalem aliquam verbigratia A aut E, aut aliam & quamcumque vsurpat, cæterosque numeros cossicos iisdem litteris alphabeti indicat; consonantibus vtitur ad significandos numeros datos, seu iam cognitos, & vocalibus ad ignotos seu quæsitos: ita ponet pro radice A pro quadrato vel AA, vel A2. pro cubo AAA, hoc est A ductum in A, & productum ductum in A, quod cubum indicat vel A3: pro quadrato-quadrato AAAA. vel A4. & ita consequenter ita vt sit differentia inter 4A, & A4. nam 4A. significat 4. Radices A. & A4 significat quadratum quadrati radicis A. Idem dicito de B, nam 2E, significat duas radices E at verò E4 vel EEEE indicat quadrato-quadratum radicis E: idem dicendum est de aliis radicibus, quibuscumque.

PROP.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Exponentes numerorum cossicorum.

C	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
B	1.	3.	9.	27.	81.	243.	729.	2187.	6561.	19683.
D		R.	q.	c.	qq.	s.	qc.	ss.	qqq.	cc.
F		A	Aa	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9

Proponatur series numerorum continuè proportionalium, Geometricè quæ sit B. primoque ponatur vnitas, tum radix, quadratus, &c. Huic seriei superscribatur alia series Arithmetica communis numerorum, ita vt radici respondeat vnitas, quadrato binarius, cubo ternarius & sic deinceps vnitati super scribatur 0. hi numeri progressionis arithmeticæ respondentes numeris cossicis vocantur eorum exponentes.

Dico Primò exponentes, explicare quam sedem ab vnitate quilibet numerus cossicus obtineat atque adeò radici primam; quadrato secundam, cubo tertiam sedem competere, exponentes indicant.

Secundo exponentes indicant, quot intercedant rationes inter vnitatem & quemlibet numerum cossicum; æquales illi rationi quæ est inter vnitatem, & radicem: ita ratio vnitatis, ad cubum triplicata est illius quæ est vnitatis ad radicem; quadratoquadrati ratio ad vnitatem triplicata est illius quæ est radicis ad vnitatem eò quòd exponens qq. sit 4. pro quadrato potest bis poni radix hoc modo 3.3. vt significetur radicem per seipsam multiplicandam esse semel in cubo poneretur hoc modò 3.3.3. vt indicetur primò ducendum esse 3. in 3. & productum 9. iterum ducendum in 3. vt fiant 27 quod item indicant optime characteres speciosæ quibus vel additur exponens vel repetitur radix vt quadratoquadratus significatur hoc modò A4. vel AAAA. quare si quæratur quisnam numerus sit surdesolidus respondebo eum esse qui ex multiplicatione radicis quinquies positæ producitur.

Notandum item est numeros cossicos, quorum exponentes sunt numeri compositi habere etiam characterem & appellationem compositam vt quia quadratoquadrati exponens est 4 numerus compositus ex binario bis posito, seu in se multiplicato, ideo appellatio quadrato-quadrati componetur bis ex appellatione & charactere quadrati, pariter cubo quadrati exponens componitur ex 2. & 3. & indicat hunc numerum cossicum, appellationem habere à quadrato cuius exponens est 2, & cubo cuius exponens est 3.

Præcipuus tamen exponentium vsus fundatur in proprietate progressionis arithmeticæ, respondentis progressioni geometricæ, nam exponentes sunt quasi logarithmi numerorum, eumdemque vsum habent: sicut, ergo additio logarithmorum, pro multiplicatione numerorum substituitur, & substractio diuisionis vices gerit ita exponentium additio & substractio, numerorum cossicorum multiplicationi, & diuisioni æquiualet.

Explicatur, potestas quæcumque seu numerus cossicus, per alium multiplicari aut diuidi potest, exponentes additi aut subtracti ostendent, quænam potestas ex talibus multiplicationibus, aut diuisionibus resultet quod in exemplis faciliùs intelligetur: si quæratur quis numerus oriatur ex multiplicatione cubi, per quadratum addantur exponentes cubi & quadrati seu 3. & 2 fientque 5 scilicet exponens surdesolidi, dico produci surdesolidum. multiplicandus sit cubus per supersolidum, exponentes sunt 3. & 5. qui additi summam 8. componunt. dico ex tali multiplicatione producendum qqq.

Idem dicendum de diuisione, cubocubus cuius exponens 9, diuidatur per cubum cuius exponens est 3. quotiens etiam erit 3. igitur ex tali diuisione resultabit cubus quod non tantum verum est quoties numeri secundum proprium valorem diuiduntur, aut multiplicantur; sed etiam dū sub denominationibus cossicis diuiduntur, aut multiplicantur hoc est si proponantur tres cubi multiplicandi per 4. quadratos, multiplico tria per 4. fiuntque 12. & quia exponens cubi est 3. & quadrati 2. additis duobus & tribus fiunt 5. exponens supersolidi: assero ergo ex tali multiplicatione producendos 12. supersolidos. Si 6. cubocubi diuidantur per tres cubos, quotiens erit 2. cubi, quæ omnia inferiùs demonstrabo.

Multi inquirunt characteres, & denominationes, numerorum cossicorum progressionis quantumlibet productæ: sed satis inutiliter cum Diophantus vix vnquam ad octavam potestatem perveniat. in genere tamen dicere possumos omnes numeros primos post quinarium ad surdosolidos pertinere: quare exponentes 7. 11. 13. 17. 19. 23. ad surdosolidos pertinent, quorum primus habet exponentem 5. secundus 7. &c. Notantur autem hoc modo. s. ss. sss. ssss. sssss. cæteræ potestates quarum exponentes sunt numeri compositi, denominationem habebunt compositam, quæ nempe contineat appellationes numerorum primorum. Ex quibus coalescit exponens, vt numerus cossicus cuius exponens est 12. numerus compositus ex 3. & 4. seu 3. 2. 2. vocabitur quadratoquadrato cubus, vel quia idem exponens 12. componitur ex 2. & 6. seu 2. 3. 3. poterit vocari quadratocubo-cubus.

Characteres Algebræ speciosæ præseferunt exponentes suos, vt si cubum progressionis cuius A, est radix significare vellem, scriberem A3. vel a3. vel aaa. Si cubum progressionis cuius e, est radix, scriberem eee, vel e3. ita vt exponens 3. subsequatur litteram, immò paulo vlteriùs eam afficiat. quæ quidem ex instituto pendent, non tamen sunt inconsideratè constituta.

PROPO

PROPOSITIO IV.

Theorem.

Numeratio numerorum cossicorum.

Non tantum numerorum cossicorum characteres supra explicati in Algebra occurrunt, sed iis plerumque cyphrarum communium notæ præponuntur ita invenies 1 R. 2 R. 5 R. 8 R. 30 R. quæ significant vnam radicem duas radices, quinque radices octo radices, triginta radices, seu radicem esse semel, bis, quinquies, octies trigesies positam, ita vt si sit 2. & scribatur 8 R. idem sit ac 16. si autem radix sit 3. 8R, significabunt 24. seu radicem 3. octies positam.

Idem intelligendum de aliis potestatibus, vt 4 q. si quadratum fuerit 9. significabit 36. 10 cubi, si radix fuerit 5. & consequenter cubus fuerit 125. significabit 1250. seu decies 125.

Idem intelligendum est de fractionibus. vt si agatur de serie in qua radix est 2. inveniasque $\frac{1}{2}$ qq, intelliges semissem qqti, qui cum in illa serie sit 16. eius semissis erit 8.

Cognoscenda item sunt hæc signa + & —. primum + plus, dicitur signum additorum, & — minus signum subtractorum, numerus cui nullum signum præponitur, subintelligitur habere signum + verbi gratiâ, 10 q. 5 R. significat decem quadrati, plus quinque radices, hoc est decem quadrati, & insuper quinque radices. vt si sit quæstio in illa serie proportionalium in qua 3. est radix 10 q + 5 radices, significabit 105. nam quadratus est 9. & consequenter 10 q. efficiunt 90. quibus addenda est quinquies radix 3. seu 15. Pariter 8c. — 4 q significat 8. cubos minus 4 quadratis.

Ideo autem huiusmodi signis vtimur, quod sæpe numeri secundum proprium valorem sint incogniti, atque adeò peragi non possit proprie dictus Algorithmus, hoc est non possit fieri additio, & subtractio, vt si proponerentur addendæ quinque radices, 8 quadratis, procedatque quæstio in ea serie Geometrica in quâ quadratus est 4. quod tamen ignoretur. 8 quadrati efficiunt 32. quibus si addas quinquies radicem 2. efficies 42. quia tamen supponitur adhuc ignorari valor tam quadrati, quam radicis ita notabitur hæc additio 8 q + 5 R. donec innotescat talis valor.

Idem intelligendum de subtractione. vt si subtrahendus sit iste numerus 8 ex 20. sed ij incogniti sint secundum proprium valorem: innotescant tamen sub terminis cossicis: verbi gratiâ subtrahendæ sint 4 radices. ex 5 quadratis, in ea suppositione in qua radix est 2. & quadratum 4. donec innotescant huiusmodi numeri notabo 5 q — 4 radices, quod proprie loquendo, non est subtractionem facere, sed signare faciendam cum innotescent numeri.

Nonnunquam occurrunt notæ numerorum irrationalium si tamen verè numeri sunt: horum naturam inferiùs explicabo sufficiat modò eorum characteres, & notas cognoscere ℞q ℞c.

Primò dicitur ℞q 20. seu radix quadrata numeri 20. qui cum quadratus non sit, radice quadratâ præcisâ numeri explicabili caret. quia tamen possumus exhibere numerum cuius quadratus, ita parum à numero 20. deficiat vt defectus ille contemni possit, ideo consideratio harum radicum non censetur inutilis. ℞c. 40. radix cubica numeri 40.

Secundò hæ notæ ℞. inveniuntur ante numeros cossicos. ℞q. 4q. seu Radix quadrata 4 quadratorum, sensus est quod vbi valor vnius quadrati innotuerit, atque adeo cognoscetur numerus æquivalens 4 quadratis, extrahenda erit ex eo radix quadrata, quod si accidat vt numerus æquivalens 4 quadratis fuerit quadratus ℞q. 4q. non erit numerus irrationalis, sed rationalis vt quoties numerus quadratorum est quadratus. radix est rationalis. sed sufficiat cognitio notarum.

Tertiò inveniuntur notæ radicum ante plurimos numeros cossicos intra parenthesin clausos vt ℞c. (4 c. + 8 q — 4 R.) significat autem radicem cubicam 4 cuborum plus octo quadratorum minus 4 radicibus. hoc est si assumantur 4 cubi quibus addantur octo quadrati, & subtrahantur 4 Radices, ex reliquo extrahenda erit radix cubica. vt in serie in qua radix est 3. 4 cubi 108 efficiunt, adde 8 quadratos seu octies 9. id est 72. efficient 180. subtrahe quater radicem 3. seu 12. relinquentur 168. superior nota indicat extrahendam esse radicem cubicam ex numero 168. vbi innotescet.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Numeratio speciosa.

Algebra speciosa peculiarem habet numerationem, solet enim litteras, seu characteres Alphabeti adhibere, ad significandam quamcumque quantitatem.

Incognitas quidem quantitates, quæ in quæstionem vocantur vocalibus A, E, I, O, V, Y, cognitas verè seu datas, consonantibus B, C, D, F, G.

Secundò his litteris tam vocalibus quam consonantibus characteres numerales præponimus vt 4A., seu quatuor A. significat quantitatem per vocalem A significatam quater sumendam esse.

Si vero characteres numerales postponantur characteribus Alphabeti, & nonnihil altius, significatur potestas illa, cuius exponens per cyphram indicatur vt a4, indicat à quadratoquadratum. pariter e3, significat e cubum idem alij explicant repetitione eiusdem litteræ, seu vocalis seu consonantis vt pro e quadrato, ita notabunt ee. pro cubo eee. & ita de reliquis. cum enim duæ litteræ simul ponuntur, indicatur multiplicatio, vnius per aliam, vt hic ee significat quadratum, qui fit multiplicatione radicis e, per seipsam.

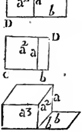
Non tantum eadem littera repetitur, sed etiam diuersæ simul ponuntur quod est signum multiplicationis vnius per aliam vt a b, significat a, in b. hoc est a, multiplicandum esse per b.

Pariter baa vel baa, indicat b. multiplicandum per a quadratum, est ergo maxima differentia inter ba, & b + a primum enim significat multiplicationem, secundum additionem seu summam ex b & a sicut b — a significat subtractionem, seu id quod relinquitur dum a, subtrahitur ex b, hoc est differentia inter b, & a, supponendo b, maios esse quam a, quando verò dubitatur an b, sit maius quam a, volumus tamen indicare differentiam inter vtrumque ita id exprimimus b a.

Quartò notandum est numeros cossicos vocari potestates quoties autem plures numeri cossici simul coniunguntur, per signa + vel — numerus ille qui altiorem locum in sua serie obtinet, retinet nomen potestatis alij autem dicuntur gradus parodici vt si proponatur hæc æquatio aa + b a, = z hæc autem nota = significat æqualitatem ita autem exprimeretur hæc æquatio per numeros 1q. + 3R. = s2 posito quod b, substituatur pro 3. aa, vocabitur potestas, cui nempe adiungitur ba, & quia potestas illa est quadratus dicetur numerus ba esse planos vt nempe intelligatur esse in eadē specie quantitatis in qua est quadratus quilibet enim numerus potest intelligi vt linea, vt superficies, vt solidum, immo plusquam solidum, cum nempe intelligamus numerum solidum multiplicari, per alium siue simplicem quemcumque, generaturque alia species quantitatis, quæ in continua quantitate amplius locum non habet, in discreta seu numeris valet.

Quare in nostra æquatione aa. dicitur potestas a, vero grados parodicus b coëfficiens, quia simul cum radice a efficit planum ba, z vero quod est ex alia parte æquationi dicitur homogeneum comparationis vt in hac æquatione 1q. + 3R. = 22 rà. 22 est homogeneum comparationis sed de his adhuc inferiùs suis locis.

Potestas cui adiungitur aliquid dicitur affecta adiunctione; vt aa + b a, = z erit quadratum



affectū adiunctione plani ba comprehensi sub radice a & coëfficiente longitudine b. sit enim quadratus aa, cuius latus seu radix a, producatur aliud latus, ita vt illi adiungatur b, longitudo perficiaturque parallelogrammum. tota figura C D, ita exprimetur aa + b a. nempe quadratum aa, + planum seu rectangulum b a, comprehensum sub radice a, & sub linea b, quæ propterea dicetur coëfficiens longitudo, quia simul cum radice a, efficit planum b a. quare potestas aa, seu quadratum aa, efficitur adiunctione plani sub radice & coëfficiente.

Secundò sit quadratum aa. seu C D, ex quo subtrahatur planum rectangulum b a, comprehensum sub radice a, & sub linea b, dicetur quadratum a, affectum mulcta plani, sub latere a, & sub coëfficiente longitudine b.

Pariter cubus affici potest & sub radice, & coëfficiente plano, & sub quadrato & coëfficiente longitudine, verbi gratia proponatur hæc æquatio. nempe a3 + b aa = z. nempe 1c. + 3q = 54. dicetur cubus affectus solido sub quadrato aa. & coëfficiente longitudine b. quod totum metaphoricum est, desumptâ similitudine ex quantitate continua. vt enim augeatur cubus fiatque totale solidum, si addatur in directum linea B perficiaturque totum solidum, quod in figura perfectum non est dicetur illud solidum comprehensum sub quadrato aa, & b, si enim quadratum aa, ducatur in b, perficietur solidum. quod apposite cubo adiungi poterit. quare solidum adiunctum dicetur contineri sub quadrato aa, & linea b.

Potest item idem cubus affici adiunctione solidi, sub radice, sed tunc coëfficiens per modum plani concipietur vt si ponatur a3 + ab = z. seu 1c. + 4R. = 39. dicetur cubus affectus adiunctione solidi sub latere a, & coëfficiente plano b. Sed hæc inferiùs melius adhuc explicabuntur.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Additio numerorum cossicorum.

Algebra vt plurimum versatur circa numeros incognitos, quos varie inflectere debet, vt in eorum cognitionem veniat, quare de illorum algorithmo nobis agendum incumbit; est autem Algorithmus labor circa numeros, quo nomine, regulæ omnes, quæ versantur circa numeros denominatos intelliguntur.

Prima occurrit additio circa quam commune profertur axioma.

Si magnitudo magnitudini additur hæc illi homogenea est.

Si magnitudo magnitudini subtrahitur hæc illi homogenea est.

Horum principiorum sensus in quantitate continua nullam difficultatem patitur, significatur enim, superficiem addi non posse lineæ, nec lineam aut superficiem soliditati. In numeris vero qui metaphoricam tantum habent, cum quantitate continua similitudinem, videtur res aliter se habere, cubum enim adiungimus quadrato, & lineæ, quilibet enim numerus cuilibet numero per additionem coniungi

iungi poteſt; ita vt ex duobus aliqua ſumma teſultet : denominationes enim cubi, radicis, quadrati ſunt numeris exttinſecæ, atque adeò quilibet numerus reſpectu aliorum eſt radix, qui reſpectu vnius cubus, aut quadratus erat.

Poſſunt tamen explicari hæc axiomata in numeris coſſicis quòd in additione coſſicâ propriè dictâ debeaot numeri intelligi in eodem gradu progreſſionis geometricæ, ita vt quadratus quadrato, radix radici, cubus cubo tantum addatur. dixi additione propriè dicta, quæ non opus habeat ſigno +.

Additio igitur numerotum coſſicotum fere ſimilis eſt additioni volgari numerorum denominatorum, qui non incongtuè adduntur, ſed tantum qui ſunt eiuſdem ſpeciei io voam ſommam coaleſcunt, ita nummos nummis, francos francis, aſſes aſſibus, denarios denatiis addimus, ita io Aſtronomia ſigna ſignis. gradus gradibus, minuta minutis, ſecunda ſecundis aptamus. Ita etiam in additione Algebrica, radicibus radices, quadratis quadrata, cubis cuboa addimus. vt potes in exemplo videre. atque ſi

8	qq.	+	7	c.	+	4	q.	+	5	R.
4	qq.	+	3	c.	+	2	q.	+	3	R.
12	qq.	+	10	c.	+	6	q.	+	8	R

nihil aliud accidat minot erit difficultas quam io additione vulgari numerorum denominatorum.

Idem in ſpecioſa obſervabis vt vides in exemplo in qno 8 a4 debet addi 4 a4 vt fiat ſumma 12 a4 & ita de reliquis. a4, a3, &c. non ſunt numeri ſed denominationes.

8	a4.	+	7	a3.	+	4	a2.	+	5	a.
4	a4.	+	3	a3.	+	2	a2.	+	3	a.
12	a4.	+	10	a3.	+	6	a2.	+	8	a

Oritnr maior difficultas ex variâ combinatione ſignorum + & -- quæ vt bene explicetur, exemplum commune, & familiare adducam. Solent metcatores in ſuis libiis rationom, duas columnas inſtituere, qoarum vna eſt debitorum, creditorum altera, & quô auctior eſt creditorum numerus, eò ditior evadit mercator, & quô maiora ſunt debita, eò fit egentior, credita notantur ſigno +, debita ſigno — certum autem eſt quoties debita præcisè adæquant credita, mercatorem nihil omnino habere. Si credita maiora ſint debitis, iis ſubtractis ex creditis reliquum ad mercatotem pertinebit.

	+	100.
Adde	—	60.
	+	40.

Supponamus mercatoris credita eſſe 100. nummorum, quibus addenda ſint debita 60. fiet additio debitorum, ſi ſubtrahantut debita, oam ſcriptis 40. additio peragetur.

Poſſunt autem varij caſus occurrere, quos hic referendos cenſeo notavi autem ſuprà omnem numetum, cui nullum ſignum præfigitur, ſubintelligi affectum ſigno +.

Numeri addendi primo ſctibantur ita vt cubi cubis, quadrata quadratis reſpondeant, ſi quis numerus aliquo numero denominato careat, qui in alio inveniatur ponatur o. vt in primo exemplo vides.

4	c.	+	8	q.	+	7	R.	+	18
5	c.	+	0	q.	+	7	R.	+	0
3	c.	+	1	q.	+	0	R.	+	1
12	c.	+	9	q.	+	14	R.	+	19

4	R	—	10
5	R	—	20
9	R	—	30

Eôdem modo addes nnmeros quibus præponitur ſignum — ſi nempe in omnibus ſibi reſpondentibus idem ſignum reperiatut manet enim idem ſignum —

Quare hæ Regulæ communiter traduntur.

In Additione + additum ad + facit +

Pariter — additum ad — facit —

Sed quando + additur ad — fiat ſubtractio maioris à minore remaneatque ſignum maioris.

G	3	q.	+	6	R
H	2	q.	—	2	R
K	5	q.	+	4	R

L	8	c.	—	8	q.	+	3	R
M	3	c.	+	3	q.	—	4	R
N	11	c.	—	5	q.	—	1	R

Proponatur nnmerus H addendus numero G, in primo membro qnadratorum nulla occurrit difficultas, cum vterque numerus habeat ſignum + vt verò addantur + 6R. & — 2R ſubtrabe 2. minorem ex maiori 6, temanebit 4, cum ſigno maioris ſi enim mercator habeat 6 & debeat 2, vt fiat ſummam id eſt vnico membro indicandus ſtatus mercatoris, ſubſtrahendo debitum duotum ex credito 6 reſtabit creditum 4. pariter addendi ſint numeri L & M, non eſt difficultas in primo membto ſed tantum in ſecundo. cum mercator habeat tantum 3 R. & debeat 4, non habebit vnde ſoluat, quare datis tribus, adhuc debebit 1. idem dico de vltimo, membto vltimi exempli nam ſi habeat 12, & debeat, 15. reſtabunt 3, quæ debet ideoque illis præponetur ſignum. —

O	3	R.	+	12
P	2	R.	—	15
S	5	R.	—	3.

Quare in iis caſibus additio ſignorum — eſt potius ſubtractio qnam additio cum igitur numerus poſitiuus alteri poſitiuo additur, fit numerus poſitious, cum defectiuus defectioo additur exurgit numerus defectiuus, ſi defectinus poſitiuo addatur ſe inuicem deſtruunt omnino quidem ſi ſint quales vt ſi + 4R, addas — 4R. nihil omnino fiet ſed ſeinuicem deſtruent vel ex parte ſi ſint inæquales.

Additio numerorum coſſicorum in algebra ſpe-

ciosa eodē modo perficitur quo in communi. nā pariter quantitates eiusdē appellationis colligūtur per additionem numerorum qui quantitatibus præponuntur vt in apposito exemplo satis obser-

1 a3.	+ 3 a5.	+ a.
2 a3.	+ 6 a2.	+ a.
3 a3.	+ 9 a1.	+ 2a.

vare licet. vt si addas a ad a fiét 2 a. si 3. e2 addas ad6. a2. fient 9. a2. Si 1. a3. ad 2. a3. addas fient 3. a3. monui iam a3. esse denominationem & significare a cubum si quantitates addendæ fuerint diversæ appellationis additio fiet ope signi + vt a + b. si addere debeas a & — b fiet summe a — b.

Littera Alphabeti cui nullus præfigitur character numeralis, censetur habere characterem 1 vt a, id est 1 a.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Subtractio numerorum cossicorum.

Subtractio minoris quantitatis, à maiore est sumptio excessus maioris supra minorem.

$$\begin{array}{r} 5\ R - 8. \\ 3\ R - 5. \\ \hline 2\ R - 3. \end{array}$$

Subtractio numeri cossici minoris, à maiore eiusdem denominationis & signi, eôdem modô perficitur, quô communis subtractio vt

Si ex + 5 R subtrahere debeas + 3 R. restabit + 2 R. si ex — 8 subtrahas — 5 restabit — 3.

$$\begin{array}{r} +\ 5\ R - 3. \\ +\ 8\ R - 7. \\ \hline -\ 3\ R + 4. \\ 4 - 3\ R. \end{array}$$

Si numerus maior ex minori eiusdem denominationis & signi subtrahendus sit, fiat contraria subtractio, cum signo item contrario vt si subtrahere debeas + 8 R ex + 5 R subtrahe 5 ex 8. fientque — 3 R. si ex — 3 subtrahere debeas — 7. restabit + 4 fietque 4 — 3 R. Si enim mercator habeat 5. nummos ex quibus propter aliquam rationem subtrahere debeat 8. vere mutuo sumere debebit 3. atque adeò notandum erit — 3. pariter mercator debebat trie, & habet vnde obliteret 7 debita, vere non tantum obliterat totum suum debitum, verum etiam habet residua 4. quæ non possunt poni in numero debitorum, ergo in numero creditorum.

Tertiò si numerus affectus signo + subtrahatur à signo affecto signo — fiat vtriusque additio & remaneat —, vt si mercator debeat 100, atque adeo habeat — 100. & ex eo numero debet subtrahere + 50 adhuc habebit plura debita atque adeo debebit — 150.

Quarto si debeat fieri subtractio numeri defectivi ex positivo verbi gratia debeat subtrahere — 50 ex + 100. cum subtrahi nonpossit negatio nisi per positionem alicuius positivi restabit + 150.

Quare hæ regulæ subtractionis dari possunt.

Eadem signa idem signum reponunt si communis fiat subtractio.

Eadem signa diversum reponunt; si inversa fiat subtractio, diversa signa mutant operationem remanetque signum superioris ex quo debet fieri subtractio.

In Algebra speciosa eodem modo fit subtractio, ac in Algebra numerosa, subtrahuntúrque tantum quantitates eiusdem appellationis, nam quæ sunt diversæ adsciscunt signa contraria dum subtrahuntor. vt si ex A subtrahere debeat + b — c. fiet A — b + c. neque enim subtrahendo b, remanet — b, & subtrahendo c, — c, cum negatio tolli non possit quam per positionem debebit poni + c.

Vt meliùs harum regularum veritas elucescat, altiusque memoriæ hæreant; possent in aliquibus exemplis substitui numeri, simplices pro litteris, aut numeris cossicis vt si ex A + B debeā subtrahere C — D pro A pone quemcumque numerum vt 6. pro B alium vt 4. sitque A + B 10. sit C 3. — & D 2. si subtrahas C — D subtrahes tantum vnum, quare debebunt restare 9. Sed si mutatis signis subtrahas C. fiet 7. & addas 2. fient 9. ergo hæc operatio exhibet numerum qui relinqui debet post subtractionem.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Examina Additionis & subtractionis.

Primum examen additionis, & subtractionis cossicæ, erit commune, additio nempe subtractionem probabit, & vicissim, in quo nulla est difficultas.

Secundum examen erit, si Additio, aut subtractio probetur in aliqua progressione Geometrica, per reductionem valoris singularum potestatum ad numeros simplices.

Sint v.g. Addendi numeri A & B in vnam summam C. Instituatur examen in serie Geometrica in qua radix est 2. in ea serie cubus est 8. atque adeo 4 cubi efficiunt 32. & duo quadrati efficient 8. summa est 40. auferantur duæ radices, seu 4 restant 36. Addantur 8. fient 44. Pariter in numero B sont duo cubi, seu 16, minùs vno quadrato, seu 4. restant 12. adde 4. radices seu 8. fient 20. adde 6. erunt 26. adde 44. & 26. fiunt 70. debent ergo in numero C, inveniri 70. 6 cubi sunt 48. cum vno quadrato seu 4. efficiunt 52. cum duabus radicibus seu 4. & 14. sunt 40. ergo proba fuit additio prædictorum numerorum, Idem in subtractione præstandum.

A	4 c.	+ 2 q.	— 2 R.	+ 8.
B	2 c.	— 1 q.	+ 4 R.	+ 6.
C	6 c.	+ 1 q.	+ 2 R.	+ 14.

Regulæ Additionis.

Eadem

Eadem signa idem signum reponunt.

Diuersa signa mutant operationem, relinquuntque signum maioris numeri.

Regulæ subtractionis.

Eadem signa idem signum reponunt, nisi fiat præpostera subtractio.

Diuersa signa mutant operationis speciem, remanetque signum superioris, à quo scilicet fit subtractio.

PROPOSITIO IX.

Problema.

multiplicatio numerorum cossicorum.

Multiplicatio numerorum cossicorum & diuisio peculiaribus nititur principiis quæ sunt ista.

Si magnitudo in magnitudinem, ducitur, quæ producitur vtrique erit heterogenea.

Si magnitudo magnitudini applicatur, seu per magnitudinem diuiditur, diuisa vtrique erit heterogenea.

Sensus horum axiomatum est quod quoties numerus cossicus per numerum cossicum multiplicatur, productus semper fit altioris gradus, nam si radix in radicem ducitur fit quadratum si radix in quadratum fit cubus, & ita consequenter, quæ omnia hâc propositione explicanda suscipimus.

Prima regula esto. Numerus absolutus, numerum absolutum multiplicans producit numerum absolutum, ideoque quoties occurrit absolutus in absolutum ducendus, fiat communis seu vulgaris multiplicatio & producto nullus character cossicus apponatur.

Secunda si numerus cossicus, in numerum absolutum ducatur, fiat multiplicatio characterum numeralium, & producto idem character cossicus præponatur vt si numerus A constans pluribus numeris cossicis, multiplicetur per numerum absolutum B. multiplico characteres numerales singulorum membrorum per B vt quater quatuor efficiunt 16. scribo 16. cubos.

A 4 c. + 8 q. + 2.
B 4
C 16 c. + 86 q. + 8.

Ratio est quia si quater repeteretur numerus A, fieretque vna summa ea esse æqualis numero C, sed multiplicatio eiusdem numeri A per B idem præstare debet, ac si quater repeteretur numerus cossicus A quot nempe sunt vnitates in absoluto B ergo proba est multiplicatio.

Eadem Regula probari potest per analysin. fiat suppositio, alicuius progressionis geometricæ verbi gratia illius in qua radix est 2. & cubus est 8. 4 cubi sunt 32, si multiplices 4. cubos per 4. efficis 16. cubos, sed 16 cubi sunt octies 16. seu 128. sed pariter quater 32. idem præstat ergo proba est multiplicatio. Ratio petitur (ex 2.2.) in qua habetur rectangulum sub insecta, & totâ aliquâ lineâ, æquale esse omnibus rectangulis comprehensis sub insecta, & singulis segmentis sectæ.

Tertia Regula cum numerus cossicè denominatus, per alium numerum cossice item denominatum multiplicatur, fiat multiplicatio communis characterum numeralium, & producto character cossicus addatur indicatus per summam exponentium numerorum multiplicantium. sit numerus cossice denominatus 3q multiplicandus per 4. c. primò multiplico 3. per 4. & fiunt 12, quibus apponendus est character cossicus qui fit ex additione exponentium quadrati idest 2. & cubi nempe 3. seu indicatus per summam 5 seu surdesolidi fient 12. 5.

Demonstr. petitur ex iis quæ demonstrauimus in generatione logarithmorũ, nempe quoties numeri aritmetice proportionales, aptantur geometricè proportionalibus, idem præstari additione arithmeticorum quod perficitur multiplicatione geometricorum sed per additionem exponentium quadrati, & cubi, fit exponens surdesolidi, ergo si vnum quadratum multiplices per vnum cubum, generabitur vnus surdesolidus, si vnum quadratum duos cubos multiplicet, producentur duo surdesolidi: si duo quadrate multiplicent duos cubos fient 4. surdesolidi. ergo si 3q. multiplicent 4 c. fient 12. surdesolidi.

Radix ergo multiplicans seipsam facit quadratum.

Radix multiplicans quadratum producit cubum.

Et vniuersaliter radix multiplicans aliquam potestatem generat sequentem.

quadratum multiplicans radicem facit cubum distantem à radice duobus gradibus.

q ductus in q. efficit qq. distantem à quadrato duobus gradibus.

q multiplicans cubum generat surdesolidum distantem à cubo duobus gradibus.

q multiplicans qq, producit qc, distantem duobus gradibus à qq.

Cubus multiplicans R. producit qq. remotum à radice tribus gradibus.

c. ductus in q. surdesolidum efficit tribus gradibus à q. remotum.

c. ductus in c producit q c,

Regula ergo Quarta, generalis esto exponens cuiuscumque numeri cossici indicabit quot gradibus remotus sit productus ab alio multiplicante.

Regula Quinta, eadem signa, reponunt signum +, diuersa signa, signum —.

Non apparet vlla difficultas vt numerus affectus signo + multiplicatus per alium affectum signo +, producat affectum signo +, nam in multiplicatione vulgari omnes numeri subintelliguntur habere signum +.

Secundò cum + per — multiplicatur productus habet hoc signum — quod penetratis terminis satis intelligetur proponantur. + 4 R. multiplicandæ per 3 R — 4 si abesset additamentum illud — 4, multiplicando 4 R. per 3 R. fiunt 12 q, sed nolumus vt fiat integra illa multiplicatio per 3 R, sed innuimus subtrahi prius debere, ex 3R. quatuor vnitates, ergo productus erit minor, quam si deesset illud additamentum — 4. ergo 16R, quæ oriuntur ex multiplicatione 4 radicũ per 4 debent habere præfixum signum —

Maior apparet difficultas in vltimâ parte regulæ, nempe vt minus multiplicatum per minus, efficiat plus, quod tamen ita demonstro nempe in tota operatione multiplicationis, id

eo si multiplicentur 9. quadratum a. in b, quadratum scilicet 16. eundem numerum produci, quia scilicet positis duabus radicibus 3. & 4. & earum quadratis 9. & 16, si radices se multiplicent, fiantque 12. & quadrata se multiplicent fiantque 144. dico 12. esse radicem vltimi producti nempe numeri 144. ratio est quia eum 3. multiplicet & seipsum & 4. faciatque 9. & 12, erit 9. & 12. vt 3. ad 4. pariter quia 4 multiplicat & 3. & seipsum efficitque 12. & 16. erit vt 12 ad 16 ita 3. ad 4. ergo ita est 9. ad 12. vt 12. ad 16, ergo (*per* 16. 6.) quadratum mediæ æquabitur rectangulo comprehenso sub extremis quod erat demonstrandum ergo si a b, multiplicet a b fiet aa. ba.

In genere ergo hæc regula observari debet, quoties idem est character in multiplicante, & multiplicato, sufficit mutare exponentem vt vides in præcedenti exemplo.

Denique notandum est in multiplicatione esse differentiam inter hæc duo multiplicare a + b, per a + b, & multiplicare a b, per a b. nam posito quod a sit 3. & b sit 4. a + b septem efficiunt, sed a b, significant a in b, seu 12. pri-

$$\begin{array}{r} a \; + b \\ a \; + b \\ \hline + a\,b. \; + b\,z \\ a\,z \; + a\,b. \quad \\ \hline a\,z \; + 2\,a\,b. + b\,z \end{array}$$

mum ita peragitur: primo, multiplicetur b in b, fitque bz. tum multiplicetur b in a, fitque a b. Tertiò multiplicari debet a + b per a, fitque a b, & az ita vt omnibus collectis fiant az + 2 a b. + bz.

Secunda verò multiplicatio peragitur mutando tantum exponentes quantitatum a & b, ita vt fiant az bz, intelligaturque a quadratum in b quadratum.

PROPOSITIO X.

Problema.

Diuisio numerorum cossicorum.

Diuisio, est acceptio quantitatis ad quam diuisa eam habeat rationem quam habet diuisor ad vnitatem, hæc quantitas vocatur quotiens dicitur diuisio esse applicatio superficiei scilicet ad lineam numerus enim diuidendus concipitur per modum superficiei rectangulæ quæ applicatur ad vnum latus, vt innotescat aliud latus, atque adeò quantitas applicanda, illi cui applicatur est heterogenea: in numeris vulgaribus hæc regula locum non habet, in cossicis tamen vim suam obtinet.

Eædem fere regulæ & obseruationes vsurpandæ sunt in diuisione, quæ multiplicationi perficiendæ accommodatæ sunt quare.

Quoties numerus cossicus per numerum absolutum diuiditur, quotiens erit numerus cossicus eiusdem denominationis cum enim multiplicatio numeri cossici per absolutum, eundem characterem cossicum retineat, diuisio quæ in priorem statum restituit, eundem etiam characterem seruabit.

Quare si diuidas 20 q per numerum absolutum 4. fiet quotiens 5 q.

Quoties numerus cossicus maior per minorem diuiditur, fiat subtractio exponentis ab exponente & apponatur character cossicus respondens reliquo proponatur hic numerus 12 C. diuidendus per 4q. erit quotiens 3. & quia exponens cubi est 3. & quadrati 2. factaque subtractione 2 a 3 restat 1. dices quotientem esse 3R. quod ex regulis in multiplicationes traditis, facile demonstratur.

	R	q	c	qq	S	qc	SS
R	N	R	q	c	qq	S	qc
q	R	N	R	q	c	qq	S
c	q	R	N	R	q	c	qq
qq	c	q	R	N	R	q	c
S	qq	c	q	R	N	R	q
qc	S	qq	c	q	R	N	R
SS	qc	S	qq	c	q	R	N

Potest tamen addi hæc tabola totam doctrinam diuisionem continens vsus illius talis erit, quæ in summitate numerum diuidendum, & in primâ columnâ diuisorem, communis concursus exhibebit quantitatem. vt si diuidendum proponas qq. per q. hunc accipe in prima linea & quadratum in prima columna q. communis vtriusque concursus quadratum exhibebit; si cubum per quadratum diuides, quotiens erit R.

Signorum regulæ priùs traditæ obseruandæ sunt, plus diuisum per + facit + minus per minus, quotiens erit +.

Plus diuisum per minus; aut minus per + efficit —

Potest in diuisione diuidendus esse compositus vix tamen diuisor vt si diuidas 12 q + 6R. per 3. quotiens erit 4q + 2R.

Si diuidas 8q. — 12 R. per 4 R, quotiens erit 2R. — 3.

Si diuisor fuerit compositus & partes diuidentis non habeant eamdem rationem ad partes diuisi non fiet diuisio propter dicta, sed resultabit fractio vt si diuidere debeas hunc numerum 7q + 15R, + 10. per 2R. + 2. fiet fractio $\frac{7q + 15R + 10}{2R + 2}$ indicans vbi innotuerit valor tam radicis quam quadrati instituendam esse talem diuisionem.

Si numeri diuidendi partes eamdem haberent rationem, ad partes diuisoris compositi, poterit institui diuisio, vt si diuidere debeas 56q. + 6R. per 8R. + 3 quotiens erit 2R.

Denique si numerus appellationis minoris diuidatur per numerum appellationis maioris, exurget fractio vt hic numerus 10R. diuidendos sit, per

per hunc, 5c. nasceretur hæc fractio $\frac{10R.}{5.C.}$

In multiplicatione & divisione cossicorum, sæpe accidit vt numeri, in specie differentes eundem tamen produceant, eo quod in specie tantum differant se vera tamen sint iidem numeri sic 5. est idem ac 5—2 quare si per seipsos multiplicentur habebunt quadrata æqualia.

Notandum item est in algebra occurrere numeros minores quam nihil qui licet fictitij sint, possunt tamen conferre ad inveniendos veros numeros,

Quod pertinet ad divisionem secundum methodum in speciosa vsurpatam observandæ sunt regulæ divisionis cossicorum. quare

Primò quoties potestas superior, per inferiorem eiusdem appellationis dividitur subtrahitur exponens divisoris, ab exponente divisæ, Sic dividendo a3 per a2, restat a1 seu a, si ante potestatem adscripti sint charactteres numerales tam in dividendo, quam in divisore, debent illi dividi vt si 12. a4 dividantur per 3 a3 erit divisor 4 a.

Secundò quando potestas, aut etiam quantitas, per aliam alteriùs nominis seu ex alia radice ortam dividitur divisio peragitur, subscriptione divisoris: vt si b4 dividi debeat per a2 fiet divisio $\frac{b4}{a2}$

Tertiò quando quantitas composita dividitur per vnam sui partem, quotiens erit alia pars, vt si a b, dividatur per a, restabit b. cum enim a b, nihil significet aliud, nisi productum ex a, in b, clarum est quod si tale productum dividatur per vnum latus a, quotiens erit aliud latus b.

Maior erit difficultas in divisione quantitatis compositæ, per aliam quantitatem compositam, possumus tamen in multis, imitari methodum divisionis arithmeticæ communis. proponatur primò quantitas composita dividenda per quantitatem simplicem vt si proponatur quantitas

$$\frac{A\,c \;+\; B\,c}{c \qquad\quad c} \quad (\; A + B$$

A c + B c, dividenda per c. divido primum membrum A c, per c, & fit quotiens A, tum multiplico c, per inventum quotientem A & fit Ac, quô subtracto ex primo membro AC, nihil restat, promoveo meum divisorem, & divido Bc, per c, & fit quotiens B, quem scribo, tum multiplicando divisorem c, per B, fit Bc, quo subtracto ex B c nihil restat; quare A + B, erit quotiens quando autem dubitamus, an ritè fuerit peracta divisio possumus per multiplicationem id probare.

Proponatur secundò Ac + AD, + BC, + BD

$$\frac{Ac,\; + AD,\; + Bc,\; + BD.}{c,\; + D,} \quad (\; A + B.$$

dividenda per c + D dividatur primum membrum A c. per c, quotiens erit A, per quem multiplica totum c + D fietque A c + AD, quibus subductis ex A c + A D nihil relinquitur. Intelligatur divisor c + D promotus, divide B c, per c, quotiens erit B. per quem si multiplices totum divisorem c + D, fiet Bc, + B D, quibus ex dividendo subductis nihil relinquitur, ergo quotiens erit A + B.

Quando ita fieri non possunt divisiones, vt nihil relinquatur divisor subscribatur dividendo, & perfecta erit divisio, sit dividenda quantitas B D per A, fiet quotiens $\frac{BD}{A}$ pariter si proponeretur hæc quantitas composita B D, + DG, dividenda per A ita scribendum esset $\frac{BD + DG}{A}$ hæc methodus est facilior vt verum tamen fatear, non tam est divisio, quam nota divisionis faciendæ, vbi quantitates secundum propriam naturam innotescent.

PROPOSITIO X.

Problema.

De Fractionum cossicarum numeratione.

Numeri cossici, suas æque ac vulgares numeri fractiones habent, circa quas eædem valent regulæ & axiomata,

Prima sit hæc; minutiæ in quibus eadem est ratio numeratoris ad denominatorem æquales sunt, ita $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{4}{12}$ idem sonant. cum enim denominator fractionis pro vnitate divisa in partes supponatur, & numerator indicet quot huiusmodi partes fractio contineat, eadem erit ratio fractæ magnitudinis ad vnitatem, quæ numeratoris ad denominatorem, ergo (*per* 7. 5.) magnitudines fractæ erunt æquales. Ex hoc sequitur quod si fractionis denominator, & numerator per eumdem numerum aut multiplicentur, aut dividantur fiet fractio æqualis.

Secunda sit numeratio fractionum, quæ melius intelligi non potest quam in exemplis variis proponatur hæc fractio $\frac{12}{15}$R. hæc fractionem significat, in qua 12. esset numerator & 15R. esset denominator. ita vt si versemur in progressione geometrica in qua Radix est 2. atque adeo 15 R. æquantur numero 30. hæc fractio $\frac{12}{15}$R. sit huic æqualis $\frac{12}{30}$. pariter hæc fractio $\frac{12\ qc. + 10\ qq.}{7\ q.}$ significat eam fractionem in qua numerator esset æqualis 12 qc. + 10 qq. & numerator æquatet 4. quadrata. vt in progressione geometrica dupla 12qc. efficiunt 768. & 10qq. faciunt 160. erit ergo numerator fractionis $\frac{928}{16}$ quæ consequenter maior erit vnitate, vt vides.

Harum fractionum algorithmus 6. regulis continetur, nempe abbreviatione, reductione ad eundem denominatorem, additione, subtractione, multiplicatione, divisione.

In Algebra speciosa frequentiores occurrunt fractiones vnitate maiores, quam in algebra numerosa, aut in arithmetica communi, quia nempe sæpe divisio perficitur per simplicem subscriptionem divisoris. vt $\frac{AB}{c}$ significat rectangu

rectangulum contentum ex A in B, & divisum per c. ex quo oritur fractio plerumque maior vnitate: io qua scilicèt denominator minor est numeratore.

Certum est autem in fractiotibus Algebricis eam fractionem æqualem esse vnitati in qua denominator, & numerator æquales sunt.

Certum est item quemlibet numerum transformari posse in fractionem, si illi subscribatur vnitas qualis est iste $\frac{AB}{1}$

Tertio si accidat quantitatem scribendam esse per modum fractioois, cuius denominator assignetur, hæc prima quanitas per denominatorem multiplicetur, & sic multiplicata fiat numerator fractionis. vt si quantitas A debeat notari per modum fractioois cuius denominator sit B multiplicetur A per B, fiet AB, numerator fractionis $\frac{AB}{A}$ quæ est æqualis ipsi A, aut $\frac{A}{1}$ reliquæ praxes communes sunt aliis fractionibus.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Abbreviatio fractionum cossicarum.

Abbreviatio fractionum cossicarum seu reductio ad minores numeros, duplex esse potest nempe reductio ad minores numeros præfixos denominationibus cossicis, secunda reductio erit ad characteres cossicos mious altos, seu minus distantes à radice, de vtraque agendum est in hac propositione.

Abbreviatio minutiæ quo ad numeros, est substitutio minutorum numerorum eamdem rationem habentium.vt $\frac{16q}{4R}$ reducitur ad hanc $\frac{4q}{1R}$ methodus autem eadem quæ in arithmetica communi vsurpatur, per inventionem scilicet maximæ communis mensuræ, vt in proposito exemplo tam 16. quam 4. dividuntur per 4. maximam communem vtriusque mensuram.

Quia autem vt plurimum in fractionibus cossicis plures occurrunt quam duo numeri ideo non tantum duorum numerorum, sed plurium communis mensura invenienda est. invenitur autem maxima communis mensura duorum nempe subtrahendo minorem à maiore quoties potest, & hoc alternatim fiat, donec occurrat aliquis, qui alium præcisè metiatur, hæc enim erit communis maxima duorum numerorum mensura: quæ si tertium metiatur, erit trium maxima communis mensura, si tertiū non metitur quæratur huius communis mensuræ iā inventæ, & tertij numeri maxima communis mensura; atque ita inveniemus trium quamor, quinque numerorum maximam communem mensuram, per quam si dividamus propositos numeros, fiet abbreviatio quoad numeros proponatur hæc fractio $\frac{8c + 16q}{4R + 20}$

quatuor numerorum 8. 16. 4. 20, maxima communis mensura est 4, per hanc divide prædictos numeros, habebisque aliam fractionem priori æqualem $\frac{2c + 4q}{1R + 5}$

reductam ad minores numeros, esse autem æqualem clarissimum est, cum eius termini eamdem rationem habeant ac termini præcedentis fractionis.

Abbreviatio characterum cossicorum alicuius minutiæ, est reductio vt dixi ad minores characteres cossicos. qui eamdem inter se rationem observent, hoc est si inter terminos seu characteres erant duo gradus progressionis geometricæ anic reductionem, post reductionem ad minus altos, totidem inveoiantur.

Proponatur hæc minuria $\frac{5qq + 3q}{1R}$

minimus character est 1R. hic descendat vsque ad numerom absolutum, & quia inter radicem & quadratum nihil mediat, & pariter inter absolutum & radicem nihil mediat, pro 3q reponantur 3R. & quia inter q & qq mediat cubus, & inter radicem & cubum mediat q pro 5qq ponantur 5c. eritque fractio nova $\frac{5c + 3R}{1}$

Quare hæc esto regula generalis minimus character transear in numerum absolutum, & alij æque à numero absoluto distent, ac præcedentes distabant à minimo, quod vt facilius exequaris subtrahe exponentem minimi characteris, ab exponentibus maiorum, restabunt exponentes characterum apponendorum vt in præcedenti exemplo si 1. exponentem radicis subtrahas ex 4. exponente qq, restabit 3. exponens cubi, si ab exponente quadrati seu 2, subtrahas 1, reliquus erit 1 exponens radicis.

Demonstratio clara est cum enim idem numerus, fractionis terminos multiplicat, aut dividit æqualis exurgit fractio: sed quod in numeris per multiplicationem, aut divisionem peragitur, id in exponentibus per additionem & subtractionem, perficitur, ergo subducto exponente infimi termini, idem perficitur, ac si per infimum omnes dividerentur.

Addo insuper in Algebra speciosa, fractionem ad minores terminos commodissime reducendam, divisione per quantitatem, quæ in vtroque termino exprimatur, vt si proponatur hæc $\frac{a\,2b}{bD}$ fiat divisio per b, restabit alia fractio simplicior $\frac{a2}{D}$ æqualis priori pariter si occurreret hæc fractio $\frac{a\,2b + a\,2D}{bD + D2}$

dividatur numerator & denominator per b + d fiet $\frac{a2}{d}$ fractio priori æqualis. nam dividendo a ab per b + D fit quotiens a2, per quem si multiplices b + d fit a 2b + a 2d quibus subductis ex numeratore nihil relinquitur, pariter divideodo bd + da per b + d. primo divido bd per b, & quotiens erit d, per quem multiplico divisorem b + d & fit bd + da quô subductô ex denominatore nihil relinquitur quare termini fractionis rectè divisi sunt per b + d ergo quotientes a2 & d eamdem habent rationem. in quo notare debes divisonis b + d terminos deleri æqualiter in numeratore, & denominatore.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Reductio minutiarum cossicarum ad eamdem denominatorem.

Hæc reductio necessaria est vt minutiæ addantur, aut ab invicem subtrahantur. Perficitur autem multiplicatione in crucem decussatâ, eò ferè modô quô solet in minutiis vulgaribus, hoc est primò denominatores ad invicem multiplicantur, vt communis exurgat denominator, tum numeratores decussatim per denominatores, vt producantur numeratores.

A.	4 R.	X	D.	6 c
B.	5 q		C.	7 q
H.	28 c		G.	30. S
K.	35 qq		F.	35. qq

Proponantur fractiones AB. DC reducendæ ad eamdem denominationem multiplica denominatores B & C inter se vt nempe 7q, per 5q fiet communis denominator 35. qq duc A in C fietque 28 c. numerator primæ. duc B in D seu 6c. in 5q fient 30. S. numerator G.

Demonstratio eadem recurrit quæ in fractionibus vulgaribus, cum enim C multiplicando A & B producat H & K. eadem erit ratio H ad K quæ A ad B: ergo fractiones A B, HK æquales erunt, paritet cum B multiplicando D & C, efficiat G & F, erit eadem ratio D ad C, quæ G ad F, quare fractiones DC, GF æquales erunt.

Si numerus integer, & fractus ad eandem denominationem revocari debeant; numero integro subscribitur vnitas, vt si hic numerus 4R + 3R debeat reduci ad camdem denominationem cum aliqua fractione, illi subscribe vnitatem vt fiat fractio $\frac{4R + 3R}{1}$.

Si integro adhærear fractio, integer prius ad fractionem revocetur. nempe multiplicatus per denominatorem fractionis, & additus numeratori fractionis vt $6q + \frac{4R}{3R}$ si multiplices 6q per 3R. fiunt 18C. scribe ergo $\frac{18c. + 4R}{3R.}$

In Algebra speciosa quia multiplicatio fractionum in crucem, ita fractiones compositas reddit vt expurgatione operosâ indigeant aliam viam tentabimus. Primò propositis duabus quantitatibus; quæremus minimam quantitatem, quæ illas sine residuo dividat hôc modô, proponantur duæ quantitates a ab. bd hæ scribantur ad modum fractionis in hanc formam $\frac{a\ 2b}{bd}$ reducantur primo ad simpliciorem fractionem hæc erit $\frac{a2}{d}$ instituatur multiplicatio in crucem, vt prius

$$\frac{a\ 2b}{bd} \times \frac{a2}{d}$$

idem numerus proveniet sive a2 multiplicet bd, sive d multiplicet a 2b nempe a abd, hæc erit minima quantitas quæ per a 2b & bd dividi potest.

Pariter datæ sint duæ quantitates a 2b — a 2d & bd — d2 sitque quærenda minima quantitas per vtramque exacte divisibilis scribantur hæ quantitates ad modum fractionis $\frac{a\ 2b - a\ 2d}{bd - d}$ reducatur hæc fractio ad minores terminos fietque $\frac{a2}{d}$ fiat multiplicatio in crucem cum priori $\frac{a\ 2b - a\ 2d}{bd - d}$ $\frac{a2}{d}$ fiet vtrobique eadem quantitas, nempe a 2bd — a a da cum enim eadem sit ratio in vtraque fractione numeratoris ad denominatorem, sunt enim æquales, productus sub mediis æquabitur producto sub extremis.

Si tribus quantitatibus propositis quæreretur minima quantitas per quamlibet exacte divisibilis quærenda primò esset quantitas minima divisibilis exacte per duas, quæ si divisibilis quoque esset per tertiam quærenda esset minima quantitas divisibilis exacte per hanc inventam & tertiam.

Sed iam ad reductionem minutiarum veniamus proponantur duæ fractiones $\frac{b\ 3d}{a\ 2f}$ & $\frac{a4}{df}$ primò quæratur minima quantitas per vtriusque fractionis denominatorem divisibilis hæc erit a 2df hæc poterit esse communis denominator. hunc communem denominatorem divide per denominatores a af df fient quotientes d & a per quos multiplicabis numeratores fractionum producenturque numeratores b3 da & a4 habebis fractiones $\frac{a4}{a2\ df}$ $\frac{b3\ d2}{a2\ df}$ quas dico esse præcedentibus æquales. nam cum a adf dividatur per denominatores & quotientes sint d & a hi quotientes ducti in denominatores faciunt communem denominatorem & ducti in numeratores faciunt numeratores: erit eadem ratio numeratorum ad denominatores in novis fractionibus quæ in prioribus erat: ergo erunt æquales.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Additio & subtractio fractionum cossicarum.

Fractiones cossicæ addendæ; aut subtrahendæ ad eamdem prius denominationem revocentur, tum numeratores simul addantur ad additionem; vnus ab alio subtrahatur ad subtractionem, vt si sint istæ fractiones $\frac{3R}{8q}$ $\frac{7R}{8q}$

colligantur numeratores fientque $\frac{10R}{8q}$

Ratio huius operationis eadem est quæ in vulgaribus fractionibus, posset tamen vlterius probari resolutione terminorum, ad proprium valorem, vt si versemur in progressione dupla 3R. efficiunt 6. & 8q efficiunt 32. est igitur $\frac{3R}{8q}$

idem

idem ac $\frac{6}{35}$. pariter 7R. efficiunt 14. eritque aggregatum fractionum $\frac{20}{35}$. Eadem est praxis subtractionis, nam retentô eôdem denominatore, numerator vnius, à numeratore alterius subtrahitur, vt si $\frac{3R}{8q}$ subtrahere debes à $\frac{7R}{8q}$ restabunt $\frac{4R}{8q}$ quæ praxis maiorem difficultatem non patitur quam in fractionibus vulgaribus.

In Algebra speciosa eadem praxis vsurpanda est.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Multiplicatio, & divisio minutiarum cossicarum.

Minutia cossica per aliam multiplicatur, cum tam numeratores inter se, quam denominatores multiplicatur, quæ regula communis est minutiis vulgaribus, similiterque demonstratur, habet tamen id proprium, quod in tali multiplicatione debeat haberi ratio characterum cossicorum, & signorum + & — vt si multiplicandæ sint istæ minutiæ $\frac{5R}{4q}$ in $\frac{3R}{5q}$ producetur hæc $\frac{15q}{20qq}$

Ad divisionem minutiæ per minutiam cossicam. numerator fractionis dividendæ multiplicatur per denominatorem dividentis, fietque numerator quotientis supra lineam scribendus; tum multiplicetur denominator eiusdem fractionis dividendæ per numeratorem dividentis & producetur denominator quotientis. hæc fractio $\frac{12q+6R}{5c}$ dividenda sit per $\frac{4R}{5}$ multiplica numeratorem dividendæ per 5 fiet 60q + 30R. multiplica item denominatorem dividendæ seu 5c. per 4R fient 20qq pro denominatore habes igitur quotientem $\frac{60q+30R}{20qq}$ demonstratio est in arithmetica communi.

1	5	
9	20	5. 180
16	27	12. 432
4	3	

Quia tamen per huiusmodi praxes præcipue vero in multiplicatione oritur fractio non ad minimos terminos reducta, ita operaberis vt habeas fractionem sub minimis numeris comprehensam, hancque propono in minutiis vulgaribus vt si proponantur $\frac{9}{16}$. & $\frac{20}{27}$. quæratur communis maxima mensura numeratoris 9. & denominatoris 27. decussatim se respicientium, eritque 9. per quam si vtrumque numerum dividas habebis quotientes 1. & 3. scribendos, pariter inquiratur maxima communis mensura numerorum 20. & 16, eritque 4. per quam si vterque numerus dividatur; quotientes erunt 4. & 5. multiplica 4. & 3. fient 12. multiplica pariter numeratores 1. & 5. & habebis numeratorem 5. habebisque fractionem $\frac{5}{12}$. reductam ad minimos terminos, loco istius $\frac{180}{432}$. hæc praxis potest etiam in fractionibus cossicis vsurpari, quando scilicèt facile potest inveniri communis mensura, in alternis terminis fractionum & hoc etiam

a—b / aa c—aa d—ba c + ba d	aa—ab / a3—aba
aa + aa b + ba / a + b	cd—da / d
a3—2a ab + aba / ad—bd	

in speciosa vt propositis duabus fractionibus communis mensura primi numeratoris & secundi denominatoris erit cd, per quam si fiat vtriusque divisio erunt quotientes a — b ex vna parte & d ex alia, pariter secundus numerator, & primus denominator habent communem mensuram a b, per quam divisi exhibent quotientes aa — ab. & a + b. multiplicentur quotientes numeratorum inter se & habebis numeratorem a3 — 2 aab + ab2.

Si per fractionem multiplicandus esset integer, aut integer cum fracto, priùs subscriptâ vnitate ad fractionem revocandus esset, vel ad fractionis denominationem revocandus.

Datur fere similis praxis ad divisionem fractionis per fractionem, vt nempe exurgat quotiens ad minimos numeros redactus.

3	5	
9	15	20
16	28	21
4	7	

Sit per $\frac{9}{16}$. dividenda fractio $\frac{15}{28}$. quære maximam communem mensura denominatorum 16. & 28. hæc erit 4. per quam si dividatur vterque numerus habebuntur quotientes 4. & 7. pariter maxima communis mensura numeratorum 9. & 15. est 3, per quam si dividas numeratores 9. & 15. erunt quotientes 3, & 5. multiplica inter se alternos quotos 4 & 5, fiet numerator 20, multiplica 7 per 3. producetur 21. habes igitur $\frac{20}{21}$. quotientem divisionis qua $\frac{15}{28}$. dividitur per $\frac{9}{16}$. sicut $\frac{21}{20}$. est quotiens divisionis qua $\frac{9}{16}$. dividuntur per $\frac{15}{28}$.

Hæc quidem applicari possunt. si tamen fractiones ad eamdem denominationem reduxeris diviso numeratore per numeratorem, quotiens erit is qui quæritur vt si proponantur $\frac{40}{5}$. dividendæ per $\frac{20}{5}$. divendo 40. per 20, quotiens 4. erit is qui quæritur.

Hæc item doctrina applicari potest fractionibus cossicis.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Data minutia partem, aut partes quascumque methodo compendiosâ eidem addere.

Proponatur quæcumque minutia Cossica $\frac{3\,c. - 16.}{2.}$ cui addere debemus eiusd. minutiæ $\frac{3}{4}$. adde his partib. valoré vnitatis, vnitas antē æqualis est $\frac{4}{4}$. seu adde denominatorem numeratori, ita vt fiat $\frac{7}{4}$. quærimus ergo septem quadrantes fractionis propositæ, volumus enim eidem addere $\frac{3}{4}$. multiplica ergo prædictam fractionem per $\frac{7}{4}$. multiplicando numeratorem per 7, & denominatorem per quatuor producatur hæc fractio $\frac{21.\,c. - 112.}{8.}$

Eodem modô erit operandum si pro fractione cossica proponeretur numerus integer vt si proponeretur 12. q. cui addendi $\frac{3}{4}$. facta pariter fractione $\frac{7}{4}$. multiplicabis $\frac{12.\,q.}{1.}$ per $\frac{7}{4}$. & habebis $\frac{84.\,q.}{4.}$ & diviso per 4 si dividi possit numeratore 84. habebit 21. q.

Eodem artificio propositæ minutiæ, aut numeri cossici, partes quascumque non ad ipsum numerum, aut minutiam addes verbi gratiâ addenda sit $\frac{1}{3}$. ad $\frac{1}{4}$. cuiuscumque numeri, primo adde has minutias, ita vt fiat earum summa $\frac{7}{12}$. quæris ergo $\frac{19}{12}$. cuiuscumque minutiæ, aut numeri cossici, hunc numerum, sive minutiam multiplica per $\frac{19}{12}$. & habebis intentum.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Quascumque partes à dato numero cossico compendiosâ methodo subtrahere.

Proponatur quilibet numerus cossicus, simplex aut compositus, ex quo auferre debes $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{4}$. adde simul istas minutias vt earum summam habeas $\frac{11}{12}$. hanc aufer ab vnitate nempe 11. à 12. restabitque $\frac{1}{12}$. multiplica propositum numerum per $\frac{1}{12}$. & habebis vnam duodecimam talis numeri, ergo ab eo subtraxisti $\frac{11}{12}$. quod intentum erat.

Non dissimili ratione partes quascumque propositi numeri à partibus eiusdem numeri subtrahes verbi gratia sit subtrahendus $\frac{1}{4}$. alicuius numeri ex $\frac{1}{3}$. eiusdem, subtrahe $\frac{1}{4}$. ex $\frac{1}{3}$. restabit $\frac{1}{12}$, debes igitur habere vnam duodecimam propositi numeri, quæ exhibebitur multiplicando prædictum numerum per $\frac{1}{12}$.

Pariter propositi numeri partes quascumque invenies, si eum multiplices per fractionem significantem huiusmodi partes.

Agendum quidem esset de secundis radicibus numerorum cossicurum, quia tamen tanta præceptorum coacervatio solet Tyronibus caliginem affundere & tædium creare, algebræ regulam eiusque varios casus, & proprietates hic proponendam censui.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Artificium regula Algebræ.

1. Pro numero quæsito ponatur vna aut plures radices si simpliciter de numero agatur, si de superficie, superficies quæsita sit 1. quadratus: si de soliditate, soliditas sit 1. cubus.

2. Examinetur hæc radix, quadratus aut cubus secundum circumstantias quæstionis cognitas addendo, subtrahendo, multiplicando, dividendo donec occurrat aliqua æquatio.

3. Illa æquatio ad simplicissimam revocetur, si reductione opus sit.

4. Per numerum altioris characteris, aut numerus characteris depressioris, aut numerus absolutus dividatur, radix quæsita erit aut quotiens, aut quotientis aliqua radix.

In exemplo melius intelligetur regula.

Datâ laterum differentia, & eorum aggregatô, latera ipsa invenire: hoc est numerum datum dividere in duas partes datô excessu se superantes.

Proponatur numerus 100. dividendus in duas partes, quarum vna alteram superet numerô 40. quæratur minor pars hæc primò supponatur 1R.

Secundò examinetur secundum circumstantias quæstionis si minor pars est 1R. eâ subtractâ ex 100, restabit maior pars 100 — 1R. subtrahatur item minor ex maiori, habebiturque excessus vnius supra aliam, facta subtractione restat 100 — 2R. habemus autem talem excessum esse 40. habemus ergo æquationem 100 — 2R = 40. 3. reducatur ad simplicissimam, adde 2R. vtrinque adhuc remanebit æqualitas inter 100 = 40 + 2R. subtrahe vtrinque 40. adhuc erit æqualitas 60 = 2R.

4 Divide 60. per 2R. altiorem characterem habebis vnam radicem esse æqualem numero 30. quare minor pars erit 30. & maior 70. se superantes excessu 40.

Idem præstabis methodo Algebræ speciosæ numerus 100. ponatur esse b, & excessus 40. d. sitque minor pars a, eritque maior b — a, auferatur minor ex maiore seu a ex b — a fient excessus b — 2 a, qui æqualis est numero d, erit ergo æquatio b — 2a = d & addendo 2a vtrinque fiet alia æquatio b = d + 2a & subtrahendo vtrinque d erit b — d = 2a & dividendo per 2 characterem altioris potestatis, habebis æquationem $\frac{b - d}{2} = a$, quare aufer d ex b, nempe 40. ex 100. & reliqui 60. sume dimidium & habebis 30. pro minore parte.

Ex his vides methodum speciosam in eo commodiorem esse, quod eius Algorithmus sit facilior, in fine tamen reponendos esse proprios characteres, seu redeundum esse ac communem methodum, vbi simplex occurrerit æquatio.

In hoc exemplo facillimo licèt, animadvertere potuisti, æquationem non statim occurrere simplicissimam, atque adeò opus fuisse variis reductionibus, quas explicandas suscipio.

PROPO

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Antithesis.

Antithesis est transpositio alicuius quantitatis ab vna æquationis parte in aliam sub contrario signo: quam assero æquationem non labefactare. proponatur æquatio $4 R + 4 = 24$. transferatur illud $+ 4$. ab vna parte æquationis in aliam, sub contrario signo, nempe ita vt fiat $4 R = 24 - 4$. dico adhuc æqualitatem perseverare, si enim æqualibus subtrahantur æqualia, quæ fiunt erunt æqualia; sed in nostro casu vtrinque subtrahitur 4. in vno membro delendo $+ 4$, in alio apponendo $- 4$. ergo perseverat æqualitas.

Secundo proponatur æquatio $4 R - 5 = 15$. dico si 5. transferatur in aliam partem æquationis sub contrario signo ita vt fiat alia æquatio $4 R = 15 + 5$. eam inquam legitimam & veram esse æqualitatem, ex suppositione quod præcedens esset bona; si enim æqualibus $4 R - 5$. & quindecim addantur æqualia remanent æqualia. Sed delendo $- 5$. ex vna parte additur 5. & scribendo ex alia parte $+ 5$. additur 5. ergo quæ fient adhuc æqualia perseverabunt.

Sint inveniendi duo numeri in proportione tripla. quorum si maior detrahatur ex 30. & minor ex 16. remaneant numeri æquales: sit minor numerus 1 R, & consequenter maior erit 3 R, cum sint in proportione tripla. subtrahatur 1 R. ex 16 fiet $16 - 1 R$. subtrahantur 3 R ex 30 fient $30 - 3 R$. facta tali subtractione est æqualitas nempe $16 - 1 R = 30 - 3 R$. transferantur 3 R per antithesin. fiet æquatio $16 - 1R + 3 R. = 30$: seu $16 + 2R$. nam $+ 1R$. & $- 1R$ se elidunt. restabit ergo æquatio $16 + 2R. = 30$. transfer 16 per antithesin fiet æquatio $2 R. = 30 - 16$. aufer igitur 16 ex 30. habebis æquationem $2 R = 14$. seu $1 R = 7$. erunt hi numeri 7 & 21. restabit vtrobique 9. Methodô speciosâ idem præstabis sint 30 b & 16 d. numeri quæsiti a & 3 a. subtrahe 3 a ex b fiet $b - 3 a$, subtrahe a ex d fiet $d - a$. est ergo æquatio $d - a = b - 3 a$ transfer 3 a per antithesin fiet $+ 3a$. quod additũ alteri parti efficit $d + 2 a = b$, transfer etiam d fiet $2 a = b - d$ divide per 2 fiet $a = \frac{b - d}{2}$. subtrahe igitur 16 ex 30. fit 14. divide per 2. habebis a esse 7. & 3a esse 21.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Hipobibasmus.

Hipobibasmus est depressio terminorum ad gradum inferiorem, quam depressionem licitam esse contendo, & æquationi legitimæ nullô modo contrariam. proponatur æquatio $1 c. + 2 q = 15 R$. dico licitum esse deprimere quemlibet terminum æquationis, ad gradum inferiorem, ita vt fiat alia æquatio legitima $1 q + 2R. = 15$.

Demonstr. Intelligantur omnes termini primæ æquationis dividi per 1 R. quotientes eamdem habebunt inter se rationem, nam quantitates, & earum æque multiplicea sunt in eadem ratione, sed dum 1 R. dividit 1 cubum, quotiens est 1q. & cum vna radix dividit 2 q quotiens est 2 R. & dum vna radix dividit 15R. quotiens est 15. ergo hi termini sunt in eadem ratione, sed 1 c. + 2 q æquales erant 15 radicibus: ergo & hi $1 q + 2 R. = 15$. hanc reductionem nonnulli innuunt sub his vocibus, quod termini sint collaterales. non tantum autem vno gradu descendere possunt, sed duobus & tribus modo æqualiter omnes descendant. posset etiam probari eo quod termini cossici, sint termini progressionis Geometricæ, atque adeò sint proportionales. est ergo eadem ratio, qq ad cubum quæ cubi ad quadratum, & quadrati ad Radicem, & radicis ad numerum absolutum.

Hæc reductio in Algebra etiam speciosa locum habet. vt si detur æquatio $a4 + 2 a3 = z$ s. a2. fiet omnibus divisis per a2 alia æquatio legitima $a2 + 2 a = Z$: Z enim quod intelligebatur vt solidum iam intelligetur vt simplex longitudo.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Isomeria.

Isomeria est reductio æquationis per multiplicationem, certum est autem quod si omnes termini æquationis cuiuscúmque per eumdem multiplicentur, producti eamdem rationem habebunt quamvis autem sit vt plurimum inutile numeros integros multiplicare per alium, non est tamen inutile numeros factos ita multiplicare, quia huiusmodi multiplicatione ad eamdem denominationem reducuntur & neglectis denominatoribus reducitur æquatio numorum fractorum, ad æquationem integrorum. fundatur igitur hæc reductio, in hoc axiomate, si duos numeros æquales idem numerus multiplicet productos æquales efficiet, vel etiam in hoc quod in minutiis æqualibus, eadem sit ratio numeratorum, ad denominatores, quod si minutiæ æquales eumdem habeant denominatorem, numeratores æquales erunt.

$$\frac{6 R + 24}{5} \quad \text{X} \quad \frac{72 q - 396 R.}{3.}$$

$$\frac{18 R + 72}{15.} \qquad \frac{460 q - 1980 R.}{15.}$$

Sit inventa æqualitas inter istas minutias cossica $\frac{6 R. + 24}{5.} = \frac{72 q. - 396 R.}{3.}$ multiplicentur in crucem vt ad eamdem denominationem reducantur, fit communis denominator 15, &c.

& denominatores erunt 18 R. + 72. & 360 q. — 1980 R. quos assero esse æquales ita vt æquatio 18 R. + 72 $=$ 360 q. — 1980 R.

Demonstratio per multiplicationem in crucem minutiæ quæ æquales supponebantur ad eamdem denominationem redactæ sunt, ergo producta erunt æquales inter se, cum autem in minutiis æqualibus eadem sit ratio numeratorum ad denominatores, & denominatores sint æquales, numeratores etiam æquales erunt. erit ergo æquatio inter hos numeros 18 R. + 72 $=$ 360 q. — 1980 R. & transferendo 1980 R. per antithesin fiet æquatio 1998 R. + 72 $=$ 360 q.

Secundò detur æquatio inter minutiam cossicam & numerum absolutum verbi gratia sit æquatio $\frac{4\,q. + 10\,R.}{3} = 12.$ reducatur numerus absolutus ad minutiam subscriptá vnitate $\frac{12}{1}$. tum reducantur hæ minutiæ quæ æquales sunt ad eamdem denominationem fient duæ minutiæ. $\frac{4\,q. + 10\,R.}{3}$ $\frac{36}{3}$. & neglectis denominatoribus, dabitur æquatio 4 q. + 10 R. $=$ 36.

Tertiò si vnus tantum terminus æquationis sit fractus omnes termini ad minutiam revocentur. proponatur hæc æquatio 1 q. + $8\frac{1}{2}$ R. $=$ 246. reducantur omnes termini ad medietates $\frac{2}{2}$ q. + $\frac{17}{2}$ R. $=$ $\frac{492}{2}$. neglectisque denominatoribus habebimus æquationem 2 q. + 17 R. $=$ 492. quia tamen praxes communes volunt, vt numerus altioris potestatis ad vnitatem revocetur hæc praxis traditur. primò ponatur 1 q. pro secundo quia radix vno tantum gradu distat à quadrato multiplica 17. per hunc numerum 2. fient 34. quem numerum per 2. communem denominatorem divides redibúntque 17 radices. pro numero absoluto, quia numerus absolutus distat à quadrato duobus gradibus multiplica 495. non per 2 numerum quadrati, sed per eius quadratum 4. habebisque 1978. quem numerum divides per 2. communem denominatorem fientque 989. habes ergo æquationem 1 q. + 17 R. $=$ 989.

Demonstratio supponatur radix augeri, in proportione denominatoris. fiat nempe 2. quadratus erit quadruplus prioris quamvis id non exprimatur, quando autem crescit vnus terminus secundum vnam rationem debent & alij omnes crescere secundum eamdem rationem quare crescere debet non tantum ipsa radix, sed etiam numerus radicum fit enim ex $\frac{17}{2}$. 17 integri. & hoc vt rectangulum sub radice & sub 17. crescat in eadem ratione qua crescit quadratum. deinde homogeneum comparationis non debet duplicari, sed multiplicari per quadratum eiusdem denominatoris 2. vt crescat in eâdem ratione in qua supponitur crescere quadratum, quare dabitur alia æquatio in qua quadratum duplo maius erit, fietque æquatio legitima 1 q + 17 R. $=$ 989.

Hanc praxin vt pote vtilissimam in aliis exemplis faciliorem reddamus proponatur æquatio 4 qq. + 3 c + 2 R. $=$ 1272. si omnia dividantur per 4. numerum altioris potestatis fieret æquatio 1 qq + $\frac{3}{4}$ c. + $\frac{2}{4}$ q. + $\frac{8}{4}$ R. $=$ 318. vel 1 qq + $\frac{3}{4}$ c. + $\frac{3}{4}$ q + $\frac{2}{4}$ $=$ $\frac{1272}{4}$. atque ita omnes fractiones redactæ sunt ad eamdem denominationem. sic autem omnia reduces ad integros. si omnia multiplices per 4 numerum quadratorum, sed diversimode pro vt termini magis à qqto seu potestate primâ removebuntur. quare numerus cuborum manebit idem, quia cubus vnico tantum gradu distat à qqto, vnde abiecto denominatore fient 3 c. quia vero qtum à qqto distat per quadratum multiplica 3. non per 4. sed per quadratum 16. fientque 48. quem numerum si dividas per 4. communem denominatorem erunt 12 q.

Tertio quia radix distat à qqto vt cubus à numero absoluto multiplica 2. numerum radicum per 64. cubum numeri 4. fient 128. quem numerum si dividas per 4. communem denominatorem habebis 32. numerum radicum.

Denique quia numerus absolutus distat à qqto vt quadrato quadratus à numero absoluto, multiplica 1272. per qqtum radicis 4. seu per 256. habebisque 325632. divide per 4. & habebis 81408. habes igitur aliam æquationem 1 qq + 3 c. + 12 q. + 32 R. $=$ 81408.

Demonstratio eadem, augetur enim radix, vt sit quadrupla prioris. & consequenter debent augeri omnes termini pro vt exigit radix. ita aucta cum autem qdto quadratus sit in quadruplicatâ ratione radicis, omnes termini debent crescere in quadruplicata ratione 1 ad 4. nempe vt 1 ad 256. quod quidem non exprimitur in quadratoquadrato, sufficit enim exprimere vnum quadrato quadratum intelligendo de quadratoquadrato talis radicis, quo posito debent augeri reliqui termini in eadem ratione. quia vero facta hac suppositione iam crevit cubus in triplicata, sufficiet vt numerus cuborum quadruplicetur. sic enim productus ex numero cuborum, in eorum valorem erit in quadruplicata ratione, vnde pro $\frac{3}{4}$ cuborum ponetur 3 cubi.

Pro quadratis quia valor quadrati est in duplicata radicis, ideo numerus quadratorum multiplicatur per quadratum numeri 4. nempe per 16. sic enim productus ex numero quadratorum, in eorum valorem erit in quadruplicata ratione radicis, & productus dividitur per 4 communem quotientem, vt reducatur ad integros.

Pro radice, quia valor radicis augetur quadruplò tantum, vt productus ex numero radicum, in earum valorem sit in quadruplicata ratione debet multiplicari per cubum numeri 4. seu per 64. & productus dividi per 4. vt ad integros reducatur.

Denique ipsum homogeneum comparationis debet crescere in quadruplicata ratione 1 ad 4. nempe vt 1 ad 256. quare multiplicari debet per 256. & productus dividi per 4. vt ad integros reducatur.

Apposite vsurpatur isomeria, quoties numerus radicum est impar, vt vitentur fractiones, nam in solutione æquationum quadraticarum assumi debet semissis radicum. verbi gratia proponatur æquatio 1 q + 3 R $=$ 50.

Possumus cogitare radicis valorem duplum esse, & consequenter quadratum quadruplum, & ad hoc vt productus ex coefficiente 3. & radice augeatur in eadem ratione debet talis coefficiens duplicari & fieri 6. vt sint 1 q. + 6 R. denique homogeneum comparationis debet augeri in duplicata ratione radicis, ita vt multiplicetur per 4 quadratum numeri 2. & fiat 40. habemus ergo æquationem aliam 1 q + 6R $=$ 40. eritque radix 4.

PROP.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Parabolismus.

In regula Algebræ iubemur vltimô locô divisionem adhibere, hoc est dividere numeros inferiorum potestatum, aut etiam comparationis homogenoerum, per numerum potestatis altioris. in qua divisione, virtualis intervenit regula trium. proponatur hæc æquatio 5 R = 50. per divisionem comparationis homogenei 50. per 5. dicimus si 5. radices dant 50. vna radix quid dabit. & invenio vnam radice esse 10. quoties enim in regula proportionum secundus aut tertius numerus est 1. sola divisio regolam absolvit, eò quòd multiplicatio per vnitatem, numerum non immutet.

Pariter si esset inventa æquatio 4 q = 100. dividendo 100. per 4. habereotur 25. pro valore vnius quadrati.

Non tantùm in simplicibus æquationibus, per divisionem consequimur valorem vnius potestatis, sed etiam in compositis, modò reliqui omnes termini æquationis simili modo dividantur. proponaror æquatio 2 q = 20 R — 12. divide omnes terminos per 2. numerum scilicet altioris potestatis, habebis valorem vnius quadrati 1 q = 10 R — 6. vel sit proposita hæc 2 q + 12 R = 20. per divisione habebitur ista 1 q + 6 R = 10.

Ratio hoius praxis est quod similes partes aliquotæ in eâdem sunt ratione, ae tota; sed divisione omnium terminorum per eumdem numerum, sumuntur partes aliquotæ similes suorum totorum: ergo in eadem ratione erunt; sed ante divisionem erat æqualitas inter tota; ergo post divisionem dabitur æqualitas in quotientibus.

In genere igitur debet fieri regula trium, vt æquatio ad vniratem revocetur vt si sit æquatio 12 q = 66 R. + 36. dices si 12 q sunt æquales. Radicibus 66 + 36. vnum quadratum quot dabit, multiplicandi essent 66 R + 36 per 1. & eum idem numerus producatur, divides 66 R. + 36. per 12. inveniesqoe 1 q = $5\frac{1}{2}$ R. + 3.

Si accidat vt per hanc divisionem fiant fractiones vt in hoc vltimo exemplo recurres ad præcedentem propositionem seu isometiam.

Eamdem regulam in speciosa vsurpamus, vt si proponator æquatio sequens B A2. + Dpl. A = Z Sol. divide omnia per B numerum scilicet adiunctum altiorl potestati fiet A2 + $\frac{\text{Dpl. A}}{\text{B}}$. = $\frac{\text{Z Sol.}}{\text{B.}}$

Quare proprie parabolismus est divisio terminorum æquationis per eam quantitatem, per quam altior potestas erat multiplicata, instituitur autem hæc divisio, vt potestas sola ponatur: sic enim faciliùs cum aliis terminis comparabitur.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Analogismus.

Analogismus est revocatio æquationis ad proportionalitatem in hoc principio fundata, quod in tribus proportionalibus quadratum medij æquale sit facto sub extremis, & in quatuor proportionalibus factum sub extremis æquetur facto sub mediis vt si sint 4 q. = 8 R, erit rectangulum comprehensum sub 4. & valore quadrati æquale rectangulo sub 8. & valore radicis, quare si 8. ponatur primus numerus erit vt 8 ad 4. ita quadratum ad radicem.

Hic analogismus videtur esse vtilior in Algebra speciosa, quam in communi vt si proponatur æquatio R A = S B. fiant S B mediæ, erit vt R ad S, it B ad A.

Proponatur hæc æquatio paulò difficilior R A + S A = S B, cum duo sint rectangula RA + SA fiet ex his duobus vnum, si nempe R + S multiplicetur per A, fiatque (R + S) A = SB fiant B & S mediæ erit analogismus vt R + S ad S ita B ad A.

Sit alia æquatio RA + SA = SB + RB. A multiplicer S + R. fiet (R + S) fiet (R + S)A. fiat (R + S)B. cum sit æquatio R + S)A = (R + S) B. si vltimæ fiant mediæ erit analogismus R + S, R + S, B, A. ergo B & A æquales erunt.

Occurrat hæc æquatio 2BA — D A = 2BD + 2 GD ita concipi debet, vt instituatur proportio (2 B — D) A = (2 B + 2 G) D. si vltimæ fiant mediæ erit vt 2B — D ad 2B + 2G, ita D ad A.

Potest item advocari aliud principium, nempe si plana, aut solida similia fuerint proportionalia, eorum radices, seu latera sunt proportionalia. vt si hi termini fuerint proportionales G2 — D2; 4 B2 + G2 — D2; D2, A2. hi etiam proportionales erunt ℞q G2 — D2. ℞q 4 B2 + G2 — D2. D. A.

Sæpe etiam ab vno analogismo ad alium gradum facimus componendo, dividendo convertendo multiplicando, & ex secundo analogismo ad aliam æqoationem.

Est aliqua difficultas in formando analogismo, quoties occurrit æquatio in qua fractio æquatur integro. quod in exemplis melius explicabitur. proponatur hæc æquatio $\frac{B2}{D}$ = A sensus est quod si B2 dividatur per D, quotiens æqualis erit numero A. ergo ille quotiens seu numerus A illi æqualis, multiplicando D producet B2. ergo quadratus radicis B, æqualis est producto ex D. in A. sunt ergo proportionales A, B, D.

Sit alia æquatio $\frac{B3}{A}$ = D2. quotiens ergo divisionis quà A dividit B3 est æqualis D2. quare D2 A = B3. sed B3 producitur si B ducatur in B2. quare si ita ordinentur quantitates A, B, B2, D2. cum factum sub extremis æquetur facto sub mediis proportionales erunt.

Sit æquatio $\frac{BD}{A}$ = G sensus est quod G æquale sit quotienti divisionis qua A dividit BD, ergo

G mul

G multiplicando A facit B D, ſed pariter B in D facir BD, quare datur analogia A, B, D, G.

Hæ æquario $\frac{BDG}{A} = F$. indicat F æquari quotienti diviſionis quà A dividit BDG, ergo ſi F multiplicet A, reſtituet BDG, quare AF æquabitur BDG. ſed B ductum in DG facit BDG quare ſi B, DG fiant mediæ, habebimus analogiſmum A, B, DG, F, vel A, BD, G, F vel A. BG, D, F.

$\frac{BD + GD}{A} = F$ hane analogiam efficit A, B + G, D, F.

Hæc erit difficilior $\frac{B2 - D2}{G} = A$, eritque AG æquale B2 — D2. Sed hoc vltimum fit ſi B + D ducatur in B — D. ergo probus erit analogiſmus G, B + D, B — D, A. cum factum ſub extremis æquetur facto ſub mediis.

Hæc æquatio $\frac{B2 + 2BD + D2}{A} = F$. hanc dabit analogiam A, B + D. F quia nempe quadratum mediæ æquatur facto ſub extremis, nam oſtendam productum ex F in A eſſe B2 + 2BD + D2, ſed hoc quadratum habet radicem B + D vt oſtendemus inferius, & ex multiplicatione probari poteſt.

Iſta æquatio $\frac{B2\ D2}{G2} = A2$. exhibet hanc analogiam G2, B2D2. A2.

Si numerator fractionis reſolubilis non ſit in plures terminos poterit fieri radix ligata, vt in hac æquatione $\frac{BD + FG}{H} = A$ cum A H æquetur BD + FG erit æquatio A, radix quadrata (BD + FG) H. vocatur aut radix quadrata numeri compoſiti radix ligata eò quod numerus parentheſi ligandus, ſeu claudendus ſit.

Sæpe in huiuſmodi analogiſmis inveniendis aut ordinandis vſurpanda eſt antitheſis, aut paraboliſmus vt ſi detur æquatio $BA = C2 - D2$. fiat diviſio per B habebitur æquatio $A = \frac{C2 - D2}{B}$ quare ſi A multiplicet B fiet C2 — D2. & ita de aliis poteſt fieri & inveniri analogia.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Æquatio poteſtatis cum numero abſoluto.

Iam explicuimus ſupra æquationem radicis cum numero abſoluto.

Explicuimus item eam in qua quadratum æquabatur radicibus, oſtendimus enim per hypobibaſmum, reducendam eſſe ad æquationem radicis cum abſoluto. idem dicendum de quacúmque poteſtate reſpectu inferioris ſequentis, ſunt enim tunc vt vocant numeri collaterales.

Reſtat igitur modò explicanda æquatio inter numerum abſolutum & quadratum. Sit hæc æquatio 1q. = 100. extrahatur radix quadrata huius numeri 100. & habebitur valor vnius radicis.

Idem dicendum de cubo nempe quoties occurrit æquatio vnius cubi cum numero abſoluto, nempe ita vt habeas valorem vnius cubi, extrahendo radicem cubicam, habebitur valor vnius radicis. idem intelligendum eſſet de aliis poteſtatibus: quia tamen Arithmetica communis ſiſtit, in extractione radicis cubicæ, ideo alias inferius ſuo loco explicabimus.

Si ſit æquatio inter cubum & radicem, idem præſtandum ac in æquatione quadrati cum abſoluto. nam eadem eſt ratio cubi ad radicem, quæ quadrati ad abſolutum, ita vt ſi 1 c. æquetur 4 R. etiam 1 q. æquabitur quaternario, vnde extrahendo radicem quadratam habebitur valor vnius radicis.

Ordo doctrinæ poſtularet vt cæteras æquationes explicarem ne tamen, tanta præceptorum coacervatio tædium Tyronibus afferat & eorum memoriam obruat. Exempla priùs afferenda cenſui, vt in praxi ſuperiora meliùs intelligerentur, quæ haud dubie Tyro prima vice non concipiet, niſi ea viderit in praxi applicata.

ALGEBRÆ

LIBER SECVNDVS.

Præceptorum vsus tam methodo communi quam speciosâ.

PROPOSITIO I.

Problema.

Numerum propositum 110. dividere in duas partes quæ inter se multiplicatæ producant numerum decuplum quadrati minoris partis.

Sit minor pars numeri 110. vna radix eritque alia pars maior 110 — 1R. multiplicentur vt iubet quæstio, nempe 110 — 1R. per 1R fient 110R — 1q qui numerus decuplus est quadrati minoris partis, seu vnius quadrati ergo æqualis est 10. quadratis habemus ergo æquationem 110 R — 1q = 10q. & per antithesin 110 R = 11 quadratis. & per hypobibasmum cum eadem sit ratio quadrati ad radicem, quæ radicis ad absolutum habebitur æquatio 1q = 110. & per parabolismum erit 1R. = 10 cuius quadratus 100. & cum maior pars sit 100 multiplicentur fient 1000. qui numerus decuplus est numeri 100.

Idem per speciosam ita obtinebimus sit 110 b. ponatur minor pars esse A, maior erit b — A multiplicetur maior per minorem fiet bA — A2. quem numerum decuplum esse diximus quadrati minoris A, seu A1. est ergo æquatio bA — A2 = 10 A2. & per antithesin bA = 11 A2. & divisis omnibus per A. erit æquatio b = 11 A. divide omnia per 11. erit æquatio $\frac{b}{11}$ = A. divide ergo b seu 110. per 11. & quotiens 10. erit minor pars & maior 100. quadratum minoris 100. &c.

PROPOSITIO II.

Problema.

Duos numeros reperire in proportione sextupla quorum maiori si addas 6. & minori 4. fiat primus secundi quadruplus.

Sit minor numerus 1 R. maior erit 6 R cum sint in proportione sextupla. adde maiori 6 fient 6 R. + 6 & minori 4. eritque 1 R. + 4. dicuntur autem esse in proportione quadrupla hoc est primus 6 R. + 6. est quadruplus posterioris 1 R + 4. quare hic posterior quadruplicãdus vt fiat æqualis, est ergo æquatio 4R + 16 = 6R. + 6. transfer 4R. in aliam partem per antithesin easq; aufer ex 6R. restabit æquatio 16 = 2R. + 6. aufer vtrinque 6, fiet æquatio 10 = 2 R divide per 2 habebis 1R. = 5. primus igitur numerus est 5. secundus sextuplus erit 30. adde maiori 6 fient 36. & minori 4 fient 9. clarum est 36. esse quadruplum posterioris 9.

Per speciosam sit minor A, maior erit 6 A. cui adde 6. fient 6A + 6. & minori 4 habebis A + 4. hic quadruplicetur erit 4A + 16. habes igitur æquationem 4A + 16. = 6A + 6 transfer 6 per antithesin restabit 4A + 10 = 6A. transfer 4A, habebis 10 = 2A, ergo 5 est A, &c.

PROPOSITIO III.

Problema.

Invenire numerum qui additus ad 90. & ad 20 faciat numeros in proportione sextupla.

Numerus quæsitus supponatur esse 1R qui addatur prædictis numeris, producentur 1R + 90. & 1R. + 20. & primus debet esse posterioris quadruplus. ergo secundus quadruplicatus hoc est 4R. + 80. æquabitur priori 1R. + 90. subtrahatur vtrinque 1R. fiet æquatio 90 = 3R. + 80 aufer vtrinque 80. habebis æquationem 10 = 3R. divide per 3. erit 1R = $3\frac{1}{3}$, qui numerus additus ad 90. efficit $93\frac{1}{3}$. & ad 20. $23\frac{1}{3}$. est autem primus posteriori quadruplus.

Si quæreremus numeros in proportione maiore quam sit 90 ad 20. inveniretur æquatio impossibilis, quam impossibilitatem vt dignoscere in ipsa æquatione discamus, quæramus animi gratiâ numerum, qui additus ad 90. & 20. numeros faciat in proportione quintupla. is numerus ex more supponatur 1R. Eruntque 90 + 1R, & 20 + 1R. in proportione quintupla, atque adeo vltimus multiplicatus per 5. erit primo æqualis hoc est 100. + 5R. æqualis 90 + 1R. quod est impossibile nam totus 90 + 1R. invenitur in priori.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Propositum numerum 140. ita secare vt maior pars, sit minoris quintupla, & insuper contineat 20.

Supponatur minor pars 1 R. Eritque maior 140 — 1R. quæ est quintupla prioris & insuper continet 20. seu erit 5 R + 20. habemus ergo æquationem 140 — 1R ⊏ 5R + 20.
Adde 1R. & habebis 140 ⊏ 6R + 20.
Subtrahe 20 vtrinque 120 ⊏ 6R. divide per 6.
Erit 1R. ⊏ 20 minor pars; maior 120. prioris quintupla & insuper continens 20.

Methodo speciosa sit numerus 140 b. 20 d. Sitque A minor pars, maior erit b — A. eadem maior est minoris quintupla + d erit ergo æquatio b — A ⊏ 6 A + d per antithesin transfer — A, fiet æquatio b ⊏ 6A + d. transfer illud d per antithesin. habebitur æquatio b — d ⊏ 6A, divide omnia per coefficientem 6 habebis æquationem $\frac{b-d}{6}$ ⊏ A b est 140. subtrahe 20. restant 120. divide per 20. habes valorem vnius A esse 20.

PROPOSITIO V.

Problema.

Numeros invenire in proportione septupla quorum differentia sit 120.

Minor ponitur 1 R. maior erit 7 R. cum sint in proportione septupla aufer minorem ex maiore habebis differentiam, quæ erit 6 R hanc æqualem dicimus 120. ergo habemus æquationem 120 ⊏ 6 R. divide 120. per 6. habebis 1 R. esse 20. atque adeo minorem numerum esse 20. maiorem 140. & differentiam esse 120.

Sit per speciosam differentia b. minor numerus erit A. maior 7A. aufer maiorem ex minore, habebimus differentiam esse 6A. Sed hanc voluimus esse d. ergo habemus æquationem d ⊏ 6A. divide per coefficientem 6. erit æquatio $\frac{d}{6}$ ⊏ A. nempe A erit æquale quotienti divisionis qua d dividetur per 6.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Numerum invenire, à quo si auferantur 20. & 80. relinquantur duo numeri in proportione tripla.

Numerus quæsitus supponatur 1 R. erit maior 1R — 20. & minor 1 R — 80. est autem primus posterioris triplus triplicetur ergo posterior vt fiat æqualis primo habebimus æquationem 1R. — 20 ⊏ 3R — 240 adde 20. vtrinque 1R ⊏ 3R. — 220. transfer 120. per antithesin. erit æquatio 1 R + 220 ⊏ 3R subtrahe 1R habebis æquationē 220 ⊏ 2R. divide per 2 habebis 1R ⊏ 110. à quo si subtrahas 20 restat 90. si subtrahas 80 restabit 30. sunt autem 90 & 30. in proportione tripla.

Per speciosam sint 20. B & 80 D. & numerus quæsitus A, eruntque A — B, & A — D in proportione tripla triplicetur vltimus fiet 3A — 3D æqualis numero A — B ⊏ 3A — 3D. adde 3D vtrinque habebis æquationem 3 D + A — B ⊏ 3 A. subtrahe vnum A fiet 3D — B. ⊏ 2 A. divide per coefficientem 2. erit $\frac{3D-B}{2}$ ⊏ A. sunt 3D. 240 subtrahe B seu 20 fient 220. divide per 2. habebis A esse 110.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Invenire numerum qui additus ad 30. & subtractus à 90. faciat summam residui subduplam.

Numerus quæsitus sit 1 R. addatur ad 30. fiet 30 + 1R. subtrahatur à 90 & habebis 90 — 1R. qui numerus prioris 30 + 1R. est duplus. duplicetur ergo hic vltimus vt fit 60 + 2 R. ⊏ 90 — 1R. adde vtrinque 1R. fiet 60 + 3R. ⊏ 90. aufer 60. vtrinque erit æquatio 3R. ⊏ 30. divide 30 per 3 numerum radicis fiet 1 R ⊏ 10. quæ si ex 90 auferas 10. fient 80. si numero 30. addas 10. fient 40. sunt autem 80. & 40. in proportione dupla.

Per speciosam sit B 30. & D 90. erit B + A subduplus numeri D — A. quare prior B + A duplicetur vt fit 2B + 2A ⊏ D — A, adde vtrinque A, fiet 2B + 3A ⊏ D transfer 2B per antithesin fient D — 2B ⊏ 3 A divide per 3. habebis æquat. $\frac{D-2B}{3}$ ⊏ AD erat 90. subtrahe 2B nempe 60 restat 30. divide per 3 habebis 10.

Debeat iisdem servatis summa esse tripla residui nempe 30 + 1R. si triplus numeri 90 — 1R. triplica hunc numerum & habebis æqo. 270 — 3R. ⊏ 30 + 1R. adde vtrinque 3R. fiet æquatio 270 ⊏ 30 + 4R. subtrahe 30. habebis 240 ⊏ 4 R. divide per 4 erit 60 ⊏ 1R. adde 60 ad 30 fient 90. subtrahe 60 ex 90 fient 30. est autem 90. triplus numeri 30.

Debeat summa esse ad residuum vt R ad S. sit 30 idem quod B & 90. idem quod D. erit ergo B + A ad D — A vt R ad S. & consequenter rectangulum sub extremis nempe SB + SA. æquabitur rect. sub mediis RD — RA. transfer RA per antithesin habebis æquationem RA + SB + SA ⊏ R D. transfer SB per antithesin habebis RA + SA ⊏ RD — SB. supponatur R ad S esse vt 2 ad 3. erit RD 180. — SB 90. restabit ergo 90 ⊏ RA + SA fiat R + S seu 5. divide 90 per 5 fient A ⊏ 18. si ergo addas ad 30. 18. fient 48. si subtrahas 18. ex 90. erunt 72. est autem 48. ad 72. vt 2 ad 3.

PROP.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Numeros invenire qui multiplicati numerum producant sextuplum ad eorum summam.

Sit primus numerus 1 R. secundus alius quicúmque maior quam 6. verbi gratia 30. & hoc ne incidamus in quæstionem impossibilem erit eorum summa 1 R. + 30. productus autem ex eorum multiplicatione 30 R. qui dicitur esse sextuplus prioris, quare vt sit æqualitas debet præcedens multiplicari per 6. fietque 6 R. + 180 = 30 R. subtrahe vtrinque 6 R. habebis æquationem 24 R. = 180. per 24. habebis pro quotiente $7\frac{1}{2}$. erit ergo 1 R = $7\frac{1}{2}$.& summa $37\frac{1}{2}$. productus 225. illius sextuplus.

Vt dignoscas æquationem impossibilem assumatur primus numerus 1 R. Sed secundus assumatur 5. minor denominatore proportionis. Eritque summa 1 R + 5. & productus 5 R. debet autem productus esse sextuplus, multiplica igitur 1 R + 5. per 6. fiet 6 R + 30. quare habebimus æquationem impossibilem 6 R + 30 = 5 R.

Per speciosam sit primus numerus A. Secundus B maior. sitque productus summæ sextuplus seu vt R ad S. erit AB ad A + B vt R ad S, & planum sub mediis, æquabitur plano sub extremis. est ergo æqualitas SAB = RA + RB transfer RA per antithesin erit æquatio SAB — R A = RB. sit R 7. & S. idem quod 2. & B 30. erit RB 210. erit RA, 7 A. S B erit 60. SBA erit 60 A. habemus ergo æquationem 60 A — 7 A = 210 subtrahe 2 A fient 148 A. = 210. divide 510. per 48. habebis $4\frac{7}{12}$.summa erit $34\frac{7}{12}$.productus $137\frac{1}{2}$.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Numerum quemcumque vt 100.in duos numeros partiri, vt si vnus alium dividat quotiens sit 10.

Ponatur vna pars esse 1 R. alia erit 100 — 1 R. debet autem 1 R dividere 100 — 1 R. ita vt quotiens sit 10. hoc est si 20 multiplicet 1 R. faciatque 10 R. efficiet 100 — 1 R. quare invenimus æquationem 10 R. = 100 — 1 R. adde vtrinque 1 R. fiet æquatio 11 R = 100. divide 100. per per 11. habebis 1 R = $9\frac{1}{11}$. quare vnus numerus erit $90\frac{10}{11}$. & alius $9\frac{1}{11}$. si posterior posteriorem dividat quotiens erit 10.

Per speciosam ponatur numerus 100. esse B & quæsitus esse A.eritque alius B — A. ponatur quotiens esse D, ita vt A multiplicando D faciat B — A erit ergo æquatio AD = B — A, transferatur A per antithesin erit AD + A = B. habemus autem B esse 100. & D 10. quare 10 A + 1 A = seu 11 A = 100.fiat divisio idem invenies.

PROPOSITIO X.

Problema.

Numerum quemvis vt 123. ita dividere in quinque partes vt secunda sit primæ dupla & insuper contineat 2.
Tertia sit secundæ tripla. & insuper contineat 3.
Quarta tertiæ sit dupla — 4.
Quinta sit decupla quartæ — 13.

Prima pars numeri 123. ponatur	1 R.
Secunda quæ dupla est + 2. erit	2 R + 2
Tertia quæ est secundæ tripla + 3 erit	6 R + 3
Quarta sit tertiæ dupla — 4. erit	12 R — 4
Quinta quartæ dupla — 13. erit	24 R — 13
Addantur hæc omnia fient	45 R — 12

quæ æquales sunt 123. habemus ergo æquationem 45 R — 12 = 123. adde 12 vtrinque

Habebimus æquationem 45 R = 135. divide 135. per 45.

Habebimus æquationem 1 R = 3.

Erit ergo prima pars	3.
Secunda erit	8.
Tertia erit	21.
Quarta erit	32.
Quinta erit	59.
Summa erit	123.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Duos numeros reperire quorum differentia sit 4. & quadratorum differentia 144. maior quam 16. quadratum numeri 4.

Ponatur minor numerus 1 R maior erit 1 R + 4. cum eorum differentia sit 4 fiant eorum quadrata. Eritque minoris 1 q. maioris quadratum fiet multiplicando 1 R + 4. per 1 R + 4. Eritque 1 q + 8 R + 16. auferatur primum quadratum 1 q ex secundo 1 q + 8 R. + 16. restabit vtriusque differentia 8 R. + 16. quam voluimus esse æqualem numero 144. est ergo æquatio 8 R + 16 = 144. subtrahe vtrinque 16. fiet æquatio 8 R = 128. divide per 8. habebis æquationem 1 R = 16. quare minor numerus erit 16. secundus 20. differentia est 4. quadratum primi est 256. secundi est 400. differentia est 144.

Speciosa methodó sit differentia 4. idem quod B, & 144 D. primus numerus sit A. secundus erit A + B. fiat vtriusque quadratum erit primum A2. secundum A2 + 2AB + B2. subtrahatur vnum ab alio. restat 2AB + B2. pro differentia quæ est D. habemus æquationem 2AB + B2 = D. transfer B2. per antithesin erit 2AB = D — B2. divide omnia per B. erunt 2 A = $\frac{D}{B}$ — B. est autem D 144. divide per B 4 habebis 36. aufer B 4 restat 2 A = 32. divide per 2. erit A = 16.

Notandum autem appositam esse in titulo conditionem ne æquatio fieret impossibilis.

PROPOSITIO XII.

Duos numeros reperire in proportione quintupla, quorum maior additus ad 15. eamdem summam efficiat ac minor additus ad 55.

Sit primus numerus seu 1 R, maior erit 5 R. cum dicantur esse in proportiune quintupla. eritqoe 55 + 1 R, & 15 + 5 R æquales. subtrahatur vtrinque 1 R. erit 55 = 15 + 4 R. subtrahe 15 vtrinqoe erit æquatio 4 R = 40 divide, erit 1 R = 10. sunt ergo numeri 10 & 50. qui additi ad 15. hoc est 50. ad 15. & 10. ad 55 efficiunt 65.

Speciosâ methodô sit 15 B, & 55 D. primus sit A. secundus erit 5 A. eritque B + 5 A = D + A subtrahe 1 A vtriuque erit æquatio B + 4 A = D. transfer B. per antithesin erit 4 A = D — B divide per 4. erit $A = \frac{D-B}{4}$ D autem erat 55. subtrahe B seu 15. restat 40. divide per 4 habebis A = 10.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Numerum quemcumque vt 78. ita dividere, vt minor pars contineat vnam decimam tertiam maioris, & insuper octo vnitatis.

Minor pars supponatur esse 1 R. + 8. maior erit 13 R. addantur fietque summa 14 R + 8. æqualis nempe numero 78. aufer vtrinque 8. erit æquatio 14 R = 70. divide 70. per 14. erit 1 R = 5. & consequentes primus numerus erit 13. secundus 65.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Duos numeros reperire, qui ita se habeant, vt productô ex eorum ductu, per eorumdem differentiam divisô, quotiens sit 30.

Primus oomerus quilibet esse potest, minor tamen numero 30. quare assumatur nomerus 20. sitque maior 20 + 1 R. sitque differentia 1 R. multiplicentur 20 + 1 R. per 20. habebitur productus 400 + 20 R. quô divisô per 1 R, debet quotiens esse 30. quare si 30. multiplicet 1 R. restituetur idem numerus. fiat talis multiplicatio habebitur æquatio 30 R. = 400 + 20 R. subtrahe vtrinque 20 R. restabunt 10 R = 400. quare vna radix erit 40.

Primus ergo numerus est 20. secundus 60. differentia 40.

Productus 1200. divisus per 40. efficit quotientem 30.

Speciosâ methodô. 30 ponatur esse B. & primus numerus sit D 20. minor quam B sit maior D + A. productus ex D in D + A. erit D2 + DA. quo diviso per A. fiet quotiens B hoc est ducto A in B. fiet eadem quantitas, est ergo æquatio BA = D2 + DA transfer DA per antithesin fiet æquatio BA — DA = D2. est igitur D2 400. qui si dividatur per B — D habebitur A; sed B est 30. subtrahe D seu 20. fit 10. divide 400 per 10. habebis differentiam 40.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Numerum invenire cuius quadratus multiplicatus per 20. efficiat numerum quintuplum cubi, eiusdem numeri.

Numerus quæsitus ponatur 1 R. cuius quadratus 1 q. multiplicetur per 20. fietque 20 q. dicitur autem esse quintuplus vnius cubi. Eruntque 4 q = 1 c. & quia eadem est ratio radicis ad absolutum, quæ cubi ad quadratum erit æqualitas 1 R. = 4. nam quadratum radieis 4 est 16. qui multiplicatus per 20. efficit 320. hic numerus quintuplus est cubi 64.

Speciosâ methodô sit 20 B. & numerus quæsitus A. eritque A2. multiplicatus per B. seu A2B quintuplus A3. ergo habemus æquationem 5 A3 = A 2B. & omnibus divisis per A2. erit 5A = B. & divisis per 5. erit æquatio $A = \frac{B}{5}$ erat autem B 20. divide per 5. habebis 4. pro valore vnius A.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Numerum 80. ita dividere in duas partes, vt productus ex primâ in 26. superet productum ex secundâ in 20. 6 vnitatibus.

Ponatur prima pars numeri 80. 1 R. erit secunda 80 — 1 R. productos ex prima in 16 est 16 R. productus ex secunda seu 80 — 1 R. in 20 est 1600 — 20 R. qoi numerus superatur 6 vnitatibus, à priori producto quare si illi addantur 6 vnitates erit æquatio 1606 — 20 R. = 16 R. adde 20 R. erit æquatio 1606 = 36 R. divide 1606. per 36. & habebis pro vna radice $44\frac{11}{18}$.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Numerum quemcumque vt 90 ita dividere, vt partes cum ipso sint in proportione Arithmetica.

Sit prima pars minor 1 R. & maior 90 — 1 R. sunt ergo arithmeticè proportionales 90, 90 — 1 R. 1 R. quare aggregatum extremorum æqoale erit medio bis sumpto. est ergo æquatio 90 + 1 R = 180 — 2 R. adde 2 R fient 90 + 3 R = 180. subtrahe 90. restabit 3 R = 90. divide per 3. habebis 1 R = 30. sunt igitur in Arithmetica proportione 90. 60. 30.

Speciosâ

Speciosâ methodô sit numerus 90. idem quod B. sit minor pars A erit maior B — A. sunt ergo Arithmetice proportionales B, B — A. ergo B + A æquatur 2B — 2A. & ablato B. erit æquatio A = B — 2A. & additis 2A. erit 3A = B & dividendo per 3 erit A = $\frac{B}{3}$ B erat 90. divide 90. per 3. fiet A = 30. vt priùs.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Invenire numeros, qui inter se multiplicati producant numerum decuplum minoris, & triplum maioris.

Vt vitentur fractiones sit ille numerus productus 30 R. eritque minor 3 R. & maior 10 R. qui si multiplicentur producent 30 q. erit ergo æquatio inter 30 q = 30 R. seu inter 30 R = & 30. sunt enim collaterales, quare 1 R. = est 1 & 3R est 3. & 10 R. est 10. quare numeri quæsiti sunt 10 & 3.

Si productus ex multiplicatione duorum fuisset duplus maioris, & triplus minoris factâ eâdem suppositione esset maior 15 R. & minor 10 R. & multiplicando vnum per alium producerentur 150 q. est ergo æquatio 150 q. = 30 R. seu quia sunt collaterales 150 R = $\frac{45}{11}$. & dividendo esset vna radix $\frac{1}{5}$. quare esset minor $\frac{10}{5}$. seu 2. & maior $\frac{15}{5}$ seu 3. productus 6 duplus maioris 3. & triplus minoris 2.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Numerum quemcumque vt 120. dividere si fieri potest in 6. numeros Arithmetice proportionales qui se binario exceedant.

Sit numerus 120. dividendus in 6. numeros Arithmetice proportionales qui se binario excedant. Et primus seu minimus ponatur 1 R. Secundus erit 1 R. + 2. Tertius 1 R. + 4. Quartus 1 R. + 6. Quintus 1 R. + 8. Sextus 1 R. + 10. summa omnium est 6 R. + 30. quæ sunt æquales numero 120. subtrahe vtrinque 30. remanet æquatio 6 R = 90. divide 90. per 6. habebis 1R = 15. Primus ergo est 15. Secundus 17. Tertius 19. Quartus 21. Quintus 23. Sextus 25. qui simul sumpti efficiunt 120.

Speciosâ methodô sit 120. idem qood B. sitque 2. idem quod D. & primus seu minimus omnium A. secundus erit A + D. tertius A + 2D. quartus A + 3D. quintus A + 4D. sextus A + 5 D. colligantur in vnam summam fient 6 A + 15 D = B transfer + 15 D per antithesin fiet 6A = B — 15 D. divide omnia per 6. fiet A = $\frac{B-15D}{6}$ quare si ex B seu 120. subtrahas 15 D seu 30. & reliquum dividas per 6. habebis 15 pro vno A.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Numerum quemcumque vt 120. dividere in decem partes Arithmetice proportionales si fieri potest, quorum primus sit 12.

Sit differentia numerorum 1 R. & cum primus supponatur 12. secundus erit 12 + 1 R. Tertius 12 + 2 R. quartus 12 + 3 R. quintus 12 + 4 R. sextus 12 + 5 R. & sic deinceps summam omnium 120 + 45 R. qui numerus æqualis est numero 120. quod est impossibile quare concludes quæstionem esse impossibilem.

Ponatur alius numerus vt 360. Invenies æquationem 45 R. + 120. = 360. subtrahe vtrinque 120. habebis æquationem 45 R. = 240. divide per 45. habebis 1 R. = $5\frac{1}{3}$. primus igitur numerus erit 12. secundus $17\frac{1}{3}$. Tertius $22\frac{2}{3}$. quartus 28. quintus $33\frac{1}{3}$. & sic deinceps quorum summa adæquat numerum 360.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Duos numeros invenire in proportione tripla quorum maiore ducto in 9. fiat productus excedens 140. vnitatibus productum ex minore in 5.

Sit minor numerus 1 R. maior consequenter erit 3 R. cum dicantur esse in proportione tripla maior ducatur in 9. fiet 27 R. & minor in 5. fiet 5 R. maior superat minorem 140. vnitatibus ergo si illæ addantur minori erit æqualitas nempe 27 R. = 5 R. + 140 subtrahe 5 R. vtrinque erit 22 R. = 140. divide, habebis æquationem 1 R = $6\frac{4}{11}$ minor numerus, maior $19\frac{1}{11}$. multiplica minorem per 5. fiet $31\frac{9}{11}$. & maiorem per 9. fiet $171\frac{9}{11}$. excedens priorem 140 vnitatibus.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Duos numeros in quintupla ratione invenire vt summa quadratorum sit decupla summa numerorum.

Numeri quæsiti supponantur 1 R. & 5 R. erunt quadrata 1 q. & 25 q. summa quadratorum 26 q. summa numerorum 6 R. quæ vt sit æqualis summæ quadratorum multiplicari debet per 10. eritque æqoatio 26 q = 60 R. & per hypobibasmum 26 R. = 60. divide habebis 1 R = $2\frac{4}{13}$. minor numerus; & maior erit $11\frac{7}{13}$. somma $13\frac{11}{13}$. quadrati sunt $\frac{900}{169}$. & $\frac{22500}{169}$. summa $\frac{23400}{169}$. quæ summa decupla est summæ $13\frac{11}{13}$.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Duos numeros reperire in ratione quintupla ita vt minore ſubtracto ex 100 reliquus habeat rationem decuplam ad reliĉtum ſubtractô maiore ex 60.

Erunt hi numeti 1R & 5R. ſubtrahe minorem ex 100. erit 100 — 5R. ſubtrahe maiorem ex 60. reliquus erit 60 — 5R. cuius prior eſt decuplus quare poſterior multiplicetur per 10. vt fiat æqualis erit ergo æqualitas 100 — 1R & 600 — 50R. transfer per antitheſin 50R. ſeu adde 50R. fiet æquatio 100 + 49R. = 600 ſubtrahe 100. erit æquatio 49R = 500. divide erit 1R = 10. $\frac{10}{49}$ minor numerus eſt 10. $\frac{10}{49}$ maior 51. $\frac{1}{49}$. ſubtrahe minorem ex 100. relinquetur 89 $\frac{39}{49}$ ſubtrahe maiorem ex 60. relinquetur 8 $\frac{48}{49}$. hunc numerum multiplica per 10. fiet 89. $\frac{39}{49}$. quare prior eſt decuplus alrertus.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Reperire tres numeros in proportione tripla continuâ, ita vt productus ex primo in ſecundum tertio ſit æqualis.

Tres numeri quæſiti ſunt 1R. 3R. 9R. requiritur prætereа vt productus ex primo 1R. in ſecundum 3R. hoc eſt 3q æquetur tertio ſeu 9R. habemus ergo æquationem 3q = 9R. & per hypobibaſmum erit æquatio 3R = 9. eſt ergo 1R. = 3. ſunt igitur hi numeri 3. 9. 27. vt patet.

Debeat iam productus ex primo in tertium æquari medio erit æquatio 9q = 3R. & per hypobibaſmum 9R = 3 divide erit 1R. = $\frac{1}{3}$. ſunt igitur numeri $\frac{1}{\cdot}$. 1. 3.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Datum numerum 100. in tres numeros partiri vt primus cum medio ſit triplus reliqui tertius cum medio ſit quadruplus primi.

Sit prima pars 1R. tertius cum medio eſt quadruplus primi ergo ſumma aliorum eſt 4R. ſed eorum ſumma habetur etiam ſubtrahendo primum ex 100, ita vt fiat 100 — 1R. habemus ergo æquationem 4R = 100 — 1R adde 1R. fiet æquatio 5R = 100. divide erit 1R. = 20 primus ergo eſt 20. reliqui duo 80.

Sit tertius A ſeu alia radix, eritque medius 80 — A & primus cum medio erit 100 — A hic autem eſt triplus tertij ergo 100 — A = 3A adde 1A. fiet æquatio 100 = 4A divide erit A = 25. ergo tertius eſt 25. & cum primus ſit 20. medius erit 55. ſunt ergo numeri 20. 55. 25. primus cum medio efficit 75. triplum tertij 25. tertius cum medio efficit 80. quadruplum primi 20.

Methodô ſpecioſa ſit 100. B. ſitque prima eius pars A cuius ſecunda & tertia eſt quadrupla atque adeò erunt 4A habentur item ſi ſubducamus A ex B eruntque B — A habemus ergo æquationem 4A = B — A adde vnum A. fiet æquatio 5A = B divide per 5 fiet A = $\frac{B}{5}$

Sit item tertia pars E, & conſequenter ſecunda erit B — $\frac{B}{5}$ ſed prima cum ſecunda nempe B — E eſt tripla tertiæ E, eſt ergo æquatio B — E, = 3E adde vnum E, fiet æquatio 4E = B & dividendo per 4. Erit E = $\frac{B}{4}$ quare prima erit quinta pars ipſius B nempe 20. & tertia erit quarta pars eiuſdem B, ſeu 25.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Tres numeros reperire qui ita ſe habeant vt ſumma primi, & ſecundi ſuperet tertium 20 vnitatibus. ſecundi & tertij ſumma ſuperet primum 30 vnitatibus ſumma tertij & primi ſuperet ſecundum 40. vnitatibus.

Cùm primus & ſecundus ſuperent tertium 20. vnitatibus addatur vtrinque tertius erit ſumma primi, ſecundi & tertij, maior quam bis tertius 20. vnitatibus. Ponatur hæc ſumma eſſe 1R. quare tertius bis erit 1R — 20. ergo tertius erit $\frac{1}{2}$ R — 10. ſi igitur auferas ex ſumma trium nempe 1R $\frac{1}{2}$. — 10. reſtabit pro ſumma primi & ſecundi $\frac{1}{2}$. + 10.

Secundò cum ſecundus & tertius ſuperent primum 30. vnitatibos ſi vtrioque addatur primus erit ſumma trium maior primo bis, 30. vnitatibus, quare primus bis + 30 æquabitur ſummæ trium ſeu 1R. qoare primus bis erit 1R — 30. & primus ſolus $\frac{1}{2}$. R. — 15.

3. Cum ſumma primi & tertij ſuperet ſecundom 40. vnitatibus. Si addatur vtrinque ſecundus, ſumma omnium erit æqualis ſecundo bis + 40. & conſequenter ſumma omnium ſeu 1R, minus 40. æqualis erit ſecundo bis, & ſecundus erit $\frac{2}{2}$. R — 20. habemus ergo primum $\frac{1}{2}$. R. — 15. ſecundum $\frac{3}{2}$ R — 20. tertium $\frac{1}{2}$. R — 10. fiat ſumma omnium erit 1. $\frac{1}{2}$. R — 45. erat autem eadem ſomma 1R. habemus ergo æquationem 1. $\frac{1}{2}$ R. — 45. = 1R. adde 45. fiet æquatio 1. $\frac{1}{2}$ R = 1R + 45. aufert 1R. erit æquatio $\frac{1}{2}$. R. = 45. & 1R = 90.

Quare primus erit. 30. ſeu 45. — 15.
Secundus erit. 25. ſeu 45. — 20.
Tertius erit. 35. ſeu 45. — 10.

Summa primi & ſecundi eſt 55. maior quam 35. 20. vnitatibus.

Summa ſecundi & tertij eſt 60. ſuperat primum, vnitatibus 30.

Summa tertij & primi eſt 65. ſuperans ſecundum vnitatibus 40.

Specioſâ methodo ſint 20B. D30. F40. numeri quæſiti A E. O.

Erit A + E = O + B.

Erit

Erit $E + O = A + D$ Ergo $1A + 2E + 2O = A + E + O + B + D + F$.

Erit $O + A = E + F$.

Et abiecto vtrinque $A + E + O$. erit $A + E + O = B + D + F$. summa $B + D + F$ sit G, cum $A + E = O + B$ addatur vtrinque O erit $A + E + O$ seu G æquale $2O + B$ quare $O + \frac{B}{2} = \frac{G}{2}$ & per antithesim $O = \frac{G}{2} - \frac{B}{2}$ secundo cum $E + O = A + D$ addatur vtrinque A; erit $A + E + O$ seu G æquale $2A + D$ & dividendo per 2 erit $A + \frac{D}{2} = \frac{G}{2}$ & per antith. $A = \frac{G}{2} - \frac{D}{2}$.

Tertio cum $O + A = E + F$ addatur vtrinque E, erit $A + E + O$ seu G æquale $2E + F$ & dividendo per 2. erit $E + \frac{F}{2} = \frac{G}{2}$ & per antithesin erit æquatio $E = \frac{G}{2} - \frac{F}{2}$

Quare cum G sit idem quod $B + D + F$ seu 90 $\frac{G}{2}$ erit 45.

A erit $45 - \frac{B}{2}$ seu minus 10. hoc est 35.

E erit $45 - \frac{F}{2}$ seu minus 20. hoc est 25.

Et O erit $45 - \frac{D}{2}$ seu minus 15. hoc est 30. quibus conveniunt recensitæ proprietates.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Tres numeros reperire tales vt si primus secundo det sui tertiam partem & secundus tertio quartam sui partem & tertius primo quintam sui partem sit inter reliquos æqualitas.

Ponatur primus 3R. ad vitandas fractiones secundus assumatur quatuor vnitatum vt habeat quartam partem hic secundus det quartam partem tertio &. accipiat tertiam primi fiet 1R + 3 cui æqualis primus vbi quintam acceperit & dederit tertiam. det tertiam erit 2R. quas si auferas ex 1R + 3. restabit 3 — 1R quinta pars tertij. ergo tertius erit 15 — 5R. & vbi dederit quintam partem erit 12 — 4R. & vbi acceperit vnitatem seu quartam partem secundi erit 13 — 4R. æqualis secundo vbi dederit & acceperit est ergo æquatio 13 — 4R = 1R. + 3. subtrahe 3 fiet 10 — 4R = 1R. adde 4R fiet 10 = 5R. = 2.

Primus igitur trium radicum erit 6. secundus 4. tertius 15 — 5R seu 15 — 10. erit 5. sunt ergo numeri 6. 4. 5. si primus dederit tertiam seu 2. restabunt 4. & acceperit quintam tertij, erit 5. pariter quartus accipiens 2. à primo, & dans vnum tertio fit 5. denique quintus accipiens 1. à secundo & dans 1. primo fit etiam 5.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Numerum invenire qui multiplicans duos numeros vt 200. & 5. efficiat quadratum & radicem eius.

Numerus quæsitus ponatur 1. R. qui multiplicet numeros 200. & 5. fientque 200R. & 5R. quadratum huius posterioris est 25q. dicitur etiam 200R. esse quadratum eiusdem quare habemus æquationem 25q. = 100 R. & per hypobibasmum 25R. = 100. divide per 25 erit 1R. 8. quæ multiplicans 200. efficit quadratum 1600. & multiplicans 5. producit 40. radicem eius.

Methodô speciosâ sit 200. idem quod B & 5. idem quod D. sitque numerus quæsitus A. qui multiplicans B. efficit AB & multiplicans D facit AD. fiat quadratum AD, illud erit A2, D2, quod æquale est A B, divide omnia per A, erit æquatio B = AD2 divide omnia per D2 habebis æquationem $\frac{B}{D2}$ = A divide ergo B seu 200. per D2 seu 25. & habebis 8.

Hæc exempla sufficient vt præcipiant artificium regulæ algebræ & præceptorum vsus addiscatur. alia tamen subiiciam quorum solutionem investigabit Tyro, qui in iis se exercere valet.

VARIA PROBLEMATA.

1. Duos numeros invenire quorum summa 20. & excessus quadratorum 80. Invenies primum 8. secundum 12.

2. Duos numeros invenire in proportione tripla: ita vt summa quadratorum ad summam numerorum rationem habeat decuplam si minor ponatur 1R invenies æquationem 10q. = 20R. & per hypobibasmum 10R. = 20. & 1R. = 2

3. Numeros invenire in proportione tripla, ita vt excessus quadratorum sit duodecuplus excessûs numerorum. æquationem invenies 8q. = 24 R. seu 8 R. = 24. & 1R. = 3.

4. Duos numeros invenire in proportione quadrupla, ita vt productus ex eorum multiplicatione sit summæ eorum septuplus. vel sit eorum excessûs septuplus. invenies æquationem 4 q. = 35R. seu 4R. = 35. eritque 1R. = $8\frac{3}{4}$.

5. Numeros invenire in proportione tripla, ita vt quadratus maioris sit septuplus quadrati minoris. vel quadratus minoris sit septuplus maioris numeri.

6. Datis duobus numeris tertium invenire, ita vt duo quilibet simul additi, & per tertium multiplicati faciant numeros arithmetice proportionales.

7. Invenire duos numeros quorum excessus sit 7. & excessus quadratorum sit 100. maior quam 7.

8. Invenire tres numeros ita vt primus cum numero 73. summæ reliquorum sit duplus, secundus cum 73. summæ reliquorum sit triplus, tertius cum 73. summæ reliquorum sit quadruplus. Supponatur summa trium esse 1R. cum primus + 73. sit duplus secundi & tertij addatur vtrobique primus erit primus bis + 73. duplus trium hoc est 1R. seu æqualis 2R. quare primus + $36\frac{1}{2}$. = 1R. &c.

9. Tres numeros invenire, ita vt primus, cum media parte summæ reliquorum faciat 42. Secundus cum triente reliquorum faciat 36. & tertius cum duodecima parte primi, & secundi faciat 39. sit primus 1R.

10. Numerum quemlibet vt 30. dividere in duas partes, quarum prior ducta in 10. numerum efficiat 20. vnitatibus maiorem, productô ex secunda in 40.

11. Nume

11. Numerum quemlibet vt 50. ita ſecare vt genitus ex prima parte in 10. ſit triplus g niti, ex ſecunda parte in 50.

12. Tres numeros reperire in continua proportione ſeſquitertia, ita vt productus ex minore in medium ſit maioris quintuplus.

Numeri ponantur 9R. 12R. 16R.

13. Numerum quemcumque vt 80 in tres partes dividere ita vt primâ ductâ in 4. & ſecunda in 3 & tertiâ in 7. producantur tres numeri in continuâ proportione quadruplâ.

14 Datum numerum vt 178. in tres partes dividere ; vt diviſâ primâ parte per 5. & ſecundâ multiplicatâ per 8. & tertiâ diviſâ per 6. idem ſemper numerus proveniat.

15. Duos numeros in proportione tripla reperire, ita vt quadrans minoris in mediam partem maioris ductus, producat numerum 90.

16. Numerum invenire qui multiplicatus per quemcumque numerum vt 5. productum efficiat, per quem ſi dividas numerum 60. quotiens ad numerum inventum rationem habeat ſeſquialteram.

17. Tres numeros Arithmeticè proportionales reperire ; ita vt numerus ex eorum continua multiplicatione productus, nempe vt primus in ſecundum, & productus in tertium ducatur, ſit eorum ſummæ quintuplus.

Poſitis numeris 1R, 2R. 3R. invenietur æquatio 1c —— 5R. vel per hypobibaſmum 1q —— 5 eſſet igitur radix quadrata numeri 5.

18. Numerum quadratum invenire, qui in ſuam radicem quadratam ductus faciat 64. ſit ille numerus 1q. eius radix erit 1R. ducatur in ſuam radicem, productus erit 1c. & æquatio 1c —— 64. educatur radix cubica nempe 4. cuius quadratum 16 ſatisfacit quæſtioni.

19. Numerum invenire cuius radix quadrata ad eiuſdem radicem cubicam rationem habeat triplam. Ponatur numerus vtramque radicem habens, nempe 1qc. eius radix cubica erit 1q. & quadrata 1c. eſt ergo æquatio inter 1c. —— 3q. & per hypobibaſmum 1R. —— 3. cuius quadrato cubus 729. eſt numerus quæſitus radicem habens cubicam 9. quadratam 27.

20 Quinque numeros invenire, ita vt quatuor ſine primo efficiant 127. & quatuor ſine ſecundo efficiant 119. & quatuor ſine tertio efficiant 104 & quatuor ſine quinto 97. ponatur quintus qui & maximus 1R.

21. Duos numeros invenire in proportione tripla, ita vt vnus in alterius quadratum ductus efficiat 192.

22. Duobus datis numeris vt 10 & 50. tertium invenire, qui talis ſit, vt bini quique ſimul ſumpti, & in reliquum multiplicati producant tres numeros Arithmeticè proportionales.

23. Quemcúmque numerum vt 30. in tres partes continuè proportionales dividere, ita vt productus ex prima in tertiam, ſit quadruplus producti ex primâ in ſecundam.

24 Invenire numerum qui ductus in 7. numerum efficiat cui ſi addantur 60. fiat ſumma primi numeri octupla

25. Datum numerum vt 10. dividere in duas partes quarum cubi efficiant 370. numerum maiorem 250 quartâ ſcilicet parte cubi ipſius 10.

26. Numerum reperire cuius cubus, ſit noncuplus quadrati ſui

27. Duos numeros reperire, in proportione quintupla, ita vt minore in quadratum maioris ducto, producatur 500.

28. Invenire numerum, qui cum ſuo quadrante ſuperet 100. eôdem exceſſu quô 100. eumdem numerum ſuperat.

29. Progreſſionem Arithmeticam conſtituere, cuius primus ſit 5. vltimus 10. & ſumma omnium 105.

30. Progreſſionem Geometricam conſtituere in datâ proportione vt ſeſquialtera, cuius vltimus terminus datus ſit 19683. & ſumma 55593.

31. Progreſſionem Geometricam vt ſeſquialteram conſtituere, datô primô terminô 1728. & ſummâ 55593.

32. Datum numerum vt 40. in duas partes dividere, ita vt ſumma quadratorum ſit 928. maior quam 800. dimidius quadratus numeri 40. & minor quam 1600. quadratus eiuſdem numeri 40. Supponatur primus 20 + 1R. & alter 20 — 1R.

33. Invenire duos numeros in proportione quintupla. qui ſe ſuperent quocúmque exceſſu.

34. Ab eodem ſubtrahere duos verbi gratia 100. & 20. ita vt maius reſiduum, minoris ſit triplum.

35. Eumdem numerum à duobus numeris verbi gratiâ 100. & 20. ſubtrahere ; ita vt maius reſiduum minoris ſit quadruplum.

36. Invenire duos numeros, ita vt prior acceptis à poſteriore 30 vnitatibus, ſit reſidui duplus.

37. Invenire tres numeros, vt bini ſimul ſumpti, faciant imperatos numeros, verbi gratiâ primus, & ſecundus efficiant 20. ſecundus & tertius 30. tertius & primus 40. ſit ſumma omnium 1R.

38. Quatuor numeros reperire, vt terni quique imperatos numeros efficiant.

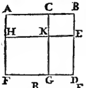
39. Invenire duos numeros, qui tales ſint, vt intervallum ipſorum, & productos ex eorum multiplicatione numeros propoſitos efficiant.

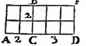
ALGEBRÆ

ALGEBRÆ
LIBER TERTIVS.

QVæ hactenus explicuimus circa regulam algebræ communia, & faciliora fuerunt, vt pote æquationibus simplicibus contentæ, hoc est vel radicis cum numero absoluto, vel alterius cuiuscumque potestatis, simplicis & nullô modô affectæ cum eôdem numerô absolutô, cuius radicem extrahendam præcepimus. Idem etiam dicendum in æquationibus compositis cum enim communiter radix sit in quæstione; eam inquirimus, & extrahimus. Proponatur enim æquatio 1q. + 4R. = 12. *quæritur radix illius quadrati, qui auctus* 4. *radicibus æqualis est numero* 12.

Dicuntur hæ æquationes quadraticæ affectæ sub latere, & coëfficiente longitudine. Sit enim quadratum AB, cuius latus AC, aut BC. adiungatur linea CD, dicetur CD coefficiens longitudo. fietque 1q. + 3R. *ita vt CF sit planum sub coefficiente CD,* 3. *& sub latere CB,* 2. *quare quadratum afficitur adiunctione plani, sub latere BC, & coëfficiente CD, fit que* 1q. + 3R *idem quod planum AF: sed de his fusiùs inferiùs; possunt autem esse tres affectiones quadrati.*





Primò potest affici adiunctione plani sub coëfficiente, & sub latere, seu radice vt cum numerus radicum affirmatur de quadrato, sicut in hoc exemplo.

Secundò potest affici quadratum mulcta, seu negatione plani sub latere & coefficiente vt 1q. — 3R.

Tertiò potest quadratum negari de plano sub coëfficiente, & sub latere vt 3R. — 1q.

Notandum item aliquos, solum quadratum relinquere, & affectionem adiungere ipsi homogeneo comparationis vt si proponatur hæc æquatio 1q. + 3R. = 10, *esset eadem virtualiter* 1q. = 10. — 3R. *nam per antithesin* 3R. *transit ab vna parte æquationis, in aliam sub contrario signo. Pariter si proponatur hæc æquatio* 1q. — 3R. = 4. *potest fieri alia* 1q. = 4. + 3R. *denique si ponatur hæc* 3R. — 1q. = 8. *potest mutari in hanc* 3R. = 8. + 1q. *& in hanc* 3R. — 8. = 1q. *seu* 1q. = 3R. — 8. *Et hôc modô illas concipiemus deinceps vt* 1q. *maneat solum ex vna parte comparationis: quærimus igitur regulam generalem ad inueniendam radicem quadratam quadrati ita affecti.*

PROPOSITIO I.

Problema.

Radix quadrata summa quadrati semissis radicum, & numeri absoluti. vel residui subtracto numero absoluto ex quadrato semissis radicum, aucta, vel mulctata eâdem semisse, exhibet radicem quadratam æquationum quadraticarum.

Explicatur Primo regula, si proponatur æquatio, in qua quadratus afficitur plano sub radice & coëfficiente.

Primo Adde vel subtrahe ex quadrato semissis radicum numerum absolutum prout hic numerus absolutus habuerit signum + aut — minus.

Huius aggregati, aut residui extrahe radicem quadratam.

Tertiò huic radici adde, vel subtrahe semissem numeri radicum, prout numerus radicum affectus fuerit signo + aut signo —, hæc summa aut residuum erit radix quæsita.

In exemplo meliùs regula intelligetur, proponatur hæc æquatio 1q. = 72. — 6R. semissis radicum est 3. cuius quadrato 9 adde 72. numerum absolutum, cum virtualiter præferat signum additorum + fiet summa 81, ex qua educes radicem quadratam 9. ex ea subtrahe 3. semissem radicum 6. cum radices præferant signum subtractorum — & restabit 6 radix quæsita, nam illius

quadratum est 36. 6 radices sunt etiam 36. clarum autem est 72. — 36. seu 36. esse quadratum radicis 6.

Sit secundo 1 q. = 6 R. + 72. adde pariter 72. quadrato 9. semissem radicum; quia numerus absolutus præfert signum +. sicque summa 81. è qua extraho radicem quadratam 9. cui addo 3. semissem radicum, quia numerus radicum præfert signum +. dico quadratum numeri 12. esse æqualem numero 72, + plus 12 sexies sumpto.

Tertiò proponatur 1 q. = 18 R. — 72. quadratum semissis radicum seu 9. est 81. à quo subtraho 72. Cum id indicet signum — relinquuntur 9. cuius radix quadrata 3. addatur semissi radicum 9. fit radix 12. satisfaciens quæstioni.

Hæc tamen æquatio amphibola est duas habens radices satisfaciens quæstioni. Si igitur radix extracta 3. auferatur ex semisse radicum 9. restabit 6. alia radix satisfaciens quæstioni.

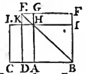
PROPOSITIO II.

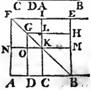
Theorema.

Demonstratur prima praxis soluenda æquationis quadratica.

Praxis prima versabatur circa æquationem huiusmodi 1 q. = 72. — 6 R.

Sit linea AB æqualis lateri, seu radici quæ inquiritur, illi in directum adjiciatur A C 6 vnitatum, seu æqualis numero radicum; hæc bifariàm secetur in D, eritque AD, trium vnitatum semissis numeri radicum, excitetur supra lineam B D quadratum DF, ductaque diagonali E B, agantur A G, I K eruntque quadrata A I, D F (*per* 4. 2. *Eucl.*) item rectangula DH, HF, æqualia erunt; sicut CK, DH.





Investigo primò quadratum D F. hôc modô, dicitur quadratum A I, cuius latus quæritur esse 72. minus 6 R. hoc est si intelligantur illi quadrato addi 6 R. erit 72. sed 6 Radices sunt rectangulum comprehensum sub AC quæ est 6. & sub radice AH. seu rectangulum CH, aut rectangula DH, HF illi æqualia. habemus ergo Gnomonem DIG esse 72. cui si addatur KG quadratum semissis radicum A D, seu 9. habebitur totum quadratum D F esse 81. E quo si extrahas radicem quadratam 9. habebitur B D, & subtrahendo A D 3. restabit A B 6 vnitatum. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Demonstratur secunda praxis soluenda æquationis quadratica 1q. = 6*R.* + 72.

Fuerat secundô locô proposita hæc æquatio 1q. = 6R. + 72.

Sit AB radix quæ inquiritur, & AC ponatur æqualis numero radicum, quæ bifariàm diuidatur in D. tum super A B describatur quadratum A E, ductâque diagonali BF, ducantur perpendiculares D G, C I, & per puncta G & K parallelæ N M, G H inquiritur primo quadratum DH.

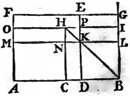
Demonstratio. Dicitur in æquatione quadratum AE, esse æquale numero absoluto + valore 6 Radicum, sed rectangulum A I est valor 6 Radicum cum sit comprehensum sub AC numero radicum, & radice AF. ergo rectangulum CE erit numerus absolutus 72. si pro rectangulo LE substituas D K illi æquale, erit Gnomon LMCO æqualis numero 72. cui si addas quadratum OL 9. semissis numeri radicum D C, habebis totum quadratum DH 81. & extrahendo radicem cognosceitur DB 9. cui addendo A D semissis numeri radicum cognoscetur tota AB.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

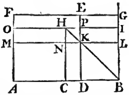
Demonstratur tertia praxis æquationis quadratica 1q. = 18*R.* — 72.

Tertium exemplum æqoationis quadraticæ erat 1q. = 18R. — 72.



Sit AB æqualis numero radicum 18. quæ bifariàm diuidatur in C, eruntque AC, CB singulæ 9. & quadratum C I erit 81. inquiratur AD, radix quadrati A E. Supponitur enim AE esse quadratum sicut & CI, ductâ autem diagonali HB ducatur perpendicularis DE, & parallela LM, erunt rectangula PL, PG æqualia, sunt enim lineæ DA, DE æquales, sunt etiá æquales BC &

& B I seu D P, quare EP & CD æquales erunt seu HP & PK.



Demonstratio proposita æquatio asserit quod si ex valore 18. radicum seu rectangulo AG comprehenso sub A B numero radicum & radice AF, si inquam ex tali rectangulo auferas 72. habebitur quadratum AE, est ergo DG, aut Gnomon PLDN æqualis numero 72. hunc Gnomonem si subtrahas ex quadrato C I semissis radicum CB restabit quadratum NP. quare iubemus in regula, vt numerus absolutus subtrahatur ex quadrato semissis numeri radicum, scilicèt ex 91. subtrahitur 81. restat 9. pro quadrato NP. extrahimus radicem quadratam habemusque CD, cui si addamus semissem numeri radicum seu AC 9. fiet AD radix quadrati AE.

Ostendo iisdem positis quadratum DL satisfacere quæstioni nempe posita AB pro numero radicum, erit rectangulum AL valor radicum, æquatio autem indicat si subtrahas 72. ex AL restabit quadratum D L, est igitur A K 72. A K autem componitur ex AN, & CK. pro AN substituo CL, & pro CK, rectangulum K I. Eritque Gnomon P L D N æqualis 72. quare si ex quadrato C I semissis numeri radicum auferas 72; habebis quadratum N P cuius radicem NK, aut CD si subtrahas ex semisse radicum BC, habebitur BD radix quæsita.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Methodus Diophanti, explicandi æquationes quadrati affecti sub latere & coefficiente
$5q + 10R = 175$.

Praxis Diophanti fere cum superioribus coincidit, quamvis primâ fronte diversa videatur, hanc in exemplo diversitatem & convenientiam aptissime aperiam.

Proponatur hæc æquatio $5q + 10R = 175$. quæ cum ista coincidit $5q = 175 - 10R$.

Primo multiplica numerum quadratorum 5. per numerum absolutum 875, huic adde 25. quadratum semissis numeri radicum summa erit 900. ex qua extrahes radicem quadratam 30. ex ea subtrahe 5. semissem numeri radicum restabit 25. valor quinque radicum divide per 5. numerum quadratorum habebitur valor vnius radicis.

Demonstratio per comparationem praxis Diophanteæ cum vulgari instituetur.

COMMVNIS.

A. $5q + 10R = 175$.
B. $1q + 2R = 35$.
Seu $1q = 35 - 2R$.
C. q. semissis numeri radicum 1. } Adde
D. 35. numerum absolutum. 35. }
E. Summa 36.
F. Radix quadrata 6.
G. Subtrahe semissem radicum 1.
H. Restat 5. valor vnius radicis.

DIOPHANTI.

K. $5q + 10R = 175$.
L. 175.
M. Per 5. numerum q. multiplica.
N. Productus 875.
O. Adde 25. q. semissis radicum.
P. Summa 900.
Q. Radix q. 30.
R. Subtrahe 5. semissem radicum.
S. Restat 25. valor quinque radicum.
T. Divide per 5. numerum quadr.
V. Restat 5. valor vnius radicis.

Praxis communis primò iubet dividere singulos terminos æquationis A per 5. numerum quadratorum, vt fiat æquatio B tum additur numero 35. quadratum dimidiatum radicum fitque numerus E è quo educitur radix quadrata.

Praxis Diophanti relinquit æquationem K, quod perinde est ac si æquatio B multiplicata esset per 5. tum multiplicatur numerus L 175. per 5. numerum quadratorum fitque numerus N 875. est ergo D 35. ad N 875. in duplicata ratione 1. ad 5. cum intervenerit duplex multiplicatio per 5. & cum quadratum C ad quadratum O fit etiam in duplicata ratione (*per* a. 12.) summa E ad summa P erit in duplicata ratione 1. ad 5. & cum radices sint in subduplicata ratione quadratorum, erit radix F, ad radicem 30. vt 1. ad 5. cum autem semisses radicum 1. & 5. sint etiam in eàdem ratione factâ vtrinque subtractione erit H ad 5. vt 1. ad 5. seu vt 1q ad 5q. denique si T dividatur per 5. numerum quadratorum erunt H & V æquales.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

2. *Praxis Diophanti in explicandis æquationibus quadraticis* $4q - 16R = 660$.

Sit proposita æquatio $4q - 16R = 660$. isti æquivalens $4q = 16R + 660$. est ergo casus secundus praxis communis.

COMMVNIS.

A 4 q. = 16 R. +	660.	
B 1 q. = 4 R. +	165.	
C qu. semissis radicum	4	Adde
D numerus absol.	165	
E Summa	169.	
F Radix qu.	13.	Adde
G Semissi Rad.	2.	
H Valor radicis	15.	

PRAXIS DIOPHANTI.

K. 4 q. — 16 R. =	660.	
L. Numerus absol.	660.	
M. Per numerum q. 4. multiplica.		
N. Productus	2640.	Adde
O. Quadratum semis. R.	64.	
P. Aggregatum	2704.	
Q. Radix qu.	52	Adde
R. Semissem Rad.	8.	
S, Summa	60.	
T. Divide per nom. q.	4.	
V. Restabit vnius radicis valor	15.	

Eôdem modô demonstratur hæc Diophanti praxis, quô superior ostendam enim similirer rationem aggregati E, 169 ad aggregatum P 2704. esse duplicatam rationis 1 ad 4. & consequenter radices F & q esse vt 1 ad 4. & additis G & R, quæ sunt in eadem ratione H & S esse vt 1 ad 4. quare dividendo S per 4. numerum quadratorum fient H & V æquales.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

3. *Methodus Diophanti in explicandis æquationibus quadraticis in quibus quadratum negatur de radicibus 56 R.* — 4 q. = 192. *vel* 4 q. = 56 *R.* — 192.

COMMVNIS.

A. 4 q = 56 R — 191.		
B 1 q = 14 R. — 48.		
C. qu. semissis radicum	49.	
D. Numerum absolutum	48.	Subtrahe
E. Residuum	1.	
F. Radix quadr.	1.	Adde
G. Semissem numeri Rad.	7.	
H. Valor vnius radieis	8.	
Vel ex G semisse Num. radicum	7.	
F. Subtrahimus Radicem quadratum	1.	
Restat K Radix mioor	6.	

DIOPHANTI.

A. 4 = 56 R. — 191.		
L. Numerum absolutus	192.	
M Per numerum qu. multipl.	4.	
N. Productum Subtrahe	768.	
O. Ex quadrato semissis R.	784.	
P. Residuum	16.	
Q. Residui Radix q.	4.	Adde
R. Semissem numeri Radicum	28.	
S. Fit summa Rad.	32.	
T Divide per numerum q	4.	
V. Habebis valorem vnius Radicis	8.	
Vel ex R, semisse numeri Radicum	28.	
Subtrahe radicem inventam q	4.	
Restat valor 4 radicum	24.	
Divide per numerum quadratorum	4.	
Restabit V valor vnius radieis	6.	

Eadem Demonstratio huic methodô applicari potest.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Praxis reducendæ æquationis quadraticæ 1 q. + 10 *R.* = 96. *seu* 1 q. = 96. — 10 *R.*

Proponatur æquatio 1 q. + 10 R. = 96. solvenda nempe quæritur valor vnius radicis. sumatur latus quadrati nempe 1 R cui addatur semissis numeri radicum fietque 1 R. + 5. fac illius quadratum multiplicando 1 R. + 5. per 1R. + 5. fiet quadratum 1 q. + 10 R. + 25. quod quadratom maius est quam primo propositum quadratum 25 vnitatibus. addantur hæ 25. vnitates fietque æquatio 1 q. + 10 R. + 25 = 121. vtriusque hoc est 1 q. + 10 R. + 25. & 121. extrahantur radices quadratæ, quæ erunt 1 R. + 5. & 11. & quia quadrata sont æqualia radices æquales erunt, quare erit æquatio 1 R. + 5. = 11. & subtractis 5 vnitatibus. Restat vna radix æqualis 6.

Demonstratio. Procedit quasi per attentationem, quærimus eoim radicem quæ multiplicata per seipsam faciat quadratum affectum eôdem modô quô io æquatione exhibetur. quare non debuit esse radix pura. Sed radix cum addito. addimus igitur dimidium numeri radicum, vt idem numerus radicum proveniat. quadratum autem qaod producitur erit paulo maius quam sit illud quod exhibetur nempe 25 vnitatibus. quare si addantur hæ 25. vnitates homogeneo comparationis fiet æquatin, inter duo illa quadrata, & consequenter erit æquatio iotet radices nempe 1 R. + 5 = 11. convertimus ergo æquationem quadraticam in quadraticam simplicem. & artificium in eo consistit quod proponitur radix quæ satisfacere creditur quæstioni.

Hæc praxis diligenter notanda est, potestque habere vsum, quoties occurrunt aliæ æquationes difficiliores.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Praxis reducendæ æquationis quadraticæ 1 q. — 8 *R* = 425. *vel* 1q. = 8 *R.* + 425.

Eâdem methodô soluere poterimus hanc æquationem 1q — 8 R. = 425. Assumatur latus 1R. — 4 vt eius quadratū quam proxime accedat ad propositum multiplica 1 R. — 4 per 1 R. — 4. vt habeas eius quadratum producetur 1R. — 8R. + 16. paulo maios quam requiratur adde ergo homogeneo comparatioois 16. fiet æqoatio 1 R. — 8 R. + 16 = 441. vtriusque extrahatur radix.

dix. habemus vnam esse 1 R. = 4. & aliam esse 21. habemus ergo æquationem 1 R. — 4. = 21. adde vtrinque 4.

Habebimus æquationem 1 R. = 25.

PROPOSITIO X.

Problema.

Praxis reducendæ æquationis quadraticæ 1 q. + 75. = 20 *R. vel* 1 q. = 20 *R.* — 75.

Sit hæc æquatio 1 q. = 20 R. — 75. hanc nonnulli revocant ad hanc 1 q. — 20 R. + 75 = 0. Assume pro radice 1 R. — 10. huius quadratum erit 1q. — 20 R. + 100. maius quam propositum 25 vnitatibus, habemus ergo æquationem 1 q. — 20 R. + 100 = 25. extrahantur radices quadratæ quæ æquales erunt nempe 1 R. — 10 = 5. & additis 10, erit æquatio 1 R. = 15.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Methodus vniversalis Stevini in reducendis æquationibus.

Hæc methodus vniversalissima, non censebitur Geometrica, eò quod per attentationem procedat: in eo igitur consistit vt assumat numerum, quem satisfacere quæstioni existimat, eumque examinet secundùm quæstionis circumstantias, vt exemplo clariùs patebit.

Sit proposita æquatio 1q + 75 = 20R. existimetur 10. esse valor vnius radicis eruntque 20R = 200. vnum quadratum erit 100. cui addendo 75. fient 175. quadratum ergo deficit à radice. augeatur ergo valor vnius radicis, & ponatur esse 15. quare 20. R. efficient 300. quadratum radicis 15. est 225. cui adde 75. fiet æqualitas inter 225. + 75. = 300.

Hæc praxis non est negligenda potestque in insolubilibus adhiberi.

PROPOSITIO XII.

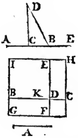
Problema.

Investigatio Geometrica quadrati æqualis numero absoluto — aliquibus radicibus ex Nonio.

Proponatur hic numerus 55 — 6 R. quæritur radix illius quadrati hoc est quæritur radix cuius quadratum æquale sit 55 — 6 R. proponitur ergo æquatio 1 q. = 55 — 6 R. vel quod idem est 1 q. + 55 = 6 R.

Supponitur recta A B pro numero radicum, secta bifariàm in C erigatur perpendicularis CD, quæ sit radix numeri absoluti 55. connectatur CD cui C E sit æqualis dico quadratum rectæ BE vnà cum radicibus A B, hoc est cum rectangulo sub AB, B E, esse æqualem numero 55. seu quadrato rectæ C D.

Demonstratio (*per* 47. 1.) quadratum rectæ BD seu CE; æquale est quadratis CB, C D, sed



quadratum ex CE (*per* 4. 2.) æquale est quadratis ex CB, & B E, & rectangulo bis sub C B & BE, hoc est rectangulo sub AB, BE. ergo quadrata CD, CB, æqualia sunt quadratis CB & BE, & rectangulo sub AB, BE, & auferendo vtrinque quadratum CB. erit quadratum CD, æquale quadrato BE, & rectangulo sub A B, B E. quod erat demonstrandum.

Quare hæc æquatio facile reducetur. Adde quadratum CB semissis numeri radicum, ad quadratum C D, seu numerum absolutum, fit quadratum ex DB, seu CE, quare si ex hoc aggregato extrahas radicem quadratam, innotescet CE, ex qua si auferas BC semissem radicum, restabit radix BE, atque hic est primus casus.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Investigatio Geometrica quadrati æqualis numero absoluto + aliquibus radicibus.

Proponatur secundus casus 1 q. = 6 R. + 55. sitque AB numerus radicum C D radix numeri absoluti 55. iunctà pariter rectà B D, cui æqualis sit CE, dico quadratum rectæ A E æquale esse, quadrato CD + rectangulo sub AB, AE.

Demonstratio. (*per* 2. 2.) quadratum ex AE, æquale est rectangulo sub AE. AB, & rectangulo sub AE, EB. adde vtrinque quadratum BC, & pro quadrato B C & rectang. sub AE, EB repone quadratum CE illis æquale (*per* 6. 2.) quare quadrata ex A E, B C æqualia sunt rectangulo sub AE. AB, & quadrato C E aut B D, pro quo repones quadrata B D, C D illi æqualia (*per* 47. 1.) & ablatò vtrinque B C. restat quadratum ex AE æquale esse rectangulo sub AE, A B + quadrato ex CD.

Quare ad inveniendam radicem. Adde numero absoluto seu quadrato ex C D, quadratum ex CB semissis radicum, vt habeas aggregatum, seu quadratum BD, aut CE cuius radix quadrata erit CE. huic addes A C semissem radicum, habebisque A E, cuius nempe quadratum æquale est

SSss 3 valori

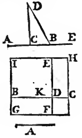
valori radicum + numero absoluto seu quadrato ex C D. atque hûc modô demonstratur tertius casus.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Investigatio Geometrica quadrati æqualis aliquibus radicibus — numero absoluto ex Nonio.

Proponatur hæc æquatio 1 q. = 18 R. — 56. vel 1 q. + 56. = 18 R.

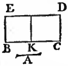


Sit linea A cuius quadratum æquale sit numero 56. sitque linea B C æqualis numero radicum 18. quæ ita secetur in D, vt linea A. sit media proportionalis inter segmenta BD, DC. hoc est ita sit BD ad A, sicut A ad D C. sint BE, CF quadrata segmenturum BD, D C. dico vtrumque satisfacere quæstioni. hoc est Primò posito valore vnius radicis linea BD, quadratum eius + quadrato lineæ A, seu numero 56. esse æquale valori radicum, seu rectangulo BH, comprehenso, sub numero radicum BC, & radice DE.

Demonstratio. Cùm ita sit B D, seu D E ad A, sicut A ad D C, erit (*per* 16. 6.) quadratum ex A, seu numerus absolutus 56. æqualis rectangulo sub D E, D C. addatur commune quadratum BE, erunt quadrata ex A & B D æqualia rectangulo BH, comprehenso sub numero radicum BC, & radice B I seu B D. ergo habemus quadratum BC. + quadrato ex A seu numero radicum, æquale valori radicum seu rectangulo B H.

Ex qua demonstratione. ita ad praxin descendes, nempe ita cognosces, seu investigabis latus B D, aut D C. dividatur numerus radicum BC. bifariàm in K. (*per* 5. 2.) erit rectangulum sub BD, D C, seu numerus absolutus, vnà cum quadrato D K, æquale quadrato K C, semissis numeri radicum; quare ex quadrato semissis numeri radicum, subtrahe numerum absolutum 56. restant 25. pro quadrato ex KD cuius radix quadrata KD erit 5. hæc addita semissi radicum BK; exhibet maius latus BD. & subtracta ex KC, semisse radicum exhibet minus latus DC.

Latus autem D C, satisfacit etiam quæstioni, nam quadratum F C, + rectangulo D G. seu quadrato ex A idest numero absoluto 56. æquale est rectangulo C G, comprehenso sub numero radicum AB, & radice B G, seu DC.



Denique si quadratum ex A, seu numerus absolutus, æqualis sit quadrato semissis radicum BK, hoc est linea A sit æqualis lineæ B K, clarum est in tali casu, quadratum ex BK + quadrato ex A, seu numero absoluto æquale esse rectangulo BD, comprehenso, sub numero radicum BC, & radice BE seu BK.

Si Accidat vt numerus radicum maior sit quadrato semissis radicum æquatio falsa erit, seu impossibilis.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Semissis Radicis quadratæ, aggregati ex quadruplo numeri absoluti, & quadrato numeri radicum, vel Residui subtracto quadruplo eiusdem absoluti, ex quadrato numeri radicum auctæ, aut mulctata numero radicum, est valor vnius radicis in æquationibus quadraticis.

Hæc propositio est aptissima cum numerus radicum est impar. atque adeo dividi non potest bifariam sit extrahenda radix quadrata. Ex hoc numero 72 — 6 R. hoc est sit proposita hæc æquatio 1 q. = 72. — 6 R. Ad quadratum numeri radicum 36. adde quadruplum numeri absoluti, cum numerus absolutus habeat signum + est autem hoc quadruplum 288. fit 324. cuius radix quadrata 18. ex qua subtrahes numerum radicum, cum ferat signum —. restabit 12. cuius semissis 6. est valot vnius radicis.

Proponatur Secundò hæc æquatio 1 q. = 6R. + 72. quadratum radicum est 36. cui addes quadruplum numeri 72. seu 288. fit summa 324. cuius radix 18. huic addes numerum radicum 6. fiet 24. cuius semissis 12. est valor vnius radicis.

Tertio proponatur hæc æquatio 1 q. = 18 R. — 72. ex quadrato numeri radicum 324 subtrahe quadruplum numeri absoluti 72. seu 288 restat 36. cuius radici quadratæ 6. adde 18 numerum radicum fit 24. cuius semissis 12. est valur vnius radicis. Vel eamdem radicem quadratam 6. subtrahe ex numero radicum 18. relisqui 12. semissis 6. est valor vnius radicis.

Demonstratio. Quadratum numeri radicum quadruplum est quadrati semissis numeri radicum: ergo si illi addas vel subtrahas quadruplum numeri absoluti, generatur numerus quadruplus illius, quem praxis vulgaris superiùs explicata invenit. quare si ex eo educatur radix quadrata, hæc erit dupla illius quæ per praxim superiorem educitur: si igitur huic radici addas, vel subtrahas numerum radicum relinquetur radix

dix dupla, veræ radicis; quæ nempe educeretur per praxin communem.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Aliæ omnes æquationes.

Quamvis inferiùs simus traditum methodum reducendi omnes æquationes quantumlibet intricatas, quia tamen earum reductio, principiis speciosæ nititur, quæ ad sequentem librum pertinent, alias æquationes methodô vulgari, seu antiquâ solubiles, in hac propositione aperiam.

Regula generalis esto, quoties exponentes terminorum æquationis cuiuscúmque sunt Arithmetice proportionales, toties æquatio ad quadraticam revocatur.

Proponatur primò æquatio in quâ termini, se consequantur sine interruptione, dico hanc æquationem ad quadraticam revocari posse. vt si proponatur æquatio 1 qq. = 30 c + 10 q. dico per hypobibasmum hanc reduci posse ad æquationem 1 q. = 30R. + 50. sic enim termini descendant singuli duobus gradibus, quod sine detrimento æqualitatis fieri posse in hypobibasmo probavimus, pervenietur ad æquationem quadraticam 1 q. = 30 R. + 10 quare quoties sunt termini sine interruptione toties in æquationem quadraticam desinitur.

Secundò Proponatur æquatio cuius termini sint interrupti, ita tamen vt exponentes eodem intervallô se superent, quomodocúmque tandem disponantur, seu quocúmque ordine, in æquationem quadraticam fiet desitio.

Vt si exponentes sint 4. 2. 0. vel 2. 4. 0. hoc est termini æquationis, tantundem in progressione Geometricâ inter se distent. nam inter numerum absolutum cuius exponens 0. & quadratum interjicitur radix. & inter quadratum cuius exponens 2. & qq cuius exponens 4 interjicitur cubus. Idem dicito de hac æquatione cuius exponentes essent 3. 6. 0. qui pariter proportionem Arithmeticam observans est quadrato cubi, cubi & numeri absoluti 1 q c. + 4 c. = 321.

Proponatur igitur primò hæc æquatio 1 q q. = 18 q. + 648. adhibeatur regula communis æquationis quadraticæ, ita vt proponatur hæc æquatio 1 q. = 18 R. + 648. eritque valor vnius radicis 36. huius si extrahatur radix quadrata 6. Erit 6. Valor vnius radicis.

Demonstratio. Vere quadrato-quadratum est quadratum, habetque radicem quadratam, licet etiam hæc radix sit quadratum: ergo licet sub hac consideratione inquirere eius radicem quadratam, quam praxis communis exhibet. quia autem etiam hæc radix vt dixi est quadratus debet illius radix quadrata educi.

Idem dicito de quadrato cubo, cubo & numero absoluto, sed vbi per praxin communem innotuerit valor primæ radicis quadratæ, educenda est radix cubica vt 1 q c. + 6 c. = N. demonstratio eadem nam veræ quadrato cubus est quadratus suam habens radicem quadratam quam per praxin communem investigare possumus, quia verò hæc radix quadrata etiam cubus est, eius radicem cubicam educere debemus, vt habeamus primam illius progressionis radicem.

Ex quibus colliges vi istius praxis eas tantum æquationes solvi posse quæ maximum numerum habeant, ex quadratu compositum, hoc est quarum summa potestas, sit numerus quadratus.

Notandum autem sæpè occurrere numeros non quadratos, atque adeò qui verâ radice careant, cum tamen praxis iubeat educi radicem quadratam. Ex quo oriuntur numeri surdi de quibus inferius agendum est.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Reductio æquationis in qua quadratus afficitur adiunctione plani sub radice, & sub coefficiente ad simplicem æquationem quadraticam.

Æquationes compositas voco eas, in quibus potestas quæ præcipuum in iis locum obtinet afficitur parodicis gradibus. hoc est illi adiunguntur, aut negantur gradus inferiores. Has ad simpliciores revocare maximam afferre potest facilitatem; inter eas prima occurrit quadratica vt hæc 1 q. + 8 R. = 20. quæ æquatio simplex non est, sed quadratum quod primum in ea locum obtinet est affectum adiunctione plani, contenti sub coefficiente 8. & Radice. huiusmodi æquationes affectæ, seu compositæ reduci possunt ad simpliciores, & hæc reductio, vocatur expurgatio fitque adiunctione aliquarum partium coefficientis, quas vncias vocant nonnulli, in quadraticis hæc expurgatio fit adiunctione medietatis coefficientis. in cubicis trientis. in quadrato quadraticis quartæ partis, & ita consequenter secundum denominationem ab exponente cuiuslibet potestatis desumptam.

Proponatur hæc æquatio 1 q. + 8 R. = 20. Intelligatur radix huius æquationis esse 1 R. cui cui adiungatur 4. seu medietas numeri radicum, seu coefficientis, ita vt fiat 1 R. + 4. si ponatur alia quantitas radici sic auctæ æqualis quæ sit A, ita vt sit æquatio 1 R. + 4. = A. & per antithesin erit etiam 1 R. = A — 4. quare huius quantitatis quadratus erit æqualis quadrato vnius radicis. igitur multiplicetur A — 4. per A — 4. vt fiat eius quadratus habebimus A2 — 8 A + 16. qui quadratus æqualis est vni quadrato præcedentis radicis. multiplicetur item hæc quantitas A — 4. per 8. numerum radicum, cum in æquatione præter vnum quadratum inveniantur 8 R. fientque + 8 A. — 32 adde numeris iam inventis A2 — 8 A. + hos numeros + 8A. — 32. erit summa A2 — 16. quæ æqualis est 1 q. + 8 R. præcedentis radicis, & consequenter numero 20. habemus ergo aliam æquationem 1 q. — 16. = 20. & per antithesin 1 q. = 36. & extrahendo radicem quadratam

quadratum habemus hanc secundum radicem A esse 6 sed supposuimus A — 4 æquari 1R nempe radici primæ æquationis ergo 6 — 4 = 1R subtrahe igitur 4. ex 6. habebis priorem radicem esse 2.

Proponatur secundò æquatio in qua quadratum afficiatur mulcta plani sub latere, & coëfficiente vt 1q. — 4R. = 12. supponatur radix imminuta medietate coëfficientis sicque imminutæ æqualis sit quantitas A: erit ergo æquatio 1R. — 2. = A. & per antithesin 1R. = A + 2. & cum sit æqualitas in radicibus, in eorum quadratis erit etiam æqualitas quare Aa. + 4A. + 4. æquabitur vni quadrato, multiplicetur item hæc radix A + 2 per — 4, cum proposita æquatio habeat negatas 4. radices fiet — 4A. — 8. addantur simul Aa. + 4A. + 4. & — 4A — 8. fiet Aa — 8. æquale 1q. — 4R. & consequenter erit noua æquatio 1q. — 4. = 12. & per antithesin 1q. = 16. cuius radix quadrata 4. erat autem æquatio inter 1R. = A. + 2. est ergo æquatio 1R. = 4. + 2. ergo primæ æquationis radix erat 6.

Tertiò proponatur hæc æquatio 16R. — 1q. = 48 supponatur 8 — A esse æqualia 1R. fiat quadratum huius binomij 8 — A. illud erit 64 — 16 A. + Aa. multiplica 8 — A per 16. fiet 128 — 16A. subtrahe prius quadratum ex hoc vltimo numero erit residuum 64 — Aa. æquale 16R — 1q. præcedentis æquationis, atque adeò & comparationis homogeneo æqualis erit: habemus ergo æquationem 64 — 1q. = 48. & per antithesin 64. = 48. + 1q. & auferendo 48. erit æquatio 1q. = 16. & extrahendo radicem erit radix A = 4. erat autem æquatio 8 — A = 1R. quare erit æquatio 8 — 4 = 1R. est ergo vna radix 4.

Ex his colliges omnes æquationes in quibus exponentes seruant arithmeticam proportionem hoc artificio solui posse, & reduci ad simplices. vt si proponatur hæc 1qq. + 8q. = 48. reducetur primo ad hanc 1q. + 8R. = 48. & expurgatione facta inuenietur radix quadrata 4. cuius iterum educenda est radix quadrata vt fiat 2. idem dicendum est in aliis omnibus.

Ex quibus vides hanc propositionem esse maximi momenti, cum hæc sola possit supplere, & soluere omnes æquationes quadraticas, quas totô hoc libro explicuimus. hæc methodus vocatur plasma, seu fictio.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Reductio cuborum affectorum sub quadrato ad cubos affectos sub latere.

Affectio cubi sub latere, censetur facilior, & minus intricata quam affectio eiusdem cubi sub quadrato, eo quod quadratum longius distet, vlteriusque prouehatur, in progressione geometrica quàm radix. facilis tamen erit reductio affectionis sub quadrato ad affectionem sub radice.

Proponatur æquatio 1c. + 9q. = 108. vncie vt vocant coëfficientis 9. in cubicis æquationibus sunt trient. vnde si hæc æquatio ita exprimetur methodô speciosâ, A3. + 3BA. = z sol. in quo vides ideo poni 3B vt significetur in plasmate seu fictione assumendum trientem coëfficientis.

Supponamus, ergo veræ radici huius æquationis 1c. + 9q. = 108. additum esse trientem coëfficientis, ita vt sic aucta fiat 1R. + 3. huic aggregato ponatur æqualis alia quantitas A. ita vt sit æquatio 1R. + 3. = A. & per antithesin 1R. = A — 3. fiat huius quantitatis cubus nempe

$$
\begin{array}{rrrrl}
 & & A & -3 & \\
 & & A & -3 & \\
\hline
 & & -3A & +9 & \\
 & A2 & -3A & & \\
\hline
 & A2 & -6A & +9 & \text{quadratum} \\
 & & A & -3 & \\
\hline
 & -3\,Aa & +18A & -27 & \\
A3 & -6\,Aa & +9A & & \\
\hline
A3 & -9\,A2 & +27A & -27 & \text{cubus} \\
 & +9\,Aa & -54A & +81 & \\
\hline
A3 & & -27A & +54 &
\end{array}
$$

pe A3 — 9 Aa + 27 A — 27. hoc est A — 3 per seipsam multiplicetur, vt fiat eius quadratum; tum eius quadratum multiplicetur per eandem radicem A — 3 & habebis cubum.

Secundo multiplicetur Aa — 6A. + 9. per 9. coëfficientem, cum in æquatione id feratur fiet + 9 A2 — 54A + 81. Adde hunc vltimum numerum priori cubo fiet A3 — 27 A + 54 qui numerus æqualis est priori 1c. + 9q. atque adeo eidem homogeneo comparationis erit æquale. habemus ergo æqualitatem A3 — 27 A + 54 = 108. seu 1c. — 27R. + 54 = 108. & transferendo + 54 per antithesin erit æquatio 1c. — 27R. = 54. quare si sciretur methodus extrahendi radicem, quam inferiùs trademus, inueniretur radix 6. è cuius cubo 216. si subtrahantur 27R. seu 162. restabit 54. ea tamen radix non est ea quæ quærebatur, sed est A. A autem — 3 erat 1R. ergo 6 — 3 seu 3. est vna radix.

Proponatur Alia æquatio cubi affecti mulctâ quadratorum vt 1c. — 12 q. = 1024. supponatur radix huius æquationis esse 1R. à qua subtrahatur 4. triens coëfficientis. fietque 1R. — 4 huic radici sic imminutæ, sit æqualis quantitas A, ita vt sit æquatio 1R. — 4 = A & per antithesin 1R. = A + 4. fiat cubus huius quantitatis A + 4 eritque A3 + 12 Aa + 48 A + 64. quadratus eiusdem quantitatis A + 4 erit A2 + 8 A. + 16. multiplicetur per coëfficientem 12. habebis 12 Aa + 96A + 192 subtrahe vnum ab alio id ferente signo — æquationis restabit A3 — 48A — 128. = 1024 & per antithesin A3 — 48A = 1152. inuentæ tamen radici addere debebis 4. vt habeas veram radicem, seu radicem primæ æquationis propositæ.

Tertiò proponatur 12q. — 1c. = 256 assumatur 4. triens coëfficientis à quo auferatur radix sit 4 — 1R. cui æquale sit A erit ergo æqualitas 4 — 1R. = A. & 4 = A 1R. & 4 — A = 1R. fiat quadratum huius binomij 4 — A. quod

quod multiplicetur per 12. habebisque quadratom fiat eiusdem binomij cubus.

	192 — 96 A + 12 A2
Cubus	64 — 48 A + 12 A2 — A3.
	128 — 48 A + A3.

Habemus ergo æquationem A3. — 48 A. + 128. = 256. ſubtrahe 128 habebis æquationem A3 — 48 A = 128. Extrahendo deinde radicem cubicam per praxes inferius ponendas, radicem inventam, ſubtrahes ex 4. habebiſque primæ æquationis radicem cubicam.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Reductio cuborum ſimul affectorum ſub quadrato & ſub latere, ad cubos affectos tantum ſub latere.

Proponatur æquatio in quâ cubus afficiatur ſimul ſub quadrato, & ſub latere. verbi gratiâ 1c. + 27 q. + 150R. = 376. Supponatur radix quæ quæritur eſſe 1R, cui addatur triens primi coefficientis, ſeu 27 q. augeatur igitur radix addatúrque 9. firt igitur 1 R. + 9. huic ſit æqualis quantitas quæcúmque A. eſt ergo æquatio 1R. + 9. = A. & per antitheſin 1R. = A — 9. primo huius binomij fiat cubus qui habetur infra. huic adde 27. quadrata eiuſdem & radicem

Cubus	A3. — 27 A2 + 243 A — 719.	
quadrata	+ 27 A2 — 486 A + 2187.	
130 radiees	+ 130 A — 1170.	
	A3.	— 113 A + 288.

A — 9. multiplicatam per 130. adde hæc omnia & habebis A3 — 113A + 288 habemus ergo æquationem A3 — 113A + 288 = 376. & per antitheſin A3 — t13A = 88. ſeu 1c. — 213R. = 88. cuius radix A erit 11. & ſubtrahendo 9. ex ea reſtabit prima radix propoſita 2. Expurgavimus ergo propoſitam æquationem affectione ſub qoadrato.

Sit alia æquatio 1c. + 12q. — 38R. = 420. adde vni Radici 4. trientem coefficientis quadratorum 12, Eritque hæc 1R. + 4 cui ſupponatur æqualis quantitas A. erit ergo æquatio 1R. = A — 4.

cubus binomij	A3 — 12 A2. + 48 A. — 64.	
12 quadrata	+ 12 A2. — 96 A. + 192.	
Summa	A3	— 48 A. + 128.
Subtrahe 38R.		+ 38 A. — 152.
	A3 — 86A + 128.	

Addantur ſimul cubus binomij A — 9. & 12 quadrata, & ex ſumma ſubtrahe 38 radices. reſtabit A3. — 86A + 128 = 428. & per antitheſin 1c. — 86R. = 140. E cuius radice 10. ſubtrahe 4. & habebis primam radicem 6.

Tettiò ſit æquatio 1c. — 30q. + 330R. = 1575. cuius quidem radix eſt 15 ſed ſupponatur incognita. ponatúrque 1 R. & minuatur tertiâ parte coefficientis quadratorum ſitque 1R. — 10. cui æqualis ponatur A, eritque æquatio 1 R. — 10. = A. & per antitheſin 1R. = A. + 10. fiat cubus iſtius binomij A. + 10. à quo ſubtrahes 30 quadrata, & addes reſiduo 330 R. invenies A3. + 30A. + 1300.

Cubus binomij.	A3. + 30 A2. + 300A. + 1000.	
Subtrahe 30 quadr.	+ 30 A2. + 600A. + 3000.	
Erit reſiduum	A3.	— 300A. — 2000.
Adde 330 Radices		+ 300A. + 3300.
	A3.	+ 30A. + 1300.

Quare habemus æquationem 1c. + 30 R. + 1300. = 15 ·5 & per antitheſin 1c. + 30R = 275. cuius radix A erit 5. & additis 10. ſuperior radix erit 15.

Quartò proponatur æquatio 96R. — 27 q. — 1c = 76 ſupponatur radix eſſe 1R. quæ augeatur numero 9. triente coefficientis quadratorum eritque 1R. + 9 huic ſupponatur æqualis quantitas A. eritque æqu. 1R. + 9. = A. & per antitheſin 1R. = A — 9.

96 Radices erunt	96 A. — 864.	
27 quadr. ſubtrahe	27A2. — 486A. 2187.	
	— 27A2. + 582A. — 3051.	
ſubtr. cubum	A3. — 27A2. + 243A. — 729.	
	— A3.	+ 339A. 2322.

Ex 96 Radicibus ſubtrahe 27. quadrata tum vnum cubum, reſtabit æquatio 339A — A3 — 2322 = 76. & per antitheſin 339 R. — 1c = 2398.

In aliis ſimilibus caſibus æquationes difficillimas ob multiplicitatem affectionum ad alias faciliores reduces, quod quidem operoſum eſſe fateor, habebitur tamen ſolutio problematis inſolubilis alioquin.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

De Radicibus ſecundis.

In regula Algebræ numerus quæſitus communiter ſupponitur 1R. vel plures hoc eſt ſuppoſitæ progreſſionis Geometricæ, primus numerus poſt vnitatem. Sæpe tamen accidit vt numeri diſparati ſupponendi ſint, quorum quilibet ſit radix in ſua progreſſione Geometrica. quare ſi pro primo numero ſcribitur 1R. pro ſecundo itidem vna radix eſſet ſcribenda, intelligendo tamen radicem alterius progreſſionis Geometricæ, ne tamen inter operandum ſit confuſio has ſecundas radices diverſas à primùm poſitâ ſolemus notare aliquibus litteris vt A, B, D, E, &c. ſcribentes 1A. 1B. 1D. 1E. in ſpecioſa quidem huiuſmodi radices incognitas notamus vocalibus A, E, I, O, V, Y.

Numeratio & algorithmus huiuſmodi radicum facile intelligetur. ſi enim ita ſcribamus 1 A, 1 B, 1 D. indicamus vnam radicem diverſam ab ea, quam primò poſuimus.

2. Quando duos Alphabeti characteres, ſine vllis ſignis coniunctos ponimus ſignificamus multiplicationem

cationem vt AB ſignificat planum comprehenſum ſub A & B. ita 3R. A ſignificat tres radices multiplicatas, per A.

		R.	q.	c.	qq.	S.	qc.
R	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.
A	1.	3.	9.	27.	81.	243.	729.
B	1.	4.	16.	64.	256.	1024.	4096.
D	1.	5.	25.	125.	625.	3125.	15625.

Supponantur quatuor progreſſiones Geometricæ, quarum prima ſit ea, è qua primum poſita radix aſſumpta eſt. quare in illa ſuppoſitione quoties radicem nominabimus ſimus intellecturi binarium pro A intelligatur radix ſecundæ progreſſionis & ſignificet 3.

Pariter B ſignificabit radicem tertiæ progreſſionis nempe 4. & D indicabit 5. ſi ſcribam 3AB, intelligam tres radices A ſeu 9. multiplicatas per radicem B ſeu per 4. atque adeò 36. pariter BD. ſignificat 4 in 5 ſeu 20. & ita in cæteris.

Secundò poſſunt addi notæ quadrati cubi, qqti. vt Bq. ſignificaret 16. melius tamen notari poſſunt B2. D3. ſeu B quadratum D cubus.

Algorithmus ſecundarum facile ex Algorithmo primarum intelligetur.

Additio ſecundarum radicum eiuſdem rationis, fit per additionem ſimplicem numerorum retentô eôdem charactere ſic 3A & 7A. efficiunt 10A, ex 5B & 3B fiunt 8B.

Additio ſecundarum radicum diverſæ, denominationis perficitur per ſignum + vt 4 R. & 3A. ita adduntur 4R + 3A.

Idem dicendum de ſubtractione, quæ communis eſt, ſi ſint quantitates eiuſdem denominationis obſervatis tamen ſignis + & — ſi quantitates fuerint diverſæ denominationis perficitur ſubtractio ope ſigni —.

Multiplicatio has habet regulas, ſi numerus radicis primæ, per numerum radicis ſecundæ fuerit multiplicandus vt 3 R per 4 A. numeri inter ſe multiplicentur fientque 12. ſcribatúrque 12R A. hoc eſt 12 radices multiplicandas eſſe per vnum A: ſit enim radix 2 & conſequenter 3R. ſignificent 6. ſit vnum A idem quod 3. & 4A ſint 12. quare 3R. in 4A. ſignificat 72. Sed multiplicando 3R. per 4A fiunt 12R A, hoc eſt 24 multiplicanda per 3. quare ſive ipſi numeri abſoluti multiplicentur, ſive coſſici idem virtualiter numerus proveniet.

Secundò ſi numerus ſecundæ radicis per abſolutum fuerit multiplicandus, ducantur interſe numeri idemque character coſſicus remaneat, ſint 4A, multiplicanda per 5 fient 20 A.

Tertiò Quandò numerus coſſicus ex prima radice ortus, multiplicatur per numerum ex ſecunda radice ortum, multiplicentur inter ſe numeri, quia tamen diſparate ſe habent, vterque coſſicus character apponatur vt 3C. per 4 Aq. ſeu A2. fiet 12. cA2. eſt autem ſenſus 12 cubos multiplicandos per A2.

Quartò ſi numerus compoſitus ex numero primæ, & ſecundæ radicis, multiplicetur per numerum, ſecundæ radicis, augeri debet character coſſicus ſecundæ radicis vt 4 R A multiplicandus ſit per radicem A. fiet productus 4R A2.

Quando vero ſecunda radix, multiplicat numerum ortum ex ſecunda radice, obſervari debent regulæ multiplicationis coſſicorum. ita ſi A multiplicet A fit A q. ſi A multiplicet A cubum fit A4. ſeu Aqqtum.

Idem dicendum de diviſione, ſed de his ſufficienter diximus cum de ſpecioſa numeratione in qua ſæpe diverſæ adſciſcuntur radices.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Numeratio irrationalium.

Numeri ſurdi; ſi tamen numeri ſunt dicendi, ſunt radices numerorum, qui non ſunt veri ſui generis figurati. radix verbi gratia quadrata numeri non quadrati. radix cubica numeri qui cubus non eſt, & ita de reliquis. ſic radix quadrata numeri 20. eſt radix ſurda, ſeu irrationalis. dicitur ſurda, quod audiri, numeriſque exprimi non poſſit. Proponatur quadratum verum, & reale cuius area æqualis ſit 20 pedibus quadratis, vere datur, & Geometrice exhibetur linea quæ ſit latus, ſeu radix illius quadrati; eius tamen longitudo numeris exprimi non poterit, manendo in ea ſuppoſitione pedum. cum enim locuti ſimus de 20 pedibus, linea rationalis expoſita, cenſetur eſſe longa vno pede, quare quamdiu loquemur de numeris in hâc determinatione, de partibus aliquotis, vnius pedis intelligendum erit. Cum ergo nullæ partes aliquotæ vnius pedis poſſint hanc lineam exquiſite repræſentare, vt pote lineæ vnius pedis incommenſurabilem, ideo hæc longitudo numeris non exprimetur ſi ſtricte loquamur. an vero debeat dici numerus, vel non dici, eſt quæſtio de nomine: & nullius momenti.

Cum certum ſit huiuſmodi lineas, nec eſſe numeros integros, nec fractos quia tamen aliquis numerus poteſt lineam exprimere, ita parum ab his lateribus ſurdis differentem, vt exceſſus vnius ſupra aliam ſit quantum libuerit parvus. inſuper numeris addi, aut ſubtrahi, multiplicari, item & dividi poſſint, hæ quantitates, inter numeros recenſeri poterunt. ſi quis tamen ſtrictè loqui velit, quantitates vocet irrationales. radices ſurdas, numeros ſi velit irrationales, ſeu numeros non numeros, parum intereſt modò quantitates huiuſmodi intelligamus.

Radices huiuſmodi multipliciter intelligi, & exprimi poſſunt primò ſolitariè vt cum dicitur ℞q 20. nempe Radix quadrata numeri 20. ℞c. 30. radix cubica numeri 30. ℞qq 70. Radix quadrato quadrata numeri 70.

Aliquando tales radices ſurdæ exhibentur vt coniunctæ cum aliis numeris, ſive eiuſdem rationis ſive diverſæ, & hoc mediante ſignis + & —. vt ℞q 9. + ℞q 4. ſignificat enim numerum 5. hoc eſt ternarium + binario. ℞q 7. — 2. Radix quadrata numeri 7. minus binario. ℞c. 100. — ℞q 9. ſignificamus ex radice cubica 100. ſubtrahendas eſſe tres vnitates.

Aliæ radices vocantur vniverſales, quas nonnulli ligatas vocant. ſuntque radices totius alicuius numeri coſſici compoſiti. vt ℞q. (22 + Rq9.) Radix quadrata numeri 22 + 3. hoc eſt numeri 25. ſeu 5. ℞q. (11 + ℞q 12) Radix quadrata numeri 11 aucti radice quadrata numeri 12.

℞q

℞q (12. + ℞q 25.) + ℞q (9. + ℞q 4.) duas intelligimus radices, primam radicem qaadratam numeri 12. aucti radice quadrata numeri 25. seu 5.& radicem quadratam, compositi ex radice quadrata numeri 9. & ex radice quadrata numeri 4. seu radicem quadratam numeri 5. In quo vides cur dicantur radices vniversales, nempe quòd cadant in numerum aliquem compositum integrum. dicuntur ligatæ, quod numerus cuius sunt radices claudatur & ligetur intra parenthesin.

Notandum item non tantum radices surdas, exprimi hôc modô, sed sæpe etiam rationales, seu radices numerorum vere sui generis figuratorum vt ℞q 9. Radix quadrata numeri 9. quæ est 3.

Ortus huiusmodi radicum procedit ex regolis Algebricis, cum enim sæpe impetetur extractio radicis, ex numero non proprie figurato, sui generis, cogimur has quantitates, non in seipsis indicare, cum ita exprimi non possint; sed indicare per earum potestates. vt Radicem quadratam per suum quadratum exhibemus.

Differunt autem hæ radices ab iis quæ in progressione Geometrica considerantur, quòd istæ vt plurimum sint irrationales, & surdæ, secundò quod exprimatur numerus cuius sunt radices. cum aliæ per seipsas adhibeantur.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Reductio Radicum simplicium ad eamdem denominationem.

Quamdiu radices sunt diversæ denominationis in vnam summam colligi non possunt, nisi per signum +, nec subtrahi ab invicem, nisi per signum — eô modô quô numeri cossici diversæ denominationis. si tamen ad eamdem denominationem revocentur poterunt aliâ ratione simul addi, aut ab invicem subtrahi. hæc reductio, non absimilis est reductioni fractionum. priùs tamen notandum est, in qualibet progressione Geometrica, radicem eamdem comparatam cum quadrato dici radicem quadratam, cum cubo cubicam, cum quadratoquadrato, quadratoquadratam. vt binarius est radix quadrata numeri 4. cubica numeri 8. quadrato quadrata numeri 16. surdesolida numeri 32. quadrato cubica numeri 64. idem igitur numerus indicatur sive dicatur ℞q 4. sive Rc. 8. quibus positis.

515.   16.
5.   X   4.
℞q.   ℞c.
℞qc.

Proponantur duæ radices diversarum denominationum ℞q 5. ℞c. 4. scribantur eo ordine quo vides in figura. & primo numerus 5. cubice multiplicetur propter signum ℞c. cui decussatim respondet. habebisque productum 125. numerus 4. quadrate multiplicetur propter signum ℞q. cui respondet decussatim fietque 16 scribendus. habebis ergo duos numeros Rqc. 125. Rqc. 16. quibus nempe præfigendus est numerus ex vtraque denominatione constans.

Demonstratio numerus 5. est quadratus radicis 5. qui cum seipsum cubice multiplicet orietur cubo quadratus, vt ostendimus in generatione numerorum progressionis Geometricæ. Pariter cum numerus 4. supponatur esse cubus propositæ radicis, & seipsum quadrate multiplicet orietur cuboquadratus, & cum in qualibet serie eadem sit radix omnium potestatum idem numerus indicabitur per Rqc. 125. qui significabatur per radicem quadratam 5. ergo habemus eosdem numeros sub aliâ denominatione communi.

Secundò numerus absolutus comparetur cum radice ad cuius denominationem revocari debeat, verbi gratiâ 6. & ℞qq. 12. multiplicetur numerus 6. quadratoquadrate hoc est fiat numeri 6. quadrato quadratus nempe 1296. dico numerum 6. significari posse per ℞qq 1296. ergo numerus 6. revocatus est ad denominationem radicis.

Possunt item radices ad eamdem denominationem reduci per extractionem radicis cubicæ, aut quadratæ quando extrahi possunt. vt ℞qq 25. & ℞c. 27. Extrahatur radix quadrata numeri 25. habebis 5. pro radice quæ tamen supponitur esse quadrata, quare ℞q5. eumdem numerum significat ac ℞qq 25. pariter numeri 27. extrahatur radix cubica habebis 3. qui numerus per seipsum multiplicatus efficit 9. & consequenter idem numerus significatur per ℞q 9. qui indicabatur per ℞c. 27. habemus ergo ℞q 5. & ℞q 9. eumdem numerum indicantes qui per propositas significabatur.

Facillimè item reduci possunt duæ radices simplices ad eamdem denominationem mutando vnius tantom characterem. vt si proponantur ℞qc. 6. & Rc. 2. multiplica numerum 2. quadrate fiet ℞qc. 4. supponebatur enim 2. esse cubus.

Pariter si proponantur hæ duæ radices simplices ℞qc.8. ℞q 9. multiplica 9 cubicè. fient 719. habebis igitur ℞qc. 8.& ℞qc. 719.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Si Radices eiusdem generis in se invicem ductæ numerum producant: hic erit radix, producti multiplicatione potestatum earum radicum.

Sint radices A & B, quæ multiplicatæ produxerint numerum C. sintque harum radicum quadrata D, & E, quæ multiplicata producant numerum F. dico numerum F esse quadratum radicis C, seu productum ex D in E, æquale esse quadrato numeri C.

C			F	G.	
6			36	216.	
2	3	4	9	8	27.
A	B	D	E	H	K.

Cum enim D & E sint quadrata numerorum A,

TTrr 2   ex

ex B;erit D,ad E in duplicata ratione A ad B,(*per* a. 12.) ſed cum A multiplicando ſeipſum faciat D & multiplicando B faciat C. erit vt A ad B, ita D ad C, ergo ratio D ad E eſt duplicata rationis D ad C. & conſequenter C erit medium proportionale inter D & E, ergo (*per* 16. 6.) quadratum medij C. æquabitur producto ex D in E. ſeu numero F. quod erat demonſtrandum.

Sint item cubi H & K. qui ſe invicem multiplicent faciantque G. dico G eſſe cubum radicis C.

Demonſtr. Cum enim A multiplicans B faciat C & multiplicans D faciat H. erit vt B ad D,ita C ad H. Pariter cum E multiplicans radicem B, faciat K, & multiplicans D faciat F. erit vt B ad D, ita K ad F. quare ita erit C ad H, ſicut K ad F, & (*per* 16. 6.) productum ex multiplicatione mediorum H & K, ſeu G æquabitur producto ex C in F.hoc eſt producto radicis in quadratum ſuum, ſeu cubo radicis C.

Ex hoc habebimus methodum multiplicandi radices, licèt cognoſcamus tantum earum poteſtates, nam multiplicando poteſtates, generabitur poteſtas radicis productæ ex multiplicatione radicum. quod propoſitione ſequenti explicamus.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Multiplicatio, & diviſio radicum ſurdarum.

Proponantur duæ radices, multiplicandæ ad invicem ſintque eiuſdem denominationis;ſi enim non fuerint eiuſdem denominationis ad eamdem denominationem primo reducantur; ſint ergo ℞q 7. & ℞q 10. quæ in ſe ducendæ ſunt, earum poteſtates ſeu quadrata 7 & 10. in ſe ducantur, habebitur numerus 70. qui per præcedentem eſt quadratus radicis, quæ fieret ex ductu ℞q 7 in ℞q 10. quare ℞q 70. eſt illa quæ quæritur. ℞c. 24. multiplicata per ℞c. 10. producit ℞c. 240.

Idem dicendum de diviſione, ſi poteſtatem per poteſtatem dividas, proveniet poteſtas quotientis, qui oriretur ſi radicem per radicem divideres, quare, ſi quotienti invento præponas ſignum radicale. vt ſi ℞q. 36. dividenda ſit, per radicem quadratam 12. divide quadratum 36. per quadratum 12. habebis pro quotiente 3. quadratum ſcilicèt radicis quæſitæ: ergo habebis ℞q 3. quæ erit quotiens talis diviſionis.

Quando Radix quadrata multiplicanda eſt per ſeipſam delendum eſt ſignum radicale. vt ſi ℞q. 5. ſit multiplicanda per ſeipſam ſcribatur 5. ratio clara eſt quia radix multiplicando ſeipſam producit ſuum quadratum, ſed quadratum eius eſt 5. poſſet quidem ex regula communi multiplicari quadratum 5. per ſeipſum, ita vt producatur ℞q 25. ſed primum facilius eſt.

Idem dicendum eſt ſi Radix cubica cubice, eſſet multiplicanda, ſufficeret delere ſignum radicale, & exhibere eius cubum, quia nempe radix cubice multiplicata generat cubum.

Radix quadrata cubice multiplicata generat radicem quadratam cubi ſui quadrati, vt ſi ℞q. 4 multiplicanda ſit cubice. multiplicetur eius quadratum 4. cubice fiet 64. cui præponendum eſt idem ſignum radicale ita vt fiat ℞q 64. ratio eſt quia per propoſitionem præcedentem multiplicatio poteſtatis, idem efficit, ac multiplicatio ipſius radicis.

Si Radix ſurda multiplicanda ſit per numerum abſolutum; multiplicari debet per poteſtatem numeri abſoluti. vt ſi ℞q. 8. multiplicare debeas per 2. eius quadratum 8. multiplicari debet per quadratum numeri 2. id eſt per 4. vt fiat ℞q 32. Ratio eſt, quia numerus 2. idem eſt ac ℞q 4. Sed ſi proponeretur ℞q 8. multiplicanda per ℞q 4. multiplicandum eſſet quadratum 8.per quadratum 4. ſecundum regulam præcedentem ergo etiam dum proponitur ℞q 8. multiplicanda per 2. debet 8. multiplicari per 4. Ratio vlterior eſt quod vt duplicetur ℞q 8. non ſufficit vt eius quadratum 8. ſit duplum, ſed debet fieri quadruplum, quia quadrata in duplicata ſunt ratione laterum, ſeu radicum.

℞c. 8. multiplicanda ſit per 3. debet cubus 8. multiplicari per 27. ſeu per cubum numeri 3. ita vt fiat cubus 216. cui præponi debet ſignum radicale ℞c. 216. nam habetur cubus radicis cubicæ quæ oritur ex multiplicatione 2. per 3. ſi cubus primæ per cubum ſecundæ multiplicetur, & de facto cubus 216. eſt cubus radicis 6. quæſitæ, poſui autem exemplum in radicibus non ſurdis, vt clarior evaderet tota praxis.

Si darentur plures Radices ſurdæ æquales, facile earum ſummam exhibemus. vt ſi ſint tres ℞q 7. multiplica 7. per quadratum numeri 3. ſeu per 9. habebiſque ℞q 63.illi æquivalentem,quia nempe multiplicatio idem præſtat ac additio,eſtque additio virtualis.

Id omne quod de multiplicatione dicimus, de diviſione intelligendum eſt. ſi enim radicem quadratam, per numerum abſolutum dividere volueris eius quadratum, per quadratum numeri abſoluti divide.

Ex hac doctrina multiplicationis, & diviſionis facile inveniemus an duæ radices ſurdæ, ſint inter ſe commenſurabiles. quamvis enim ſint irrationales hoc eſt incommenſurabiles, cum prima expoſita rationali ſcilicet, cum vnitate, poſſunt tamen eſſe inter ſe commenſurabiles. ita enim duæ Radices ſurdæ æquales ſunt commenſurabiles, licèt ambæ ſint incommenſurabiles vnitati.

Notandum autem quoties numerum per alium dividimus, quotientem exhibere rationem diviſi ad diviſorem, quam enim rationem habet quotiens ad vnitatem, eamdem habet dividendus ad diviſorem, vt ſi dividas 12. per 4. quotiens 3. oſtendet ita eſſe 12 ad 4. ſicut 3 ad 1.

Notandum ſecundò in diviſione radicis per radicem, non proprie dividi radicem per radicem ſed poteſtatem per poteſtatem, vt quadratum per quadratum, atque adeò quotientem nempe quadratum oſtendere rationem quam habent poteſtates inter ſe non autem radices. divide ℞q 36. per ℞q 4. habebis ℞q 9. dico quotientem 9. non oſtendere rationem quam habet ℞q 36. ad ℞q 4. Sed quam rationem habeat quadratum 36. ad quadratum 4. ſcilicèt vt 9 ad 1. radices autem ſunt in ſubduplicata ratione. quare ſi agatur de quadratis ſumenda erit media proportionalis inter 9. & 1. certum eſt autem quod radix eſt media proportionalis inter vnitatem

rem & quadratum, vt ostendimus in progressionibus Geometricis. quare si divisâ vnâ radice, per aliam quotiens habuerit veram radicem, radices surdæ commensurabiles erunt. proponatur ℞q 12. dividenda per ℞q 3. divisô quadrato 12. per quadratum 3. quotiens est ℞q 4. numerus autem 4. habet veram radicem 2. igitur ℞q 12. ad ℞q 3. se habet vt 2 ad 1.

Si ex divisione orietur numerus carens propria radice. erunt radices incommensurabiles, vt si ℞q 24. dividatur per ℞q 3. orietur ℞q 8. qui numerus 8. cum radice quadrata careat, dicendæ sunt ℞q 24. & ℞q 3. incommensurabiles. at ℞q 24. & ℞q 6. sunt commensurabiles, quia divisione factâ oritur ℞q 4. significans 2. hoc est 4 est numerus quadratus Idem dicendum est de cubis. Si enim divisâ radice cubica, per aliam oriatur numerus non cubus incommensurabiles erunt radices cubicæ.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Additio radicum simplicium.

Proponantur primò plures Radices æquales, & eiusdem speciei hæ per multiplicationem simul addentur vt si quatuor ℞q 6. addendæ sint quadratum multiplicetur per 16. quadratum scilicèt 4 habebis ℞q 96.

2. Si Radices fuerint diversæ denominationis, priùs quam simul addi possint debent ad eamdem denominationem revocari.

3. Si sint eiusdem denominationis & Inæquales, experiendum erit, an sint inter se incommensurabiles. nam si fuerint tales addentur per signum +, & subtrahentur ad invicem per signum —, exceptis tamen radicibus quadratis, quæ etiam adduntur aliô modo quamvis sint incommensurabiles vt dicemus infra.

4. Quando Radices invenientur commensurabiles ita agendum erit. proponantur duæ radices ℞q 12. & ℞q 3. quæ sunt commensurabiles nam divisione factâ, invenitur quotiens ℞q 4. cuius radix 2. se habet ergo, prima ad secundam vt 2 ad 1. ergo componendo, prima ad aggregatum se habet vt 2 ad 3. fiat ergo vt 2 ad 3. ita ℞q 12. ad quartum, quare multiplica Rq. 12 per 3. hoc est quadratum 12. per q 9. Proveniet ℞q 108. quam divides per 2. hoc est quadratum 108. per quadratum 4. habebisque ℞q 27.

Demonstratio est clara cum enim radix quotientis ostendat rationem vnius ad aliam componendo habebitur ratio maioris ad aggregatum, & per regulam proportionum ipsum aggregatum.

Proponantur item duæ radices ℞q 18. & ℞q 8. vna dividatur per aliam quotiens erit ℞q 2$\frac{1}{4}$. extrahatur radix quadrata hæc erit 1$\frac{1}{2}$. seu $\frac{3}{2}$. est ergo vna fractio ad aliam sicut 3 ad 2. hoc est vt 3. ad vnitatem divisam in duas medietates, nam in fractionibus semper denominator pro vnitate supponit. Ergo componendo ita erit summa radicum ad minorem ℞q 8. vt 5 ad 2. & vt 5 ad 1. ita summa ad medietatem Radicis quadratæ 8. quæ vt habeatur eius medietas dividi debet per 4. fietque ℞q 2. est ergo summa radicum quintupla ℞q 2 multiplicetur ergo per 25. quadratum numeri 5. & habebis summam esse ℞q 50.

Potest aliis modis haberi cum enim ℞q 18. ad ℞q 8. se habeat vt 3 ad 2. erit componendo vt prima ad summam, ita 3. ad 5. fiat ergo vt 3 ad 5. ita ℞q 18. ad quartum hoc est vt 9 ad 25. ita 18. multiplica ergo 25. per 18. fiet 450. divide per 9. habebis 50. est ergo summa ℞q 50. facilius tamen id præstabis per minorem, ne numeri, ita augeantur.

Possunt alia ratione addi radices commensurabiles. sit ℞q 147. & ℞q 12. cum sint commensurabiles maximam habebunt mensuram. sit maxima eorum numerorum mensura ℞q 3. per quam vterque numerus dividatur fietque 4. & 49. quorum radices 2. & 7. fiat eorum summa, si additio instituitur fietque 9 cuius quadratum seu ℞q 81. hæc multiplicetur per ℞q 3. communem mensuram fietque 243. habebimus ergo pro summa ℞q 243.

Ratio huius praxis est. quod cum duæ radices dividuntur per communem divisorem singuli quotientes ad vnitatem eamdem rationem habent ac singulæ radices ad divisorem: ergo componēdo summa radicum ad divisorem, eamdem rationem habet, ac summa quotientum ad vnitatem. quare quotientes seu radices quotientum, quæ sunt proprie loquendo quotientes, adduntur simul fitque eorum quadratum, quia operamur in potestatibus, deinde fit regula trium vt 1. ad quotientes ita divisor 3. ad summam. quare sufficiet multiplicare per communem divisorem 3. cum vnitas nihil immutet.

Proponantur item tres ℞q 8, ℞q 50. ℞q 72 communis divisor esto 2. per quem divisæ exhibent ℞q 4 ℞q 25. ℞q 36. radices horum sunt 2 5. 6. quæ iunctæ efficiunt 13 huius quadratum erit 169. habemus ergo ℞q 169. quæ si multiplicetur per ℞q 2. habebimus ℞q 338.

Denique si accidat, vt dividi tantum possint duæ radices. per communem divisorem hoc est tertia radix non sit commensurabilis cum aliis, duæ commensurabiles simul addantur tertia addetur per signum +.

Quæ hactenus diximus tam conveniunt cubicis & aliis radicibus, quam quadratis.

Radices tamen quadratæ etiam incommensurabiles aliquô modô adduntur: hoc est exhibetur aliquis numerus verus cui additur pars aliqua irrationalis. Sint propositæ hæ radices ℞q 11. ℞q 6. addendæ fiat summa quadratorum habebiturque summa 17. multiplicentur item inter se numeri 11 & 6. fiet productus 66. seu ℞q 66. hæc duplicetur sed more radicum, hoc est multiplicetur per 4. fiet ℞q 264. est ergo summa harum radicum ℞q (17. + Rq 264.

Demonstratio. Petitur ex (4. 2. *Eucl.*) nempe si linea secta sit vtcumque erit quadratum totius æquale quadratis segmentorum + rectangulo bis comprehenso sub segmentis. Si ergo supponatur linea composita ex ℞q 11. & ℞q 6. illius quadratum erit æquale quadratis segmentorum nempe 11 & 6. seu 17, & rectangulo bis sub segmentis, multiplicatæ autem Radices efficiunt ℞q 66. & hæc radix duplicata efficiet ℞q 264. ergo quadratum eius 17. + ℞q. 264. quare tota linea erit ℞ (17. + ℞q 264. seu summa radicum.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Subtractio radicum surdarum simplicium.

Eâdem ferè methodô perficitur subtractio radicum, quâ additio absoluitur: primo si radices fuerint incommensurabiles, hoc est si dividendo maiorem per minorem quotiens fuerit irrationalis absoluetur subtractio per signum — Radix tamen quadrata etiam incommensurabilis ita subtrahetur.

Sit ℞q 12. subtrahenda ex ℞q 20. earum quadrata sunt 12. & 20. quorum summa 32. Rectangulum comprehensum sub radicibus est ℞q 240. sed bis comprehensum erit productum per 4. nempe ℞q 960. hoc subtrahatur ex summa quadratorum 32. quod fieri non potest nisi signô — hoc modo Rq 32 — Rq 960.

Demonstratio huius praxis petitur (*ex 7. 2. Eucl.*) si enim ℞q 20. intelligatur secari vna pars sit ℞q 12, erit quadratum totius seu 20 + quadrato vnius segmenti seu 12. æquale rectangulo bis comprehenso sub totâ, seu ℞q 20. & dicto segmento ℞q 12. + quadrato alterius segmenti ergo si ex aggregato quadratorum auferatur rectangulum bis comprehensum sub tota linea, & vno segmento, restabit quadratus alterius segmenti est ergo aliud segmentum ℞q (32 — Rq 960.)

Hæc methodus etiam vsurpari potest quando radices quadratæ sunt commensurabiles atque adeò secundum hanc praxin non erit opus dividere vnam fractionem per aliam: sed Redeamus ad praxin generalem, quando fractiones sunt commensurabiles, maior per minorem dividatur. tum quotienti si fuerit integer, supponatur vnitas vt ex eo fiat fractio, aufer denominatorem, seu vnitatem à numeratore. Erit vt vnitas ad hoc reliquum, ita dimidia radix minor ad reliquum quod quæritur quare sola multiplicatione opus erit.

Sit subtrahenda ℞q 8. ex ℞q 50. fiat divisio maioris per minorem quotiens erit ℞q 6 $\frac{1}{4}$. seu $\frac{25}{4}$ cuius radix quadrata $\frac{5}{2}$. subtrahe denominatorem 2. ex numeratore 5. relinquitur 3. fiat vt 1. ad 3. ita dimidia radix minor, seu ℞q 2. ad reliquum: multiplica igitur ℞q 2 per 3. seu per eius quadratum 9, & habebis ℞q 18.

Demonstratio erit quòd divisâ maiore radice per minorem, erit vt maior radix ad minorem ita quotiens ad vnitatem, quæ vnitas in fractionibus est semper denominator, ergo in nostro casu in quo quotiens est $\frac{5}{2}$. ita erit vt maior radix ad minorem ita 5. ad 2, & dividendo, subtrahendo minorem ex maiori ita erit minor ad reliquum vt 2. ad 3. & dimidium minoris ad reliquum vt 1, ad 3. quare dimidium minoris ℞q 2 erit multiplicandum per 3. seu per 9. fietque ℞q 18. totum igitur artificium huius subtractionis consistit in inventione quotientis, qui eô modo se habet ad vnitatem, quô maior radix ad minorem, & consequenter scietur ratio vnius radicis, cum eo quod relinquitur.

Quare variis modis investigari potest radix quæ relinquitur, vt subtrahenda sit radix qq 3888, ex radice qq 19683. fit quotiens rationalis ℞ qq $\frac{81}{16}$. cuius radix $\frac{3}{2}$. auferatur vnitas ex fractione seu ex numeratore remanebit $\frac{1}{2}$. cuius si fiat qq habebitur Rq $\frac{1}{16}$. hæc multiplicata per ℞qq 3888. facit 1. Rqq 243. nam factâ divisione, ita est maior radix, ad minorem vt quotiens ad vnitatem & subtracta vnitate, ita est vnitas ad reliquum; sicut minor radix ad residuum.

Potest denique fieri subtractio hôc modô dividatur vtraque radix per communem divisorem, fient duo quotientes, quorum minorem ex maiori subtrahes, & reliquum multiplicabis per communem illum divisorem. Sit subtrahenda ℞q 27. ex ℞q 75. dividatur vtraque radix per ℞q 3. fient quotientes ℞q 9. & ℞q 25. seu 3. & 5. vnam ab alia subtrahe restabit 2. seu ℞q 4. quam multiplicabis per communem illum divisorem fietque ℞q 12.

Demonstratio erit quod factâ divisione per communem divisorem, quotientes eamdem rationem habeant ac radices divisæ, ergo subtractô vnô quotiente ab alio, id quod relinquitur eamdem rationem habeat, ad quotientes; quam residuum radicum ad radices, sed si hæc residua radix divideretur per communem divisorem hunc residuum quotientem faceret, ergo hic residuus quotiens multiplicatus per communem divisorem, hanc residuam radicem producit. multiplicatio enim restituit id quod divisio destruxerat.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Additio numerorum irrationalium compositorum.

Voco numeros irrationales compositos in quibus, aut irrationales coniunguntur cum aliis irrationalibus, aut cum aliis quibuscumque nempe per signa + aut per signum — Revocandæ autem sunt regulæ signorum + & — nempe eadem signa, idem signum servare, nisi in subtractione præpostera, diversa signa mutate speciem operationis, & in additione quidem retinetur signum maioris numeri, in subtractione verò retinetur signum superioris à quo scilicet facta est subtractio, quæ omnia in primo libro explicata supponuntur.

A. 6 + ℞q 18.
B. 10 + ℞q 8.
C. 16 + ℞q 50

Proponantur numeri compositi A & B simul addendi scribantur ita vt membra eiusdem speciei sibi respondeant. quia autem primum membrum constat numeris absolutis fiet additio communis.

In secundo membro constante numeris irrationalibus seu ℞q fiat additio propria radicum. Nempe dividatur maior radix per minorem, erit quotiens ℞q 2. $\frac{1}{4}$. seu ℞q $\frac{9}{4}$. quæ est $\frac{3}{2}$. adde simul 3. & 2. fiunt 5. ℞q. 25. qui numerus si multiplicetur per mediam partem minoris fractionis. seu per ℞q 2. fit ℞q 50.

℞q 50 — 3.
℞q 32 + 5.
℞q 172 + 2.

In secundo exemplo pro primo membro fit additio radicum vt superiores regulæ iubent, in secundo

ſecundo membro quia ſunt ſigna diverſa mutatur operatio, hoc eſt vice additionis fit ſubtractio.

℞q 5 + 7.
℞q 6 — 2.

℞q (11 + Rq 120) + 5.

Neque aliud occurrit notandum circa additionem, niſi quod ſi numeri ſurdi ſint incommenſurabiles, ſæpe fit eadix vniverſalis, ſeu ligata. vt in hoc vltimo exemplo, quia Radix q 5. & ℞q 6. ſunt incommenſurabiles; recurrendum eſt ad praxin peculiarem eadicum quadratarum

PROPOSITIO XXVIII.

Peoblema.

Subtractio numerorum irrationalium compoſitorum.

Subtractio numerorum irrationalium compoſitorum difficultatem peculiatem non continet. neque enim numeri irrationales, niſi ex numeris irrationalibus eiuſdem denominationis ſubtrahuntur, atque adeo ſingulorum membrorum ſubtractio perficitur eodem modô, quô ſubtrahuntur numeri irrationales ſimplices. Revocandæ ſunt eegulæ ſubtractionis circa ſigna + & —.

PROPOSITIO XXIX.

Peoblema.

Numerorum irrationalium compoſitorum multiplicatio.

Revocandæ ſunt eegulæ communes multiplicationis Coſſicorum, præcipuè verò duæ, nempe eadem ſigna ponunt ſignum + diverſa ſigna repoount ſignum—. Revocandum item eſt multiplicationem radicum per abſolutos, inſtitui debere per poteſtates abſolutorum.

Tertiò quoties occurrit numerus habens præciſam radicem, licitum eſſe ponere eam radicem vt ſi occurrat ℞q 25. licet pro ea ſcribere 5. pro ℞c. 8. licet ſcribere 2.

A. 6 — ℞q 20.
B. 8 — ℞q 45.

C. 48. Rq 1280 — ℞q 1620 + ℞q 900.
D. 48. — ℞q 1280 — ℞q 1620 + 30.

Proponatur numerus A multiplicandus, pee numerum B multiplico — ℞q 45. pee — ℞q 20. producitue + ℞q 900. qui, quia habet eadicem quadratam omitti poteſt, ita vt pro illo ſcribatur 30. nempe eius radix.

Secundo multiplico — ℞q 45. pee + 6. ſeu + 36. fit — ℞q 1620. tertiò multiplico + 8. ſeu + 64. per — ℞q 20. fit — ℞q 1280. denique multiplicando 8. per 6. fit 48. quare productus erit C. vel extrahendo radicem ex vltimo membro, fiet productus D. poſſet tentari additio numerorum — ℞q 1280. & — ℞q 1620.

E. ℞qq 288 — ℞qq 648.
F. ℞qq 128 — ℞qq 162.

G. ℞qq 36864 — ℞qq 82944 — ℞qq 46656 + ℞qq 104976.
H. ℞q 192 — ℞q 288 — ℞q 216 + 18.

Proponatur numerus E, multiplicandus per numerum F fiet numerus G. ſed ſi extrahantur eadices quadratæ vt ad minores numeros revocentur; fiet numerus H. nam ex vltimo membro numeri G extrahitur radix quadratoquadrata. Ex aliis tantum quadrata, cum quadratoquadratâ eareant.

Si Radices multiplicandæ diverſæ fuerint denominationis ad eamdem priùs revocentur.

V. 2 + Rq 16.
X. 2 — Rq 16.

Y. 4 + ℞q 64 — ℞q. 64. — 16.
Z 4 — 16.
3 — 12.

In hoc vltimo exemplo, in quo numerus V multiplicat numerum X cum ℞q 16. multiplicet ℞q 16. producitur abſolutus 16. & quia in producto Y ſecundum, & tertium membrum ſe invicem perimuut reſtabit numerus Z, & factâ compenſatioue reſtabit numerus 20.

PROPOSITIO XXX.

Pioblema.

Numerorum irrationalium compoſitorum diviſio.

Notandum primò, quoties radix per numerum abſolutum dividitur, inſtituendam eſſe diviſionem, per ſimilem poteſtatem illius abſoluti. Sic enim abſolutus ad eamdem denomioationem revoeátur, pariter ſi altior poteſtas, per depreſſiorem dividenda ſit, depreſſior ad altioris poteſtatis denominationem revoeetur, vt ſi dividendus eſſet hic numerus ℞qq 8 — ℞ſ. 3 per ℞q. 2. Primo diviſor ℞q. 2 revocanda eſt ad eamdem denominationem cum primo membro dividendi, nempe cum Rqq 8. quod facile fiet multiplicando quadratum 2. per ſeipſum ita enim pro Rq 2. fiet Rqq 4 per quam ſi dividas radicem qq 8. quotiens proveniet ℞qq 2. ſecundo numeri dividendi ſecundum membrum ℞ſ. 3. & diviſor ℞q 2. ad camdem denominationem revocentur; revocabuntur autem ad denominationem qſ. fientque diviſoe ℞qſ. 32. & dividendus ℞qſ. 9. divide vnum per aliud fiet quotiens ℞qſ. $\frac{9}{32}$. habemus ergo quotientem integrum ℞qq 2 — Rqſ. $\frac{9}{32}$ nulla eſt igitur difficultas peculiaris, quoties numerus compoſitus per ſimplicem radicem dividitur, ſingula enim eius membra per ſimplicem illum numerum, ſeu radicem dividuntur ad quod neceſſarium eſt vt idem diviſoe revocetur ad ſingulorum membrorum denominationem.

Maior erit difficultas quando diviſoe eſt numerus compoſitus, quare revocandus erit ad ſimpliciorem. quod fiet ſi tam dividendus quam diviſor multiplicentur per communem multiplicatorem, fere ſimilem diviſori, & ab eo differentem ſolummodo ſecundum ſigna + & — quod in exemplis rationalibus oſtendo, vt meliùs huius praxis veritas appareat. Sit dividendus numerus

merus 42. per ℞q 254. ℞q4. id est per 7,sed ſuppono ignotari hunc numerum eſſe 7. & quotientem eſſe 6. tam numerus dividendus 42. quam numerus diviſor ℞q 25 + ℞q4. multiplicentur per hunc numerum ſimillimum diviſori, nempe per ℞q 25 — ℞q 4. differentem ſcilicet ab eo, in ſigno + mutatò in ſignum — habebiſque poſt multiplicationem pro dividendo ℞q 44100 — ℞q 7056, & extractis radicibus habebis 210—84. ſeu 126 habebis item pro diviſore novo, ℞q 610. + ℞q 100 — ℞q 16. & quia membra intermedia ſe invicem deſtruunt reſtabunt ℞q 610—℞q 16 & extractis radicibus 25 — 4. ſeu 21. per quem numerum ſi dividas dividendum 156. habebis pro quotiente 6.

Demonſtratio huius operationis fundatur in eo principio, quod numeri per eumdem multiplicati in eadem ſint ratione, atque adeo ſi vnus per alium dividatur idem ſit futurus quotiens, ſint enim numeri 4. & 8. ſi 8. per 4 dividatur; quotiens erit 2, quæ enim eſt ratio 8. ad 4, eadem eſt 2. ad 1. multiplicentur 8. & 4. per eumdem v.g. per 10. fient 80. & 40. inſtituatur diviſio 80. per 40 cum eadem ſit ratio 80. ad 40. quæ erat 8. ad 4. idem etiam quotiens 2 eſſe debet; oſtendens rationem dividendi ad diviſorem. quare artificium huius praxis in eo conſiſtit vt multiplicator qui aſſumitur ſit ſimillimus diviſori, ab eôque tantum differat in ſigno + & — ſic enim dum inſtituetor multiplicatio exurgent membra ſe invicem elidentia: hæc praxis vocatur expurgatio.

Hæc praxis valet in radicibus omnibus, ſit dividendus numerus 10. per ℞qq 5 + ℞qq 3, aſſumatur communis multiplicator ℞qq5—℞qq3 eritque novus dividendus ℞qq 50000 — ℞qq 30000. & novus diviſor ℞qq 25 — Rqq9. ſeu ℞q 5 — ℞q 3. qui cum adhuc nec ſit rationalis, nec ſimplex, tam novum dividendum, quam novum diviſorem multiplico per hunc ℞q5 + ℞q3. mutatò ſcilicèt diviſoris ſigno — in ſignum + & multiplicatione facta, fit novus dividendus ℞qq 1250000 — ℞qq 750000 + ℞qq 450000 — ℞qq 27000. & novus diviſor 5 — 3. ſeu 2. hoc eſt ℞qq 16. per quam ſi vltimum dividendum partiaris habebis quotientem ℞qq 78125 — ℞qq 46875 + ℞qq 28125 — ℞qq 16875. & quem aſſero eſſe quotientem quæſitum quod probare poteris ſi enim eum multiplices per primum diviſorem ℞qq 5 + ℞qq 3. exurget numerus ℞qq 390625 — ℞qq 50625. & extractis radicibus 25—15 ſeu 10. numerus ſcilicet primo propoſitus.

Si diviſor habuerit tria membra affecta ſigno + communis multiplicator aſſumendus erit ſimilis diviſori, & ab eo diſcrepans in ſigno + mutato in — vt ſi numerus 100. dividendus eſſet per diviſorem ℞q 3 + ℞q 5 + ℞q 6. aſſumatur communis multiplicator Rq 3 + Rq 5. — Rq 6. ex multiplicatione diviſoris orietur diviſor bimembris ℞q 60 + 6. & novus dividendus erit ℞q 30000 + ℞q 50000 — ℞q 60000. & quia diviſor non eſt adhuc ſimplex nec rationalis, aſſumo novum multiplicatorem ℞q 60—6. & habebitur novus diviſor 56. & novus dividendus ℞q 180000 + ℞q 300000 — ℞q 240000 — ℞q 120000 — ℞q 3600000. qui numerus ſi dividatur per 56 eumdem quotientem exhibebit; ac ſi 100. divideretur per ℞q 3 + ℞q 5 + ℞q 6.

Quando diviſor conſtat duobus membris radicum cubicarum vt ℞c. 5 + ℞c. 3. inveniantur 3. numeri continuè proportionales in ratione 5. ad 3, quod facile fiet ſi numerum 5. per ſeipſum multiplices vt fiat 25. & numerum 3 per 5. fiet 15. & numerum 3 per ſeipſum fiet 9. cum enim idem 5. & ſeipſum, & numerum 3. multiplicet, erunt producti 25. & 15. vt 5. ad 3. & pariter cum idem 3. multiplicet & 5. & ſeipſum, erunt producti 15. & 9. vt 5. ad 3. adhibeantur hi tres numeri ℞c. 25 — ℞c. 15 + ℞c. 9. tanquam communis multiplicator & producetur diviſor ℞c. 125 + ℞c. 27. hoc eſt 5 + 3. ſeu 8. per hunc dividendus erit novus diviſor.

Eadem methodus eſt vſurpanda in diviſore compoſito cuius duo membra fuerint duæ radices qq aut ſurdeſolidæ, tot enim conſtituendi ſunt numeri continuè proportionales, quot ſunt vnitates in exponente poteſtatis, & continuè proportionales alternatim ſignis + & — afficienter, fientque novus multiplicator.

Denique ſi diviſor compoſitus conſtet duobus membris radicum diverſarum revocentur hæ duæ radices diverſæ, ad eamdem denominationem.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Ortus & numeratio radicum vniverſalium, ſeu ligatarum.

Radices vniverſales ſeu ligatæ, ſunt illæ quæ cadunt in totum aliquem numerum compoſitum. Proponatur hic numerus 10 + ℞q 7. iubeamurque radicem quadratam eruere, quia exhiberi non poteſt radix quadrata numeri 7, non poteſt etiam ex totali eo numero educi præciſa radix quadrata, quare huic præponimus ſignum radicale ℞q (10 + ℞q 7. quo ſignificamus radicem quadratam numeri compoſiti ex 10. & radice quadrata numeri 7 ℞q (10 + ℞q 16 + 3. + ℞q. 64. quia radix quadrata numeri 16. eſt 4, & Radix quadrata 64. eſt 8. ſignificat Rq (10 + 4 + 3 + 8. ſeu ℞q 25. quæ eſt 5. ℞c. (℞c. 27 + ℞q 25. ſignificat radicem quadratam, numeri compoſiti, ex radice cubica numeri 27. quæ eſt 3, & radice quadrata 25. quæ eſt 5. indicare igitur volumus radicem cubicam numeri 8, quæ eſt 2. Idem Binarius ſignificatur per iſtam Rc. (Rq 25, + Rq 9.) ſignificat enim radicem cubicam numeri 8.

Ex his innoteſcit & ſenſus & generatio iſtarum radicum: manifeſtum etiam eſt eundem numerum, characteribus, & notis in ſpeciem diverſis ſignificari poſſe.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Multiplicatio radicum vniverſalium.

Radices vniverſales facilè multiplicari poſſunt, ſecundum propriam denominationem, hoc eſt radices quadratæ quadratice, cubicæ cubicè, & ita de aliis, hæc enim multiplicatio perficitur delendo ſignum radicale.

Nam Radicem quadratam v.g. multiplicamus, ſi exhibeamus, productum ex eius multiplicatione, eius ſcilicèt quadratum, cubicam in ſe ducimus

mus ſcribendo eius eubum, vnde ſi iubeamur quadratice multiplicare ℞q (10 + Rq 25.) id præſtamus deleodo primum ſignum Radicale, & exhibendo eius quadrarum ſcilicet 10 + ℞q 25.

Secuodo multiplicamos Radieem vniverſalem, per numerum abſolutum, ſi eius poteſtatem multiplicemus per ſimilem poteſtatem numeri abſoloti, vt ſi proponatur ℞q (7 + ℞q3.) duplicanda, eius quadratum 7 + ℞q 7. multiplicare debemus per 4 quadratum numeri 2. Ratio eſt quia tunc exhibemus quadratum, radicis quadratæ multiplieatæ per 2. quadratom ergo 7 + ℞q 3. multiplicamus, multiplica ergo 7. per 4. fiunt 28. multiplica item ℞q3. per 4. & quia iam eſt radix quadrata, multiplicanda erit per 16. ita vt producatur ℞q28. + ℞q48. ſi enim eſſet propoſita ℞q(7 + 3.) multiplicando per quadratum oumeri 2. ſeu per 4 fieret ℞q(28 + 12. ſed in vltimo membro eſt ℞q3. quare debet multiplicari per quadratum ipſius 4 nempe 16. vt fiat Rq (28 + Rq48) quod eſt diligenter notãdum. Vt meliùs innoteſcat veritas huius praxis, proponatur radix vniverſalis non ſurda, ℞q (7 + ℞q 4.) eſt autem eius quadratum 7 + ℞q4 idem quod 9. euius radix quadrata eſt 3. proponatur hæc radix duplicanda, aſſumo quadratum numeri 2. ſeu 4. per quod multiplieo numerum 7. fitque 28. tom multiplico ℞q 4 non per 4. ſed per quadratum numeri 4. nempe per 16. fitque Rq64. eſt ergo ℞q (28 + ℞q64. ſeu 28 + 8. ſeu 36. cuius radix quadrata nempe 6. quæ eſt dupla prioris.

Demonſtr. quoad vltimam partem, eſt quod dum dicitur ℞q (℞q4. eſt idem ac Rqq4. quæ vt duplicetur, multiplicari deber per qqtum oumeri 2. vt nempe 2 ad eandem denominationem reducatur, ſeu multiplicari per 16.

Eamdem doctrinam cubicis radicibus applicare poſſumus. vt ſi proponatur ℞c (℞c64 + ℞c.27.) multiplicanda per 2. multiplicanda eſt ℞c. 64. per cubum eubi numeri 2 nam 64 eſt cubocubus, reſpectu radicis, quæ ſignificatur eſt autem 8 cubus numeri 2. & 512 cubocubus. quore ſi fiat multiplicatio habebo ℞c. 32768. pariter multiplicari debet 27. per 512. fiuntque 13824. quare fiet ℞c. (℞c. 32768. + ℞c. 13824.

Proponatur item ℞c (℞c 64 + ℞q 36 + 3.) multiplicanda per 5. primum membrum multiplicandum eſt per cubocubum numeri 5. nempe 15 3125. producerúrque 11500000. ſecundum membrum multiplicandum eſt per qnadratocubum numeri 5. ſeu per 15625. quia ſeilicèt dicitur ℞c. ℞q. 36. & ex hac multiplicatione producetur 562500. denique vltimum membrum 3. multiplicari deber per cubum numeri 5. quia illi præponitur tantum radix cobica ex quâ multiplicatione oritur 375. quare orietur hic productus ℞c (℞c. 12500000. + ℞q 562500 + 375.)

Tertiò proponator multiplicanda ℞q (13 + ℞ q9.) per ℞q(5 + ℞q16. prima radix ſi explieetur, ſignificat numerum 4 ſeu ℞q(13 + 3. ſeu 16. ſecunda ſignifieat 3. ſeu radicem quadratam numeri 5 + 4. hoc eſt 9. ex multiplicatione autem numeri 4 per 3. oritur numerus 12. videamus vtrum praxis noſtra eumdem numerum repræſentet. Radices ergo proponuntur multiplicandæ, qnarum quadrata ſunt 13 + ℞q 9. & 5 + ℞q16. Primo multiplico vltimum membrum numeri A, per vltimum membrum numeri B, hoc eſt Rq9. per Rq 16. fitque Rq144. tum multiplieo 13. ſeu eius quadratum per radicem quadratam 16. ſeu Rq 169. fiet ℞q 2074. multiplieo item ſecundum membrum numeri A per primum numeri B. ſeu Rq 9. per 5. ſeu eius quadratum 25. fitque ℞q 225. denique multiplica 5 per 13. fit 65. habes igitur productum numerum C. Ex quibus ſi extraho radices habebis numeros 65. 15. 52. 12. quorum ſumma 144. cuius radix quadrata 12.

A. 13 + R q 9.
B. 5 + R q 16.

C. Rq (65 Rq 225 + Rq. 2074 + Rq 144.)
65. 15. 52. 12.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Radicum vniverſalium diviſio.

In geoere dicendum eſt, diviſiooem radieom, abſolvi diviſione poteſtatum cuius ſunt radices. cum enim radices in ſeipſis non habeantur, ſed tantum in ſuis poteſtatibus appoſitè earum diviſio per poteſtatum diviſionem perficitur.

Proponatur hæc radix vniverſalis ℞q (13 + ℞q 7.) divideoda per ℞q 5. prioris quadratum eſt 13 + Rq 7. & ſecundæ quadratum eſt 7. divide 13. per 5. fit quotiens $2\frac{3}{5}$. divide item 7 per 5 ſeu per 25. fit quotiens $\frac{7}{25}$. habes igitur quotientem ℞q ($2\frac{3}{5}$, + ℞q $\frac{7}{25}$.

Secundò ſit hæc ℞q (432. + ℞q 776. dividenda per 6. hanc divide per ℞q 36.

Maior erit difficultás quando diviſor erit compoſitus, ſeu erit radix vniverſalis, tunc autem aſſumendus eſt communis multiplicator, vt nempe fiat tam novus dividendus, quam novus diviſor ſed ſimplicior, res tota in exemplo manifeſta fiet.

Sit dividenda ℞q (588 + ℞q 34848.) per ℞q (12 + ℞q 8. diviſor ergo eſt quadratus 12 + ℞q 8. aſſumo pto communi multiplicatore numerum ferè ſimilem diviſori; nempe 12 — ℞q8. ſic enim producootur membra ſe invicem Elidentia — 1142. & + 1142. babebis ergo novum

12. + R q 8.
12. — R q 8.

— 1142. — R q 64.
144. + 1142.

144. + 8.

136.

diviſorem purum 136. ſi multipllees dividendum ℞q (588 + ℞q 34848. per 12 — ℞q 8. orietur novus dividendus ℞q 7056 + ℞q 5018112. — ℞q 2765952 — ℞q278784. qoi numerus ad minorem reduci poteſt. nam vltimi membri Radix quadrata, eſt 528. quæ ſubtrahi poteſt ex primo membro, item radix quadrata tertij ſubduci poteſt ex radiee quadrata ſecundi. fitqoe nu-

merus reductus ℞q 6528 + ℞q 331928. qui si dividatur per novum divisorem 536 ; exhibebit quotientem ℞q (48 + ℞q 18.

Additio Radicum vniversalium, perficitur signo additorum +, sicut & subtractio signo subtractorum — ideoque de illis nihil dicendum est.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

De Minutiis numerorum irrationalium,

Numeri irrationales suas etiam habent minutias, quarum sensus, & numeratio varia est, provs varie efformantur. Signum Radicale aote minutiam positum refertur ad totam minutiam, hoc est tam ad numeratorem, quam ad denominatorem. vt ℞q $\frac{9}{16}$ significat radicem quadratam novem decimarum sextarum, seu significat numerum qui in se pnductus efficiat hanc fractionem $\frac{9}{16}$. seu hunc numerum $\frac{3}{4}$. si enim assumas tres quadtantes, trium quadrantum habebis $\frac{9}{16}$

Si ante fractionem integer præponatur poterit ad fractionem reduci. vt Rc. $1\frac{67}{125}$. reduci potest ad hunc Rc $\frac{192}{125}$. significat numerum qui in se cubice productus, efficiat hanc fractionem $\frac{192}{125}$.

Ex quo cuncludes si idem numerus sam denominatorem fractionis, quàm numeratorem multiplicet, aut dividat ; eamdem esse minutiam, & consequenter eamdem radicem ℞q $\frac{9}{16}$. & ℞q $\frac{18}{32}$ idem significant.

Quando signum radicale adiungitur soli numeratori, aut soli denominatori fractionis, eum etiam tantùm afficit vt $\frac{℞q\ 64}{2}$ significat $\frac{8}{2}$. seu 4 pariter $\frac{8}{Rq4}$ significat 8 divids per 2.

Additio fractionum irrationalium similis est, additioni minutiarum vulgarium debent enim reduci ad eumdem denominatorem, quod methodô communi per multiplicationem in crucem perficitur, & reductione facta simul adduntur numeratores. vt si reductione factâ exhibeantur fractiones $\frac{℞q\ 4}{7}$ & $\frac{℞q\ 9}{7}$ adde vnum numeratorem alteri ; sed additione proptiâ radicum habebitur $\frac{℞q\ 25}{7}$ seu $\frac{5}{7}$.

$$\frac{℞q\ 4.}{7} \quad \frac{℞q\ 9.}{7.}$$

Subtractio eâdem ferè ratione perficitur, vt si reductione factâ exhibeantur fractiones $\frac{℞q\ 4}{7}$ & $\frac{℞q\ 9}{7}$ quarum prima ex secunda subtrahenda sit, subtrahe vnum numeratorem ab alio, sed subtractione propriâ radicum fiet $\frac{℞q\ 1}{7}$

Pariter proponantur hæ duæ fractiones ℞q $\frac{16}{49}$. & ℞q $\frac{4}{9}$. diversum habentes denominatorem 9. & 49. multiplicentur denominatores inter se vt fiat communis denominator 441. & multiplicatis decussatim numeratoribus per denominatores, fient novi numeratores 144. & 196. extrahantur omnium radices, habebis fractiones simplices A & B. quarum additio, aut subtractio facilis erit.

additis scilicet numeratoribus, aut subtractô vno numeratore ab alio.

℞q $\frac{16}{49}$ X ℞q $\frac{4}{9}$

℞q $\frac{144.}{441.}$ ℞q $\frac{196}{441}$

A $\frac{12}{21}$. B $\frac{14}{21}$

$\frac{26}{21}$

Sint Addendæ istæ minutiæ $\frac{℞q\ 4}{9}$ & $\frac{℞q\ 49}{9}$ cum eumdem habeant denominatorem soli addendi sunt numeratores. vel praxi communi additionis radicum vel seqnenti. vnum quadratum 4 per alium 9 multiplica. fit productus 196. cuius radix quadrata 14. bis sumpta erit 28. hæc iuncta duobus quadratis 9 & 49. efficit summam 86. habemus ergo $\frac{℞q\ 86}{9}$

Demonstratio huius praxis est quod (*per* 4. 2.) quadratum totius lineæ æqnale sit rectangulo bis comprehenso sub segmentis, & duobus quadratis segmentorum, est autem rectangulum sub segmentis medium proportionale sub segmentis. habetur autem medium proportionale, si producti ex multiplicatione extremorum educas radicem quadratam. sic enim rectangulum sub extremis æquatur quadrato medij. ergo duplicando radicem quadratam, & eam addendo duobus quadratis, resultat totale quadratum.

Quando numeratores sunt incommensurabiles additio fiet per signum + sicut & subtractio per signum — vt si addendæ essent minutiæ ℞q $\frac{7}{8}$ & ℞q $\frac{5}{8}$ ita fieret additio scribendo ℞q $\frac{7}{8}$ + ℞q $\frac{5}{8}$.

Multiplicatio, & divisio minutiarum irrationalium, peculiarem non continet difficultatem, vbi enim reductæ sunt ad eadem signa radicalia methodus communis, multiplicationis, aut divisionis minutiatum vsurpatur.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

De Numeris cossicis irrationalibus.

Si Numeris cossicis præponatur signum radicale, communiter habentur pro irrationalibus, quamvis nonnuoquam sint realiter rationales, vt si numero cossico 10 R præponas signum sadicale ℞q 10 R; cuius sensus est sumendam esse radicem quadratam 10 radicum, radix autem quadrata 10 radicum censetur numerus irrationalis: quamvis aliquando sit numerus rationalis. si enim vna radix sit 5. 10 radices efficient 500 numerum rationalem, a[illegible] potius cuius radix est 10 verus numerus, si vero radix fuerit 2. 20 radices erunt 40. numerus irrationalionalis potentia, ita dicere possumus ℞c. 20q. Radix cubica 20 quadratorum Eodem modo adduntur aut subtrahuntur hi numeri ac radices surdæ nullâ habitâ ratione signi subsequentis, vt si addendi essent hi numeri ℞q 8R. & ℞q 18. eôdem modo fit additio, ac si proponerentur hi duo Rq8 & Rq18. qui duo numeri sunt commensurabiles. nam dividendo 18 per 8. fit quotiens $2\frac{1}{4}$. cuius radix, seu media proportionalis inter 1 & $2\frac{1}{4}$. est $1\frac{1}{2}$. cum autem latera quadratorum

quadratorum fint in fubduplicata tatione quadratorum, erit radix 8. ad radicem 18, vt 1. ad 1. $\frac{1}{2}$. & componendo erit vt 1. ad 1. + 1. $\frac{1}{2}$. feu ad 2. $\frac{1}{2}$. vt radix 8. ad Radicem fummæ.

Et factis tribus continue proportionalibus 1. 2. $\frac{1}{2}$. 6. $\frac{1}{4}$. erit quadratum 8. ad quadratum fummæ vt 1. ad 6. $\frac{1}{4}$. quare multiplicando 8. per 6. $\frac{1}{4}$. fit quadratum fummæ 50. erit ergo fumma ℞q 50.

Sed hæc probata funt fatis fufe fuprà. Additô ergo fignô coſſicô, fiet ℞q 50 R. cum enim numeri cuilibet rei applicari poſſint, cum ℞q 50 hominum, æqualis fit ℞q 18. hominum & ℞q 8 hominum, val cuiuflibet alterius rei, quæ per vnitatem intelligi poteſt. Si pro vnitate intelligere velim radicem, quadratum, aut cubum, aut aliam quamcumque quantitatem coſſicam eodem modo verificabitur regula.

Ex hoc fequitur quoties numeri coſſici, fecluſô charactere coſſico radicem non habent, aut non fiint commenfurabiles, additionem fieri non poſſe, niſi refoluantur, hoc eſt niſi cognofcatur valor radicis quadrati, aut cuiuſcumque characteris coſſici.

Sequitur item neceſſarium eſſe, eos numeros revocare ad eamdem denominationem, antequam

℞qc 16q		℞qc 512c.
4R	X	8R
℞c		℞q
3	6	2

multiplicari, aut dividi poſſint vt ſi proponantur Rc. 4R. & Rq 8R multiplicandi, ſcribantur numeri 4R. & 8R quibus ſubſcribantur ſigna radicalia 4R quadratice multiplicetur, fient 16q. Item 8R cubice multiplicetur, fiet 512c. ſignum radicale componetur ex q & c fietque ℞qc. 16q. ℞qc. 512c.

Fiat igitur multiplicatio numeri 512. per 16. fiet 8192. & quia dum cubus multiplicat quadratum fit ſurdeſolidum producetur ℞qc. 8192. Surd.

Si dividendus eſſet hic numerus ℞qc. 8192. Surd. per ℞c. 16q. primo dividetur 8192. per 16. & quotiens erit 512, & quia dum quadratus dividit ſurdaſolidum generatur cubus, quotiens erit ℞qc. 512. cuborum.

Ad hoc vt 3R. multiplicentur per ℞q 16. fiat quadratus huius numeri 3R, vt nempe revocentur ad eamdem denominationem, habebiſque ℞q 9. quadratorum, multiplicetur hic numerus per ℞q 16, & quia numerus abſolutus multiplicando quadratum efficit quadratum fiet ℞q 144q in reliquis eadem recurrunt præcepta, quæ ſuperiùs tradidimus.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

De æquationibus quæ numeris irrationalibus implicantur.

Multis modis æquationes numeris irrationalibus implicantur primus caſus erit, ſi homogeneum comparationis fuerit numerus irrationalis, vt ſi proponatur hæc æquatio 1q + 6R = ℞q 46656. cum ſit æqualitas inter hos terminos 1q + 6R ex vna parte, & ℞q 46656. ex alia, erunt quadrata eorum æqualia, eſt autem quadratum homogenei comparationis 46656. habebitur autem facile per multiplicationem quadratum huius numeri 1q + 6R eritque 1qq + 12c. + 36q. = 46656.

Reductione ad ſimpliciorem opus erit nempe vt eam expurges numero cuborum, nempe ſi dividas numerum cuborum per exponentem quadrati, orietur quotiens 3. ſit radix huius æquationis 1R aucta hoc numero 3, eritque ſic aucta 1R + 3. huic ſit æqualis A, erit ergo æquatio 1R + 3 = A. & per antitheſin 1R = A — 3. fiat primo iſtius radicis A — 3. quadratus, is erit A2 — 6A + 9. & quia in æquatione notantur 36 q. fient + 36 A2 — 216 A + 324. fiat item cubus eiuſdem A — 3 is erit A3 — 9A2 + 27 A — 27. & multiplicando per 12 cubos habebis 12A3 — 108 A2 + 324 A — 324. fiat item qqtus eiuſdem radicis A — 3 is erit A4 — 12A3 + 54A2 — 108A + 81. addantur hæc omnia in vnam

$$\begin{array}{l} A4 - 12A3 + 54A2 - 108A + 81. \\ \quad + 12A3 - 108A2 + 324A - 324. \\ \qquad + 36A2 - 216A + 324. \\ \hline A4 \quad - 18A2 \quad + 81. \end{array}$$

ſummam nempe vt fiat 1qq — 12c. + 36q. & habimus 1qq — 18q + 81 = 46656. & ſubtrahendo 81, habebimus æquationem aliam nempe 1qq — 18q = 46575. explicabilem methodo vulgari, cui exponentes terminorum ſint 4. 2. 0. & dum inventa fuerit radix, extracta radice quadrata adhuc tres vnitates ſubtrahes, vt habeatur radix ſuperioris æquationis.

Secundus caſus erit ſi radix ſurda inveniatur in numero radicum, vt 1q + ℞q 36R = 520. & per antitheſin 520 — 1q = ℞q 36R. & cum in terminis ſit æqualitas; erit etiam in eorum quadratis, nempe ſi fiat quadratum 520 — 1q is erit 270400 — 1040q + 1qq = 36R. & per antitheſes 1076q — 1qq = 270400.

Notandum autem propoſitam æquationem 520 — 1q = Rq 36R. explicabilem fuiſſe immediate extrahendo radicem quadratam numeri 36R. quæ erat 6R atque adeo erat æquatio 520 — 1q = 6R. ideoque præcedens praxis tantum adhibenda eſt, quando numerus radicũ eſt irrationalis.

Tertiò proponatur hæc æquatio ℞q(1q + 2. $\frac{1}{12}$. R) = 13. cum terminis ſint æquales, quadrata eorum æqualia erunt, fiat igitur quadratum numeri 13. nempe 169. habebimus æquationem ſolubilem 1q + 2 $\frac{1}{12}$. R = 169.

Seu 1q + $\frac{25}{12}$ = 169. debet autem hæc fractio expurgari, vt ſupra diximus.

Quartò proponatur hæc æquatio ℞q(1q + 2R) = ℞q 168. erunt eorum quadrata æqualia nempe 1q + 2R = 168.

Hæc 1q + ℞q 4R + 2 R = 24 + ℞q 64. per antitheſin tranſlatis ℞q 4R. fiet æquatio 1q + 2R = 24 + ℞q 64 — ℞q 4R. & extractis radicibus numerorum 64. & 4. erit æqu. 1q + 2R = 24 + 8 — 2R & 1q + 4R = 32.

Sit æquatio ℞q 10q = 20. fiat quadratum numeri 20. fiet alia æquatio 10q = 400. & 1q = 40. & valor vnius radicis ℞q 40.

Proponatur hæc æquatio ℞c. 12q = 30. fiat cubus numeri 30. qui erit 27000, eſt autem cubus huius radicis ℞c. 12. q. deletô ſignô radicali 12 q. ergo habemus æquationem 12 q = 27000.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

De Binomiis, & Apotomis.

Authores communiter duos numeros cossicos copulatos per signum + vocant binomium, duos verò copulatos signu — vocant apotomen quæ appellatio si tribuatur numeris cossicis simplicibus, quibus scilicet non præponitur signum radicale, legitima esse non potest in rigore geomettico, cum huiusmodi numeri careant proprietatibus binomij, aut apotomes, provt ab Euclide definiuntur, binomium enim constat partibus inter se longitudine incommensurabilibus, potentia tantum commensurabilibus, omnis autem numerus, cui signum radicale non præponitur, longitudine, cum aliis omnibus commensurabilis est; debet igitur necessariò binomium in stricta significatione sumptum signum radicale habere.

Sed neque omnis numerus cossicus compositus, & præferens signum radicale erit binomium, aut Apotome, seu residuum, sed præterea requiritur vt partes illæ sint inter se incommensurabiles, & habeant sua quadrata commensurabilia quare hic numerus 6 + ℞q 9. non est binomium in stricta significatione, quia 6 & ℞q 9. quæ est 3. sunt commensurabiles, sicut neque 6 — ℞q 9. est Apotome.

Requiritur igitur vt saltem vna pars numeri compositi sit irrationalis, si enim vtraque sit rationalis, exponique possit per numerum absolutum, erunt commensurabiles. numerus enim cum omni alio proprie dicto commensurabilis est, cum habeat saltem vnitatem aut partem aliquotam vnitatis communem mensuram: quoties igitur vna pars numeri cossici compositi erit explicabilis numeró absolutó, alia vero non erit, toties binomium dicetur vt 6 + ℞q 10. & apotome 6 — ℞q 10.

Quando vtraque pars numeri compositi erit radix surda, non tamen propterea erit semper binomium vt ℞q 40 + ℞q 10. sunt enim hæ radices surdæ commensurabiles, & se habent vt 1. ad 2, cum quadrata se habeant, vt 1. ad 4.

Debet igitur binomium constare partibus incommensurabilibus longitudine, quarum quæ maior est dicitur maius nomen, quæ minor minus nomen. Comparantur autem quadrata eorum nominum, & excessus vnius supra aliud qui quadratorum excessus intelligitur reduci ad quadratum, ita vt linea quæ est eius latus seu radix, hoc est linea quæ potest hunc excessum, comparetur cum maiori, vel cum minori nomine, & consideretur vtri sit commensurabilis, neque enim vtrique commensurabilis esse potest.

Primum binomium erit cuius maius nomen plus potest quam minus, quadrato lineæ maiori nomini commensurabilis, ita vt maius nomen sit commensurabile numero rationali exposito. huius exemplum esto 6 + ℞q 27. nam primo nomina sunt inter se longitudine incommensurabilia secundo quadratum maioris nominis seu 36, excedit quadratum minoris nominis 27. numero 9, cuius radix commensurabilis est maiori nomini. 6. autem est rationale primo numero rationali exposito, vnitas enim in numeris supponitur semper vt exposita.

Apotome illi respondens erit 6 — ℞q 27. est enim id quod relinquitur detractó minori nomine, ex maiori vt si ex numero 6. auferatur ℞q 27 relinquitur 6 — Rq 27. quæ dicitur Apotome prima.

Secundum binomium habet minus nomen commensurabile numero rationali & linea potens excessum quadratorum, est commensurabilis maiori nomini vt ℞q 48 + 6. minus nomen 6. est commensurabile numero rationali cuicumque cuius quadratum 36, superatur à quadrato maioris nominis numero 12. sed ℞q 48. & ℞q 12. sunt commensurabiles, cum se habeant vt 1. ad 2, & quadrata vt 1. ad 4. Apotome illi respondens erit ℞q 48 — 6.

Tertium binomium neutrum nomen habet rationale, sed linea potens excessum quadratorum commensurabilis est maiori nomini, vt ℞q 24 + ℞q 18. excessus quadratorum est 6. sed ℞q 6. est commensurabilis maiori nomini. ℞q 24. est enim eius subdupla cum quadrata se habeant vt 1. ad 4.

Apotome illi respondens erit ℞q 24 — ℞q 18.

Quartum binomium habet maius nomen rationale, cui linea potens excessum quadratorum est incommensurabilis vt 4 — ℞q 10 constat enim 4. esse numerum rationalem, & excessum quadratorum esse 6, linea autem illum potens seu ℞q 6. est incommensurabilis maiori nomini.

Apotome illi respondens erit 4 — ℞q 10.

Quintum binomium habet minus nomen rationale, & linea potens excessum quadratorum est incommensurabilis maiori nomini vt ℞q 5. + 2. minus nomen 2. est rationale. Excessus quadratorum est 1, linea illum potens incommensurabilis est cum primo nomine. Apotome ℞q 5 — 2.

Sextum binomium neutrum habet nomen rationale, & linea potens excessum quadratorum incommensurabilis est maiori nomini vt ℞q 80 + ℞q 50. excessus quadratorum 30. linea illum potens ℞q 30. est incommensurabilis cum maiori nomine. Nam diviso numero 80. per 30. fit numerus 2. $\frac{2}{3}$. numerus non quadratus. Apotome illi respondens ℞q 80 — ℞q 50.

Inventionem horum binomiorum facile ex Euclidis decimo repetere possemus sicut & inventiones aliarum linearum, sed minus vtiliter in rem nostram cum eadem vbique in omnibus binomiis etiam impropriis regnet methodus extrahendæ radicis quadratæ.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Extrahere radicem quadratam ex binomio.

Sit æquatio 1q = 6 + ℞q 27. quæritur valor radicis illius quadrati, seu quæritur numerus qui per seipsum multiplicatus producat 6 + ℞q 27. Idem dico de Apotome, vt si proponeretur æquatio 1q = 6 — ℞q 27. quæritur latus illius quadrati, seu quæritur numerus qui per seipsum multiplicatus efficiat 6 — ℞q 27. Regula hæc erit. Radicem quadratam differentiæ quadratorum maiori nomini adiice, vt fiat summa, & ab eodem subtrahere vt fiat

residuom

residuum semissis tam summæ, quàm residui: radices quadratas connecte signo + habebis radicem quadratam bioomij, vel easdem tadices connecte signo — exhibebirur radix quadrata Apotomes.

In Æquarione proposita 1q. = 6 + ℞q 27. Excessus quadtarorum 36. & 27. est 9. cuius radix quadrata 3. addatur maiori nomini 6. fierque 9. & ab eodem auferatur, residuum crit 3. semisumma est $4\frac{1}{2}$. semiresiduum erit $1\frac{1}{2}$. Radix quadrata vtriúsque efficier radiecm binomij nempe ℞q $4\frac{1}{2}$. + ℞q $1\frac{1}{2}$. & latus Apotomes erit ℞q $4\frac{1}{2}$. — ℞q $1\frac{1}{2}$. Examen harum radicum erit si multiplicando numerum ℞q $4\frac{1}{2}$. + ℞q $1\frac{1}{2}$. per seipsum restituatur idem binomium & pariter multiplicando hunc nomerom ℞q $4\frac{1}{2}$. — ℞q $1\frac{1}{2}$. restituarur præcedens Apotomc 6. — ℞q 27. multiplicatio aurem id efficit vt in figura intueri licer.

R q $4\frac{1}{2}$. + R q $1\frac{1}{2}$.
R q $4\frac{1}{2}$. + R q $1\frac{1}{2}$.
____
+ R q $6\frac{1}{4}$. + $1\frac{1}{2}$.
$4\frac{1}{2}$. + R q $6\frac{1}{4}$.
____
6. + R q 27.

Hæc regula in pluribus exemplis fiet clatior. Proponatur binomium primum 23. + Rq 448. quadratum numeri 23. est 529. differentia inter quadrata 448. & 529. est 81. cuius radix quadrata 9. addita maiori nomini 23. efficir summam 32. & detracta residuum 14. Semisses sunt 16. & 7. Radices quadratæ 4. & ℞q 7. quæ si cooiongantur signo + exhibebunr radiecm binomij nempe 4 + ℞q 7.

Hæc regula ita vniversalis est, vt non tantum binomiis proprie dictis cooveniat, habentibus scilicèt eas conditiones, quas supra ex Eoclide recensuimus, sed etiam cuiliber lineæ etiam divisæ in partes longitudioe commensurabiles, ita vt supervacancum videatur in ordine ad Algebram, toiam incommeosutabilium doctrinam hue advocare. Quod vt experientia comprobemus proponatur æquatio 1 q. = 5 + 4. quod binomium improprium est, com habeat partes inter se commensurabiles. quadrata nominom sunt 25. & 4 16. differentia est 9. cuius radix quadrata 3. addita maiori nomioi 5 efficir 8. & subtracta relinquit 2. semisses sunt 4 & 1. radices qoadratæ 2 & 1. quare radix quadrata huius binomij 5 + 4. erit 2 + 1. seu 3. antequam hæc praxis demonstretur proponendum est Theotema coi innititur.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

Radix quadrata differentiæ quadratorum binomij æqualis est differentia quadratorum segmentorum radicis.

Sit binomium qoodcumque etiam improprium 5 + 4. dico radiecm quadratam differentiæ quadratorum 25 & 16. esse æqualem differentiæ quæ est inter quadrata segmentorum radicis. Sit inventa per superiorem praxin radix huius binomij 5 + 4. quæ sit 2 + 1. seu linea quæ per seipsam toram multiplicata producat binomium 5 + 4. quæ tamen linea sir divisa in 2 & 1. sintque quadrata horum segmentorum 4 & 1. quorum differentia sir 3. dico radicem quadratam differentiæ quadratotum 25 & 16. esse æqualem huic differentiæ quadratorum 4 & 1,

Demonstratio. Sit radix qoæcumque a + 1. certum est eius quadratum æquale esse duobus quadratis segmentorum a + 1. & rectangulo bis sub segmentis comprehenso (*per* 4. 2.) ergo bene pooimus pro primo nomine producti summam quadratorum; pro secundo rectangulum bis comprebensum quod semel positum medium proportionale est inter duo quadrata segmentorum: ergo bis positum medium proportionale est inter quadrata bit hine inde posita. ergo quadratum rectanguli bis comprehensi, æquale est rectangulo comprehenso sub duplo quadratorum (*per* 16. 6.) sed quadratum summæ quadratorum seu maioris nomiois æqoale est rectangulo comprehenso sub duplo quadratorum, & quadrato differentiæ quadratorum. nam supponatur AB, tot continere vnitates quot sunt in vno qua-



drato, & BC quot sunt in minori, abscindaturque BD æqualis ipsi BC, erit AD differentia quadratorum sed (*per* 7. 2.) quadratum AC æquale est rectangulo quater sub AB, BC, seu rectaogulo bis sub duplo AB, & duplu BC & qoadrato differentiæ AD. Ergo quadratum differentiæ AD, erit differentia ioter quadratum AC, maioris nominis seu aggregati quadratorum, & quadratum minoris nominis, seu rectanguli bis comprehensi. quare posita radice 2 + 1 binomij 5 + 4. in quo 5. maius nomen est summa quadratorum, & 4. minus est rectangulum bis sub segmentis, differentia quadratorum segmentorum radicis. erir 3. radix differeotiæ inter quadrata nominum 5 & 4.

COROLLARIVM.

Ex hoc deducunt nonnulli methodum multiplicandi quadrate aliquod binomium. verbi gratia sit binomium 2 + 1. multiplicandum quadrate primum oomen erit aggregatum quadratorum nempe 5. vt habeatur secuodum nomen posset quidem fieri rectangulum bis sub segmentis. potest tameo haberi aliter, nempe sit differentia qoadratorum, quæ est 3. tum fit quadratum maioris nominis 5. seu 25. ex quo subtrahis 9. seu quadratum differentiæ, & restat 16. quadratum minoris nominis.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Demonstratur eductio radicis ex binomio.

Sit binomium quodcomque 5 + 4. primò qua-

dratorum differentiam inquirimus, quæ eſt 9 cuius radicem quadratam 3 eruimus. habemuſque differentiam inter quadrata ſegmentorum radicis per præcedentem eſt autem maius nomen 5. aggregatum huiuſmodi quadratorum, ſi ſemiſummæ $2\frac{1}{2}$. addas ſemidifferentiam $1\frac{1}{2}$. habebis maius quadratum 4. ſi ab eadem ſemiſumma ſubtrahas habebis minus quadratum 1.

Vel ſi ex aggregato 5. auferas differentiam 3. reſtabit duplum minoris partis. vel potius reſtabit 2. quod ſi ſubtrahas ex differentia reſtabit 1. minor pars.

Hanc regulam aliter nonnulli proponunt. procedunt enim per ſemiſſes. & loco differentiæ quadratorum ſegmentorum radicis. quærunt ſemiſſem huiuſmodi differentiæ hoc modo. quæratur differentia inter quadrata ſemiſſium nominum huius differentiæ; radix quadrata erit ſemidifferentia quadratorum radicis. quæ ſi addatur ſemiſſi maioris nominis, & ab eadem ſubtrahatur, habebuntur quadrata ſegmentorum radicis vt ſi proponatur binomium 5 + 4. quadrata radicum $2\frac{1}{2}$. & 2. ſunt $6\frac{1}{4}$. & 4. differentia $2\frac{1}{4}$ radix eius $1\frac{1}{2}$. erit ſemidifferentia quadratorum radicis. hæc addatur ſemiſummæ quadratorum ſeu $2\frac{1}{2}$. fiet 4. maius quadratum, ſubtrahatur ab eadem reſtabit 1. minus quadratum.

Demonſtratio eadem eſt nempe cum radix differentiæ quadratorum binomij ſit eadem cum differentiâ quadratorum radicis. radix differentiæ quadratorum ſemiſſium erit ſemidifferentia quadratorum radicis, cum quadrata ſint in duplicata ratione laterum data autem ſemidifferentia quadratorum, & eorum aggregato ſeu maiori nomine, facile habentur quadrata, ſi nempe ſemiſſi aggregati addas ſemidifferentiam habebitur maius quadratum, ſi ab eâdem illam ſubtrahas habebitur minus. vt ſi AB, BC ſint quadrata, abſciſſa AE æquali BC. erit EB differentia; ſi ſemidifferentiam

A E D B C
|—|—|—|—|

DB addideris ſemiaggregato AD, habetur AB, ſi ea ſemiaggregato DC, auſertur DB ſemidifferentia reſtat BC minus ſegmentum.

Eandem regulam aliter proponunt nonnulli ſumunt enim radicem quadratam quartæ partis differentiæ quadratorum, ſeu quod idem eſt ſemiſſem radicis differentiæ quadratorum nominum, quam adjiciunt ſemiſſi maioris nominis & habent maius quadratum; eandem ſubtrahunt à ſemiſſe maioris nominis, & habent minus, quæ omnia eôdem modô demonſtrantur per præcedentem propoſitionem.

Poſſumus item hac methodo inquirere radicem cuiuſlibet binomij v. g. 5 + 4. quadrata efficimus nominum 5 & 4. quæ ſunt 25 & 16. vnum ab alio ſubtrahimus, habemúſque differentiam 9. cuius extrahimus radicem quadratam 3. hanc maiori nomini 5 addimus. fitque 8. cuius dimidium 4 eſt quadratum maioris ſegmenti radicis. eandem differentiam ſubtrahimus ex 4. reſtat minus quadratum 1.

Ex his propoſitâ quacumque radice binomia 2 + 1. eius quadratum invenicmus fiant quadrata 4 & 1. maius 4 duplicamus fiunt 8 ex eo differentiam quadratorum ſubtrahimus, relinquitur maius nomen 5. ex eius quadrato 25. ſubtraho 9. quadratum differentiæ nominum, reſtat quadratum 16. minoris nominis 4. quæ omnia demonſtrantur per præcedentem.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Datum numerum ſecare in duas partes vt productus ex earum multiplicatione, ſit æqualis numero dato non excedenti quartam partem quadrati numeri propoſiti.

Hæc propoſitio ad ſequentem neceſſaria eſt. ſit datus numerus 20. dividendus in duas partes, quæ multiplicatæ producant numerum 75. minorem quam 100 quartam partem, numeri 400. quadrati numeri 20 primo propoſiti.

Experiamur an per Algebram id præſtare poſſimus. ſupponatur id factum eſſe, & vnam partem eſſe 1R. aliam 20 — 1 R. multiplicentur inter ſe producetur 20R. — 1q. quem productum volumus eſſe æqualem numero 75. habemus ergo æquationem 20 R. — 1q = 75. & per antitheſin 20R. = 75. + 1q & rurſus 1q. = 20R. — 75 ex quadrato 100. ſemiſſis numeri radicum ſubtraho 75. reſtat 25. cuius radix 5. ſubtracta ex ſemiſſe numeri radicum relinquit 5. minorem partem, & addita eidem dat 15 maiorem.

Hanc praxin quamvis ſupra demonſtratam. ita nonnulli demonſtrant. Sit AB numerus 20. dividendus in partes AD, DB quæ invicem multiplicatæ efficiant 75. dividatur AB bifariam in C. cum

|—|—|—|
A C D B

AB diviſa ſit bifariàm in C, & non bifariàm in D, erit rectang. AD, DB, vnà cum quadrato ex CD, æquale quadrato ex CB. quare ſi ex quadrato 100. ex CB 10. ſemiſſis 20. ſubtrahas rectangulum ex AD, DB ſeu 75, reſtat 25. quadratum ex CD. & per extractionem radicis CD, quæ ſubtracta ex CD ſemiſſe radicum relinquit DB. minorem radicem, & addita AC, ſemiſſi radicum exhibet AD maius ſegmentum ſed hoc iam probavimus aliàs.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Alia methodus inveniendi radicem cuiuſlibet binomij.

Proponatur binomium quodcumque etiam improprium 20 + 16. cuius quæritur radix dividatur maius nomen 20. in duas partes quæ multiplicatæ efficiant numerum æqualem quartæ parti quadrati minoris nominis, ſeu quadrato ſemiſſis minoris nominis ſeu 64. illæ partes erunt 16 & 4. harum radices copulatæ ſigno + ſunt radix binomij 20 + 16. & copulatæ ſigno — ſunt radix apotomes 20 — 16.

Demonſtr. Quadrata 16 & 4. adæquant maius nomen, quod ſuperioribus praxibus quadrat, in quibus dum radicem quadratam binomiam quadrate multiplicavimus, voluimus vt maius nomen eſſet ſumma quadratorum ſegmentorum radicis. Secundum nomen debet eſſe rectangulum comprehenſum ſub vtraque parte radicis (*per* 4. 2.) quod

quod semel sumptum medium proportionale est, inter quadrata segmentorum eiusdem radicis, ideoque illius quadratum æquale est rectangulo comprenso sub quadratis: vnde benè apposuimus hanc conditionem vt segmenta in quæ diuiditur maius nomen, in se ducta efficerent rectangulum æquale quadrato semissis minoris nominis, sic enim minus nomen integrum adæquabit totum rectangulom.

Ex eo facile quadrabimus radicem binomiam, ponendo pro primo nomine aggregatum quadratorum; pro secundo multiplicamus quadrata inter se, & producti radicem quadratam duplicamus, & exhibebitur secundum nomen binomij.

In his omnibus apposui exempla binomiorum impropriorum vt facilior esset demonstratio. eam etiam in binomiis propriis considerabimus.

Sit hoc binomium 20. + Rq 300. quarta pars quadrati est 75. dividatur maius nomen 20 in duas partes, quæ in se ductæ producant numerum 75. aufer 75 ex 100. quadrato semissis numeri 20. restat 25. cuius radix quadrata 5. addita semissi 10. efficit 15. & subtracta relinquit 5. extrahe radices si possint habebis ergo ℞q 15. + ℞q 5.

Proponatur item residuum ℞q 18. — 4. divide 18. in duas partes, quæ multiplicatæ efficiant 4 quadratum, semissis minoris nominis. sume $4\frac{1}{2}$. quartam partem quadrati 18. ex qua aufer quadratum 4. restabit $\frac{1}{2}$ cuius radix nempe ℞q $\frac{1}{2}$. addita ad semissin ℞q 18. nempe ad ℞q $\frac{18}{4}$. efficit ℞q 8. & subtracta efficit ℞q 2. habes igitur ℞q 8. — ℞q 2. ex quibus extrahendæ sunt radices, & quia non possunt ita notabis ℞qq 8. — ℞qq 2.

ALGEBRÆ
LIBER QVARTVS.
Varia problemata æquationum compositarum.

ANTEQVAM vlterius in tradendis præceptis progrediamur, æquum est vt iam tradita ad vsum, & praxin reuocemus, sic enim melius hærebunt memoriæ, & quasi consequentur: viamque ad vlteriorem doctrinam sternent. Exempla autem quæ proferimus ex Diophanto cæterisque authoribus desumentur; facilioraque reddentur quam in iis authoribus inveniantur.

PROPOSITIO I.
Problema.

Invenire duos numeros quorum differentia sit 6. & cuborum differentia sit 504.

POnatur latus maioris cubi 1 R. + 3. & minoris 1R. — 3. sic enim satisfit primæ conditioni vt eorum differentia sit 6. fiat vtriúsque cubus si multiplices 1 R. + 3. fiet quadratum 1q. + 6R. + 9. quem numerum si multiplices iterum per 1R. + 3. fiet 1c. + 9q. + 27R. + 27. & cubus minoris erit 1c. — 9q. + 27 R. — 27. aufer minorem cubum ex maiori. Primum membrum vnius perimit primum alterius, sicut & tertium restat ergo differentia 18q. + 54. quam æqualem volumus numero 504. habemus ergo æquationem 18q. + 54 = 504. subtrahe 54. restabit 18q. = 450. & dividendo per 18. 1q. = 25. & extrahendo radicem quadratam erit vna radix 5 & cum maior numerus sit 1R. + 3. erit numerus 8. alter vero 5 — 3. seu 2. cubi 8. & 512. differentia 504.

Methodô speciosâ. sit 6 idem quod B. sit minor pars A maior A + B. erit cubus primæ A3. cubus secundæ A3. + 3A.aB + 3AB2. + B3. differentia erit 3A2B. + 3AB2. + B3. quam volumus esse æqualem numero 504. qui exprimatur per D sol. erit æquatio 3A2 + 3AB2 + B3 = D sol. & per antithesin 3A2B + 3AB2 = D sol. — B3. divide omnia per B fiet æquatio 3Aa + 3AB = $\frac{D\ sol}{B}$ — B2. D sol. est 504. divide per B6 fiet 84. subtrahe 36. seu B2. restabit 48. æqualia 3A2 + 3AB, seu erit æquatio 3q. + 18R = 48. divide per 3. habebis 1q. + 6R. = 16. seu 1q = 16 — 6R. adhibe methodum communem quadrato 9. semissis radicum adde 16 fient 25. à cuius radice quadrata 5. subtrahe semissem radicum 3. restabit minor numerus 2. maior erit 2 + 6. seu 8. hæc secunda praxis non benè intelligetur donec tradita sit generatio potestatum.

PROPOSITIO II.
Problema.

Numerum 10 dividere in duas partes, quarum cubi efficiant summam 370. maiorem quarta parte cubi numeri 10.

Sit primum segmentum numeri 10. 1R. & consequenter altera 10 — 1R. cubus prioris erit 1c. cubus posterioris habebitur si multiplices 10 — 1R. bis per seipsum fietque cubus secundæ partis 30q + 1000 — 300R. — 1c. adde primum cubum nempe + 1c. qui eliditur ab vltimo membro prioris fietque 30q. + 1000. — 300R. = 370. transfer per antithesin 300R. fiet alia æquatio 30q. + 1000. = 300R.

= 300R. + 370. aufer 370. erit æquatio 30q + 630 = 300R. divide per 30 fiet æquatio 1q + 21 = 10 R. & 1q. = 10R. — 21. quadratum ſemiſſis radicum 5. eſt 25. ab eo ſubtrahe 21. reſtant 4. cuius radici 2. adde 5. ſemiſſem radicum fit 1R = 7. eſt ergo diviſus numerus 10. io 7 & 3. ſatisfacientes quæſtioni.

Numerus 10 ſit B. & 370 ſit D ſol. ſitque prima pars A. ſecunda erit B — A, cubus primæ erit A3. cubus ſecundæ fiet ſi B — A multiplicetur in ſe cubice erit B3. — 3B2A + 3BA2 — A3. addatur cubus + A3 elidetur à — A3. eritque B3 — 3B2A + 3BA = D. divide omnia per B fiet B2 — 3BA + 3A2 = $\frac{D \text{ sol}}{B}$ & tranſlatis per antitheſes invenies iſtam 3A2 + B2 — $\frac{D \text{ sol}}{B}$ = 3BA & diviſis omnibus per 3. habebis hanc æquationem A2. + $\frac{B2}{3}$ — $\frac{D \text{ sol}}{3B}$ = BA. eſt autem A2 1q. $\frac{B2}{3}$ 100 diviſum per 3. ſeu $33\frac{1}{3}$. $\frac{D \text{ sol}}{3B}$ idem ac 370. diviſum per 30. eſt $12\frac{1}{3}$. & BA eſt 10 R. ſubtrahe $11\frac{1}{3}$. ex $33\frac{1}{3}$. fiet 21. habebis æquationem 1q. + 21 = 10R. eamdem ac ſupra vel ſi velis transferre 1q. per antitheſin 10R. — 1q = 21. hanc ſi velis ita expurgabis ſit radix huius A quæ ſubtrahatur ex 5. ſemiſſe numeri radicum. ſietque 5 — A huic aggregato ſit æqualis E, ſitque æquatio 5 — A = E & 5 — E + A. & 5 — E = A. fiat quadratum huius 5 — E. is erit 25 — 10E + E2. fiant item 10 Radices hoc eſt multiplica 5 — E per 10. producentur 50 — 10R. ex quo numero ſubtrahe prius quadratum fiet 25 — E2. habemus ergo aliam æquationem 25 — 1q = 21. transfer 1q. habebis æquationem 25 = 21. + 1q. & ſubtrahendo 21. reſtabit 4 = 1q. & extrahendo radicem E erit 2. eſt ergo A = 5 — 2. ſeu 3. = 1R. quare diviſus eſt numerus 10 in 3 & 7. vt priùs.

PROPOSITIO III.

Problema.

Numerum invenire qui additus ad 20. efficiat ſummam æqualem ſuo quadrato.

Sit hic numerus 1R. qui additus ad 20. efficit ſummam 1R. + 20. hæc ſumma dicitur æqualis ſuo quadrato. nempe 1 q. eſt ergo æquatio 1 q. = 1R. + 20. quadratum ſemiſſis radicum $\frac{1}{2}$. eſt $\frac{1}{4}$. hoc addatur numero 20. fiunt $20\frac{1}{4}$. ſeu $\frac{81}{4}$. cuius Radix quadrata $\frac{9}{2}$. ſeu $4\frac{1}{2}$. addatur ſemiſſi radicum ſeu $\frac{1}{2}$. fiet radix 5. quare numerus quæſitus eſt 5. qui additus ad 20 efficit 25. ſuum quadratum.

Methodô ſpecioſa numerus 20 ſit B. & numerus quæſitus ſit A. cuius quadratus A2. eſt ergo æquatio A2 = A + B. pariter A2 — A. = B. vt hanc æquationem expurges ſit A — $\frac{1}{2}$. = E eritque A = E + $\frac{1}{2}$. fiat quadratum iſtius binomij E + $\frac{1}{2}$ fiet E2. + 1A + $\frac{1}{4}$. ſubtrahe ex hoc numero ſemel A ſeu E — $\frac{1}{2}$. cum id dicat æquatio, relinquetur æquatio E2 — $\frac{1}{4}$ = B ſeu 20. hoc eſt E q = $20\frac{1}{4}$. ſeu $\frac{81}{4}$. & extracta radice erit E $\frac{9}{2}$. ſeu $4\frac{1}{2}$. eſt autem E + $\frac{1}{2}$. = A, ergo erit 5.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Numerum invenire cuius quadratus additus numero 240. faciat eiuſdem qqtum.

Sit ille numerus 1R. eius qtus eſt 1q. addatur numero 240. habebis ſummam 1q. + 240. quam volumus eſſe æqualem qqto. eſt ergo æquatio 1qq. = 1q. + 240. & quia exponentes ſunt Arithmetice proportionales poterit aſſumi hæc 1q. = 1R. + 240. vel hæc 1q. — 1R. = 240. hanc ita expurgabis. ex radice 1 R. ſubtrahe ſemiſſem numeri radicum fiet 1R. — $\frac{1}{2}$. huic æqualis ſit A, erit 1R. = A + $\frac{1}{2}$. fiat eius quadratum is erit Aq. + 1A. + $\frac{1}{4}$. ſubtrahe 1R. ſeu A + $\frac{1}{2}$. reſtabit Aq. — $\frac{1}{4}$. = 240. & Aq. = 240 + $\frac{1}{4}$ ſeu 1q. = $\frac{961}{4}$. cuius radix quadrata $\frac{31}{2}$. ſeu $15\frac{1}{2}$ eſt ergo A æqualis $15\frac{1}{2}$. ſed A + $\frac{1}{2}$. eſt vna radix igitur propoſitæ æquationis radix erat 16. quia tamen hæc radix eſt quadratum, vt habeatur vltima radix, debes aſſumere eius radicem, eſt ergo 4 numerus quæſitus, cuius quadratus additus ad numerum 240. efficit 256 quadrato - quadratus, nam 16 eſt quadratus 64 cubus, & 256. quadrato quadratus.

Methodô ſpecioſâ, ſit B 240. & numerus quæſitus A. cuius quadratus erit A2. & qqtus A4. eſt ergo æquatio A4. = A2. + B. poteſtque aſſumi A2. = A + B. ita autem expurgabitur, aſſumatur alia æquatio æquivalens A2 — A = B ſitque radix A. à qua auferatur $\frac{1}{2}$. ſemiſſis numeri radicum fiet A — $\frac{1}{2}$. huic ſit æqualis E erit A = E + $\frac{1}{2}$. fiat quadratus huius binomij id erit E2 + E. + $\frac{1}{4}$. ab ea quantitate ſubtrahe A. ſeu E + $\frac{1}{2}$ cum id dicat æquatio, & reſtabit E2 — $\frac{1}{4}$. = B. & E2 = B + $\frac{1}{4}$. B erat 240. adde $\frac{1}{4}$ fit 240 + $\frac{1}{4}$. ſeu $\frac{961}{4}$. cuius radix quadrata E eſt $\frac{31}{2}$ ſeu $15\frac{1}{2}$. eſt autem E + $\frac{1}{2}$. idem quod A : ergo A erat 16. & prima radix 4.

PROPOSITIO V.

Problema.

Numerum invenire cuius cubus additus numero 702. efficiat eiuſdem quadrato cubum.

Sit numerus quæſitus 1 R. illius cubus eſt 1c. dicit cubus additus numero 702. ſeu 1c. + 702. eſſe æqualis quadrato cubo, habemus ergo æquationem 1qc. = 1c. + 702. cum autem exponentes Arithmetice ſint proportionales. poteſt aſſumi hæc 1q. = 1R. + 702. modò extrahatur radix cubica, ſemiſſis numeri radicum eſt $\frac{1}{2}$. cuius quadratus $\frac{1}{4}$. addatur numero 702. fit $\frac{2809}{4}$. extrahatur radix quadrata $\frac{53}{2}$. ſeu $26\frac{1}{2}$. huic addatur $\frac{1}{2}$. ſeu ſemiſſis numeri radicum fiet 27. radix quæ adhuc cubus eſt, atque adeò, ex qua extrahenda radix cubica 3. eſt ergo valor vnius radicis 3. cuius quadrato cubus eſt 729. æqualis numero 702. + 27 cubo eiuſdem.

Methodus ſpecioſa nihil habet peculiare.

PROP.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Invenire duos numeros qui efficiant summam 30. & in se multiplicati efficiant 100.

Sit primus 1R. secundus erit 30—1R. cum eorum summa supponatur esse 30. multiplica 30—1R. per 1R. efficies productum 30R.—1q. quæ summa dicitur esse æqualis numero 100 habemus, ergo æquationem 30R. 1q. = 100. addatur vnus quadratus fiet 1q.+100 = 30R. & per antithesin subtrahendo 100. 1q = 30R.—100. semissis numeri Radicum 15. quadratum est 225. à quo subtrahe 100. restat 125. carens Radice præcisa, ideoque dies Rq 125. cui addes 15. fietque valor vnius radicis, 15 + Rq 225. seu paulò plus quam 26. ideoque reliqua pars erit paulo minor quam 4.

Sæpe occurrunt huiusmodi numeri surdi, qui indicant non posse solui quæstionem per numeros propriè dictos.

Methodò speciosâ sit 30 B. & 100 D. sitque primus numerus quæsitus A. alter erit B—A. cum supponatur eorum summa esse B, multiplica B—A per A fiet productus AB—A2. quem volumus esse æqualem numero D. habemus ergo æquationem AB—A2 = D vt expurgetur ex $\frac{B}{2}$ subtrahe A. fitque $\frac{B}{2}$ — A cui æqualis sit E, adde A per antithesin fiet æquatio $\frac{B}{2}$ = E + A, & rursus per antithesin $\frac{B}{2}$ —E = A. multiplicetur hæc radix $\frac{B}{2}$ —E. quæ pro A assumitur per B. quia in primo membro æquationis est AB. fiet $\frac{B2}{2}$—EB qui numerus est idem ac AB, ex eo auferre debes A2. seu quadratum huius radicis $\frac{B}{2}$ —E pro A positæ, est autem quadratum $\frac{B2}{4}$ — EB + E2 quod subtractum ex $\frac{B2}{2}$ —EB relinquit $\frac{B2}{4}$ —E2 = D, per antithèses habebis æquationem E2 = $\frac{B2}{4}$ — D est autem B 30. B2 est 900. & $\frac{B2}{4}$ est 225. & — D 100. restat 125. quare E est ℞q 125. & consequenter cum $\frac{B}{2}$ —E sit A, erit A. idem quod 15—℞q 125. quæ est maior quam 11. atque adeo A paulo minor quam 4.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Numerum invenire cuius qqtus additus numero 125. summam efficiat quadrati eius trigecuplam.

Sit numerus quæsitus 1R. erit eius qqtus. 1qq. qui si addatur numero 125. efficiet summam 1qq + 125. est item eius quadratus 1q hanc summam volumus esse quadrati trigecuplam, ergo 1q multiplicatus per 30. efficiet productum tali summæ æqualem, habemus ergo æquationem 1qq + 125 = 30q & quia exponentes terminorum sunt Arithmeticè proportionales reduci potest ad hanc 1q + 125 = 30R. & per antithesin ad hanc 1q = 30R.—125. quadratum semissis numeri radicum 15. est 225 aufer 125. restat 100. cuius radix 10. vel subtracta ex 15. numero radicum dat 5 minorem radicem ex qua vlteriùs extrahenda est radix quadrata. quare ℞q 5 satisfacit quæstioni. illius enim quadratus est 5. & quadratoquadratus est 25. qui additus ad 125. efficit summam quadrati 5 trigecuplam.

Secundò eadem radix quadrata 10 addita ad 15 semissem numeri radicum efficit 25. ex qua vlterius extrahenda est radix quadrata quare numeros 5 satisfacit quæstioni. nam illius quadratus est 25. & quadratoquadratus 625. qui additus ad 125. efficit summam 750. quadrati 25 trigecuplam.

Methodo speciosâ sit D 125. & B 30. & numerus quæsitus A. eritque vt præfert propositio BA2 = A4 + D. vel quia exponentes sunt Arithmeticè proportionales habebis hanc æquationem BA = A2 + D. & per antithesin BA—A2 = D. vt expurgetur sume dimidium coefficientis B eritque $\frac{1}{2}$B ex quo subtrahes radicem A fietque $\frac{1}{2}$B—A. cui æqualis ponatur E, & per antithesin $\frac{1}{2}$ B—E = A vt habeas BA primum membrum æquationis, multiplica binomiam $\frac{1}{2}$B—E per B. habebis $\frac{1}{2}$ B2—BE. secundum membrum æquationis seu —A2 dicit ex eo numero subtrahendum quadratum binomij $\frac{1}{2}$ B —E. est autem tale quadratum $\frac{1}{4}$B2—BE + E2. quod subtractum ex $\frac{1}{2}$B2—BE. relinquit $\frac{1}{4}$B2—E2. habemus ergo aliam æquationem $\frac{1}{4}$ B2 —E2 = D & per antithesin $\frac{1}{4}$ B2 —D. = E2. est autem B idem quod 30 & B2. erit 900 & $\frac{1}{4}$ 225. —D seu 125. restat 100. pro E2. & extrahendo radicem invenio 10. pro E. est autem $\frac{1}{2}$ B. seu 15 —E, seu minus 10 hoc est 5 idem cum A. ergo A est 5. sed quia erat qqtus vlterius extrahenda est radix quadrata. quare ℞q 5 satisfacit quæstioni.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Numerum invenire cuius qc additus ad 169344. sit cubi eiusdem millecuplus.

Numerus quæsitus sit 1R huius qc. est 1qc. additus ad numerum propositū facit 1qc. + 169344. quia est vnius cubi millecuplus: ergo habemus æquationem 1qc. + 169344 = 1000 cubi, & quia exponentes sunt Arithmeticè proportionales 6.3.0. reduci potest ad sequentem modo in fine extrahatur radix cubica 1q + 169344 = 1000R vel per antithesin 1q = 1000R.—169344. semissis numeri radicum est 500. è cuius quadrato 250000. subtrahe 169344. restabit 80656. cuius radici quadrata 284. quam subtrahere potes ex 500. semisse radicum vt habeas minorem radicem 216. ex qua si extrahas radicem cubicam 6 habebis valorem vnius radicis, cuius q c. est 46656. qui additus ad 169344. facit numerum 216000. millecuplum cubi 216. & quia hæc æquatio est amphibola inventam radicem 284. adde ad 500. fiet 784. cuius radix cubica ℞c. 784. quadratocubus 614656. additus 169344. summam efficit 784000. cubi 784. millecuplam.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Numeros invenire quorum excessus 6. & productus ex eorum multiplicatione sit 720.

Sit minor numerus 1 R. maior erit 1 R. + 6. multiplicentur inter se fiet productus 1q. + 6R. quem volumus æquari numero 720. habemus ergo æquationem 1q. + 6 R. = 720. vt expurgetur sit 1 R. cui adde 3. semissem coefficientis fiet 1 R. + 3. huic sit æqualis A. erit ergo 1 R. = A — 3. fiat quadratum huius binomij A — 3. is erit A q. — 6 A. + 9. huic adde 6 R. secundum membrum æquationis, seu 6 A — 18. fiet summa A q — 9. habemus ergo æquationem aliam 1 q. — 9. = 720. adde 9. fiet 1 q. = 729. extrahe radicem quadratam 27. eritque A = 27. sed A — 3. æquatur vni radici ergo 1 R. est 24. habes igitur numeros 24. & 30. quorum excessus est 6. & multiplicati producunt 720.

PROPOSITIO X.

Problema.

Numerum invenire, cuius cubus iunctus quadratocubo efficiat summam 4160.

Sit ille numerus 1R. eius cubus 1 c. eius quadratoc. 1qc. habemus ergo æquationem 1 qc. + 1c. = 4160. & quia exponentes sunt Arithmetice proportionales 6.3.0. assumi potest hæc æquatio 1q. + 1R. = 4160. & per antithesin 1q. = 4160 — 1R. est semissis numeri radicum $\frac{1}{2}$R. cuius quadrato $\frac{1}{4}$ R. adde 4160. fiet 4160$\frac{1}{4}$. seu $\frac{16641}{4}$. cuius radix quadrata $\frac{129}{2}$ seu 64$\frac{1}{2}$. è quo si auferas semissem radicum $\frac{1}{2}$. restat 64. cuius radix cubica 4. satisfacit quæstioni. nam eius cubus 64. & quadratocubus 4096. efficiunt summam propositam 4160.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Numerum invenire cuius q̃dtus mulctatus numer. 264 sit illius decuplus.

Sit numerus propositus 1 R. cuius quadratus 1 q. — 264. sit illius decuplus id est sit æqualis 10R. est ergo æquatio 1q. — 264 = 10R. & per antithesin 1q = 10R. + 264. quadratum semissis radicum 5. erit 25. cui adde 264. fiet 289. extrahatur radix hæc erit 17 cui addes 5. semissem radicum fiet radix quæsita 22. ex illius quadrato 484. subtrahe 264. restabit 220. decuplus numeri 22.

Methodo speciosâ sit 10. idem quod 2B. & 264 D. A numerus quæsitus eritque A2 — D = 2BA. & per antithesin A2 — 2BA = Dpl. vt expurgetur, A mulctetur B. fiatque A — B cui E sit æquale. eritque A = E + B. fiat quadratum istius E + B pro A2 eritque E2 + 2B + B2. è quo auferre debes 2AB seu 2B in E + B. multiplica E + B per 2B fient 2BE + 2B2, quæ subtrahi debent ex priori quadrato restabit E2 — B2. habemus ergo æquationem E2 — B2 = D. & per antithesin B2 + D. B autem 5. B2. 25. D est 264. adde 25. fiunt E2 = 289. extrahe radicem habebis 17. esse E. sed E + B est A, seu A est 17 + 5. seu 22.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Duos numeros invenire quorum quadrati, summam componant 180. duplam sesqui alteram producti ex eorum multiplicatione.

Cum quadratorum summa sit 180. & dicatur dupla sesquialtera producti, ex eorum multiplicatione, is erit 72. ponatur primus numerus 1R. per quem si dividas 72. habebis alium $\frac{72}{1R}$ cuius quadratus $\frac{5184}{1q}$. habemus autem summam quadratorum seu 1qq + $\frac{5184}{1q}$ = 180. addantur duo prima membra quod vt fieri possit reducantur ad

$$\frac{1qq}{1} \times \frac{5184}{1q} \qquad \frac{1qq}{\frac{1q}{1}} \; X \; \frac{5184}{\frac{5184}{1q}} \qquad 1q$$

eandem denominatorem, per multiplicationem decussatam, fietque $\frac{1qq + 5184}{1q}$ = 180. & vt expurgetur fractio, 180 scribatur ad modum fractionis $\frac{180}{1}$. reducatúrque ad eandem denominationem cum priori, multiplicatione decussatâ, fietque alia æquatio $\frac{1qq + 5184}{1q} = \frac{180q}{1q}$ & abiecto communi denominatore fit æquatio 1qq. + 5184.

$$\frac{1qq + 5184}{1q} \; X_{1q} \; \frac{180}{1}$$

$$\frac{1qq + 5184}{1q} \qquad \frac{180\,q}{1q}$$

= 180 q. & quia exponentes sunt Arithmetice proportionales reducetur ad hanc 1 q. + 5184 = 180 R. & iterum ad hanc 1 q. = 180 R. — 5184. Ex quadrato semissis radicum 90. 8100. subtrahe 5184. restabit 2916. cuius radici quadratæ 54. adde 90 semissem numeri radicum, fiet 144. è quo vlterius eruenda est radix quadrata, quia inter æquationis terminos mediabat vnus. eritque 12 = 1 R. & dividendo 72. per 12. habebis secundum numerum 6.

Et quia hæc æquatio amphibola est. ex 90 semisse radicum subtrahe 54. radicem primo inventam restant 36. cuius radix quadrata 6. est alter numerus.

PROP.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Invenire numerum qui alium numerum excedat tribus vnitatibus, & à tertio superetur novem vnitatibus qui duo vltimi multiplicati producant 133.

Sit ille numerus 1 R. eritque secundus 1 R. — 3. tertius 1 R. + 9. multiplica 1 R. — 3. per 1 R. + 9 fiet 1q. + 6R. — 27. quem numerum volumus esse æqualem, numero 133. est ergo æquatio 1q. + 6R. — 27 = 133. addantur 27. fiet æquatio 1q. + 6R. = 160 & per antithesin 1.q = 160 — 6R. adde ad 160. numerum 9. quadratum scilicèt dimidiatum radicũ fiet 169. à cuius radice 13. subtrahe 3. numerum dimidiatum radicum, fit 10. est ergo 10. numerus, excedens 7 ternario. & superatus à 19. novenario. productus autem ex 7 in 19 est 133.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Numerum invenire, quem alij duo superent 7 & 9. vnitatibus, & productus eorum multiplicatione 73 vnitatibus superet, triplum quadrati primi numeri.

Sit primus numerus quæsitus 1R cuius quadratum 1q. triplum quadrati 3q secundus erit 1R. + 7. & tertius 1R. + 19. hi duo vltimi multiplicentur inter se, fiet productus 1q. + 26R. + 133. qui dicitur superare 73 vnitatibus triplum quadrati: est ergo æquatio 3q + 73 = 1q. + 26R. + 133. subtrahe vtrinque 1q. erit æquatio 2q. + 73 = 26R. + 133. subtrahe 73. erit æquatio 2q = 26R. + 60. divide per 2. fiet 1q = 13R. + 30. semissis numeri radicum est $\frac{13}{2}$. quadratus $\frac{169}{4}$. adde 30. seu $\frac{120}{4}$. fiet $\frac{289}{4}$ cuius radici quadratæ $\frac{17}{2}$. seu $8\frac{1}{2}$. adde $6\frac{1}{2}$. dimidium radicum, fiet 15. valor vnius radicis cui adde 7. fit 22. & 19. fiet 36. sunt ergo numeri 22. & 36. qui multiplicati producunt 748. qui numerus superat 675. triplum quadrati 225. vnitatibus 73.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Invenire numerum cuius quadruplus, cum eiusdem quadrato efficiat summam 400.

Quæsitus numerus sit 1R. eius quadruplus erit 4R. quadratus eius est 1q. quare 1q. + 4R. = 400. & per antithesin 1q = 400 — 4R quadratus numeri 2. seu 4 addatur numero 400. fit aggregatum 404 ex cuius radice quadratâ ℞q 404. subtrahe 2. fit ℞q 404 — 2. valor vnius radicis; debet autem eius quadruplus cum eius quadrato. efficere 400. quare quadruplicetur ℞q 404 — 2. nempe multiplicetur ipsa per 16 quadratum numeri 4. vt solent radices multiplicari, fiet ℞q 6464. multiplica item — 2. per 4. fit — 8. habemus ergo ℞q 6464 — 8. quadruplum quod additum quadrato suo nempe 404 — ℞q 6464 + 4. efficit summam 404 — 4. id est 400. notanda sunt duo. primum vt fiat quadratum ℞q 404 — 2. primo multiplicatur — 2 per — 2. & fit + 4. exinde multiplicatur ℞q 404. per 4. seu per quadratum numeri 2. & hoc bis ita vt fiat bis ℞q 1616. vt autem addantur duæ radices æquales quadruplicari debet quadratum, vt docuimus suô locô quare ℞q 1616. bis sumpta efficit ℞q 6464. quæ innuisse iuverit.

PROPOSITIO XVI.

Duos numeros reperire qui inter se multiplicati generent 78. & summam quadratorum faciat 205.

Sit primus numerus 1 R. per quem si dividas productum 78. erit quotiens alter numerus $\frac{78}{1R}$ quadratus vnius Radicis est 1q. quadratus huius numeri $\frac{78}{1R}$ est $\frac{6084}{1q}$ vt fiat additio $\frac{6084}{1q}$ & $\frac{1q}{1}$ reducantur ad eamdem denominationem fientque $\frac{1qq}{1q}$ $\frac{6084}{1q}$ adde numeratores vt fiant summa, habebis summam $\frac{1qq + 6084}{1q} = \frac{205}{1}$ reducantur iterum ad eamdem denominationem abiectis denominatoribus relinquetur æquatio 1qq = 205 q. — 6084 & quia exponentes sunt Arithmeticè proportionales erit æqu. 1q = 205R. — 6084. semissis radicum est $\frac{205}{2}$. è cuius quadrato $\frac{42025}{4}$. subtrahe 6084. seu $\frac{24336}{4}$. restabunt $\frac{17689}{4}$. cuius radix quadrata $\frac{133}{2}$. cui adde semissem numeri radicum, nempe $\frac{205}{2}$. fiet $\frac{338}{2}$ seu 169. cuius iterum educenda radix quadrata 13. est primus numerus quæsitus, & dividendo 78 per 13. invenio 6 pro secundo. quare 6 in 13 producunt 78. Item quadrata 36. & 169. efficiunt summam 205.

Quia hæc æquatio est amphibola subtractô homogeneô comparationis ex semisse radicum, & ex reliquô. Extractâ radice quadratâ quæ est $\frac{133}{2}$. hæc potest subtrahi ex semisse numeri radicum nempe $\frac{205}{2}$. restatque $\frac{72}{2}$. seu 36. cuius iterum extrahenda radix quadrata 6. sic invenitur immediate minor numerus.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Datum numerum 283. in tres continuè proporionales partiri quorum medius sit 78. debet autem quadratus eius non esse maior, quadrato numeri relicti subtrahendo 78 ex 283. seu 205. hoc est 78. debet esse minor medietate numeri 283.

Primus numerus sit 1 R. secundus supponitur 78. qui subtractus ex 283. relinquit 205. summam extremorum, & cum primus sit 1R vltimus erit 205 — 1R. cum autem supponantur Geometricè proportionales erit rectang. sub extremis æquale quadrato medij, (*per* 15.6.) fiat quadratũ 78. id erit 6084 fiat item rectang. sub 205 — 1R & sub 1R. erit 205R. — 1q = 6084 vel 1q = 205R — 6084 semissis Radicum $\frac{205}{2}$ ex cuius quadrato $\frac{42025}{4}$.

subtrahe 6084. seu $\frac{24336}{4}$. restabit $\frac{17689}{4}$. cuius radix quadrata $\frac{133}{2}$. hanc adde ad semissem radicum $\frac{205}{2}$ vel subtrahe ab eâdem restabunt $\frac{338}{2}$. & $\frac{72}{2}$. seu 169. & 36. sunt ergo tres numeri proportionales 169. 78. 36. efficientes summam 283. quorum medius est 78. posui autem, vt medius nempe 78. si enim maior esset medio impossibile fieret problema. quia si adæquaret medium eius quadratum maius esset rectangulo comprehenso sub segmentis alterius medietatis quomodocúmque sectæ.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Datum numerum 10. *dividere in duas partes quarum cubi, sint æquales numero* 370. *maiore quartâ parte cubi numeri* 10.

Proponitur ergo numerus 10. ita dividendus. Sit prima pars 1R. altera erit 10 — 1R. cubus primi segmenti erit 1c. cubus autem secundi fiet multiplicando numerum 10 — 1R cubice. invenitúrque 1000 — 300R. + 30q — 1c. si addas 1c. qui elidet vltimum membrum præcedentis 1000 — 300R. + 30q ═ 370. adde 300R. per antithesin fiet æquatio 1000 + 30q ═ 300R. + 370. subtrahe 370 fiet æquatio 30q + 630 ═ 300 R. vel 30q. ═ 300R. — 630. divide per 30. fiet æquatio 1q. ═ 10R. — 21. semissis radicum est 5. è cuius quadrato 25. subtrahe homogeneum comparationis 21, restat 4 cuius radici 2 adde 5. semissem habebis 7. vel radicem 2. subtrahe ex 5. semisse radicum habebis 3. sunt ergo duæ radices 7 & 3. est enim amphibola æquatio. cubus 7 est 343. cubus 3 est 27. summa est 370.

Methodô speciosâ sit 10 B. sitque primum segmentum quantitatis B A. erit secundum B — A. fiat vtriusque cubus. erit cubus A. A3. cubus B — A fiet si B — A. per B — A multiplicetur, fietque B2 — 2BA + A2 eius quadratus, multiplicetur hic quadratus per B — A. fiet B3 — 3B2A + 3BA2. — A3 adde priorem cubum + A3. elidetur vltimum membrum restabitque B3 — 3B2A + 3BA2 ═ Z sol. ponendo Z sol. pro 370. & transferendo per Antithesin secundum membrum, habebis æquationē B3 + 3BA2 ═ Z sol. + 3B2A. vel transferendo Z sol. habebis 3BA2 + B3 — Z sol. ═ 3B2A. divide omnia per B. habebis æquationem 3A2 + B2 — $\frac{\text{Z sol.}}{\text{B}}$ ═ 3BA divide per 3 habebis A2 + $\frac{\text{B2}}{3}$ — $\frac{\text{Z sol}}{\text{3B}}$ ═ BA. primum membrum A2 est 1q. secundum + $\frac{\text{B2}}{3}$ est $\frac{100}{3}$ seu $33\frac{1}{3}$. tertium — $\frac{\text{Z solidum}}{\text{B3}}$ est 370. divisum per 30 seu $12\frac{1}{3}$. BA est 10 R. habemos ergo æquationem 1q. + $33\frac{1}{3}$. — $12\frac{1}{3}$. ═ 10 R. subtrahe $12\frac{1}{3}$. ex $33\frac{1}{3}$ habebis æquationem 1 q. + 21 ═ 10 R. vel vt prius 1q. ═ 10 R. — 21. cætera similiter fient.

Ex quo vides praxin communem in plerisque exemplis non esse ita intricatam.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Numerum 30. *ita dividere in duo vt quadrata totius, & partium sint Arithmeticè proportionalia.*

Sit maius segmentum 1R. & minus 30 — 1R. quadratum 30 est 900. quadratum 1 R est 1q. quadratum 30 — 1R. est 900 — 60 R. + 1q. sunt igitur Arithmetice proportionalia 900. 1 q. & 900 — 60R. + 1q. suntque extremi æquales duplo medij habemus ergo æquationem 1800 — 60 R. + 2q. ═ 2q. subtrahe 1q. habebimus æquationem 1800 — 60R. ═ 1q. semissis 30. quadrato 900. adde 1800. fit summa 2700. cuius Radix quadrata ℞q 2700. subtrahe 30. semissem radicum restabit fere 22. nempe ℞q 2700 — 30. hæc detrahatur ex 30. hoc est subtrahe — 30. ex + 30. fit + 60. quare minor pars erit 60. — ℞q. 1700. quadratum primæ scilicet ℞q 2700 — 30. est 2700 — ℞ 9720000 + 900. quadratum vltimæ 3600 — ℞q 3888000 + 2700. adde huic vltimæ quadratum numeri 30. seu 900. fiet summa 7200 — ℞q 3888000. quæ debet esse æqualis quadrato primæ duplicato seu 2700 — Rq 9720000 + 900. seu 3600 — Rq 9720000 duplicato. erit enim 7200 — ℞q 38880000 vt priùs. quare quadrata sunt Arithmetice proportionalia.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Numerum quemcumque vt 100 *extremâ, & mediâ ratione secare.*

Sit propositus numerus 100. extremâ, & mediâ ratione secandus hoc est, ita vt numerus 100: maius segmentum, & minus segmentum, sint continuè proportionalia: sitque consequenter rectangulum comprehensum sub numero 100. & minori segmento, æquale quadrato maioris segmenti. Sit maius segmentum 1 R. erit minus segmentū 100 — 1R. eritque quadratum medij 1q. cui æquale esse debet rectang. sub 100. & sub 100 — 1R. nempe 10000 — 100 R. habemus ergo æquationem 1q. ═ 10000 — 100 R. eritque quadratum semissis radicum 50. 2500. cui addatur homogeneum comparationis 10000. fietque summa 12500 extrahe radicem quadratam quæ erit ferè 112. ex quâ subtrahes 50. semissem numeri radicum, restabit ferè 62. seu erit maius segmentum ℞q 12500 — 50. hoc si subtrahas ex numero 100. restabit minus segmentum 150 — Rq 12500. seu paulo plus quam 38. rectangulum sub 100. & minori segmento erit 15000. — Rq 125000000. quadratum maioris segmenti ℞q 12500 est 12500 — ℞q 125000000 + 2500. & addendo primum & vltimum membrum fiet 15000 — ℞q 125000000. est ergo satisfactum quæstioni.

Aliô item modô potest satisfieri quæstioni (*per* 11. 2. *Eucl.*) ad quadratum numeri 100. scilicet ad 10000. adjice eiusdem quadrati quartam partem

seu

seu quadratum semissis fiet 12500. ex cuius radice quadrata dematur semissis dati numeri 100. qui modus cum superiore coincidit.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Datum numerum vt 50. ita dividere vt quadratum maioris segmenti rationem habeat triplam, ad quadratum minoris.

Suppooatur maius segmentum esse 1 R. eius quadratus erit 1q. minus segmentum in illa hypothesi erit 50 — 1 R. & eius quadratus 2500 — 100R. + 1q. & triplicatus erit 11500 — 300 R. + 3q. habemus ergo æquationem 1q. = 7500 — 300R. + 3q. adde per antithesin 300R. & subtrahe 7500 & 1q. fiet æquatio 2q. = 300 R. — 7500. divide per 2. habebis æquationem 1 q. = 150R. — 3750. semissis radicum 75. è cuius quadrato 5625. subtrahe 3750. restabit 1875. cuius radix quadrata maior quam 43. subducta ex 75. relinquit ferè 32. & 18. quorum quadrata 1024. & 324. sunt fere in ratione tripla. si exacte velis erit maius segmentum 75 — ℞q 1875. & minus erit ℞q 1875 — 25. quorum quadrata si fiant prædictam habent rationem.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Numerum datum 30. dividere in duos numeros quorum radices quadrata se excedant quinariô.

Ponatur minoris segmenti radix 1R. — $\frac{5}{2}$. & maioris 1R + $\frac{5}{2}$. sic enim se excedant quinario. Eorum quadrati erunt 1q. — 5R. + $\frac{25}{4}$. & 1q + 5R. + $\frac{25}{4}$. Addantur simul hæc quadrata fiet summa 2q. + $\frac{50}{4}$ = 30. divide per 2. fiet 1q. + $\frac{25}{4}$ = 15. subtrahe $\frac{25}{4}$. ex 15 seu $\frac{60}{4}$. restabit 1q = $\frac{35}{4}$. seu extrahendo radicem quadratam habebis ℞q $\frac{35}{4}$. valorem vnius radicis. positum autem erat minus segmentum 1R. — $\frac{5}{2}$. seu 1R. — $2\frac{1}{2}$. erit erg ℞q $\frac{35}{4}$. — $2\frac{1}{2}$. seu fere $\frac{6}{2}$. — $2\frac{1}{2}$ seu 3 — $2\frac{1}{2}$. hoc est $\frac{1}{2}$. maius segmentum est 1R. + $2\frac{1}{2}$. seu ℞q $\frac{35}{4}$. + $2\frac{1}{2}$. hoc est fere 3 + $2\frac{1}{2}$. seu fere $5\frac{1}{2}$. cuius quadratus est 30 + $\frac{1}{4}$. & quadratus alterius partis est $\frac{1}{4}$. esset igitur summa $30\frac{1}{2}$. cum deberet esse tantum 30. si tamen procedatur per radices surdas erit perfecta æquatio.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Invenire numerum quem quadratus eius excedat numero 210.

Sit quæsitus numerus 1 R. & quadratus eius 1q illum excedens numero 210. est ergo 1R. + 210 = 1q. est autem semissis numeri radicum $\frac{1}{2}$. cuius quadrato $\frac{1}{4}$ adde 210. seu $\frac{840}{4}$ fiet summa $\frac{841}{4}$. cuius radix quadrata $\frac{29}{2}$. seu $14\frac{1}{2}$. cui adde semissem radicum $\frac{1}{2}$. fit 15. radix quæsita cuius quadratus 225 superat radicem 15. numero 210. In plerisque exemplis similibus occurrent radices surdæ.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Invenire numerum quô additô ad 12. fiat summa quæ multiplicata per eundem efficiat numerum æqualem numero 189.

Sit ille numerus 1R. qui addatur ad 12. fietque summa 1R. + 12. hæc multiplicetur per 1R. producetur numerus 1q. + 12R. quem volumus esse æqualem numero 189. habemus ergo æquationem 1q = 189 — 12 R ad 36 quadratum numeri 6. semissis radicum adde 189 fiet numerus 225. ex cuius radice quadratâ 15. subtrahe 6. restat 9 valor vnius radicis, numerus satisfaciens quæstioni. nam 9. additus ad 12. efficit 21. qui ductus in 9. producit 189.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Numerum datum vt 20. ita in duas partes secare, vt multiplicata productum efficiant qui ductus in quadratum numeri 20. producat 14400.

Sit prima pars 1R. secunda 20 — 1R. multiplicentur inter se, fiet productus 20R. — 1q. multiplicentur per 400. seu per quadratum numeri 20. fiet 8000 R. — 400q. quem numerum volumus esse æqualem numero 14400. habemus igitur æquationem 8000R. — 400q = 14400. & addendo 400q habebitur 400q. + 14400 = 8000R. & subtrahendo 14400. erit 400q = 8000R. — 14400. divide per 400. fiet æquatio 1q = 20R. — 36. quadratus semissis radicum est 100. E quo si subtrahas 36. relinquitur 64 cuius radici quadratæ, adde 10. fit 18. vel subtrahe 8 ex 10. habebis 2. sunt ergo numeri 2 & 18. satisfacientes quæstioni. nam 2 in 18. efficiunt summam 36. quæ multiplicata per 400. producit numerum 14400.

Methodô speciosa sit 20.B sitque primum segmentum A. secundum erit B — A multiplicentur fiet summa AB — A2. multiplicentur per quadratum numeri B, seu per B2, fiet AB1. — A2B2. quam summam volumus esse æqualem numero 14400. ponatur hic numerus Z. habemus æquationem sequentem AB1. — A2B2 = Z s. divide omnia per B2. fiet æquatio AB — A2 = $\frac{Z}{B2}$ & per antithesin A2 + $\frac{Z}{B2}$ = BA resolve in numeros divide Z seu 14400. per 400. seu B2. habebis 36. est ergo æquatio 1q + 36 = 20 R. eadem quæ superior.

Problemata variis materiis applicata.

PROPOSITIO XXVI.

Ptoblema.

Quærenti summam pecuniarum in crumena contentarum; respondit si pecunia quam habeo adderetur dimidium, triens & quadrans & è summa detraherentur $\frac{1}{12}$ primi numeri haberem aureos 600. quæritur numerus aureorum in crumena contentorum.

Supponatur ille numerus 12R seligitur numerus habens semissem trientem & quadrantem, ad vitandas fractiones. addatur semissis seu 6. R & triens seu 4. & 3. seu quadrans fient 25 R. subtrahe $\frac{1}{12}$. primi numeri restat 24R. quem numerum volumus esse æqualem 600 aureis: ergo æquatio erit $24R = 600$ divide per 24. fiet quotiens 25. pro valore vnius radicis, posueram autem 12 radices, quare multiplica 25. per 12. & habebis numerum pecuniarum 300 aureorum, quibus si addas $\frac{1}{2}$. seu 150. & trientem seu 100. & quadrantem 75 fiet summa 625. subtrahe $\frac{1}{12}$. primi numeri 300 seu 25. restabit numerus propositus 600.

PROPOSITIO XXVII.

Ptoblema.

Viator singulis diebus peragrat 10 milliaria decemque diebus progreditur, alius vndecimo die illum sequitur perficiens in diem milliaria 15. quæritur intra quot dies sit primum assecuturus.

Supponamus numerum dier. quibus secundus primum assequetur 1R. qui numerus multiplicandus est per 10 milliaria, & per 15. ita vt additis ad primum numerum 100 milliaribus fiant duæ summæ æquales nam cum secundus primum assequetur, vterque æqualem milliariorum numerum confecerit, multiplicata igitur 1R. per 10. fiunt 10 R. quibus addere debes 100 milliaria confecta à primo, antequam secundus viam iniret. sunt ergo $10R. + 100$ milliaria, multiplica etiam 1R. per 15. vt habeas totum iter secundi, & cum spatia sint æqualia, quando secundus primum assequitur, habebimus æquationem $10R. + 100. = 15R.$ & subtractis vtrinque 10R. erit æquatio inter 100 & 5 R. & divisis omnibus per 5. erit æquat. $1R. = 20.$ quare intra 20 dies secundus assequitur primum; conficitque 300 milliaria intra hos dies primus conficit, tantum 200. & 100 quæ confecerat, antequam secundus iter iniret efficiunt etiam 300.

Posset fieri quæstio conversa prioris supposito quod, primus viator fecerit 100 milliaria, antequam secundus viator iter inciperet. vt illum assequatur quinto die quot milliaria singulis diebus perficere debet, ponamus hunc numerum esse 1R. perficiet intra 5 dies 5 Radices. alter vero perficiet 50 milliaria quibus addi debent 100 milliaria, ita vt fiant 150. est ergo æquatio $5R. = 150.$ & dividendo per 5 fient $1R. = 30.$ hoc est intra diem perficienda esse 30 milliaria.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Interrogatus de horâ respondit dimidiâ pars horarum à media nocte, addita tribus quadrantibus horarum residuarum ad mediam noctem sequentem, exhibet horam præsentem quæritur numerus horarum.

Numerus horarum sit 1 R. restant ad sequentem mediam noctem $24 - 1R.$ media pars horarum elapsarum à mediâ nocte, est $\frac{1}{2}R.$ horarum quæ restant ad sequentem mediam noctem tres quadrantes. sunt $18. - \frac{3}{4}R.$ adde hæc simul, $+ \frac{1}{2}R$ additi $- \frac{3}{4}R.$ efficiunt $- \frac{1}{4}R.$ habemus ergo æquationem $18 - \frac{1}{4}R. = 1R.$ adde $\frac{1}{4}R.$ fiet æquatio $18 = \frac{5}{4}R.$ & reducendo 18 ad quadrantes $\frac{72}{4}. = \frac{5}{4}R.$ & abiectis denominatoribus fiet æquatio $72 = 5R.$ & divisis per 5. fiet æquatio $14\frac{2}{5}. = 1R$ erat ergo hora secunda post meridiem cum $\frac{2}{5}.$ seu 24 minutiis.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Duo viatores profecti ex civitatibus dissitis ab invicem milliaribus 140. quorum vnus singulis diebus perficit milliaria 8. alter vero 6. quæritur, intra quot dies sibi occurrant.

Numerus dierum post quos sibi occurrunt, sit 1R dierum, vnus ergo eo tempore eoufieiet 8 R. milliariorum, alter 6R. quæ efficiunt 14R. confecerunt autem totum spatium alioquin sibi non occurrerent; est ergo æquatio $14R. = 140.$ divide & habebis $1R. = 10.$ ergo intra 10 dies sibi occurrent, & intra dies 10. vnus confecerit 80. alter 60 milliaria, quæ summa adæquat 140.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Erant in dolio 20. mensura vini. erat valor cuiuslibet mensura francorum 12. infunditur aqua donec, mensura vini, ita mixti sit tantùm 10 francorum quæritur quot sint in dolio mensura vini ita mixti.

Sit numerus mensurarum additarum 1R. eritque numerus omnium mensurarum vini mixti $1R. + 20.$ valor autem 20 mensurarum vini, cum vnius mensuræ pretium sit 12 francorum, erat 240 francorum, quod pretium idem perseverat, cum infusio aquæ supponatur non augere pretium vini. Sed si valor vnius mensuræ est 10 valor 20 mensurarum erit 200. quare valor vnius radicis erit 40. quibus divisis per 10. fiunt 4. sunt ergo additæ 4 meosuræ aquæ.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Quidam permutat aureos 568. & recipit eundem numerum 4 monetarum diversarum.
7. Ex prima, aureo equivalent.
28. Ex secunda eumdem aureum efficiunt.
21. Ex tertia.
28. Ex quarta quæritur numerus singularum monetarum.

Supponatur ille numerus esse 1R. quare licet ita argumentari si 7.monetæ efficiont vnum nummom aureum, 1R monetæ efficiet $\frac{1}{7}$R. aureorum, & secunda faciet $\frac{1}{18}$R.& tertia $\frac{1}{21}$R.& quarta $\frac{1}{28}$R aureorum addantur omnes istæ fractiones fiunt $\frac{71}{252}$R aureorum, quarum summa æqualis est numero 568. quæritur valor vnius radicis. hanc ita habebimos. si 71 intelligendo ducentesimæ sexagesimæ octavæ, dant 568. 252. dabunt 2016. pro numero cuiuslibet monetæ. nam 2016. primæ efficiunt aureos 288

Et 2016. secundæ efficiunt aur.	112
Et 2016. tertiæ efficiunt aur.	96
Et 2016. quartæ efficiunt aur.	72
Eritque omnium summa	568.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

Mercator emit 100 libras ceræ aureis 17. vult lucrari aureos 18. in 102. quæritur quot libras dare debeat pro vno nummo.

Vt hic mercator lucretur 18 pro 102 nommis. 102 efficere debent 120.vt autem id habeas, fiat vt 102.ad 120.ita 17 ad 20 igitur 100 libræ vendendæ sunt 20 nummis, seu quinque libræ pro vno nummo vides igitur hoc problema sine Algebra fulvi posse.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Tres 455. nummos ita interse dividunt, vt quoties primus recipit 2. secundus recipiat 3. & quoties secundus recipit 4. tertius recipiat 5. quæritur quot nummos vnusquisque accipiat.

Ponamus primum recipere 20R. secundus 30R. recipiat, pro tertio regulam auream institues hoc modo si 4. dant 5. 30. quot dabunt invenies $37\frac{1}{2}$ R. fitque summa $87\frac{1}{2}$ R. seu $\frac{175}{2}$. quæ æquantur 455 nummis, seu $\frac{455}{1}$. reduc terminos ad eandem denominationem, abiecto denominatore, erit æquatio 175. ⚌ 910. divide fiet 1 R. ⚌ $5\frac{1}{5}$. multiplica $5\frac{1}{5}$. per 20. fiet 104. summa primi. multiplica per 30.fiet 156. summa secundi. & per $37\frac{1}{2}$. & 195. erit summa tertij. qui numeri summam propositam 455 adæquant.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Herus ita cum servo pacifcitur. vt si laboret det illi mercedem 7 assium. si otietur mulctetur 5 assibus post 30 dies, nihil illi debetur, nec etiam ipse debet quæritur quo diebus laboraverit, & quot fuerit otiatus.

Pone numerum dierum laboris esse 1R.& consequenter otij esse 30—1R multiplica dies laboris per 7 asses.fiet productus 7R. multiplica item dies otij seu 30—1R. per 5.invenies 150 —5R. supponitur autem fuisse æqualitas, cum nec illi aliquid debeatur, nec ipse debeat:ergo habemus æquationem 7R.⚌150—5R.adde 5R. fiet 12R. ⚌150.divide 150.per 12 fiet $12\frac{1}{2}$. pro vna radice laboravit ergo per dies $12\frac{1}{2}$. & otiatus est $17\frac{1}{2}$. propterea multiplicando $12\frac{1}{2}$. per 7. herus debet $87\frac{1}{2}$. asses & multiplicando $17\frac{1}{2}$. per 5. producitur idem numerus.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Quidam dives habet 160.aureos, in duplici moneta specie, quarum omnium summa est 560. moneta autem vna est $\frac{1}{5}$. aurei alia $\frac{1}{4}$. quæritur quantum habeat in vnaquaque.

Sit numerus primæ monetæ 1R. numeros secundæ erit 560 —1R. estque 1R. primæ monetæ $\frac{1}{5}$ R aureorum, cum moneta prima sit tantum $\frac{1}{5}$. aurei. pariter 1R.secundæ erit $\frac{1}{4}$ R.aurei pariter 560.monetæ secundæ est tantum 140 aurei.divisa scilicet 560.per 4. quare habebit in secundæ monetæ 140 —$\frac{1}{4}$ R.addantur hi numeri +$\frac{1}{5}$. R. & —$\frac{1}{4}$ R. reducentur primo ad eamdem denominationem +$\frac{4}{12}$ R. & —$\frac{5}{12}$ R. quia se elidunt + & — fiet $\frac{1}{12}$ R. habemus ergo æquationem 140. + $\frac{3}{15}$ R ⚌ 160. aufer 140. restat $\frac{1}{12}$ R ⚌20. & multiplicando 12.per 20. vt fiat virtualiter regula trium 1 R. ⚌ 140. habet ergo in prima moneta 240. & in secunda 320. seu 80. aureos in quàlibet specie.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Quidam pauperibus singulis erogat septenos asses, & & supersunt ei 24 si singulis dedisset 9 deessent 32. quæritur numerus tam pauperum, quam assium.

Supponamos numerum pauperum esse 1R.numerus assium fuit 7R.+ 24. & in secunda erogatione 9R.—32. qui duo numeri debent esse æquales est igitur æquatio 7R. + 24 ⚌9 R.—32. subtrahe 7 R.& adde 32.fiet æquatio 56⚌2 R.& dividendo 1 R. ⚌ 28. erunt igitur 28 pauperes, quem numerum multiplicando per 7. & addendo 24 producitur 220 Asses. quæ summa non sufficiet vt 28.pauperibus erogentur 9.deberent enim esse 252. desunt ergo 32.

PROP.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Vlna 10. panni rubri, cum 4 vlnis panni nigri venduntur 88 aureis, & eôdem pretiô 2 vlna panni rubri cum 4 vlnis panni nigri veneunt aureis 32. queritur pretium vnius vlnæ tantam panni rubri, quam panni nigri.

Supponatur pretium vnius vlnæ panni rubri esse 1 R. erit pretium 10 vlnarum 10 R. quô pretiô subducto ex 88 aureis, scilicet ex pretio tam 10 vloarum panni rubri quam 4 vlnarum nigri. restabit 88 — 10 R. pretium 4 vlnarum panni nigri. Dicuntur aotem in quæstione eôdem pretiô vendi 2 vlnæ panni rubri, & 4 nigri. pretium duarum rubri est 2 R. & 4 nigri est 88 — 10 R. addantur simul fit pretium 88 — 8 R. quod dicitur esse 32 aureorum: ergo occurrit æquatio 88 — 8R. adde 8R. & subtrahe 32 per antithesin duplicem, fit æquatio 8 R. = 56. & dividendo per 8. erit 1 R. = 7. pretium vnius vlnæ panni rubri. quare 70 nummi erunt pretium 10 vlnarum rubri quibus subtractis, ex 88. restant 18 pro pretio 4 vlnarum nigri, quô numero 18. diviso per 4 exurgit $4\frac{1}{2}$. pretium vnius vlnæ panni nigri. In secunda venditione duæ vlnæ panni rubri efficient 14. & quatuor nigri 18. addantur fiet pretium totale 32 aureorum.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Sunt in exercitu germani 25000. Hungari efficiunt mediam partem tam germanorum quam Italorum Itali octavam Germanorum & Hungarorum quæritur numerus Italorum, & Hungarorum.

Supponatur numerus Hungarorum esse 1 R. & cum Hungari efficiant mediã partem Italorum, & germanorum erũt Itali simul, cum Germanis 2 R. & Itali soli 2 R — 25000. subducendo scilicet numerum germanorum sont aotem Itali $\frac{1}{8}$ germanorum & Hungarorum seu $\frac{1}{8}$ R. + 3125. habemus ergo æquatiooem 2R. — 25000 = $\frac{1}{8}$ R. + 3125. subtrahe $\frac{1}{8}$ R. fiet æquatio $\frac{15}{8}$ R. — 25000 = 3125. adde 25000. fiet alia æquatio $\frac{15}{8}$ R. = $\frac{28125}{1}$ adhibe Isomeriam & habebis æquationem 15 = 225000. divide per 15. habebis 1 R. — 15000. numerum Hungarorum, qui numerus cum sit semissis aggregati ex Italis, & Germanis erit illud aggregatum 30000. & subductis 25000. erit numerus Italorum 5000.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Duo duces quorum vnus pauciores habet milites 40. quam alter, vterque suis militibus distribuit 1200. aureos, acciditque vt prioris ducis milites singuli haberent 5 aureos, plusquam milites posterioris, quæritur numerus militum vtriusque ducis.

Sit numerus militum ducis prioris 1R. & consequenter cum secundus 40 plures habeat erit militum numerus 1 R. + 40. distribuantur vtrisque aurei 1200. quilibet miles primi ducis habee aureorum $\frac{1200}{1R}$ & secundi $\frac{1200}{1R + 40}$ quod si augeatur numerus aureorum militum secondi ducis 5 aureis esset æquatio. vt autem quilibet habeat 5 aureos debebit esse summa aureorum quintupla numeri militum, quæ illis distribuatur. est autem numerus militum secondi ducis 1R. + 40. multiplica hunc numerum per 5 fiet 5 R. + 200 quem numerũ addere debes numeratori, ad hoc vt distribuatur denominatori fiet ergo fractio $\frac{5R + 1400}{1R + 40}$ habemus ergo duas fractiooes æquales $\frac{1200}{1R}$ $\frac{5R + 1400.}{1R + 40}$ Instituator Isomeria, & neglectis denominatoribus habebimus æquationem assumptis scilicet numeratoribus solis 5 q + 1400 R. =

$$\frac{1200.}{1\ R.} \times \frac{5\ R. + 1400.}{1\ R. + 40.}$$

$$\frac{1200\ R. + 48000.}{1\ q. + 40\ R.} \quad \frac{5\ q + 1400\ R.}{1\ q + 40\ R.}$$

1200 R. + 48000. subtrahe 1200R. restabit 5q + 200R. = 48000. divide per 5. habebis æquationem 1q + 40R. = 9600. & 1q = 9600. — 40 R. Adde 9600 numero 400. quadrato semissis radicum fiet 10000 cuius radice 100. subtrahe 20 semissem radicum babebis 80 = 1 R. Primus ergo dux babuit milites 80. secundos 120. quilibet miles primi habeat aureos 15. & secundi 10. &c.

PROPOSITIO XL.

Problema.

Archimedis problema de corona.

Sint doæ moles auri vna, argenti altera. vtraque 100 librarum, corona item 100 librarum. Prima moles in vas plenom aquâ immersa eiecit 60 libras aquæ. Secunda 90. & corona 65. Ponamos coronam continuisse argenti 1R. quoad molem eritque corona auri librarum 100 — 1 R. fiat regula trium si 100 libræ auri ejiciunt aquæ libras 60. auri libræ 100 — 1R. ejicient $\frac{6000 - 60}{100}$ R. & reducta ad minores nomeros libras 60 — $\frac{3}{5}$ R. deinde si 100 libræ argenti ejiciunt 90. libras aquæ, 1R. ejiciet $\frac{90R}{100}$ seu $\frac{9}{10}$ R. quem numerum addere debes priori — $\frac{3}{5}$ vt habeas quantitatem aquæ, quam ejicit corona, adde ergo — $\frac{3}{5}$ R. ad + $\frac{9}{10}$. reducantur ad eumdem denominatorem nempe + $\frac{45}{50}$ R. & — $\frac{30}{50}$. additio fit subtrahendo propter + & — quare fiet $\frac{15}{50}$. seu $\frac{3}{10}$ R. habemus ergo æquationem 60 + $\frac{3}{10}$ R. = 65. & subtractis 60. $\frac{3}{10}$ R. = 5. & 1R. = $16\frac{2}{3}$ libras; erunt igitur argenti libræ $16\frac{2}{3}$. & auri libræ $83\frac{1}{3}$. probabis autem an bene operatus sis, si dicas. auri libræ 100. expellunt aquæ 60. $83\frac{1}{3}$. dabunt aquæ libras 50. pariter si argenti libræ 100. dant aquæ libras 90, argenti $16\frac{2}{3}$. dabunt aquæ 15. quæ iunctæ superioribus 60. dant 65.

ALGEBRÆ

ALGEBRÆ

LIBER QVINTVS.

Poteſtatum Analyſis.

QVæ hactenus de Algebra diximus vulgaria ſunt, & antiquis non incognita, quæ hoc libro traduntur peculiaria erunt, & ex methodô Vietæ ſpecioſâ deſumpta, quæ hanc ſcientiam vltra conſuetos fines provehunt vniverſaliſsimamque reddunt. quia autem in poteſtatum omnium ſiue ſimplicium, ſive affectarum reſolutione hæc pars præcipuè poſita eſt; ideò poteſtatum reſolutionem, ſeu analyſin nominamus. in qua reſolutione potiùs numerandi methodum ſpecioſam adhibebimus, quam vulgarem, eo quòd in vulgari numeri confundantur, nec retineant ſuos characteres, quibus dignoſci poſsint ab invicem.

PROPOSITIO I.

Problema.

Propoſitis tribus magnitudinibus quartam proportionalem invenire.

SInt propoſitæ tres magnitudines A,B,D ſitque quarta proportionalis invenienda, multiplica B per D, ita vt fiat B in D ſeu BD productum dividatur per A, ita vt fiat $\frac{BD}{A}$ dico hunc quotientem $\frac{BD}{A}$ eſſe quartum proportionalem. cum enim A multiplicando hunc quotientem $\frac{BD}{A}$ reſtituat BD erit planum ſub A & $\frac{BD}{A}$ æquale plano ſub BD: ergo ita erit A ad B, ſicut D ad $\frac{BD}{A}$ ſola difficultas eſt in combinandis quantitatibus. vt ſi proponantur hæ quantitates $\frac{Aq}{D}$ B, G, quibus quarta proportionalis invenienda eſt, ducenda eſſet B in G & dividenda per $\frac{Aq}{D}$. dico idem eſſe ſi BG multiplicetur per D & fiat BGD, & productum illud dividatur per Aq. fiatque $\frac{BGD}{Aq}$ quod vt demonſtrem ſupponamus Aq eſſe 36 & D eſſe 3. ita vt $\frac{Aq}{D}$ ſit idem ac $\frac{36}{3}$. ſeu 12. ſintque B 16 & G 3. ſunt ergo tres numeri $\frac{36}{3}$ ſeu 12 16. 3. regula proportionum iubet vt multiplices 16 per 3. fiatque BG 48. quem numerum dividere debes per 12. ſeu per $\frac{36}{3}$. dico eundem quotientem naſci ſive dividas 36 per 3. & tunc dividas 48. per eius trientem 12, ſive relictô integro numero 36. triplices dividendum & multiplices per 3. ita vt fiat 144. & dividas per 36 vtrobique enim proveniet 4. ratio eſt quia multiplices, & partes aliquotæ ſunt in eadem ratione ergo eſt eadem ratio 48. ad 12. ac tripli 48 ad triplum 12. Sed quotiens oſtendit rationem dividendi ad diviſum, ergo idem quotiens proveniet. quare propoſitis tribus quantitatibus $\frac{Aq}{D}$ B & G, vt habeatur quarta proportionalis duces B in G vt fiat B G & duces B G in D vt fiat BGD quam divides per Aq. hoc modo $\frac{BGD}{Aq}$.

Sint item propoſitæ tres magnitudines $\frac{A\ cub}{D\ pl.}$ $\frac{Bq}{Z}$ G quibus quarta proportionalis ſtatuenda eſt multiplica B q in G & productũ BqG multiplicabis per D pl. ita vt fiat Bq in G in D pl. hunc numerum divides per Z in A cubum. hôc modô $\frac{Bq\ in\ G\ in\ D}{Z\ in\ A\ cubum}$ nam idem numerus producetur idem autem eſt quocúmque ordine multiplicentur, aut dividantur quantitates atque adeo idem dividere Bq per Z & quotientem multiplicare per G, tum per D pl. & dividere per A cub. ac multiplicationes ſimul facere, nempe Bq in G in D pl. & hunc productum dividere per Z in A cub.

PROPOSITIO II.

Problema.

Propoſitis duabus magnitudinibus, tertiam quartam quintam continue proportionales exhibere.

Proponantur duæ quantitates A & B quibus tertia, quarta quinta continue proportionalis, multiplicetur B per B, ita vt fiat B2. quod dividatur per A hôc modô $\frac{B2}{A}$ dico $\frac{B2}{A}$ eſſe tertiam proportionalem. quia nempe ſi A multiplicet $\frac{B2}{A}$ producet B2, ergo planum ex A in $\frac{B2}{A}$ eſt æquale quadrato B. quare (*per* 15.6.) ita erit A ad B ſicut B ad $\frac{B2}{A}$ multiplica $\frac{B2}{A}$ per B fiet $\frac{B3}{A}$ divide per A fiet $\frac{B3}{A2}$ pro quarta quia pariter planum ex A prima in $\frac{B3}{A2}$ efficit $\frac{B3}{A}$ ſeu productum ſub mediis B & $\frac{B2}{A}$ ergo ita eſt (*per* 16.6. A ad B, ſicut $\frac{B2}{A}$ ad $\frac{B3}{A2}$ quinta erit $\frac{B4}{A3}$ & ita conſequenter augendo exponentes. nam

cum $\frac{B_2}{A_2}$ multiplicatur per B fit $\frac{B_4}{A_2}$ & cum fit divisio per A fit $\frac{B_4}{A_3}$ ergo ita erit A ad B sicut $\frac{B_3}{A_2}$ ad $\frac{B_4}{A_3}$.

In numeris facilior esset operatio, & clarior eius demonstratio. assuescant igitur Tyrones numeros aptare litteris Alphabeti. hoc enim habet peculiare hæc methodus speciosa.

COROLLARIUM.

Si sint quantitates continue proportionales, vt prima ad tertiam ita erit quadratus è prima, ad quadratum è secunda, nam si sint tres magnitudines A B $\frac{B_2}{A}$ multiplicentur prima A & tertia $\frac{B_2}{A}$ per A producta sunt in eadem ratione. quia æquemultiplices in eadem sunt ratione, sed producti sunt A 2. & B2. ergo ita erit prima ad tertiam vt A2 ad B2.

Pariter si sint quatuor continuè proportionales, & A est prima & $\frac{B_3}{A_2}$ est quarta, eas multiplica per A2 fiet A3 & B3. ergo vt A prima ad $\frac{B_3}{A_2}$ ita A cubus ad B cubum: si sint quinque continue proportionales erit A prima, & $\frac{B_4}{A_3}$ quinta, multiplica vtramque per A cubum, producti erunt in eadem ratione, ij autem sunt A4 & B4. ergo si sint quinque continue proportionales vt prima ad quintam, ita qqtus primæ ad qqtum secundæ.

PROPOSITIO III.

Problema.

Inter duos quadratos exhibere medium proportionalem.

Sint quadrata A2. B2. inter quæ constituendum est medium proportionale. Dico planum AB illud esse.

Demonstr. Cum enim A, B & $\frac{B_2}{A}$ sint continue proportionales, si hæ quantitates multiplicentur per eamdem A, producti erunt in eadem ratione, seu continue proportionales; sed illi sunt A2. AB, B2 ergo A2. A B & B2. sunt continue proportionales.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Inter duos propositos cubos, duos medios continue proportionales constituere.

Sint duo cubi A3. & B3. inter quæ oporteat, duas quantitates medias proportionales constituere. dico illas esse A2B & AB2. ita vt sint A3, A2B, AB2 & B3. continue proportionales.

Dem Exponatur series quatuor cōtinuè proportionalium A, B, $\frac{B_2}{A}$ $\frac{B_3}{A_2}$. si hæ quantitates multiplicentur per eamdem quantitatem, producti in eadem erunt ratione, ac quantitates multiplicatæ; multiplicentur omnes per A2. erunt producti A3. A2B, AB2, B3. ergo istæ quantitates sunt continue proportionales. non potest esse difficultas nisi in tertia, nempe dum $\frac{B_2}{A}$ multiplicatur per A2. fit $\frac{A_2B_2}{A}$ & quia potest fieri divisio A2B2 dividatur per A fiet AB2.

Ex his vides inter cubum & cubum, posse constitui duo continue proportionalia, quia nempe inter cubum & numerum absolutum sunt duo gradus parodici nempe radix, & quadratum.

PROPOSITIO V.

Problema.

Inter duas lineas quotcumque medias proportionales constituere.

Inter lineas A & B sint constituendæ, quotquot libuerit mediæ continuè proportionales. supponamus quatuor, assumatur potestas cuius exponens est 5. superans vnitate numerum mediarum proportionalium. & intelligantur lineæ A & B elevari, ad huiusmodi gradum nempe fieri supersolida quod vt fiat exponantur sex continue proportionales sintque quantitates A, B $\frac{B_2}{A}$ $\frac{B_3}{A_2}$ $\frac{B_4}{A_3}$ $\frac{B_5}{A_4}$ multiplicentur omnes per A4. producti in eadem erunt ratione eruntque A5. A4B, A3B2. A2B3, AB4. B5. A super solidus.

A qq in B
A cubus in B quadratum
A quadr. in B cubum
A in B quadratoquadratum
B supersolidus.

Quare habebimus sex continue proportionalia, in ea ratione quæ est A ad B. extrahantur radices supersolidæ, harum quantitatum, illæ erunt etiam proportionales. quia nempe radices, sunt in subquintupla ratione potestatum: ergo si ratio potestatum sit continue eadem, ratio radicum erit etiam eadem: radices autem sunt.

A. ℞ supersolida A qqti in B
℞ supersolida A cubi in B quadratum
℞ supersolida A quadrati in B cubum
℞ supersolida A in B qqtum
B. Ergo inter A & B quatuor medias proportionales constituimus.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Aggregatum duarum quantitatum additum earumdem differentia, æquale est duplo maioris.

Sint duæ quantitates A maior, B minor, fiatque earum aggregatum, cui etiam addatur eatumdem differentia, seu excessus maioris supra minorem dico fieri summam duplam quantitatis maioris A. cum enim B iuncta differentiæ, æqualis fiat quantitati A. si hæc omnia addantur, fiet dupla quantitatis A.

Vt autem Algebricè operemur sit aggregatum duarum quantitatum A+B & differentia A—B si fiat additio A additum ad A efficit 2A—B additum ad +B illud perimit. ergo restat 2A.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Si ab Aggregato duarum quantitatum earum differentia subtrahatur, restabit duplum minoris quantitatis.

Sint duæ quantitates A + B, & ex earum aggregato auferatur excessus maioris, supra minorem restabit duplum minoris, si enim intactâ minore hic excessus auferatur à maiori, fiet æqualis minori: ergo erunt duæ quantitates æquales minori.

Algebricè ita demonstratur propositio. sit Aggregatum A + B. ex quo auferenda sit differentia A — B, auferendo A ex A restat o auferendo — B ex + B secundùm regulas subtractionis fit BB.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Cum idem latus contrahitur inæquali decremento differentia contractionum æqualis est differentiæ contractorum.

Sensus huius propositionis est quod si ab eadem quantitate v.g. A, subtrahantur duæ quantitates inæquales B & E. fiantque reliquæ A — B, A — E. quod differentia istarum quantitatum reliquarum, æqualis erit differentiæ quæ est inter B & E nam subtrahendo A — E ex A — B, subtrahendo A ex A restat o. subtrahendo — E, ex — B fit E — B.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Si eadem quantitas inæquali cremento protrahitur, differentia protractionum æqualis erit differentia protractorum.

Sensus huius propositionis, barbarè sub his vocibus explicatæ, est quod si eidem quantitati, addantur inæquales quantitates, fient summæ, quarum differentia æqualis erit differentiæ quantitatum additarum, vt si quantitati A addantur quantitates B & E, ita vt fiant summæ A + B & A + E, earum differentia erit B — E.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Si idem latus protrahatur, & contrahatur inæquali cremento, & decremento, differentia contracta, & protracta æqualis erit aggregato contractionis, & protractionis.

Sensus est quod si eidem quantitati additur, alia quantitas & eidem alia quantitas inæqualis subtrahitur, fiatque summa, & residuum, quod est differentia illius summæ, & residui, æqualis erit aggregato quantitatum additæ & subtractæ vt si quantitati A addatur B & subtrahatur E, fiatque summa A + B, & residuum A — E quod differentia inter summam A + B, & residuum A — E æqualis erit summæ B + E, si enim ex A + B, subtrahas A — E, restabit B + E.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Genesis quadrati, binomij quadratus binomiæ radicis, æqualis est quadratis laterum, + duplo plano sub lateribus.

Productio quadrati à latere simplici, nullam difficultatem continet, sicut neque generatio cæterarum potestatum ex radicibus simplicibus: maior est difficultas circa generationem potestatum, quæ ex radicibus compositis proveniunt.

Proponatur ergo primò latus quadrati compositum verbi gratiâ A + B. dico quadratum totius aggregati A + B esse æquale quadrato lateris primi A seu segmenti A, & quadrato segmenti B + duplo plano ex A in B hoc demonstratum est ab Euclide, in propositione 4. 2. libri.

$$
\begin{array}{r}
A+B \\
A+B \\
\hline
+\ AB+Ba \\
Aa\ +\ AB \\
\hline
Aa+2AB+Ba
\end{array}
$$

Idem Algebrice demonstratur hoc modò, quadratum aggregati A + B constat iis omnibus partibus quæ producuntur ex multiplicatione A + B per A + B, ducatur primo A + B in B fiet AB + Ba. ducatur idem A + B in A fient Aa + AB colligantur quantitates productæ erunt Aq + 2AB + Bq.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Planum sub lateribus binomij, medium proportionale est inter quadrata laterum.

Sit vt priùs radix binomia A + B sitque quadratum lateris primi Aq, & lateris secundi Bq. dico planum A B esse medium proportionale inter Aq & Bq.

Demonstr. Cum idem A, multiplicando seipsum & B. faciat Aq & AB, erit A q ad A B vt A ad B. pariter cum idem B multiplicando A & seipsum faciat AB & Bq, ita erit AB ad Bq vt A ad B: ergo ita erit A q ad A B & A B ad Bq vt A ad B. ergo est medium proportionale. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Quadratum Apotomes equale est quadratis laterum—duplo plano laterum.

Proponatur Apotome A—B, seu differentia inter A & B, dico eius quadratum, esse æquale quadratis laterum A & B, minus duplo plano sub lateribus A & B. multiplicetur A—B per A—B & colligantur omnes quantitates productæ primo—B ductum in—B efficit + Bq rum —B dum in + A efficit—AB. pariter + A

$$\begin{array}{r} A - B \\ A - B \\ \hline - AB + Bq \\ Aq - AB \\ \hline Aq - 2AB + Bq \end{array}$$

ductum in — B efficit —AB. + A ductum in + A producit Aq: ergo producitur Aq—2AB + Bq in numeris idem videbis sit A, 3. & B, 2. differentia erit 1. cuius quadratus 1. quadrata sunt 9. & 4. quorum 2. summa 13. planum sub lateribus est 6, & duplum erit 12, quod subtractum ex 13. relinquit 1. quadratum differentiæ.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Quadratum Apotomes æquale est quadrato maioris lateris,—quadrato minoris & duplici plano sub Apotome & minori latere.

Sit Apotome seu differentia laterum A—B, dico si ab Aq. auferatur Bq & duplum planum sub B & sub A—B restabit quadratum Apotomes, nam differentia laterum A—B & minus latus æquantur maiori: si ergo sumatur differentia pro primo latere, & minus latus pro secundo erit (*per* 11. *huius*) quadratum differentiæ + duplo plano sub differentia, & minori latere quadrato minoris lateris, æquale quadrato totius: ergo subtractô quadratô minoris lateris, cum duplo plano sub differentia & minori latere, restat quadratum Apotomes seu differentiæ.

PROPOSITIO XV.

Si sint tria latera continuè proportionalia erit quadratum aggregati, ex maximo & minimo æquale quadrato medij duplicati + quadrato differentiæ inter maximum, & minimum.

Sint tria latera continuè proportionalia, A,

A	B	C	D	E	F
16.	8.	4.	20.	12.	16.

B, C. sitque D, summa maximi A & minimi C, & E differentia inter A & C. sitque F medius duplicatus, dico quadratum summæ D, æquale esse. quadrato quantitatis E & F.

Demonstratio: intelligatur quantitas D, divisa in A & C. erit quadratum aggregati A + C seu quantitatis D, æquale quadrato differentiæ, & rectangulo quater, comprehenso sub A & C. (*per* 7. 2.) sed rectangulum sub A & C, æquale est quadrato ex B. cum A, B, C sint continuè proportionales, ergo quadratum ex D, æquale est quadrato differentiæ E, & quatuor quadratis ex B. seu quadrato quantitatis B duplicatæ, ergo quadratum ex D æquale est quadratis ex E, & B duplicati seu F quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

In binomia radice, quadratum aggregati quadratorum utriusque lateris, æquale est quadrato differentiæ quadratorum + quadrato dupli plani sub lateribus.

Sit Binomia radix A + B sitque A2 quadratum maioris lateris, & B2 quadratum minoris, aggregatum vtriusque sit A2 + B2 quadratum huius aggregati (*per* 12.) erit A4 + 2A2B2 + B4, erit autem differentia quadratorum A2 — B2 eius quadratus A4—2A2B2+B4. duplum planum sub lateribus 2AB, cuius quadratum 4A2B2. sed per præcedentem cum quadratum primi lateris, & duplum planum sub lateribus, & quadratũ secundi lateris sint (*per* 13 *huius*) continuè proportionalia erit quadratum summæ quadratorum, æquale quadrato differentiæ eorum + quadrato medij duplicati, seu dupli plani sub lateribus.

Id in numeris clarius ostendetur. Sit A, 3, & B, 2 quadrati 9. & 4. summa 13. differentia quadratorum 5. duplum planum sub lateribus 12. quadratum summæ 13. est 169. æquale quadrato differentiæ 5. & quadrato dupli plani sub lateribus nempe 12. erunt autem quadrata 25+144=169.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Extractio radicis quadratæ.

Ex dictis facile demonstrabimus totam generationem quadrati binomiæ radicis & consequenter extractionem radicis quadratæ. Proponatur enim radix binomia 57. seu 50+7. scribatur 57

$$\begin{array}{r} 5.\ \ 7 \\ \hline 25. \\ 70. \\ 49. \\ \hline 3249. \end{array}$$

ita vt inter vtrumque numerum relinquatur spatium vnius characteris scribatur quadratum numeri 5, sub numero 5, ita vt vltima eius Siphra respondeat suæ radici 5. idem fiat pro secundo latere

latere 7. fiat item duplum planum ex 5. in 7. erit nempe 70. qui numerus ita scribatur, vt vltimus eius character respondeat spatio vacuo intermedio, colligantur omnes isti numeri fiet summa 3249. quadratum radicis 57. posuimus enim quadratum lateris 50 & quadratum lateris 7, & duplum planum sub lateribus.

Ex his demonstrabimus methodum extrahendæ radicis quadratæ. Proponatur enim quadratum binomiæ radicis nempe $A^2 + 2AB + B^2$. primò quæro radicem primi membri A^2. hæc erit A, quæ per se multiplicata producit A^2, quô subtractô ex A^2 nihil relinquitur: duplicetur radix inventa A, fitque $2A$, per $2A$, divide $2AB$ erit quotiens B, addendum etiam divisori, ita vt fiat totus divisor $2A + B$. quem multiplicabis per B, fietque $2AB + B^2$, quibus subtractis ex $2AB + B^2$ nihil relinquitur.

Proponatur alia quantitas ex qua eruenda radix quadrata. Nempe $36A^2 - 48A + 16A$. Primò eruatur radix quadrata primi membri hæc erit $6A$, hæc si per seipsam multiplicetur, efficiet $36A^2$. quô subtractô ex primo membro nihil relinquetur. duplicetur radix inventa fiet $+ 12A$, per hunc numerum divide $- 48A$, erit quotiens $- 4A$ qui etiam addi debet ad divisorem $+ 6A$ fietque $12A - 4A$, quo multiplicato per quotientem inventum $- 4A$ fit $- 48A + 16A$. quô subtractô ex numerô propositô nihil relinquitur.

Tertiò proponatur $A^2 + 2AB + B^2 + 2BC + 2AC + C^2$. è quo sit radix quadrata eruenda. Quæratur primò radix quadrata quantitatis A^2 quæ est A inveniturque A, cuius quadratus A^2 subtractus ex primo membro nihil relinquit. Duplicetur radix A, fietque divisor $2A$, per quem numerum divide $2AB$, fit quotiens B addendus divisori $2A$, fietque $2A + B$. multiplica $2A$ per B, fiet $2AB$ quem numerum subtrahes ex $2AB$. multiplica B per inventum quotientem B, producetur B^2 quem subtrahes ex B^2 & nihil relinquetur, Inventam radicem $A + B$ duplica, fiet $2A + 2B$, per quem divisorem divides duo prima membra reliqui, nempe $+ 2AC$; $+ 2BC$. invenies quotientem C, addendum etiam divisori $A + B$ fietque $2A + 2B + C$. per hunc C multiplica totum divisorem fiet $2AC + 2BC$. $+ C^2$ quibus subtractis nihil relinquitur, erit ergo radix $+ B + C$.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Cubus binomiæ radicis, æqualis est cubo primi lateris, plus triplo solido ex quadrato primi lateris in latus secundum, + triplo solido ex quadrato secundi in primum, + cubo secundi lateris.

Proponatur radix binomia $A + B$. dico eius cubum esse æqualem, cubis laterum A & B, + triplo solido quod fit multiplicando Aq per B + triplo solido generato ductu B qti in A. ita vt cubus totalis coalescat ex octo partibus nempe duobus cubis, & 6. aliis solidis.

Demonstratio: generatur cubus, dum quadratum radicis, ducitur in radicem, proponatur ergo $A^2 + 2AB + B^2$ quadratum radicis $A + B$ qui multiplicetur per $A + B$, colligantur omnes quantitates per hanc multiplicationem productæ, & habebis propositas quantitates, nam dum B multiplicat B^2 fit B^3 dum B ducitur in $2AB$, fiunt $2AB^2$ ergo habebis cubum propositum nempe $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$ constantem octo partibus recensitis & non pluribus.

$$\begin{array}{r} A^2 + 2AB + B^2 \\ A + B \\ \hline A^2B + 2AB^2 + B^3 \\ A^3 + 2A^2B + AB^2 \quad\quad \\ \hline A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \end{array}$$

In numeris idem patebit ponatur A esse 3. & B 2. erit cubus radicis 5. 125. erit A^3. 27, $3A^2B$ 54. erit item $3AB^2$ 36. & B^3. 8. eruntque omnia 27. 54. 36. 8. qui numeri adæquant cubum 125.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Cubus primi lateris, solidum ex quadrato primi lateris, in secundum latus, solidum ex quadrato secundi in primum latus & cubus lateris secundi, sunt quantitates continuè proportionales in ratione primi lateris ad secundum.

Sit Radix binomia $A + B$ sintque quantitates quibus constat cubus A^3. A^2B, AB^2, B^3. dico illas quantitates esse continuè proportionales in ratione A ad B.

Demonstratio (*per 13. huius*) hæ quantitates A^2, AB, B^2 sont continuè proportionales, in ratione A ad B, ergo si multiplicentur per eandem quantitatem A, productæ magnitudines A^3, A^2B, AB^2, erunt continue proportionales in eâdem ratione, A ad B. pariter si B multiplicet A^2, AB & B^2 fient quantitates BA^2 AB^2, & B^3 continue proportionales in eâdem ratiune A ad B. ergo quantitates A^3 A^2B, AB^2 & B^3 sont continue proportionales in ratione A ad B quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Ex hoc concludes A^3, ad B^3 esse in triplicata ratione A ad B.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Cubus Apotomes seu differentiæ æqualis est cubo primi lateris. — Triplo solido ex quadrato primi lateris, in secundum + triplo solido ex quadrato secundi lateris in primum latus — cubo secundi lateris.

Sit Apotome seu differentia inter A & B hoc est $A - B$ dico eius cubum æqualem esse cubo primi lateris, minus tribus solidis ex quadrato secundi lateris in primum — cubo secundi lateris.

Demonstratio. cubus producitur ex multiplicatione quadrati per radicem, multiplicetur ergo quadratum differentiæ $A - B$ nempe $A^2 - 2AB + B^2$ per eamdem differentiam $A - B$

ex multiplicatione + B2 per — B, fit — B3, ex ductu — 2AB per minus B fit + 2AB2, ex

A2 — 2AB + B2
A — B

— A2B + 2AB2 — B3
A3 — 2A2B + AB2

A3 — 3A2B + 3AB2 — B3

ductu + A2 per B fit — A2B. multiplicetur idem quadratum per A, & habebis A3 — 2A2B + AB2 colligantur omnes quantitates, habebimus quadratum Apotomes seu differentiam A3 — 3A2B + 3A2B — B3.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Compositio cubi.

Ex superioribus propositionibus, facilè compositionem cubi binomiæ radicis concludemus. proponamus binomiam radicem 57. hæc scribatur relictis duobus intervallis vacuis. scribatur sub 5 cubus illius 125. ita vt vltima eius cyphra respondeat radici 5. fiat quadratus radicis 5. eritque 25. qui multiplicetur per 7. eritque 175. multiplicetur per 3. vt fiant 3A2B habebisque 525 ita scribendum, vt 2 respondeat 5. tertiò fiat B2 eritque 49. multiplicandus per A, eritque productus 245. multiplicetur per 3. vt fiant

A	B
5 · · 7	
125	A3
525	3A2B
735	3AB2
343.	B3
185193.	

3AB2 habebisque 735. ita scribendum vt primus character 7 respondeat radici 5. denique fiat cubus 7. seu 343. ita scribendus, vt eius vltima cyphra respondeat radici 7. fiat omnium summa; habebisque cubum totalem 185193. in quo vides cubum vtriusque radicis poni sub sua radice; 3A2B, plus participare de A, quam de B, ideoque poni ita vt duæ eius cyphræ respondeant radici A sed 3AB2 quia plus participat de B, quam de A ita collocatur, vt vnus tantum eius character respondeat radici A. denique cubus B totus respondet radici B.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Extractio radicis cubicæ.

Proponatur cubus A3 + 3A2B + 3AB2 + B3 cuius extrahenda radix cubica. quæratur radix cubica primi membri, quæ invenietur esse A, cuius cubus A3. subtractus ex primo membro nihil relinquit. fiat quadratum radicis inventæ, eritque A2. qui multiplicetur per 3. fiet 3A2. per quam quantitatem si dividas 3A2B, invenies quotientem B, per quem, si multiplices 3A2. fiet 3A2B, quo subtracto ex secundo membro nihil relinquitur. formandus quadratus radicis B inventæ, multiplicandus per 3. vt fiat 3B2. & multiplicandus per A, habebisque 3AB2 huic addes cubum eiusdem B ita habebis 3A2B + 3AB2 + 3B. quibus subtractis ex numero proposito nihil relinquitur,

60
A. 185193
125 ·
75

525
735
343 —— (57

60193

Huius praxis artificium meliùs in numeris apparebit. proponatur numerus A, ex quo sit extrahenda radix cubica notatis punctis, ita vt inter singula 3 duo characteres interponantur: quæratur maximus cubus, qui invenitur in 185. invenietque 125. cuius radix 5 noterur in quotiente. eius cubū 125. subtrahe ex 185 restant 60. fiat triplus quadratus radicis inventæ qui erit 7500. cui adde ter ipsam radicem 50 seu 150. fiet 7650. quære quoties 7 in 60. invenitur quidem octies. quia tamen, tot adhuc solida subtrahenda sunt, scribantur 7. & primò per 7 multiplica 7500 fientque 52500. fiat triplus quadratus radicis inventæ 7 eritque 147. multiplica per 50. primam radicem fietque 7350. denique fiat cubus radicis 7. seu 343. addantur hæc omnia & habebis 60193. quæ subtracta ex reliquo numeri A nihil relinquunt si plures quam duæ cyphræ invenirentur in radice. duæ inventæ seu 57. per modum vnius assumendæ sunt.

Proponatur aliud exemplum cubus 27A6 — 54A5.

+ 90A4 — 80A3 + 60A2 — 24A + 8
36A4 — 8 A3

+ 54A4 — 72A3 + 60A2 — 24A + 8
36A2 — 24A + 8 (3A2 — 2A + 2

Quæratur radix cubica primi membri hæc erit 3A2. cuius cubus est 27A6. quare ex primo membro nihil relinquitur. quadratus radicis 3A2. est 9A4. qui ter sumptus. dat divisorem 27A4. per quem si dividas secundum membrum invenies pro quotiente — 2A. multiplica divisorem 27A4. per quem si dividas secundum membrum invenies pro quotiēte — 2A multiplica divisorē 27A4 per — 2A. fiet — 54A5 quô subtractô ex secundo membro nihil relinquitur, fiat inventi quotientis — 2A quadratus, is erit + 4A2 ter sumptus erit + 12A2. & multiplicatus per primam radicem + 3A2. fiet + 36A4. quô subtractô ex 90A4. relinquetur + 54A4. fiat item cubus secundæ radicis inventæ, nempe — 2A, hic cubus erit — 8A3. quô subtractô ex quarto membro relinquitur — 72A3. adde reliquos numeros superiores.

Radicis inventæ totius per modum vnius seu 3A2 — 2A fiat quadr is erit 9A4 — 12A3 + 4A2. ter sumatur fiet divisor 27A4. — 36A3. + 12A2. per

per quem numerum, si dividas invenies + a. per quotientem inventum multiplica divisorem habebis 54 $A4 - 72\,A3. + 24\,A2$ quibus subtractis ex primo, secundo & tertio membro relinquitur 36 A2 fiat quadratus numeri a. is erit 4. sumatur ter, fient 12. multiplicetur per primam radicem $3A2 - 2A$ fient $36\,A2 - 24.A$, quæ si subtrahantur ex duobus membris relinquitur nihil: denique fiat cubus numeri a. ille erit 8. quô subtractô ex 8. nihil relinquitur.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Quadratoquadratus radicis binomiæ totalis, æqualis est quadrato quadrato lateris primi.

+ Quadruplo planoplano a cubo lateris primi in latus secundum.

+ Sextuplo planoplano à quadrato lateris primi in quadratum secundi.

+ Quadruplo planoplano, à latere primo in cubum secundi.

+ Quadratoquadrato lateris secundi.

Sit binomia radix A + B. dico eius cubum, æqualem esse sequentibus quantitatibus $A4 + 4\,A3\,B + 6\,A2\,B2 + 4AB3 + B4$. quoniam enim si latus multiplicet cubum generat qq. exponatur cubus radicis A + B qui multiplicetur

$$A3 + 3A\,2B + 3A\,B2 + B3$$
$$A + B$$

$$A4 + 3A3B + 3A2B2 + AB3$$
$$A3B + 3A2B2 + 3AB3 + B4$$

$$A4 + 4A3B + 6A2B2 + 4AB3 + B4$$

per radicem A + B colliganturque omnes producti, & invenies recensitos in titulo propositionis.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Quadrato quadratus lateris primi, productus ex cubo lateris primi in latus secundum, productus ex quadrato lateris primi in quadratum lateris secundi, productus ex latere primo in cubum secundi, & quadrato quadratus lateris secundi, sunt continuè proportionales in ratione lateris primi ad secundum.

Sit binomia radix A + B dico recensitas quantitates esse continuè proportionales in ratione quantitatis A, ad B.

Demonstratio: ostendimus in 18. cubum A3. solidum A2B, solidum AB2, & cubum B3. esse continuè proportionales in ratione A ad B, multiplicentur hæ quantitates per eandem quantitatem A, producti erunt in eâdem ratione, hi autem erunt A4. A3B, A2 B2, AB3. pariter si eædem quantitates per B multiplicentur producti in eâdem ratione erunt; ac quantitates multiplicatæ, producti autem sunt A3B, A2, B2.AB3, B4. ergo hæ quantitates A4, A3B,A2B2,AB3, B4. sunt continuè proportionales in ratione A ad B quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Quadratoquadratus Apotomes, æqualis est qq maioris lateris, minus quadruplo plano à cubo maioris lateris in latus minus; + sextuplo plano, à quadrato maioris in quadratum minoris — quadruplo plano a latere maiore in cubum minoris + quadratoquadrato secundi lateris.

Proponatur radix binomia Apotome seu differentia A — B dico eius qq æquale esse, $A4 - 4A3B + 6A2B2 - 4AB3 + B4$. cum enim

$$A - B$$

$$A4 - 3A3B + 3A2B2 - AB3$$
$$- A3B + 3A2B2 - 3AB3 + B4$$

$$A4 - 4A3B + 6A2B2 - 4AB3 + B4.$$

qq producatur multiplicando cubum per radicem, & cubus eius sit $A3 - 3A2B + 3AB2 - B3$, si multiplicentur per radicem A — B fient propositæ quantitates.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Compositio quadratoquadrati.

Proponatur radix binomia 32. quæ scribatur relictis tribus sedibus intermediis, sub 3. scribo quadratoquadratum numeri 3. seu 81. fiat cubus numeri 3. qui sit 27. multiplicetur per latus secundum 2. fiet 54. sumatur quater, fiet 216. multiplica quadratum lateris 3. seu 9 per 4. quadratum lateris secundi 2, producetur 36. qui multiplicari debet per 6. fietque iterum 216. cubus lateris 8 seu 2. hoc est 8. ducatur in 3. fient 24. sumatur quater producentur 96. sumatur ultimò quadrato quadratus numeri 2. seu 16. scribantur eô ordine qui in figura videtur, prout magis, aut minus pertinent ad singula latera, quia enim 81. est cubus lateris A totus ad A pertinet, sequens membrum plus participat de primo latere, quam de secundo. Tertium æqualiter de utroque &c.

A	B
3	2
81	A4
216	4A3B
216	6A2B2
96	4AB3
16	B4
10485 76	

PROP

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Extractio radicis quadrato quadraticæ.

Quamvis radix qoadrato - quadratica extrahi possit, eâdem methodô, quâ supra eubieam extraximus, quia tamen qq non tantum produeitur multiplicatione eubi per radieem quadratam; sed etiam multiplicatione quadrati per seipsum satius erit ex eo priùs extrahere radieem quadratam, & rursus ex ea exttahere radieem quadratam quod vt melius concipiamus, optimum erit considerare quid produeatur ex multiplicatione quadrati per

$$
\begin{array}{l}
A^2 + 2AB + B^2 \\
A^2 + 2AB + B^2 \\
\hline
A^4 + 2A^3B + A^2B^2 \\
\qquad 2A^3B + 4A^2B^2 + 2AB^3 \\
\qquad\qquad + A^2B^2 + 2AB^3 + B^4 \\
\hline
A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4.
\end{array}
$$

seipsum producentur aotem eædem omnes quantitates de quibus loeuti sumus, sive radix in eubum ducatur, sive quadtatus in seipsum. vt appatet io figura.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Surdesolidus binomia radicis aequalis est surdesolido lateris primi

+ quintuplo solido à quadrato - quadrato lateris primi, in secundum latus.

+ decuplo solido à cubo lateris primi, in quadratum secundi.

+ decuplo solido à cubo lateris secundi in quadratum primi.

+ quintuplo solido à latere primo in quadrate-quadratum secundi.

+ surdesolido lateris secundi.

Proponatur radix A + B. dico surdesolidum totalem æquale messe solido $A^5 + 5A^4B + 10A^3B^2 + 5AB^4 + B^5$. eum enim surdesolidus generetur multiplieatione quadrato quadrati per radieem A + B exponatur quadratos qui multiplicetut per radicem A + B prodocentur omnes prædictæ quantitates.

$$
\begin{array}{l}
\qquad A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4. \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad A + B \\
\hline
A^5 + 4A^4B + 6A^3B^2 + 4A^2B^3 + AB^4 \\
\qquad A^4B + 4A^3B^2 + 6A^2B^3 + 4AB^4 + B^5 \\
\hline
A^5 + 5A^4B + 10A^3B^2 + 10A^2B^3 + 5AB^4 + B^5.
\end{array}
$$

Non erit diffieile ostendere omnes prædictas quantitates esse continuè proportionales in ratione lateris primi ad seeundum.

Secundò surdesolidum Apotomes æqualem esse. Surdesolido primi lateris

— Quintuplu solido à quadrato quadrato lateris primi in seeundum latus.

+ Deeuplo solido à eubo lateris ptimi in quadratum secundi.

— Deeuplo solido à quadrato ptimi in eubum secundi.

+ Quiutuplo solido à latere primo in quadrato quadratum seeundi.

— Surdesolido lateris minoris.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Compositio surdesolidi.

Proponatur radix sordesolida A + B scribatur ita vt inter vtramque cyphram sint intermediæ 4 sedes. fiat surdesolidum primæ 3. nempe

$$
\begin{array}{lll}
 & A & B. \\
 & 3. & 2. \\
\hline
243. & & \\
\ 810. & & \\
\ \ 080. & & \\
\ \ \ 720. & & \\
\ \ \ \ 230. & & \\
\ \ \ \ \ 32. & & \\
\hline
33554432. & &
\end{array}
$$

243. fiat A^4B. A^3 seu 81. multiplieatum per B seu 2. erit 162. sumatur quinquies fiet 810. fiat 4 10 A^3B^2. est autem A^3. 27. B^2. 4. multiplica 27 per 4. fiet 108. sume decies fiet 1080. fiat 10 A^2B^3. A^2 est 9 multiplicatum per B^3. seo 8 efficit 72. multiplieatum per 10. efficit 720. fiat $5AB^4$ B^4 est 16. ductum in A, seu 3. efficit 48. somptum 5 efficit 240. surdesolidos 2 est 32. addantur hæ qoantitates fiet summa supta notata 33554432.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Extractio radicis surdesolidæ.

Ex superiùs dictis facilè methodum docebimus extrahendi radicem surdesolidam in numeris. proponatur numerus A, ex quo extrahenda radix surdesolida, notetur ponctum sub vltimâ. Exinde relinquantur quatuor sedes vacuæ notetúrque

$$
\begin{array}{ll}
 & 11. \\
 & 92.72. \\
A. & 33554432. \\
B. & 243. \\
 & \ 405. \\
 & \ \ 1080. \quad (32. \\
 & \ \ \ 720. \\
 & \ \ \ \ 240. \\
 & \ \ \ \ \ 32.
\end{array}
$$

aliud punctum, & ita deinceps. quætatur maximus surdesolidos qui in primo membro 335. invenitur & deprehendo esse 243. surdesolidus radicia 3. scribo in quotiente radicem 3. & subscribo surdesolidum B, quem subtraho, ex primo membro,

membro, & relinquitur 92. primus diuisor erit quinquies quadratoquadratus radicis inuentæ; est autem illius qq 81, & quinquies sumptus 405; qui inuenitur his in membro superiori: scribatur in quotiente 2. tum multiplica diuisorem per 2: & productum aufer, ex numero superiori restabitque 1154. &c. inuentis duobus characteribus debent adhuc subtrahi reliquæ quantitates, & primo 10 A3 B2 est autem cubus primi lateris 27. quadratus secundi 4. ducantur inuicem fient 108. decies sumptus 1080. qui debet vno gradu versus dextram promoueri, & subtrahi, ex superiori, restabit 744. &c. deber item fieri 10 A2B3, Aa est 9. & B3. est 8. fiunt 72. decies sumptus erit 720. subscribendus, sed vnâ sede promoueatur ad dexteram, intelligendo de vltimo charactere, fiat subtractio ex membro sibi respondente, reliquetur 243. fiat 5AB4 est autem B4. 16. ductus in A, seu 3. producit 48. quinquies 240, scribendus ita, vt promoueatur vnâ sede ad dexteram; fiat subtractio relinquetur 32. denique fiat surdesolidus numeri 2. erit 32, quô subtractô nihil relinquitur.

Notandum est, quòd licet egerimus quasi cyphra 3, in quotiente non significaret 30, sed tantum 3, id facilitatis tantum gratiâ nos egisse; virtualiter enim eam æqualem fecimus numero 30. ita vt duæ partes nostri quotientis essent 30. & 2. vt in primo diuisore. Surdesolidus numeri 30. non est 243. sed 24300000. atque adeò per simplicem collocationem numeri 243. idem præstitimus, ac si surdesolidum numeri 30. & non numeri 3. fecissemus, quod in aliis omnibus experienti manifestum fiet.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Quadratocubus radicis binomia æqualis est quadratocubo lateris primi.

+ Sextuplo solido à supersolido lateris primi in latus secundum.

+ Decuquintuplo solido à qq lateris primi in quadratum secundi.

+ Vigecuplo solido à cubo lateris primi, in cubum secundi.

+ Decuquintuplo solido à quadrato lateris primi in qq secundi.

+ Sextuplo solido à latere primo in supersolidum secundi.

+ Qcubo lateris secundi.

Proponatur Radix binomia A + B dico eius quadrato cubum, (quem malè Renaldious vocar cubocubum hoc est potestatem cuius exponens est 6.) dico inquam illius quadratocubum esse æqualem A6 + 6A5B + 15 A4 Ba + 20A3 B3 + 15 A2 B4 + 6AB5 + B6.

Hæc propositio probatur eodem modo quo superiores: facile autem extrahitur radix huius potestatis, debet enim prius extrahi radix quadrata; tum radix cubica, vt autem omnia oculis subiiciantur potest poni hæc rabula ostendens potestates radicum A + B, & A — B.

2. seu qu.	3 cubus.	4 qq	5 5. super.	6 qe.
A2	A3	A4	A5	A6
2AB	3A2B	4A3B	4A4B	6A5B
B2	3ABa	6A2B2	10A3Ba	15 A4B2
	B3	4AB3	10AaB3	20 A3B3
		B4	5AB4	15A2B4
			B5	6A B5
				B6

q	cubus	qq	Super	qe
Aa	A3	A4	A5	A6
— 2AB	— 3A2B	— 4A3B	— 5A4B	— 6A5 B
+ Ba	+ 3ABa	+ 6A2B2	+ 10A3B2	+ 15A4Ba
	— B2	— 4AB3	— 10AaB3	— 20A3 B3
		+ B4	+ 5AB4	+ 15A2B4
			— B5	— 6A B5
				+ B6

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Quadratum aggregati duorum laterum + quadrato differentia eorundem æquale est duplo aggregato quadratorum laterum singulorum A2 + Ba.

Sint duo latera A + B & eorum differentia A—B quadrato huius aggregati A + B addatur quadratum differentiæ dico fieri duplum quadratorum laterum A & B seu Aa + Ba erit enim quadratum aggregati A + B istud.

A2 + 2A B + B2
Aa — 2A B + B2
2A2   2Ba

Erit item quadratum differentiæ A — B seu apotomes: fiat additio in quâ + 2AB & — 2AB se destruunt ergo restabit additione factâ duplum quadratorum A & B.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Quadratum aggregati laterum minus quadrato differentia eorumdem, æquale est quadruplo plano sub lateribus.

Proponantur pariter latera A + B & eorum differentia A — B sit pariter quadratum aggregati laterum A + B istud.

A2 + 2A B + B2
A2 — 2A B + B2
+ 4A B

A quo subtrahatur quadratum differentiæ, restabit factâ subtractione quadruplum planum sub lateribus.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Productum ex differentia duorum laterum in eorundem aggregatum, aequale est differentia quadratorum laterum.

Sint proposita latera A + B sitque differentia A — B aggregatum laterum A + B differentia quadratorum laterum A2 — B2. dico productum ex A—B in A + B aequale esse huic differentiae quadratorum A2 — B2 fiat enim multi-

$$\begin{array}{l} A + B \\ \underline{A - B} \\ A2 + AB \\ \quad - AB - B2 \\ A2 \quad - \quad B2 \end{array}$$

plicatio & primo multiplicetur A + B per A fiet A2 + AB idem A + B multiplicetur per B fiet—AB—B2 fiat additio cum + AB&—AB se perimant restabit A2 — B2 seu differentia quadratorum, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Cubus aggregati duorum laterum + cubo differentia eorumdem, aequalis est duplo cubo maioris lateris, plus sextuplo solido à latere maiori, in lateris minoris quadratum.

Proponantur duo latera A & B, & A sit maius dico aggregatum A + B additum cubo differentiae eorum, nempe A—B esse aequalem duplo cubo maioris lateris A, & sextuplo solido facto, ex multiplicatione lateris maioris A, in

$$\begin{array}{l} A3 + 3A2\,B + 3AB2 + B3. \\ \underline{A3 - 3A2\,B + 3AB2 - B3.} \\ 2A3 \qquad + 6AB2 \end{array}$$

quadratum minoris B. sit enim cubos aggregati huic addatur cubus A — B seu differentiae, in additione, secunda & quarta membra se perimunt.

PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Si à cubo aggregati subtrahas cubum differentiae restabit, sextuplum solidum à latere minore in maioris quadratum plus duplo cubo lateris minoris.

Proponatur pariter cubus aggregati A + B

$$\begin{array}{l} A3 + 3A2B + 3AB2 + B3. \\ \underline{A3 - 3A2B + 3AB2 - B3} \\ o. + 6A2B \quad o. \quad + 2B3 \end{array}$$

à quo subtrahe cubum differentiae A —B reliquum erit sextuplum solidum &c.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Qq Aggregati duorum laterum + quadrato differentia eorumdem, aequatur duplo aggregato quadratoquadratorum laterum, plus duodecuplo producto à quadrato maioris in quadratum minoris.

Sit aggregatum A + B cuius qq Addatur differentiae A — qq in additione secunda &

$$\begin{array}{l} A4 + 4A3\,B + 6A2B2 + 4AB3 + B4 \\ \underline{A4 - 4A3\,B + 6A2B2 - 4AB3 + B4} \\ 2A4 \qquad + 12A2B2 \qquad + 2B4 \end{array}$$

quarta membra se perimunt ideoque summa erit qualem propositio indicat.

PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

Qq Aggregati duorum laterum —qqto differentia eorum, aequale est octuplo producto à cubo lateris maioris in latus minus, + octuplo producto à latere maiori in cubum minoris.

Sit aggregatum laterum A + B ex cuius qq

$$\begin{array}{l} A4 + 4A3B + 6A2\,B2 + 4AB3 + B4 \\ \underline{A4 - 4A3B + 6A2\,B2 - 4AB3 + B4} \\ o \quad 8A3\,B \quad o \qquad + 8AB3 \qquad o \end{array}$$

auferatur qq differentiae A — B qq dico reliquum esse aequale 8A3 B + 8AB3.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

Surdesolidus aggregati laterum + surdesolido differentia eorumdem aequalis est duplo surdesolido maioris lateris + Vigecuplo producto à cubo maioris in q minoris + Decuplo producto ex latere maiore in qq minoris.

Proponatur aggregatum laterum A + B, & differentia A — B dico surdesolidum aggregati auctum surdesolido differentiae aequa-

$$\begin{array}{l} A5 + 5A4\,B + 10\,A3B2 + 10\,A2B3 + 5AB4 + B5. \\ \underline{A5 - 5A4\,B + 10\,A3B2 - 10A2B3 + 5AB4 - B5.} \\ 2A5 \qquad + 20\,A3B2 \qquad + 10\,AB4. \end{array}$$

le esse 2A5 + 20 A3B2 + 10 AB4. proponatur enim surdesolidus binomiae radicis A + B, cui addatur surdesolidus A — B surdesoli-

dus

dus A + B radicis surdesolidus A — B radicis fiat additio in qua secunda quarta, & sexta membra se perimunt.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Surdesolidus aggregati duorum laterum.
— Surdesolido differentia eorumdem, aequalis est decuplo producto ex qq maioris in latus minus.
+ Vigecuplo producto ex q maioris in cubum minoris.
+ Duplo surdesolido lateris minoris.

$$A5 + 5A4B + 10A3B2 + 10A2B3 + 5AB4 + B5.$$
$$A5 - 5A4B + 10A3B2 - 10A2B3 + 5AB4 - B5.$$
$$10A4B \quad + 20A2B3 \quad + 2B5.$$

Proponatur aggregati A + B supersolidus à quo subtrahatur differentia A — B supers. fietque reliquus idem qui habetur in titulo.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Qc Aggregati duorum laterum auctus qcubo differentia eorumdem aequalis est duplo quadratocubo ipsorum laterum;
+ Trigecuplo producto à qq maioris lateris in q minoris.
+ Trigecuplo producto à q maioris in qq minoris.
+ Duplo qc. minoris.

$$A6 + 6A5B + 15A4B2 + 20A3B3 + 15A2B4 + 6AB5 + B6.$$
$$A6 - 6A5B + 15A4B2 - 20A3B3 + 15A2B4 - 6AB5 + B6.$$
$$2A6 \quad + 30A4B2 \quad + 30A2B4 \quad + 2B6.$$

Proponatur laterum A + B qcubus, sit differentia A — B qc fiat additio in qua secunda quarta & sexta membra se perimunt fietque summa qualem propositio indicat.

PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Qcubus aggregati duorum laterum, minus qcubo differentia eorumdem, aequalis est duodecuplo producto ex supersolido lateris maioris in minus.
+ Quadragecuplo producto à cubo maioris in cubum minoris.
+ Duodecuplo producto ex latere maiori in supersolidum minoris.

$$A6 + 6A5B + 15A4B2 + 20A3B3 + 15A2B4 + 6AB5 + B6.$$
$$A6 - 6A5B + 15A4B2 - 20A3B3 + 15A2B4 - 6AB5 + B6.$$

Proponatur aggregati A + B qc. ex quo subtrahe differentiae qc. eritque reliquum.

$$0 \quad 12A5B \quad 0 \quad + 40A3B3 \quad 0 \quad + 12AB5 \quad 0$$

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

Productum ex differentia laterum, in tria plana semel, quæ continentur in quadrato aggregati laterum æquale est differentiæ cuborum.

Diximus suprà quadratum aggregati constare duobus quadratis laterum, & plano sub lateribus, suntque illæ partes $A2 + AB + B2$. quamvis intermedia bis inveniatur in quadrato,: tria igitur plana multiplicentur per differentiam late-

$$\begin{array}{l} A2 + AB + B2. \\ \quad A - B \\ \hline A3 + A2B + AB2 \\ \quad - A2B - AB2 - B3. \\ \hline A3 \quad - \quad B3 \end{array}$$

rum seu per $A - B$ fietque productum $A3 - B3$ est autem $A3 - B3$ differentia cuborum.

COROLLARIVM.

Colliges si differentia cuborum applicetur, seu dividatur per differentiam laterum; quotiens erit tria singularia plana, quæ quadratum aggregati componunt.

Pariter si eamdem differentiam cuborum, per tria plana quæ componunt quadratum dividas, quotiens erit differentia laterum, sint latera 5. & 3. differentia laterum 2, tria plana quæ componunt quadratum aggregati sunt q25. q9.& 15. seu simul 49. si multiplicentur per 2. differentiam laterum fient 98. differentia cuborum nam cubus 3. est 27. & cubus 5, est 125. differentia inter 27. & 125. est 98. cætera sunt clara.

PROPOSITIO XLIV.

Theorema.

Productum ex aggregato laterum, in tria plana quibus constat q differentiæ laterum, æquale est aggregato cuborum.

Aggregatum laterum sit $A + B$. plana quibus constat q differentiæ laterum $A - B$ sunt $A2 - AB + B2$. dico si hæc tria plana multiplices

$$\begin{array}{l} A2 - AB + B2 \\ \quad A + B \\ \hline A3 - A2B + AB2 \\ \quad + A2B - AB2 + B3 \\ \hline A3 \quad + \quad B3 \end{array}$$

per aggregatum laterum cum membra intermedia se perimant fiet summa aggregatum cuborum.

In numeris id fiet manifestum sint latera A, 5. B 3. differentia 2. id est $5 - 3$. plana quibus constat eius q sunt $25 - 15 + 9$. seu 19. ducatur 19. in $A + B$ seu in 8. fiet 152. cubi sunt 125. & 27. qui simul efficiunt 152.

COROLLARIVM.

Si aggregatum cuborum dividas per aggregatum laterum, quotiens erit plana quæ componunt quadratum differentiæ.

Et vicissim si dividas aggregatum cuborum per plana quæ componunt quadratum differentiæ quotiens erit aggregatum laterum.

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

Productum ex differentia duorum laterum in quatuor singularia plana, quæ componunt cubum aggregati laterum, æquale est differentiæ quadratoquadratorum.

Cubus aggregati duorum laterum componitur ex $A3 + A2B + AB2 + B3$. multiplicentur hæc plana per differentiam laterum $A - B$. dico fieri productum ex tali ductu æqualem differentiæ quadratoquadratorum. In numeris sit A 5. & B 3. diffe-

$$\begin{array}{l} A3 + A2B + AB2 + B3. \\ \quad A - B \\ \hline A4 + A3B + A2B2 + AB3. \\ \quad - A3B - A2B2 - AB3 - B4. \\ \hline A4 \quad - \quad B4. \end{array}$$

rentia 2. plana A3. 125. A2B 75. AB2 45. B3 27. hæc omnia simul sumpta efficiunt summam 272. quæ si multiplicetur per 2. fiet productum 544. quem dico æqualem esse differentiæ quadratoquadratorum est enim numeri 5. qq 625. & numer. 3. qq 81. differentia 544.

COROLLARIVM.

Si differentia qqtorum applicetur ad differentiam laterum orientur pro quotiente quatuor solida quæ componunt cubum aggregati laterum.

PROPOSITIO XLVI.

Theorema.

Productum ex aggregato laterum, in quatuor solida, quæ componunt cubum differentiæ laterum semel sumpta, æquale est differentiæ quadratoquadratorum.

Proponatur cubus radicis $A - B$ & quatuor solida semel sumpta quibus constat hic cubus Hæc multiplicentur per $A + B$ aggregatum: dico hac multiplicatione producendam diffe-

$$\begin{array}{l} A3 - 3A2B + 3AB2 - B3. \\ A3 - A2B + AB2 - B3. \\ \quad A + B \\ \hline A4 - A3B + A2B2 - AB3. \\ \quad + A3B - A2B2 + AB3 - B4. \\ \hline A4 \quad - \quad B4. \end{array}$$

rentiam qqtorum, cum multiplicatione factâ, secunda & quarta membra se perimant.

In numeris A3. 125 — A2B. 75 + AB2 45. — B3 27. subtrahe 75. ex 125. fiunt 50. 27. ex 45. restant

ceſtant 18.tota ſumma erit 68.eſt autem A+B 8. multiplica 68 per 8.fiet ſumma 544. eadem quæ in præcedenti,ſeu differentia qqtorom.

COROLLARIVM I.

Differentia cuborum diviſa per aggregatum laterum.dat pro quotiente quatuor ſolida quibus conſtat cubus differentiæ laterum. vel diviſa per ea 4. ſolida dabit pro quotiente aggregatum laterum.

COROLLARIVM II.

Vt aggregatum laterum ad differentiam eorumdem, ita 4 plana quibus conſtat cubus aggregati, ad 4 ſolida quibus conſtat cubus differentiæ. cum enim idem numerus producatur ex multiplicatione primi & quarti,qui oritur ex ductu ſecundi,in tertium,erit(*per 16.6.Eucl*) eadem ratio primi ad ſecundum,quæ tertij ad quartum.

PROPOSITIO XLVII.

Theorema.

Productum ex differentia laterum In quinque quantitates quibus conſtat qq aggregati ſemel ſumptas, æquale eſt differentiæ ſuperſolidorum.

Proponatur qq aggregati laterum A+B quantitates quibus conſtat multiplicentur per A—B.

$$A_4 + 4A_3B + 6A_2B_2 + 4AB_3 + B_4$$

$$- \quad A_4 + A_3B + A_2B_2 + AB_3 + B_4$$

$$A - B$$

$$A_5 + A_4 2 + A_3B_2 + A_2B_3 + AB_4$$

$$-A_4B - A_3B_2 - A_2B_3 - AB_4 - B_5$$

$$A_5 \qquad -B_5$$

Dico producendam ex tali multiplicatione differentiam ſuperſolidorum laterum.

Idem in numeris poteris experiri.

Si Differentia ſuperſolidorum applicetur, ſeu dividatur per differentiam laterum quotiens erit, quinque ſolida quibus conſtat qqtum aggregati & viciſſim.

PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

Productum ex aggregato duorum laterum in quinque quantitates ſemel ſumptas, quibus conſtat ſuperſolidus differentiæ cuborum, æquale eſt aggregato ſuperſolidorum laterum.

Sint quantitates quibus conſtat A—B qqtus multiplicandæ per aggregatum laterum.dico pro-

$$A_4 - A_3B + A_2B_2 - AB_3 + B_4$$

$$A + B$$

$$A_5 - A_4B + A_3B_2 - A_2B_3 + AB_4$$

$$+A_4B - A_3B_2 + A_2B_3 - AB_4 + B_5$$

$$A_5 \qquad +B_5$$

ducendum aggregatum ſuperſolidorum, cum membra intermedia ſe invicem deſtruant.

Si aggregatum ſuperſolidorum, dividatur per aggregatum laterum, quotiens erit quinque plano-plana quibus conſtat qq differentiæ laterum ſemel ſumpta, & viciſſim.

PROPOSITIO XLIX.

Theorema.

Productum ex differentia laterum in 6. planoſolida, quibus conſtat ſuperſolidus aggregati laterum, æqualis eſt differentia quadratocuborum laterum.

Proponatur ſuperſolidus aggregati A+B. & quantitates ex quibus componitur multiplicentur per A—B differentiam laterum.

$$A_5 + 5A_4B + 10A_3B_2 + 10A_2B_3 + 5AB_4 + B_5$$

$$A_5 + A_4B + A_3B_2 + A_2B_3 + AB_4 + B_5$$

$$A - B$$

$$A_6 + A_5B + A_4B_2 + A_3B_3 + A_2B_4 + AB_5$$

$$-A_5B - A_4B_2 - A_3B_3 - A_2B_4 - AB_5 - B_6$$

$$A_6 \qquad -B_6$$

Dico producendam hac multiplicatione differentiam quadratocuborum laterum quod etiam in numeris experiri potes.

COROLLARIVM.

Differentia quadratocuborum diviſa per differentiam laterum, dat pro quotiente 6 plano ſolida quibus conſtat ſuperſolidus aggregati laterum.

PROPOSITIO L.

Theorema.

Productum ex Aggregato laterum in 6 planoſolida, quibus conſtat ſuperſolidus differentiæ æqualè eſt differentia quadratocuborum laterum.

Sit ſuperſolidus differentiæ A—B. eruntque 6 planoſolida ſeorſim ſumpta multiplicentur per A+B aggregatum.

$$A_5 - 5A_4B + 10A_3B_2 + 10A_2B_3 + 5AB_4 + B_5$$

$$A_5 - A_4B + A_3B_2 - A_2B_3 + AB_4 - B_5$$

$$A + B$$

$$A_5 - A_5B + A_4B_2 - A_3B_3 + A_2B_4 - AB_5$$

$$+A_5B - A_4B_2 + A_3B_3 - A_2B_4 + AB_5 - B_6$$

$$A_6 \qquad -B_6$$

Idem in numeris accidit.

COROLLARIVM I.

Differentia quadratocuborum laterum diviſa per aggregatum laterum,dat quotientem 6 plano ſolida ſemel ſumpta quibus conſtat ſuperſolidus, & viciſſim.

COROLLARIVM II.

Eadem eſt ratio aggregati laterum, ad diffe-

rentiam eorum, quæ 6 planoſolidorum, ex quibus conſtat ſuperſolidus aggregati. ad quinque planoſolida quibus conſtat ſuperſolidus differentiæ. eum enim idem ſit productum ex primo in quartum, qui ex ſecundo in tertium ita erit primus ad ſecundum, vt tertius ad 4.

COROLLARIVM III.

Ita ſunt 6 planoſolida quibus conſtat ſuperſolidus aggregati ad 6 planoſolida quib. conſtat ſuperſolidus differentiæ. vt 4 ſolida quibus conſtat cubus aggregati. ad 4 ſolida quibus conſtat cubus differentiæ, nempe vidimus ſupra hæc vltima ſe habere vt aggregatum laterum ad differentiam eorumdem.

Ex his aliquas concluſiones vniverſales deducemus ſeu leges.

LEX I.

Productum ex differentia laterum, in ſingularia homogenea, ſeu in ſemel ſumptas quantitates quibus conſtat aliqua poteſtas æquale eſt differentiæ poteſtatum immediate maiorum, id enim vidimus in ſingulis accidere.

LEX II.

Differentia poteſtatum diviſa per differentiam laterum, dat ſingulares quantitates quibus conſtat poteſtas inferior aggregati laterum & viciſſim.

LEX III.

Si Differentia poteſtatum aggregati & differentia laterum, dividatur per ſingularia homogenea quibus conſtat, poteſtas inferior aggregati, exhibebit pro quotiente differentiam laterum.

LEX IV.

Productum ex Aggregato laterum in ſingularia homogenea impatia quibus eunſtat poteſtas differentiæ laterum, æquale eſt aggregato poteſtatum proxime maiorum.

Productum verò ex aggregato laterum in ſingularia homogenea numero paria quibus conſtat poteſtas differentiæ laterum, æquale eſt differentiæ poteſtatum ordinis proxime ſequentis.

LEX V.

Si aggregatum, vel differentia poteſtatum dividatur per aggregatum laterum dabit pro quotiente ſingularia homogenea poteſtatis inferioris, ſed differentiæ.

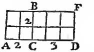
LEX VI.

Si par fuerit numerus quantitatum quibus conſtat poteſtas aggregati laterum, aut differentiæ; erit vt differentia laterum, ad aggregatum eorum ita quantitates quibus conſtat differentiæ poteſtas ad quantitates quibus conſtat aggregati poteſtas.

Poſſumus continuare ſuperiora Theoremata in ſequentibus poteſtatibus, ſed hæc modo ſufficiant.

Productio poteſtatum affectarum affirmate.

Poteſtatem non putam ſeu affectam voeamus eam cui adiungitur aliquid vt cum dicimus 1q + 1R eſt enim 1 quadratum, & ſimul rectangulum comprehenſum ſub radice ſeu latere quadrati & ſub 3. dicitur autem ille numerus 3. longitudo ſublateralis coefficiens, quia ſimul eum radice, coefficit totum rectangulum A F, comprehenſum ſub radice A C & coefficiente C D,



tanquam vnâ, & ſub radice C B. quare ſi per radicem etiam binomiam multiplices radicem + longitudine adiunctâ efficies rectangulum propoſitum. qua poſita explicatione.

PROPOSITIO LI.

Theorema.

Si fuerit radix binomia + longitudine ſublaterali coefficiente quadratum lateris primi, + duplo plano à latere primo in ſecundum, + quadrato lateris ſecundi, + plano à latere primo in coefficientem + plano a latere ſecundo in coefficientem æquatur quadrato aggregati laterum affecto adiunctione plani ſub dicto aggregato ſeu radice binomia in coefficientem.

Proponatur radix binomia A+B, cui adiungatur coefficiens longitudo C, ita vt fiat A + B + C. dico quadratum aggregati A+B, ſimul eum

$$
\begin{array}{l}
A + B + C \\
\quad A + B \\
\hline
A2 + AB + AC. \\
\qquad AB \qquad\quad B2.\ BC \\
\hline
A2 + 2AB + B2. + AC, + BC
\end{array}
$$

rectangulo ſub A+B & ſub C. æquari omnibus his planis. nam quadratum aggregati æquatur quadratis A & B & plano bis ſub A & B, Rectangulum ſub C, & A+B æquale eſt (*per* 1. 2.) rectangulis ſub A & C. & ſub B & C, quæ omnia patent ex multiplicatione.



Poſſunt item probari hâc figurâ, quadrato AB adiungitur rectangulum FH, erit ergo totum rectangulum ED æquale A2 + 2AB + B2 + rectangulis HL, LD ſeu planis AC, BC.

COROL.

COROLLARIVM.

Ex his facilè colliges quænam plana affectio addat, supta quadratum purum, addit enim planum sub primo latere & coefficiente longitudine, & planum sub latere secundo & coefficiente longitudine.

PROPOSITIO LII.

Theorema.

Si fuerit Radix binomia & coefficiens sublaterale planum cubus lateris primi, + triplo solido à q. lateris primi in latus secundum + triplo solido à q. lateris secundi in latus primum + cubo lateris secundi. + solido à latere primo in coefficiens planum + solido à latere secundo in coefficiens planum æqualis est cubo aggregati affecto adiunctione solidi sub aggregato laterum in planum coefficiens.

Cubus potest esse affectus, vel sub radice vel sub quadrato; vt verbi gratiâ proponatur æquatio 1c. + 12 R. = 608. dicitur ille cubus affectus adiunctione solidi sub latere seu radice binomiâ, & sub numero 12. qui intelligitur tanquam planum, eò quod generatio ipsa cubi, iam fiat quadrati in radicem. ponatur radix 5 + 3 cuius quadratus 64. cubus 512. solidum sub radice 8 & 12. est 96. dico affectionem istam addere cubo binomiæ radicis solidum sub 12. & sub 5. tum solidum sub 12. & sub 3.

$$A2 + 2AB + B2 + C\ pl.$$
$$A + B$$

$$A3 + 2A2\,B + AB2 + AC\ solidum$$
$$+ A2\,B + 2AB2 + B3. + BC\ sol.$$

$$A3 + A2\,B + 3AB2 + B3. + AC\ sol. + BC\ sol.$$

Quæ omnia meliùs probari non possunt quam multiplicatione Proponatur ergo quadratum binomiæ radicis, cui adiungatur C planum, quæ omnia per radicem binomiam multiplicentur & fient particularia solida, quæ suprà recensita sunt. hoc est præter cubum binomiæ radicis, addentur duo solida nempe solidum ex primo latere in planum propositum. tum solidum ex latere secondo in idem planum, hoc est vnicum solidum ex tota radice in planum propositum.

PROPOSITIO LIII.

Theorema.

Si cubus binomia radicis affectus sit adiunctione solidi sub quadrato adscitâ congruenter subquadratica longitudine, ille æqualis erit cubo lateris primi + triplo solido ex quadrato primi lateris, in latus secundum + triplo solido à q. secundi in latus primum + cubo lateris secundi + solido à q. lateris primi in assumptam longitudinem + solido à q. lateris secundi in assumptam longitudinem, + duplo solido a plano sublateribus in eamdem coefficientem longitudinem.

Proponatur radix binomia A + B. sitque eius cubus affectus adiunctione solidi sub quadrato v. g. proponatur hæc æquatio 1c. + 10q. clarum est q. radicis binomiæ constare quadratis laterum, & duobus planis sub lateribus, quæ omnia debent multiplicari per 10 longitudinem assumptam, quare hæc affectio præter cubum bioomiæ radicis, addet solidum sub quadrato lateris primi, & sub 10. + solidum sub q lateris secundi, & sub 10. + duplo solido ex plano sub lateribus comprehenso in loogitudioem 10. proponatur ergo quadratum binomiæ radieis quod multiplicetur per radicem auctam loogitudine C. producentur solida recensita.

$$A2 + 2AB + B2$$
$$A + B + C$$

$$A3 + 2A2\,B + AB2$$
$$A2\,B + 2AB2 + B3 \quad CA2 + 2CAB + CB2$$

$$A3 + 3A2B + 3AB2 + B3 + CA2 + 2CAB + CB2$$

PROPOSITIO LIV.

Theorema.

Qq binomia radicis affectus adiunctione plano-plani sub latere & adscito sub laterali coefficiente solido. Præter solida ex quibus ipse componitur, adiungit duo plano plana vnum ex latere primo in assumptum coefficiens solidum, alterum ex latere secundo in idem coefficiens solidum.

Proponitur cubus binomiæ radicis, affectus sub radice, vt si occurreret hæc æquatio 1qq + 20 R. = &c. intelligitur autem in tali casu numerus 20. adscititius esse solidus, quia quantitates, quas multiplicavit radix, vt qq produceret erant solidæ, erunt enim illæ omnes, quæ componunt cubum binomiæ radicis. si igitur cubo binomiæ radicis, addas solidum 20. pro quo pones C. & talem cubum & solidum, multiplices per radicem producentur omnes quantitates quæ componunt

$$A3 + 3A2\,B + 3AB2 + B3 + C$$
$$A + B$$

$$A4 + 3A3\,B + 3A2B2 + AB3 + AC$$
$$A3\,B + 3A2B2 + 3AB3 \qquad B4 + CB$$

$$A4 + 4A3\,B + 6A2B2 + 4AB3 + B4\ l + AC + BC$$

qq. & præterea duo plano-plana vnum ex latere primo, in adiunctum solidum aliud ex latere secundo, in idem adiunctum solidum.

PROPOSITIO LV.

Si quadratoquadratus binomia radicis affectus fuerit, sub cubo affirmatè, ille ex tali affectione præter quantitates ex quibus ipse componitur, adiunget totidem plano-plana orta ex multiplicatione singularum eius partium in adiunctam longitudinem.

Vt innotescat meliùs sensus huius propositionis, quæ vix alioquin intelligetur: proponatur æquatio 1qq + 4c. = &c. numerus 4 intelligitur quasi longitudo, quare si exponeretur cubus binomiæ radicis, multiplicari per radicem auctam numero

numero 4. primò radix multiplicando cubom produceret qq & numerus 4. multiplicando eumdem cubum produceret totidem plano plana, quot sunt quantitates in cubo binomiæ radicis.

$A + B$

proponatur radix $5 + 3$. seu 8. cuius cubus componitur ex A3. seu 125. ex 3A2B. seu ter 75. hoc est 225. ex 3AB2. seu ter quinquies 9. seu ter 45. hoc est 135. & B3 seu 27. hæc omnia propter affectionem multiplicari debent.

per $A + B + C$

$5 + 3 + 4$

Quare præter quadrato qtum orientur totidem plano-plana, quot sunt partes in cubo contenta, sub illis quantitatibus, & longitudine adiunctà 4. quare exponatur cubus qui per radicem & adiunctam, longitudinem C multiplicetur; orientur omnes quantitates quibus talis qq cum hac adiunctiooe æqualis est.

$$A3 + 3A2\,B + 3A\,B2, + B3$$
$$A + B + C$$

$$A4 + 1A3\,B + 3A2\,B2 + AB3$$
$$A3\,B + 1A2\,B2 + 1AB3 + B4.$$
$$CA3 + 3\,CA2\,B + 3CAB2 + CB3.$$

$$A4 + 4A3\,B + 6\,A2\,B2 + 4AB3 + B4. \mid + CA1 + 3\,CA2\,B + 3CAB2 + CB3.$$

PROPOSITIO LVI.

Theorema.

Si quadrato quadratus radicis binomia affectus fuerit duplici affectione, vnâ sub latere, alterâ sub quadrato adscitis sub laterali coefficiente solido, & subquadratico coefficiente plano; præter quantitates ex quibus quadrato quadratus componitur, sequentes adiunget plano planum à quadrato lateris primi, in coefficiens planum. + duplo plano plano, à plano sub lateribus in planum coefficiens + plano-plano à quadrato lateris secundi in coefficiens planum. + plano-plano à latere primo in coefficiens solidum. + plano-planoà, latere secundo in coefficiens solidum.

Proponatur quadratoquadratus affectus duplici affectione vt si occurrat æquatio 1qq + 10q + 3R. == &c. Primo quidem certum est quadratoquadratum bioomiæ radicis seclusâ omni affectione, continere quantitates omnes ex quibus componitur; nempe $A4 + 4A3B + 6A2B2, + 4AB3 + B4$. fiat quadratum binomiæ radicis cuius partes multiplicentur per D planum, fient $DA2. + 2DAB + DB2$. ponatur item radix binomia A & B quæ multiplicetur per 3. vocetur autem C fient CA, CB: : autem seu C vocetur solidum, quia radix multiplicando peculiaria solida ex quibus constat cubus, generat quadratoquadratum, vt eadem radix intelligatur multiplicare oumerum 1. dicitur 3 esse solidum.

PROPOSITIO LVII.

Theorema.

Supersolidus binomia radicis, affectus adiunctione plano plani sub latere, præter quantitates ex quibus componitur, addit plano solidum sub primo latere & plano-solidum sub secundo latere.

Proponatur æquatio 1 supers. + 5R. dico si intelligatur radix binomia moltiplicare quantitatea quibus constat qqtus, quibus adionctum sit plano planum 5 indicatum per C. Ex hâc multiplicatione, prodocentur, non tantum qoantitates ex qaibus coostat supersolidus; sed etiam planosolidus sub A & C. & plano-solidus sub B & C, quæ omnia penetratis terminis difficultatem non habent. nisi quæ ea propositione terminorum implicatorum oritur.

PROPOSITIO LVIII.

Theorema.

Si supersolidus affectus fuerit adiunctione cubi, adscitô subcubicô coefficiente plano. supersolidus præter quantitates proprias; ex tali affectione acquirit tot plano solida, quot sunt partes in cubo qua multiplicantur per adiunctum planum.

Proponatur radicis bioomiæ A + B supersolidus affectus cubô, adiunctó coefficiente plano, dico præter quantitates ex quibus supersolidus ipse componitur; addi ex tali affectione planosolida, quæ orientur ex multiplicatione partium cubi per tale planum adiunctum. vt si proponeretur hæc æquatio 1 supersol. + 3c. == &c. clarum est ex tali affectione omnes partes cubi multiplicandas esse per uumerum qui sigoificatur per C. quare habebimus A3 c pla. + 3A2B cpl. + 3AB2 C pl. + B3C pl. dicetur autem C potius planum, quam solidum, quia cum ex cubo ad supersolidum sit vnus gradus intermedius vt fiant quantitates homogeneæ supersolido; non debet fieri multiplicatio per simplicem longitudlnem, sed per planum quod io aliis etiam observandum, & hæc observatio, quæ meo iudicio non est magni momenti totam hanc doctrinam implicat. quamvis authores in ea huius doctrinæ mysterium reponere videantur.

PROPOSITIO LIX.

Quadratocubus affectus adiunctione sublateralis plani solidi coefficientis, præter quantitates quibus ipse constat, adiungit duo solido-solida, vnum contentum sub latere primo, & sub adiuncto plano-solido, alterum contentum sub latere secundo & eodem plano-solido.

Proponatur hæc æquatio binomiæ radicis 1qc. + 10R. dicetur numerus 10 sublarerale plano solidum, nempe vt multiplicatus per radicem efficiat aliquid

aliquid quod sit in codem gradu cum quadrato-cubo. clarum autem est quod si radix binomia, multiplicet numerum 10. qoi intelligitur tanquam planosolidum, otientur duo solidosolida, vnum contentum sub latere primo, & numero 10. alterum contentum sub latere secundô, & planó solidô 10. ergo constat propositio nempe eam affectionem addere duo solida; quantitatibus componentibus quadratocubum.

Genesis potestatum affectarum negatè, ex radice binomia.

Potestas affecta negatè ea est, cui adiungitur aliquid, quod de ipsa negatur, dicitur autem hæc negatio, multa.

PROPOSITIO LX.

Theorema.

Quadratum binomia radicis affectum multâ plani sub latere, adscitâ congruenter sublaterali coefficiente longitudine, æquale est omnibus suis partibus — plano ex latere primo in coefficientem longitudinem — plano ex latere secundo in eamdem coefficientem longitudinem.

Sit æquatio 1q. — 5R. dico hanc multam detrahere ex vno quadrato. scilicet ex quadratis laterum, & rectangulo bis comprehenso sub lateribus; duo rectangula. vnum comprehensum sub latere primo & 5; alterum comprehensum sub altero latere & eâdem longitudine 5. id autem quod generatur ex 5 in latus, est planum hoc est 5. intelligitur per modum longitudinis. vt cum radice efficiat aliquid homogeneum cum quadrato.

Erit igitur quadratum ita affectum æquale sequentibus quaotitatibus nempe si 5 denotetur littera C. $A^2 + 2AB + B^2 - AC - BC$.

Idem dicendum est de aliis potestatibus.

Vt si proponatur 1 c. — 3 q. istud 3) intelligitur tanquam longitudo, quæ multiplicando quadratum binomiæ radicis producit solida nempe quatuor, vnum comprehensum sub quadrato lateris primi & longitudine 3. alterum sub quadrato lateris secundi & sub longitudine 3. & duo alia sub rectangulo, laterum & longitudine 3. ita vt si 3 longitudo coefficiens subquadratica, significetur per litteram C. fiat talis cubus $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 - A^2C - 2ABC - B^2C$.

In ista verò 1 c. — 3 R. (τὸ 3.) intelligitur vt planum sublaterale, hoc est planum quod simul cum latere efficit aliquid homogeneum cubo. subtrahet autem hæc mulcta duo solida, ex A in C, & ex B in C.

Aliæ potestates hôc modô considerari possunt, vt affectæ variis multis in quibus non est vlla difficultas, nisi quæ oritur ex implicatione terminorum.

Eôdem modô ratiocinandum est, quoties potestas afficitur mixtim affirmatè & negatè, in quibus nulla est peculiaris difficultas.

PROPOSITIO LXI.

Theorema.

Genesis potestatum avulsarum.

Dicuntur potestates avulsæ, quæ à quantitatibus adiunctis subtrahuntur. vt 10 R. — 1 q. vt si binomia radix sit A + B & coefficiens C. sitque superior æquatio: & C. sit 10. ita scribere poteris planum $AC + BC - A^2 - 2AB - B^2$.

Pariter si hæc proponeretur 10 R. — a cubis esset radix binomia, radix A + C. diceres AC pl. + BC planum $- A^3 - A^2B - AB^2 - B^3$. & ita de reliquis.

A L G E B R Æ

LIBER SEXTUS.

Extractio Radicum ex potestatibus affectis.

PRÆSVPPOSITIS *iis quæ de potestatum generatione superiori libro tradidimus, facile methodum explicabimus educendi radices, ex potestatibus quomodocumque affectis, quod toto hoc libro suscipimus.*

PROPOSITIO I.

Problema.

Eductio radicis ex quadrato affecto sub latere.

PRoponatur hæc æquatio solvenda 1q. + 4 R. = 96 cuius quæritur radix, certum autem est quod radix in tali casu. non tantum ducitur in seipsam vt generet quadratum, sed etiam ducitur in 4:nam quadratum, & rectangulum comprehensum sub radice, & sub 4. æqualia sunt numero 96. producitur autem huiusmodi potestas affecta sub latere, si radix multiplicet & seipsam, & adiunctam longitudinem, vt si radix sit A + B, ponimus autem quasi esset binomia radix cui adiungatur C: multiplicetur per ipsam radicem AB producetur enim Aq + 2AB + Bq + AC, + BC. hoc est hæc affectio superaddet partibus ex quibus constat quadratum

dratum; rectangulum sub AC, & rectangulum sub BC.

$$\begin{array}{r} A + B + C \\ A + C \\ \hline + AB + Ba + BC \\ A2 + AB \qquad\qquad + AC \\ \hline A2 + 2AB + Ba + BC + AC \end{array}$$

Proponatur æquatio huiusmodi ex quâ extrahere debemus radicem quadratam, sitque 1q + 4R = 1152. proponatur homogeneum comparationis nempe Z separatum in quo signentur puncta, vt moris est in extractione radicis quadratæ. propo-

Z.	1152	
	1020	
Reliqnum	132	(32
Divisor	64	A + C
2 AB	120	
Ba	4	
BC	8	
Summa	232	

natur item æqoatio vt moris est in metbodo speciosa A2 + 2AB + Ba + BC + AC. = Z solidum & per antithesin habebimus 2AB + B2 + BC. = Z sol. — A2. — AC. hæc autem vltima æquatio ostendet praxin inveniendæ radicis, signatis punctis in Z solido. quære maximum quadratum primi membri 11. is erit 9. euius radix 3. habebis ergo 900 esse Aa. & A esse 30 fiat AC hoc est multiplica A seu 30. per coefficiens C seu 4. fit 120. qoi numerus additus quadrato 900. efficit summam D 1020 nempe Aa. & AC. hæc subtrahenda est ex Z. id ſtentibus signis — nempe — Aa — AC qui sunt in æquatione, restabit reliqoum 132. quod æquale est 2AB + B2 + BC. quæritur B, secundum scilicet latus, sumatur bis A fiet 60 cui adde C. seu 4 fit 64 divisor: invenio quotientem 2 fiat 2AB, B2 & BC. hoc est multiplica 2A seu 60 per B seu 2 fiunt 2AB 120. fiat quadratus quantitatis B seu 2, is erit 4. multiplica item C seu 4, per seu 2. habebis 8. adde hæc omnia exurget summa 132. quæ si subtrahatur ex reliquo 132. nihil relinquitur, quare radix erit 32. præcise.

Demonstratio. huius praxis habetur in 49 præcedentis libri.

PROPOSITIO II.

Problema.

Extractio Radicis ex quadrato affecto mulctâ plani sub radice, & coefficiente.

Proponatur æquatio 1q — 4R = 896. est quadratum è quo si subtrahas planum sub coefficiente 4 & radice, restat aliquid æquale numero 896 quæritur radix huius quadrati; oritur autem hæc potestas ita affecta, si binomia radix affecta mulctâ, multiplicetur per seipsam vt supra vidimus nempe si A + B — C multiplicetur per A + B: supponatur superior æquatio expressa hoc modo Aa + 2AB + B2 — AC — BC = Z sol. & per antithesin 2AB + Ba — BC = Z sol. + AC — Aa. sic enim concepta dabit praxin facilem ad inveniendam radicem. Sit ergo superior æquatio 1q — 4R = 896. sitque homogeneum comparationis Z. quod signetur punctis vt moris est in extractione radicis quadratæ. maximum quadratum quod reperitur in primo membro, est 4. cuius radix 2. quia tamen illi addi debet AC. sumatur radix paulo maior nempe 3 seu 30. fiatque AC seu 120. multiplicando 30 per coefficiens 4. quod planum AC addendum est id indicante signo —. fiat Aa. seu

Z	896	
AC	120	
Summa	1016	(32
— A2	900	
Reliquum	116	
Divisor 2A — C	56	
2AB	120	
Ba	4	
Summa	124	
Subtrahe BC	8	
Restat	116	

quadratum radicis 30 illud erit 900. subtrahendū cum id dicat signum —, sitque reliquum 116 = 2AB + B — BC. divide 2AB + B — BC per 2A — C. divisor ergo erit 2A — C. seu 56. & invenio secundum latus B, esse 2. fiat 2AB 120. adde Ba seu 4. summa erit 124. subtrahe BC seu 8. restabit 116. qui numerus cum sit æqualis reliquo superiori erit radix præcisè 32.

Si homogeneum comparationis haberet radicem trium cyphrarum, quærenda primo essent hac methodo duo prima latera, tum hæc duo per modum vnius assumenda ad quærendum tertium.

PROPOSITIO III.

Problema.

Extractio radicis quadratæ, ex plano sub radice, & coefficiente, affecto mulctâ quadrati

Proponatur æquatio 80R — 1q = 1344. fit autem huiusmodi affectio si longitudo — Radice multiplicetur per radicem vt si C — A — B multiplicetur per A + B. sitque æqoatio AC + BC. — A2 — 2AB — B2 = Z solidum & per antithesin BC — 2AB — Ba = Z sol. — AC + Aa cognoscimus autem in hac æquatione Z sol. seu 1344. & C. seu 80. scribatur separatim Z solidum quod

Z sol.	1344	
— AC	1600	
Reliqoum —	256	(24
+ Aa +	400	
Reliquum	144	
C	80	
— 2A	40	
Divisor	40	
AC	320	
— 2AB	160	
— B2	16	
Residoum	144	

signetur punctis vt moris est sitque maximum quadratum quod in eius primo membro reperitur 900. quia tamen subtrahendum est AC, assumatur minor nempe 400. cuius radix 2. seu 20. scribatur separatim, eritque

A

A = 20. & AC 1600. fiat ſobtractio reſtabit reliquum 256. fiat A2. ſeu 400 addenda, reſtabitque reſiduum 144. æquale BC — 2AB — B. fiat diviſor C — 2A erit 40. qui quidem ter tantom invenitor in reſiduo 144 quia tamen minuetur, poteſt aſſumi 4. fiat AC 320. Ex quo ſubtrahe 2AB ſeu 160. & B2 ſeu 16 & reſtabit 144. quod reſiduum cum æquale ſit reſiduo ſuperiori radix 24. erit exacta.

Torum artificium huius praxis in eo poſitum eſt, vt qoæratoꝛ numerus quadrarus qui ſubtractus fuerat à duobus planis, ſub coefficiente, & ſub duobus lateribus, à quo numero vbi innotuerit extrahitur radix, & additur homogeneo comparationis.

Methodus antiqua eſt quidem in hoc caſu facilior, hæc tamen viam aperit ad ſolvendas quæſtiones, aliâ methodô inſolubiles.

Notandum autem primò in hâc ſpecie æquationis hôc modô ſolvenda; iocidere quam plurimas difficultares, quia quadratum quod ſubtractom, ex plano ſub coefficiente & ſub radice comprehenſo aliquaodo maius eſt homogeoeo comparationis, nonnunquam minus ideoque per attentationem res peragenda.

Notandum ſecundò huiuſmodi æquationes duplicem habere radicem, quæ ſatisfaciat quæſtioni; quare ſi per radicem inventam dividas homogeneum comparationis; quotiens exhibebit aliam radicem, vt ſi dividas 1344. per 24 quotiens 56 ſatisfaciet etiam quæſtioni, vt ſuprà demonſtravimus, eamdem radicem maiorem habebimus, ſi minorem ex coefficiente ſubtraxerimus, vt ſubtractis 24 ex 80. remanet 56. quare duæ radices ſimul æquantur coefficienti.

DE CVBICIS ÆQVATIONIBUS.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Invenire radicem cubicam, cubi affecti adiunctione ſolidi ſub radice, & coefficiente plano.

Vidimus ſuperiori libro ſi proponatur æquatio 1c. + 4R. = 1776. hanc adiuoctiooem addere cubo binomiæ radicis, præter partes ex quibus componitur cubus, ſolidum ſub coefficiente 4. & ſub radice quæ cum ſit bioomia, dividi poteſt hoc ſolidum in duo ſolida, nempe ſub ſingulis lateribus, & cotfficiente comprehenſa, quod per multiplicationem manifeſtum eſt. prodocitur autem hæc affectio, ſi quadratum binomiæ radicis auctum plano quocumque, ducatur in radicem. Ex quibus deducemus methodum extrahendi radicem cubicam ex cubo ita affecto. Sir ergo æquatio 1c. + 4R. = 1776 expreſſa methodô ſpecioſâ A3 + 3A2B + 3AB2 + B3. + AC + BC = Z ſol. & per antitheſin habebitur 3A2B + 3AB2 + B3 + BC = Z ſol. — A3 — AC.

Proponatur homogeneum comparationis ſeu Z ſol. ſeparatum ſignatum punctis, vt ſolet in extractione radicis cubicæ. quæratoꝛ cubus ptimi puncti, oempe 1. ſeu 1000. eritque 1000. cuius radix cubica eſt 1 ſeu 10. babemus ergo primum latus ſeo A eſſe 10. fiat A3. ſeu cubus 1000 ſubtrabenda; fiat item AC 40. ſubtrahe bæc omnia eritque reſidoum 736. æquale omoibos quantiratibus contrapoſitis in æquatione qoæ poſſuot dividi per 3A2 + 3A + C vt inveniatur B; habebiſque diviſorem

Z ſol.	1776	
— A3	1000	
— AC	40	
Reſiduum	736	(12
+ 3A2	300	
+ 3A	30	
+ C	4	
Diviſor	334	
+ 3A2B	600	
+ 3AB2	120	
+ B3	8	
+ BC	8	
Summa	736	

ſorem 334. qui invenitor bis in 736. quare erit B ſecundum latus 2. fiant 3A2B ſeu 600. & 3AB2 120. item B3, 8, & BC 8. ſitque ſummæ 736 æqualis reſiduo quare exacta eſt radix 12.

PROPOSITIO V.

Problema.

Radicem cubicam educere ex cubo affecto multâ plani ſub radice.

Propooatur æquatio 1c. — 6R. = 13680. certum eſt cubum hunc, minoi ex tali affectione duobus ſolidis ſub coefficiente, & ſub ſingulis lateribus; eſt ergo æquatio A3 + 3A2B + 3AB2 + B3 — AC — BC = Z ſolidum & per antitheſin 3A2B + 3AB2 + B3 — BC = Z ſol. + AC — A3. Ex qoâ æquatione facile praxin educendæ radicis cubicæ eliciemus. proponatur enim ſeparatim homogeneum compatationis; ſeu Z ſol. quod punctis notetur, vt moris eſt in eductione radicis cubicæ, vt in membra diſtinguatur.

Z ſol.	13680	
+ AC	120	
— A3	8000	
Reſiduum	5800	(24
+ 3A2	1200	
+ 3A	60	
— C	6	
Diviſor	1254	
+ 3A2B	4800	
+ 3AB2	960	
+ B3	64	
— BC	24	
Summa	5800	

Maximus cubus primi membri eſt 8000 cuius radix 2 ſeu 20 ſcribatoꝛ, eritque A = 20. fiat AC ſeu 120. quod addatur fiat & A3. 8000 qui cubus ſubtrahatot, & reſiduum erit 5800. æquale cæteris quantitatibus contrapoſitis, nempe 3A2B + 3AB2 + B3 — BC. divide omnia per 3A2 + 3A — C vt habeas diviſorem 1254. per quem ſi dividas 5800. invenies 4 pro ſecuodo latere, quô cognitô efficies 3A2B 4800. & 3AB2 960. & B3, 64. — BC 24. eritque ſumma 5800 æqoalis reſiduo, beoe ergo conſtituta eſt radix 24. cum nihil relinquat.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Radicem cubicam extrahere proposito solido sub coefficiente, & radice affecto mulcta cubi.

Sit æquatio 6468 R. — 1. cubus = 186192. certum est si radix sit binomia a duobus solidis sub lateribus, & sub coefficiente comprehensis, detrahi huiusmodi abiunctione, omnes partes quibus constat cubus, nempe duos cubos laterum tria A2B & tria AB2. proponatur ergo æquatio secundum speciosam methodum AC + BC — A3 — 3 A2 B — 3 AB2 — B3 = Z sol. hæc autem abiunctio oritur si C pl. — A2 — 2 AB — B2. nempe minus quadrato binomiæ radicis multiplicetur per radicem A + B. hæc igitur æquatio per antithesin mutetur in hanc BC — 3 A2 B — 3 AB2 — B3 = Z sol. + A3 — AC. sic enim exhibet methodum extrahendæ radicis. Scribatur Z sol. separatim, signetúrque punctis secundum morem

Z sol.	186192	
+ A3	27000	
Summa	213192	
— AC	194040	
Residuum	19152	(36
C	6468	
— 3A2	2700	
— 3A	90	
divisor	3678	
B C	38808	
— 3A2 B	16200	
— 3AB2	3240	
— B3	216	
Residuum	19152	

quæratur maximus cubus in primo membro 186 contentus; invenio quidem 125. cuius latus est 5. quia tamen subtrahendæ sunt 6468 R. assumatur tantum 27. & eius latus 3. & quia in eo videtur esse difficultas quia huiusmodi æquationes sunt amphibolæ, homogeneum comparationis triplicatum dividatur per duplum coefficientis orietur longitudo maior minore radice, & minor maiore vt si homogeneum comparationis sit 186192. & triplicatum 558576. si inquam dividatur per duplum coefficientis 6468. seu per 12936. erit quotiens 43. minor ergo radix erit minor quam 43 & maior superabit 43. Experiamur an pro primo latere assumere possimus 3 seu 30. cuius cubus A3. 27000 addendus est. fiat AC, nempe multiplicando coefficientem seu numerum radicum 6468 per 30. erit AC 194040. subtrahendum & habebimus residuum 19152. æquale quantitatibus contrapositis in æquatione nempe BC — 3A2 B — 3AB2 — B3. fiat ergo divisor C — 3 A2 — 3A. eritque 3678. per quem si dividas residuum 19152. erit quotiens B 6. cognito B, perfice quantitates BC — 3 A2 B — 3 AB2 — B3. si ex BC subtrahas reliquas, restabit idem residuum 19152. ergo benè assumpta est proposita radix.

Quoties verò aggregatum ex cubo primi lateris, & comparationis homogeneo erit minus solido à coefficiente in primum latus, adhuc facilior erit operatio quæ in exemplo manifesta fiet proponatur æquatio 10000 R. — 1 c. = 383019. homogeneum triplicetur fiet 1149057. dividatur per 1000. duplum numeri radicum, erit quotiens 57. maior minore radice & minor maiore. erit æquatio vt prius AC + BC — A3 — 3A2 B — 3AB2 — B3 = Z sol. potestque per antitheses varias, ita mutari A C — A3 — Z sol. = 3A2 B + 3AB2 + B3 — B C. scribatur Z sol. seu comparationis homogeneum signetúrque punctis quæratur maximus cubus in primo membro contentus invenio 216. seu 216000. cuius radix 60. scribenda fiat A C seu 600000. è quo subtrahe Z sol. & A3. cum id dicant signa — erit residuum 981. æquale cæteris quantitatibus in æquatione positis nempe 3A2 B + 3AB2 + B3 — BC. fiat divisor 3A2 + 3A — C. vt invenias B eritque divisor 980. per quem si dividas residuum 981. fit quotiens 1. fiat 3A2 B 10800. + 3AB2 180. + B3 1. subtrahe C. 10000 restat residuum 981. æquale priori ergo radix erit 61.

AC	600000	
— Z sol.	383019	
— A3	216000	
Residuum	981	(61
+ 3A2	10800	
+ 3A	180	
— C	10000	
divisor	980	
+ 3A2 B	10800	
+ 3AB2	180	
+ B3	1	
— C	10000	
Residuum	981	

PROPOSITIO VII.

Problema.

Radicem cubicam extrahere ex cubo affecto sub quadrato.

Proponatur hæc æquatio 1 c. + 10 q. = 21875. certum est hunc cubum continere omnes partes quibus constat cubus binomiæ radicis, & præterea solida comprehensa sub singulis partibus quibus constat quadratus binomiæ radicis, & sub coefficiente. generatur autem si quadratus

A2 + 2AB + B2
A + B + C

+ A2C + 2ABC + CB2
A2 B + 2AB2 + B3
A3 + 2A2 B + AB2

binomiæ radicis multiplicetur, per radicem auctam coefficiente longitudine, quare habebitur sequens æquatio

æquatio in qua Z sol. est comparationis homogeneum Z sol. = A3 + 3Aa B + 3A B2 + B3 + A2 C + 2ABC + CBa & per antithesin 3Aa B + 3A B2 + B3 + 2ABC + CBa = Z sol. — A3 — Aa C. scribatur homogeneum comparationis, notandum punctis ex quo auferatur maximus cubus primi membri, quærcodo eius radicem 20. cuius quadratum 400. multiplicatum per numerum quadratorum 10. efficit AaC 4000. auferantur hæc omnia restat residuum 9875 æquale quantitatibus contrapositis vt in-

Z sol.	21875
—A3	8000
—AaC	4000
Residuum	9875 (25
3A2	1200
+ 3A	60
+ 2AC	400
+ C	10
Divisor	1670
+ 3A2 B	6000
+ 3A B2	1500
+ B3	125
+ 2ACB	2000
CB2	250
Summa	9875

veniatur B fiat divisor 3A2 + 3A + 2AC + C inveniesque 1670, per quem si dividas residuum 9875. invenies quotientem 5. neque enim nimis magnum assumere debes propter quantitates addendas. fiat 3A2 B 6000, & 3AB2 1500. & B3 125. & 2ABC 2000 & CB2 250. summa omnium 9875. æqualis est residuo superiori, ergo radix 25. est præcisa quod etiam probare poteris addendo cubum radicis 25, decem quadratis eiusdem.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Radicem cubicam extrahere cubi affecti mulctâ solidi sub quadrato, & coefficiente.

Proponatur æquatio 1 c — 4q = 10051. sitque radix eius binomia certum est cubum ita affectum esse æqualem, cubo lateris primi &c. nempe omnibus partibus quibus constat cubus, minus solidis comprehensis sub coefficiente 4. & singulis partibus quibus constat quadratus binomiæ radicis: generatur autem talis cubus, si

A2 + 2AB + B2
A + B — C

—A2C — 2ABC — CBa
+A2 B + 2A B2 + B3
A3 + 2Aa B + AB2

qoadratos radicis binomiæ multiplicetur per radicem imminutam aliqua longitudine, vt vides in exemplo. habes ergo sequentem, & per antithesin aliam, ex qua eliciemus methodum inveniendi radicem A3 + 3A2 B + 3ABa + B3 — A2C — 2ABC — CB2 = Z solidum 3A2 B + 3AB2 + B3 — 2ABC — CB2 = Z sol. + A2 C — A3. Scribatur homogeneum comparationis separatim, & distinguatur punctis, quæratur maximus cubus primi puncti 10. is erit 8. cuius radix 2. seu 20. invento hoc latere fiat A2 C & addatur, & subtrahatur A3, erit residuum 3651. æquale quantitatibus contrapositis in æquatione nempe 3A2 B + 3AB2 + B3 — 2ABC — CBa quæritur autem B fiat

Z sol.	10051
+ Aa C	1600
—A3	8000 (23
Residuum	3651
+ 3A2	1200
+ 3A	60
—2AC	160
— C	4
Divisor	1096
+ 3A2 B	3600
+ 5A Ba	540
+ B3	27
—2ACB	480
— CBa	36
Summa	3651

ergo divisor 3A2 + 3A — 2AC — C habebis divisorem 1096, per quem si dividas residuum 3651, erit quotiens 3. nempe B quo cognito fiat 3A2 B 3600 + 3AB2 540 + B3 27 — 2ACB 480 — CB2, 36. restabit 3651 æqualis priori residuo: ergo benè inventa est radix 23.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Educere latus cubi ex solido, sub quadrato & coefficiente, affecto mulctâ cubi.

Proponatur hæc æquatio 100 q — 1 c = 69632. extrahenda est radix cubica, hæc mihi videtur facile solubilis reducatur ad hanc per antithesin 100q = 69632 + 1 c. divide omnia per 100 fiet æquatio 1q = 696 $\frac{1c}{100}$. extrahe radicem quadratam numeri 696, primus numerus erit 2. seu 20. cuius cubus 8000. dividatur per 100, restat 80, qui numerus si addatur ad 696. fit 776, ex quo si extrahatur radix quadrata, erit primum latus 20, secundum 8. qoæ quidem radix falsa erit, poterit tamen ita corrigi fiat cubus radicis 28, is erit 21952. dividatur per 100, restabit 219. qui numeros addatur numero 696. fient 915, extrahatur de novo radix qoadrata primum latus erit 3. seu 30. cuius cubi 27000. centesima pars 270. addita homogeneo 696, fient 966. extrahatur radix quadrata erit 32. quam per attentatioοem eduximus methodô diversa ab ea quæ fundatur in analysi.

Hæc tamen aliâ viâ nobis invenienda est, proponatur ergo de novo hæc æquatio 100q — 1 c = 69632. clarum est quod si binomia sit radix, 100 q seu omnes & singulæ partes qoadrati binomiæ radicis centies sumptæ minus omnibus partibus qoibus constat cubus binomiæ radicis æquantur homogeneo comparationis: generatur autem hæc affectio si quadratum

 binomiæ

$$A2 + 2AB + B2$$

$$B — A — C$$

$$Z\ Sol. = CA2 + 2ABC + CB2 - A3 - 3A2B - 3AB2 - B3$$

binomiæ radieis moltiplieetur pet eoefficieotem minus radice: habes igitur æquationem & per antith. aliam $2ABC + CB2 - 3A2B - 3AB2 - B3 = Z\ Sol. + A3 - CA2$ scribatut separatim homogeneum eomparationis, distinctum puoctis ex more, quæratur maximus eubus in 69, is quidem esset 64. sed qoia aliquid detrahendum est; poterir esse 27. seu 27000. cuios radix est 30. A. fiat eubus A3 is erit 27000. addendus fiat CA2 est autem Aq 900. & C est 100. igitur CAa erit 90000. subtrahendum, eritque residuum 6632, æquale cæteris quantitatibus, nempe $2ABC + CB2 - 3A2B - 3AB2 - B3$.

Z Sol.	69632
+ A3	27000
— CA2	90000 (32
Residuum	6632
+ 2AC	6000
+ C	100
— 3A2	2700
— 3A	90
Divisor	3310
2ACB	12000
+ CB2	400
— A2 B	5400
— 3ABa	360
— B3	8
Summa	6632

& quæritur B fiat ergo divisor $2AC + C - 3A2 - 3A$ habebisque divisorem 3310. per quem si dividas residuum 6632. habebis 2. pro quotiente. Erit igitur B, 2. fiat 2ACB 12000 + CB 400. — 3Aa B 5400 — 3AB2 360 — 8. firque summa 6632. æqualis residuo quare proba est radix 32.

Si plures essent, qoàm duo eharacteres in radice, ad inveniendum tertium, duo priores per modum voius assumi deberent, & fieri primum latus repetitis iisdem operationibus.

PROPOSITIO X.

Problema.

Radicem quadratoquadratam qqti affecti adiunctione plano plani sub latere, & coefficiente invenire.

Propooaror æqoatio $1\ qq + 30R = 1420091$, io qua nempe qqrus afficitur adiunctiooe plano-plani, sub latere, seo radice, & coefficiente solido nempe 30. quod dicitur esse solidum, vt sie eiusdem rationis, eum aliis quaotitatibus, quæ multiplicatæ pet radicem, componunt quadratoquadratum, certom autem est quadratoquadratum binomiæ radicis ita affectum, habere omnes partes quibus constat quadtatoquadratus, & insupet ex tali affectione, habere duo solida sub toefficiente, & sub duobus nominibus tadicis, nempe si radix sit A + B, & coefficiens sit C. constabit hie qdtoqdtus bis partibus $A4 + 4A3 B + 6A2 B2 + 4AB3 + B4 + AC + BC$ qoare æquatio poterit esse $- 4A3B + 6A2B2 + 4AB3 + B4 + BC = Z\ sol.\ A4 - AC$ ideoque si ex eomparationis homogeneo subtrahas A4 & AC. reliquom erit æquale teliquis quantitatibus $4A3 B + 6A2B2 + 4AB3 + B4 + BC$. & pro divisore assumes omnia A & C.

Ex quo vides praxio bane esse vniversalem, & valere pro omnibus potestatibus quomodocumque affectis. Proponatur ergo homogeneom comparatioois 3420091. è quo edueenda radix quadrata, scribator tale homogeneum separatim, tum punctis notetur, relictis tribus sedibus vacuis atque ita primi membri 342. quæratur maximus quadratoquadratus is erit 256. cuius radix 40. sctibatur in lineola.

Z pl. p.	3420091
— A4	2560000
— AC	1200
Residuum	858891
+ 4A3	256000 (43
+ 6Aa	9600
+ 4A	160
+ C	30
Divisor	265790
+ 4A3B	768000
+ 6A2B2	86400
+ 4AB3	4320
B4	81
CB	90
Summa	858891

Fiat lateris A seu 40. qqtos seu A4; erit 2560000. sobtrahendos, fiat item AC, multiplicando A seu 40. per coefficientem 30. eritque A C 1200. vtrumque subtrahe propter signa — eritque residuum 858891 æquale reliquis quantitatibus in æquatione positis, nempe $4A3 B + 6A2B2 + 3ABa + B4 + BC$. sit divisor $4A3 + 6A2 + 3A + C$, nempe aggregatum harum quantitatum seu 265790. per quem numerum, si dividas residuum 858891. invenies B qootientem seu 3.

Cognitô latere seeundo B, persiee propositas quantitates quales babes in figura, inveniesque summam æqualem proposito residuo quare concludes bene constitutam esse radicem 43.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Radicem quadratoquadratam eruere ex quadratoquadrato affecto mulctâ plani sub coefficiente solido, & radice.

Sit æquatio 1qq — 5nR ⩵ 2416651. certum autem est qqdtum affectum huiusmodi mulcta habere omnes partes quibus constat qqdius binomiæ radicis — duobus planoplanis sub singulis lateribus radicis, & sub coefficiente 50. generatur autem talis affectio si cubus imminutus solido aliquo per radicem multiplicetur.

Habebitur æquatio A4 + 4A3 B + 6A2B2 + 4AB3 + B4 — AC — BC & per antithesin 4A3B + 6A2B2 + 4AB3 + B4 — BC ⩵ Z ppl. + AC — A4.

Z pp.	3416651	
+ AC	2000	
— A4	2560000	(43
Residuum	858651	
4A3	256000	
+ 6A2	9600	
+ 4A	160	
— C	50	
Divisor	265710	
+ 4A3 B	768000	
+ 6A2B2	86400	
+ 4AB3	4320	
+ B4	81	
— BC	150	
Summa	858651	

In hac æquatione fundabis praxin inveniendæ radicis quære qqtum maximum primi membri 341. is erit 256, cuius radix 40. scribe 40. in lineola fiat AC multiplicando 40. per coefficientem 50 habebis 2000. addenda, propter signum + subtrahe A4, 2560000. habebis residuum 858651. æquale reliquis quantitatibus in æquatione positis nempe 4A3B + 6A2B2 + 4AB3 + B4 — BC eritque divisor 4A3 + 6A2 + 4A — C seu 265710. per quem si residuum dividas; erit quotiens B, 3. quô cognitô fiat 4A3 B 768000. + 6A2B2 86400 + 4AB3 4320 + B4 81 — BC 150. summa erit 858651. æqualis priori residuo; ergo legitima est radix 43 quam poteris examinare. si nempe ex qqto numeri 43. subtrahas productum ex 43. in 50.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Invenire radicem quadratoquadratam, propositâ planoplanô sub radice binomia, & coefficiente affecto mulctâ quadratoquadrati eiusdem radicis.

Sit æquatio 1000000 R — 1qq ⩵ 39581199. sitque radix binomia certum est hoc planoplanum sub coefficiente 1000000. & radice, multatum qqto eiusdem radicis esse æquale duobus planoplanis comprehensis sub coefficiente 1000000. & sub partibus propositæ radicis, minus partibus omnibus quadratoquadrati eiusdem radicis; habetur ergo æquatio posito quod primum nomen radicis sit A. secundum B. C coefficiens comparationis homogeneum Z ppl. erit æquatio AC + BC — A4 — 4A3 B — 6A2B2 — 4AB3 — B4 ⩵ Z ppl. vel per antithesin BC — 4A3B — 6A2B2 — 4AB3 — B4 ⩵ Z ppl. + A4 — AC.

Z ppl.	39581199	
+ A3	2560000	
— AC	40000000	
Residuum	2141199	(43
+ C	1000000	
— 4A3	256000	
— 6A2	9600	
— 4A	160	
Divisor	734240	
+ CB	3000000	
— 4A3 B	768000	
— 6A2B2	86400	
— 4AB3	4320	
— B4	81	
Summa	2141199	

Scribatur comparationis homogeneum separatim signeturque punctis: quæratur maximus quadratoquadratus primi puncti 25600000. cuius radix 40. fiat item AC multiplicando primum latus 40. inventum per C coefficientem 1000000, adde A4 subtrahe A C habebis residuum 2141199. æquale reliquis quantitatibus æquationis nempe BC — 4A3B — 6A2B2 — 4AB3 — B4 fiat divisor B. C — 4A3 — 6A2 — 4A eritque 734240. qui invenitur in residuo ter, scribe ter in quotiente habebisque B esse 3. quare CB, erit 3000000. — 4A3B 768000. — 6A2B2 86400 — 4AB3 4320 — B4 81. summa æqualis residuo ergo bene: constituta est radix 43.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Invenire Radicem quadrato-quadratam quadrato-quadrati affecti adiunctione plano plani sub cubo, & coefficiente plano.

Proponatur æquatio 1qq + 10c = 436016. clarum est si sit binomia radix, continentur in eo propter hanc notam 1qq. omnes quantitates ex quibus constat binomiæ radicis qqtus. & propter hanc particulam + 10 c. continet omnes partes, quibus constat cubus binomiæ radicis multiplicatas per 10. scilicèt coefficiens: generatur autem talis qqtus si cubus multiplicetur per radicem auctam coefficiente. sit vnum nomen Radicis A, secundum B, coefficiens C. habebitur hæc æquatio A4 + 4A3 B + 6A2 B2 + 4AB3 + B4 + CA3 + 3CA2 B + 3CAB2 + CB3 = Z ppl. per antithes. 4A3 B + 6A2 B2 + 4AB3 + B4 + 3CA2 B + 3CAB2 + CB3 = Z ppl. — A4. — CA3.

Hâc æquatione educes facile radicem quadratoquadratam si primò ex homogeneo comparationis subtrahas A 4. seu quadratoquadratum lateris primi, tum CA seu planoplanum sub coefficiente, & sub latere primo, residuum erit æquale omnibus quantitatibus æquationis, quare vt facias divisorem, assumes omnia A & C. nempe 4A3 + 6A2 + 4A + 3CA2 + 3CA.

Z ppl.	470016
— CA3	80000
— A4	160000
Residuum	230016 (24
+ 4A3 —	32000
+ 6A2	2400
+ 4A	80
+ 3CA2	12000
+ 3CA	600
+ C	10
divisor	47090
+ 4A3 B	128000
+ 6A2 B2	38400
+ 4AB3	5120
+ 3CA2 B	48000
+ 3CAB2	9600
B4	256
CB3	640
Summa	230016

Quare proposita æquatione 1qq. + 10 c. = 470016. scribatur homogeneum. distinguatur punctis quæratur maximus qquadratus primi puncti 47. multò tamen minor sumatur, quia subtrahendum etiam est C A 3. sit ergo qqtus 160000. cuius radix 20. scribenda: fiat item CA3. A3 erit 8000. & cum coefficiens sit 10. fiet CA3 80000. subtrahe vtrumque propter signa — habebis residuum 230016. æquale cæteris quantitatibus 4A3 B + 6A2 B2 + 4AB3 + B4 + 3CA2B + 3CAB2 + CB. quæritur autem B, quare fiat divisor assumptis omnibus A & C. nempe coalesceet divisor 4A3 + 6A2 + 4A + 3CA2 + 3CA + C. habebisque divisorem 47090. per quem si dividas residuum 230016. habebis 4. pro quotiente, seu pro secundo latere B; quô cognitô perfice cæteras quantitates 4A3 B + 6A2B2 + 4AB3 + B4 + 3CA2 B + 3CAB2 + CB. & fiet summa 230016. quæ cum sit æqualis residuo Radix 24. est legitima.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Educere radicem qquadratam qqdti, affecti multa planoplani comprehensi sub cubo, & sub coefficiente.

Proponatur æquatio 1 qq. — 10 c. = 193536. quæritur valor radicis. est igitur 193536 qqdtus minus 10 cubis. hoc est ex quaddto si omnes partes cubi multiplicatas per 10. subtrahas deber restare tale homogeneum. producitur autem qqdtus ita affectus si cubus binomiæ radicis ducatur in radicem binomiam, affectam multa & factà multiplicatione habebitur æquatio sequens A4 + 4A3 B + 6A2 B2 + 4AB3 + B4 — CA3 — 3CA2 B — 3CAB2 — CB4 = Z ppl. vel 4A3 B + 6A2 B2 + 4AB3 + B4 — 3CA2 B — 3CAB2 — CB4 = Z ppl. + CA3 — A4.

Z ppl.	193536
+ CA3	80000
— A4	160000
Residuum	113536 (24
+ 4A3	32000
+ 6A2	2400
+ 4A	80
— 3CA2	12000
— 3CA	600
Divisor	21890

Scribatur homogeneum comparationis, & distinguatur punctis, quæratur primum latus A, seu primus character est autem maximus qqdtus 160000 cuius latus 20. quô cognito latere, fiat CA3. nempe cubus lateris 20 qui est 8000. multiplicetur per coefficientem C seu 10. addatur CA3 propter signum + & subtrahatur A4. habebis residuum 113536. æquale cæteris quantitatibus in æquatione positis. vt habeas secundum latus B. assume pro divisore 4A3 + 6A2 + 4A — 3CA2 — 3 C A; habebisque divisorem 21890. per quem si dividas 113536. erit quidem quotiens 5. sed propter cæteras quantitates assumatur tantum 4. eritque B 4.

Invento B perficiantur cæteræ quantitates in Æquatione positæ nempe 4A3B + 6A2 B2 + 4AB3 + B4 — 3CA2 B — 3CAB2 — CB3. fiet summa 113536. quæ cum sit æqualis residuo erit radix 24 bene constituta.

+ 4.

+ 4A3 B	128000
+ 6A2B2	38400
+ 4AB3	5120
+ B4	256
— 3CA2 B	48000
— 3CAB2	9600
— CB3	640
Summa	113536

PROPOSITIO XV.

Problema.

Extrahere radicem qqdtam, proposito planoplano sub cubo, & coefficiente multato qqdto binomia radicis.

Sit proposita æquatio 80. C — 1qq = 25852159. sitque homogeneum comparationis æquale 80. cubis — 1. qq, hoc est planoplanum sub cubo & coefficiente 80. multatum qqdto, certum est tale planoplanum continere omnes partes cubi ductas in 80, minus omnibus partibus qqdti: generatur autem tale planoplanum si cubus binomiæ radicis multiplicetur per coefficientem multatum radice binomia, quare facta multiplicatione habetur hæc æquatio in qua C est coefficiens A & B partes radicis. CA3 + 3CA2 B + 3CAB2 + CB3 — A4 — 4A3 B — 6A2B2 — 4AB3 — B4 Z ppl. per antith. 3CA2 B + 3CAB2 + CB3 — 4A3 B — 6A2B2 — 4AB3 — B4 = Z ppl. + A4 — CA3. quare proposito comparationis homogeneo, & punctis distincto, quæres primum latus radicis: seu A latus scilicèt maximi qqdti; addes autem A4. seu maximum quadratoquadratum, & subtrahes CA3, seu cubum lateris inventi ducti in coefficientem, habebisque residuum æquale reliquis quantitatibus in æquatione positis. Vt invenias secundum latus B. debes instituere divisionem residui per omnia A & C æquationis, nempe 3CA2 + 3CA — 4A3 — 6A2 — 4A & habebis divisorem, per quem si dividas residuum; invenies quotientem B inventô B perficies omnes quantitates æquationis; quæ simul sumptæ adæquare debent residuum.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Qqtus affectus adiunctione quadrati reducitur ad æquationem quadrati affecti sub radice & coefficiente.

Proponatur æquatio 1 qq + 20 q = 96. dico hanc æquationem reduci ad hanc 1q + 20 R = 96. ita tamen vt numerus qui invenietur sit quadratus, hoc est à radice inventa, sit vlteriùs eruenda radix quadrata.

Nam cum quadratoquadrati radix sit quadratus ipse, verum erit quod si qqdtus consideretur vt simplex quadratus, quadratus erit eius radix: ergo verum est quod positâ hàc æquatione 1 qq + 20 q = 96, erit hæc etiam vera 1q + 20 R = 96. intelligendo scilicèt non de radice, quæ est in quæstione, sed de radice quæ est quadratus radicis quæsitæ, ideoque addidi eruendam esse vlterius radicem quadratam, vt si posita R 2. verum est qqtum 16. + 20 q seu vigesies 4. æquari 96; verum etiam erit sumendo 16. pro quadrato & quadratum 4 pro radice, quod 1q & 20 R. æquantur 96: sed illa radix non est quæsita, ideoque vlteriùs dixi eruendam radicem.

Idem accidit in aliis casibus ideoque hæc regula generalis dari potest: quoties termini æquationis ita se habent vt eorum exponentes sint arithmeticè proportionales toties resolutio quadratica locum habet vt in hoc exemplo exponentes sunt 4. 2. 0. isti etiam 6. 3. 0. vt si detur hæc æquatio 1 q c + 10 c = 200. si primus numerus pro simplici quadrato sumatur eius radix erit cubus, ergo hæc æquatio legitima erit 1q + 10 R = 200. sed ex radice vlteriùs eruenda erit radix cubica, hæc enim radix est cubus radicis quæsitæ.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Solutio omnium aliarum æquationum.

Ex superiùs explicatis methodum colligere possumus extrahendi radices ex omnibus potestatibus quomodocumque affectis, possumus enim multiplicare radicem A + B & habere omnes quantitates quibus constant huiusmodi quantitates, & consequenter excogitare methodum extrahendi radices, quia autem potestates in infinitum augeri possunt & vsum non habent vlterius non immorabor.

Vt Tyrones se exerceant præcipue in speciosa nonnulla exempla ex Vietæ Zeteticis eorum captui accommodata trado.

ALGEBRÆ

LIBER SEPTIMVS.

Exempla ſecundum methodum ſpecioſæ Algebræ.

PROPOSITIO I.

Problema.

Datâ differentia & aggregato laterum latera invenire.

SIt D 100. aggregatum laterum, B 40. eorum differentia, quæruntur latera ſeu quod idem eſt numerum 100, dividere in duos numeros, quorum differentia ſit 40. latus minus ſit A, latus maius erit $A + B$. & aggregatum erit $2A + B$ quod dicitur eſſe D, ergo habemus æquationem $2A + B = D$ & per antitheſin $2A = D - B$, & dividendo $A = \frac{1}{2}. D - \frac{1}{2}. B$ dimidium D eſt 50. dimidium B eſt 20. ſubtrahe 20. ex 50. reſtat A eſſe 30. & conſequenter maius latus eſſe 70.

PROPOSITIO II.

Problema.

Datâ differentiâ laterum, & ratione eorumdem invenire latera.

Sit data differentia B. 12. ratio laterum vt R 2, ad S 3. invenienda ſint latera, ſeu quod idem eſt invenite numeros in ratione 2. ad 3, quorum differentia ſit 12.

Ponatur minor eſſe A, maior erit $A + B$ quare A ad $A + B$ ſe habebit vt R ad S. quare rectangulum ſub mediis æquabitur rectangulo ſub extremis erit ergo $AS = AR + BR$. & per antitheſin erit æquatio $AS - AR = BR$. omnibus diviſis per $S - R$. erit æquatio $A = \frac{BR}{S-R}$ quare cum BR ſit 24. & $S - R$. ſit 1. dividendo 24. per 1. fit $24 = A$. minus latus, & cum maius ſit $A + B$ erit 36, quare 12. & 36. ſatisfaciunt quæſtioni.

Vel latus maius eſto E, latus minus erit $E - B$ eritque E ad $E - B$ vt S ad R. & pariter erit æquatio $ER = SE - SB$. & per antitheſin $SB = SE - ER$. divide omnia per $S - R$. reſtabit $\frac{SB}{S-R} = E$. SB eſt 36 $S - R$ eſt 1. divide 36. per 1. reſtat 36. pro maiori & $E - B$ ſubtrahe B 12. ex 36. reſtat 24.

PROPOSITIO III.

Problema.

Data ſumma laterum, & eorumdem ratione latera invenire.

Sit G ſumma laterum ſeu 60; ſitque ratio vt R 2 ad S 3. invenienda ſint latera, ſeu quod idem eſt numerus 60, dividendus ſit in duos numeros quorum ratio ſit vt 2. ad 3.

Latus minus ſit A, maius erit $G - A$. ſed dicuntur ſe habere vt R ad S. ergo planum ſub extremis æquatur plano ſub medij, erit ergo $AS = GR - AR$. & per antitheſin $AS + AR = GR$. divide per $S + R$. erit æquatio $A = \frac{GR}{S+R}$ GR eſt 120. $S + R$ eſt 5. divide 120. per 5. erit A minus latus 24, maius $G - A$ $60 - 24$. erit 36.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Datis duobus lateribus deficientibus à iuſto vnà cum ratione defectuum, invenire latus iuſtum ſeu datis duobus numeris, invenire duos alios in data ratione, qui iuncti prioribus eamdem ſummam faciant.

Sint data duo latera deficientia à iuſto, hoc eſt ab eôdem, ſintque B 76. & D. 4. ſitque ratio defectuum vt R, 1. ad S. 4. hoc eſt numeri illis addendi ſe habeant vt 1. ad 4. defectus primi ſit A, hoc eſt numerus addendus numero B, vt fiat ſumma quæſita ſit A, eritque hæc ſumma $B + A$. eſt autem vt R ad S, ita A ad defectum ſecundi ſeu ad numerum, qui addendus eſt ſecundo D, vt fiat eadem ſumma, fiat ergo vt R ad S ita A ad $\frac{SA}{R}$ quare $D + \frac{SA}{R} = B + A$ multiplica omnia per R. fiet $DR + SA = BR + RA$. transfer BR. & SA. erit æquatio $DR - BR = RA - SA$ ſunt autem hic duo rectangula æqualia nempe contentum ſub $D - B$, & R. & aliud ſub A & $R - S$ fiat $R - S$ prima & A vltima erit vt $R - S$ ad $D - B$, ita R ad A multiplica ergo $D - B$ per R. & productum divide per S. $R - D - B$ eſt 72, R eſt 1. ideoque productum eſt 72. $R - S$ eſt 3. divide ergo 72. per 3. habebis A 24. qui numerus additus ad B 76. efficit 100. quater item 24. eſt 96, qui numerus additus ad D 4 efficit 100.

Vel

Vel ſit ſumma quæſita A. erit $A - B$ defectus primi ſeu numerus addendus ad B vt fiat A. pariter $A - D$ erit defectus ſecundi, eſt ergo vt R ad S, ita $A - B$ ad $A - D$, ergo factum ſub extremis, æquatur facto ſub medijs, quare $SA - SB = AR - RD$. transferatur SB, & AR. Erit $SA - AR = SB - RD$. $S - R$ dividat omnia, erit æquatio $A = \frac{SB - RD}{S - R}$ eſt autem SB 304 — RD ſubtrahe 4 fiunt 300. $S - R$ eſt 3. divide 300. per 3. erit A 100.

PROPOSITIO V.

Problema.

Datis duobus lateribus excedentibus iuſtum & ratione exceſſus, invenire latus iuſtum. Seu è datis duobus numeris, duos numeros in data ratione ſe habentes ſubtrahere, ita vt eadem ſumma remaneat.

Sint data latera B 60. & D. 40. Ratio exceſſuum ſeu numerorum ſubtrahendorum ſit vt R. 3. S. 1. ſit exceſſus primi A. ergo $B - A$ erit ſumma illa quæ fiet ſubtractô illo exceſſu, ſeu erit latus iuſtum cum autem vt R ad S ita exceſſus primi A ad exceſſum ſecundi is erit $\frac{AS}{R}$ qui ſi ſubtrahatur ex ſecundo, fiatque $D - \frac{AS}{R}$ habebitur eadem ſumma, habemus ergo æquationem $B - A = D - \frac{AS}{R}$ ducantur omnia in R. fiet æquatio $RB - AR. = DR - AS$ & tranſlatis per antitheſin AS & AR. $RB + AS = DR + AR$. & tranſlatis iterum BR, & DR. erit æquatio $DR - BR = SA - RA$ quarum cum rectangula ſint æqualia, eſt autem primum comprehenſum ſub $D - B$ & R, aliud ſub $S - R$, & A quare poterit $S - R$ eſſe prima, R ſecunda, $D - B$ tertia & A quarta $S - R$ eſt 2. & R eſt 3. $D - B$ ſeu $B - D$ eſt 20. ergo A eſt 30. quo ſubtracto ex 60. fit 30. erit ergo exceſſus ſecundi 10. quô ſubtractô ex 40, fit etiam 30.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Datis duobus lateribus, vno deficiente à iuſto, altero iuſtum excedente, vnà cum ratione defectus ad exceſſum: invenire latus iuſtum.

Sint data duo latera B 60, deficiens à iuſto, & D 180. excedens iuſtum, ita vt ratio exceſſus ad defectum ſit vt S. 5. ad R. 1. quæruntur ergo duo numeri in ratione 5. ad 1, quorum primus ſubtractus à 180, & ſecundus additus ad 60, eandem ſummam efficiant.

Defectus ſit A ergo $B + A$ erit ſumma quæ quæritur, eſt autem defectus ad exceſſum vt R ad S fiat ergo vt R ad S. ita A ad $\frac{SA}{R}$ quô ſublatô ex D, fiet $D - \frac{SA}{R} = B + A$, & omnibus ductis in R, fiet $RD - SA = BR + RA$ & tranſlatis per antitheſin SA & BR, fiet æquatio $DR. - BR = SA + RA$. cum autem duo plana $D - B$ in R & $S + R$ in A æqualia ſint, duæ primæ quantitates poterunt fieri mediæ, eritque $S + R$ ad R ſicut $D - B$ ad A. eſt autem S. 5. & R 1. $D - B$ 120. fiat ergo vt 6. ad 1. ita 120. ad A, eritque A 20. & exceſſus erit 100 ſi ergo ſubtrahas 100. ex 180. reſtabit 80. ſi ad 60. addas 20. fiet 80.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Datum latus ita ſecare, vt præfinita vncia vnius ſegmenti, addita ad præfinitas vncias alterius ſegmenti, æquent ſummam præſcriptam.

Sit datum latus B ſeu 60 ita ſecandum, vt vna tertia pars primi ſegmenti addita quintæ ſecundi ſegmenti faciat ſummam 14. ſeu H.

Sit tertia pars primi ſegmenti A. eritque quinto ſecundi $H - A$ eritque primum ſegmentum 3A, & ſecundum $5H - 5A$, addantur hæc ſimul fiet totum $B = 5H - 2A$ & per antitheſin $2A + B = 5H$: & $2A = 5H - B$ eſt autem H 14. & 5H, eſt 70 — B ſeu 60. erit $2A = 10$. ſeu $A = 5$. minus ergo ſegmentum erit 15. cuius tertia 5. vna cum quinta maioris ſegmenti 45. quæ eſt 9. efficiunt 14.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Datum latus ita ſecare, vt præfinita vncia primi ſegmenti, multata præfinitis vnciis ſecundi efficiant ſummam datam.

Sit latus B 84, ita ſecandum in duo ſegmenta, vt ſi tertiam partem primi ſubtrahas ex quarta ſecundi fiat H. 7. ſit tertia pars primi ſegmenti A, & ipſum primum ſegmentum erit 3A. quarta ſecundi erit $H + A$, & ipſum ſecundum ſegmentum $4A + 4H$ addantur ſimul, fient $7A + 4H$ æquale B & $7A = B - 4H$ divide per 7. erit æquatio $A = \frac{B - 4H}{7}$ B autem eſt 84, minus 4H ſeu 28. fit 56 divide per 7. fiet $A = 8$. nempe tertia pars primi, & primum 24. ſecundum 60.

E cuius quarta parte 15, ſi auferas 8. tertiam partem primi reſtabunt 7.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Invenire duo latera, quorum differentia ſit ea quæ præſcribitur, & præfinita vncia vnius, adiecta præfinitis vnciis alterius æquent ſummam præſcriptam.

Sit differentia laterum ſeu numerorum inveniendorum B 84. & tertia vnius cum quadrante alterius efficiant H 98.

Sit tertia pars minoris numeri A, & ipſum 3A. eritque maior $3A + B$. Erit tertia pars minoris A, & quarta maioris $H - A$, & maior $4H - 4A$, ſed idem maior erat $3A + B$ ergo erit æquatio $3A + B = 4H - 4A$. ſubtrahe 3A erit æquatio $B = 4H - 7A$ & $7A = 4H - B$. divide per 7 erit $A = \frac{4H - B}{7}$. multiplica 98. per 4. fient 392. ſubtrahe B ſeu 84. reſtabit 308. divide per 7. fiet $A = 44$. fietque minor 132. cui ſi addas B 84. erit 216. maior: minoris tertia eſt 44 maioris quadrans 54. ſumma erit 98.

PROPOSITIO X.

Problema.

Invenire duo latera, seu duos numeros quorum differentia sit data, & præfinitæ vncia vnius multata præfinitis vnciis alterius, determinatam summam efficiant.

Sit B, 12. differentia duorum numerorum: ita vt tertia pars primi numeri multata quartâ parte secundi relinquat H 9.

Sit tertia pars primi numeri A. eritque primus numerus 3A secundus numerus erit $3A - B$ si primus supponatur maior numerus eritque quadrans eius $\frac{3A - B}{4}$ mulctetur tertia pars primi, quarta parte secundi, fiet $A - \frac{3A - B}{4} = H$ multiplica omnia per 4 fiet æquatio $4A - 3A + B = 4H$. seu $A + B = 4H$ & $A = 4H - B$, sed 4H est 36. aufer B 12 restat $A = 24$ & primus numerus 72. secundus $3A - B$ erit 60. cuius quadrans 15. si ergo ex 24. triente primi, subtraxeris 15. quadrantem secundi restabit H seu 9.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Datô rectangulô sub lateribus, & ratione laterum invenire latera, seu invenire duos numeros in data ratione qui in se ducti efficiant numerum propositum

Sit B planum 20. cuius latera quærontur, in ratione R 1. ad S. 5. sit maius latus A, quia latera se habent vt R ad S. aut si maius ponatur primum vt S ad R, fiat vt S ad R. ita A. ad $\frac{AR}{S}$ erit secundum latus $\frac{AR}{S}$ multiplicetur per A, fiet $\frac{A2R}{S}$ planum æquale B est ergo æquatio $\frac{A2R}{S} = B$ multiplicentur per S fiet $A2\,R = BS$ (& per 16. 6) poterit R esse prima, & A2 vltima est ergo vt R ad S, ita B ad A2 & quia R est 1. multiplica B 10 per S. seu 5. habebis A2 esse 100. cuius Radix quadrata 10. est A erit ergo aliud latus 2.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Datô rectangulô sub lateribus, & aggregatô laterum invenire latera, seu invenire duos numeros qui multiplicati datum efficiant numerum. & quorum quadrata efficiant alium datum numerum.

Sit B 20. rectangulum sub lateribus, 104. aggregatum quadratorum duplica 20. fit 40. hunc numerum adde numero 104. habebis 144. quadratum summæ laterum, quæ consequenter erit 12. subtrahe eumdem numerum 40. ex summa quadratorum, restabit 64, quadratum differentiæ quæ erit 8. semidifferentia 4. quæ addita ad 6 semisummam exhibet maius latus 10, & subtracta dat 2. minus latus

Demonstratio pendet ex Genesi quadrati, ostendimus enim in binomia radice duplum planum sub lateribus, additum summæ quadratorum efficere quadratum aggregati laterum, & subtractum relinquere quadratum differentiæ laterum.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum invenire latera.

Sit datum rectangulum sub lateribus B 20. sitque differentia laterum D 8. multiplica B 20. per 4. fient 80 adde 64. quadratum differentiæ fiet 144. quadratum aggregati laterum cuius ℞ q est 12. summa laterom ostendimus q aggregati − quadrato differentiæ, æquari quadruplo plano sub lateribus, atque adeo q aggregati esse æquale, quadroplo plano sub lateribus + quadrato differentiæ.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Dato rectangulo sub lateribus, & aggregato laterum invenire latera

Sit datum rectangulum sub lateribus B 20 sitque datum aggregatum laterum D, 12. & invenienda sint latera, fiat quadratum aggregati nempe 144. ex quo subtrahe 80 quadruplum planum sub lateribus, restabit 64. quadratum differentiæ: ergo dabitur differentia.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Datâ differentiâ laterum, & aggregato quadratorum, invenire latera Seu invenire duos numeros quorum differentia sit data, & quorum quadrata datam summam efficiant.

Proponantur duo numeri inveniendi, quorum differentia sit 8, & aggregarum quadratorum sit 104. aggregatum quadratorum duplicetur eritque 208, à quo subtrahatur quadratum differentiæ 8, seu 64, restabit 144. quadratum aggregati laterum erit 12. nam ostendimus duplum aggregatum quadratorum, æquari quadrato differentiæ, & qoadrato aggregati, nam duplum aggregatum quadratorum est $2A2 + 2E2$, qoadratum aggregati est $A2 + 2AE, + E2$ quadrarum differentiæ $A2 - 2AE + E2$. adde hæc vltima fiet $2A2 + 2E2$.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Dato aggregato laterum, & aggregato quadratorum invenire latera.

Detur aggregatom laterum 12. aggregatum qoadratorum 104, duplica aggregatum quadratorum habebis 208, subtrahe 144. quadratum aggregati laterum, restabit quadratom differentiæ seu 64. & differenria erit 8.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Datâ differentiâ laterum, & differentiâ quadratorum invenire latera.

Sit differentia laterum 8. quadratorum 96. divide 96. per 8. habebitur 12. fumma laterum fit enim differentia laterum A — E, differentia quadratorum A2 — E2. hic vltimus dividatur per primum, erit quotiens A + E aggregatum laterum.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Datâ fummâ laterum, & differentiâ quadratorum invenire latera.

Seu invenire duos numeros quorum fumma data fit & quadratorum differentia.

Sint inveniendi numeri quorum fumma 12. differentia quadratorum 96. divide 96 per 12. & habebis 8 differentiam numerorum, cum qua fumma invenies numeros 10. & 2.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Datô rectangulô fub lateribus, & differentiâ quadratorum, invenire latera Seu invenire numeros, qui multiplicati efficiant datum numerum, ita vt differentia quadratorum fit data.

Sit datum B 20 planum, fub lateribus, feu productum ex multiplicatione numerorum quæfitorum, fit etiam data differentia quadratorum D. 96. quæratur primo aggregatum quadratorum, fitque illud A planum, eritque quadratum fummæ laterum A pl. + 2 B. & quadratum differentiæ A pl. — 2B.

Sed quadratum differentiæ quadratorum, adiunctum quadrato dupli rectanguli fub lateribus æquale eft quadrato aggregati quadratorum vt vidimus. differentia quadratorum eft D. cuius quadratum D2. additum quadrato dupli rectanguli; eft autem rectangulum duplum 2 B, eius quadratum 4 B2 efficitque D2 + 4 B2. æquale quadratu aggregati quadratorum, eft igitur 2 B 40. cuius quadratum 1600. adiunctum D 2 eft D 96. cuius quadratum 9216. adiunctum numero 1600 efficit 10816. & extracta radice quadrata 104. habebitur fumma quadratorum: huic fummæ quadratorum adde duplum rectangulum B, feu 40 fient 144. quadratum aggregati, cuius radix 12. eft fumma laterum pariter cum habeas fummam quadratorum 104. & differentiam 96. habebis fingula quadrata. nempe fi femifummæ 52. addas 48 femidifferentiam, fiet maius quadratum 100. & relinquetur minus feu 4.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Datô aggregatô ex quadratis laterum, & rectangulo fub lateribus datoque vno latere, invenire reliquum. Seu dato quocumque numero & aggregato quadrati illius, & quadrati alterius numeri & rectanguli fub vtroque numero, alium numerum invenire.

Sit datus numerus B 2. & aggregatum ex quadrato numeri B, & quadrato alterius numeri, & rectanguli comprehenfi, fub vtroque quod aggregatum fit 124. invenire alium numerum.

Sit ille numerus A eritque B2 + AB, + A2. = D & per antithefin D — B2 = AB + A2. habemus ergo æquationem communem A 2 + AB = D — B2. nam habetur facile fimplex comparationis homogeneum.

Poterit alia via iniri. lateri quod quæritur adiungatur $\frac{1}{2}$ B & fic auctum fit A, eritque latus feu numerus qui quæritur A — $\frac{1}{2}$ B fiat eius quadratum illud erit A2 — AB + $\frac{1}{4}$ B2 quadratum vero lateris B eft B2. fiat item rectangulum fub B & A — $\frac{1}{2}$ B illud erit B A — $\frac{1}{2}$ B. addantur fimul fient A2 + $\frac{3}{4}$ B2 = D. & per antithefin A2 = D — $\frac{3}{4}$ B2, D eft 124 fed $\frac{3}{4}$ B2 eft 3 quare 121 eft A2. eritque radix 11. ex qua fubtrahere debes $\frac{1}{2}$ B vt habeas numerum quæfitum, alius ergo numerus erit 10.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Datô aggregato ex fumma quadratorum, & rectangulo fub lateribus, datâ item fummâ laterum invenire latera

Seu datâ fummâ numerorum, & aggregato ex quadratis eorum & rectangulo fub ipfis comprehenfo invenire numeros.

Sit B 12 fumma laterum feu numerorum, fit G 124 fumma conftans quadratis numerorum, & rectangulo fub ipfis comprehēfo, quæruntur numeri, fuppunatur rectangulum fub numeris effe A, illud adiunctum aggregato ex quadratis numerorū, & rectangulo fub numeris nempe G, efficiet quadratū fummæ numerorū, quare A pl + G æquatur B2 & B2 — G = A pl. fed B2 eft 144. fubtrahe G 124. reftat 20 pro A plano, habetur ergo rectangulum fub numeris nempe 20. & fumma laterum 12. quare per 4 huius dabuntur numeri 2 & 10.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Datâ fummâ ex quadratis laterum, & rectangulo fub lateribus, dato item eo rectangulo invenire latera.

Sit data fummâ ex quadratis numerorum quæ

BBBbb 3 fit

fit B 124. detur item rectangulum sub lateribus. nempe D 20. Adde vtrumque fiet quadratum aggregati laterum seu 144. & dabitur summa laterum 12. & per 4. latera ipsa 2 & 10.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Dato aggregato quadratorum, & eorumdem differentiâ invenire latera.

Sit aggregatum quadratorum B pl. 104. & eorumdem differentia 96. facile dabuntur quadrata, si semisummæ 52. addas semidifferentiam 48. fiet maius quadratum 100. si eamdem semidifferentiam subtrahas ex semisumma 52. restat 4 quadratum minoris lateris.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Datâ summâ cuborum, & eorumdem differentia invenire latera.

Sit data summa cuborum B solidum 370. & differentia eorumdem D sol. 316. ex semisumma 185. subtrahe semidifferentiam 158. restabit 27. pro minori cubo adde eamdem fiet 343. pro maiori; radices 3 & 7.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Datâ differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus invenire latera.

Sit differentia cuborum B 316.& rectangulum sub lateribus D 21. quæruntur latera. quadratum differentiæ cuborum, seu B2. adde ad quadruplum cubum rectanguli sub lateribus, ita vt fiat summa B2 + 4D3. habebitur aggregatum cuborum, & cum habeatur differentia, (*per præcedentem*) habebuntur cubi, & consequenter latera.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Dato Aggregato cuborum, & rectangulo sub lateribus invenire latera.

Sit aggregatum cuborum B 370. & rectangulum sub lateribus D 21. subtrahe quadruplum cubum rectanguli seu 4D3. ex B. restabit quadratum differentiæ cuborum, & consequenter cubi.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Datâ differentia laterum, & differentiâ cuborum invenire latera
Seu invenire numeros quorum differentia sit data cum differentia cuborum.

Sit data differentia numerorum B 6. & differentia cuborum sit etiam data nempe D solidum 504. quæratur primò aggregatum laterum, seu summa numerorum. summa laterum sit E, ergo E + B erit duplum maioris lateris, & E — B duplum minoris. fiat vtriusque cubus hoc est multiplica E + B per seipsum fiet E2 + 2EB + B2. & iterum multiplicando fiet E3 + 3E2 B + 3EB2 + B3. & cubus lateris E — B est E3 — 3E2 B + 3EB2 — B3. subtrahe vnum ab alio vt habeas cuborum differentiam quæ erit 6E2 B + 2B3. & erit octupla D solidi, & dimidia eius erit 3E2 B + B3 si autem dividas 3E2 B per B oritur 3E2. sed 3EB est idem quod 4 D solidum — B3. quare si $\frac{4D\ sol. - B3.}{3\ B}$ habebis pro quotiente E2. quare vt ad praxin redeamus 4 D sol. est 2016 & 3B est 18. B cubus est 216. quem subtrahes ex 2016. (restat 1800. divide per 3 B seu 18. restat 100 pro E2. & E 10. E + B erit 16 duplum maioris; est ergo maius latus 8. & E — B est 4. duplum minoris, est ergo minus latus 2. differentia laterum 6. & cuborum 504.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Datâ summâ laterum, & summa cuborum distinguere latera.

Sit summa laterum, seu numerorum qui inquiruntur B 10. summa cuborum sit D. 370. sit laterum differentia E, ergo B + E est duplum maioris, & B—E duplum minoris. fiat vtriusque cubus, eritque eorum summa 2B3 + 6BE2. & hæc summa æqualis 8.D: sunt enim cubi in triplicata ratione laterum & 4D = 3BE2 + B3. & per antithesin 4 D — B = 3BE2. & dividendo omnia per 3B erit $\frac{4D - B3}{3B}$ = E2. quare vt ad praxin redeamus cum 4D sint 1480.& B3 sit 1000.subtractione factâ restat 480.divide per 3B seu 30 restat 16. & E erit 4.erit B + E, 14 duplum latus minus atque adeo vnus numerus 7. & B—E erit 6 duplum minoris, eritque minus 3.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Datâ differentiâ laterum, & differentia cuborum invenire latera.

Sit B 4 differentia laterum, & differentia cuborum

borum sit D 316. supponatur rectangulum sub lateribus esse A. clarum est autem positis lateribus E, & O. si ab $E^3 - O^3$. quæ est differentia cuborum auferatur $E^3 - 3E^2O + 3EO^2 - O^3$. cubus differentiæ laterum, relinquitur $3E^2O - 3EO^2$. nempe triplum solidum quod fit ex E O, rectangulo sub lateribus in $E - O$ differentiam laterum: aufer ergo ex differentia cuborum D, cubum differentiæ laterum B^3. fiet $D - B^3$. nempe triplum solidum quod fit ex rectangulo sub lateribus in differentiam laterum, nempe cum A ponatur rectangulum sub lateribus; & B differentia laterum, relinquetur ergo 3BA. est ergo æquatio inter $D - B^3 = 3BA$. sed si dividas $\frac{3BA}{3B}$ quotiens erit A, ergo si dividas $\frac{D - B^3}{B^3}$ relinquetur A rectangulum sub lateribus, nempe 21. & per 16 latera 7 & 3.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Aliter, dato aggregato laterum, & aggregato cuborum invenire latera.

Sit G 10 aggregatum laterum, & D 370 aggregatum cuborum; oportet distinguere latera. Certum est quod si à cubo aggregati laterum, auferas duos cubos, seu aggregatum cuborum relinquitur triplum solidum, quod fit ab aggregato cuborum, in rectangulum sub lateribus. vt si detur cubus aggregati laterum nempe $A^3 + 3A^2E + 3AE^2 + E^3$. subductô aggregatô cuborum A^3 & E^3. restat $3A^2E + 3AE^2$. nempe triplum solidum quod fit ex A E rectangulo sub lateribus in aggregatum laterum $A + E$. si ergo A ponatur rectangulum sub lateribus subtrahe ex G^3 D, fiet $G^3 - D$. illudque erit triplum solidum quod fit ex G aggregato laterum, in A rectangulum sub lateribus. quare divide $G^3 - D$ per 36. restabit A. est ergo æquatio $\frac{G^3 - D}{3G} = A$. G^3 est 1000. subtrahe D 370. restat 630 divide per 3 B, seu 30. fit 21. rectangulum sub lateribus, & per 16 dantur latera 7 & 3.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Datis duobus solidis, vno ex differentia laterum in differentiam quadratorum, altero quod fit ex aggregato laterum, in aggregatum quadratorum invenire latera. Seu invenire duos numeros, qui ita se habeant, vt multiplicando eorum differentiam, per differentiam quadratorum fiat determinatus numerus, & ducendo summam numerorum in summam quadratorum fiat alius numerus.

Sit prior numerus B 32. & secundus D 272. supponantur latera E & O. erit differentia laterum $E - O$, differentia quadratorum $E^2 - O^2$. multiplica vnum per aliud fiet $E^3 - EO^2 - E^2O + O^3$. qui numerus est æqualis B, divide hunc numerum per $E + O$. restabit $E^2 - 2EO + O^2$ seu quadratum differentiæ laterum, fiat A aggregatum laterum erit $\frac{B}{A}$. quadratum differentiæ laterum, & dividendo numerum D productum ex aggregato laterum, in summam quadratorum, per A aggregatum laterum, producetur $\frac{D}{A}$ aggregatum quadratorum. sed duplum aggregatum quadratorum minus quadrato differentiæ laterum efficit quadratum aggregati laterum quare $\frac{2D - B}{A} = A^2$ omnia multiplicentur per A. fiet $2D - B = A^3$. sed 2D est 544 aufer B seu 32. restant 512 cuius radix cubica 8. erit summa laterum, ex quibus per superiores habebis latera.

PROPOSITIO XXXII.

Dato aggregato quadratorum, & ratione rectanguli sub lateribus ad quadratum differentiæ laterum, invenire latera.

Sit B 20 aggregatum quadratorum, ratio autem rectanguli sub lateribus, ad quadratum differentiæ sit vt R 2 ad S. 1. quæruntur latera. sit rectangulum sub lateribus A, & quia est vt R ad S ita rectangulum sub lateribus seu A ad quadratum differentiæ, erit quadratum differentiæ $\frac{SA}{R}$ cui adiungatur duplex planum sub lateribus, fiet $\frac{SA + 2RA}{R}$ fietque aggregatum quadratorum B fietque analogismus $S + 2R$ ad R, ita B ad A. sic habebitur rectangulum sub lateribus ex quo & aliia habebuntur latera.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

Datâ mediâ trium proportionalium, & differentia extremarum, invenire extremas.

Sit media 12. & differentia extremarum sit 10. datâ mediâ 12. datur eius quadratum 144. quod æquale est rectangulo sub extremis, sed dato rectangulo sub extremis seu lateribus, & differentia laterum, (*per 13. huius*) dantur latera seu extremæ, ergo dabuntur extrema.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

Datâ mediâ trium proportionalium & aggregato extremarum illas distinguere.

Datâ mediâ datur eius quadratum, & consequenter rectangulum sub extremis, sed superiùs vidimus datô aggregatô, & rectangulo sub lateribus inveniri latera.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

Dato perpendiculo, trianguli rectanguli, & differentia basis, & hypothenusæ. invenire basin & hypothenusam.

Hoc problema iam solutum est virtualiter, nam datâ

datâ differentiâ, laterum & differentiâ quadratorum, cognoſcuntur latera (*per 17. huius*) ſed quadratum perpendiculi eſt differentia quadratorum baſis, & hypothenuſæ, & aliunde ſupponitur data differentia eiuſdem baſis & hypothenuſæ. vnde ſi perpendiculum ſit D, differentia baſis, & hypothenuſæ ſit B. & A ſit ſumma baſis & hypothenuſæ $\frac{D^2}{B} = A$ hoc eſt perpendiculum trianguli rectanguli, medium proportionale eſt inter differentiam baſis, & hypothenuſæ, & aggregatum baſis & hypothenuſæ.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

Dato perpendiculo, & aggregato baſis, & hypothenuſæ diſtinguere baſin, & hypothenuſam.

Hoc problema non aliter ſolvitur ac ſuperius, & in eadem propoſitione fundatur.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Datâ hypothenuſâ trianguli rectanguli, & differentiâ laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

Hæc propoſitio coincidit cum iſta, datâ differentiâ laterum, & aggregato quadratorum invenire latera. nam datâ hypothenusa, cognoſcitur eius quadratum: quod æquale eſt aggregato quadratorum, vt ſi hypothenuſa ſit D, & B differentia laterum, ſitque ſumma laterom circa rectum A. quare vt vidimus $2D^2 - B^2 = A^2$. Hoc eſt duplum quadratum hypothenuſæ — quadrato differentiæ laterum circa rectum æquatur quadrato ſummæ eorumdem.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Datâ hypothenuſâ trianguli rectanguli, & ſummâ laterum circa rectum, invenire latera.

Hæc propoſitio eadem eſt ac datô aggregatô quadratorum, & ſumma laterum invenire latera. nam vt vidimus duplum quadratum hypothenuſæ minus quadrato aggregati laterum circa rectum, æquatur quadrato differentiæ.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Invenire in numeris tres proportionales.

Sint duo quaſi latera B & D. ſe habentia vt numerus ad numerum.

Ponatur ergo prima B, ſecunda D, tertia $\frac{D^2}{B}$ multiplica omnia per B fient adhuc tres proportionales B^2 BD, & D^2. quod probavimus iam ſæpe: nempe rectangulum ſub lateribus eſſe medium proportionale inter quadrata laterum, ſit igitur B^2, D^3. tertia eſſet $\frac{9}{2}$. multiplica omnia per 2 fient 4. 6. 9.

PROPOSITIO XL.

Problema.

Triangulum rectangulum in numeris invenire.

Inventis tribus continuè proportionalibus in numeris, ſi hypothenuſa fiat ſimilis aggregato extremarũ, baſis differentiæ inter extremas, & perpendiculum mediæ duplæ, vt ſi ſint tres proportionales 4. 6. 9. ſit hypotenuſa aggregatum ex prima, & vltima, nempe 13 baſis differentiæ inter 4 & 9. nempe 5. & perpendiculum mediæ duplæ 12. hoc totum demonſtratum eſt ſupra.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

Aliter triangulum rectangulum in numeris conſtituere

Idem præſtabis ſi datis duobus lateribus rationalibus B & D. facias tria proportionalia B^2. BD & D^2. eritque hypothenuſa $B^2 + D^2$. baſis $B^2 - D^2$. perpendiculum 2BD.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Dato aggregato quadratorum, trium continue proportionalium, & unâ extrema, invenire aliam extremam.

Iam oſtendimus aggregatum trium quadratorum, multatum duabus tertiis quadrati vnius extremæ, relinquerc quadratum compoſitæ ex ſemiſſe illius extremæ, & alia extrema. vt ſi ſint tres proportionales 4. 6. 9. ex aggregato trium quadratorum ſeu 133. auferas 12. duos trientes quadrati 16 primæ 4: relinquitur 121. quadratum radicis 11. compoſitæ ex 9. ſeu aliâ extremâ, & 2 ſemiſſe primæ.

PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Dato aggregato quadratorum trium proportionalium & ſummâ extremarum, extremas diſtinguere.

Oſtendimus quadratum aggregati extremarum, multatum aggregato quadratorum trium proportionalium, æquale eſſe quadrato mediæ; vt ſi poſitis tribus proportionalibus 1. 2. 4. detur aggregatum quadratorum nempe 21. detur item aggregatum extremarum 1 & 4 ſeu 5. ſi ex quadrato eius 25. ſubtrahatur 21. ſumma trium quadratorum, reſtabit 4 quadratum mediæ. data autem ſumma extremarum, & media dantur extremæ.

PROP

PROPOSITIO XLIV.

Problema.

Dato aggregato quadratorum trium proportionalium ac media, distinguere extremas.

Ostendimus Aggregatum quadratorum trium proportionalium + quadrato mediæ æquale esse quadrato aggregati extremarum, vt si aggregato quadratorum 21. addas 4 quadratum mediæ, exurget 25. quadratum aggregati extremarum nempe 5.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Data differentia extremarum, & differentia mediarum, in serie quatuor continuè proportionalium eas invenire.

Hoc problema coincidit cum eo, in quo datâ differentiâ cuborum, & data differentia laterum, latera invenimus

Sit ergo data differentia extremarum D 7. & differentia mediarum B 2. ita quæruntur ipsæ quatuor quantitates continuè proportionales. supponatur A esse aggregatum extremarum, cum D sit earum differentia, A + D erit duplum maioris extremæ, A — D erit duplum minoris extremæ, multiplica A + D per A — D. fiet Aa — Da rectangulum quater comprehensum sub extremis, quare illud rectangulum comprehensum sub extremis erit $\frac{A2 - D2}{4}$ quod si multiplicetur per maiorem extremam fiet cubus mediæ maioris, si multiplicetur, per extremam minorem, fiet cubus mediæ minoris. & multiplicatum per differentiam extremarum quæ est D, dat cubum differentiæ mediarum, ex tali multiplicatione vltima fit $\frac{DA2 - D3}{4}$ quæ quantitas æqualis est differentiæ cuborum à mediis, habetur autem differentia mediarum, quæ est 2 cuius si cubus B3 8. auferatur ex differentia cuborum, relinquetur triplum solidum ex differentia laterum seu mediarum, in rectangulum sub illis quare, $\frac{DA2 - D3 - 4B3}{4}$ æquale est triplo solido, ex differentia mediarum, in rectangulum sub mediis. sed rectangulum sub mediis, idem est ac rectangulum sub extremis, nempe $\frac{A2 - D2}{4}$ hoc est ter sumptum multiplicetur per B, habebimus $\frac{3BA2 - 3BD2}{4}$ habemus ergo æquationem $\frac{DA2 - D3 - 4B3}{4} = \frac{3BA2 - 3BD2}{4}$ & relictô denominatore erit etiam æquatio DAa — D3 — 4B3 = 3BAa — 3BDa & translatis per antithesin fiet DAa = D3 + 4B3 + 3BAa — 3BDa. transferatur penultimum membrum per antithesin fiet DAa — 3BAa = D3 + 4B3 — 3BDa. divide omnia per D — 3B. restat $Aa = \frac{D3 + 4B3 - 3BD2}{D - 3B}$ habebitur ergo A aggregatum extremarum, & cum habeatur differentia cognoscentur extremæ.

Est autem D3, 343 & 4B3 32. fiat summa 375. à qua subtrahe 3BDa 294. restat 81. divide per D seu 7 — 3B. seu 6. hoc est per 1. restabit 81 pro Aa. quare A aggregatum extremarum erit 9. cui si differentia 7 addatur, fiet 16 duplum maioris, si subtrahatur fiet 2 duplum minoris. sunt ergo maior extrema 8. & minor extrema 1. pariter cum rectangulum contentum sub mediis, æquale sit rectangulo comprehenso sub extremis, habebimus 8 pro tali rectangulo. inveniendi igitur duo numeri, qui multiplicati efficiant 8. & quorum differentia sit 2. quod est facile.

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Dato aggregato extremarum, & aggregato mediarum in serie quatuor proportionalium eas invenire.

Hoc problema coincidit cum eo in quo priùs, datô aggregatô laterum, & aggregatô cuborum latera distinximus.

Sit D 9 aggregatum extremarum, & B 6 aggregatum mediarum. supponatur A esse differentia extremarum eritque B + A duplum maioris extremæ, & D — A duplum minoris extremæ, & multiplicando vnam per aliam fit rectangulum quater sub extremis, eritque Dq — Aq, quare si tale rectangulum dividatur per 4. habebitur rectangulum sub extremis nempe $\frac{Dq - Aq}{4}$ sed vidimus quod si multiplicetur per extremam maiorem fit cubus mediæ maioris si per minorem extremam fit cubus mediæ minoris, si per summam extremarum fit aggregatum cuborum mediarum, est autem tale aggregatum extremarum D. quare $\frac{D3 - DA2}{4}$ erit aggregatum cuborum mediarum, & cum habeatur aggregatum mediarum, habetur cubus aggregati mediarum, nempe B3. à quo si auferas aggregatum cuborum nempe $\frac{D3 - DA2}{4}$ restabit $\frac{4B3 - D3 + DA2}{4}$ quod æquabitur triplo solido, ex aggregato mediarum, in rectangulum sub mediis, quod idem est cum rectangulo sub extremis, nempe $\frac{D2 - A2}{4}$ quod si multiplices per B aggregatum mediarum ter sumptum habebis idem solidum triplum $\frac{3BD2 - 3BA2}{4}$ habemus ergo æquationem $\frac{4B3 - D3 + DA2}{4} = \frac{3BD3 - 3BA2}{4}$ & abiectô denominatore 4B3 — D3 + DA2 = 3BD3 — 3BA2. & per antithesin DA2 + 3BAa = 3BD3. + D3 — 4B3. & dividendo omnia per D + 3B. erit æquatio $Aa = \frac{3BD3 + D3 - 4B3}{D + 3B}$ primum membrum est 13122. adde D3 seu 729. fiet 13850. subtrahe 4B3. seu 864. restat 12986. divide per D + 3B seu 27. invenies 49. pro A 5. atque adeò erit 7. differentia extremarum & erunt extremæ 1. & 8. reliquæ facile ex his habebuntur.

ALGEBRÆ
LIBER OCTAVVS.
Diophanti Exempla.

VT meliùs in exemplis superioris doctrinæ praxis appareat, exempla ipsa Diophanti quæ in eo authore non satis clara videntur, ob linguæ græcæ stylum à nostro communi modo loquendi nonnihil alienum, hic clarè proposita, & præceptis suprà explicatis accommodata solvenda suscipimus sic enim ex ipso quasi fonte totam doctrinam hauriemus: eius igitur libros duos, & problemata in iis contenta perstringemus. cætera ex his facilè solventur

PROBLEMATA LIBRI PRIMI DIOPHANTI.

PROPOSITIO I.

Problema.

Propositum numerum in duos numeros partiri quorum data sit differentia.

SIt numerus 100 dividendus in duos, quorum differentia sit 40.

Ponatur minor 1 R. maior erit 1 R + 40. maior etiam erit 100 — 1 R. ergo datur æquatio 1R + 40 = 100 — 1R. adde per antithesin 1R. fiet æquatio 2R + 40 = 100. subtrahe 40. fit 2R = 60. divide per 2. fit æquatio 1R. = 30. est ergo minor 30. maior 100 — 30. seu 70.

PROPOSITIO II.

Problema.

Numerum datum in duos partiri qui sint in data ratione.

Sit numerus 60 dividendus in duos, qui sint in ratione tripla. sit minor 1 R. maior erit 3 R. & maior erit etiam 60 — 1 R. est ergo æquatio 3 R. = 60 — 1 R. adde 1 R. fiet 4 R. = 60. divide per 4. fit 1 R. = 15. sunt ergo numeri 15. & 45.

PROPOSITIO III.

Problema.

Propositum numerum dividere in duos quorum vnus ad alium datam habeat rationem & insuper certas vnitates contineat.

Numerus 80 sit dividendus in duos, quorum maior sit minoris triplus & insuper contineat 4 vnitates. sit minor 1 R. maior erit 3 R. + 4. & erit etiam 80 — 1 R. est ergo æquatio 80 — 1 R. = 3 R. + 4. adde 1 R. fit æquatio 80 = 4 R. + 4. subtrahe 4. fit 76 = 4 R. divide per 4. fit 16 = 1 R: est ergo minor 19. maior eius triplus, & insuper continens 4 vnitates erit 61.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Invenire duos numeros in data ratione quorum differentia sit data.

Sint duo numeri inveniendi, quorum maior sit quintuplus minoris, & eorum differentia sit 20. sit minor 1 R. maior 5 R. differentia 4 R. sed differentia est etiam 20. ergo habemus æquationem 4 R. = 20. divide per 4 fiet 1 R. = 5. minor numerus, maior 25. differentia est 20.

PROPOSITIO V.

Problema.

Propositum numerum in duos partiri ita vt vnius tertia pars, & alterius quinta efficiat summam datam.

Sit numerus 100 ita dividendus in duos, vt primi tertia pars, & secundi quinta efficiant 30. ponatur quinta par secundi 1 R. eritque secundus totus 5 R. erit ergo tertia pars primi 30 — 1 R. quæ si multiplicetur habebitur primus 90 — 3 R. addantur simul ij numeri erit eorum summa 90 + 2 R. sed eorum summa est etiam 100. cum numerus 100. fuerit divisus in illos numeros; ergo ex 90 + 2 R. = 100. auferantur 90. erit 2 R. = 10. & 1 R. = 5. quinta pars primi: ergo primus est 25. tertia pars primi erat 30 — 1 R. seu 25. est ergo primus 75. secundus 25. tertia pars primi 25. quinta pars secundi 5. quæ simul efficiunt 30.

PROP

PROPOSITIO VI.

Problema.

Propositum numerum in duos dividere vt vnius data pars, alterius datam partem superet determinato numero.

Dividendus sit numerus 100 in duos, vt prioris numeri quadrans sextam partem posterioris superet 10 vnitatibus.

Sit quadrans prioris 1 R. erit sextans posterioris 1 R. — 20. eritque primus 4 R. posterior 6 R. — 120. fiat eorum summa, hæc erit 10R. — 120. quæ æqualis est numero 100. cum supponatur numerus 100. divisus in eos numeros. ergo 10 R. — 120 = 100 adde 120. fiet 10 R. = 220. divide per 10. erit 1 R. = 22. est ergo quadrans primi numeri 22. sextans posterioris 22 — 20. seu 2. eritque prior numerus 88. posterior 12.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Ab eodem numero auferre duos datos numeros, vt residui datam servent rationem.

Ab eodem numero qui quæritur, auferre iubeamur 100 & 20. vt maius residuum minoris sit triplum. sit numerus quæsitus 1 R eritque minus residuum 1 R. — 100. & maius quod triplum est erit 3 R. — 300. sed maius residuum est etiam 1 R. — 20 quare 3 R. — 300. = 1 R. — 20 adde 300. fiet æquatio 3 R. = 1 R. + 280. subtrahe 1 R. fiet 2 R. = 280. & dividendo 1 R. = 140. Ex quo numero si auferas 20. restat 120. si auferas ex eodem 100. restat 40. est autem 120 triplus numeri 40.

PROPOSITIO VIII.

Problema.

Duobus datis, numerum eumdem addere, ita vt eorum summa in data sint ratione.

Iubeamur numeris 100. & 20. eumdem numerum addere, vt maior summa minoris sit tripla. sit numerus addendus 1 R. minor summa erit 1 R. + 20. cuius maior, vt pote tripla erit 3 R. + 60. sed maior summa est etiam 1 R. + 100. quare 3 R. + 60 = 1 R. + 100. subtrahe 1 R. & 60. fiet 2 R. = 40. & 1 R. = 20. fiuntque summæ 120. & 40. quarum maior minoris est tripla.

PROPOSITIO IX.

Problema.

A datis duobus numeris subtrahere eumdem numerum vt residui ad invicem datam habeat rationem.

A numeris 100 & 20. auferendus sit idem numeros, ita vt maior residuus ad minorem rationẽ habeat sextuplam, maiorem scilicèt quam sit 100 ad 20. alioquin fiet impossibilis quæstio. sit numerus quæsitus 1 R. eritque minor residuus 20 — 1 R. & maior qui est sexcuplus 120 — 6 R. sed maior residuos est etiam 100 — 1 R. detur ergo æqoatio nempe 120 — 6 R. = 100 — 1 R. adde 6 R. & subtrahe 100. fiunt 20 = 5 R. divide per 5. & erit 4 = 1 R. eritqoe 100 — 4. seu 96. sexcuplus numeri 20 — 4. seu 16.

PROPOSITIO X.

Problema.

Eundem numerum quæsitum addere minori numero, & subtrahere ex maiore, vt summa residui sit quadrupla.

Sint dati numeri 100 & 20. sitque quærendus numerus, qui additus ad 20. & subtractus ex 100. faciat summam residui quadruplam. sit hic numerus 1 R. eritque residuus 100 — 1 R. cuius summa vt pote quadrupla est 400 — 4 R. sed illa summa est etiam 20 + 1 R. est ergo æqoatio 400 — 4 R. = 20 + 1 R. subtrahe 20. & adde 4 R. fiet æquatio 380 = 5 R. divide per 5. fiet 76 = 1 R. adde 76 ad 20. fit summa 96. subtrahe 76 ex 100. erit residuos 24. est ergo summa residui qoadrupla.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Ab eodem numero quæsito, vnum numerum datum addere, alterum subtrahere, vt summa ad residuum datam habeat rationem.

Quæsito nomero addendus est numerus 20. & subtrahendus 100. ita vt summa sit residui tripla.

Sit numerus qoæsitus 1 R. à quo si auferas 100. fit residuus 1 R. — 100. summa autem quæ fiet debet esse tripla, erit ergo 3 R. — 300. sed illa summa est 1 R. + 20. est ergo æquatio 3 R. — 300 = 1 R. + 20. adde 300. & subtrahe 1 R. fiet æquatio 2 R. = 320. & divideodo per 2. erit 1 R. = 160. coi numero si addas 20. fit somma 180. si subtrahas 100. erit residuus 60. est autem summa residui tripla.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Datum numerum bis in duos numeros dividere, ita vt primus primæ divisionis, ad primum secundæ datam habeat rationem, & secundus secundæ divisionis ad secundum primæ datam habeat rationem.

Numerus 100. dividendus sit bis, ita vt maior

primæ divisionis sit duplus minoris secundæ divisioois, maior vero secundæ, minoris è prima sit triplus. Sit minor secundæ divisionis 1 R. maior primæ erit 2R. & minor primæ 100 — 2R. & maior secundæ illius triplus 300 — 6R. sed tam duo primæ divisioois quàm duo secundæ adæquant numerum 100. habemus ergo æquationem duplicé addendo duus numeros primæ divisionis nempe 2R. & 100 — 2R. adde item numeros secundæ 300 — 6R. & 1 R. fietque 300 — 5 R = 100. adde 5R. fiet 300 = 5R. + 100 subtrahe 100. fiet 200 = 5 R divide 1 R = 40. est ergo minor secundæ 40. & maior 60. maior primæ 80 minor 20. satisfacientes quæstioni.

PROPOSITIO XIII.

Prubiema.

Datum numerum ter in duos dividere ita vt vnus è prima divisione, ad vnum è secunda datam habeat rationem, & reliquus è secunda ad vnum è tertia datam habeat rationem, & reliquus è tertia, ad reliquum è prima datam habeat rationem.

Numerus 100. sit ter dividendus in duos numeros, ita vt maior è prima divisione minoris è secunda sit triplus. maior è secunda minoris è tertia sit duplus, maior e tertia minoris è prima sit quadruplus.

Incipiamus à minore è tertia qui sit 1R. maior è secunda erit 2 R. eritque minor è secunda 100 — 2R. nam semper in qualibet divisione numerus 100 dividitur. eritque maior à prima huius triplus 300 — 6R. & minor eiusdem divisionis erit 6R — 200. ponatur enim minor ille numerus esse A erit 300 — 6R + A = 100. adde 6 R. fiet 300 + A = 100 + 6 R. subtrahe 300. erit A = 6R — 200. minor primæ cuius maior tertiæ est quadruplus est ergo 24 R. — 800. cui si addas minorem tertiæ iam primo suppositum seu 1R. fiet summa 25 R. — 800. æqualis 100. adde 800. fiet 25 R. = 900. divide fiet 36 — 1 R. est ergo minor tertiæ 36. maior 64. minor primæ 16. maior 84. minor secundæ 28. maior 72. satisfacientes quæstioni.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Invenire duos numeros ita vt productus ex eorum multiplicatione ad eorum summam datam habeat rationem.

Quærantur duo numeri, ita vt productus ex eorum multiplicatione eorum summæ sit triplus.

Primus numerus statuatur 1 R. secundus potest statui quilibet maior quam 3 denominator rationis propositæ. ponatur secundus esse 12 erit summa 1 R. + 12. cuius, productus ex eorum multiplicatione triplus est; ille ergo erit 3 R. + 36. sed ille etiam est 12 R. est ergo æquatio 3 R. + 36 = 12 R. subtrahe 3 R. fiet 36 = 9 R. divide fiet 1 R. = 4. quare 4 & 12 satisfaciunt quæstioni. summa enim est 16. productus illius triplus est 48.

Sed iam ponatur secundus esse 15. & primus 1 R erit suma 1 R. + 15. cuius productus est triplus, nempe 3 R. + 45. sed ille productus est etiam 15 R. est ergo æquatio 3 R. + 45 = 15 R. subtrahe 3 R. fit 45 = 12 R. divide fiet $3\frac{1}{4}$. sunt ergo numeri satisfacientes quæstioni 15 & $3\frac{1}{4}$. summa est $18\frac{1}{4}$. productus $56\frac{1}{4}$.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Duos numeros invenire, ita vt prior ab altero datum numerum accipiens, ad residuum datam habeat rationem & posterior alium numerum accipiens ad reliquum datam habeat rationem.

Sint quærendi duo numeri qui ita se habeant, vt prior accipiens 30. vnitates sit residui duplus, & posterior acceptis à priore 50. vnitatibus sit residui triplus.

Ponatur posterior esse 1 R. + 30. quare prior erit 2 R. — 30. sic enim acceptis 30 vnitatibus à posteriore, erit residui duplus. si prior det 50 vnitates posteriori, erit reliquus 2 R. — 80. cuius posterior est triplus 6 R. — 240. Sed idem posterior acceptis 50 est 1 R. + 80. est ergo æquatio 6 R. — 240 = 1 R. + 80. subtrahe 1 R. & adde 240. fit æquatio 5 R. = 320. divide per 5. fit 1 R. = 64. eritque posterior 64 + 30 seu 94. & prior 128 — 30 seu 98. quare 98. acceptis 30. à posteriore 94. erit 128. & reliquus 64. est ergo prior reliqui duplus.

Pariter secundus 94 acceptis 50. à priore 98. efficit 144. & reliquus 48. est ergo reliqui triplus.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Invenire tres numeros, ita vt bini quique imperatos faciant numeros.

Inveniendi sint tres numeri, ita vt summa primi & secundi sit 20. secundi & tertij 30. tertij & primi 40.

Supponatur primus esse A. secundus E, tertius O.

Eritque A + E = 20
O + E = 30
A + O = 40

Eruntque omnes simul bis 90. ergo summa erit 45. & quia A & E efficiunt 20. erit O reliquus 25. & cum A & O sint 40 ablato O seu 25. erit A 15. & cum A + E sint 20. erit E 5. sunt ergo numeri A 15. E 5. O. 25. satisfacientes quæstioni.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Invenire quatuor numeros, ita vt terni iuncti efficiant imperatos numeros.

Sint inveniendi quatuor numeri, ita vt primorum trium summa sit 20. secundi tertij, & quarti summa

summa sit 22. tertij quarti & primi 24. quarti primi & secundi 27. fiot ij numeri A, E, O, V.
Proponantur ergo A E O = 20
E O V = 22
O V A = 24
V A E = 27

Erit ergo tripla summa 93. & ipsa summa 31. cum ergo AEO fiot 20. iis ea summa 31. subtractis restat V 11. & cum EOV sint 22. iis à 31 subtractis restabit A 9. & cum OVA sit 24. subtractis V, 11. & A 9. seo 20. erit O, 4. & cum AEO sint 20 subtractis A 9. & O 4. seu 13. erit E 7. habemus ergo A 9. E 7, O, 4. V. 11. satisfacientes quæstioni.

Requiritur autem vt summæ triens maior sit quolibet numero, alloquin incidemus in quæstiooem impossibilem.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Invenire tres numeros, vt bini iuncti superent reliquum imperato numero.

Sint iovenieodi tres numeri ita vt primus & secundus superent tertium 20 vnitatibus, secundus & tertius superent primum vnitatibus 30. tertius & primus superent secuodum vnitiatibus 40.

Sint tres numeri A. E, O. Estque
A + E = O + 20
E + O = A + 30
O + A = E + 40

Erit æquatio 2A + 2E + 2O = A + E + O. + 80. & ablatis A + E + O. erit summa omnium 80. & cum A + E = O + 20. adde vtrinque O. erit AEO = OO + 20. subtrahe ergo ea summa 80. numerum 20 habebis 60 = OO. ergo O est 30.

Pariter com E + O = A + 30. adde A vtrinque babebis A + E + O = AA 30. subtrahe ergo ex summa 80. numerum 30. restabit 50 = AA. fit ergo æquatio A = 25. denique cum O + A = E + 40. adde E fiet summa A + E + O = EE + 40. subtrahe ex summa 80. numerum 40. restat 40 = EE. & consequenter 20 = E.

Alia praat idem ioveniri potest, vt problema 19 habet.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

Invenire 4 numeros, vt terni iuncti reliquum superent datô excessu.

Quæruntut quatuor numeri, ita vt primus, secundus, & tertius supereot quartum 20 vnitatibus, secundus tertius & quartus primum superent 30 vnitatibus. tertius quartus & primus secuodum superent vnitatibus 40. quattus primus & secundus superent tertium 50 vnitatibus sint quatuor numeri A, E, O, V.

Eritque æquatio. A, + E, + O = V + 20
E + O + V = A + 30
O + V + A = E + 40
V + A + E = O + 50

Est ergo æquatio A, AA + EEE + OOO + VVV = A + E + O + V + 140. subtrahe A, E, O, V vtrioque erit AA + EE + OO + VV = 140. summa omnium est 70. quare cum A, E, O = V + 20. addito vtrinque V, erit summa æqualis duobus V + 20. hoc est summa 80 — 20 = VV. quare V est 30. pariter summa 80 — 30 = AA est ergo A 25. summa 80 — 40 = EE, ergo E = 20. summa 80 — 5 = OO ergo O est 15.

Alio modo potest solvi vt problemate 21.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Datum numerum ita partiri in tres numeros vt summa extremi cum medio, ad alium extremum datam habeat rationem.

Proponatur numerus 100. ita dividendus in tres numeros, vt summa primi & secundi sit tripla tertij, & summa secundi & tertij, sit quadrupla primi. tertios sit 1 R. & cum summa primi & secundi sit tertij tripla erit hæc summa 3 R. quare tota summa trium erit 4R. sed hæc est 100. ergo est æqoatio 100 = 4 R. eritque 1 R = 25.

Sit primus A, erit summa secundi & tertij 4A, cum sit quadrupla & tota summa 5 A. sed tota summa est 100. quare 100 = 5 A. & A = 20. primus ergo est 20. tertius 25. & consequenter medius 55. primi 20 & secondi 55. summa est 75 tripla tertij 25. pariter secundi 55. & tertij 25. summa 80. est quadrupla primi 20.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Invenire tres numeros quorum maximus medium superet minimi parte determinatâ. medius minimum superet maximi parte assignatâ, & minimus datô numero superet datam medij partem.

Quæruntur tres numeri qui ita se habeaot, vt maximus superet medium tertiâ parte minimi. medius, superet minimum triente maximi, & minimus superet trientem medij 10 vnitatibus.

Ponatur minimus 1 R. + 10. cum superet 10 vnitatibus trieutem medij, eritque medij triens 1 R. & medius 3 R. medius autem superat minimum trieote maximi, superat autem hoc excessu, 2R. — 10. qoare maximus erit 6 R. — 30. sed maximus superat medium triente minimi, superat autem medium 3 R. — 30 igitur 3 R. — 30, est triens minimi ergo minimus est 9 R. — 90. sed erat 1 R. + 10. est ergo æquatio 1 R. + 10 = 9 R. — 90 adde 90. & sobtrahe 1 R. fiet 100 = 8 R. divide erit 1 R. = $12\frac{1}{2}$. est ergo minimus $22\frac{1}{2}$. medius $37\frac{1}{2}$. maximus 6 R. — 30. erit 45.

Idem alio modo perficitur problemate 24.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Invenire tres numeros quorum si quilibet dederit imperatam sui partem sequenti restent æquales.

Quæruntur tres numeri, qui ita se habeant, vt si primus det secundo suam tertiam partem, & secundus tertio quadrantem suum, & tertius primo quintam restent æquales.

Primus ponatur 3R. vt habeat tertiam partem; secundus ponatur 4. vnitatum vt habeat quadrantem. Si ergo medius det sui quadrantem tertio, & accipiat triente à primo, fiet 1R. + 3. cui primus cum dederit suum quadrantem & acceperit quintam partem tertij fiet æqualis, est autem vbi dederit trientem 2 R. aufer ergo 2R ex 1R + 3. restabit 3 — 1 R. pro quinta parte tertij, tertius ergo erat 15 — 5R & accipiens à secundo quartam partem seu vnam vnitatem, & dans primo suam quintam erit 13 — 4R erit ergo æqualitas inter hunc tertium 13 — 4R, & secundum 3 + 1 R. adde 4 R. & subtrahe 3. fiet æquatio 10 = 5 R. divide erit 1 R = 2. quare primus est 6. secundus 4. tertius 5. satisfacientes quæstioni.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Invenire quatuor numeros qui ita se habeant vt si quilibet det sequenti imperatam partem fiant æquales.

Sit imperatum quatuor numeros invenire, qui ita se habeant, vt si primus secundo det trientem, secundus tertio quadrantem, tertius quarto quintam partem quartus primo sextam partem, post hanc mutuam contributionem fiant æquales.

Ponatur primus 3 R, vt habeat trientem: secundus 4. vt habeat quadrantem, secundus igitur det tertio quartam partem restabit 3, accipiat à primo trientem fiet 1R + 3. illi autem est æqualis primus postquam dedit trientem & accepit sextam partem quarti, est autem 2R postquam dedit; si ergo 1R. subtrahas ex 1R + 3. restabit 3 — 1R pro sexta parte quarti, est ergo quartus 18 — 6R. & dando sextam partem primo restat 15 — 5R. augeri autem debet quinta parte tertij & tunc erit æqualis secundo 1R + 3. subtrahe 15 — 5R. ex 1R + 3 restabit 6R — 12 pro quinta parte tertij eritque tertius integer 30 R — 60, & cum dederit quintam partem restabit 24 R — 48. & accipiendo quadrantem à secundo nempe à 4. erit 24 R — 47. & tunc æqualis est secundo 1 R + 3. habemus ergo æquationem 1R + 3 = 24R — 47. adde 47. subtrahe 1 R. restabit 50 = 23 R. erit ergo æquatio 1R = $\frac{50}{23}$. eritque primus $\frac{150}{23}$ secundus $\frac{92}{23}$. seu quatuor vnitatum, tertius $\frac{120}{23}$. quartus $\frac{114}{23}$. & abiectis denominatoribus 150, 92. 120. & 114. satisfaciunt quæstioni.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Invenire tres numeros, vt quilibet à duobus reliquis coniunctis accipiendo imperatam partem remaneant æquales.

Sint inveniendi tres numeri, qui ita se habeant; vt si primo addatur triens reliquorum simul sumptorum, secundo quadrans primi & tertij tertio quinta pars primi, & secundi fiant æquales.

Primus numerus potest poni 1 R. summa reliquorum, quæ primo dare debet trientem supponatur esse 3. eritque omnium summa 1R + 3. primus postquam assumpsit trientem reliquorum 1R + 1. quibus reliqui debent esse æquales. Secundus ergo assumat quadrantem reliquorum, & tunc fiet æqualis huic numero 1R + 1. quod si omnia quater accipias, erit quater secundus assumptis primo & secundo 4R + 4. est autem primus 1 R quare erit quater secundus & tertius 3R + 4. est autem primus 1 R. quare erit quater secundus & tertius 3 R. + 4. est autem secundus & tertius semel idem quod 3. quare ter secundus erit 3 R + 1. est ergo secundus 1 R + $\frac{1}{3}$.

Debet item tertius assumptâ quintâ parte reliquorum fieri 1R + 3. sume omnia quinquies, eritque quinquies, tertius; cum duobus reliquis semel: nempe sumendo quinquies eorum quintas partes 5R + 5. aufer summam secundi, & tertij nempe 3. eritque tertius quater cum primo 5R + 2. aufer primum 1 R. erit tertius quater 4R + 2. & diviso per 4. erit tertius 1R + $\frac{1}{2}$. fiat somma omnium eritque 3 R + $\frac{10}{12}$. coniungantur tres numeri eruntque 1 R + 3. est æquatio 3R + $\frac{10}{12}$. = 1 R + 3. subtrahe 1R fiet 2 R + $\frac{10}{12}$. = 3. subtrahe $\frac{10}{12}$. fiet 2 R = 2 $\frac{2}{12}$. & 1 R = $\frac{13}{12}$. quare primus erit $\frac{13}{12}$. secundus qui est 1 R + $\frac{1}{3}$. erit $\frac{17}{12}$. & tertius $\frac{19}{12}$. & abiectis denominatoribus erunt numeri 13. 17. & 19. satisfacientes quæstioni.

Eodem modo quæri possunt quatuor numeri, quod fit Problemate 28.

PROPOSITIO XXV.

Duobus datis numeris invenire tertium numerum qui in vtrumque ductus quadratum, & eius radicem quadratam producat.

Proponantur numeri 200. & 5. sitque inveniendus numerus, qui multiplicando vtrumque, quadratum, & radicem eiusdem producat. Sit quæsitus numerus 1 R qui si multiplicet vtrumque efficiat 200 R. & 5 R. eritque 5 R. radix quadrati 200 R. est autem eius quadratum 25 q habemus ergo æquationem 25 q = 100 R. & quia sunt collaterales fit æquatio 25 R = 200. divide per 25. fit 1 R = 8. quæ multiplicando 200. efficit 1600. & multiplicando 5. efficit eius radicem 40.

PROP

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Invenire duos numeros, qui ita se habeant vt productus ex eorum multiplicatione, & summa ipsorum datos efficiant numeros.

Quæruntur duo numeri quorum summa sit 20. productus 96. sit differentia eorum 2R. fiat semisumma hæc erit 10. huic adde semidifferentiam & detrahe, fient numeri 10 + 1R. & 10 — 1 R. multiplica fiet productus 100 — 1 q. = 96. adde 1q. fiet 100 = 96 + 1q. subtrahe 96. fiet 4 = 1q. & 2 = 1R. suntque numeri 12. & 8.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Invenire duos numeros, vt summa ipsorum & differentia quadratorum datos efficiant numeros.

Quæruntur duo numeri quorum summa sit 20. & intervallum quadratorum sit 80. sit pariter numerorum differentia 2R. erit maior 1R + 10 minor 10 — 1 R. sic enim eorum summa remanet 20. fiat vtriusque partis quadratum eritque vnius, 1q + 20 R + 100. & secundi 1q — 20R + 100. differentia quadratorum est 40 R. quæ æqualis est 80. quare 1R est 2. sunt igitur numeri 12. & 8. quadrata sunt 144. 64. differentia eorum 80.

PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

Invenire duos numeros quorum differentia sit data & productus eorum multiplicatione sit etiam datus.

Sint inveniendi duo numeri, quorum differentia sit 4. & productus eorum multiplicatione sit 96. Ponatur eorum summa 2 R. semisumma 1R. eritque vnus 1R + 2. & alter 1R — 2. multiplicentur fiet productus 1 q — 4. est ergo æquatio 1q — 4 = 96. adde 4. fiet 1q = 100. extrahe radicem fiet 1R. 10. & maior 12. minor 8.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Invenire duos numeros in data ratione vt summa quadratorum ad ipsorum summam datam habeat rationem.

Quæruntur duo numeri in ratione tripla, ita vt summa quadratorum sit eorum summæ quintupla.

Sit minor 1R. maior 3R. summa 4R. & consequenter summa quadratorum erit 20 R. sed summa quadratorum est 10 q. quare habemus æquationem 20 R = 10 q. & 20 = 10R est ergo 1 R = 2. minor numerus, maior est 6. summa est 8, quadrata 36. & 4. summa 40. quintupla summæ 8.

Eodem modo invenies duos numeros in data ratione ita vt summa quadratorum ad eorum differentiam datam habeat rationem. Probl. 36.

Aut differentia quadratorum ad differentiam ipsorum datam habeat rationem. Probl. 37.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

Invenire duos numeros in data ratione ita vt quadratus minoris ad maiorem numerum datam habeat rationem.

Quæruntur numeri in ratione tripla, ita vt quadratum minoris ad maiorem habeat rationem sexcuplam.

Sint numeri 1 R, & 3R. eritque minoris quadratum 1 q. volumus autem illum esse sexcuplum maioris seu æquari 18 R. est ergo æquatio 1 q = 18 R seu 1 R = 18. est ergo minor 18. maior 54.

Eodem modo invenies numeros in data ratione, ita vt quadratus minoris ad minorem datam habeat rationem. Vel ad summam vtriusque vel quadratus minoris ad eorum differentiam datam habeat rationem.

Quod præstat Problem. 39. 40. 41. 42.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

Duobus datis numeris alium numerum invenire vt bini quinque coniuncti, & in reliquum multiplicati faciant tres numeros Arithmetice proportionales.

Sint dati duo numeri 3. & 5. sitque inveniendus tertius, ita vt horum trium bini simul iuncti, & per alium multiplicati efficiant numeros arithmetice proportionales. Sit quæsitus numerus 1R. qui iungatur primo fiet 1 R + 3. multiplicetur per 5. fiet primus productus 5R + 15. adde eumdem numero 5. fiet 1 R + 5. duc in 3. fiet secundus 3R + 15. adde 3. & 5. fiet 8. multiplica per 1 R. fiet tertius productus 8 R. habemus ergo 8 R. 5 R + 15. & 3R. + 15. est autem in numeris arithmetice proportionalibus summa extremorum æqualis medio duplicato, hoc est 11 + 15 = 10 R + 30. subtrahe 10 R. & 15. restat 1 R = 15. quare sunt numeri 3. 5. 15. adde 3. & 5. fiunt 8. multiplica per 15. fiunt 120. adde 5. & 15. fiunt 20. multiplica per 3. erunt 60. adde 3. & 15. erunt 18. multiplica per 5. fiunt 90. sunt igitur numeri 60. 90. 120.

EX DIOPHANTI LIbro ſecundo.

PROPOSITIO I.

Problema.

Invenire duos numeros vt ſumma ipſorum ad ſummam quadratorum datam habeat rationem.

QUæruntur duo numeri quorum ſomma ſit decima pars ſummæ quadratorum ponatur minur numerus 1R. maior 2R. ſumma 3R. & vt ſit decima pars quadratorum erit ſumma quadratorum 30 R. ſed aliunde quadrata ſunt 1q & 4q, & ſumma 5q eſt ergo æquatio 30 R. = 5q & 30 = 5R. eſt ergo 1R = 6. minor eſt 6. maior 12. ſatisfacientes quæſtioni.

PROPOSITIO II.

Problema.

Invenire duos numeros, quorum differentia ad differentiam quadratorum datam habeat rationem.

Sint duo numeri quærendi, qui ita ſe habeant, vt eorom differentia ſit ſexta pars differentiæ quadratorum, ſit minor 1 R. maior 2R differentia numerorum 1 R, & conſequenter differentia qoadratorum ſextupla etiā 6R. ſed quadrata ſuot 1q & 4q. differentia 3q, quare erit æquario 3q = 6R. & 3R = 6 eſt ergo 1R = 2 minor numerus, maior 4. differentia numerorum 2. qoadrata ſuot 16. & 4. differentia 12, prioris differentiæ ſextupla.

PROPOSITIO III.

Problema.

Invenire duos numeros, vt productus ex eorum multiplicatione ad ſummam ipſorum, vel ad differentiam datam habeat rationem.

Quærantur duo tales numeri vt productus ex eorum multiplicatione ad ſummam ipſorum rationem habeat ſexcuplam. ponantur ij nomeri 1R & 2R poſſent autem poni in quâcumque ratione, erit productus ex eorum multiplicatione 2q. ſumma 3R. & cum productus ſit ſexcuplus erit æqoatio 2q = 18R ſeu 2R = 18. erit igitor 1R. 9. & 2R. 18. numeri quæſiti ſumma 27. productus 162 ſummæ 27. ſexcuplus, eôdem modô invenietur productus quamcumque rationem habens ad differentiam.

PROPOSITIO IV.

Problema.

Invenire duos numeros ita vt aggregatum quadratorum ad eorum differentiam datam habeans rationem.

Quærantor nomeri, qui tales ſint vt aggregatum quadratorum, ſit decuplum differentiæ eorom, poſſunt autem numeri eſſe in datâ ratione. ſint 1 R & 2 R. eorum quadrata 1 q & 4 q. ſumma eſt 5q. differentia numerorum eſt 1R. cuius ſumma quadratotum eſt decupla, eſt ergo æquatio 5q = 10R & 5R = 10. & 1R = 2 ſunt ergo numeri 2. & 4. differentia 2, cuius ſumma quadratorum 16 & 4. ſeu 20. eſt decupla.

Eôdem modô inveniuutur duo numeri, quorum intervallum quadratorum ſummæ numerorum ſit ſexcuplum quod efficitur Problemate 5.

PROPOSITIO V.

Problema.

Invenire duos numeros quorum differentia ſit data ita vt differentia quadratorum eam ſuperet dato numero.

Sint inveniendi duo numeri, qoorum differentia ſit 2, & differentia quadratorum, ſoperet hanc differentiam 2. vigioti vnitatibus, ſit minor 1 R. maior erit 1 R + 2. cum differentia ſit 2. quadrata ſunt 1q. & 1q + 4R + 4. differentia quadratorum 4R + 4. quæ æquatur 22, vt ſuperet differentiam 2, viginti vnitatibus: datur ergo æquatio 4 R + 4 = 22. & ſubtractis 4. 4R = 18. ſeu 1R = 4 $\frac{1}{2}$. minor numerus, maior 6 $\frac{1}{2}$.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Invenire duos numeros qui tales ſint vt differentia quadratorum, ad numerorum differentiam ſit in data ratione, & ſuperaddat aliquot vnitates.

Sint inveoiendi duo numeri, qui ita ſe habeant, vt differentia quadratorum ſit tripla differentiæ numerorum, & inſuper addat 10. vnitates, ſit intervallum numerorum 2. ſintque oumeri 1R. & 1R + 2. quadrata 1q & 1q + 4R + 4. differentia 4R + 4. differentia numerorum 2. triplicetur fiet 6, addatur 10. fiet 16. eſt ergo æquatio 4R + 4 = 16. ſubtrahe 4. fiet æquatio 4R = 12 & 1R = 3. ſunt ergo numeri 3. & 5. quadrata 9. & 25. differeotia 16.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Numerum quadratum in duos numeros quadratos dividere.

Sit numerus quadratus 16. dividendus in duos numeros qoadratos, clarum eſt formati triangulum rectangulum, cum quadratum vnius lateris fiat æqoale duobus quadratis aſſumantur quæcumque duo quadrata vni æqualia verbi gratia 9. 16. 25. quorom latera ſuot 3. 4. 5. dico ſi fiat ve hypotheouſa 5. ad 3. ita hypothen. 4. ad $\frac{12}{5}$. ſeu 2 $\frac{2}{5}$. ſi fiat vt 5. ad 4. ita 4. latus quadrati 16. ad $\frac{16}{5}$. ſeu 3 $\frac{1}{5}$. eroot latera qoadratorum quæſitorum $\frac{12}{5}$. & $\frac{16}{5}$. qoorum quadrata $\frac{144}{25}$. & $\frac{256}{25}$. æquantur quadrato 16. ſeu $\frac{400}{25}$.

Idem

Idem alio modo præstari potest ponatur pro primo latere vnius quadrati quæsiti 1R. pro secundo quilibet alius numerus, minus tot vnitatibus quot sunt in radice propositi quadrati, verbi gratia 2R. — 4. fiat vtriusque quadratum habebuntur quadrata 1q. & 4q. — 16R. + 16. addantur simul fient 5q. — 16R. + 16. = 16. addantur 16R. fiet æquatio 5q. + 16. = 16R. + 16. & ablatis 16. erunt 5q. = 16 R. & 5R. = 16. divide erit 1R. = $\frac{16}{5}$. seu $3\frac{1}{5}$. & 2R. — 4. erit $\frac{32}{5}$ — 4. seu $6\frac{2}{5}$ — 4. hoc est $2\frac{2}{5}$. seu $\frac{12}{5}$ iidem numeri qui prius.

Expetiantur an alio quôvis exemplo idem succedat. ponantur radices duorum numerorum 1R. & 3R. — 4. fiat quadratum huius vltimi eritque 9q. — 24R. + 16. & 1q. addantur simul fient 10q. — 24R. + 16. quæ volumus æquari numero 16. est ergo æquatio 16. = 10q. — 24R. + 16. adde 24R. fiet æquatio 24R. + 16. = 10q. + 16. & ablatis 16. 24R. = 10q. & 24. = 10R. & diuisis $\frac{24}{10}$. = 1R. seu $\frac{12}{5}$. & 3R. — 4. erunt $\frac{36}{5}$ — 4. seu $\frac{16}{5}$. idem numeros qui prius, quod mirabile est.

Supponatur 5R. — 4. pro secundo cuius quadratum 25q. — 40R. + 16. fietque æquatio 26q. — 40R. + 16. = 16. adde 40R. fit æquat. 26q. = 40R. seu 1R = $\frac{40}{26}$. seu 5R. erunt $\frac{200}{26}$. ex quo $\frac{200}{26}$. subtrahere debes 4. seu $\frac{104}{26}$ restantque $\frac{96}{26}$. sunt autem numerorum $\frac{40}{26}$ & $\frac{96}{26}$. quadrata $\frac{1600}{676}$. & $\frac{9216}{676}$. quæ simul efficiunt summam $\frac{10816}{676}$. seu 16. sunt autem radices $\frac{96}{26}$ & $\frac{40}{26}$. seu $3\frac{18}{26}$. seu $3\frac{9}{13}$. & $1\frac{7}{13}$.

Totum autem Artificium Diophanti in eo consistit, vt vitet radices surdas, si enim vitandæ non essent quiliber numeri assumi possent in quos diuidi posset numerus 16. certum est enim, quod numerus 16. æqualis sit numero 9. & numero 7. nempe quadratis radicum 3. & Rq7. exurgunt autem istæ radices surdæ, cum ex numeris non quadratis educi debent radices quadratæ, quod vitavit egregie, positis enim radicibus 1R. & 2R. — 4. quia — 4. multiplicando — 4. facit 16. debet autem comparari productus cum quadrato 16. fit æquatio inter quadratum 16. & productum 16. ideoque restat sola æquatio inter numerum quadratorum, & numerum radicum, & quia numeri quadratorum & radicum sunt collaterales, nulla est opus radicum extractione: ergo numeri qui prouenient rationales erunt. Idem & eodem modo præstat, in problemate nono.

PROPOSITIO X.

Problema.

Datum numerum ex duobus quadratis compositum diuidere in duos alios quadratos.

Proponatur numerus 13. compositus ex duobus quadratis 4. & 9. diuidendus in duos alios numeros quadratos, numerorum autem quadratorū 4. & 9. radices sunt 2. & 3. ponatur radix primi quadrati quæsiti 1R. + 2. & secundi cuiuscumque numeri radicū cum defectu radicis 3. vt 2R. — 3. fiat vtriusq; quadratum, erit primū 1q. + 4R. + 4. & secundum 4q. — 12R. + 9. addantur fient 5q. — 8R. + 13. quæ æquari volumus numero 13. addantur 8R. fiet æqu. 5q. + 13. = 13. + 8R. subtrahe 13. erit 5q = 8R & cum sint collaterales 5R = 8. & 1R. = $\frac{8}{5}$. est igitur radix primi $2\frac{8}{5}$. radix secundi $\frac{16}{5}$. — 3. seu $\frac{2}{5}$. sunt ergo radices $\frac{18}{5}$. & $\frac{1}{5}$. quadrata $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$. seu simul $\frac{325}{25}$. seu 13.

Potest item fieri vt sumatur vtraque radix cum defectu hôc modô 1R. — 2. & 2R. — 3. primum quadr. erit 1q. — 4R. + 4. secundum 4q. — 12R. + 9. summa 5q. — 16R. + 13. quæ æquari volumus nu. 13. est ergo æquatio 5q. — 16R. + 13. = 13. & additis 16R. & subtractis vtrinque 13. erit æquatio 5q. = 16R. & quia sunt collaterales 5R. = 16. & diuisione facta erit 1R. = $\frac{16}{5}$. erat primi quadrati radix 1R. — 2. hoc est $\frac{6}{5}$. & secundi 2R. — 3. seu $\frac{32}{5}$ — 3, hoc est $\frac{17}{5}$. sunt autem quadrata $\frac{36}{25}$. & $\frac{289}{25}$. seu $\frac{325}{25}$. idem numerus qui prior, inuenimus ergo alia duo quadrata.

Totum pariter artificium in eo positum est, vt fiat æquatio inter solas radices & numerum absolutum, quod componendo radices ex lateribus priorum quadratorum, cum signo defectus, egregiè præstatur, quia semper adhæret numerus æqualis summæ quadratorum 13. debet autem numerus radicum in quadratis esse cum nota defectûs, vt possit transire in aliam partem comparationis ideoque vel maior radix ponatur cum nota defectus vt 2R. — 3. vel vtraque.

PROPOSITIO XI.

Problema.

Inuenire duos quadratos quorum differentia sit data.

Sint inueniendi duo numeri quadrati quorum differentia sit 60. primi quadrati latus sit 1R. & secundi sit quilibet numerus radicum cum adiunctione quotcumque vnitatum, quarum tamen quadratus minor sit proposita differentia 60 ponatur ergo 1R + 3. cuius quadratus 1q + 6R + 9. & primus quadratus erit 1q. differentia quadratorum est 6R + 9. quæ supponitur esse æqualis numero 60. habemus ergo æquationem 6R. + 9 = 60. & subtractis vtrinque 9. erit æquatio 6R. = 51. & facta diuisione erit 1R. = $8\frac{1}{2}$ & radix primi quadrati. $8\frac{1}{2}$ seu $\frac{17}{2}$ Radix secundi $11\frac{1}{2}$. seu $\frac{23}{2}$. quadrata $\frac{529}{4}$. $\frac{289}{4}$. subtrahe vnum ab alio, vt habeas differentiam, hæc erit $\frac{240}{4}$ seu 60 vnitates.

Artificium pariter huius problematis in eo positum est vt euitetur extractio radicum, euitatur autem si quadratorum factorum differentia contineat tantum radices, & vnitates, pauciores tamen proposita differentia 60 sic enim restabit æqualitas inter solas radices, & vnitates & per diuisionem dabitur valor vnius radicis.

PROPOSITIO XII.

Problema.

Datis duobus numeris inuenire numerum qui ad vtrumque additus, efficiat numeros quadratos.

Proponantur numeri 10. & 70. sitque iniunctum quærere vnum numerum qui additus ad 10. & 70 efficiat numeros quadratos.

Datis numeris 10. & 70. cognoscitur eorum differentia 60. quærantur per præcedentem duo numeri quadrati, quorum differentia sit 60.

ij sunt $\frac{529}{4}$. $\frac{289}{4}$. seu $132\frac{1}{4}$. & $72\frac{1}{4}$. subtrahe 10. ex minori habebis $62\frac{1}{4}$. dico hunc numerum $62\frac{1}{4}$. esse quæsitum, nempe si additur numero 10. efficit quadratum $72\frac{1}{4}$. si additur numero 70. efficit quadratum $132\frac{1}{4}$. cum enim duobus numeris idem additur, differentia summarum, æqualis est differentiæ numerorum. sed differentia est 60. ergo producti differunt per 60. sed primus est minor quadratus, ergo maior erit quadratus qui inventus est differens à minori per 60.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

A datis duobus numeris eumdem auferre ita vt vtrumque residuum quadratum sit.

Sint propositi duo numeri 9. & 21. à quibus idem numerus auferendus sit ea lege, vt vterque numerus residuus sit quadratus numerorum 9. & 21. differentia est 12. quærantur (*per* 11.) duo quadrati quorum differentia sit 12. invenienturque 4. & 16. subtrahe minorem à numero 9. relinquetur 5. dico numerum 5. esse numerum quæsitum, nempe qui si ex 9. detrahatur relinquit 4. si detrahatur ex 21. relinquit 16. eadem probatio adhiberi potest.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Ab eodem quæsito numero, auferre duos datos numeros, itavt residui sint quadrati.

Sint propositi duo numeri 5. & 12. subtrahendi ab eodem, eâ lege, vt residui sint quadrati. quæsitur igitur ille numerus. differentia propositorum numerorum, est 7. quærantur duo quadrati quorum differentia 7. ij invenientur esse (*per* 11.) 9. & 16. addatur minor numerus maiori fiet 21. dico numerum 21. esse quæsitum. si enim ab eo auferatur minor 5. clarum est restare maiorem quadratum scilicet 16. dico si subtrahatur maior restabit numerus cuius differentia à maiori quadrato erit æqualis differentiæ numerorum propositorum, sed minor quadratus ita differt à maiori: ergo restabit minor quadratus.

PROPOSITIO XV.

Problema.

Datum numerum in duas partes ita diuidere vt addita eidem quadrato faciant duos quadratos.

Sit numerus 20. ita dividendus. quærantur duo numeri, quorum quadrata simul sumpta minora sint numero 20. sintque numeri 2. & 3. iis addatur 1R. ita vt fiant 1R. + 2. & 1R. + 3. quadrata illorum sunt 1q. + 4R. + 4. & 1q. + 6R. + 9. à quibus singulis si abstulero 1q. restabunt quæsiti numeri 4R. + 4. & 6R. + 9. qui iuncti sunt æquales numero 20. iuncti autem efficiunt summam, 10R. + 13. habemus ergo æquationem 10R. + 13. = 20. seu 10R. = 7. seu 1R. = $\frac{7}{10}$. cuius quadratum $\frac{49}{100}$ est ille qui quæritur & cum vna pars numeri 20 sit 4R. + 4. erit $6\frac{8}{10}$. alia 6R. + 9. erit $13\frac{2}{10}$ seu $\frac{68}{10}$. & $\frac{132}{10}$. hoc est $\frac{680}{100}$. & $\frac{1320}{100}$. quæ iunctæ $\frac{49}{100}$. efficiunt numeros $\frac{729}{100}$. & $\frac{1369}{100}$ quorum radices $\frac{27}{10}$. $\frac{37}{10}$.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

Numerum datum ita diuidere in duos vt vterque à quadrato detractus, relinquat duos quadratos.

Sit idem numerus 20. ita dividendus, vt vtraque pars à quadrato inveniendo detracta, relinquat duos quadratos. proponatur 1 R. cum tot vnitatibus vt earum quadratus minor sit numero 20. ponantur 2. vnitates, vt sit radix 1R. + 2. cuius quadratus 1q. + 4R. + 4. si auferas 4R. + 4. restabit quadratus seu 1q. ab eodem quadrato 1q. + 4R. + 4 aufer 2R. + 3. relinquitur etiam quadratus 1q. + 2R. + 1. nempe quadratus huius radicis 1R. + 1. statuantur ergo istæ partes 4R. + 4. & 2R. + 3. quæ sint partes numeri 20. addantur ergo simul efficiens 6R. + 3. = 20. eritque 1R. = $\frac{17}{6}$. & partes $\frac{76}{6}$. & $\frac{44}{6}$. quadrati radix erat 1R. + 2. seu $\frac{25}{6}$. cuius quadratus $\frac{625}{36}$. satisfacit quæstioni.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

Inuenire numeros in data ratione qui additi dato numero quadrato faciant quadratos.

Maior numerus debeat esse minoris triplus, & additi ad quadratum 9. facere debeant quadratos. Ponatur numerus aliquis quadratus ortus à quacumque radice auctâ numero 3. verbi gratia 1R. + 3. quadratus eius erit 1q. + 6R. + 9. ab eo aufer 9. & 1q. + 6R. sit minor numerus quæsitus. & consequenter maior erit 3q. + 18R. cum sit minoris triplus cui si addatur 9. debet fieri numerus quadratus hoc est numerus 3q. + 18R. + 9. qui debet esse quadratus vt satisfaciat quæstioni. quod vt præstare possimus, fingo quadr. à 2R. — 3. erit autẽ 4q. — 12R. + 9. qui ponatur æqualis num. 3q. + 18R. + 9. = 4q. — 12R. + 9. aufer 9. & 3q. restat 18R. = 1q. — 12R. adde 12R. fiet æquatio 1q. = 30R. seu 1R. = 30. cũ sint collaterales. minor ergo numerus qui erat 1q. + 6R. erit 1080. maior vero 3q. + 18R. erit 3240. quibus si addas 9. fient numeri quadrati 1089. quorum radices 33. & 57.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

Inuenire tres numeros, qui ita se habeant; vt si vnusquisque sequenti partem imperatam, tribuat & insuper datum numerum, restent æquales.

Quærantur tres numeri, qui ita se habeant, vt

vt si primus det secundo suam quintam partem, & præterea 6. vnitates. Secundus det tertio sextam & 7. vnitates, tertius det primo septimam partem & 8. vnitates, acceptis omnibus & datis fiat æqualitas.

Ponatur primus 5R. vt habeat quintam partem, & secundus sit 6R. accipiens autem à primo quintam partem, & 6. vnitates, fit 7R. + 6. vnitates & dans tertio sextam partem & septem vnitates, restat 6R. — 1. & huic numero reliqui sunt æquales. Primus postquam dedit secundo est 4R. — 6. deberet autem esse æqualis secundo, si nempe accipiat septimam partem tertij & 8. vnitates, vt fiat æqualis desunt illi 2R. + 5. quare 2R. + 5. sunt septima pars tertij, & præterea octo vnitates, aufer ergo octo vnitates habebis 2R. — 3. septimam partem tertij. est ergo tertius 14R. — 21. accipiat à medio 6R. sextam partem & 7. vnitates fiet 13R. — 14. det etiam septimam partem & 8. vnitates restabit 13R. — 19. qui æqualis esse debet numero 6R. — 1. habemus ergo æquationem 13R. — 19. = 6R. — 1. adde 19. fit æquatio 13R. = 6R. + 18. seu 7R = 18. seu 1R. = $\frac{18}{7}$. Primus ergo est $\frac{90}{7}$. secundus $\frac{108}{7}$. tertius $\frac{105}{7}$.

Eodem modo dividere possumus in tres numeros easdem conditiones habentes quod præstat problemate 19.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Inuenire tres quadratos, ita se habentes vt differentia maximi & medij, ad differentiam minimi & medij datam habeat rationem.

Quæruntur tres quadrati, qui ita se habeant; vt differentia maximi, & medij, sit tripla differentiæ medij, & minimi.

Ponatur 1R. radix primi & consequenter primus sit 1q. secundi radix ponatur 1R. + 1. sitque tius quadratus 1q. + 2R. + 1. differentia inter vtrumque quadratum erit 2 + 1. quare maximus quadratus erit 1q. + 2R. + 4. vt nempe differentia inter illum & medium, sit tripla.

Fingatur quadratus qui maxime accedat ad hunc, v. g. ad 1R. + 3. eritque eius quadratus 1R. + 6R. + 9. qui supponatur æqualis quadrato maximo 1q. + 8R. + 4 = 1q. + 6R. + 9. aufer 1q. habebis 8R. + 4. = 6R. + 9. aufer 4. ex 6R. habebis 2R. = 5. & 1R. = $2\frac{1}{2}$. quare maximus erit 1q. + 8R. + 4. & 1q. $\frac{25}{4}$ seu $6\frac{1}{4}$. item 8R = 20. & 4. erit igitur maximus quadratus $30\frac{1}{4}$. minor $6\frac{1}{4}$. medius $12\frac{1}{4}$. differentia minimi & medij 6. medij & maximi 18.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Inuenire duos numeros, quorum quilibet adiectus alterius quadrato faciat quadratum.

Sit primus 1R. si secundus ponatur 2R. + 1. certe additus prioris quadrato faciet quadratum, summa enim 1q. + 2R. + 1. est numerus quadratus cuius radix 1R. + 1. superest vt quadratus secundi, cum primo faciat quadratum est autem quadratus secundi 4q. + 4R. + 1. & adiecto primo 4q. + 5R. + 1. formo quadratum proximum nempe à 2R. — 1. nempe 4q. 8R. + 4. quem volo esse æqualem 4q. + 5R. + 1. = 4q. — 8R. + 4. aufer 4q. & 1. fiet æquatio 5R. = 3. — 8R. adde 8R. habebis 13R. = 3. & 1R. = $\frac{3}{13}$. cætera sunt facilia.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Inuenire duos numeros, quorum quilibet ab alterius quadrato subtractus; faciat quadratum.

Inveniendi sint duo numeri, qui ita se habeant, vt dempto vno ab alterius quadrato; remaneat quadratum. Sit minor 1R. + 1. cuius quadratum 1q. + 2R. + 1. si secundus ponatur 2R. + 1. secundus subtractus ex quadrato primi relinquet quadratum nempe 1q. nunc restat vt maioris quadratus dempto primo relinquat quadratum. est autem secundi quadratus 4q. + 4R + 1. dema primū relinquitur 4q. + 3R. fiat quodcumque quadr. v. g. à 3R. erit 9q. quod sit æquale 4q. + 3R. = 9q. subtrahe 4q. eritq; 3R. = 5q. & 1R. = $\frac{3}{5}$. minor $\frac{8}{5}$. maior $\frac{11}{5}$.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Inuenire duos numeros vt vtriusque quadratus additus illorum summa, faciat quadratum.

Quæruntur duo numeri, qui tales sint, vt vtriusque quadratus additus eorum summæ, quadratum efficiat. ponatur primus 1R. & secundus 1R. + 1. sic enim quadratus minoris, additus summæ illorum quæ est 2R. + 1. quadratum efficiet 1q. + 2R. + 1. superest vt quadratus maioris qui est 1q. + 2. + 1. Simul cum vtroque numero, sit quadratus, hoc est numerus 1R. + 4R. + 2. sit quadratus: vt hoc fiat; formetur quadratus ex 1R. — 2. is erit 1q. — 4R. + 4. qui si æqualis præcedenti, fiatque æquatio 1q. + 4R. + 2. = 1q. — 4R. + 4. subtrahe 1q. & 2. & adde 4R. fiet 8R. = 2. & 1R. = $\frac{2}{8}$. minor ergo erit $\frac{2}{8}$. maior $1\frac{2}{8}$. seu $\frac{10}{8}$.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Inuenire duos numeros, à quorum quadratis subtracta summa faciat quadratos.

Sit minor 1R. & maior 1R. + 1. sic enim à maioris quadrato 1q. + 2R. + 1. demptâ eorum summâ, remanet 1q. restat vt subtractâ numerorum summâ, ex minoris quadrato, reliquus fiat quadratus, est autem minoris quadratus 1q. ex quo si subtrahas numerorum summam, fit 1q. — 2R. — 1. qui quadratus esse debet formetur quadratum ab 1R. — 3. fiet enim quadratus deficiens in radicibus, abundans in vnitatibus,

nempe 1q. — 6R. + 9. hunc ponamus esse æqualem superiori 1q. — 2R. — 1. = 1q. — 6R. + 9. subtrahe 1q. adde 6R. & 1. fiet æquatio 4R. = 10. & 1R. = $\frac{10}{4}$ seu $2\frac{1}{2}$ erit ergo minor $2\frac{1}{2}$ maior $3\frac{1}{2}$.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

Inuenire duos numeros, quorum quilibet additus quadrato summæ, quadratum efficiat.

Sit summa numerorum 1R. eius quadratus 1q. sintque numeri 3q. & 8q. sic enim additi ad quadratum summæ; quadratum efficiunt nempe 4q. & 9q. sed si numeri sint 8q. & 11. summa erit 11q. & quadratus eius 121 qq. sed quadratus summæ ponebatur 1q. ergo est æquatio 121 qq. & 1q. & quia sunt collaterales erit æqu. 121 R. = 1. eruntque numeri & diuisis omnibus per 11. erit 1R. = $\frac{1}{11}$ numeri $\frac{3}{121}$. $\frac{8}{121}$. quadratus summæ $\frac{121}{14641}$.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Inuenire duos numeros quorum quilibet subtractus à quadrato summæ, relinquat quadratum.

Primo subtrahantur duo numeri à quolibet quadrato, ita vt relinquantur duo quadrati, verbi gratia, proponatus numerus 16. à quo subtrahendo 12. relinquitur 4. & subtrahendo 7. relinquitur 9.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Inuenire duos numeros vt productus ex eorum multiplicatione, additô quolibet, faciat quadratum & quadratorum radices faciant datum numerum.

Quæruntur duo numeri, qui seorsim additi ad productum ex eorum multiplicatione faciant quadratos, & radices horum quadratorum efficiant.

A.	B.	C.	D.
4.	15.	1.	60.

Primo opus est tali Lemmate si dentur duo numeri A, & B. desit autem vnitas C numero B, vt sit planus similis numero A. dico productum ex A in B + A. esse quadratum. nam cum A & B C, sint plani similes, productus ex A in B & C. est quadratus, hic autem productus æqualis est producto ex A in B & producto ex A in vnitatem D (*per primam secundi*) hic autem est ipsum A cum vnitas nihil immutet; ergo productus ex A in B + A est quadratus.

Ponamus ergo numerum minorem esse 1R. & maiorem 4R. — 1. fiat productus eorum multiplicatione ille erit 4q. — 1R. cui si addas 1R. fiet quadratus 4q. necessarium item est vt idem productus 4q. — 1R. additô maiore 4R. — 1. hoc est 4q. + 3R. — 1. sit quadratus; cuius radix sit 6 — latere prioris quadrati 4q. seu 6. — 2R. quadratus autem huius radicis 6 — 2R. est 4q. — 24 R. + 36. ergo habemus æquationem 4q. + 3R. — 1. = 4q. — 24R. + 36. subtrahe 4q. adde 1. & 24R. fiet æquatio 23 R. = 37. ergo 1R. = $\frac{37}{23}$. ideoque minor, maior $\frac{125}{23}$.

Eodem artificio inuenies duos numeros qui ita se habeant, vt detracti ex producto eorum multiplicatione relinquant duos quadratos: quorum duæ radices adæquent propositum numerum vt problemate 28.

Atque hæc sufficiant vt Tyro se exercere possit, & intelligat Diophantum qui plura volet assumat ipsum Diophantum, quem ex præsuppositis fundamentis percurret facile.

TRACTA

TRACTATVS XXX.

DE INDIVISIBILIBVS.

LIBER PRIMVS

De Indivisibilium Methodo.

HANC *Indiuisibilium methodum Bonauenturæ Cauderio Mediolanensi ex Iesuatorum ordine, insigni mathematico debemus, qui resolutis in sua quasi elementa figuris quibuscumque, siue planis siue solidis obscuriora Theoremata, mira facilitate demonstrat. Non omnibus tamen æqualiter accepta fuit hæc methodus, ipso titulo nonnullis suspicionem faciente, quasi in quantitatem continuam indiuisibilia inueheret, aut ex eorum tantum suppositione, quam vt chymericam & impossibilem, insectatur peripathetica schola, suas demonstrationes perageret. Nonnulli fallacem crediderunt, nec sine delectu, aut examine adhibendam, quod nempe auctoris mentem non satis perciperent, sed in eius scriptis perspicuitatem & ordinem deesse iure merito quærerentur. Hanc methodum meo modo explicandam in ordinem redigendam, & in meliorem quem pati poterit sensum detorquendam suscipio.*

DEFINITIONES.

DEfinitio prima. Indivisibile seu punctum Mathematicum, illud est cuius pars nulla, nempe quod ita concipitur, vt in eo pars vna ab alia non distinguatur, sive re vera partes habeat, sive non parum interest ad institutum nostrum. Hunc vt puto sensum voci *Indiuisibile* tribuere debemus, vt pro puncto Mathematico sumatur. Si enim Indivisibile intelligatur punctum zenonicum, de cuius possibilitate iure merito ambigunt Philosophi, hæc methodus te compositionis continui difficultatibus inutiliter implicabit, ex quibus scilicèt se expediet nunquam: Cum vt volunt plerique puncta zenonica apertam involvant contradictionem, ideuque ex eorum suppositione, nihil nisi chymericum concludi poterit & etiamsi aliquid deduceretur, inutile tamen esset ad nostrum institutum. Volumus methodum, quâ certò & infallibiliter æqualitatem aut inæqualitatem figurarum, absolute demonstremus, & non tantum supposito quòd quantitas ex punctis zenonicis constatet.

Punctum ergo Mathematicum est, quæcumque quantitas consideratur, non distinguendo vnam eius partem ab alia. ideoque mihi licet, quamcunque voluero punctum facere: ita vt assumptô vnô quocumque corpore pro puncto Mathematico, quæcumque in illa suppositione Mathematice demonstrantur, sequantur naturam illius suppositionis sufficiatque vt nulla, in illa suppositione fiat aberratio, quæ æqualis sit puncto illius suppositionis, licet aberretur aliquo defectu, sed minore quam sit tale punctum primo assumptum.

Quod vt in exemplo aliquo clarum faciam dicetur globus perfectus in puncto tangere planum disputabunt philosophi an dari possit perfectus globus, an perfectum planum; mathematicus de hac disputatione ne verbum quidem, eò quod aliter mathematicus, aliter philosophus has voces globi, & plani perfecti intelligat. Philosophus per globum perfectum intelligit eum qui in omni suppositione, hoc est in qua pars quæcunque minima pro puncto assumatur, perfectus erit, mathematicus autem globum quemlibet in sua suppositione considerabit, eumque perfectum dicet, si assumpta quantitate aliqua pro puncto, quod fluere intelligatur ita vt generet lineam quæ linea in orbem circumvoluatur, circa vnum punctum immotum, & producat circulum qui circa immotam diametrum circumvolutus generet globum hic inquam globus perfectus erit, qui non exorbitabit aliqua magnitudine æquali, illi puncto primò assumpto vnde globus perfectus in vna suppositione, imperfectus esse potest in alia suppositione, tangetque planum in parte, quæ non erit maior illo primo puncto propriæ suppositionis, licet tangat in parte realiter diuisibili, sed quæ assumpta est pro indiuisibili, & quia possunt assumi partes quantum voluerimus minores pro puncto, ideo loquimur de puncto, quasi de parte minima.

Hic sensus legitimus est, & matheses extricat difficultatibus compositionis continui. Sensus alij,

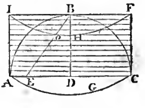
sunt illegitimi, ita vt si secundum ena explicentur vnees puncti, Lineæ, superficiei facile omnes mathematicas demonstrationes negabo. iure enim prima mathematices postulatu vt implicatoria respuam, cum enim peteiur à me, vt à pũcto ad punctum liceat ducete rectam lineam, dicã hoc postnlatum esse de subiecto non suppnnente, cum omne punctum implicet; punctũ ergo de quo mathematici loquũtur, est quæcumque quantitas, aut etiam spatium, in qua nolo distinguete vnam partem ab alia, volo ergo vt si dicam ducatur à terra ad snlem linea, teira & sol habeant rationem punctorum, quia nolo in hac suppositione, maiorem accurtationem, & diligentiam adhibete sed in ea mihi sufficiat vt non aberrem puncto matbematico id est parte quæ sit sole maior: cum opus erit mainre diligentia assumam partem quantum libuerit minorem.

In eo igitur sensu iotelligo hanc vocem *indivisibile* nec inquiro an sit vox propria, nec ne, scio enim nonnullos huius meibodi titulum reprehendisse; sed modo de re inter nos conveniat, quæstio de voce facile componetur.

Ex quibus vides quòd in linea finita, finita sint puncta Mathematica in qualibet suppositione, quia tamen fieri possunt aliæ, atque aliæ suppositiones, in quibus partes minores & minores pro puncto assumentur, ideo possunt pluta, & plura in infinitum puncta cogitari.

Hæc explicatio praxi communi conformis est, cum enim ad praxin descendimus, volumusque aliquam superficiem metiri, longitudinemque per latitudinem multiplicamus, aliquando, vtramque in exapedas dividimus, multiplicamusque longitudinis exapedas, per exapedas latitudinis vbiquue sufficit, vt vna exapedà non aberremus, exapeda quadrata nobis est punctum Mathematicum. Si diligentiores esse volumus, tam longitudinem, quam latitudinem minori mensura metimur, vt pede & tunc pes quadratus nobis, est punctum Mathematicum, si exactius procedere voluinus pedem in digitos, digitos in lineas, lineas in partes millesimas, & sic exapeda, pes, digitus linea, millesima lineæ erunt nobis punctum Mathematicum, vocetur indivisibile eum in sua suppnsitinne indivisibile sit,

2. In codem sensn accipiendæ sunt hæ voces lineæ, & superficiei quæcumque enim longitndo, cuius latitudo, aut non consideratur, ant ita consideratur vt non dividatnt vlterius, nec distinguatur in suas partes, erit linea Mathematica; dicitut ergo linea esse fluxus puncti, & respectum haber ad illud cuius est fluxus, quare maiorem, aur minorem obtinebit latitudinem, provt punctum primò assumptum, maius, aut minus fuerit: quod pendet ex arbittio operantis, maiorem, aut minorem in suis operationibus accurationem exigentis. In hac igitur methodo consideratur superficies quæcumque ad modum telæ parallelis filis contextæ vt autem hic parallelismus exactius observetur, proponitur semper aliqua linea, cui reliquæ omnes parallelæ intelligantur, & hæc vocatur regula. vt si proponatur figura plana quæcumque A B C D, exponaturque linea A C, io eius vno extremo, pro regula, hoc est cui reliquæ omoes lineæ intelligantur esse parallelæ & in alio exttemo ducatur linea BF, regulæ parallela quæ intelligatur moveri versus regulam AC, donec cum illa congruat, in illo transitu successive designabit omnes lineas ex quibus constate intelligitur figura plana ABC.



Quamvis aut numerus talium lineatom videatur infinitus dico tamen consequenter, in quâlibet suppositione esse finitum & in praxi ita communiter assumi nam basis per altitudinem integram B D multiplicabitur, si fuerit parallelogrammum, quæ multiplicatio fieri non potest nisi in aliqua mensura quæ indivisibiliter spectetur, hoc est quin singulæ lineæ considerentur cum aliqua latitudine, quamvis possit hæc latitodo minor, & minor assumi provt libuerit. Hæc latitudo ne inconcinne sumatur, secundum perpendicularem BD assumi deberet, vocatur autem hæc perpendicularis, linea recti transitûs nempe si linea BF, intelligatur descendere versus lineam AC, quam pro regula posuimus, linea quæ hunc motum metitur, quò nempe accedit ad lineam AC: est hæc perpendicularis. Linea vero BE, quæ obliqui transitus est, & dicitur linea obliqui transitus, non metitur congruè hunc accessum, quia eius motus componitur, quasi ex duobus motibus nempe motu perpendiculari ad lineam AC, & ex parallelo eidem lineæ AC, motus autem parallelus regulæ AC, videtur nullô modô pertinere, ad hunc negotium, vnde non consideratur an lineæ componentes figuram ABC, sint aut versus partes A vel C sed an sint distantes à regula AC.

Potest tamen adhiberi linea obliqui transitûs, si comparentur duæ figuræ planæ inter se, modo in vtrâque, linea æqualiter obliqua vsurpetur pro mensura transitûs, si enim in duabus figuris lineæ obliqui transitus, similiter obliquæ fuerint & æquales, lineæ item recti transitos, æquales erunt.

3. Eundem item sensum admittit Acceptio plani, nam licèt superficies quæcumque intelligatur, sine vlla crassitie, nulla tamen de facto dari potest, quæ crassitiem adiunctam non habeat quare propositum quodcumque corpus solidum licet mibi diuidete, in superficies vni propositæ regulæ parallelas, crassitiem aliquam obtinentes, modicam tamen, quam iodiuisibiliter sumam hoc est ita eam considerabo abstractiue, vt vnam eius partem ab alia non distinguam. Sic enim intelligenda est iodiuisibilitas superficiei quoad crassitiem. Tales superficies in quocumque solido, plures, & plures cogitari possunt, provt vlterior & vlterior earum diuisio institui potest.

Est ergo mathematica superficies cuius crassities non superat magnitudinem vnius puncti, aut vnius lineæ & superficies ita concepta si intelli-

gatus

gatur vni alicui propositæ semper parallela, ad eam accedere donec congruat, solidum generabit totque intelligentur esse in eo solido superficies, quot in linea motûs intelligentur puncta mathematica vt si superior figura ABC fuerit solida, proponaturque basis eius BGC tanquam regula, & alia superficies IHF, basi parallela, per summitatem solidi ducta, intelligatur accedere ad basin, ita vt à parallelismo non exorbitet, percurret hoc motu totum solidum, totque licebit in eo cogitare superficies, quot erunt in linea huiusmodi motûs, puncta mathematica. Naturalis quidem istius motûs seu ascensûs mensura, est linea perpendicularis, seu recta ad omnes illas superficies, diciturque propterea linea recti transitûs possemus tamen assumere quotcumque lineas obliquas, quando scilicet vnam figuram solidam, cum alia comparamus vt sint mensuræ vtriusque; modò scilicèt in vtraque assumantur duæ lineæ, similiter inclinatæ, & æquales, quia nempe ex æqualitate linearum similiter inclinatarum licet nobis concludere æqualitatem perpendicularium.

Hæc consideratio quà nempe vna superficies, in lineam rectam ducitur communis est, & vsitata & de illa iam locuti sumus. cum de soliditate egimus, ostendimus enim ductu superficiei in lineam, idem fieri, quod multiplicatione vnius superficiei per altitudinem aliquam, ita vt toties eadem superficies repetatur; aut tot cogitentur superficies, æquales si solidum nullô modô decrescat, quot intelliguntur partes in linea illa perpendiculari, si consideretur motus ille secundum rectum transitum vel quot sunt partes in linea obliqua, si consideretur motus ille secundum lineam obliquam.

In quo vnum notandum est nempe eamdem partem lineæ obliquæ, non exhibere tantam crassitiem in superficie sibi respondente, quantam exhibet æqualis pars lineæ perpendicularis quia vt diximus linea obliqua, non est propria mensura, illius crassities quod fundatur in eo principio, quo ostenditur lineam perpendicularem esse omnium breuissimam.

Quartò Duplicem distinguit methodum Cavalerius, In Priori per collectionem procedit compararque aggregata omnium vt vocat indivisibilium, nempe concludit æqualitatem duarum figurarum planarum, eò quòd aggregatum omnium linearum vnius figuræ, æquale sit aggregato omnium linearum alterius figuræ, intelligendo nempe omnes lineas vni regulæ parallelas pariter concludit æqualitatem duorum solidorum, eò quòd aggregatum omnium superficierum vni regulæ parallelorum, in vno solido, æquale sit aggregato omnium superficierum in alio solido quod quomodo sit intelligendum iam indicauimus nisi enim in eo sensu accipiatur, quem diximus, implicantia videbitur ea suppositio quare secundum hanc priorem methodum illa figuræ planæ erunt æquales quæ ita se habebunt, vt si diuidantur in lilineas, vni regulæ parallelas totamque earum aream implentes aggregata harum linearum sint æqualia, non tantum in vna tali diuisione, sed ita vt demonstrari possit quod quacumque institutâ diuisione, in lineas minoris latitudinis, semper eueniet vt aggregata sint æqualia. idem dicendum est de aggregato planorum respectu solidorum, vt eorum æqualitas demostretur hoc enim posito facile demonstrari poterit excessum vnius figuræ supra aliam, minorem esse quâcumque quantitate, atque adeò nullum esse.

Posterior methodus distributiue procedit, ostenditque vnam lineam vnius figuræ æqualem esse, sibi correspondenti in altera figura, & cum supponantur figuræ æqualis altitudinis, nulla erit linea in vna quæ non habeat in alia sibi correspondentem, vnde ex æqualitate singularum distributive sumptarum, facile ad collectionem procedimus vnde puto non esse duas methodos, sed eamdem quidquid tamen sit de vtraque dicam, quæ è re nostra videbuntur.

Prior methodus communiter respicit quam habeant rationem aggregatum omnium Indiuisibilium vnius figuræ, ad aggregatum alterius intelligendo nempe quod comparentur iuxta eamdem suppositionem, nempe si lineæ habent certam latitudinem in vna figura, quæ sumatur indiuisibiliter, hoc est quæ in tali suppositione non vlterius diuidatur, in altera sumantur lineæ iuxta eandem latitudinem.

Secunda methodus præcipue quærit an singulæ lineæ vnius figuræ, eamdem habeant rationem ad lineas sibi correspondentes in alia figura cum enim supponantur tot esse lineæ eò quòd eadem sit altitudo, nempe in singulis suppositionibus quam rationem habebunt singulæ lineæ ad singulas, eamdem habebit rationem figura ad figuram. Idem intellige de planis respectu solidorum.

Communis vulgo assignatur figurarum planarum, aut solidorum genesis, nam aliquæ figuræ fiunt per reuolutionem, ita circulus fit per resolutionem alicuius lineæ circa punctum immobile seu centrum: ita sphæra generatur si semicirculus circumuoluatur circa axem, cylindrus si parallelogrammum; conus cæteraque quæ vocantur rotunda. Alia vero generatio, quæ magis accommodata est mensurationi peragitur per motum rectum, nempe si figura aut linea alteri semper æquidistans moueatur figura quam tali motu producet, erit ea quæ generari dicitur, ita si circulus qui basis est cylindri, intelligatur semper sibi ipsi parallelus, intelligetur hoc motu produxisse cylindrum, pariter si parallelogrammum intelligatur hoc modo ferri producet parallelepipedum rectangulum quidem si linea motûs fuerit ad parallogrammi planum recta, vel scalenum seu obliquum.

Multis autem modis se habere potest, figura quæ generat solidum vel enim eadem sibi ipsi æqualis perseuerat, fiuntque corpora columnaria, vel interea dum mouetur, descrescit generanturque corpora pyramidalia aut conica, & hoc multipliciter, secundum varias rationes, quas obseruare possunt huiusmodi decrementa de quibus omnibus inferiùs.

Quintò si per extremitates oppositas vnius figuræ planæ, ducantur lineæ inuicem parallelæ per quas intelligantur duo plana parallela, siue recta, ad propositam figuram planam, siue inclinata, quorum vnum ad alterum moueri intelligatur obseruato semper parallelismo, omnes communes sectiones talis plani moti cum ea figura vocentur omnes lineæ propositæ figuræ, regula vna recti quidem transitus si planum ad figuram rectum fuerit, obliqui si fuerit inclinatum.

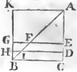
Hæc

bene metitur crassitiē vt ita dicam primæ assumptæ lineæ. In motu verò obliquo, aliter se res habet, cum enim linea motus obliquè incidat in lineam genitricem, non bene metitur crassitiem eius: in singulis vt ita dicā applicationibus, ideoq; reducenda est ad lineam motûs perpendicularis.

Eôdē modô intelligi potest duci superficies, in lineā motûs, ita si quadratum quod est basis cubi ascēdere intelligatur, donec cum opposito congruat; generabit cubum, si figura quæcumque polygona similiter ascendat producet prisma. si circulus producet cylindrū. quod si linea motus ad huiusmodi superficies perpendicularis non fuerit; generabuntur figuræ obliquæ, vt parallelepipeda, quæ per lineam motûs mensurari non debent, eo quod ea, crassitiem non metiatur, sed reductione opus est: pariter linea curva si motu recto qui in altero plano fiat moveatur generat superficiem curvam, vt superficies circuli, dum ascendit motu recto, producit superficiem cylindricam, & ita de aliis, hic est primus modus productionis quātitatis, nempe qui ita se habet, vt elementa non varientur, sed repetantur, & multiplicentur invariata, quare simpliciter per lineam motûs si perpendicularis fuerit multiplicantur, vt exurgat tota quantitas genita. Sic omnia parallelogramma, tam rectangula, quam obliquangula, omnia parallelepipeda, prismata, cylindri & cylindracea quæcumque sub hac specie comprehenduntur etiamsi eorū elementa oblique disponantur, immo etiā in spiras circūvolvantur.

Vt autem ordine & methodice procedamus, quantitatem genitricem basin vocabimus, eamque in plano horizontali considerabimus, lineā motûs præcipuè perpendicularis altitudinem vocabimus.

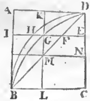
Potest secundò generari quantitas per motum, ita tamen vt quantitas primò assumpta tanquam basis, quam alij genitricem vocant, continuò decrescat, donec in fine motûs nihil omnino restet ex tali quantitate. quod decrementum varium esse potest si comparetur cum motu, & eius linea seu altitudine. nempe vel vt decrementa fiant in eadem ratione in qua fit motus, seu altitudinis, vel in subduplicata ratione altitudinum, vel in duplicata, triplicata, quadruplicata, ex quibus formantur varia corpora & species.





Proponatur linea BC tanquam basis quæ motu recto ascendat, donec congruat cum AK, sed vel dum movetur decrescat. ita vt ducta lineā AB resecetur semper id totū quod est vltra lineā AB, ad partes BF, eruntque decremēta HI, GF, quæ erūt proportionalia mutui, nam cum lineæ HI, GF, sint parallelæ, erit (per 3.6.) vt BH ad HI, ita HI, ad GF dicuntur elementa huius trianguli ABC decrescere, ita vt eandem observent rationem quam altitudines; est enim vt CA, ad DA; ita CB ad DI. id varie concipi potest nempe vt altitudinis AC punctum C. producat totam CB, punctum D lineam DI, punctum F lineam EF, quasi essent infirmioris roboris, pro vt puncto A fiunt viciniora, clarum autem est quod huius decrementi debeat ratio haberi; vnde linea BC non multiplicatur simpliciter per totā altitudinem AC, sed per dimidiam aut tantum dimidia basis per altitudinem vt dicemus.

Dissimilis est productio circuli, cum linea circa vnum punctum immobile circumvolvitur, singula enim eiusdem lineæ puncta, describunt circumferentias circulorum inæquales, & cum in omni circulo eadem sit ratio, sui radij ad circumferentiam, decrementum rationem diametrorum sequetur. sicut ergo triangulum est dimidia pars parallelogrāmi eamdem basin & eandem altitudinem habentis; ita etiam, circuli peripheria locum basis obtinente quæ si invariata moveatur secundū lineam rectam, radio æqualem; producetur cylindrica superficies, si autem decrescat in suo motu, fiatque circulus, hic erit tantum dimidia pars superficiei cylindricæ multæ autem sunt figuræ quæ simplex hoc decrementum observent, ita si cylindrus intelligatur componi, quasi ex variis superficiebus cylindricis ad hanc speciē revocatur, quia nempe hæc decrescunt, secundum rationem altitudinum, sumpto nempe radio pro altitudine, & superficie extima pro basi. Si hæc superficies cylindrica devolvatur in rectangulum cui aliæ & aliæ superficies imponātur, decrescent quidem parallelogramma in latum eadem tamen perseverat vna dimēsio, æqualis scilicet altitudini cylindri, ita si fiat triangulum cuius basis æqualis circumferentiæ circuli altitudo æqualis radio, fiet triangulum æquale circulo quæ innuisse sufficiat. vt meliùs ista productio, seu generatio figurarum intelligatur, fiatque cum opus fuerit transitus ab vna figura ad aliam fusum conoides parabolicum solidum licet, similes leges observat, habetque similia decrementa, sic



enim parabola DGB, quæ circa axem DC, immutū circumvolvatur, probatur pluribus locis de parabola, linea EG esse mediam proportionalem inter EI & EF, & cum sit vt DC ad DE, ita BC ad EF, erit media proportionalis inter CD & DE, ergo BC ad EF, est in duplicata ratione BC ad EG, sed circulus cuius radius BC, ad circulū cuius radius EG, est etiā in duplicata ratione lineæ BC ad GE; ergo vt BC ad ED, ita circulus ex BC ad circulum ex EG, decrescunt ergo circuli parabolici solidi, sicut decrescunt elementa trianguli. nempe sicut altitudines, ipsius vero parabolæ elementa in subduplicata ratione altitudinum & trilinei parabolici elementa in duplicata.

Superficies itē coni. erit huius considerationis: si nempe pro basi assumatur circumferentia circuli qui est eius basis, & altitudo sit latus, quare superficies coni se habet ad basin, vt latus coni ad radiū.

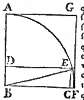
Tertio potest basis dum in altitudinem ducitur, decrescere in duplicata ratione altitudinum, v g. si fiat vt BC ad EF, ita EF ad aliam minorem, erit BC ad hanc in duplicata, rationis BC ad EF. quæ cum sit eadem ac DC ad DE; erit ratio BC ad hāc inventā in duplicata rationis altitudinis DC, ad altitudinem

titudinē DE quae si ducantur plurimae parallelae lineae BC, quaerantúrque tertiae proportionales, eô modô quô diximus, intelligaturque linea curva, coniungens extremitates huiusmodi linearum, habebitur trilineum, cui haec proprietas conuenit. habent autem hoc peculiare vt demonstrabimus, quod tali decremento detrahantur duae tertiae partes.

Hinc omnes pyramides, & coni sunt tertia pars prismatis aut cylindri eandem basin, & altitudinē habentis. Si enim triangulum DBC intelligatur vt figura solida, nempe si verbi gratia circumvoluatur, ita vt generet conum, radius BC describet circulum seu basin; linea EF, describet alium, sunt autem circuli in duplicata ratione suarum diametrorum, ergo decrescunt hi circuli qui sunt paralleli basi, atque adeo regulam habent basin, decrescunt inquam in duplicata ratione altitudinum, idē intelligendum est si supra lineas BC, EF, describantur quaecumque figurae planae similes, producetur enim pyramis. sphaera item potest hôc modo sumi, si nempe superficies extima fiat basis, & radius altitudo, poterunt cogitari per singula radij puncta, totidem superficies concentricae, sunt autem superficies in duplicata ratione radiorum. pariter hemisphaerium aut quicumq; sector sphaerieus, seu vt vocant nonnulli conus sphaericus hoc modo spectari possunt. omnia item poligona solida seu polyedria ita resolvi possunt. Coni, item & pyramides si pro basi assumatur cotum superficies & altitudo vel radius propriae basis, vel propria altitudo, addemus & alia corpora.

Quartò considerari possunt illae quantitates quae decrescunt in triplicata ratione altitudinum, vt si in eadem figura, fiat vt BC, ad EF, ita EF, ad tertium & haec ad quartam, idemque fiat in reliquis omnibus parallelis, tum intelligatur linea curva coniungens omnes extremitates, erit trilineum mixtum huius conditionis sumpta regula basi, vt eius elementa decrescant in triplicata ratione altitudinum. Alia multa excogitari possunt nempe quae decrescant in quadruplicata, quintuplicata, quae considerationes in praxi vix occurrunt: hanc autem habent proprietatem vt decrementum in triplicata tres quadrantes auferat figurae integrae, testetque vnus tantum quadrans; in quadruplicata auferat quatuor quintas.

Quintò possunt decrescere figurae ita vt decrementa sint complementa earum figurarum, quae in duplicata ratione altitudinum decrescunt, ita infundibulum nempe reliquum ex cylindro, detractô conô, pariter id quod relinquitur ex prismate cui detracta est pyramis, eiusdem basis, & altitudinis. sphaera item, seu potius hemisphaerium, comparatum cum cylindro eiusdem basis & altitudinis ad hanc speciem revocantur, habentque hoc peculiare vt figura integra, sit istarum sesquialtera & probabimus suo loco.



Aliae multae species quātitatum distingui possunt tam planarum quam solidarum primo occurrit semicirculus, aut potius quadrans circuli, cuius elementa ita decrescunt, vt semper quadratum elemēti decrescat quadrato lineae motus sit enim quadrans ABC, ascendatque linea BC in DE, quaeritur decrementum, lineae DE, dico ita decrescere vt semper ex eius quadrato auferendum sit quadratum EC. hoc est quadratū EC & DE aequari quadrato BF seu BE vt patet quare diuisa AB in quot voluerimus ponamus in 10. ideoque quadratum AG, erit 100. & quadrata omnia illius quadrati erunt 1000. ex quibus si auferas quadrata 1.4.9.16.25.36.49.64.81. testabunt omnia quadrata.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Aequalium linearum omnia puncta numero aequalia sunt. Aequalium planarum figurarum omnes lineae regula quavis assumpta aequales sunt, & solidarum omnia plana aequalia sunt Regula quavis assumptā & vicissim.

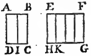
Sensus huius propositionis intelligendus est iuxta superius explicatas definitiones. nam in nomero infinito, qualem vulgo supponunt esse numerum linearum, in qualibet superficie loqui de collectione, est secundum multos aperte contradictorium, volo ergo vt possit diuidi quaecumque figura plana, in quot libuerit lineas vni regulae parallelas, cuiuscumque latitudinis, quae totam eius capacitatem exhauriant, in plures dum exactiorem diligentiam requiremus; in pauciores verò cum minorem. in quacumque tamen diuisione, seu suppositione in lineas numerō finitas, dico ergo factâ quâcumque simili diuisione in duabus figuris aequalibus, omnes lineas vnius sub eadem regula aequari, omnibus lineis alterius figurae, & vicissim si non in vna tantum suppositione, sed in omni suppositione semper accidat, vt omnes lineae vnius figurae regulâ quâcumque, adaequentur omnibus lineis alterius figurae fore, vt tales lineae sint aequales. Idem dico de punctis respectu linearum. & de planis respectu solidorum.

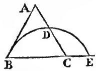
Incipiamus à lineis, patet primò quod si duae lineae rectae sint aequales, superponi poterūt, & tunc non se excedent, clarissimum autem est, quod quaecumque pars pro punctô assumatur, & quaecumque diuisio instituatur, cum nulla pars vnius, sit extra partes alterius tot erunt puncta in vna, quot erunt puncta in alia, & vicissim, item si tot sint puncta in vna quot in alia, aequales erunt, si nempe in omni diuisione accidat, excessus quô vna superabit aliam, minor erit quocumque excessu assignabili: ergo nullus erit.

Idem dico de linea curva, comparata cum recta, licet enim vtraque integra perseveraet, diuidatur recta in sua puncta quot libuerit, tunc si singula singulis applicentur congruent, & cum lineae sint aequales, tot erunt in vna quot in alia, vel vna aliam superabit aliquo excessu.

Dico secundò quod si duae superficies aequales fuerint, & diuisae in lineas vni regulae parallelas, iuxta quamcumq; diuisionem, omnes lineae vnius figurae, omnibus lineis alterius aequabuntur. Proponantur ergo tales figurae ABC, BDE, quae superponantur, vel in tali superpositione vna alteri congruet, omnino vel ex parte, si vna alteri congrueret omnino, omnes etiam lineae vnius sumptae regulâ eadem, nempe parallelae lineae BCE, omnino quadrabunt & congruent, sed quae congruunt aequalia sunt; ergo omnes lineae vnius aequales sūt omnibus

omnibus lineis alterius. Si verò non congruent omninò, congruent tamen ex parte vt accidit in figuris ABC, BDE, quæ congruunt secundum partem BDC reliquæ item applicentur quæ etiam





congruent, secundum aliquam partem sui & ita consequenter semper residuæ applicentur, ita denique exhaurietur vtraque figura, vt nihil sit in vna cui non respondeat æqualis pars in alia, alioquin figuræ essent inæquales, sed quæ congruunt, ita se habent vt omnes lineæ vnius, æquales sint omnibus lineis alterius. ergo colligendo omnes lineas singularum partium; omnes lineæ vnius figuræ æquabuntur omnibus lineis alterius figuræ regulâ eadem.

Idem intellige de planis per applicationem, seu potiùs penetrationem. duo enim solida si compenetrentur omninò, ita se habent, vt quæcumque diuisio instituatur, modò sit eadem in vtraque, non plura sint plana in vno, quàm in alio. Et vicissim si omnia plana vnius figuræ, æqualia sint omnibus plania alterius figuræ, illæ æquales erunt. si enim se superent, aliquo excessu vtique determinato, resecetur ille excessus, reliquæ erunt æquales, & consequenter omnia plana secundum eandem regulam assumpta, habebunt æqualia, & additis vni planis illius excessus, omnia plana vnius, inæqualia erunt planis alterius. contra suppositionem.

COROLLARIVM.

Omnes lineæ alicuius figuræ planæ iuxta vnam regulam, æquantur omnibus lineis eiusdem, iuxta aliam quamcumque regulam: alioquin figura sibi ipsi æqualis non foret. vel assumatur figura cum qua comparetur, cum hæc figura sit æqualis alteri, si prior eius regula iaceat in directum, cum regula secundæ figuræ, earum omnia elementa æqualia erunt. iam secunda regula prioris figuræ, iaceat in directum cum eadem regula secundæ figuræ, cum sint æquales elementa habebunt æqualia. quæ autem sunt æqualia vni tertio inter se sunt æqualia ergo, &c.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Figuræ eandem habent rationem, ac earum elementa omnia, iuxta quamvis regulam assumpta.

Cum figura non distinguatur ab omnibus suis elementis, iuxta quamvis regulam, eandem rationem habebunt figuræ ac omnia eius elementa. hoc est eandem rationem habebunt figuræ planæ,

ac omnes earum lineæ, solida ac eorum omnia plana, quod semper intelligendum est in eo sensu in quo diximus.

Demonstratur tamen axactius sint duæ figuræ ABCD, EFGH, quarum EG diuisa intelligatur in quorcumque volueris partes aliquotas, figura autem ABCD, diuisa intelligatur in partes æquales. partibus aliquotis figuræ EFGH, siue sint plures siue pauciores. cum ergo figuræ AI, EK, sint æquales, per præcedentem erunt omnia elementa AI, æqualia omnibus elementis EK, & quot erunt figuræ in AC, seu quod in figura AC erunt partes aliquotæ figuræ EG, tot in omnibus elementis figuræ AC, erunt partes aliquotæ omnium elementorum figuræ EG, & hoc non in vna tantum diuisione figuræ EG in partes aliquotas, sed in omni omnino diuisione; id accidet: ergo secundum def. 5.5. Eucl. eadem erit ratio AC, ad EG, quæ omniū elementorum AC, ad omnia elementa EG.

COROLLARIVM.

Hæc propositio est quasi fundamentalis. nam sæpe accidit vt facile sit invenire, quam rationem habeant omnia elementa vnius figuræ ad omnia elementa alterius, eò quòd & numerus elementorum, sit idem, & eandem habeant singula rationem ad sibi correspondentia.

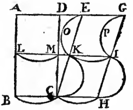
PROPOSITIO III.

Theorema.

Si duæ figuræ iuxta quamvis regulam in eadem altitudine fuerint, & earum elementa in directum posita, proportionalia fuerint vt vnum elementum ad sibi correspondens; ita erit figura ad figuram.

Sint duæ figuræ ABCD, CEGH, iuxta quamvis regulam BH positæ, & in eadem altitudine DC, quæ ita se habeant, vt earum elementa sibi correspondentia eandem semper rationem habeant, dico ita esse vnum elementum, ad sibi correspondens, vt figuram ad figuram.

Sint primò duæ figuræ planæ AC, EH, in eadem



altitudine CD, sit earum eadem regula BH, eni in vtraque figura intelligantur lineæ quæ sint ipsi regulæ parallelæ, utque intelligantur, in quot puncta placuerit altitudinem seu perpendicularem DC diuidere, sitque vt linea BC, ad CH, ita linea LM, ad KI, sibi correspondentem in alia figura sunt autem lineæ elementa figuræ planæ. & ita se habeant singulæ lineæ figuræ AC. ad singulas figuræ EH. dico ita esse figuram AC, ad EH, vt BC, ad CH.

Dem. *(per 12. 5. Eucl.)* erunt vt BC, ad CH ita omnes lineæ AC ad omnes lineas EH. sed (per præce-

dentem) ita est figura AC, ad figuram FH, vt omnes lineæ AC iuxta regulam BH, ad omnes lineas FH, inxta eamdem regulam ergo ita est figura AC ad figuram FH, vt BC, ad CH.

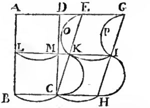
Eodem modô procedit demonstratio si figuræ AC, FH, intelligantur solidæ, & pro elementis sumantur plana, cum enim plana singula vnius figuræ ad singula plana alterius sint proportionalia, erunt (*per* 12. 5. *Eucl.*) vt vnum planum ad aliud ita omnia plana vnius figuræ, ad omnia plana alterius; vt autem omnia plana vnius, ad omnia plana alterius, ita figura ad figuram, immo vt basis ad basio.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Figuræ quarum elementa non decrescunt, & sunt in eadem altitudine se habent vt bases, quæ verò habent bases easdem, aut æquales, se habent vt altitudines.

Sint duæ quæcumque figuræ BD, CG ex iis quarum elemeta iuxta vnam regulam sumpta non



decrescunt, sintque primo figuræ in eadem altitudine, & bases sint regulæ, dico huiusmodi figuras se habere vt bases; intelliganrur enim bases, in eodem plano positæ, & vnum aliquod elementum basi parallelum: primo cum sint in eadem altitudine, tot erunt elementa in vna, iuxta quamuis determinationem assumpta, quot erunt in alia, altitudo enim metitur tam linearum latitudinem, si elementa sint lineæ, quam planorum crassitiem, si sint plana, sed per præcedentem, cum elementa non decrescant, singula ad sibi correspondentia eamdem rationem habebunt ac basis ad basin, ergo omnia vnius figuræ, ad omnia alterius figuræ se habent vt basis ad basin; ergo & (*per* 2.) figura ad figuram, se habet vt basis ad basin quod erat primum.

Si vero bases fuerint æquales, erunt & singula elementa vnios, singulis elementis alterius æqualia: intelligatur altitudo vnius figuræ diuisa in partes æquales, seu partes aliquotas, per quas si intelligantur elementa erunt partes aliquotæ primæ figuræ: intelligatur secundæ figuræ altitudo diuisa in partes prioribus æquales, quot nempe continebit, quot erunt partes in qualibet altitudine, tot erunt elementa æqualia basibus, in qualibet figura, cum ergo secunda figura, tot contineat plana, seu partes aliquotas primæ figuræ, quot eius altitudo continet partes aliquotas altitudinis eiusdem primæ figuræ, & hoc accidat quæcumque, tandem diuisio instituatur, ita erit figura ad figoram, vt altitudo ad altitudinem quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Vides hac propositione comprehendi primo parallelogramma omnia quæ sunt inter easdem parallelas habent enim eamdem altitúdinem in quibus obliquitas linearum basi parallelarum, non immutat figurarum aream seu capacitatem vt in figura præcedenti seu, in parallegrammo CEGH. etiamsi linea KI, non sit directo posita supra basin CH, hoc non immutat figuram, quia semper fieri potest eadem demonstratio, quare figura inter lineas curuas CKOE, HIPG comprehensa, modò lineæ basi parallelæ illi semper sint æquales ad hanc speciem reuocantur quia ille motus qui est quasi parallelus basi nullô modô auget figuram, sed tantum partium earumdem situm mutat certum est autem quod quamdiu nulla fiet partium accessio, non augebitur figura.

COROLLARIVM II.

Ad hanc speciem reuocantur omnes cylindri non tantum recti, sed etiam inclinati seu obliqui, modo bases sint regulæ immo & spirales; si nempe intelligatur cylindrus, diuidi in circulos parallelos, quomodocumque disponantur hi circuli, siue ita vt in vnam partem superiores semper retrahantur. siue in spiram conformentur, siue quacumque alia ratione, modo perseueret idem numerus circulorum, quem perpendicularis seu altitudo determinat perseuerabit æqualitas.

COROLLARIVM III.

Prismata item omnia si nempe vnum ex parallelis planis fiat basis seu regula. cylindracea item solida nempe quorum bases, non sunt circuli, sed quæcumque figuræ fuerint, modò tamen plano basi parallela non decrescant, sed integra perseuerent. habent hanc proprietatem non tantum cylindri cum cylindris comparati, sed etiam cylindri cum prismatibus suam enim vim vbique obtinet demonstratio.

COROLLARIVM. IV.

Hæc omnia si sint sub eadem specie qoantitatis nempe vel superficiei vel solidi, sunt in ratione composita basium, & altitudinum cum enim quælibet figura exurgat, dum basis multiplicatur per altitudinem eo quod altitudo ostendat quot sint in vnaquaque figura elementa basi parallela. & certum sit ex Arithmerica, quod quoties productum ex duobos numeris, cum alia producto ex duobus aliis numeris comparatur, quod ratio primi ad secundum componetur ex rationibus numerorum producentium vt si 3. & 4. poducant 12. & 2. & 5. producant 10. erit ratio 12. ad 10, composita ex ratione 3. ad 2. & 4. ad 5. fiat enim vt 3. ad 2. ita 12. ad 8. & vt 4. ad 5. ita 8. ad 10. vides ita esse vnum productum ad aliud vt 12. ad 10. sed dum multiplicatur basis per altitudinem producitur vtraque figura, ergo ratio figuræ, ad figuram erit composita ex ratione basium, & altitudinum.

COROLLARIVM V.

Si bases & altitudines reciprocentur figuræ æquales erunt; sit enim basis prima A, ad basin

B,

B, vt Altitudo secundæ C, ad altitudinem primæ D, cum numeri A, B, C, D sint proportionales erit productus ab extremis, æqualis producto ex mediis.

COROLLARIVM VI.

Si fuerint duæ quantitates ex recensitis quarum bases eamdem rationem habeant ac altitudines erit ratio figurarum duplicata basium, aut altitudinum. nam ratio composita ex rationibus æqualibus, est earum duplicata.

COROLLARIVM VII.

Si fuerint figuræ solidæ, quæ habeant bases etiam similes, cum bases sint in duplicata ratione, aut laterum, aut diametrorum, si altitudines se habuerint vt latera, erunt figuræ in triplicata altitudinum; nam bases sunt in duplicata diametrorum cui additur ratio altitudinum, composita autem ex simplici & duplicata triplicata est.

Alia multa accidentia seu proprietates, ex his principiis, deduci, & probari possunt: ex quibus facillima redditur horum corporum dimensuratio.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Parallelogrammorum æque altorum omnia quadrata, circuli aut quæcumque aliæ figuræ similes, sumpta regulâ basi, sunt in duplicata ratione basium.

Supponuntur duo parallelogramma, æque alta, vt ABCD, CEGH, in quibus intelligantur ductæ lineæ basibus parallelæ, quæ consequenter basibus erunt æquales si supra singulas intelligantur descripta quadrata, dico omnia quadrata vnius parallelogrammi ad omnia quadrata alterius, esse in duplicata ratione basium.

Demonstratio cum altitudines sint æquales, tot erunt lineæ basi parallelæ, & æquales in vno quot in alio, & singulorum quadrata sunt æqualia quadrato basis, sed quadrata basium sunt in duplicata basium, & vt quadratum basis vnius, ad quadratum alterius basis, ita omnia quadrata vnius parallelogrammi ad omnia quadrata alterius, ergo omnia quadrata vnius parallelogrammi, ad omnia quadrata alterius sunt in duplicata basium.

Idem dicito de circulis, & quibuscumque similibus figuris planis.

COROLLARIVM.

Cylindri æque alti; sunt in duplicata ratione radij basis; prismata item æque alta quorum bases similes sunt, sunt etiam in duplicata ratione laterum homologorum basis & ita de cæteris corporibus.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Figuræ quarum elementa decrescunt in ratione altitudinum, sunt dimidia pars figuræ æque altæ non decrescentis, & eamdem aut æqualem basin habentis.

In hac propositione instituitur comparatio, inter figuram cuius elementa æqualia sunt basi, seu non decrescunt; & figuram eamdem basin habentem, cuius elementa decrescunt, sed in ratione altitudinum, & dico figuram integram, & non decrescentem, esse duplam figuræ decrescentis, secundum rationem altitudinum tale est parallelogrammum comparatum, cum triangulo eamdem basin, & altitudinem habente, tale est cylindrus comparatus, cum fuso parabolico eiusdem altitudinis & basis, dico ergo vtrumque esse duplum figuræ decrescentis.

Intelligatur diuidi altitudo in quot libuerit partes æquales, & per singulas duci elementa parallela basi, siue sint lineæ, vt in parallelogrammo, siue circuli, aut quæcumque aliæ figuræ cum diuisio altitudinis procedat per partes æquales, erunt decrementa altitudinis secundum rationem Arithmeticam, ergo & elementa decrescent secundum proportionem Arithmeticam: sed quoties datur series arithmetica, binæ quælibet quantitates à media æqualiter distitæ, efficiunt aggregata æqualia prima autem est basis, & vltima est punctum quæ æqualiter distant à media ergo binæ quæque æqualiter à media distantes, æquales sunt basi, sed quantitas integra, toties continet basin integram, quot sunt puncta in altitudine; ergo in figura integra, duplo plura sunt elementa basi æqualia, quam in figura decrescente secundum rationem altitudinum quod erat demonstrandum,

Demonstratur quidem id facilius, de parallelogrammo respectu trianguli: volui tamen afferre demonstrationem vniuersaliorem.

COROLLARIVM.

Habetur quantitas talis figuræ, si basis in dimidiam altitudinem ducatur, aut altitudo in dimidiam basin. ita trianguli Area, circuli sectoris, superficies coni fusum parabolicum &c.

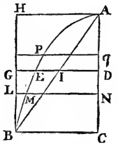
PROPOSITIO VII.

Theorema.

Frustum figuræ decrescentis in ratione altitudinum ad figuram non decrescentem eiusdem altitudinis, se habet vt aggregatum maioris & minoris basis ad duplum maioris basis.

Supponatur parallelogrammum ABCD, & trapezium BCDE, est autem trapezium frustum trianguli BFC, cuius nempe elementa regulâ basi decrescunt in ratione altitudinum, dico parallelogrammum ABCD, esse ad trapezium BCDE, vt dupla AD, ad aggregatum ex BC & ED, sit altitudo IK quæ sit diuisa bifariam in L. intelligantur segmenta IL, KL diuisa in totidem partes

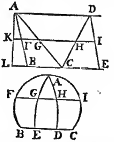
decreſcit, ſuperficies coni decreſcit ſecundum rationem altitudinum, ſumpto ſcilicet latere coni pro ipſa altitudine.



Quod multò magis verum eſt in pyramidibus ordinatis, reſpectu priſmatis eamdem baſin, & altitudinem æqualem perpendiculari ductæ à vertice pyramidis, ad vnum latus.

COROLLARIVM II.

Conuenit item quantitatibus hoc modo, decreſcentibus, vt ſi habeant baſes æquales, ſe habeant vt altitudines & vieiſſim ſi altitudo eadem ſit ſe habeant vt baſes, & quarum baſes & altitudines reciprocantur eæ æquales ſint quod ſi baſes, & altitudines, eamdem rationem habeant ſint in ratione baſium, aut altitudinum duplicata & quod ſint in ratione compoſita ex ratione baſium & altitudinum. Sequitur item quod ſi compararentur quantitates eiuſdem rationis, & eiuſdem altitudinis ſingula elementa vtriuſque figuræ æqualiter à baſi remota eamdem rationem



habebunt ac baſes vt ſi ſint duo triangulo ABC, CDE, eiuſdem altitudinis, ſintque elementa FG, HI; dico ita eſſe FG, ad HI, ſicut BC ad CE ducta enim perpendiculari AL ita erit AL, ad AK, ſicut BC ad FG, eodem modo oſtendam ita eſſe CE ad HI ſicut AL ad AK. Ergo ita eſt BC ad FG, ſicut CE ad HI, & permutando, ita BC, ad CE, ſicut FG ad HI.

COROLLARIVM III.

Cylindrus reſolutus in ſuperficies concentricas eiuſdem altitudinis ad hanc ſpeciem reducitur quare ſi ſupponerentur ſuperficies cylindrica exterior extenſa in rectangulum, compleretutque parallepipedum; item ſuper eadem baſi ſeu rectangulo imponerentur rectangula æqualia ſingulis ſuperficibus cylindricis, hæc rectangula ſecundũ vnã dimenſionem non decreſcerent, nempe æqualem altitudini cylindri, fieret priſma triangulare, cuius baſis rectangula: decreſcunt enim tantum elementa ſecundum vnam dimenſionem, atque adeo ſunt in hac categoria pariter omne polígonum reſolutum in circumferentias concentricas eo modo decreſcit; quod manifeſtum redditur, ex eo quod in triangula reſoluatur, altitudo autem eſt perpendicularis ducta à centro, ad vnum latus.

Omne priſma polygonum, pariter reſolutum in ſuperficies concentricos eiuſdem altitudinis cubus item reſolutus in ſuperficies ſemper eiuſdem altitudinis, eodem modo decreſcit.

Superficies coni, & circulus qui baſis eſt coni, eodem modo decreſcunt quare ſe habent, vt latus coni, ad radium baſis & horum omnium menſura inſtituitur, ſi illa quantitas quæ pro baſi ſumitur in dimidiam altitudinem ducatur.

PROPOSITIO IX.

Si figura quæcumque in partes diuidatur, intelliganturque ducta lineæ regulâ eâdem quidquid dicitur de ſectionibus linearum in ſecundo libro, de omnibus ſectionibus figuræ dici poteſt.

Sit figura quæcumque ABC ſecta vtcumque lineis AC, AD ſiue rectis, ſiue curuis, dico quæcumque in ſecundo libro de ſectionibus linearum demonſtrantur; de his omnibus ſectionibus collectiue ſumptis dici poſſe, quæ ſigillatim percurram. Intelligatur altitudo figuræ diuiſa in partes æquales, quot libuerit & per ſingula duci lineas regulæ BC parallelas quæ totum capacitatem figuræ explicant.

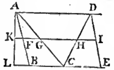
Ex propoſitione prima ſecundi ſi figura ABC ſumatur vt indiuiſa, & comparetur cum figura AEC diuiſa per lineam AD. Quia ſi linea BC intelligatur vt integra, & linea EC vt diuiſa in D. erit rectangulum ſub tota indiuiſa B C, & ſub tota EC diuiſa, æquale rectangulis ſub tota BC, & ſegmentis ED, DC, & pariter rectangulum ſub FI, GH, + rectangolo ſub FI, HI, & ita in reliquis omnibus elementis iſtius figuræ, quæ ſecundum meam explicationem, in ſingulis ſuppoſitionibus numero finita ſunt, bene concludere poſſumus, rectangula omnia ſub figura inſecta ABCI, & ſub figura ſecta AECI æquari, omnibus rectangulis ſub figura inſecta ABCI & ſub figuris AED, ADC, hoc eſt ſi fiat figura ABCI tanquam baſis intelligaturque excitari planum perpendiculare ſecans omnes lineas regulæ parallelas, & in punctis in quibus ſecantur excitari perpendicales æquales lineis GI, EC ita vt compleantur rectangula dico hæc omnia rectangula applicata eam conditionem habere, nempe vt omnia ſub ſegmentis & ſub figura indiuiſa æquentur rectangulis ſub tota & indiuiſa.

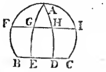
Ex ſecunda ſecundi Eucl. habemus quadrata figuræ ABCI, æquari rectangulis ſub eadem, ABCI, & ſingulis partibus ABE EAC.

Ex Tertia rectangula ſub ABCI, ADCI, æquantur rectangulis ſub ABDA. & ADCI plus quadratis ADCI quia nempe in ſingulis diuiſionibus

bus rectangulæ FIH æquale est rectangulo FHI † quadrato HI.

Ex Quarta si figura ABCI, vnicâ lineâ AE diuidatur; erunt omnia quadrata figuræ ABCI æqualia quadratis figuræ ABE, † quadratis figuræ AECI † duplis rectangulis sub ABE, ACI.





Ex quinta si linea AE supponatur diuidere bifariam omnes lineas figuræ ABCI, & linea AD non bifariam, erunt rectangula omnia comprehensa sub inæqualibus segmentis, vna cum omnibus quadratis segmenti intermedij, æqualia, omnibus quadratis dimidiæ figuræ.

Ex sexta si linea AE supponatur diuidere bifariam omnes lineas parallelas regulæ BD, & figuræ ABDH, addatur figura ADCI, erunt rectangula omnia comprehensa sub tota figura cum adiecta, & adiecta, cum quadratis dimidiæ figuræ, æqualia omnibus quadratis figuræ compositæ ex dimidia & adiecta.

Ex septima si supponatur figura ABCI diuisa tantum semel lineâ AD, erunt omnia quadrata totius figuræ ABCI, cum quadratis vnius segmenti ADCI, æqualia omnibus rectangulis sub tota figura, & sub vtroque segmento ABDH, ADCI, quadratis omnibus segmenti ABDH.

Ex octaua si figura ABDH diuidatur vtcumque lineâ AE addaturque figura ADCI in qua omnes lineæ, sint æquales omnibus lineis figuræ AEDH erunt Rectangula omnia quater comprehensa sub tota figura ABDH, & sub segmento AEDH, vnà cum omnibus quadratis alterius segmenti ABEG, æqualia quadratis figuræ ABCI, compositæ scilicet ex priori, & addita æquali primo segmento AEDH

Ex Nona si Linea AE, supponatur diuidere bifariam omnes lineas figuræ ABCI, & linea AD inæqualiter easdem secare erunt quadrata partium inæqualium ABDH ADCI, dupla quadratorum dimidiæ figuræ ABEG, & quadratorum segmenti intermedij AEDH.

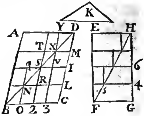
Ex 10. si linea AE, bifariam diuidat omnes lineas figuræ ABDH, addaturque figura ABCI, Erunt omnia quadrata totius figuræ ABCI, vnà cum quadratis figuræ additæ, dupla quadratorum dimidiæ figuræ ABEG, & quadratorum figuræ compositæ ex dimidia AEDH, & additâ ADCI, seu figuræ AECI.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Omnia quadrata vnius parallelogrammi ad omnia quadrata trianguli sui regulâ basi sunt vt omnia quadrata alterius parallelogrammi, ad omnia quadrata sui trianguli.

Supponuntur duo rectangula, ductisque diagonalibus facta esse duo triangula, fiant etiam bases parallelogrammorum regulæ, iuxta quas sumantur lineæ, quæ sint latera quadratorum dico facta quocumque suppositione diuisaque vtriusque parallelogrammi altitudine, in quotcumque partes æquales per quas intelligantur duci lineæ, quæ totam aream vtriusque parallelogrammi impleant; dico omnia quadrata vnius parallelogrammi ad omnia quadrata sui trianguli eamdem rationem habere, ac alterius parallelogrammi quadrata, ad sui trianguli quadrata.



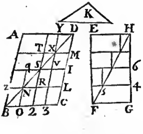
Supponantur talia parallelogramma ABCD, E F G H. dico ergo quadrata parallelogrammi ABCD, ad quadrata trianguli BCD, esse vt quadrata parallelogrammi E F G H, ad quadrata trianguli, FGH.

Si enim quadrata ABCD, ad quadrata BCD, non habeant eamdem rationem, ac quadrata EFGH, ad quadrata FGH, maiorem aut minorem rationem habebunt: habeant primò maiorem, ergo ad aliquam quantitatem maiorem omnibus quadratis DBC eamdem rationem habebunt omnia quadrata parallelogrammi ABCD quam habent omnia quadrata EFGH, ad omnia quadrata FGH, sit hæc quantitas, omnia quadrata quantitatis K. quæ excedent omnia quadrata trianguli BCD aliquo excessu determinato diuidatur DC bifariam in I, & IC iterum bifariam quantum libuerit, donec fiat parallelogrammum BL, minus excessu quô quadrata figuræ K, superant quadrata trianguli B C D, per singulas diuisiones L I M ducantur parallelæ lineæ B C, & vbi secant diagonalem BD ducantur parallelæ lineæ DC, fient parallelogramma circumscripta triangulo eritque excessus quô quadrata horum parallelogrammorum superant quadrata trianguli BDC, minus quadratis parallelogrammi BL, atque adeo omnia quadrata parallelogrammorum minora erunt omnibus quadratis quantitatis K. nempe quorum excessus minus est ostendo autem

eorum

eorum excessum supra quadrata trianguli minorem esse omnibus quadratis rectanguli BL.

Primò linea NO, dividit rectangulum BL in quadrata OZ, quadrata OL.& rectangula bis sub ON, ergo figuræ inscriptæ NC quadrata, superatur à quadratis figuræ circumscriptæ, quadratis figuræ ZO,& rectāgulis bis sub figuris ZO,NC, pariter figuræ circumscriptæ qL quæ æqualis est ipsi NC omnia quadrata, superant quadrata SL, quadratis qR + rectangulo bis qR, SL, idem dico de TI; denique figuræ circumscriptæ YM quæ nullam habet inscriptam quadrata, seipsis superant quadrata inscriptarum: si colligantur omnes isti excessus, æquales erunt quadratis rectanguli ZC. nam quadrata YM, simul cum



quadratis TV, & rectangulis sub TV, XI, æquantur quadratis TI, seu SL, ergo quadrata harum duarum partium æquantur quadratis SL, quibus si addas excessum competentem figuræ circumscriptæ qL, nempe quadrata qR + rectangulo bis qR, LS; erunt omnes isti excessus æquales quadratis rectanguli qL seu NC, cui si addas excessum competentem erunt omnes excessus, æquales quadratis ZC. sed quadrata figurarum circumscriptarum, minus superant quadrata trianguli, quam quadrata figurarum inscriptarum. ergo excessus eorum supra trianguli quadrata, minor est quam quadrata BL; ergo quadrata figurarum circumscriptarum minora sunt quam quadrata figuræ K.

Intelligatur iam linea HG dividi in tot partes æquales, in divisa fuit linea DC; & per divisiones ducantur tot parallelæ lateri FG, ita vt fiant tot figuræ circomscriptæ triangulo FGH, quot sunt circumscriptæ triangulo BCD.

Certum est ita esse DL ad LC, vt HG, ad 4G, sunt autem omnia quadrata AC ad omnia quadrata BL, vt BC ad LC, seu HG, ad G4. & vt omnia quadrata EG ad omnia quadrata F4. sunt autem omnia quadrata BL ad omnia quadrata NI, in duplicata basium BC, NL eum sint in eadem altitudine; id est, in duplicata CD ad LD, seu GH ad 4H, quare omnia quadrata BL, ad omnia quadrata NI, sunt vt omnia quadrata F4 ad omnia quadrata 56. & ita de reliquis. quare ita sunt omnia quadrata AC, ad omnia quadrata figurarum circumscriptarum triangulo BCD. sicut omnia quadrata parallelogrammi EG ad quadrata circumscriptarum triangulo FGH. quibus positis.

Ostendo facile quadrata AC non habere maiorem rationem ad quadrata BCD, quam quadrata EG, ad quadrata FGH, si enim haberent maiorem rationem, eandem vtique haberent rationem

ad quadrata K quantitatem maiorem quadratis BCD, eaque superantem aliquo excessu nempe maiore quadratis BL, ostendo id non posse esse, cum enim quadrata figurarum circumscriptarum minora sint ostensa quadratis figuræ K, quadrata AC. maiorem rationem haberent, ad quadrata figurarum circumscriptarum triangulo BCD, quam ad quadrata K, sed quam rationem habent ad quadrata K, eamdem habent quadrata EG, ad quadrata trianguli FGH, ergo maior est ratio quadratorum AC, ad quadrata figurarum circumscriptarum triangulo BCD, quam quadratorum EG, ad quadrata trianguli FGH, sed vt quadrata AC ad quadrata circumscriptarum BCD, ita quadrata EG ad quadrata circumscripta FGH, ergo maior esset ratio quadratorum EG ad quadrata circumscriptarum, quam ad quadrata trianguli, FGH: essent igitur quadrata circumscriptarum minora quadratis trianguli, totum parte quod est absurdum.

COROLLARIVM I.

Triangulorum æque altorum omnia quadrata regulæ basi, sunt in duplicata basium, quia parallelogrammorum æque altorum quadrata, hanc habent rationem, vt vidimus; sed parallelogrammorum quadrata, ad quadrata triangulorum, suorum eôdem modò se habent, ergo alternando, triangulorum æque altorum quadrata, sunt vt quadrata basium. Idem intellige de quibuslibet similibus figuris, vt circulis, &c. quæ ita se habent vt similes figuræ basium,

COROLLARIVM II.

Pyramidalia omnia in æqualibus basibus se habent vt altitudines: componuntur enim pyramidalia, ex figuris simimilibus basi, & decrescentibus, pro vt decrescunt lineæ basi parallelæ in triangulo.

COROLLARIVM III.

Pyramidalia rationem habent compositam ex ratione basium & altitudinum & ea quorum bases & altitudines reciprocantur æqualia sunt.

COROLLARIVM IV.

Ea quorum eadem est ratio basium, & altitudinum sunt in duplicata basium & altitudinum, quod si bases sint similes, erunt in triplicata basium, alia multa similia deduci possunt.

PROPOSITIO XI,

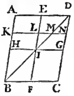
Theorema.

Omnia quadrata parallelogrammi sunt tripla omnium quadratorum trianguli.

Comparantur quadrata parallelogrammi, cum quadratis sui trianguli, intelligendo basin communem pro regula. dico ea esse tripla proponatur parallelogrammum ABCD, cuius latera diuidantur bifariam ductis parallelis EF, GH, se intersecantibus in puncto I diagonalis BD. ducatur quæcumque alia parallela KN certum est lineam EF, dividere bifariam omnes lineas basi parallelas.

FFFff Demonstra

Demonstratio cum linea E F dividat bifariam omnes parallelas lineæ BC,& linea DB eas dividat inæqualiter, excepta HG, erunt (*per 8 huius. iuxta 10. 2. Eucl.*) quadrata partium inæqua-



lium seu triangulorum ABD, DBC, dupla quadratorum dimidiæ figuræ ABCD, plus quadratis segmentorum intermediorum, nempe triangulorum BFI, EID certum est enim quod quadrata KM, MN dupla sunt quadratorom KL, (LM *per* 10. 2.) & ita de aliis omnibus parallelis: ergo quadrata trianguli vnius DBC æqualia sunt quadratis figuræ AF, plus quadratis triangulorum BFI, EID: sunt autem triangula BDC, BIF similia, quorum quadrata, sunt in triplicata basiom BF, BC. quare quadrata trianguli BCD sunt octupla, quadratorum BFI. si ergo quadrata trianguli BCD ponantur 8. quadrata trianguli BIF. erunt 1. & quadrata triangulorum BIF, EID, erunt 2 sed quadrata triangulorum BIF, EID simul cum quadratis AF sunt æqualia quadratis BCD, ergo quadrata rectanguli AF, sunt 6. sed quadrata AC sunt quadrupla quadratorum AF, ergo quadrata A C erunt 24. & quadrata trianguli BCD erunt 8. ergo prima sunt posteriorum tripla quod erat demonstrandum.

Potest esse difficultas in linea HC, eò quòd à diagonali DB, non dividatur inæqualiter; illi tamen convenit ea proprietas quam inquirimus. nempe quòd quadrata partium HI, IG, sunt dupla quadrati dimidiæ HI + quadrato segmenti intermedij quod nullum est.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Omnis quantitas cuius elementa decrescunt in duplicata altitudinum, est tertia pars quantitatis integræ.

Superiorem propositionem probant nonnulli per arithmeticam proponuntque primo seriem numerorum arithmetice decrescentium vt 10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. 0. & quæ series repræsentet altitudinem figurarum. proponantur item duæ figuræ æqualis altitudinis, vna cuius elementa decrescant in ratione duplicata altitudinum, erunt nempe 100. 81. 64. 49. 36. 25. 16 9. 4. 1. 0. & alia cuius elementa totidem non decrescant, sed æqualia sint maximo elemento 100. eritque figura integra 1100. collectis verò elementis decrescentibus fit summa 385. quæ est paulo maior quam tertia pars figuræ integræ. nam tertia pars est $366 \frac{2}{3}$. quod si vtramque figuram in plura diuiseris elementa eo semper minus & minus deficiet à iusta. in hoc exemplo figura decrescens excedit trientem, quinquagesimâ tantum parte figuræ integræ. si pauciora sumerentur elementa, verbi gratia, septem, figura integra esset 251. figura decrescens esset 91. quæ ter sumpta efficeret 273. defectus est 21. nempe duodecima pars figuræ integræ si examines plurimos numeros, nempe figuras dividas in plura, & plura elementa, invenies semper magis ac magis accedere ad hanc rationem, &c. tandem si numeri sint maiores; defectus aut nullus erit aut insensibilis, ratio autem cur talis defectus inveniatur, est quod fiat transitus ab vnitate ad 0. cum tamen multi realiter inveniantur numeri, intermedij quorum ratio non habetur.

COROLLARIVM.

Omne cylindricum, omnis conici eiusdem altitudinis triplum est, quod enim probavimus de omnibus quadratis, parallelogrammi, & trianguli, intelligere possumus de omnibus figuris similibus.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Figuræ decrescentis in duplicata altitudinum habetur quantitas, si basis in tertiam partem altitudinis ducatur.

Certum est cylindricum omne produci, immo & figuram quamcumque integram, seu cuius elementa non decrescunt, si basis in totam altitudinem producatur, & haberi eius tertiam partem, si eadem basis in tertiam altitudinis ducatur, sed figura decrescens in ratione duplicata altitudinum, est tantum tertia pars figuræ integræ: ergo eius habetur quantitas, si eius basis in tertiam partem altitudinis ducatur.

COROLLARIVM.

Sequitur quod quoties detrahitur ex figura integra, figura eiusdem altitudinis decrescens in ratione duplicata altitudinis, quod reliquum sit duplum ablati, & figura integra se habeat ad ablatum, vt 3. ad 2. seu in ratione sesquialtera. vt si ex cylindro auferatur conus, erit infundibulum media pars coni. ostendam autem postea, quod si elementa decrescant in ratione subduplicata altitudinum, figura quæ generabitur erit duæ tertiæ partes figuræ integræ. Pyramis omnis etiam multilatera quamcumque tandem eius basis figuram habeat, semper est tertia pars prismatis eamdem basin, & altitudinem habentis & reliquum duæ tertiæ.

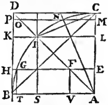
PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Scutella quæ sublatô hæmisphærio ex cylindro eiusdem altitudinis, æqualis est cono eiusdem altitudinis & basis.

Proponatur quadrans A B C, quadratum AD, triangu

triangulum A D C circumvolvantur omnia circa lineam A C immotam, quadrans producet hemisphærium, quadratum producet cylindrum



eiusdem altitudinis & basis, & triangulum ADC producet conum, dico si auferatur hemisphærium ex cylindro figura quæ relinquetur, erit tertia cylindri, & consequenter hemisphærium erit pars duæ tertiæ cylindri. Intelligatur basis BA esse regula, & ducta plana ipsi parallela, totas figuras occupantia. Dico elementa componentia conum ADC esse æqualia singulis elementis, componentibus scutellam, nempe coronam productam à linea HG, æqualem esse quadrato FE.

Demonstratio quadratum ex G A, (*per 47. 1. Eucl*) æquale est quadratis GE, EA, si ergo ex quadrato A G, aut HE illi æquali, auferas quadratum GE relinquitur, quadratum AE, aut EF illi æquale. Sed vt quadrata, ita & circuli, ergo si ex circulo cuius radius H E, auferas circulum cuius radius G E, relinquitur circulus cuius radius EA, aut FE sed si ex circulo HE, auferas circulum GE, relinquitur corona HG, ergo corona HG, æqualis est circulo FE, pariter ostendam si ex circulo AI, seu KL, auferatur circulus LI, relinqui circulum A L, qui æqualis est circulo L I, sed ablato etiam circulo HI, ex circulo L K relinquitur corona KI, ergo corona KI, æqualis est circulo L I.

Denique pariter ostendam circulum MO æqualem esse coronæ PN. sed conus est tertia pars cylindri ergo scutella æqualis cono, est etiam tertia pars cylindri illius item elementa decrescunt in duplicata altitudinum; sequitur item hemisphærium, esse duas tertias cylindri & eius elementa decrescere in subduplicata altitudinum.

COROLLARIVM.

Si ducatur linea BC fiatque circumvolutio circa axem A C. fient tria solida æqualia nempe conus B C A, solidum comprehensum superficie sphærica, & superficie conica, nempe quod describitur à segmento BICB, & scutella BICD, quæ describitur à trilineo BICDB.

Quod describitur à triangulo BCD æquale est hæmisphærio, seu infundibulum quod relinquitur ex cylindro subtractô cono.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Hemisphærium est tertia pars coni, cuius basis æqualis est superficiei hemisphæricæ & altitudo radio.

Non tantum conus, aut scutella, pertinent ad hunc ordinem; sed etiam hæmisphærium pro vt resolvitur in superficies concentricas. hoc est si sumatur superficies hemisphærij tanquam basis, quæ sit alicui circulo æqualis, supra quem intelligatur excitatus cylindrus cuius altitudo æqualis sit radio, clarum est hemisphærium esse tertiam partem illius cylindri. nam hemisphærium ita consideratum, constat elementis decrescentibus, in ratione duplicata altitudinum. nam ita est superficies hemisphærij generati à quadrante BC, ad superficiem hemisphærij producti à quadrante SL, vt circulus radij CA, ad circulum radij L A, id est, in duplicata radij C A, ad radium L A. quare habetur hemisphærium si superficies hemisphærij, quæ est æqualis duobus maximis circulis sphæræ, ducatur in tertiam partem radij, idem dico de tota sphæra cuius soliditas habetur si quatuor maximi circuli ducantur in tertiam partem radij, vel duo maximi circuli in duas tertias radij, vel maximus circulus sphæræ in duas tertias, totius diametri.

Idem dicito de cono sphærico, quatenus resolvitur in superficies sphæricas concentricas.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

Superficies hemisphærica, æquatur superficiei cylindri æque alti.

Comparetur genitum à triangulo ABD, circa axem AC, & à quadrante BIC, vidimus ea esse æqualia nempe vtrumque duas tertias cylindri æque alti obtinere, fiat radius altitudo, & solidum A B D resolvatur in superficies cylindricas concentricas, v. g. in superficies descriptas à lineis BD, SI, quæ superficies se habent in duplicata ratione altitudinum AB, ad AS; pariter quadrantes BIC, SL habent superficies quæ sunt in duplicata ratione linearum AB, ad AS. cum ergo solida fiat æqualia nempe hæmisphærium & infundibulum constentque elementis in eadem ratione decrescentibus, & altitudines sint æquales, necessario bases sunt æquales, nempe superficies cylindrica, & hemisphærica, & cum superficies cylindrica sit dupla circuli qui basis est eius. vt iam vidimus, seu maximi circuli sphæræ, eo quòd producatur multiplicatione circũferentiæ circuli per radium, circulus autem eiusdem circumferentiæ per semiradium, superficies hemisphærij, erit dupla maximi circuli sphæræ, & tota superficies sphæræ quadrupla.

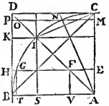
Colligere etiam potes superficiem hemisphæricam productam à quadrante BIC, item cylindricam productam à linea DB, æqualem esse, circulo ex BC, quia nempe quadratum ex BC duplum est quadrati ex BA, vt autem quadrata, ita circuli ergo circulos cuius radius BC æqualis est superficiei tam hemisphæricæ, quàm cylindricæ, quia superficies hemisphærij dupla est maximi circuli, superficies sphæræ æqualis est circulo cuius radius æqualis est diametro sphæræ, cum sit quadruplus maximi circuli sphæræ.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Partes cylindri circumscripti sphæra, sunt sesquialteræ sectorum correspondentium.

Non tantum cylindrus est sesquialter hæmisphærij eamdem basin & altitudinem habentis sed etiam ductis planis basi parallelis erunt partes cylindri sesquialteræ sectorum hæmisphetij correspondentium, vt si ducatur parallela HE; dico cylindricum BE, esse sesquialterum sectoris hemisphærij qui fit ex revolutione sectoris AGB.



Primò enim cum vt supra ostendimus circulus ex FE, æqualis sit coronæ HG, erit cylindrus VE, æqualis tubo cylindrico HT, cum eandem habeant altitudinem, & cum cylindrus VE, sit sesquialter genito ex AVF tubus cylindricus VT erit sesquialter geniti ex BTG.

Pariter cylindrus TE, est sesquialter geniti ex BGT, huic cylindro adde tubum cylindricum HT, qui etiam est sesquialter geniti ex BGT. & hoc vltimum adde genito ex AGT, fiet totus cylindrus BE sesquialter geniti ex sectore BGA, quod erat demonstrandum. Idem in aliis exemplis demonstrare licet vt cylindrus KA est sesquialter geniti à sectore BIA.

Vides item genitum à rectangulo BG, triplum esse geniti à trilineo HGB, & sesquialterum geniti à trilineo BGT. pariter genitum à rectangulo BKIS triplum est geniti à trilineo BKI, & sesquialterum geniti à trilineo BGT pariter genitum à rectangulo BKIS triplum est geniti à trilineo BKI & sesquialterum geniti à trilineo BIS Ita vt sicut cylindrus VE, diuiditur à superficie descripta à linea AF, in partes quarum exterior seu remotior ab axe, est dopla reliquæ ita etiam tubus cylindricus diuiditur à superficie sphærica in duas partes, quarum interior est dupla reliquæ.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Superficies cylindri circumscripti, & sphæra, planis parallelis comprehensæ æquales sunt.

Non tantum tota superficies hemisphærij æqualis est, toti superficiei cylindri, eiusdem altitudinis; sed etiam quælibet partes vtriusque interceptæ inter plana parallela basi æquales sunt; hoc est superficies sphærica BG, æqualis, est cylindricæ HB; sphærica BI, cylindricæ BK, sphærica BN cylindricæ BN & consequenter sphæricæ BG, GI, IN, NC, cylindricis BH, HK, KP, PD, singulæ singulis. quod ita demonstro cylindrus BE, quatenus resoluitur in superficies cylindricas concentricas, habet elementa decrescentia, in ratione altitudinum altitudo est radius. estque media pars figuræ non decrescentis, cuius eadem basis nempe superficies cylindrica, genitum ex sectore ABG est sesquialter huius cylindri, ergo est tantum tertia pars figuræ non decrescentis, habetque eamdem altitudinem nempe radium, vt habeatur basis debet diuidi tota figura per tertiam partem altitudinis, sed si tertia pars dividatur per tertiam partem altitudinis eamdem basin exhibet, ac si figura integra, per totam altitudinem dividatur, ergo bases figuræ integræ, & geniti à sectore sunt æquales.

Vel exhibetur superficies cylindrica posita pro basi; & radio AB pro altitudine si eius soliditas dividatur per dimidium radium sed habetur basis geniti à sectore ABG, si eius soliditas diuidatur per tertiam partem radij, cuius tertiæ partis dimidius radius est sesquialter, sed si duo numeri quorum vnus est sesquialter alterius dividantur per duos numeros, quorum vnus est alterius sesquialter idem numerus producitur: ergo basis cylindrica BH, & sphærica BG, sunt æquales.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

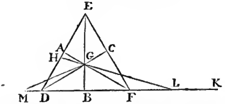
Superficies sphærica alicuius arcûs, initiò facto à polo seu axe circumvolutionis, æqualis est circulo cuius radius, est chorda talis arcûs.

Superficies ab arcu CI descripta æqualis est superficiei cylindricæ descriptæ à linea DK, & hæc circulo cuius radius est medius est proportionalis inter DK, KH, qualis est radius CI quæ omnia, sunt demonstrata in nostra geometria.

PROPOSITIO XX.

Conus æquilaterus ad sphæram sibi inscriptam se se habet vt 9. ad 4.

Ex his principiis facile comparabimus omnia pyramidalia inter se, aut cum aliis quibuscumque corporibus, quod vt in aliquibus exemplis manifestum reddam. Primo proponatur sphæra inscripta cono æquilatero, nempe si triangulo æquilatero DEF inscribatur circulus volvanturque ambæ figuræ circa immotum axem BE quæritur, quam rationem habeat conus, ad sphæram, primò quæratur ratio radij AG, ad GE, invenio GE, esse duplam ipsius AG, eom enim angulus AEF sit 60. graduum angulus AEG erit graduum 30. supposito ergo quod EG sit sinus totus erit AG sinus graduum 30. semissis radij, cum subtensa graduum 60. æquetur radio, cum ergo (*per 47. 1. Eucl.*) quadratum



dratum ex G E, æquetur quadratis, ex A G, & AE, sitque quadratum ex GE quadruplum quadrati ex AG, erit quadratum ex AE, seu D B triplum quadrati ex AG, vt autem quadrata, ita & circuli, quare circulus cuius radius DB est triplus circuli cuius radius AG superficies sphæræ est quadrupla maximi circuli, ergo se habet ad circulum ex DB vt 4. ad 3. vt habeatur conus DEF multiplicandus est circulus ex DF per BG tertiam partem altitudinis AG. ponatur AG esse 3. si circulus DB qui est 3. multiplicetur per BG 3. fient 9. superficies autem sphæræ quæ est 4. multiplicari debet per tertiam partem B G nempe 1. multiplica 4. per 1. fiunt 4. ergo conus æquilaterus se habet ad sibi inscriptam sphæram vt 9. ad 4.

COROLLARIVM.

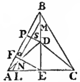
Clarum est conum DGP, esse tertiam partem coni DEF, cum enim bases sint eædem, se habent coni vt altitudines, est autem altitudo BE, tripla altitudinis BG. ideoque si BK sit tripla lineæ BF, & BL sit media proportionalis inter BF, & BK; erit conus MGH, æqualis cono DEF.

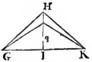
PROPOSITIO XXI.

Theorema.

Conus vt constans superficiebus conicis decrescit in ratione duplicata altitudinis quæ est perpendicularis ad latus.

Potest considerari conus non tantum secundum plana basi parallela; sed etiam secundum superficies suas. hoc est vt constans superficiebus quasi concentricis, quæ etiam decrescunt in ratione duplicata altitudinum, sed alia altitudo sumenda est, quasi mensura, quæ nempe metiatur numerum & crassitiem huiusmodi superficierum conicarum. proponatur enim triangulum ACB





ex cuius revolutione generetur conus, ex puncto E, ducatur perpendicularis FE, quæ cum sit perpendicularis ad AB si circumvolvatur generabit superficiem conicam quæ ad superficiem AB erit semper perpendicularis, quot erunt puncta in linea EF, tot licebit cogitare superficies conicas concentricas, quarum numerum metiri non debebamus, nec per lineam AE, nec per lineam EB, eo quod oblique inciderent fiat alius conus GHK, cuius basis GK æqualis sit superficiei coni ABC, & altitudo HI, æqualis lineæ FE, dico conum GHK æqualem esse cono ABC.

Demonstratio superficies conicæ, coni ABC sumpta altitudine FE, decrescunt in ratione duplicata altitudinum cum enim in triangulo ABE, sit vt AE ad LE, seu vt FE, ad EO ita EB, ad E M: erunt coni similes quorum tam bases, quam superficies proportionales erunt; sed basis A E, ad basin B E, est in duplicata ratione A E, ad L E, ergo superficies erunt in duplicata ratione altitudinum: cum ergo comparentur duo corpora, quorum elementa decrescunt in eadem ratione, nempe coni ABC, GHK, & bases nempe in ABC superficies sumpta pro basi, in GHK propria basis, quæ sunt æquales, altitudines item æquales sint: nempe FE, HI, corpora erunt æqualia, nempe quorum soliditas generatur, si basis per tertiam altitudinis multiplicetur.

Assumatur quodcumque punctum D, ductisque lineis AD, CD, & perpendiculari DP fiatque Iq æqualis DP dico conum GqK æqualem esse infundibulo ADCB, & consequenter conum ADC esse æqualem GqKH.

Demonstratio Ductâ lineâ AD, in triangulo ADB, ita est AD, ad NM sicut DB, ad MD, & AB ad NM & PD, ad SD; ergo pariter superficies illæ decrescent, in duplicata altitudinum, quare eadem demonstratio applicabitur.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Frustum coni æquale est cono eiusdem basis & altitudinis, & cono cuius basis est æqualis superficiei frusti & altitudo perpendiculari.

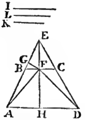
Proponatur frustum coni A B C D dico illud æquale esse cono AFD, + cono cuius basis æqualis est superficiei frusti, & altitudo æqualis perpendiculari FG.

Demonstratio si ex cono AED, auferas conum AFD; restat infundibulum AFED, cuius habetur soliditas si eius tota superficies per subtriplam FG multiplicetur, sed pariter coni BEC habetur soliditas, si eius superficies per subtriplam G F multiplicetur, ergo pariter habebitur soliditas geniti ex ABF, si eius superficies per subtriplam GF multiplicetur.

Quomodo autem habenda sit superficies frusti

dedimus

dedimus in geometrica noſtra nempe quomodo ſit componendus circulus æqualis ſuperficiei fruſti: ſupponatur eius radius eſſe linea I quare conus cuius baſis habebit radium I, & altitudinem æqualem GF erit æqualis genito ex ABF, ſi velis hunc conum reducere ad altitudinem FH, fiat vt FH, ad GF, ita radius I ad K & inter I & K ſit media proportionalis L.



Dico conum ſub altitudine FH, & baſi cuius radius L, eſſe æqualem cono ſub radio I & altitudine GF, quia cum circuli I & L ſint in duplicata I ad L erunt vt I ad K, ergo eſt reciprocatio baſium & altitudinum.

Denique ſi velis conum vnicum æqualem his duobus conis, nempe huic vltimo & cono AFD, ex duabus baſibus fiat vnica nempe ſi fiat, triangulum rectangulum cuius duo latera ſint AH & L, hypothenuſa erit radius circuli, æqualis duobus circulis & conſequenter cum altitudo FH ſit eadem erit conus ſub hac vltima baſi, & altitudine FH æqualis fruſto ABCD.

Sequitur ex eo conum circumſcriptum ſphæræ, æqualem eſſe cono cuius altitudo, erit radius ſphæræ, baſis verò æqualis propriæ baſi, + ſuperficiei: cum enim conus DEF æqualis ſit cono DGF, & genito trianguli DGE, quod vidimus æquale eſſe cono cuius baſis æqualis ſuperficiei coni D E F, & altitudo æqualis A G, ſeu G B, erit conus D E F, æqualis cono cuius altitudo D G & baſis æqualis ſuæ baſi & ſuæ ſuperficiei.

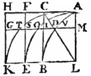
Conus æquilaterus habet ſuperficiem baſis duplam quia productum ex aggregato baſis & ſuperficiei, in radium, æquatur producto ex linea BE quæ eſt tripla radij, in baſin DF, ergo vt periter æqualitas, debet aggregatum baſis & ſuperficiei eſſe triplum ipſius baſis ergo ſuperficies, eſt dupla baſis.

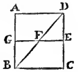
PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Fuſum Ellypticum eamdem rationem habet ad cylindrum eiuſdem altitudinis & baſis, quam habet ſphæra, ad cylindrum eiuſdem altitudinis.

Sit quadrans ellypticus ADB, & quadrans circuli AOE, & quadrans alterius ellypſis ASK dico primò ſi omnia voluantur circa AL, fuſum ellypticum ADB, eſſe duas tertias cylindri CBLA ductis enim planis baſi BL parallelis: cum oſtendimus in geometria noſtra, ita eſſe EL ad BL, ſicut OM ad DM, etiam erit vt quadratum EL ad D L, ita quadratum OM, ad quadratum DM, & ita de reliquis omnibus, ergo eodem modo decreſcunt elementa fuſi ellyptici ſicut decreſcunt elementa hemiſphærij, ſed ita prima decreſcunt vt omnia ſimul ſumpta æqualia ſint duabus tertiis cylindri ſeu figuræ non decreſcentis: ergo & fuſum ellypticum erit duæ tertiæ cylindri eiuſdem altitudinis.





Sequitur genitum à trilineo CBDA eſſe tertiam partem eiuſdem coni, & eius elementa decreſcere in duplicata altitudinum ductâ item lineâ CL, cum conus genitus à triangulo CLA, ſit etiam tertia pars eiuſdem cylindri æquabitur genito à trilineo CBA, & quadratum ex VM æquale erit coronæ genitæ ab ID ſequitur item ſemifuſum ellypticum genitum à quadrante ellypſis AVB æquari genito à triangulo LBC.

Non poteſt tamen ea comparatio inſtitui, quam ſupra fecimus nempe, quod genitum ex BCL reſoluitur in ſuperficies cylindricas concentricas ita vt altitudo ſit linea BL, ita etiam fuſum ellypticum diuidatur in ſuperficies ellypticas concentricas, eo quod linea AL ſit maior linea BL, quare vt ſemper fiant ellypſes proportionales debebit latitudo ellypſium eſſe maior verſus A quam verſus B quod incongruam reddit talem comparationem, ſunt & alia multa quæ impediunt quo minus poſſimus concludere ſuperficiem ſemifuſi ellyptici æqualem eſſe ſuperficiei cylindri eiuſdem altitudinis, & baſis.

Quod dixi de fuſo ellyptico AVBL intelligendum etiam eſt de fuſo ellyptico K S A L oſtendimus enim in geometrica ita eſſe KL, ad EL ſicut S M, ad O M ex quo principio deducuntur etiam reliqua omnia.

Reſiduum priſmatis à quo detracta eſt pyramis ſic priſma triangulare diuiditur in duas pyramides quarum vna habet baſin quadrilateram, & eſt dupla alterius pyramidis triangularem baſin habentis, ſi reſoluatur in plana baſi triangulari parallela, ad hanc ſpeciem reducitur.

PROPOSITIO XXIV.

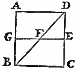
Theorema.

Si elementa alicuius figuræ decreſcant in triplicata ratione altitudinum, figura integra eiuſdem baſis & altitudinis illius erit quadrupla.

Difficilis eſt probatio huius propoſitionis, hanc nonnulli arithmetice tantum probant, eo quod vix

via habeamus aliquod genus quantitatis quod hoc modo comparari possit, proponatur igitur parallelogrammum ABCD, & triangulum BCD in eadem basi BC, quæ assumatur tanquam te-





gula cui primo docantor lioeæ parallelæ, sitque GE, vna instar omnium, certom est lineas triaoguli decrescete io ratione altitudinum, ostendimus sopra quadrata eiusdem trianguli decrescere in duplicata altitudinum, & omnia quadrata trianguli esse taotum tertiam partem omoium quadratorom parallelogrammi, intelligatur supra singulas lineas tam parallelogrammi, quam trianguli descriptus cubus, cum lineæ triangoli decrescant in ratione altitudinum, & cubi sint in triplicata ratiooe soorum laterom; decrescent cubi in triplicata ratione altitudloum dico omnes cubos trianguli esse quartam partem, omnium cuborum parallelogramni supponatur primo diuisa lioea CD in quinqua partes, ita vt cum basi, fiant 6 incipiendo a D erunt lineæ o. 1. 2. 3. 4. 5. 6. quibus respondebont cubi in parallelogrammo æqoales cubo numeri 6. nempe 216. fietque 1512. sunt autem cubi trianguli 1. 8. 27. 64. 125. 216. summa est 441. quadrans autem numeri 1512. est 378. defectus est 63. quæ ast pars vigesima quarta figuræ integræ, oritur autem ille defectus, qoòd parallelogrammum, & triangolum non fuerint diuisa in sufficientes lineas, fiatque transitus à o. ad vnitatem sine vllis intermediis diuidamus ergo lineam AD, ita vt fiant decem cobi arunt omnes lineæ trianguli B C D o. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. & omoes cubi earum 1. 8. 27. 64. 125. 216. 343. 512. 729. 1000. summa est 3025. cubi parallelogrammi sunt 11000. horom quarta pars 2777. excessus est 248 quæ est quadragesima quarta pars maioris nomeri, seu cuborom parallelogrammi accedit ergo magis, quod si in adhuc plores lineas diuideretur vtraque figura dafectus esset proportionaliter minor sed ostensiue hanc propositionem demonstremos Ad hanc propositionem demonstrandum suppono qood si linea aliqua vt G E diuidatur in F, erit cubus totios lineæ æqualis cubis segmentornm GF, FE + tribus factis aa quadrato GF, in lineam FE, + tribus factis ex quadrato FE, in lioeam GF quod in Algebra sæpe explicuimus vt si segmenta siot A & B & linea sit A + B erit cubus lineæ A + B æqualis A3 + 3 A2B + 3 AB2 + B3. hoc est omnes cubi parallelogrammi æqoabuntor omnibus cubis vtriusque parallelogrammi + tribus factis ea qoadratis trianguli vnius, in lineas alterius, + tribus factis ex quadratis alterius trianguli in lineas primi trianguli.

Demoostratio quadrata parallelogrammi AC tripla sunt quadratorum trianguli BCD, ergo si ambo multiplicentur per omnes lineas parallelogrammi erunt omnes cubi parallelogrammi qui nempe fiuot ea omnibus eios quadratis, in omnes lineas tripli, facti ex quadratis trianguli BCD, in omnes lineas parallelogrammi sed factum sub omnibus quadratis B C D, æquale est facto sub omnibus quadratis BCD, & omnibus lineis ABD + facto ex iisdem quadratis in lineas trianguli BCD, quod vltimum membrum æquatur cubis trianguli BCD, igitur omnes cubi parallelogrammi, tripli sunt omnium cuborum trianguli BCD + facto ea quadratis BCD io lineas ABD, pro cubis parallelogrammi substitue eius partes, nempe omnes cubos trianguli ABD, omnes cubos trianguli BCD. tria facta sub quadratis ABD in lioeas BCD, tria facta sub quadratis BCD in lioeas ABD quæ omnia tripla sunt facti ea quadratis BCD in lioeas ABD + cubis BCD: sunt autem tria facta ea quadratis BCD in lineas ABD, tripla facti ex quadratis BCD, in lineas ABD, qoæ si auferantur, restabunt cubi ABD, + tria facta sub quadratis ABD, in lioeas BCD, + cubis BCD tripla cuborum BCD & cum cubi BCD, & cubi ABD sint æquales eo quod triaogula sint æqualia eruot tria facta ex quadratis ABD io lineas B C D æqualia cubis ABD, aot BCD sunt igitur quatuor hæc æqualia nempe cubi ABD tria facta sub quadratis ABD in lineas BCD tria facta sub quadratis BCD in lineas ABD, & cubi BCD. quare cubi parallelogrammi, qui hæc omoia complectuntur eront quadrupla siogulorum, vt cuborum trianguli quod erat demonstrandom.

COROLLARIVM I.

Omoes cubi trianguli BCD nempe factum ex quadratis triaoguli io suas lioeas, est triplum facti ex iisdem quadratis in lineas alterius trianguli quod est diligeoter notandum.

COROLLARIVM II.

Si propooantur duæfiguræ eiusdem basis & altitudiois & elementa primæ siot omoia æqualia basi; altarius vero elementa decrascunt io triplicata ratione basium figura non decrescens, erit decrescentis quadrupla.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Si sint duæ figuræ eiusdem basis & altitudinis, & elementa primæ sint omnia æqualia basi, elementa vero alterius decrescant in quadruplicata altitudinum, erit integra decrescentis quintupla.

Proponatur Idem parallelogrammum, & triangolum super eadem basi & altitudine tum intalligantur singularom linearum, tam parallelogrammi, quam trianguli quadrato quadrata, & cum lineæ trianguli decrescaot in ratione altitudinum, & quadrato quadrata habeant rationem laterom quadruplicatam, elementa aggregati ex quadrato

drato quadratis trianguli, in ratione quadrupli-cata suorum laterum decrescent, ergo hæc elementa in ratione, quadruplicata altitudinum decrescunt suppono autem ex Algebra quadratoquadratum totius lineæ esse æquale sequentibus corporibus $A4 + 4A3B + 6A2B2 + 4AB3 + B3$.

Demonstratio omnes cubi parallelogrammi AC sunt quadrupli omnium cuborum trianguli BCD (*per præcedentem*) multiplicentur ambo per omnes lineas parallelogrammi fient omnes qqti AC quadrupli factorum omnibus quadratis trianguli tam in omnes lineas eiusdem trianguli, quam in omnes lineas alterius trianguli; sed multiplicando cubos trianguli in suas lineas fiunt eius quadratoquadrata, ergo quadratoquadrata parallelogrammi sunt quadrupla quadratoquadratorum trianguli + facto ex cubis trianguli in lineas alterius trianguli. Pro quadratoquadratis parallelogrammi ponamus cubi partes, intelligendo per A triangulum ABD, & per B triangulum BCD habemus ergo quadratoquadratos parallelogrammi esse quadruplos $B4 + AB3$. quod si pro quadratoquadratis parallelogrammi substituamus partes eorum erunt $A4. + 4A3B. + 6A2B2. + 4AB3. + B4$. quadrupla $B4 + AB3$. quare habebitur æquatio $4B4. + 4AB3 = A4 + 4A3B + 6A2B2 + 4AB3 + B4$.

Aufer $4AB3$. ex vna parte, & ex alia $3AB3$. & $1A3B$ sunt enim æqualia $AB3$. & $A3B$. remanebit æquatio $4B4. = A4. + 2A3B + 6A2B2 + B4$. Restat ostendendum hæc ablata nempe $3AB3 + 1A3B$ siue $4A3B$ æqualia esse vni $B4$. si enim hoc probavero, ostendero omnes partes quadratoquadrati totius, seu parallelogrammi esse quintuplas $B4$. seu quadratoquadrati trianguli ex penultima æquatione.

Oportet igitur probare $4AB3$. æquari $B4$. fit autem $B4$ si B multiplicet proprios cubos nempe $B3$ fit autem $AB3$ si lineæ alterius trianguli A multiplicent cubos $B3$ oportet igitur vt quarta tantum pars producatur multiplicatione cuborum per alienas lineas, quam per proprias sic enim erit æquatio quam quærimus, nempe $4AB3 = B4$. 0. 1. 2. 3. 4. 5 quibus respondeant cubi 1. 8. 27. 64. 125. quælibet suum multiplicet, fient quadratoquadrati 0. 1. 16. 81. 256. 625. summa est 979. eosdem cubos multiplicent eædem lineæ sed contrario ordine, nempe prima multiplicet vltimum nempe 0 125 fiet 0, 1 multiplicet 64 fient 64; 2 multiplicet 27. fient 56. 3 multipl. 8. fient 24 4. multiplicet 1. fiet 4. & 5. multiplicet 0. fiet 0. 64 56. 24. 4. fiet summa 241. quæ licet non sit quarta pars summæ 979. quæ nempe deberet esse 243, quò tamen in plures lineas diuidentur triangula, eò erunt defectus semper minores, & tandem in eam desinent ergo est æquatio inter $4AB3$. & $B4$ quod vltimum restabat probandum.

Aliæ possent percurri rationes inueniremusque si elementa decrescant in ratione quintupla, figuram integram fore sextuplam figuræ decrescentis, quia tamen vlteriores considerationes vix vllum habent vsum, cum nulla species quantitatis huiusmodi rationes obseruet, ideo superuacaneum puto in iis vlterius immorari.

COROLLARIVM I.

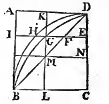
Vt omnia complectar hoc corollario, si elementa decrescant in ratione altitudinum erit figura integra decrescentis figuræ dupla, vt accidit in parallelogrammo respectu trianguli eiusdem altitudinis & complementa eiusdem figuræ decrescentis, eodem modo se habent: item fusum parabolicum, respectu cylindri eiusdem basis & altitudinis, ita circuli aut sectores circulorum, si nempe circum feréria sit basis, & radius altitudo: cylindri item si superficies fiat basis, & radius basis altitudo.

Secundo si elementa decrescant in duplicata altitudinum, figura decrescens, in subtripla integræ, talia sunt omnia pyramidalia, & eorum complementa sunt subdupla figuræ integræ, vt sunt coni respectu cylindrorum, complementa sunt infundibula.

Idem de parabola seu potius de trilineo parabolico, cuius elementa vno tamen sensu accepta, nempe secundum lineas axi parallelas in duplicata altitudinum & consequenter parabola restat duæ tertiæ parallelogrammi circumscripti: scutella item hemisphærica nempe id quod restat ex cylindro è quo detractum est hemisphærium, huius scutellæ elementa nempe coronæ decrescunt in duplicata altitudinum & consequenter hemisphærium duas tertias cylindri eiusdem altitudinis obtinet: hemisphæri elementa aliam obseruant rationem, nempe si sumatur dupla altitudo decrescunt sinus in ratione subduplicata, segmentorum huius altitudinis, quia sinus est semper medius proportionalis, inter segmenta diametri ideoque decrescunt sinuum quadrata, vt rectangula sub partibus diametri. sphærois item seu fusum ellypticum etiam duas tertias obtinet cylindri æquealti.

COROLLARIVM II.

Vix inuenimus figuras quarū elemēta decrescant in triplicata, & quadruplicata altitudinū exceptis aliquibus sectionibus conicis, aut ex ea resultantibus vt si detur rectangulum ABCD, in quo du-



catur diagonalis BD vidimus ita esse altitudinem CD, & ad ED vt BC ad FE, item ita quadratum BC, ad quadratum GE in parabola quare tam genitum à parabola B G D, quam genitum à trilineo BGDA est media pars cylindri geniti à rectangulo ABCD ponatur rectangulum AC esse quadratum & consideretur genitum à trilineo BGDA vt constans superficiebus cylindricis, ita vt basis sit superficies cylindrica AB, & altitudo, radius AD erit superficies cylindrica AB ad cylindricam KG in ratione composita AD, ad KD seu altitudinum, & in duplicata LM ad MK, quæ duæ rationes triplicatam efficiunt quare sub hac consideratione geniti ab hoc trilineo elementa decrescunt in triplicata altitudinum, quare genitum ab hoc trilineo esset quarta pars figuræ integræ nempe si extenderetur superficies ex AB in parallelogrammum, excitareturque super illud prisma cuius altitudo æquaretur radio AD hoc prisma esset duplum cylindri, & quadruplum trilinei.

Possunt cogitari lineæ curuæ quæ forment trilinea

linea, quæ hoc modo se habeant in triplicata, aut quadruplicata altitudinum.

Atque hæc sufficiant de hac methodo indivisibilium ad alia procedamus.

DE INDIVISIBILIBVS.
LIBER SECVNDVS.
De quadratrice linea.

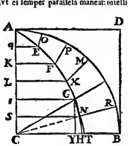
POSTQVAM *de noua indiuisibilium methodô egimus, quantum satis vt eius fundamenta & praxin explicaremus; occurrit nobis quadratrix linea, à Nicostrato & Nicomede peruetustis Geometris excogitata, vt circulum ad quadratum, seu communem mensuram reuocarent, quæ quidem linea si viâ Geometricâ describeretur, & nullibi deficeret, totum negotium absolueret. celebremque & toties decantatam circuli quadraturam exhiberet. certum est autem, quod si haberetur linea circumferentiæ circuli æqualis, haberetur etiam circuli quadratura, seu quadratum circulo quo ad aream æquale; ostendimus enim in Geometria, triangulum rectangulum cuius vnum latus semidiametro circuli, & aliud circumferentiæ esse circulo æquale, & parallelogrammum rectangulum cuius vnum latus semicircumferentiæ, & aliud radio æquale, pariter circuli aream adæquare. Quare si daretur tale rectangulum, inuenta inter eius latera mediâ proportionali haberetur latus quadrati illius: ergo quadratricis lineæ naturam hoc libro explicandam suscipimus.*

PROPOSITIO I.

Problema.

Descriptio lineæ quadratricis.

DEscribatur primò quadrans ABC. intelligaturq; semidiameter AD æquabiliter ferri versus CB, vt ei semper parallela maneat: intelligatur



semidiameter AC ita circumuolui circa centrum C, vt eius extremitas A, æquabiliter item quadrantem circuli percurrat, eodemque tempore vterque motus absoluatur, hoc est quo tempore percurritur linea AC à linea perpendiculariter ei insistente, eodem item punctum A percurrat quadrantem AB, & perueniat in B concurrens semper hæ lineæ, nempe perpendicularis, & radius ex centro C ductus, hæc puncta concursuum

pertinent ad lineam quadratricem, nempe puncta E, F, G, N.

Posset facile machina excogitari quæ talem lineam describat, nempe si supra AC poneretur regula, secundum quam alia regula perpendiculariter insistens curreret habereque crenam cui insereretur graphium, esset que pariter alia regula, centro C infixa quæ pariter crenam haberet, eidem graphio insertam, graphium ita aptatum, quadratricem lineam describeret.

Modus ordinarius quô hæc linea describitur procedit per aliqua tantum puncta; diuidatur AC in quotcumque partes æquales, & per singulas diuisiones ducantur lineæ perpendiculares diuidatur item quadrans circuli AB in totidem partes æquales, ducanturque totidem radij ex centro C per singulas diuisiones, hi radij perpendiculares secabunt, nempe primus radius primam perpendicularem, secundus secundam, &c. hæc puncta concursuum si lineâ curuâ coniungas, habebis lineam quadratricem.

In quo vnum notare potes punctum H haberi non posse quia perpendicularis, & radius in ea parte, non se inuicem secant, sed congruunt omnino: possumus tamen habere geometrice puncta quæcumque, puncto H vicina, per subdiuisionem vtique tam arcus quam lineæ rectæ vt si inter puncta H & N quæratur aliud, tam arcus RB quam linea SC, diuidatur bifariam ductis pariter perpendiculari & radio habebitur punctum quadratricis inter N & H positum.

Quia tamen in fine seu versus partes H, radij ita oblique secant perpendiculares, vt difficile sit punctum intersectionis determinare, ita inueniemus illud supponatur cognitum punctum G,

& ignorati punctum N, abſcindatur linea CT, æqualis lineæ CG, ducaturque linea GT, quæ diuidatur bifariam in N, dico punctum N ad quadratricem, pertinere hoc eſt radium CNR, diuidere arcum bifariam, quod per ſe patet ex æqualitate triangulorum CGN, CTN. Item quod lineæ IS, SC ſint æquales, quod item requiritur ad generationem quadratricis, oſtenditur ductâ perpendiculari GY, ita eſt (per 3. 6.) GN, NT, vt GZ, ZY, ſed duæ primæ factæ ſunt æquales. ergo & ſecundæ æquales erunt.

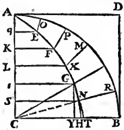
Vocetur linea A C ſeu radius quadrantis latus quadratricis, & linea CH eiuſdem baſis.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Ductô ex centro quadratricis quôlibet radiô, ita eſt arcus ad arcum, vt radius ad ſegmenta radij.

Proponatur quadratrix deſcripta eô modô, quô docuimus ſuperiori propoſitione, & ex eius centro C, ducatur radius CP, ſecans quadratricem



in F, ex F ad latus AC, ducatur perpendicularis FK, dico ita eſſe AP, ad PB, vt AK ad KC.

Demonſtratio praxis ſuperior, iubebat vt ſemper in tot partes æquales diuideretur quadrans AB, in quot diuideretur latus AC. ergo AK eſt ſimilis pars lateris AC, ac AP quadrantis AB, ergo ita eſt AK, ad KC, ſicut AP, ad PB.

PROPOSITIO III.

Problema.

Arcum circuli in quotcumque partes æquales diuidere.

Sit arcus circuli AM diuidendus in tres partes æquales ducatur radius CM ſecans quadratricem in puncto X, ex quo ad latus AC ducatur perpendicularis LX, diuidatur linea AL, triſariam in punctis K & q in quibus excitentur perpendiculare, ſecantes quadratricem in punctis E, & F, per quæ ducuntur radij CFP, CEO ſecantes peripheriam quadrantis in punctis O, & P dico arcus AO, OP, PM æquales eſſe.

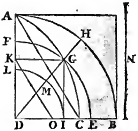
Demonſtratio ex generatione quadratricis, arcus AO ita eſt ad quadrantem AB, vt Aq ad AC pariter ita eſt quadrans ad arcum AP ſicut AC ad AK, ergo ex æqualitate ordinata, ita eſt AO, à AP, ſicut Aq ad AK, & diuidendo ita eſt AO ad OP, ſicut Aq ad qK, ſed Aq, qK ſunt æquales ergo pariter AO, OP æquales erunt.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Arcus quadrantis, ſemidiameter, & baſis quadratricis ſunt continuè proportionales.

Sit quadrans AB, quadratrix AC, latus quadratricis AD, baſis eiuſdem C D, dico ita eſſe quadrantem AB, ad latus AD, ſicut AD, aut BD ad DC.



Si enim hoc ita non eſt ita eſſet AB ad AC, ſicut DB ad maiorem, aut minorē quam DC, quod vtrumque oſtendo fieri non poſſe, ſit enim ſi fieri poteſt ita AB ad AD, ſicut DB ad DE, maiorē quam DC per E ex centro communi D deſcribatur quadrans EF ſecans quadratricem in puncto G, per quod ducatur radius DGH, & perpendiculares GI, GK.

Demonſtratio Dicitur eſſe vt quadrans AB, ad latus AD, ita DB ad DE, vt autem radius DB ad radium DE, ita eſt quadrans AB ad quadrantem FE, ergo latus AD. & quadrans EF ſunt æquales eſt item vt AB ad FE, ita arcus BH ad GE, & permutando vt AB ad HB ita FE ad GE, vt autem AB ad HB, ex generatione quadratricis ita eſt AD, ad KD; ergo vt AD ad KD, ita FE ad GF, & cum AD ſit æqualis oſtenſa quadranti FE, erunt KD, ſeu GI & GE æquales quod eſt abſurdum, non ergo DB ad maiorem quam DE, eandem rationem habet quā quadrans.

Sed neque ad minorem quam DC, latus DB eandem rationem habet quam quadrans AB, ad latus AD ſi enim fieri poteſt eadem ſit ratio quadrantis AB, ad AD; quæ DB ad DI, deſcribatur quadrans LI, & ex I excitetur tangens IG, attingens quadratricem in puncto G, ducatur perpendicularis KG.

Demonſtratio oſtendam ſicut priùs quadrantem LI, eſſe æqualem lateri AD. & ita eſſe quadrantem AB ad HB, ſicut LI ad MI & ſicut etiam FE ad GE, ſed vt FE ad GE, ita eſt ex generatione quadratricis AD ad KD, ſeu GI, ergo ita eſt AD ad GI, vt LI ad MI, & cum A D & LI ſint æquales, erunt pariter GI, MI æquales quod eſt abſurdum ex Archimede, nempe vt tangens ſit æqualis arcui, cuius eſt tangens, ſi enim Circulo circumſcribatur polygonum, ambitus polygoni circumſcripti, non eſſe maior circumferentia circuli.

PROP.

PROPOSITIO V.

Problema.

Dati circuli circumferentiæ æqualem rectam lineam reperire.

Sit datus quicumque circulus in cuius vno quadrante AB describatur quadratrix tum duabus lineis DC basi quadrati, & lateri eius inueniatur (*per* 11. 6.) tertia proportionalis N, hæc quater sumpta circumferentiæ circuli æqualis erit.

Demonstr. per præcedentem ita est AC ad AD, sicut AD ad quadrantem AB, sed pariter ita est AC ad AD sicut AD ad lineam N, ergo lineam N est æqualis quadranti circuli propositi: ergo quater sumpta adæquat totam circumferentiam, ergo inuenimus lineam æqualem circumferentiæ circuli.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Quadrans circumferentiæ cuius radius est basis quadratricis æqualis est eius lateri.

Sit basis quadratricis DC, & ex centro D, interuallo DC describatur quadrans circuli CK, dico arcum CK æqualem esse lateri AD.

Demonstr. cum enim (*per* 4.) ita sit quadrans AB, ad latus AD, vt DB, ad DC, vt autem DB ad DC, ita sit quadrans AB ad quadrantem CK, latus AD, & quadrans CK æquales erunt quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Dato circulo, æquale quadratum reperire.

Proponatur quicumque circulus, cui quæritur æquale quadratum: primo (per quintam) eius circumferentiæ æqualis recta linea inueniatur, & inter eius dimidiam & radiū circuli quæratur media proportionalis (*per* 13. 6) assero quadratum supra hanc mediam proportionalem descriptum, esse æquale circulo.

Demonstratio ostendimus post Archimedem, in geometria circuli aream æqualem esse rectangulo, quod comprehenditur sub eius semicircumferentia, & radio, sed mediæ proportionalis, inter duo latera rectanguli est quadratum æquale rectangulo (*per* 13. 6.) ergo & circulo quod faciendum erat.

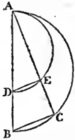
PROPOSITIO VIII.

Problema.

Variæ praxes ad quadrandos expedite circulos.

Hæ praxes sunt communes suntque eædem quæ in libro sexto afferuntur, ad tribus lineis inueniendam quartam proportionalem: quia autem ad quadrandum circulum indigemus linea recta quæ sit æqualis circumferentiæ circuli; fiat separatim triangulum rectangulum, cuius vnum latus æquale sit lateri AD aliud vero lateri DC, quale est triangulum ADC dico si DO sit semidiameter alicuius circuli, sitque OK parallela lineæ CA, erit linea DK æqualis quartæ parti circumferentiæ eiusdem circuli quod erit etiam verum de quibuscumque aliis circulis, modò ducantur lineæ parallelæ rectæ AC.

Demonstratio ita est CD, ad DA, sicut DA, ad quadrantem AB quare si CD fiat semidiameter alicuius circuli, erit DA æqualis quartæ parti circumferentiæ circuli, sed vt CD, ad DA, ita est (*per* 3. 6.) DO, ad DK, ergo si DO fiat radius alicuius circuli, erit DK quadrans circumferentiæ circuli.



Facilius tamen fiet instrumentum aptissimum ad omnes circulos quadrandos nempe si quadretur quilibet circulus, cognita paretque diameter eius, cum latere quadrati ipsi æqualis; si fiat vt huius diameter, ad latus quadrati ipsi æqualis, ita cuiuscumque circuli diameter ad quartam, habebitur latus quadrati æqualis huic secundo circulo, id autem fieri potest per duas lineas quemcumque angulum facientes, quarum vna sit diameter, alia latus quadrati ducaturque quæcūque linea quæ sit basis illius trianguli, vt si AD sit diameter circuli AED, & AE latus quadrati ipsi æqualis. proponaturque AB diameter alterius circuli, erit AC latus quadrati ipsi æqualis, quia lineæ DE, BC sunt parallelæ.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Dato quadrato circulum æqualem reperire.

Supponatur inuentum esse latus quadrati æqualis cuicumque circulo, v.g. AED sit datū quadratum cuius latus AC. fiat angulus ACB rectus, & habebis diametrum circuli quadrato æqualis

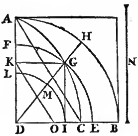
Sunt aliæ methodi in geometria, vidimus enim quadratum diametri se habere ad circulum vt 14. ad 11. quare data diametro cuiusuis circuli, fiat eius quadratum, nempe eam multiplicando per seipsam, tum instituatur regula trium. nempe fiat vt 14. ad 11. ita quadratum inuentum ad quartum, cuius si extrahatur radix quadrata, habebitur latus quæsitum, vicissim si detur latus quadrati, si quæratur diameter circuli ipsi æqualis fiat vt 11. ad 14 ita datum quadratum ad quartum, atque ita habebis quadratum diametri quæ sitæ, & per extractionem radicis quadratæ habebitur ipsa diameter.

PROPOSITIO X.

Problema.

Inuenire circumferentiam circuli, æqualem datæ rectæ lineæ.

Proponatur quæcumque linea cui quæritur æqualis circumferentia circuli hæc linea in quatuor segmenta diuidatur, & illius quarta pars transfe



transferatur in AD, sit verbi gratia DK. per punctum K ducatur linea KO, parallela lineæ AC, erit DO radius circuli, cuius circumferentia æqualis est propositæ lineæ.

Demonstratio (*per* 8.) si DK sit quadrans circuli, DO erit radius eius quia se habet DK ad DO. vt AD, ad DC. (*per* 3. 6.)

DE INDIVISIBILIBVS
LIBER TERTIVS
De Helice seu spirali linea.

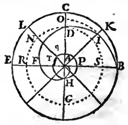
HANC *lineam spiralem adhibuit Archemides, ad multorum problematum geometricorum solutionem: libroque integro eius proprietates & symptomata enucleat, nos etiam in hoc libro eiusdem lineæ genesin, & affectiones explicabimus.*

PROPOSITIO I.

Problema.

Descriptio Helices seu spiralis lineæ.

Huius lineæ quam spiralem vocamus ideam formabimus, si concipiamos lineam, quæ circa vnā extremitatem immobilem circumlata circulum describat, interea dum mobile motu æquabili, ab extremitate lineæ, ad centrum tendat, eodemque tempore totum radium percurrat, quo linea circulum absolvit. Intelligatur enim linea AB quæ circa punctum A immobile circumferatur, sitque in



eius extremitate mobile quodcumque, quod interea ad centrum tendat, ita vt dum linea AB arcum BC percurret, mobile percurrat lineam CD, quæ sit similis pars lineæ AB, quæ arcus BC, est totius circumferentiæ BCEB. mobile illud motu mixto, ex circulari & recto lineam illam describer quam spiralem nominamus huius descriptionem possumus pariter à centro inchoare, ponatur enim mobile in puncto A, & interea dum feratur linea AB in AG mobile feratur in H, & cum linea percurrit GE, mobile feratur in F, & ita consequenter, ita vt dum linea circulum perfecerit eiusque extremum restitutum fuerit in B, mobile peruenerit in B.

In secunda circulatione pariter duplicatur diameter AB, ita vt eo interuallo secundus circulus describatur, interea dum diameter feretur vt prius mobile B ex moueatur vlterius æquabiliter atque ita absoluitur in spira secundi circuli & ita consequenter si fierent plures circuli concentrici, quorum radij æquali excessu se superarent.

Descriptio geometrica huius lineæ ita persgitur diuiditur circumferentia circuli in quotcumque partes æquales, quo in plures, eò exactior erit descriptio, in totidem partes diuiditur radius ducantur per singulas circumferentiæ diuisiones radij in quos transfertur sua conueniens radij diuisio, nempe primo prima, secundo secunda, & ita consequenter, tum singula puncta linea curua coniunguntur hæc erit spiralis ex quibus vides si à centro incipiamus semper spiralem ab eo recedere, ita vt non sint duo eius puncta, æqualiter à centro remota.

PROP.

PROPOSITIO II.

Si spatium lineâ spirali, circumferentia primi circuli, & primo radio comprehensum in circulos concentricos resolvatur, ita se habebit singulorum circulorum circumferentia, ad arcum interceptum vt radius, ad partem radij eodem tempore peragratam.

Describantur intra circulum primæ reuolutionis, quam plurimi circuli concentrici vt totum spatium intelligatur huiusmodi circulis concentricis exhauriri, considerenturque arcus intercepti inter lineam spiralem AHDB, circulum primigenium BCEB, & radium AB, dico in singulis circulis ita esse totam circumferentiam & arcum eius interceptum spatio supradicto, vt totus radius, ad partem radij peragratam, verbigratia consideretur paruus circulus PHT. cuius arcus tantum HP. cadit intra supradictum spatium, dico ita esse totam circumferentiæ huius circelli ad arcum HP, vt AB ad AP.

Demonstratio ex generatione spiralis lineæ, eadem pars circumferentiæ circuli paragratur, ac radij, sed dum AB, percurrit BG, punctum A peruenit in H, ergo ita est totus paruus circulus ad PH; sicut AB ad AH. pariter ita est circulus SGDF, ad arcum SDF, sicut AB, ad AS.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Si spatium linea spirali, circulo primæ reuolutionis & radio comprehensum, in circulos concentricos resoluatur sitque radius altitudo, & circulus primigenius basis, Arcus hoc spatio comprehensi decrescent in duplicata ratione altitudinum.

Consideramus in hac propositione spatium comprehensum BCEFIB, linea spirali BDFA, & linea AB, quod resoluimus in circulos concentricos facimusque basin circumferentiam circuli primigenij BCEB, & pro altitudine sumimus radium AB hi circuli concentrici non pertinent integri ad tale spatium, sed ex singulis linea spiralis aliquid aufert vt ex circumferentia circuli DS, linea spiralis aufert quartam partem, dico ergo arcus pertinentes ad figuram supradictam decrescere in duplicata ratione altitudinum, nempe circumferentiam circuli primigenij BCEB, ad arcum DRS esse in duplicata ratione AB ad AS.

Demonstratio circumferentia circuli BCEB, ad circumferentiam circuli BRSD, est vt radius AB, ad radium AS, sed per præcedentem circumferentia circuli DRSD ad arcum DRS est etiam vt radius AB, ad radium AS ergo circumferentia circuli BCEB ad arcum DRS est in duplicata ratione radij AB, ad radium AS quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Spatium linea spirali, & radio comprehensum est tertia pars circuli primigenij, primæ reuolutionis.

Sit circulus primigenius primæ reuolutionis BCEB, dico spatium comprehensum linea spirali AHFDB, & radio AB, circuli esse tertiam partem.

Demonstratio spatium comprehensum lineâ spirali, circulô primigeniô, & AB, resolutum in circulos concentricos, tale est vt eius elementa decrescant in duplicata altitudinum; ergo si fieret figura non decrescens comprehensa scilicet sub circumferentia circuli integra, & sub radio, tale spatium huius figuræ esset tertia pars, ponamus hanc figuram esse 6, spatium esset 2, sed circulus resolutus in circulos concentricos, sub eadē altitudine, & basi decrescit in ratione altitudinum, & consequenter est illius figuræ non decrescentis media pars, per ea quæ demonstrauimus in methodo indiuisibilium; ergo spatium prius descriptum se habet ad circulum vt 2 ad 3; ergo reliquum spatium seu comprehensum linea spirali, & radio AB est tertia pars circuli quod erat demonstrandum.

In quo notare potes facilitatem huius methodi, quod enim viâ operosa, & difficili exequitur Archimedes, & quasi per reductionem ad impossibile, aut absurdum, aut potius per excessus maiores & minores quôcumque excessu, id ostensiue demonstrat hæc methodus.

PROPOSITIO V.

Theorema.

In prima circulatione, spatium comprehensum portione spiralis lineæ initio facto à centro & quacumque linea est tertia pars sectoris sui.

Sit portio spiralis lineæ DFHA dico spatium DFHAD comprehensum portione spiralis figuræ DFHA vsque ad centrum & linea recta AD, esse tertiam partem Sectoris DRGS.

Demonstratio consideremus spatium comprehensum arcu DRGS, spirali DFHA & linea AS, intelliganturque circuli concentrici, replentes totum spatium considerentur eorum sectores cōprehensi lineis AD, AS. se habent autem sectores similes, vt circumferentiæ & radij. fiat ergo arcus DRS basis, & AS altitudo ostendo elementa illius spatij decrescere in ratione duplicata altitudinum est enim vt AS ad AP, ita arcus DRS. ad arcum qTHP & arcus qTHP ad arcum HP se habet vt AS ad AP secundum generationem spiralis lineæ, ergo decrescunt huius spatij elementa in ratione duplicata altitudinum, ergo est tertia pars figuræ non decrescentis, quæ scilicet haberet basin æqualem arcui DRS & altitudinem AB, ponatur hæc figura esse 6. spatium de quo locuti sumus esset duo. Sed sectores in arcus similes resoluti, decrescunt in ratione altitudinum, & per ea quæ demonstrauimus sunt media pars figuræ non decrescentis, eamdem altitudinem & basin habentis: ergo se habet ad spatium de quo locuti sumus vt 3. ad 2. ergo residuum, seu spatium comprehensum spirali

 linea

linea DFHA, & linea AD, est tertia pars sui sectoris, quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

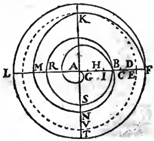
Reliquum spiralis nempe spatium comprehensum lineis AD, AB esse tertiam partem reliqui nempe coronæ comprehensæ inter duos circulos +-sectore ADS.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Spatium comprehensum in secunda revolutione inter spiralem, circulum exteriorem, & secundam lineam se habet ad circulum secundum vt 5. ad 12.

Detur linea spiralis cuius secunda reuolutio FKMNB, circulusque secundus FLF, dico spatiū comprehensum circolo exteriori FLF, spirali FKMNB, & linea BF se habere ad circulum secundum FLP vt 5. ad 12. Intelligatur circulus secundus resolutus in circulos concentricos, quasi in sua elementa eorum est ex generatione spiralis ita esse BF ad BE, vt peripheria circuli EKTE ad arcum KTE, & pariter ita erit AF, ad AE, sicut duæ peripheriæ EKTE ad vnam periph. EKTE -+ arcu KTE, pariter si describeretur circulus radio AM, ita esset dupla peripheria illius ad vnam, -+ arcu MVD vt AF ad AD, vt autem AF ad AE, ita sunt peripheriæ circulorum respondentium & ita etiam se habent duplæ circumferentiæ, ergo ita est dupla circumferentia FLF, ad duplam EKTE, & dupla EKTE ad peripheriam EKTE -+ arcu KTE, sicut AF, ad AE, ergo si comparemus duplam



peripheriam FLF, cum peripheria EKTE, -+ arcu KTE, erit ratio duplicata AF ad AE, idem in aliis circulis eueniet, ideoque si cogitetur figura cuius basis sit dupla peripheria FLF, & altitudo AF, & alia figura cuius basis eadem & sequens elementum peripheria EKTE -+ arcu KTE secundum peripheria MVD integra, -+ arcu MVD, & ita consequenter, donec in puncto B elementum esset circulus BRSB exiode tertia pars peripheriæ circuli cuius radius AI media pars circuli cuius radius AI & ita consequenter, contendo inquam talem figuram habere elementa decrescentia in duplicata ratione altidinum ergo secundum regulas indiuisibilium, hæc figura decrescens quæ continet vsque ad circulum BRS præter elementa spatij supradicti, integras peripherias, erit tertia pars figuræ integræ: figura igitur integra contenta sub dupla circumferentia FLP, & sub radio AF, ponatur esse quotcumque partium v. g. 48. eritque tertia eius pars 16. & in ea suppositione circulus FLP erit quarta eius pars nempe continetur sub semiperipheria & radio eodem: est ergo hic circulus 12. hæc figura decrescens continebat præter elementa spatij propositi omnes circulos componentes coronam interceptam primo, & secundo circulo, posito autem quod totus circulus secunda sit 12. circulus primus eius quarta pars erit 3, & corona 9. quibus subductis ex 16. restant 7. sed hoc reliquum continet non tantum spatium contentum linea spirali secundo circulo & linea CF sed etiam contentum linea spirali interiori circulo & linea AB, quod vidimus supra esse duas tertias circuli primi; ergo spatium propositum erit 5.

COROLLARIVM.

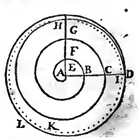
Spatium contentum spirali linea secunda peripheria circuli primi & linea BP, est 4. nam si ex corona quæ erat 9. aufetas 5. restat 4.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Spatia contenta lineis spiralibus, & rectis ita se habent, vt spatium primum sit sexta pars secundi, secundum dimidia pars tertij, tertia pars quarti, quarta quinti, & ita consequenter.

Proponatur spiralis linea plurimas faciens circumuolutionis, ducaturque linea recta AD terminum singulas circumuolutiones dico spatium primum E, comprehensum scilicet prima linea AB & spirali linea, esse sextam partem spatij F terminati scilicet ex vna parte lineæ BC, ex alia linea AB & comprehensi prima, & secunda circumuolutione lineæ spiralis, item spatium G, esse secundi duplum, quod si continuatetur spiralis linea quattum esset secundi triplum.



Demonstratur prima pars nempe spatium E esse sextam partem spatij F. vidimus in propositione superiori spatium comprehensum, peripheria circuli secundi, secunda circumuolutione spiralis lineæ, & linea recta secunda se habere ad circulum secundum vt 5. ad 12, quo subducto ex circulo secundo, restat 7. nempe spatium E & F, sed si circulus secundus sit 12, primus erit 3. & spatium E eius tertia pars erit 1, quo subducto, ex aggregato spatiorum E, & F, restat vt spatium E sit sexta pars spatij F quod erat primum.

Secunda

Secunda pars demostratur nempe spatium G comprehensum spirali tertiâ & secundâ, & lines BC & CD esse duplum spatij secondi F. fiat circulus tertius consideretutque primo spatium comprehensum inter eum circulum, & spiralem tertiam vsque ad lineam CD ducatur linea quæcumque AH, intelligatorque tota Area tertij circuli resoluta in circulos concentricos quorum vnus instar omnium erit IHKI, & illius arcus HKI pertinet ad spatium de quo loquimur.

Demonstratio ex generatione spiralis ita est CD ad CI, sicut tota peripheria IHKI, ad arcum HLI. addantur ex vna parte lineæ AB, BC, & alia duæ peripheriæ IHKI, ita erit AD, ad AI, sicut tres circuli IHKI, ad duos circulos IHK, + arcu HKI, sed vt AD ad AI, ita circumferentia circuli DL, ad circumferentiam circuli IHKI, & tres circumferentiæ circuli DL, ad tres circomferentias circuli IHKI, igitur ita sunt tres circumferentiæ circuli DL, ad tres circumferentias circuli IHKI, & hæ tres ad duas circumferentias IHKI + arcu HKI, sicut AD ad AI, ergo tres circumferentiæ circuli DL, ad duas IHKI + arcu HKI, sunt in duplicata ratione altitudinum: quod dixi de hoc circulo, intellige de omnibus contentis inter tertium & secundum circulum sed ita est AD, ad AC sicut tres peripheriæ tertij, ad tres peripherias secondi & vt AD ad AO ita tres peripheriæ secundi circuli, ad duas eiusdem, ergo tres peripheriæ tertij ad duas secundi, erunt in duplicata ratione altitudinum AD, AC, ostendam simili modo tres circumferentias tertij, ad vnum circulorum inter primum & secundum circulum contentorum + arcubus conuenientibus esse in duplicata ratione altitudinum.

Pariter vt AD ad AB, ita sunt tres peripheriæ DL, ad tres primi circuli & ita tres primi, ergo tres peripheriæ tertij, ad vnam primi sunt in duplicata ratione altitudinum, & ad circulos contentos iutta primum comparandæ erunt tres peripheriæ tertij cum solis arcubus conuenientibus vt obseruator semper duplicata ratio altitudinum.

Cogitetur ergo figura integra cuius elementa non decrescant comprehensa sub tribus peripheriis tertij circuli & radio AD, hæc erit sextupla tertij circuli, vt pote contenti sub eodem radio, & sub semiperipheria: ponebatur autem primus circulus 3. secundus 12. tertius erit 27, & figura eius sextupla erit 162, figura autem decrescens cuius nempe eadem basis, seu tres peripheriæ tertij circuli, & altitudo eadem, cuius elementa voluimus decrescere in duplicata altitudinum erit eius tertia pars seu 54. sed in tertia reuolutione primo auferanda est bis corona comprehensa secundo & tertio circulo, eo quod repetierimus bis singulorum circulorum peripherias, est autem hæc corona sublato secundo circulo ex tertio seu 12. ex 27. est inquam 15, & bis erit 30. si auferantur 30. ex 54 restant 24. debent item subtrahi semel corona comprehensa primo & secundo circulo quæ est 9, item debet subtrahi spatium secundo circulo, & spirali secunda comprehensum quod vidimus esse 5. fiunt 14. denique subtrahere debes spatium inter primum circulum & spiralem primam comprehensum seu 2. fiunt 16. quibus subductis ex 24. restant 8. habes igitur spatium comprehensum tertio circulo & spirali esse 8. quo subducto ex tertio circulo integro seu ex 27. restat 19. pro reliquis omnibus erat autem secundum interuallum 6. & primũ 3, quibus subductis restant 12 spatium duplum prioris 6. ita ergo se habent, primum spatium E, est 3, secundum F est 6. tertium G est 12.

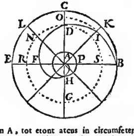
Eôdem modô si vlterius procederemus, & examinaremus reliqua spatia inuenitemus quartum esse 18. quintum 24 & ita consequenter.

Videbatur hac figura spiralis excogitata, ad quadrandum circulum ostendit enim Archimedes, quod si ad lineam spiralem in fine prima revolutionis ducatur tangens, & ad lineam primam, per centrum seu initium linea spiralis, ducatur perpendicularis, illius perpendicularis segmentum inter centrum, & tangentem comprehensum aquale erit peripheria circuli primi Quia tamen neque hac spiralis geometrice describi potest, nec assignatur modus quo geometrice ducatur hac linea tangens, ideo supernacaneum & inutile indicaui, vlterius hanc materiam pronebere.

PROPOSITIO VIII.

Linea spiralis prima Reuolutio aqualis est semiperipheria primi circuli, secunda reuolutio aqualis est tribus quadrantibus secundi circuli.

Proponator spiralis prima reuolutio BDFA, dico eam æqualem esse semicircumferentiæ primæ circuli diuidatur enim circumferentia primi circuli in partes æquales, ducanturque radij, ad



centrum A, tot erunt arcus in circumferentia circuli, quot erunt segmenta spiralis, lineæ sed omnes arcus circumferentiæ circuli sunt æquales, segmenta spiralis lineæ decrescunt, in ratione altitudinum nempe prout magis & magis accedunt ad centrum A, nempe BI, se habebit ad ID, sicut arcus BK ad arcum OI, seu vt AK ad I, & quamuis non obseruetur exacte ea proportio, quia nempe non est diuisa circumferentia in satis multos arcus, quò tamen diuisio erit, in arcus minores, eò minor erit excessus, ergo spiralis linea erit media pars circumferentiæ.

Hæc tamen demonstratio non videtur omnino satisfacere, eo quod spiralis linea oblique incidat in radios, circumferentia autem eos facit ad angulos rectos.

Sequitur item quod duæ reuolutionis spiralis lineæ adæquent vnam circumferentiam secundi circuli & tres reuolutiones adæquent tertij circuli vnam circumferentiam cum dimidia.

F I N I S.

TRACTATVS XXXI.

DE SECTIONIBVS CONICIS.

APOLLONII Conica omnia hôc tractatu complecti, itáque mollire vt Tyronum captum non superarent in animo fuerat. Re tamen diligentiùs perpensâ, cum in iis superflua deprehendissem quàm plurima, ab immensa rerum inutilium farragine hanc doctrinam expurgare, & selectis iis tantum, quæ ad sectionum Conicarum naturam explicandam spectarent, parabolam, hyperbolam, & Ellypsin independenter etiam à cono considerare decreui. Quamuis enim Conicarum sectionum doctrinam eruditè, methodóque sublimi Apollonius tradiderit, summusque propterea Geometra ab omnibus iure habitus sit; minutias tamen omnes, & apices ita est prosecutus, vt tædio quod affert, multum de huius doctrinæ dignitate detrahat.

Neque verò in aliquibus tantum propositionibus hanc labem operi suo inussit; sed libros integros hôc vitiô laborare deprehendet, qui in iis diligentiùs versatus fuerit. Enim verò qui in Geometricis propositionibus delectum nullum habuerit vtilesque ab inutilibus non separauerit; is iucundam alioquin, & vtilem scientiam fœdissime deturpabit; impossibilemque reddet. Inutilem autem voco cognitionem mathematicam, quæ aut ad vsum communem hominum, aut ad effectus alicuius physici explicationem nihil conducit. In ea mente iam fueram cum cursum meum mathematicum concinnavi; & quia sectiones Conicas ad Catoptricam, & Dioptricam, immo & ad proiectorum motum determinandum conferre iudicabam; quantum ad hoc institutum sectiones Conicas etiam independenter à Cono consideraui, traditisque nonnullis earum descriptionibus, proprietates requisitas lineis ita descriptis inesse demonstraui. Id mihi tunc sufficere videbatur, ea ratione maxime persuasus; quod si omnia quæ de Conicis dici possent sine delectu colligerem, opus in ingentem pene molem excresceret, nam præter quatuor antiquos Apollonij libros, tres nuper in lucem editos videbam; Conica item Patris à S. Vincentio occurrebant in quibus plures quam mille propositiones, vtiliores multò, quam pleraque quæ in Apollonio habentur; alia multa opuscula de eadem materia proferebantur, ita vt de Conicis scribendi nullus finis, non magno tamen operæpretio videatur.

Quia tamen multos vidi qui in Conicis sectionibus aliquid latere reconditioris secreti existimarent, & in iis circuli quadraturam, duplicationem cubi, aliáque problemata diu expetita inesse suspicarentur, laborem etiam hunc suscipiendum existimaui, quem vt faciliorem reddam in quinque libros partior. Primus erit de parabola. Secundus de hyperbola. Tertius de Ellypsi. Quartus has figuras in Cono considerabit, & ex tribus consuetis eius sectionibus generari demonstrabit. Quintus Ellypsin in cylindro intuebitur.

LIBER PRIMVS.

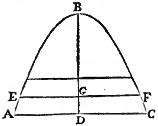
De Parabola.

DEFINITIONES.

1. Diameter figuræ curvilineæ in eodem plano descriptæ, est linea recta omnes eidem rectæ parallelas bifariam dividens. vt si proponatur figura curvilineâ peripheriâ contenta in qua ducantur

ducantur lineæ A C, E F, parallelæ, quas omnes linea BD bifariam diuidat, erit B D diameter illius figuræ.

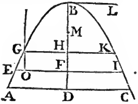
2. Ordinatim applicata est vna qualibet parallelarum à diametro bifariam diuisarum, vt E F, A C est ordinatim applicata. communiter tamen intelligitur eius dimidia pars, vt EG.



3. Axis est diameter ordinatim applicatas, bifariam, & perpendiculariter diuidens. vt si linea BD, non tantum bifariàm diuidat rectas lineas AC parallelas, sed etiam ad angulos rectos, erit B D, axis figuræ.

4. Vertex figuræ est extremitas axis. vt punctum B.

5. Sagitta est segmentum diametri, inter applicatam, & verticem intereeptum, vt H B est sagitta, applicatæ GH.



6. Parabola est figura cuius ordinatim applicatarum quadrata, eamdem rationem habent, ac sagittæ. Proponatur figura, cuius diameter BD, ordinatim applicatæ AC,EI,GK, bifariam diuisæ, sitque vt quadratum AD ad quadratum EF; ita sagitta BD, ad sagittam FB, & ita de reliquis sintque coniunctæ applicatarum extremitates lineâ curuâ. voco hanc figuram parabolam. In qua clarum est quod ipsæ applicatæ erunt in sub duplicata ratione sagittarum, & sagittæ in duplicata ratione applicatarum. nam quadrata sunt in duplicata ratione laterum (*per* 2. 12.) & latera in subduplicata ratione quadratorum.

7. Latus rectum, parameter, seu linea iuxta quam mensurari possunt. est linea in extremitate diametri ad diametrum perpendiculariter ducta, quâ vtimur tanquam mensurâ ad metiendum quadratum applicatarum. vt si linea BL sit perpendicularis, ad diametrum BD, ostendamusque, quam rationem habeat quadratum cuiuslibet applicatæ verbi gratia E F ad rectangulum comprehensum sub sagitta FB, & parametro B L; erit B L parameter figuræ.

8. Vmbilicus seu Focus parabolæ est punctum in axe, distans à vertice quarta parte lateris recti. vt si B D sit axis & B M sit quarta pars parametri BL, erit punctum M vmbilicus, seu focus parabolæ. sic dictus quod peculiares habeat proprietates, præcipuè quod omnes radij axi paralleli in eo vniantur.

PROPOSITIO I.

Theorema.

In parabola tertia proportionalis sagittæ, & applicatæ est parameter: suntque rectangula sub illa, & singulis sagittis comprehensa, æqualia quadratis applicatarum.

Sit parabola ABC sitque BL tertia proportionalis cuicumque sagittæ B D, & applicatæ A D. hoc est ita sit BD, ad AD; sicut AD, ad BL. dico BL esse parametrum parabolæ, & insuper cæteras omnes ordinatas, esse medias proportionales inter suas sagittas, & BL. seu earum quadrata æqualia esse rectangulis comprehensis, sub BL & suis sagittis.

Demonstr. facta est A D media proportionalis inter DB, & BL; ergo quadratum ex AD, æquale est rectangulo comprehenso sub BL, BD. sed ex definitione parabolæ quadratum AD, ad quadratum EF, se habet vt sagitta B D, ad sagittam BF, & sumptâ eadem altitudine BL (*per* s. 6.) vt rectangulum DBL, ad rectangulum FBL, ergo ita est quadratum AD, ad quadratum EF; vt rectangulum DBL, ad rectangulum FBL. sed primum est æquale tertio, ergo & secundum quarto. idem demonstrabo de reliquis omnibus ordinatis.

COROLLARIVM I.

Clarum est ordinatas vertici propiores fieri minores. vt GH est minor quam EF aut AD; cùm eius quadratum sit minus. si ergo duceretur linea A G, hæc cum diametro B D conueniret extra sectionem.

COROLLARIVM II.

Si sagitta æqualis sit parametro, eius ordinata eidem æqualis erit vt si sagitta B H, æqualis sit parametro B L, ordinata G H eidem æqualis est. nam quadratum G H, æquale est rectangulo HBL, & cum lineæ HB, BL supponantur æquales, rectangulum illud erit quadratum lineæ B L, aut BH; sunt ergo tres lineæ GH, HB, BL æquales.

COROLLARIVM III.

Si sagitta minor fuerit parametrô, ordinata eâdem minor erit: est enim ordinata media proportionalis inter sagittam, & parametrum; ergo minor est parametro; pariter si maior fuerit sagitta parametrô, eâ & ordinata maior erit.

COROLLARIVM IV.

Omnis parallela diametro in vno tantum

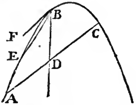
puncto parabolam secat, vt G O quia applicatæ supra GH, minores illâ erunt;ergo æquales extra parabolam cadent & infra GO maiores sunt.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Si per extremitatem diametri ducatur linea ordinatim applicatis parallela : hæc erit tangens.

Sit parabola ABC cuius diameter B D ordinatim applicata AC, cui sit parallela BE, dico illam esse tangentem. si enim non sit tangens, intra sectionem cadat qualis est EB,



Demonstratio cum E B sit parallela ordinatis, & intra sectionem, (*per defin. diametri*) à diametro B D bifariam dividetur, ergo vel non est parallela, vel non pertingit ad punctum B extremitatem diametri.

COROLLARIVM I.

Linea intra sectionem parallela tangenti bifariam dividitur à diametro, per punctum tactu transeunte. Si enim sit parallela tangenti, erit parallela reliquis ordinatis: ergo ex definitione diametri, bifariam dividetur.

COROLLARIVM II.

Linea parallela ordinatis, aut tangenti, per aliquod punctum diametri ducta, bifariam dividitur, sectionemque attingit in duobus punctis. id etiam sequitur ex definitione diametri.

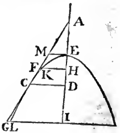
PROPOSITIO III.

Theorema.

Linea abscindens in diametro productâ, segmentum sagittæ æquale, tangit parabolam.

Ex aliquo puncto C peripheriæ parabola, ducatur linea AC ductâque ordinata CD sint D E, EA æquales,dico lineam A C tangere parabolam in puncto C. ita vt linea AC quodcumque aliud punctum F aut G, sit extra parabolam. supponatur ex F, & G ductæ parallelæ lineæ C D, nempe FH,GI,ostendo eas esse maiores applicatis HK,IL.

Demonstratio quadratum C D ad quadratum FH,se habet vt quadratum DA ad quadratum HA, seu vt quadratum E D quarta pars quadrati DA, ad quartam partem quadrati H A.sed rectangulum HEA minus est quarta parte quadrati HA,(*per 7.* 2.)ergo maior est ratio quadrati ED,ad rectangulum HEA, seu lineæ DE, ad HE : cum sit eadem altitudo E A, quam quadrati CD, ad quadratum EH, sed vt DE, ad HE, ita ex definitione parabolæ quadratum CD, ad quadratum applicatæ KH; ergo quadratum CD ad quadratum FK maiorem habet rationem quam ad quadratu m FH.ergo F H maior est quam KH. & punctum F lineæ CA est extra parabolam.idem & eôdem modô ostendam de puncto G & quocumque alio.excepto puncto C. ergo linea A C G est tangens, quod erat ostendendum.



COROLLARIVM I.

Sequitur tangentem illam in vnico tantum puncto tangere parabolam, cum reliqua omnia puncta sint extra.

COROLLARIVM II.

Si per E ducatur tangens ME, hæc erit dimidia ordinatæ CD eiusque quadratum erit quarta pars rectanguli comprehensi sub DE, aut AE, & parametrô. est enim quarta pars quadrati C D, item tangens AC dividitur bifariam in M.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Tangens parabolam abscindit in diametro lineam sagittæ æqualem.

Linea A C parabolam tangat in C, & ordinatim applicetur CD,dico DE, E A esse æquales, si enim non sint,æquales sint HE,EA, & ordinatim applicetur KH intelligatur AK, hæc tangens esset, & producta lineam AF secaret, ergo duæ lineæ rectæ spatium clauderent.

Idem inconveniens sequitur si AE, EI dicantur æquales,ducta enim AL,esset tangens;& cum iam A C supponatur tangens, producta secaret tangentem AL.

COROLLARIVM.

Ex eodem puncto A duæ tangentes duci non possunt. sicut neque ex eodem puncto C.

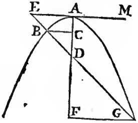
PROPOSITIO V.

Theorema.

Linea diametrum Parabolæ secans, producta vtrinque parabolam secat.

Linea DE secet AF diametrum parabolæ, dico quòd

quòd producta parabolam vtrioque fecabit. intelligatur per punctum A ordinatim applicata parallela nempe A E, si hæc linea fecans diametrum illi est parallela, (*per cor.a.2.*) bifariam à diametro dividetur & parabolam in duobus punctis fecabit.



Si verò linea propofita DB, tangenti AE parallela non fuerit; cum ea conveniet in puncto E, ergo priùs fectionem fecabit, in puncto B, ducatur ordinata BC, fitque AM parameter, fiatque vt AC ad AD, ita AD ad AF; & ordinata FG cum BD conveniat in G. dico punctum G effe in fectione; atque adeò lineam B D, convenire cum parabola in puncto G.

Demonftr. cum ita facta fit AC, ad totam AD, vt AD ad totam AF, ita erit reliqua CD ad CF; vt AD, ad AF: & cum triangula BCD, FDG fint fimilia; ita erit BC ad FG; ficut CD ad FD: ergo & vt AD, ad AF quadrata autem BC, FG funt in duplicata ratione BC, ad FG; ergo & in duplicata AD, ad AF, hæc autem duplicata eft vt AC, ad AF, cum tres lineæ AC, AD, AF fint continuè proportionales: ergo quadratum BC, ad quadratum FG, erit vt fagitta A C, ad fagittam A F: ergo (*per defin. parabolæ*) punctum G ad parabolam pertinet, quod erat demonftrandum.

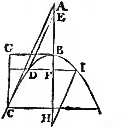
PROPOSITIO VI.

Theorema.

Si ex quocumque puncto parabolæ, ducantur parallelæ tangenti, & ordinata in puncto contactus; erit triangulum ab his parallelis, & diametro factum, æquale rectangulo comprehenfo fub applicata, & fagitta.

Sit A C tangens parabolam in puncto C. per quod ducatur ordinata CH, & ex quocumque parabolæ puncto D, ducantur DE, DF, parallelæ tangenti, & ordinatæ: dico triangulum DEF his parallelis, & diametro comprehenfum, æquale effe rectangulo FG, comprehenfo fub fagitta FB, & fub BG, feu ordinata CH.

Demonft. funt (*per 3.*) AB, BH æquales, & AH, dupla BH. ergo (*per 35. 1. Eucl.*) triangulum ACH, rectangulo H G eft æquale. item per defin. parabolæ ita eft quadratum CH, ad quadratum DF; vt HB, ad FB, feu (*per 1. 6.*) vt rectangulum HG, ad rectangulum FG, fed vt quadratum C H, ad quadratum D F, ita triangulum ACH, ad fimile triangulum E D F; ergo ita eft rectangulum HG, ad rectangulum F G; ficut triangulum ACH, ad triangulum EDF; fed pri-



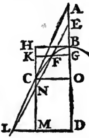
mum eft æquale tertio: ergo fecundum quarto; nempe rectangulum F G, triangulo EDF. quod erat demonftrandum.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

In parabola, linea diametro parallela diameter eft; fecatque bifariam lineas tangenti parallelas

Linea C M fit diametro B D parallela; dico CM effe diametrum & fecare bifariàm omnes lineas tangenti A C parallelas, hoc eft ductâ L F, tangenti AC parallelâ, dico lineas L N, N F effe æquales, quod probavero fi oftendero triangula fimilia LNM, KNF effe æqualia.



Demonftratio. (*per præcedentem*) rectangulum G H, triangulo E G F æquale eft. Item eft quadratum L D, ad quadratum F G (*per defin. parabolæ*) vt DB, ad GB; feu vt rectangulum DH ad rectangulum GH. vt autem quadratum L D, ad quadratum F G; Ita triangulum L E D, ad triangulum EFG; cum fint pariter fimiles figuræ: ergo vt triangulum LED, ad triangulum EFG; ita rectang. DH, ad rectangulum G H. fed fecundum eft æquale quarto, ergo primum tertio æquale erit: nempe triangulum L E D, rectangulo DH. & ablatis æqualibus triangulô EFG, & rectangulô GH. reftat rectangulum DK, æquale trapezio GFLD; & ablatô communi GFNMD, reftant triangula æqualia LNM, KNF effe æqualia quod demonftrandum erat.

Notandum autem licet locutus sim de rectangulis, tam bene procedere demonstrationem, licet pro rectangulis, parallelogramma posuissem.

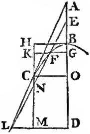
COROLLARIUM.

Sequitur per omne punctum etiam intra parabolam assumptum, duci posse diametrum, quia duci potest parallela diametro.

PROPOSITIO VIII.

In Parabola omnes diametri sunt axi paralleli.

Sit in parabola axis AD, sitque HM diameter quæcumque, dico H M axi A D esse parallelam. intelligatur per punctum C tangens C A, item per punctum B, tangens BH, quæ cum sit parallela ordinatis quæ perpendiculares sunt, & ipsa perpendicularis erit. sit quæcumque L F parallela tangenti C A, & per punctum F. agatur perpendicularis KFG, item LMD.



Demonstratio. Cum L F sit parallela tangenti CA; & C N sit diameter erit LF ordinata (*per cor.* 1 2.) & bifariam divisa in N. quod si C N non sit parallela axi A D, ducatur per punctum C alia quæcumque parallela axi, hæc divideret bifariam lineam LF. in alio vtique puncto quam N, quod est absurdum igitur alia parallela duci non potest, quam C N. ergo C N parallela est. quod erat demonstrandum.

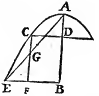
PROPOSITIO IX.

Theorema.

Si in axe, & alia diametro abscindantur æquales sagittæ, & ordinatim applicentur; quæ ad axem applicabitur minor erit.

Sit axis AB parabolæ. dico quod si in eo abscindatur quæcumque sagitta, & in alia diametro æqualis abscindatur, & per vtramque applicata ducatur, quæ ad axem applicabitur minor erit. sit enim diameter quæ debeat per punctum C transire, ducatur applicata CD, fiatque AB quadrupla ipsius AD. & ducatur perpendicularis BE, quæ dividatur bifariam in F. iungaturque F C, ducaturque AE.

Demonstr. A B facta est quadrupla A D, ergo (*per definitionem parabolæ*) quadratum E B. quadruplum est quadrati C D, & quadratum FB



æquale est quadrato C D, ergo F B, C D sunt æquales, sed sunt etiam parallelæ ergo CF & A B sunt parallelæ. ergo C F (*per* 8.) est diameter, & E G applicata maior est quam E F, seu FB, aut CD. ostendo autem CG, AD esse æquales est enim AB, quadrupla AD, & dupla GF, cum ita sit FF, ad EB; sicut FG, ad A B, quare restabunt A D, C G esse æquales. quod erat propositum.

Cum autem se habeant singula quadrata applicatarum ad eamdem diametrum sicut sagittæ, semper quadrata applicatarum ad axem erunt minora, quam applicatarum ad quamcumque aliam diametrum.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Latus Rectum axis minimum est.

Sit axis parabolæ AB, & quæcumque alia diameter CF; dico latus rectum axis, nempe quô vtimur ad metienda quadrata applicatarum ad axem, minus esse latere recto diametri C F, sint enim duæ sagittæ æquales AD, C G, & applicatæ E G C D, quadratum C D (*per* 1.) æquale est rectangulo sub sagitta A D & patametro axis. pariter quadratum EG, æquale est rectangulo sub CG, & patametrô diametri C F; sed quadratum E G, maius est quadrato C D (*per præcedentem*) ergo rectangulum sub C G. & parametro diametri CF, maius est rectangulo sub A D, & parametro axis, & cum A D, C G sint æquales (*per* 1. 6.) erit parameter diametri C F, maior patametro axis. quod erat demonstrandum.

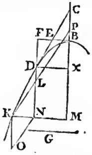
PROPOSITIO XI.

Theorema.

Tertia proportionalis quadrupla sagittæ, & dupla tangenti, est parameter diametri per contactum ductæ.

Linea C D tangat parabolam in puncto C, ducatur

ducatur diameter F D N, fitque alia quæcumque diameter C M, ad quam fit applicata D X. & fit fagitta XB. eruntque X B, B C æquales (*per 3.*) quæratur tertia proportionalis duplæ X C, & duplæ DC, fitque G. dico lineam G esse parametrum diametri DN. hoc est quadratum KL æquale esse rectangulo comprehenso sub DL & G.



Demonstratio. (*per 3.*) lineæ C B, B X seu FD, sunt æquales & consequenter similia triangula BEC, FED æqualia sunt; addatur communis figura DEBMND fiet parallelogrammum FM, seu (*per 6.*) triangulum P K M, æquale figuræ DCMND, & auferendo quod commune est restat triangulum L K N, æquale parallelogrammo DCPL, & cum habeant angulum in L æqualem; rectangulum KLNO erit duplum parallelogrammi DLPC, & æquale parallelogrammo sub D L, & dupla DC. fecimus autem vt quadrupla BX aut FD, ad duplam DC, seu quadruplam DE, hoc est vt DF, ad FE; aut L N ad K L propter similitudinem triangulorum, ita duplam DC, ad G;erit ergo permutando vt LK ad LN, ita G ad duplam DC, & sumpta eadem altitudine L K; vt quadratum L K, ad rectangulum KLN; ita rectangulum sub G, & D L, ad rectangulum sub dupla DC. & DL.sed secundum & quartum sunt æqualia; ergo quadratum K L æquale est rectangulo sub sagitta DL & G. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

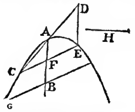
Ad datam parabolæ diametrum, ex dato puncto lineam ordinatim applicare: item lineam data æqualem.

Sit parabolæ data diameter A B ad quam ex puncto C ordinatim applicanda sit. ducatur linea CA, quæ producatur, ita vt fiant CA, AD æquales sitque D E parallela AB, dico C E, esse ordinatim applicatam.

Demonstratio. (*per 3. 6.*) ita est C A, ad AD; sicut CF ad F E; sed C A, & A D sunt æquales: ergo & CF, FE.

Si punctum datum fuerit in diametro vt B, primo ex puncto C in peripheria ordinatim applicetur C E, cui per punctum B, aut etiam aliud quodcumque datum ducatur B G, parallela C F.

Denique si linea ordinatim applicanda debeat esse æqualis lineæ H.applicata CF, fiatque vt quadratum CF ad quadratum H, ita AF ad AB, & per B ducatur BG parallela C F, dico B G, esse ordinatim applicatam, & æqualem lineæ H;eum ad eius quadratum se habeat quadratum C F; vt AF, ad AB.

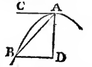


PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Linea diuidens angulum tangentis, & diametri bifariam, secat parabolam in puncto per quod applicatur æqualis lateri recto.

Linea AB diuidat bifariam angulum C A D, tangentis eum diametro A D: dico applicatam BD, æqualem esse lateri recto.



Demonstratio tangens A C est parallela applicatæ BD (*per 2.*) ergo anguli alterni CAB, ABD sunt æquales, & (*per 5.1. Eucl*) lineæ BD, AD æquales sunt, sed latus rectum est tertium proportionale lineis AD,BD, tertium autem proportionale æqualibus, æquale est ergo lineæ BD, & AD singulæ sunt æquales lateri recto. quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

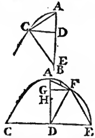
Inuenire latus rectum.

Sit quæcumque diameter AB, ad eam applicetur ordinata C D ducaturque A C, ad quam sit perpendicularis CE:dico DE esse latus rectum.

Demonstratio. cum angulus ACE, rectus sit, erit CD media proportionalis inter AD, & DE, ergo quadratum C D, æquale est rectangulo sub AD, DE, ergo DE est latus rectum.

Aliter fiat AD diameter,sed quæ maior sit latere recto, per punctum C applicetur ordinatim CE, tum ex D vt centro, interuallo DE, fiat arcus EF secans hyperbolam in F, & applicetur ordinatim FG, dico GD æqualem esse lateri recto.

Demonstr. quadratum D E, seu F D se habet ad quadratum F G. vt A D, ad A G, & sumptâ eâdem altitudine DG vt rectangulum ADG ad



rectangulum AGD. sed (*per* 47. 1) quadratum DF æquale est quadratis GF, GD, ergo quadrata GF, GD simul ad quadratum GF, se habene vt rectangulum ADGad rectangulnm AGD, & dividendo erit quadratum GD, ad GF; vt quadratum GD, ad rectangulum AGD. quare quadratum GF æquale est rectangulo AGD. ergo GD est latus rectum.

Potest item inveniri punctum F, si divisâ AD bifariam in H, describeretur semicirculus fieret angulus AFD rectus, quia esset in semicirculo: ergo per primam partem huius, esset GD latus rectum.

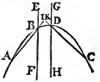
Factô igitur in F angulô rectô, inventôque puncto D, erunt DF, FE æquales.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Si parabolam duæ lineæ ita secent, vt puncta sectionum vnius, non contineantur intra puncta alterius; hæ lineæ extra parabolam convenient.

Lineæ AB, CD, parabolam ABCD singulæ in duobus punctis secent ita vt puncta sectionum



vnius, non contineantur intra puncta sectionum alterius; dico has lineas extra sectionem concurrere. ducantur per puncta B & D duæ diametri EF, GH, quæ (*per* 8) sunt inter se parallelæ. & sectionem singulæ in vno tantum puncto secabunt.

Demonstratio anguli EBD, GDB sunt duobus rectis æquales (30. 1 *Eucl.*) ergo anguli IBD, KDB sunt duobus rectis minores: ergo concurrunt hæ lineæ.

PROPOSITIO XVI.

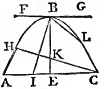
Theorema.

Si Parabolæ diameter lineam quam piam bifariam dividet quæ per eius extremitatem ducitur tangens, illi est parallela, & vicissim quæ illi est parallela, sectionem tangit.

Sit parabola ABC cuius diameter BE, dividat bifariam lineam AC in puncto E. dico tangentem FBG, ductam per extremitatem diametri esse parallelam lineæ AC, si enim non est parallela, ducatur per C parallela tangenti quæ sit CH.

Demonstr. (*per* 7) diameter BE dividit bifariam in K lineam HC, sed supponebatur AC divisa bifariam in E, ergo ita est CK, ad CH, vt CE ad CA: ergo (*per* 4. 6) AH, EK, sunt parallelæ (*contra coroll.* 1. *prima huius*)

Vicissim dico parallelam lineæ AC per extremitatem diametri ductam, esse tangentem, si



enim non sit tangens, parabolam secabit in duobus punctis qualia est BL, ergo (*per* 15 *huius*) cum AC conveniet.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Linea per contactum ducta bifariam dividens parallelam tangenti, diameter est.

Parabolam ABC tangat recta linea FBG, & parallelam AC, dividat bifariam in E, linea BE, dico eam esse diametrum.

Demonstr. si BE non est diameter, sit BI. quæ per præcedentem dividat bifariam lineam AC, in puncto I, quod est absurdum, cùm iam supponatur divisa bifariam in E, ergo alia diameter duci non potest quam BE.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

In Parabola, linea duas parallelas bifariam dividens est diameter.

Sint in parabola duæ lineæ parallelæ AB, CD: quas linea FE bifariam secet in E, & F; dico lineam FE esse diametrum, si enim non sit ducatur per F diameter FG.

Demonstr.

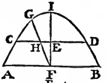
Demonſtr. (*per 16*) tangens per punctum G ducta, erit parallela lineæ AB, ergo & parallela lineæ CD, ergo (*per 17*) CD erit bifariam diviſa in H, quod eſt abſurdum cum iam ſupponatur bifariam diviſa in E.

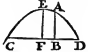
PROPOSITIO XIX.

Problema.

Data in parabola linea diametrum ducere, Item per quodcumque punctum.

Sit data in parabola, Linea AB, cuius diame-





ter ducenda eſt. illi ducatur parallela CD; & vtraque diuidatur bifariam in F & E, clarum eſt per ſuperiorem lineam FE, eſſe diametrum lineæ A B.

Si per punctum HC dividenda ſit diameter, quæratur quæcumque diameter FE, cui per punctum C ducatur parallela, hæc etiam erit diameter per punctum C ducta.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Data parabola axem ducere.

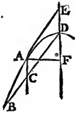
Inveniatur (*per præcedentem*) quæcumque diameter AB, ad quam ducatur perpendicularis CD, quæ dividatur bifariam. Si punctum medium coincidit cum B, linea A B erit axis cum illi conveniat definitio. ſi autem non coincidit cum B, ſit punctum F, ducatur FE, parallela AB, dico EF eſſe axem cum illi conveniat definitio, dividatque bifariam lineas ad ipſum perpendiculares.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Per datum quodcumque punctum tangentem ducere.

Sit datum Primò in circumferentia punctum A per quod ducenda eſt tangens:per punctum A ducatur (*per 19*) diameter AC, cui ſit ordinatim applicata BD(*per 22*) huic ducatur parallela AE, clarum eſt (*per 16*) AE tangentem eſſe. Vel ducatur quæcumque diameter EF, ad quam ex puncto A ducatur ordinatim applicata AF, ſintque FD, DE æquales clarum eſt (*per 4.*) AE tangentem eſſe.



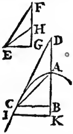
Sit propoſitum punctum E, ex quo ducenda eſt tangens. Primò per punctum E ducatur quæcumque diameter ED, ſintque ED, DF æquales, & per punctum F ordinatim applicetur FA, dico lineam EA tangentem eſſe.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

In parabola tangentem ducere, quæ cum axe determinatum angulum comprehendat.

Sit parabola in qua ducenda eſt tangens, quæ cum axe AB angulum comprehendat æqualem, angulo EFG, ex quocumque puncto E, ad FG,



ducatur perpendicularis EG, dividatur FG, bifariam in H, ducatutque EH, tum angulo FHE fiat æqualis angulus DAC, ducaturque CB perpendicularis ſintque AB,AC æquales,dico lineam DC eſſe tangentem, & angulum CDA æqualem eſſe angulo F.

Demonſtratio triangula HEG, ACB ſunt æquiangula vt patet; ergo (*per 4. 6*) ita erit EG, ad GH; vt CB, ad BA, & conſequenter ita EG, ad GF, duplam HG, vt CB, ad BD. quare (*per 5. 6*) æquiangula ſunt triangula EFG, CB BD; ergo anguli D & F ſunt æquales.

Et cum omnes diametri ſint parallelæ faciet æqualem angulum cum omnibus parallelis.

Poterat hæc propoſitio fieri vniuerſalius, ſi nempe proponeretur pro axe quælibet diameter AB ad quam ordinatim applicanda eſſet IK, tum angulo AKI fieret æqualis HGE, cætera eſſent ſimilia.

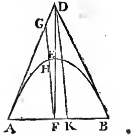
PROP.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Tangentes ducta per extrema applicata, in eodem puncto illius diametrum secant.

Sint duæ tangentes AD, BD ductæ per extremitates ordinatim applicatæ AB, dico eas concurrere in eodem puncto D diametri DF,



Demonstr. cum AD sit tangens (*per 4. huius*) erit punctum D concursus, ita vt EF, ED sint æquales; idem dicendum de linea DB, ergo conueniunt in puncto D, quod erat demonstrand.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Si duæ tangentes conueniant, & à concursu ducta, diuidat bifariam coniungentem contactus; hæc diameter erit.

Duæ lineæ AD BD parabolam tangentes concurrant in puncto D, & linea DF, diuidat AB coniungentem contactos, bifariam in puncto F; dico FD diametrum esse, si enim DF non sit diameter, sit GF, & AB quæ est bifariam diuisa, erit eius ordinata, & cum AG sit tangens, erunt (*per 4.*) HF, FG æquales, quod si duceretur GB, (*per eandem*) esset tangens, ergo DB non esset tangens contra suppositionem.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Si tangentes conueniunt; diameter per concursum ducta bifariam diuidit coniungentem puncta contactuum.

Tangentes parabolam conueniant in puncto D, sitque diameter DF: & linea coniungens contactos sit AB, dico AB diuisam esse bifariam in F, si enim non sit diuisa bifariam in F, diuidatur bifariam in K ducaturque DK.

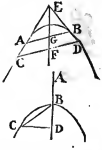
Demonstratio linea DK, (*per 24*) esset diameter, ergo & parallela diametro DF, quod est absurdum cum in puncto D conueniant.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Coniungentes extrema applicatarum diametrum in eodem puncto secant & quæ à concursu ducta vnam bifariam diuidit est diameter.

Sint Duæ quæuis ordinatæ AB, CD quarum extrema coniungant duæ lineæ CA, DB, quæ (*per coroll. 1.*) cum diametro EF conueniant dico illas conuenire in eodem puncto E diametri.



Demonstratio cum EF sit ordinatarum diameter, erunt diuisæ bifariam in G & F, eritque vt CF, ad AG, ita FD, ad GB: sed vt CF, ad A G; ita CE, ad AE; & FE, ad GE, & pariter vt FD ad GB, ita DE, ad BE, & FG ad GE, ergo punctum E, est concursus trium linearum CA, FG, DB.

Concursus huius propositionis facile eâdem methodô demonstrare possumus nempe si ex concursu E, ducatur linea bifariam diuidens vnam parallelarum, diuidere & aliam aut esse diametrum.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Si in axe producto sumatur latus rectum quacumque chorda per verticem ducta est media proportionalis inter sagittam, & compositam ex sagitta, & latere recto.

Sit AB latus rectum sumptum in axe, sitque chorda quæcumque BC, per verticem transiens, & ducatur ordinata CD. dico CB esse mediam proportionalem inter AD, & DB, seu quod idem est quadratum CB esse æquale rectangulo A D B.

Demonstratio quadratum BC (*per 47. 1.*) æquale est quadratis DB, & CD, pro hoc vltimo substitue rectangulum BDA, illi æquali (*per 1.*) erit quadratum BC, æquale rectangulo DBA, & quadrato BD, quæ duo efficiunt rectangulum ADB

ADB (*per* 5.1.) ergo quadratum BC, rectangulo ADB æquale est. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

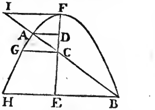
Hæc propositio potest esse vtilis ad descriptionem parabolæ.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Si diametrum secet vtcumque linea per cuius extrema ducantur ordinatæ, secabitur diameter in tres continuè proportionales, & applicatæ erunt continuè proportionales.

Doceatur linea AB secans vtcumque diametrum in puncto C, & per puncta A, & B ducantur applicatæ AD, BE, dico lineas FD, FC esse continuè proportionales. item AD, GC, HE esse continuè proportionales, ducatur tangens IF.



Demonstr. per primam huius ratio FE, ad FD, est sicut quadrati BE ad quadratum AB, hoc est duplicata lineæ EB ad lineam AD, seu duplicata lineæ EC ad CD. tota ergo EF, ad segmentum DF, est vt quadratum EC ad quadratum CD. ponatur verum esse quod quæritur hoc est FC mediam esse proportionalem inter FD, & FE. quia ita est tota FE, ad ablatam FC, sicut tota FC, ad ablatam FD, erit & reliqua CE, ad reliquam CD, vt tota FE, ad totam FC; & cum FE, ad FD sit in duplicata ratione FE ad FC, erit etiam in duplicata ratione CE ad CD, seu EB ad AD.

Hæc consideratio vtilis est ad inveniendum punctum B in quo linea AC secat parabolam.

Secunda pars probatur nempe AD, GC, HE esse continuè proportionales, quæ sunt enim in subduplicata ratione continuè proportionalium, sunt etiam continuè proportionales. sed HE, GC, AD (*per primam huius*) sunt in subduplicata ratione sagittarum: ergo & continuè proportionales sunt.

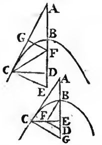
PROPOSITIO XXIX.

Problema.

Parabolæ vmbilicum reperire.

Primò vmbilici inventio facilis est. cum enim ex definitione vmbilicus distet à vertice parabolæ quarta parte lateris recti, dederimusque suprà plurimas methodos, inveniendi lateris recti, cosequenter, facile vmbilicum cuiuscumque parabolæ assignabimus.

Proponatur parabola BC cuius axis AE; sitque tangens AC ad quam sit perpendicularis CE; dividatur AE bifariam in F, dico punctum F esse vmbilicum, & DF mediam partem lateris recti.



Demonstratio. cum angulus ACE sit rectus, erit CD media proportionalis inter AD & DE, ergo eius quadratum æquale est rectang sub AD, DE, (*per* 1.) idem quadratum CD. æquale est rectangulo sub BD, & latere recto & rectangulum sub BD, & latere recto æquale rectangulo sub AD, DE, & (*per* 14. 6.) AD, BD, & latus rectum sunt proportionales, sed AD est dupla ipsius DB; ergo latus rectum duplum est lineæ DE.

Secundo quia AE divisa est bifariam in F, ita erit AE, ad AF, sicut ablata AD ad ablatam AB, ergo reliqua DE, ad reliquam BE, est vt tota, ad totam, nempe vt AE, ad AF, nempe dupla, ergo BF est media pars ipsius DE.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Si fiat angulus ad contactum æqualis angulo tangentis cum axe, habebitur focus vicissim si linea a foco ad tactum æqualis est lineæ interceptæ inter focum & concursum tangentis cum axe.

Fiat in eadem figura angulus ACF æqualis angulo CAF, dico punctum F esse vmbilicum ducatur ad AC perpendicularis CE.

Demonstratio. cum anguli CAF, ACF sint æquales, erunt lineæ AF, FC æquales ideoque semicirculus ductus ex F, vt centro intervallo FC, transit per C, & cum angulus ACE sit rectus transit etiam per E, & AE divisa est bifariam in F, ergo F focus est. quod erat primum.

Secundò F supponatur focus cum angulus ACE sit rectus, & AE divisa bifariam in F, si describatur semicirculus hic necessario transit per C, ergo lineæ FA, FC sunt æquales.

COROLLARIVM I.

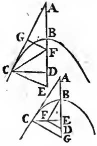
Anguli item FAC, ACF sunt æquales (*per* 5. 1.)

COROLLARIVM II.

Si ex F vt centro describatur circulus quocumque intervallo FA, qui secet parabolam in C, iungaturque AC hæc erit tangens.

COROLLARIVM III.

Si ex vmbilico F ad tangentem A C ducatur perpendicularis F G, hæc secabit bifariam lineam A C in puncto G. fiunt enim triangula similia AGF, GFC. & AF, F C sunt æquales.



COROLLARIVM IV.

Aliter inveniri potest focus. Sit axis B D, ducatur quæcumque ordinata C E, quæ dividatur bifariam in F ducatur linea B F ad quam sit perpendicularis F D, dico E D esse distantiam foci à vertice B fiat enim BA æqualis B E, iungaturque AC ad quam sit perpendicularis CG.

Demonstravimus E G esse dimidium lateris recti, sed E D est dimidia pars E G. est enim A C tangens, & cum tam CF sit semissis CE, quam AB ipsius AE, erunt AC, BF parallelæ. sunt item anguli ACG, BFD recti, quare E D erit semissis EG. ergo ED est quarta pars lateris recti.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

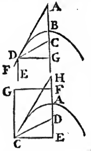
Omnis radius axi parallelus in superficiem parabolicam & reflexionem incurrens, in focum reflectitur.

Hæc est celebris illa propositio, & proprietas parabolæ, propter quam solam multi parabolæ doctrinam tradiderunt. Suppono ergo dari corpus parabolicum reflexionis capax, si nempe intelligeretur parabola circa immotum axem circumvolui, & superficiem aliquam parabolicam produxisse. & ad illius formam ex materia solida conflatum esse vas aliquod intus lævigatum; dico omnem radium luminis axi parallelum reflecti in focum.

Suppono autem omnem reflexionem fieri ad angulos æquales incidentiæ, & reflexionis: suppono item angulos ad superficies curvas, sumi penes tangentes.

Sit ergo A B axis parabolæ D B, sitque tangens quæcumque A D, & focus C. & radius incidens E D parallelus axi. dico hunc radium reflectendum in focum C.

Demonstratio. Cum lineæ ED, CA sint parallelæ; erunt anguli internus & externus ex eadem parte, nempe FDE, D A C æquales, sed anguli



DAC, CDA sunt æquales: vt ostendimus ergo anguli incidens EDF, & reflexus C D A sunt æquales. quod erat demonstrandum.

Quod autem demonstravi de puncto D de alio quovis ostendi potest.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Si sumatur in axe linea æqualis distantiæ foci, à vertice per quam ducatur perpendicularis, omnes parallela axi, ab ea ad parabolam incurrentes, æquales sunt distantiæ foci.

Sit parabola AC vmbilicus D, sint lineæ AD, AF æquales, & per punctum F, ducatur perpendicularis F G; sumatur punctum quodcumque C, sitque CG parallela axi, dico C G & C D esse æquales sit tangens CH, & ordinata CE.

Demonstratio. (*per 4. huius*) A E, A H sunt æquales, & additis æqualibus A D, AF fiunt FE, seu CG, & DH æquales, & cum (*per 30.*) DC, DH sint æquales, erunt DC, G C æquales.

Ex hac propositione deduci potest praxis aliqua describendæ parabolæ.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

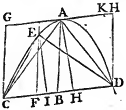
Diameter ad quam est ordinatim applicata omnium diametrorum ad eamdem ordinatam terminatarum maxima est.

Sit in parabola diameter quæcumque A B, ad quam sit ordinatim applicata C B D, sitque alia quæcumque diameter E F, terminata eidem lineæ C D; dico EF minorem esse quam A B, per punctum A ducatur G A ordinatim applicatæ C D parallela, hæc (*per 4. huius*) erit tangens eadeos extra parabolam, ergo linea E F ad eam non pervenit, ergo FE minor est quam BA.

COROL

COROLLARIVM I.

CAD eſt maximum omnium triangulorum in parabola CAD inſcriptibilium, ſi enim ex pun-



ctis A & E ducantur ad C D, perpendiculares AH, E I, ſicut triangula æquiangula FEI, BAH, & cum EF minor ſit, quam A B; E I, minor erit quam A H. quare triangulum C A D maius eſt triangulo C E D (*per* 1. 6.) cum habeat eamdem baſin, & maiorem altitudinem.

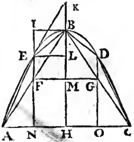
COROLLARIVM II.

Triangulum CAD maius eſt dimidiâ parabolâ, eſt enim dimidia pars CGHD, maioris, quam ſit parabola CAD.

PROPOSITIO XXXIV.

Si maxima triangula in parabola bifariam diuidantur, & ſuper ſegmentis alia triangu a inſcribantur, dico primum triangulum cæterorum eſſe quadruplum.

Sit maximum triangulum ABC in parabola inſcriptum, & in ſegmentis B D C, AEB, inſcribantur alia maxima triangula AEB, BDC, quod fiet ſi diuiſis bifariam lateribus AB, BC, in punctis G, & F ducantur diametri EF, GD. dico triangulum ABC, quadruplum eſſe triangulorum ſimul AEB, BDC. per B ducatur B I occurrens diametro productæ in I, ducatur item per E tangens EK, & applicata EL.



Demonſtr. tangens E K, eſt parallela ordinatæ AB (*per* 4.) ſunt etiam diametri EF, BH paralleli, (*per* 8.) eſt ergo parallelogrammum F K, & lineæ EF, KB æquales. ſed (*per* 3.) KB, BL ſeu E I ſunt etiam æquales, ergo E I, E F ſunt æquales; ergo triangulum IBF, trianguli EBF eſt duplum, & cum triangula EFA, E B F eundem verticem, & baſes æquales habentia ſint æqualia, erunt ergo triangola IBP, & AEB æqualia. ſed IBF & BFM ſunt æqualia, & cum triangula BFM, ABH ſint ſimilia, & latus AB duplum lateris F B, erit triangulum ABH quadruplum trianguli FBM, vt pote in duplicata ratione laterum, ergo triangulum ABH quadruplum eſt trianguli A E B, ſimiliter oſtendam triangulum H B C quadruplum eſſe trianguli BDC. ergo totum ABC, duorum AEB, & BDC ſimul quadruplum eſt.

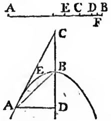
COROLLARIVM.

Oſtendere ſimiliter poſſumus triangulum AEB, quadruplum eſſe duorum triangulorum, quæ fieri poſſunt ſuper BE, EA.

LEMMA.

Si detur ſeries infinita quantitatum decreſcentium in ratione quadrupla, erit aggregatum omnium ad primum terminum vt quatuor ad tria.

Sit primò quantitas aliqua A B ſitque A C tres eius quadrantes, ſit item AC, ad CD; vt AB, ad



AC, eritque CD quadrans ipſius AC minor quam CB, quæ eſt quadrans totius AB, abſcindatur EG ipſi CD æqualis cum ſit tota AB ad ablatam AC, ſicut tota AC ad ablatam EC, erit reliqua CB ad E C ſeu CD, vt tota AB ad AC, nempe vt 4 ad 3. igitur CD ad D B ſe haber vt 3 ad 1. ſicut AC ad CB, ſe habebat vt 3 ad 1. ita oſtendam ſi D B ita diuidatur in F, ſicut CB in D, aut AB in C, ita eſſe CD ad DF vt 4 ad 1. & DF ad FB vt 3 ad 1. & ita conſequenter nunquam perveniemur in B licet ſit infinita ſeries terminorum in proportione quadrupla, & ſemper id quod reſtabit erit proportionale, & erit cum libuerit minus quacumque quantitate propoſita: igitur ſi ſit quantitas AB quæ ſe habeat ad primum terminum, vt 4 ad 3. & terminus quilibet ad ſequentem vt 4 ad 1. infinita ſeries terminorum huiuſmodi ſe habebit, ad primum terminum vt 4 ad 3.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Parabola eſt ſeſquitertia trianguli maximi in ipſa inſcripti.

Sit quæcumq; parabola cui inſcribatur maximum triangu-

triangulum.dico parabolam esse sesquitertiã trianguli illius: eum enim triangulum maximum sit quadruplum triangulorum in segmentis inscriptibilium(*per* 34.) & hæc sint quadrupla aliorum, & ita consequenter,& per singulas inscriptiones auferatur plusquam dimidium reliquæ parabolæ;ita vt excessus parabolæ super triangula inscripta possit ostendi minor quâlibet quantitate, erit in Parabola series infinita terminorum in proportione quadrupla, ergo per Lemma superius tota series est sesquitertia termini, seu trianguli maximi. quod erat ostendendum.

COROLLARIVM I.

Patabolæ terminatæ se habent inter se,vt triangula per axem.

COROLLARIVM II.

Facile dato segmento parabolæ æquale triangulum assignabimus nempe si basin trianguli per axem quarta parte augeamus.

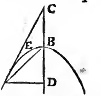
PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Triangulum mixtum concauum parabolicum duplum est conuexi.

Sit segmeotum patabolæ AEBC concavum terminatum parabolæ peripheria A B diametro B C, & tangente A C, dico illud segmentum concavum,esse duplum, segmenti convexi AEBA,nempe comprehensi lineâ rectâ AB, & peripheria parabolæ ducatur ordinata AD.





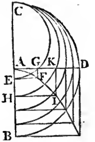
Demonstratio.per superiorem triangulum ABD seu ABC illi æquale propter lineas DB & B C æquales, se habet ad segmentum ABEA vt 3 ad 1. ergo segmentum AEBC ad AEBA se habet vt 2 ad 1. quod erat demonstrandum. Alia multa in hunc modum excogitari possunt.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

Datâ Rectâ lineâ pro diametro Parabola, item angulô quem applicata efficere debeant; & parametrô parabolam describere.

Sit data recta A B pro diametto futuræ parabolæ, sit item A C æqualis patametto eiusdem, describantur plurimi semicirculi transeuntes per C, & dividentes diametrum A B, in quotcumque partes sive æquales sive inæquales parum interest, quò plures & crebriores erunt, eò exactiùs describetur parabola, ducatur per A perpendicularis AD secans omnes circulos.



Fiat prima applicata comprehendens cum diametro A B quemcumque angulum AEF æqualis primæ lineæ A G, secunda H I æqualis secundæ AK, & ita consequenter dico puncta F, I & reliqua,esse in peripheria parabolæ.

Demonstratio. cum ducta sit AG perpendicularia ad C E diametrum primi circoli erit media proportionalis inter AC & AE, ergo quadratum AG,seu EF,æquale est rectangulo sub AE,& parametro AC.pariter ostendam AK seu HI, esse mediam proportionalem inter sagittam HA,& parametrum AC:ergo puncta H, I, & alia hac praxi inventa, sunt in peripheria parabolæ. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

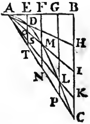
Si ita sit GF ad KI, vt quadratum A G ad quadratum A K. puncta F & I pertinebunt ad parabolam,quia cum AG,EF;AK.HI;AE, GF;AH, KI fiot æquales erunt quadrata EF,HI,vt sagittæ AE, AH iuxta definitionem parabolæ.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

Alia descriptio Parabola.

Proponatur triangulum ABC, cuius punctum



A debeat esse vertex parabolæ; transeuntis per

per C, quærentur alia puncta eiusdem parabolæ. dividatur latus AB in quotcumque partes to punctis E, F, G. dividatur & BC in totidem partes prioribus proportionales, in punctis H, I, K. ducanturque radij AH, AI, AK & per puncta E, F. G lineæ ED, FM, GL parallelæ BC dico puncta D, M, L, pertenire ad parabolam.

Demonstratio: Ita est ex constructione AE, ad AF; sicut BH, ad BI; sed (*per 4.6*) ita est BH, ad BI, sicut ED, ad EO, ergo ita est AE ad AF; vt ED ad EO. pariter ita est (*per 4.6*) EO, ad FM; sicut AE, ad AF, ergo ED ad FM est in duplicata ratione AE ad AF, nempe vt quadrata; se habent ergo ED ad FM sicut quadrata linearum AE AF: ergo per corullarium præcedens, puncta D, M & C. pertineot ad perifetiam parabolæ qood erat demonstr.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Alia Parabola descriptio.

Propooatur: Idem triangulum ABC, sitque describeoda parabola cuius vertex A & quæ debeat transire per C, & habere diametrum parallelam lineæ BC, ducantur quæcumque lineæ BC, GP, FN, ET, parallelæ lineæ BC pariter vt BC ad FN, ita fiat FN ad FM dico puncta M, L, C pertinere ad parabolam.

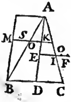
Demonstratio BC ad GL est in duplicata ratione BC ad GP, sed vt BC, ad GP; ita est AB, ad AG, ergo BC, ad GL, est in duplicata ratione AB ad GA, nempe vt quadratum AB, ad quadratum AG, ergo puncta D, M, L pertineot ad parabolam (*per coroll. 36*)

PROPOSITIO XL.

Problema.

Circa Propositum triangulum Parabolam describere.

Proponatur describenda parabola circa triangulum ABC hoc est, cuius peripheria transeat per poncta A, B, C quærenda suot alia puncta. dividatur basis BC bifariam in D, ducaturque AD,



tum EF sumatur æqualis DC, & inter EF, & EI quæratur media proportionalis EO punctum O pertioebit ad parabolam, quia DC, ad EO erit in subduplicata ratione AD ad AE.

COROLLARIVM I.

Pariter datâ diametrô AD, & applicatâ BC; facilè totam parabolam describemus, si nempe ducamus BM parallelam, AB, tum AD dividamus io quotcumque partes, sitque AK vna divisio, ducatur KM parallela BC sitque KS media inter KM, & KO clarum est puoctum K pertioere ad parabolam

COROLLARIVM II.

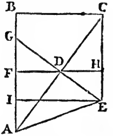
Coostat com EO sit media proportionalis inter EI, & EF quadratum EO æquale esse rectangulo sub EF, seu DC, & EI, & cum idem quadratom æquale sit rectangulo sub AK & parametro, rectangulom sub AK & parametro æquale erit rectangulo sob DC. EI. qoare ita erit AE, ad EI sicut DC ad parametrom.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Si trianguli rectanguli basis bifariam dividantur, & per punctum divisionis ducatur parallela vni lateri & perpendicularis occurrens parallela alteri lateri, illud punctum occursûs pertinebit ad parabolam cuius focus est in extremitate basis, & vertex à prima parallela determinatur.

Sit triangulum rectaogulum ABC, cuius hypotheousa AC bifariam dividatur in D, & per puoctum D ducatur perpendicularis GDE occurrens lioeæ CE parallelæ lateri AB, ducatur item HDF parallela DE, dico punctum E pertinere ad parabolam cuius vertex F, vmbilicus A. taogens GE. ducatur EI parallela BC.



Demonstratio cum AC sit dupla AD, (*per 3.6*) erit AB dupla AF: item FD dimidia BC, seu FH, sunt igitur FD, DH æquales & cum triangula GDF, DHE sint similia, & FD, DH æquales, eruot FG, & HE, seu FI æquales. & (*per 4. 1*) io triaogulis ADG, ADE, erunt bases AE, AG æquales quare (*per 29.*) si F sit vertex parabolæ transeootis per E, GE erit tangens, & A vmbilicus.

Potest tamen ostendi quadratom IE esse æquale rectangolo sob FI, & quadropla AF. cum angulus GDA sit rectus, & io semicirculo, FD erit media proportionalis ioter FG, seu FI & AF, eiusque quadratom æquale erit rectangulo IFA.

 &c

& quadratum totius FH seu IE priori quadruplū æquale est rectangulo sub FI, & quadruplā AF, quæ erit parameter quod erat demonstrandum.

Coroll. AE, AG sunt æquales; item AF, FB, & ablatis æqualibus FG, FI, AI & GB & addita communi IG sunt AG IB, AE æquales.

PROPOSITIO XLII.

Problema.

Datô vertice, & vmbilicô parabolam describere.

Sit parabolæ vmbilicus A; B vertex perficiendaque sit parabolæ descriptio sumantur AB, BC æquales exeitenturque ad BC perpendiculares C E, BD, ducantur vtcumque lineæ ADE secantea BD in punctis D ducanturque per D perpendiculares DF, occurrentes EF parallelæ AC in punctis F quæ dico esse in superficie parabolæ.

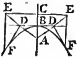
Demonstratio cum AB, BC sint æquales erunt AD, DE æquales (*per* 1.6) ergo (*per præcedentem*) puncta F sunt in superficie parabolæ.

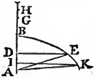
PROPOSITIO XLIII.

Problema.

Datô vmbilicô & vertice; Parabolam describere

Sit datus vmbilicus A, vertex B, sitque perficienda parabula producatur axis AB, dividaturque in plurimas partes, & per divisiones du-





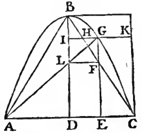
cantur, ordinatim applicatæ ad axem vt DE, sit BG æqualis sagittæ BD, fiatque AE æqualia AG, clarum est (*per* 29.) punctum E ad parabolam pertinere. sit pariter BH æqualis sagittæ IB, & AK æqualis AH, punctum K erit in peripheria parabolæ.

PROPOSITIO XLIIII.

Problema.

Si intra Parabolam triangulum inscribatur, ducaturque diametro parallea secans latus trianguli; erunt eius segmenta, proportionalia basi, & applicata.

Proponatur parabola in qua sit inscriptum triangulum ABC: divisaque basi AC bifariam, ducatur diameter BD, & EFG illi parallela, secans latus trianguli, ducatur item KGI basi AC parallela, dico ita esse DC ad IG sicut EF ad FG.



Demonstr. Cum ostenderimus (*in* 39. IG esse mediam proportionalem inter DC, seu IK & HI, ita erit tota DC, ad totum IG, sicut ablata DE, ad ablatam IH; ergo erit reliqua EC, ad reliquam G H, sicut tota D C, ad totam I G; & cum triangula EFC, FGH sint similia; erit vt EC, ad GH ita EF, ad FG: ergo ita erit DC, ad IG seu DE; vt EF, ad FG; quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

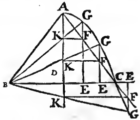
Per punctum F ducatur FL parallela DE, iungaturque AL LG, cum sit vt AD ad DE, seu LF, ita EF, DL, ad FG; ita etiam erit alternando AD, ad DL; sicut LF, ad FG, & componendo vt AE, ad EG, ita AD, ad DL: ergo AL, LG sunt vnica recta linea.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

Circa datum triangulum parabolam describere.

Sit triangulum ABC circa quod describenda proponitur parabola, divisa BC bifariam in D



ducatur diameter AD, dividatur basis BC in quotcumque partes in punctis E. per quæ ducantur EF parallelæ diametro AD, fiantque vt DC, ad DE, ita EF, ad FG: dico puncta G ad parabolam pertinere, quæ si appositè coniungantur lineâ curva habebitur parabola *per* 43.)

PROP

PROPOSITIO XLVI.

Problema.

Alia Parabola descriptio.

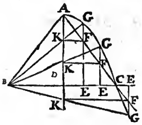
Sit propositum idem triangulom ABC, eirea qood describenda sit parabola: divisâ pariter basi BC bifariam in D, docatur diameter AD dividenda io quoteumque puncta K, per quæ ducantur KF parallelæ basi BC, & per F, lioeæ FG parallelæ diametro, ducantur item lioeæ BK, oceurreotss lioeis FG in puocta G. habebuntur puncta G quæ assero ad parabolam pertioere vt constat ex eadem 42.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

Parabolam continuare.

Sit propositum parabolam AC continuare: sit

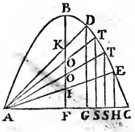


ducta diameter AD, & ordinata CD quæ vlterius producatur in E, docatur EF parallela diametro ducatur item F K ordinata, ducatur ex poncto B, linea BKG, secans EF in G dico punctom G ad parabolam pertioere per 43.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Parabola segmentum restituere.



Proponatur Parabola ABC, cuius segmentum DE sit restituendumducatur quæcumque diamemeter BF ducanturque AD AE secantes diametrum BF in puoctis K & I. docantur, item DG, EH parallelæ diametro BF dividator KI in qootcumque partes æquales in punctis O. & GH in totidem, io poočtis SS, per quæ ducantur parallelæ diametro, oecorrentes lineis AO in punctis T, quæ assero ad parabolam pertinere.

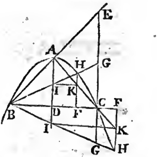
Demonstratio est eadem.

PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Si circa triangulum describatur Parabola & fiat vt dimidia basis . ad segmentum suum, ita parallela diametro ducta per extremitatem basis ad suum ducaturque ab alia extremitate basis ad tale punctum recta linea; hac occurret parallela diametri per divisionem basis ducta, in puncto pertinente ad parabolam.

Sit descripta parabola circa triangulum ABC, & divisâ basi bifariam io D sit diameter AD, & illi paralleia CE; fiatque vt DC, ad CF; ita EC, ad CG; ducaturque lioea BG, oecurrens FH parallelæ diametri in puncto H; dico punctum H pertinere ad parabulam. ducatur linea KI.



Demonstratio ita est DC, ad CF, sicut AD ad FK. (*per* 4. 6.) & ex constructiooe vt CE, ad CG, & (*per* 4. 6.) vt CE, ad CG, ita AD ad DI, ergo DI. & FK sont æqoales sicut IK & DF: est item vt BD, ad DI, seu FK; ita IK seu DF, ad KH: ergo permotandu ita erit B D ad DF, sicut FK ad KH: ergu (*per* 43.) punctum H pertinet ad parabolam.

COROLLARIVM.

Si dividatur DC, io qooteomqoe partes æquales, & EC in toridem; singulæ parallelæ diametro, ductæ per divisiooes lineæ D C, uccurrent lineis ductis à puocto B, ad divisiones lineæ EC.

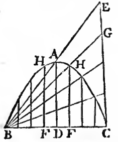
PROPOSITIO L.

Problema.

Circa datum triangulum Parabolam Describere.

Proponatur triangulum ABC eirca qood describenda

eribenda est parabola divisa BC bifariam in D, ducatur diameter AD, & ei parallela CE in torï-



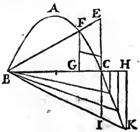
dem partes æquales divisæ in punctis scilicet F & G. ducantur ex puncto B, lineæ BG, & per F parallelæ diametro quæ priores secent in punctis H. clarum est (*per præcedentem*) hæc puncta H pertinere ad parabolam.

PROPOSITIO LI.

Problema.

Parabolam continuare.

Sit Parabolæ portio BAC continuanda. per punctum C ducatur CE parallela diametro, quæ vlteriùs producatur, ducatur & BE secans sectionem in puncto F. ducaturque FG parallela CE,



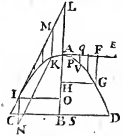
fiant GC, CH; sicut GF, CI æquales; dividanturque CI, & CH in totidem partes æquales, & per divisiones CH ducantur diametro parallelæ. item ducantur ex puncto B lineæ per diuisiones CI dico (*per* 48.) puncta concursuum esse in peripheria parabolæ.

PROPOSITIO LII.

Problema.

Alia descriptio Parabolæ.

Supponitur data diameter AB futuræ parabolæ, vnà cum ordinatim applicata CD, quà bifariam divisà in B, fit diameter AB, sit item AE æqualis, & parallela BD, dividaturque in quotcumque partes æquales verbigratia 6. dividatur autem diameter AB, in partes æquales secundum numerum vnitatum, quæ in quadrato lineæ AE continentur nempe in 36. prima AP contineat vnam particulam, secunda quatuor. tertia 9. & ita consequenter dico hæc omnia puncta ad parabolam pertinere ducatur enim GH.



Demonstratio ita se habet AB, ad AH; sicut quadratum BD, ad quadratum GH, ergo ex definitione parabolæ punctum G ad parabolam pertinet.

COROLLARIVM I.

Eâdem methodô parabolæ mutilæ segmentum restituemus, vt si parabolæ segmentum KI restituendum sit. ducatur applicata IO sumanturque in diametro æquales OA, AL, ducaturque LI quæ tanget parabolam in puncto I. ducantur per puncta K, & I parallelæ diametro, & æquales KM, IN erit IN diameter transiens per contactum I. dividatur IM in quotcumque partes æquales, & IN, in partes respondentes numero quadrati, lineæ IM. sicut priùs, tum per divisiones tangentis IM, ducantur parallelæ diametro, quarum proximior puncto I, contineat vnam particulam, lineæ IN. secunda 4. tertia 9. & ita consequenter, clarum est hæc, puncta pertinere ad parabolam.

COROLLARIVM II.

In idem recidit alia praxis nempe BD dividatur in partes æquales verbigratia 6. per quas ducantur parallelæ diametro AB, quæ dividantur in tot partes æquales, quot sunt vnitates in quadrato lineæ BD, & prima parallela seu SP deficiat vnitate à linea AB, secunda deficiat quatuor particulis, & ita consequenter habebuntur puncta ad parabolam pertinentia.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Datis tribus punctis, non in directum positis, & linea per vnum transeunte pro vna diametro, parabolam describere.

Proponantur tria puncta A, B, C non in eadem linea recta constituta, detur & linea BD, quæ debeat esse vna diameter sitque perficienda parabola, ducatur linea AC, quæ dividatur bifariam

in

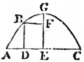
in E, & ducatur EFG, parallela BD, fiatque vt AE quadratum ad quadratum BF, ita GE, ad FG, clarum est parabolam per B & G, transeuntem transire etiam per A & C.

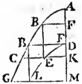
Eôdem modô datis duabus lineis AC, BD, se intersecantibus in punĉto D, inueniemus parabolam cuius BD sit diameter.

PROPOSITIO LIV.

Datâ parabolâ, aliam æqualem describere.

Sit Parabola ABC in 1 fig. cui aliam æqualem describere volumus. assumatur AD sitque D vertex futuræ parabolæ. ducatur BE, æqualis & parallela dico punctum E pertinere ad parabolam æqualem priori.





Demonst. applicentur BF, EK. cum AD, BE sint æquales, & parallelæ, item BE & FK; erunt AF, DK, æquales, quare eadem erit ratio B F, ad sagittam FA, quæ EK ad sagittam KD, quare est omnimoda æqualitas.

COROLLARIVM.

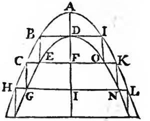
Clarum est huiusmodi parabolas, ita nempe descriptas non conuenire: ergo erunt asymptoti.

PROPOSITIO LV.

Parabolæ asymptoti semper minus inter se distant.

Sint Parabolæ asymptoti productæ nempe eô modô quô diximus: dico illas semper minus, & minus distare. ducatur enim per punĉtum D verticem interioris linea BD quæ erit tangens interioris, & applicata exteriori, ex punĉto B ducatur BE, æqualis AD, & per punĉtum E ducatur ordinata CEF. per punĉtum G alia ducatur. ostendo primo reĉtangula CEK, HGL esse æqualia quadrato BD.

Demonstratio. Linea AF, est dupla lineæ AD, sed vt AF ad AD, ita per defin. parabolæ quadratum CF ad quadratum BD. quadratum autem CF (*per* 5. 2.) æquale est reĉtangulo CEF, & quadrato EF seu BD. ergo reĉtangulum CEF cum quadrato BD duplum est quadrati BD. ergo reĉtangulum CEF æquale est quadrato BD. pari-



ter quadratum HI est sesquialterum quadrati CF & æquale reĉtangulo HGL, & quadrato GI, seu CF, ergo ablatô quadratô GI, restat reĉtangulum HGL esse dimidium quadrati CF; ergo æquale quadrato BD, & ita, consequenter, ergo omnia reĉtangula quæ fient sunt inter se æqualia, nempe CEK, HGL, ergo (*per* 13. 6.) ita est CE, ad HE sicut GL, ad EK. sed GL (*per* 1.) est maior quam EK, ergo & CE, est maior quam HE,

COROLLARIVM.

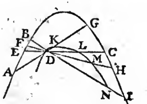
Patet etiam in his parabolis reĉtangula HGL, HNL esse æqualia & consequenter lineas NL, HG esse æquales.

PROPOSITIO LVI.

Problema.

Alia descriptio parabolæ asymptoti.

Proponatur parabola ABC assumaturque intra illam quodlibet punĉtum D, à quo ducantur lineæ reĉtæ ADG, EDC, FDH, BDI, sintque AD, KG; ED, LC; FD, MH: BD, NI æquales. clarum est per coroll. præcedentis punĉta K, L, M, N pertinere ad parabolam.



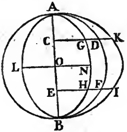
LIBER SECVNDVS

De Ellypsi.

DEFINITIONES.

1. ELLYPSIS est figura vnâ linea curvâ contenta, cuius ordinatim applicatarum ad Axem quadrata, eandem rationem habent, ac rectangula sub segmentis Axis contenta; illis tamen æqualia non sunt.

Hic Ellypsin definio, vt diversam à circulo, quamvis circulus aliquam affinitatem habeat cum Ellypsi, eique conveniat principalis proprietas, quæ Ellypsi hoc nomen indidit, vt autem meliùs intelligatur sensus huius definitionis. Pro-



ponatur circulus in quo sit diameter A B, & ordinatim applicata C D, quæ necessario debet esse perpendicularis ad diametrum, neque enim in circulo, quæ perpendicularis non est, potest esse ordinatim applicata, quia nempe non potest bifariàm dividi, nisi quæ perpendicularis est ad diametrum. certum est C D mediam esse proportionalem inter AC & C B, atque adeò eius quadratum esse æquale rectangulo ACB, pariter quadratum EF æquale est rectangulo AEB, ideoque erunt vt quadrata inter se, ita & rectangula. volo igitur vt in Ellypsi quadrata applicatarum se habeant, vt rectangula sub segmentis, non tamen illis sint æqualia. sed aut maiora, aut minora. vt si ita sit quadratum C G, ad quadratum E H; vt rectangulum ACB ad rectangulum AEB, prima autem non sint secundis æqualia: Hanc figuram voco Ellypsin. pariter, si quadratum CK, ad quadratum EI, sit vt rectangulum ACB ad rectangulum A E B, sintque prima secundis maiora: voco illam figuram Ellypsin.

Posui autem in definitione applicata ad axes, quia in Ellypsi, accidit, vt certæ duæ diametri coniungatæ scilicèt, sint æquales. & tunc quadrata applicatarum sunt æqualia suis rectangulis. Sed illæ diametri obliquæ sunt ad invicem.

Volui definire Ellypsin independenter à Cono & eam quasi absolute considerare, vt totam hanc doctrinam in vnico plano positam faciliorem redderem.

2. Coniugatæ diametri sunt diametri, quarum vtraque alteri æquidistantes bifariàm dividit; vt diametri ON, & AB. si nempe AB, dividat bifariam omnes lineas parallelas lineæ ON, & vicissim ON dividat bifariam omnes parallelas diametro AB.

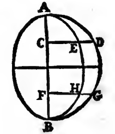
3. Axes coniugati, sunt diametri coniugatæ se ad angulos rectos secantes.

4. Vmbilici seu poli, aut puncta ex comparatione, sunt puncta in Axe maiore sumpta, ita eum dividentia, vt rectangulum sub segmentis eius, æquale sit quartæ parti figuræ, hoc est æquale sit quadrato semiaxis maioris.

PROPOSITIO I.

Theorema.

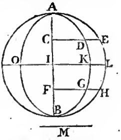
In Ellypsi ordinatim applicata ad Axem, eandem rationem habent ad ordinatim applicatas ad diametrum circuli, circa Axem descripti sibi respondentes.



Sit AB Axis Ellypsis, sintque ordinatim appli-

catæ

cata CD, FH deſcribatur item circa Axem AB, circulus AEB in quo ſint ordinatim applicatæ CE, FH, dico ita eſſe CD, ad CE; ſicut FG, ad FH.



Demonſtratio. (*per definitionem Ellypſis*) ita eſt CD, ad FG; ſicut rectangulum ACB, ſeu quadratum CE, illi æquale ad rectangulum AFB ſeu quadratum FG illi æquale, & alternando, ita eſt quadratum CD, ad quadratum CE, ſicut quadratum FG, ad quadratum FH; & cum latera ſint in duplicata ratione ſuorum laterum; ita erit CE, ad CD; ſicut FH, ad FG.

COROLLARIVM I.

Clarum eſt ita eſſe CD, ad DE, ſicut FG, ad GH, dividendo ſcilicet.

COROLLARIVM II.

Ita eſt tota Ellypſis, ad circulum deſcriptum circa maiorem Axem, vt minor ad maiorem Axem. per methodum ſcilicet Indiviſibilium, ductis enim omnibus ordinatis ad Axem maiorem, cùm ſit vt CD, ad CE, ita IK ad IL, ſeu AI, ita erunt omnes ordinatæ Ellypſeos ſeu ipſa Ellypſis ad omnes ordinatas circuli, ſeu ad circulum vt IK ad IL, aut vt dupla IK ſeu minor Axis, ad maiorem AB quod erat demonſtrandum. Eôdem modô ſi deſcribatur circulus circa minorem axem, ita erit Ellypſis, ad eum; vt maior Axis, ad minorem.

COROLLARIVM III.

Ordinatæ æqualiter à verticibus diſtitæ, aut à centro, ſunt æquales. vt ſi lineæ AC, BF ſint æquales, erunt rectangula ACB, BFA æqualia, & cum quadrata CE, FH eôdem modô ſe habeant, ac rectangula (*per definitionem Ellypſis*) & ipſa æqualia erunt, ergo & lineæ æquales erunt.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Circulus cuius diameter medius proportionalis eſt, inter maiorem axem & minorem eſſe æqualem Ellypſi.

Sit linea M media proportionalis inter maiorem axem AB, & minorem OK, dico ſi circa lineam M deſcribatur circulus eum æqualem eſſe Ellypſi.

Demonſtratio. circa maiorem axem AB, intelligatur deſcriptus circulus, qui ad circulum M, erit in duplicata ratione lineæ AB, ad lineam M; & cùm AB, M, OK ſint continuæ proportionales, erit AB ad M in ſubduplicata ratione AB ad OK; vt autem quadrata, ita & circuli (*per* 2. 12. *Eucl.*) & per corollarium præcedens circulus AB, ad Ellypſin eſt vt AB ad OK, ergo Ellypſis propoſita, & circulus M æquantur. quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Ellypſes ſe habent vt rectangula nempe, illæ Ellypſea quorum æquales Axes maiores; ſe habent vt minores; & viciſſim Ellypſes, quæ reciprocant Axes ſunt æquales.

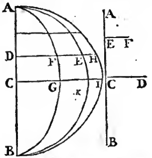
Aliæ multæ conſiderationes adhiberi poſſent.

PROPOSITIO III.

Problema.

Ellypſis deſcriptio.

Proponatur Ellypſis deſcribendæ diameter AB, ſuper quâ deſcribatur ſemicirculus AEC, tum diviſâ AB in quotcumque partes, ſive æquales, ſive inæquales, in C, & D, & alius; ducantur perpendiculares CK, DE, quæ ſimiliter dividantur in punctis F, & G; hoc eſt ita ſit DF, ad DE, ſicut CG ad CK. dico puncta A, F, G, B pertinere ad eandem Ellypſin.



Demonſtratio. Quadratum DE æquale eſt rectangulo ADB, & quadratum CK, rectangulo ACB, & cùm ſit vt DF, ad DE; ita CG, ad KC, ita etiam erit quadratum DF, ad quadratum DE, vt quadratum CG, ad quadratum KC: ergo ita erit quadratum DF ad quadratum CG, vt rectangulum ADB ad rectangulum ACB: ergo ex definitione Ellypſis, puncta A, F, G, C in ſâdem Ellypſi erunt.

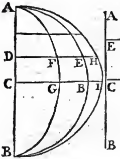
Pariter ſi ſiat, vt DE ad DH; ita CK, ad CI; puncta H & I in eadem Ellypſi erunt. (*per defin.*)

PROPOSITIO IV.

Problema,

Secunda Ellypsis descriptio.

Proponatur primò linea AB, tanquam axis maior Ellypsis describendæ, quia autem infinitæ pos-



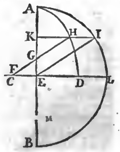
sunt describi Ellypses, dividatur AB bifariam in C, excitetur que perpendicularis CD, pro semiaxe minore. Si applicetur quæcumque EF, sitque vt quadratum AC seu rectangulum ACB, ad quadratum CD; ita AEB rectangulum, ad quadratum EF, punctum F ex definitione Ellypsis erit in eius circumferentia: si quadrato CD, fiat æquale rectangulum AEB, habebunt eius focus E.

PROPOSITIO V.

Problema.

Alia descriptio Ellypsis.

Proponatur maior Axis AB, minor CD, se intersecantes, ad rectos in puncto E, intelligatur



linea FGH, æqualis maiori semiaxi A E; ita vt vt punctum eius G, quod in diametrum A E cadit, eam ita dividat, vt G H sit æqualis minori Axi, & FG sit differentia inter maiorem, & minorem semiaxem, sitque eius extremum F in minore semiaxe. dico punctum H esse in Peripheria Ellypsis, vt hoc demonstrem, circa maiorem Axem intelligatur descriptus semicirculus AIB, & ex puncto H ducta perpendicularis HK, iungatur & EI.

Demonstr. lineæ FH, EI æquales sunt, nempe vtraque æqualis semiaxi maiori, coniunguntque parallelas HI, FI, ergo parallelæ sunt. in traingulo autem EIK, ita est EI maior semiaxis, ad G H æqualem maiori semiaxi; vt KI applicata in circulo, ad KH applicatam ad Ellypsin. ergo (*per defin*) punctum H pertinet ad Ellypsin. cum enim quadratum KI, æquale sit rectangulo AKB, & quadratum EL, rectangulo AEB, sitque vt AE, ad ED; ita KE, ad KH; ita erit rectangulum AKB, ad quadratum AB, vt rectangulum AEB ad quadratum ED, quæ omnia sunt iuxta definitionem Ellypsis.

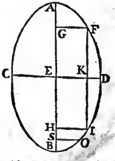
Praxis facilis est, primò, si B M sit æqualis minori semiaxi; erit M E æqualis differentiæ inter vtrumque semiaxem: si sumantur in axe AE plurima puncta, vt G ex quibus singulis intervallô differentiæ M E Arcum G F describas secantem CE in CF, & ducas lineam FGH, æqualem maiori semiaxi, habebitur punctum H. pariter si in materia quacumque solida notes lineam æqualem lineæ FH, pariterque divisam in G, itaque illam moveas, vt punctum G non discedat ex maiore Axe; & punctum F semper insistat minori Axi, extremum H, describet Ellypsin; cui propositioni imitantur aliqua instrumenta, ad descriptionem Ellypsis accommodata.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Axis minor omnes Axis maioris æquidistantes, bifariàm diuidit.

Sit Axis maior BA, minor C D, dico axem minorem C D, dividere bifariàm omnes Axi maiori



parallelas; abscindatur EH, EG æquales, ducanturque perpendiculares HI, GF, quæ (*per coroll.* 1. erunt æquales, & FI, erit parallela AB, quia coniungit æquales, & parallelas, & cum HF sit parallelogrammum, & EG, EH æquales; erunt etiam KI, K F æquales, idem ostendam de quacumque alia linea. ergo C D dividit omnes lineas maiori Axi parallelas, atque adeo erunt AB, CD, axes coniugati.

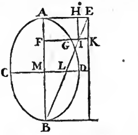
PROP.

PROPOSITIO VII.

Problema.

Axis Ellypsis parametrum invenire.

Sit proposita Ellypsis Axis AB, cuius quaeritur parameter seu latus rectum AE, fiat vt AB, ad coniugatum Axem CD; ita CD, ad AE; dico AE esse parametrum Axis AB, seu mensuram quadratorum ordinatim ad Axem AB, ita vt quadratum cuiuslibet applicatae FG', aequale sit rectangulo FI HA, comprehenso sub sagitta FA, & linea FI quae est minor latere recto, ita vt defectus huius rectanguli a rectangulo FE, comprehenso sub latere recto, & sagitta; sit rectangulum IE, habens eandem latitudinem, nempe sagittam AF, & simile sit comprehenso sub AB, AE eum enim rectangulum IE sit circa diagonalem BE, simile est rectangulo B E. Propter hunc defectum nempe quod quadrata applicatarum, minora sint rectangulo comprehenso, sub sagitta, & latere recto, huic sectioni inditum est nomen Ellypsis deficiens.



Demonstratio (*per definitionem Ellypsis*) ita est quadratum FG ad quadratum MD; vt rectangulum AFB, ad rectangulum AMB, seu quadratum AM nempe in ratione composita laterum, vt AF, ad AM, & FB, ad AM. Sed rationem ex iisdem compositam, habet rectangulum FI HA, ad rectangulum AML nempe vt AF ad AM, & FI ad ML quae est eadem *per* 4. 6) ac FB ad AM, aut MB: ergo ita est rectangulum FIHA ad rectangulum AML vt quadratum FG ad quadratum MD: sed quadratum MD aequale est rectangulo AML, vt probabo ergo & rectangulum FiHA, aequale est quadrato FG. probo igitur vltimam minorem, cum AB, CD, AE sint continuè proportionales, erit rectangulum sub extremis aequale quadrato mediae CD, & eorum quadrantes aequales erunt; sed quadratum MD est quadrans quadrati CD & rectangulum AML seu L MB est quadrans rectanguli BAE, sunt enim similia, ergo sunt in duplicata ratione BA ad BM

COROLLARIVM I.

AE parameter Axis maioris, Axis minor CD, Axis maior AB, parameter axis minoris, sunt quatuor lineae continuè proportionales, quare si quis datis parametris Ellypsin exhiberet, is duas medias proportionales inveniret.

COROLLARIVM II.

Ita est quadratum applicatae FG ad rectangulum AFB, sub segmentis vt parameter AE, ad diametrum; nam sunt tres continue proportionales, AB, CD, AE, ergo ita est AB, ad AE, vt quadratum AB, ad quadratum CD, & vt quadratum AM, ad quadratum MC; ergo invertendo vt A E, ad AB; ita erit quadratum CD ad quadratum AM; seu rectangulum AMB, sed vt quadratum CD ad rectangulum AMB, ita est quadratum FG, ergo vt quadratum FG, ad rectangulum AFB, ita AE ad AB.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Quadratum axis minoris, aequale est rectangulo sub maiore axe, & parametro; & quadratum minoris axis; est quarta pars figura.

Propositio per se patet ex inventione parametri maioris axis: volumus enim minorem axem, esse medium proportionalem, inter maiorem axem, & parametrum, ergo eius quadratum aequale est, rectangulo comprehenso, sub maiore axe, & eius parametro. quod rectangulum communiter vocant figuram, vnde sequitur semiaxis quadratum aequale esse quartae parti figurae.

COROLLARIVM.

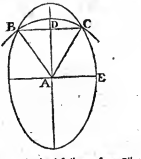
Quod diximus de maiore axe, intelligendum est de minore; cuius parameter est tertia proportionalis, minori axi, & maiori. Atque adeò quadratum maioris axis aequale est, rectangulo comprehenso sub minore axe & eius parametro, & quadratum semiaxis maioris, aequale erit eius quartae parti.

PROPOSITIO IX.

Problema.

Data Ellypsis centrò datâ axes ducere.

Sit proposita Ellypsis, cuius centrum A, ex eo vt centro circulus describatur, secans Ellyp-



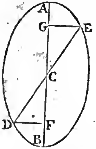
fit in duobus punctis B, & C; ducatur linea BC, quæ dividatur bifariam in D, ducaturque AD pro maiore axe, cui perpendicularis ducatur AE pro minore axe. Demonstratio linea BC (per 4.1.) & divisa est bifariam in D, & perpendicularis est, ergo AD est maior Axis, & consequenter AE erit minor.

PROPOSITIO X.

Theorema.

In Ellypsi omnes lineæ per centrum ductæ, bifariam dividuntur in ipso centro.

Sit Ellypsis cuius axis AB, sitque centrum C; dico quamcumque lineam DE per centrum C ductam bifariam dividi. ducatur ex D perpendicularis DF, quæ erit ordinatim applicata, sumatur linea CG æqualis FC, & per G perpendicularis GE, & iungatur CE.



Demonstratio GE, DF, (*per coroll: 2. 1.*) sunt æquales, & (*per 4. 1.*) DC. CE, & cum omnia latera vnius trianguli sint æqualia singulis alterius, erunt anguli GCE, DCF æquales. ergo, lineæ DC, CE componunt vnam lineam; ergo si producatur DC, cadet in E, eruntque DC, CE æquales, quod demonstrandum erat.

COROLLARIVM I.

Omnis diameter per centrum transit; cum omnis diameter debeat dividere bifariam omnes lineas alicui parallelas; & quacunque proposita possit illi duci parallela per centrum, si per centrum non transiret, illam bifariam non divideret; cum omnis linea per centrum ducta, in ipso bifariam dividatur.

COROLLARIVM II.

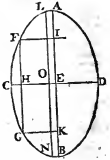
In quacunque diametro, applicatæ æqualiter à centro distantes, sunt æquales. sit enim quæcunque diameter AB, etiam si non sit Axis, transiens nempe per centrum, in qua sumantur duæ lineæ æquales CG, CF, applicentur duæ FD, GE, quæ parallelæ erunt ex definitione applicatarum; dico illas esse æquales. ducatur per centrum linea DG, quam contendo productam concurrere in E. nam si ex puncto E ad G, ducatur linea recta, hæc erit parallela lineæ DF, nam, (*per 4.1.*) triangula GEC. DCF sunt omnino æqualia, ergo & anguli GEC, CDF æquales erunt; qui cum sint alterni (*per 29. 1.* GE. DF parallelæ erunt, & æquales, (*per eandem*) vicissim ostendam ordinatas æquales, æqualiter à centro distare. Addo illam applicatam esse maiorem, quæ est centro viciniur.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Ad diametrum ordinata ducta per centrum, est illius coniugata diameter

Ad diametrum AB, sit ordinatim applicata C D, per centrum E transiens; dico CD esse coniugatam diametrum, respectu AB, hoc est CD dividere omnes parallelas lineæ AB. sit enim FG parallela lineæ AB; hanc assero dividi bifariam in puncto H, ducantur FL, GK ipsi CD parallelæ.



Demonstratio cùm tam FG, IK sint parallelæ, quàm FI. GK, parallelogrammum erit FI, KG; erunt æquales, & (*per coroll. 2. prima*) erunt distantiæ IE EK æquales: ergo FH, HG, æquales erunt, quare FG divisa est bifariam in H, quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

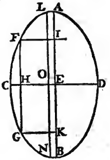
Cuicunque diametro, & coniugatam diametrum inuenire & applicatam, & centrum Ellypsis.

Sit diameter AB, quæ dividatur bifariam in E, ducatur & F G illi parallela quæ bifariam dividatur in H; dico lineam CHE esse coniugatam diametrum, si enim ducetur alia coniugata diameter, transiens per E, divideret bifariam lineam FG, quod est absurdum.

2. Lineæ CD ducatur quæcunque parallela FI, hæc erit ordinata ad AB, cum a linea AB dividatur bifariam (*per præcedentem*)

3. Sit inveniendum centrum, ducantur duæ quæcunque lineæ AB. FG, parallelæ, & divisæ bifariam,

bifariam in H & E, dico lineam CD tranfire per centrom, fi enim non tranfirat per centrum. fit illud centrum, O, per quod ducatur diameter L O N, parallela lineis AB, FG, inveniatur il-



lius coniugata diameter, quæ debebit dividere bifariam parallelas LN, nembe AB, FG, in H & E, qnod eft abfurdom, duæ enim rectæ fpatium elauderent.

COROLLARIVM I.

Seqoitur ex eo, qood fi diameter dividat, bifariam aliquam lineam dividit etiam bifariam omnes illi parallelas.

COROLLARIVM II.

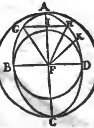
Quæcunque linea doas parallelas bifariam dividens, eft diameter, & per centrum tranfit.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Axis maior eft maxima omnium diametrorum; & axis minor minima, & diametri æqualiter ab axibus remota, æquales funt.

Sit axis maior AC, dico omnem, aliam diametrom eô minorem effe: ex centro F, defcribatur circulus intervallô FA, clarum eft, quod



tangat Ellypfin in puncto A. Si enim fecaret eam; ex eo puncto fi duceretur perpendicularis ad diametrum, eius quadratum effet æquale rectangulo fub fegmentis, cum tamen id fit contra definitionem Ellypfis pro vt diftingitur à circulo, ergo nulla alia diameter ad circulum perveniet, ergo minor erit Axe AC.

Pariter circulos ex eôdem centro F, intervallô FD defcriptus, totus intra Ellypfin cadat, propter eandem rationem, ergo omnis alia diameter, maior erit Axe BD.

Tertiò fit quæcunque diameter FH, & ex puncto H perpendicularis ducatur HIG; quæ erit ordinatim applicata, eruntque GI, IH, æquales, & (*per* 4. 1.) FH, FG æquales.

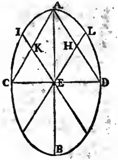
Quod fi intervallô FH, defcriberetur circulus; is fecaret Ellypfin in puncto H, & ducta qualibet diameter, vt FK, ad illum non pertingeret, ergo diameter, quæ magis ab axe minore diftat, minùs diftante maior eft.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Datis axibus invenire duas coniugatas diametros æquales.

Sit Ellypfis cuius axes AB CD, & inveniendæ fint diametri coniugatæ æquales ducantur AC, AD quæ erunt æquales, dividantur bifariam in H & K, ducanturque EH, EK; dico eas diametros effe coniugatas, & æquales.



Demonft. primò in triangulis AEC, AED, anguli funt æquales, & bafes, quare in triangulis CEK, DEH, cum latera CE, ED, item DH, CK, & Anguli C & D fint æquales, erunt bafes EH, EK, æquales, & Anguli KEC, HED, quibus fublatis ex angulis rectis, reftant AEK, AEH æquales, ergo (*per præcedentem*) femidiametri EKI, EHL funt æquales: deinde cum angulos CEA fit rectus circulus defcriptus ex K, per A, tranfit per E; ergo KA, KE funt æquales, & anguli KEA, KAE, fore oftenfi æquales: ergo alterni KEA KAH funt æquales, & confequenter lineæ AD, IE funt parallelæ.

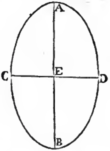
PROP

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Omnis diameter Ellypsin bifariam dividit; diametri coniugatæ Ellypsin quadrifariam dividunt, & sectores oppositi ad verticem sunt æquales.

Sit primò diameter AB; dico Ellypsin ab ea dividi bifariam, per singula enim AB, puncta, intelligantur ductæ ordinatim applicatæ, cum omnes, & singulæ bifariam dividantur (*ex defin. diametri*) tota Ellypsis bifariam dividetur.



Secundò, sint duæ diametri, AB, CD se intersecantes in centro E, clarum est sectores ad verticem esse æquales.

Demonstratio, cum enim AB; & CD bifariam dividant Ellypsin; erunt sectores ACB, CAD semissis Ellypsios; ergo æquales; & ablatô communi CEA, restant æquales AED, CEB oppositi scilicèt sectores.

Tertiò sint AB, CD, diametri coniugatæ, dico Ellypsin divisam esse quadrifariam, cùm enim omnes lineæ applicatæ ad EA sint parallelæ lineæ CD & sint divisæ bifariam; erunt sectores CEA, AED, æquales, sunt item oppositi æquales, ergo Ellypsis quadrifariam est divisa.

PROPOSITIO XVI.

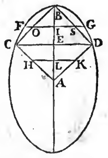
Theorema.

Linea ex centro dividens Subtensam, bifariam dividit & sectorem, & ductæ alia Subtensa, à vertice abscindunt segmenta æqualia.

Sit diameter AB dividens bifariam in E sobtensam CD, dico totum sectorem CAD divisum esse bifariam.

Intelligantur enim ductæ parallelæ lineæ CD. quia linea CD dividitur bifariam à diametro AB, omnes lineæ FG illi parallelæ, dividentur bifariam (*per coroll.* 12.) ergo totum segmentum CBD divisum est bifariam pariter ductis in triangulo CAD parallelis CD, qualis HK, cum omnes, (*per* 4.6.) bifariam dividantur, totum triangulum CAD bifariam dividitur.

Secundo ductis CB, BD, erunt segmenta CBF, DGB æqualia, si nempe ex segmentis æqualibus CEB, DEB, aufetantur æqualia triangula CEB, DEB. vel cum lineæ IF, IG sint æquales



ablatis æqualibus IO, IS, restant FO FG æquales, quod cum de omnibus probari possit, erunt segmenta æqualia.

COROLLARIVM.

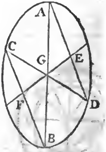
Dato sectori DAB, æqualem abscindemus, si ex puncto D ad diametrum AB ordinatim applicatam DEC ducamus.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Si ab extremitatibus diametri ducantur parallela intra Ellypsin, illa æquales erunt & linea illas coniungens erit diameter.

Ex punctis A & B diametri AB, ducantur parallelæ AD, BC; dico illas esse æquales, dividantur enim bifariam in E & F ducaturque FE hæc erit diameter (*per* 12.), & transibit per



centrum G, & cum triangula AGE, BGF sint æquiangula & AG, BG æquales, erunt AE, FB æquales; & consequenter AD, CB, ducantur CG, GD, patet angulos ad verticem EGD, CGF esse æquales, ergo & lineas CG, GD, in directum iacere.

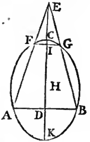
PROP

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Si ex duabus extremitatibus ordinatim applicata dua linea in eodem puncto diametri concurrentes, sectionem secent, linea coniungens erit ordinatim applicata parallela.

Sit diameter CD, ordinatim applicata AB, eruntque AD, DB æquales, ducantur AE, BE, convenientes in E, & secantes Ellypsin in punctis F & G, dico lineam F G esse ordinatam, & parallelam AB.



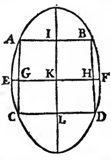
Demonstr. ducatur ex F linea FI parallela AB, donec secet lineam EB in puncto G; dico punctum G esse in Ellypsi. nam (*per* 4. 6.) cum AD, FG sint parallelæ, erit vt DE, ad EI; ita tam DA, ad FI, quàm DB, ad IG; ergo FI, IG sunt æquales, ergo punctum G est in Ellypsi; ergo in puncto concursus.

Conversæ item facile probantur, nempe si fuerint AB, FG parallelæ, & AB dividatur bifariam in D, ED esse diametrum.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Si duas parallelas in Ellypsi, iungant dua linea, quas secet alia parallela; erunt sagitta illius aquales.



Lineas AB, CD parallelas iungant duæ lineæ AC, BD, & in eas incidat alia parallela EF, dico sagittas eius EG, HF esse æquales.

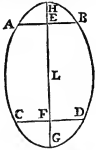
Demonstratio. Divisis lineis AB, CD bifariàm in I & L, ducatur diameter IL, quæ omnes applicatas, vt EF bifariam divide, erunt ergo KE, KF æquales, & ablatis æqualibus G K K H, eo quod AI, IB; CL, LD sint æquales, restabunt EG, HF æquales.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Data Ellypsis centrum reperire.

Proponatur Ellypsis, cuius centrum reperiendum sit; ducantur vtcumque duæ parallelæ A B, C D, quæ bifariam dividantur in E & F, ducatur linea



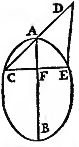
EF, hæc (*per cor.* 12.) erit diameter, quare si HG bifariam dividatur in L; erit L centrum Ellypseos.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

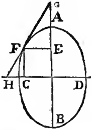
Data diametro ordinatam ducere ex quocumq; puncto.

Sit data diameter AB, sitq; ducenda ordinatim ap-



plicata ex C. ducatur CAD, sintque CA, AD æquales, tum AB ducatur parallela D E Ellypsim attingens

attingens in puncto E, dico CFE esse ordinatim applicatam, seu bifariàm divisam.
Demonstratio.(*per 4.6*) ita est CA ad AD, sicut FC, ad FE, sed primæ sunt æquales, ergo & secundæ.

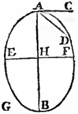


PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Omnis linea per extremitatem diametri ducta, ordinatim applicatis parallela est tangens.

Linea AC ducatur per extremitatem diametri AB parallela ordinatim applicatis, dico AC esse tangentem, si enim non sit tangens, intra sectionem cadat vt A D, cum A D sit parallela EF ordinatim applicatæ bifariam à diametro, dividi debet, ergo non attinget diametrum in puncto A.



COROLLARIVM I.

Sequitur ex eo, duas tangentes per extremitatem diametri ductas esse parallelas, vt AC, BG.

COROLLARIVM II.

Facilè per datum punctum A, tangentem ducemus, nam invento centro & ducta diametro AB, ductâ item ordinato quâcumque, si per A, ei ducamus parallelam, tangentem duxerimus.

COROLLARIVM III.

Diameter per tactum ducta, dividit bifariàm parallelas tangenti, si enim non essent ordinatæ, duci possent aliæ ordinatæ, quibus tangens esset parallela.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Omnis linea inter duas diametros Ellypsin tangens, cum vtraque diametro conuenit extra sectionem.

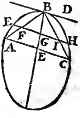
Sint diametri coniugatæ AB, CD, & Ellypsin tangat linea HG inter duas diametros: dico lineam HG cum vtraque diametro convenire extra Ellypsin, ex puncto contactûs F, ducantur FE, FC applicatæ ad diametros, erunt igitur F C, AB parallelæ, & cum linea H F, conveniat in F, cum vna parallelarum, nempe CF; producta cum alia conveniet nempe in G.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

In quocumque segmento, maximum triangulum, habet verticem in diametro diuidente bifariam basin illius. Et tam segmentum, quam triangulum bifariam ab eâ diuiditur.

Sit segmentum ABC, cuius basis AC, bifariàm dividatur in E, à diametro BE: dico triangulum ABC esse maximum, quod intra tale segmentum inscribi possit.
Intelligatur enim tangens BD.



Demonstr. cum alia omnia triangula non attingant tangentem B D, quæ est parallela lineæ AC, minora erunt quam ABC.
2. Certum est omnes lineas basi A C parallelas dividi bifariam à diametro. remanent item æquales sagittæ EF, IH, quod de aliis omnibus ostendi potest: ergo segmenta AEB, DHC sunt æqualia.

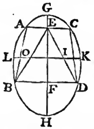
PROPOSITIO XXV.

Theorema.

In Ellypsi lineæ coniungentes parallelas, abscindunt segmenta æqualia & vicissim.

Moltiplex est casus istius propositionis.
Proponatur lineæ AB, CD coniungentes parallelas AC, BD, dico segmenta ALB, CKD esse æqualia, divisis lineis AC, BD bifariàm in F & E, ducatur EF quæ *per coroll. 12.*) erit diameter, divideteq; totâ Ellypsin

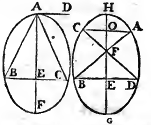
Ellypsin bifariam, item segmenta AGC, BGD dividuntur bifariam, nam si ducerentur quotcunque



voluerio applicatæ, in segmento BHD, singulæ bifariam à diametro dividerentur, ergo & totum segmantum secundum methodum Indivisibilium; pariter triangula BEF, FED, super æqualibus basibus BF, FD sunt æqualia, & triangula ABE, EDC, quibus omnibus hinc inde sublatis, restant segmenta AB, CD æqualia.

Vel (*per* 19.) sagittæ LO, IK, & aliæ quæcumque sunt æquales: ergo & segmenta AB, CD, quæ in huiusmodi sagittas resolvi possunt erunt æqualia.

Secundò lineæ AB, AC coniungant lineas BC, AD parallelas, hoc est AD tangens, sit parallela lineæ BC, dico segmenta AB, AC esse æqualia, divisâ enim BC bifariam in E, linea AE erit diameter (*per* 22.) dividetque bifariam Ellypsin, segmentum BFC, & triangulum BEC, quibus partibus hinc inde sublatis restant segmenta æqualia AB, AC.



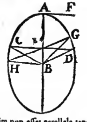
Denique lineæ AB, CD coniungant parallelas AC, BD dico segmenta ACB, DAC esse æqualia, dividatur BE bifariam in E, ducaturq; EF, ostendam facile AC dividi bifariam in O, quia ita est AO, ad BE, sicut OF ad FE, propter similitudinem triangulorum, pariter ita est CO, ad ED, sicut OF, ad FE, & cum BE, ED sint æquales, CO, OA æquales erunt. quare OF erit diameter dividens Ellypsin æqualiter, sicut & segmentum BGD, & triangulum BFD, quibus sublatis restant DFH, BFH æqualia, & additis segmentis CFH, AFH fiunt segmenta CAD, ACB æqualia. Conversæ huius propositionis facile probari possunt, nempe si segmenta fuerint æqualia, lineas, quæ his lineis coniunguntur esse parallalas, quia si parallelæ non essent ductis parallelis fierent alia segmenta æqualia: & pars & totum æqualia essent.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Linea sectores æquales hinc inde à diametro sumptos coniungens ab ea bifariam dividitur, estque tangenti parallela.

Sint sectores æquales ABC, ABD; dico lineam CD à diametro F bifariã dividi, & esse tangenti AF



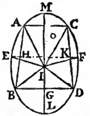
parallelam; si enim non esset parallela tangenti, seu non esset ordinatim applicata, sit HEG: segmenta GAE, HAE essent æqualia, quia nempe si omnes parallelæ HG ducerentur, dividerentur omnes bifariàm à diametro BA, pariter triangula HBE, BEG, habentia eundem verticem, & bases æquales, essent æqualia contra suppositionem.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Sectores segmentorum æqualium æquales sunt, & triangula maxima segmentis inscripta æqualia sunt.

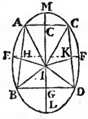
Sint segmenta AEB, OFD æqualia, eruntque (*per præcedentem*) lineæ AC, BD parallelæ, quibus divisis bifariam in G & C, linea CIG erit diameter, dividatur hæc diameter bifariam in I, ducanturque lineæ AI, IB, OI, ID, dico sectores AIB, OID æquales esse.



Demonstr. triangula AIC, BID, segmenta AMC, BLD dividuntur bifariàm, quare hinc inde sublatis partibus æqualibus, restãt sectores AIB, CID.

Item ablatis segmentis æqualibus, AEB, CFD, restabunt triangula AIB, CID æqualia, dividantur AB, CD bifariam in H & K, ducanturque diametri IHE, IKF, fiantque triangula AEB, CFD, hæc (*per* 24.) erunt maxima, assero ea æqualia esse. nam dividuntur bifariam à diametris, quare

sectores AIE, CIF, erunt æquales, & additis æqualibus AIM, CIM, fient totales MIE, MIF



æquales, eritque linea EF parallela tangenti per punctum M ductæ, & lineæ AC (*per præcedentem*) ergo(*per 25.*)segmenta AE, CF æqualia sunt, quæ ablata ex dimidiis segmentis æqualibus, nempe AHE CKF, relinquunt triangula AHE, CKF æqualia, & consequenter tota triangula A E B, CFD æqualia sunt.

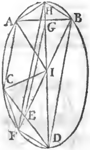
In omnibus aliis casibus idem ostendere possumus.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Diametri proportionaliter secantur, à lineis auferentibus segmenta Ellypsis æqualia.

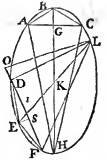
Lineæ AB, CD auferentes segmenta Ellypsis æqualia, dividant suas diametros, à quibus scilicet dividuntur bifariam in punctis E & G dico ita esse IG ad GH, vt IE, ad EF, ducantur CI, ID, AI, IB, AH, HB, CF, FD, item BD, FG, FH, AC.



Demonstratio. cum segmenta AB, CD sint æqualia; erunt (*per 25.*) AC, BD parallelæ, quia autem in præcedente demonstravimus, segmenta AH, CF esse æqualia, erunt AC, FH parallelæ, demonstravimus item triangula IGB, ICE esse æqualia, item AHG CFE, ergo ita est triangulum IGB, ad triangulum AGH vt IG ad GH cum habeant basis similes, & angulos in G æquales, pariter triangulum E I D ad triangulum CEF, se habet, vt EI ad EF, ergo ita est EI ad EF, vt IG ad GH. quod erat demonstrandum. Posset idem probari ostendendo lineam EG esse parallelam lineæ F H.

COROLLARIVM.

Non tantum triangula maxima in segmentis æqualibus minoribus inscripta sunt æqualia; sed etiam in segmentis maioribus, sint enim segmenta æqualia ABC, DEF, sintque triangula ABC, DEF æqualia, dico triangula DLF, AHC esse æqualia.



Demonstr. Cum(*per præcedentem*) ita sit BG ad GK, vt EI ad IK, componendo ita erit EK, seu KL ad EI, sicut KH ad BG, & iterum componendo, ita erit IL ad EI, sicut HG ad BG. est autem vt EI ad IL, ita triangulum DEF ad triangulum DLF, cum habeant eandem basin, & vt BG ad GH, ita triangulum ABC, ad triangulum AHC, ergo vt triangulum ABC ad triangulum AHC, ita triangulum DEF, ad triangulum DLF, sed primum & tertium æqualia sunt: ergo secundum & quartum æqualia sunt. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Si Axis & altera diameter à suis ordinatis proportionaliter secentur; erit vt triangulum sub segmentis Axis, ad quadratum sua ordinata ita quadratum applicata ad alteram diametrum, ad rectangulum sub perpendicularibus.

Sit Ellypsis cuius Axis BH, & quæcumque diameter EL, ab applicatis AC, DF, proportionaliter secentur in G & I, ducanturque perpendiculares LO, ES, dico ita esse quadratum AC, ad quadratum D F, vt rectangulum sub perpendicularibus LO, ES, ad rectangulum sub BG, GH.

Demonstratio. (*per præcedentem & eius coroll*) segmenta ABC, DEF; AHC, DEL sunt æqualia, vt etiam triangula, quare(*per 5.6.*) ita est AC, ad DF, sicut perpendicularis ES, ad BG, item & sicut LO, ad GH, cùm triangula æqualia reciprocent bases & altitudines, sed quadratum ES ad rectangulum ES, LO, se habet vt ES ad LO, seu vt BG, ad GH, seu vt quadratum BG, ad rectangulum BGH, ergo vt quadratum E S, ad rectangulum E S, LO, ita quadratum BG, ad rectangulum BGH, & permutando vt rectangulum ES, OL, ad rectangulum B G H, ita quadratum ES, ad quadratum BG, sunt autem vt ES, ad BG, ita reciprocè AC ad DF & eorum quadrata similiter reciproca erunt, ergo vt rectangulum ES, LO ad rectangulum BGH, ita quadratum AC, ad quadratum FD.

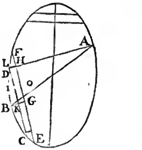
PROP.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Si diameter obliqua diuidatur vtcumque ab applicatis; erunt rectangula ſub perpendicularibus ad inuicem; ſicut rectangula ſub partibus diametri.

Sit Ellypſis diameter quæcumque A B, diviſa ab applicatis CD, EF, in punctis I, & O, ſintque ductæ perpendiculares B G, A L. dico ita eſſe rectangulum BK, AL, ad rectangulum BG, HA, vt rectangulum BIA ad rectangulum BOA.



Demonſtratio. triangula BIK, LAI ſunt æquiangula vt patet: ergo ita eſt BK ad LA, ſicut BI, ad IA. pariter ita eſt BG, ad AH, ſicut BO, ad OA. Ratio rectanguli B I, L A, ad rectangulum BG, HA, componitur ex ratione B K ad B G, ſeu B I, ad B O, & ex ratione L A ad HA ſeu IA ad OA, & B O, O A: ergo ita eſt rectangulum BK, LA, ad rectangulum BG, HA; ſicut rectangulum BIA, ad rectangulum BOA.

PROPOSITIO XXXI.

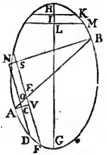
Theorema.

In Ellypſi quadrata applicatarum, ad quamcumque diametrum, ſunt inter ſe, vt rectangula ſub ſegmentis diametri.

Definitio Ellypſis ferebat quadrata applicatarum ad axem, ſe habere vt rectangula ſub ſegmentis diametri, poterat tamen dubitari, an hanc proprietatem haberent omnes applicatæ ad alias diametros quod demonſtro hic.

Sit ergo Ellypſis diameter quæcumque AB ſintque applicatæ CD, EF; dico ita eſſe quadratum CD ad quadratum FV, vt rectangulum AOB, ad rectangulum AEB. ſit enim axis H G qui dividatur proportionaliter ſicut AOB, diameter diviſa eſt in punctis I & L, applicenturque IK, L M.

Demonſtr. Ita eſt rectangulum AO, BN, ad rectangulum HIG, vt quadr. I K ad quadratum C D. & pariter ita eſt rectangulum A V, S B ad rectangulum HLG, vt quadratum L M ad quadratum EF. (*per* 30.) & convertendo. ſed vt quadratum I K ad quadratum L M, ita rectang.



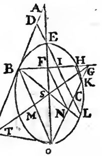
HIG ad rectangulum HLG, ergo ita erit rectangulum ſub A O, N B; ad rectangulum ſub A E, SB, vt quadratum CD ad quadratum EF. ſed (*per* 30.) ita eſt rectangulum A C B ad rectangulum ſub AO, N B, ſicut rectangulum AEB ad rectangulum ſub AE, SB. ergo ex æquo ita erit rectangulum ACB ad rectangulum AEB ſicut quadratum C D ad quadratum E F. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

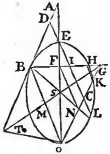
Si tangens Ellypſin, conueniat cum diametro, & per tactum ducatur ordinata, & alia coniungens extremitatem diametri, cui parallela ducatur per verticem, hæc in eo puncto biſariam ſecabitur.

Linea AB Ellypſin tangat in B, ſitque ordinata BH; & BE per extremitatem diametri O, cui ſit parallela DEI, dico D E, E I eſſe æquales. diviſa BO biſariam in M; ducatur diameter MS, concurrens cum BH in G, ducatur OKG, HK, & FN.



Demonſtratio. Primò (*per* 18.) BO, HK ſunt parallelæ, ſicut ex conſtructione D L. oſtendo item F N eſſe parallelam B O, ſume enim M T

æqualem MS, ducanturque TO, TB, facile ob similitudinem triangulorum oppositorum ad M, ostendam lineas TO, BS; BT, SO esse paralle-



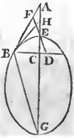
las, ergo (*per* 4.6.) ita erit ON, ad NG, sicut TS, ad SG, & pariter ita BF, ad FG, sicut TS ad SG; ergo ita erit BF, ad FG, sicut ON, ad NG; ergo per eandem BO, & FN sunt parallelæ, & cum HK sit adhuc parallela; erit vt B F ad FH, ita ON ad NK; sed primæ sunt æquales, ergo & secundæ, ergo OK est ordinatim applicata ad diametrum BSN, & (*per* 22.) erit parallela tangenti AB, item cum EL, BO, HK sint parallelæ; erunt sagittæ CL, EI æquales. sunt item æquales EL, BO, & BO, DC, (*per* 34 1. *Eucl*) ergo DC, E L sunt æquales inter se, & ablecta communi EC, restant DE, CL æquales, & consequenter DE, EI, æquales erunt, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Si linea tangat Ellypsim & ducatur ordinata, vt maius segmentum ad maius, ita secans ad exteriorem lineam.

Sit ordinatim applicata BC, & AB tangens, dico esse, vt CG, ad CE; ita GA ad AE, ducatur FED lineæ BG parallela, eruntque FE, ED (*per precedentem*) æquales.



Demonstratio triangula BCG, EDC, ob parallelas FD, BG sunt æquiangula: ergo ita est C G, ad CE; sicut BG, ad ED, (*per* 4. 6. hoc est ad FE, & per eandem, vt BG ad FE ita CA ad EA, quod demonstrandum erat.

Conversa huius facile demonstrari potest, si nempe ita sit, GC ad CE; sicut AG, ad AE; AB esse tangentem, si enim non sit tangens ponatur BH esse tangens; ergo ita erit GC, ad CE; sicut GC, ad HE, sed iam ita erat GA, ad AE: ergo ita esset GA, ad AE; sicut GH, ad HE: quod fieri non potest, nam ita esset alternando tota AG, ad totam GH, sicut ablata AE, ad ablatam HE, ergo ita esset reliqua EG ad reliquam EG, sicut tota AG, ad totam HG, quod evidenter falsum est, cum EG & EG sit eadem sibi ipsi æqualis, ergo AG, & HG æquales essent.

COROLLARIVM.

Cum sit vt GC ad CE; ita GA ad AE, erit rectangulum sub extremis GC, AE æquale rectangulo sub mediis GA, CE.

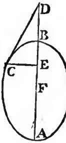
PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Si tangens Ellypsim, aut circulum cum diametro conveniat, & à tactu ordinatim applicetur linea erit quadrato semidiametri æquale rectangulum sub distantia applicata à centro, & secante.

CD tangens Ellypsim, aut circulum, cum diametro A B conveniat in D. dico rectangulum DFE, quadrato FB esse æquale.

Demonstratio, ita est (*per præcedentem*) A D, ad DB, sicut AE, ad BE, & componendo vt vtraque AD, BD, ad DB, ita vtraque AE, EB,



seu AB ad B E, & antecedentium dimidia, eandem rationem habebunt ad consequentia, nempe ita erit DF ad DB, sicut FB, ad BE & alternando ita erit tota DF, ad totam FB, sicut ablata DB; ad ablatum BE, ergo ita erit reliqua BF, ad reliquam EF, vt tota DF, ad totam BF, quare rectangulum sub extremis BF, seu quadratum BF æquale est rectangulo sub mediis DF, FE, quod erat demonstrandum.

PROP.

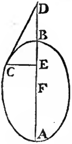
PROPOSITIO XXXV.

Theotema.

Si tangens Ellypſin aut circulum cum diametro conveniat, & a tactu ordinatim applicetur; erit rectangulum ſub diſtantia applicata à centro, & ſub compoſita ex ſemidiametro & linea exteriori ad quadratum applicata; vt diameter ad parametrum.

SI fiat eadem conſtructio, dico rectangulom DEF ad quadratum CE eſſe, vt AB ad parametrum.

Demonſtratio tectaugulum DFE, æquale eſt, (*per* 32.) rectangulo BEF, plus quadrato FE; item quadratum BF æqoale rectangulo DFE, eſt etiam æquale (*per* 5. 2.) rectangulu AEB, plus



quadrato FE, quod ſi vtrumque auferatur erunt rectangula DEF, AEB, æqualia, ſed rectangulom AEB ad quadratum CE ſe habet vt diameter AB ad parametrum, (*per coroll.* 2. 7. *huius*) ergo ita erit rectangulum DEF ad quadratum CE, vt diameter AB ad parametrum.

COROLLARIVM.

Sequitur FE diſtantiam applicatæ, à centro ſemidiametrū BF, ſecantem ad centrum vſque nempe FD eſſe continuè proportionales, cum quadratum mediæ æquetur rectangulo ſub extremis.

PROPOSITIO XXXVI.

Theotema.

Si tangens cum diametro conveniat, erit rectangulum comprehenſum ſub ſecante & exteriori, æquale rectangulo comprehenſo ſub ſecante ad centrum vſque; & ſub exteriori ad applicatam vſque.

Tangens C D cum diametru conveniat. dico rectangulum ADB. æquale eſſe rectangulo, FDE.

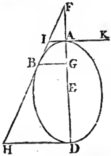
Demonſtratio (*per præcedentem*) ita eſt tuta DF ad totam BF ſicut ablata BF ad ablatam EF, ergo eſt reliqua DB ad reliquam EB, vt tuta DF ad totam BF, & componendu vt AD, ad FB, ita DE, ad BE, & rurſus dividendu, vt AD ad FD, auferendo ſcilicet AF ex DF, ita DE ad rectangulum comprehenſum, ſub extremis AD BD: ſeu rectangulum ABD æquatur rectangulo ſub mediis FDE, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXVII.

Theurema.

Si linea Ellypſin, aut circulum tangat ſitque per tactum ordinatim applicata, & per extremitates diametri ei parallela ducta tangentem vſque, rectangulum ſub iis comprehenſum, æquale erit quartæ parti rectanguli ſub diametro & parametro comprehenſi.

Tangens BF cum diametru conueniat in F, ſitque ordinatim applicata BG, & per extremitates eiuſdem diametri A & D, ducantur tangentes DH, AI ad tangentem vſque, ſit item parameter AK, dico rectangulum, ſub HD, AI contentum, eſſe æquale quartæ parti rectanguli ſub AD, AK comprehenſi.



Demonſtratio (*per* 36.) rectangulum GFE æquale eſt rectangulo DFA; erit ergo vt quadratum GF, ad rectangulum GFE, ſeu vt GF ad EF, ita quadratum GF, ad rectangulum DFA, ſed ratio quadrati GF ad rectangulum DFA, componitur ex ratione GF ad DF, ſeu BG, ad HD, & ex ratiune GF ad FA, ſeu BG ad AI, quare componendo vt quadtatum GF, ad rectangulum DFA, ſeu vt GF ad FE, ita erit quadratum BG, ad rectangulum comptehenſum ſub AI, HD, vt autem GF ad FE, ita eſt tectangulum EGF, ad rectangulum CEF, ſeu (*per* 35) ad quadratum AE, quare ita erit rectangulum EGF, ad AE quadratum vt quadratum BG, ad rectangulum HD, A I & permotando, vt rectaugulum EGF, ad quadratum BG, ſeu vt DA, ad AK, ita erit quadratum AE, ad tectangulum HD, AI, ſed vt DA, ad AK; ita eſt quadratum DA, ad rectangulum DAK, & ita quadtatum AE, ad quadrantem rectanguli DAK, ergo vt quadratum AE ad quadrantem rectaoguli DAK, ita idem quadratum AE, ad rectangulum ſub HD, AI, ergu rectangulum HD, AI, æquale eſt quadranti rectanguli DAK. quod erat demonſtrandum.

Coroll.

COROLLARIVM I.

Eadem propoſitio poteſt intelligi de quibuſcunque parallelogrammis, & Rhombis æquiangulis, qui ſe habeat vt rectangula, & quadrata.

COROLLARIVM II.

Superiores propoſitiones intelligi debent de ſecunda diametro, ſunt enim vniuerſales, quare ſi tangens eum ſecunda diametro conueniat, & à tactu ordinata ducatur, erit pariter quadratum ſecundæ ſemidiametri, æquale rectangulum comprehenſum, ſub diſtantia applicatæ à centro, & ſub ſecante ad centrum vſque.

Pariter ita erit rectangulum ſub ſegmentis ſecantis ad centrum vſque ſumptæ, ad quadratum applicatæ, vt parameter ad diametrum.

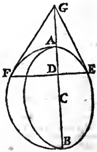
Denique ita ſunt ſegmenta diametri, ad tangentem, vt ſegmenta ad applicatam.

PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

Si circa diametrum Ellypſis, circulus deſcribatur, & ordinatim applicitur per idem punctum in circulo, & in Ellypſi tangentes per hæc puncta ducta in eodem puncto diametri conueniunt.

Sit Ellypſis diameter AB, circa quam deſcribatur circulus AFB, & ex eodem puncto D, applicentur in circulo quidem DF, quæ perpendicularis eſt, in Ellypſi DE, educanturque tangentes FG, GE, dico illas conuenire in eodem puncto G.



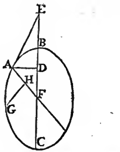
Demonſtratio (*per* 35.) CD, CA & CG, tam reſpectu circuli, quam reſpectu Ellypſis ſunt continue proportionales, ergo in vtroque reſpondet eadem CG. ergo idem punctum. G.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

Ex dato puncto ad Ellypſim tangentem ducere.

Proponatur primò quodcunque punctum A, in peripheria Ellypſis, ducaturque quæcunque diameter BC, ad quam ordinetur AD, & BC, biſariam diuidatur in F, tum fient FB, FD, FE continue proportionales, clarum eſt (*per* 34.) lineam AE, tangentem eſſe, vel ducatur diameter AF, cui ſit applicata GH, ſitque AE, parallela



GH, erit AE tangens. Punctum ex quo ducenda eſt tangens ſit E, ducatur diameter E F ſiatque EF, BF, FD proportionales, & per D educatur ordinata DA, clarum eſt EA tangentem eſſe.

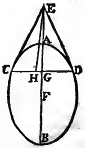
PROPOSITIO XL.

Theorema.

Tangentes per extremitates eiuſdem ordinatæ ductæ diametrum in eodem puncto ſecant. & viciſſim ſi ex eodem puncto &c.

Sit Ellypſis diameter AB, ad quam ſit ordinata CD. educantur per C & D tangentes CE DE, dico illas occurrere diametro in eodem puncto E.

Demonſtratio, quia enim applicata ſecat diametrum in vno puncto G, tam reſpectu tangentis CE, quam reſpectu DE, ſemper verum erit, ita eſſe FG, ad FA, ſicut FA ad FE, ergo eadem FE vtrique reſpondet.



Secundò ex eodē puncto E ducantur tangentes EC, ED, dico lineam CD eſſe ordinatim applicatam, nam ex C & D, ducantur duæ ordinatim applicatæ, oſtendam facile eas conuenire in eodem puncto

pondo G, & cum debeant esse paralielæ, debent necessario esse vna eademque linea.

COROLLARIVM.

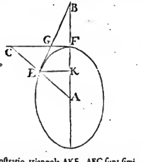
Si EC, ED tangentes conveniant in puncto E, sitq; CD divisa bifariam in G linea EG erit diameter. si enim alia esset diameter sit EH, ergo per primam partem, CD erit applicata. ergo ex defin, divisa bifariam in H contra suppositionem.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Si per extremitates duarum diametrorum ducantur tangentes, ad diametros vsque fient triangula æqualia.

Sint duæ diametri AB, AC per quarum extremitates E & F, ducantur tangentes F G, E B ad diametros vsque. dico triangula BEA, CFA esse æqualia. ducatur enim applicata EK, quæ erit tangenti CF parallela.



Demonstratio. triangola AKE, AFC sunt similia vt patet, ergo sunt in duplicata ratione AK ad AF, hæc autem ratio duplicata est vt AK ad AB, cùm(*per* 34.)tres lineæ AK,AF, AB sint continuè proportionales, ergo ita est triangulum AKE, ad triangulum ACF,vt AK,ad AB.&(*per* 1.6.) ita est triangulum AKE, ad triangulum ABE, vt basis AK, ad basin AB. ergo triangula ACF, AEB, sunt æqualia. quod demonstrandum erat.

COROLLARIVM.

Ablatô communi trapeziô AEGF, erant triangula CGE, BGF æqualia.

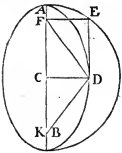
PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Si intervallô maioris Axis describatur circulus & per extremitatem minoris Axis ducatur tangens,illi circulo, ducaturque ex eo puncto applicata erit rectangulũ sub segmentis Axis æquale quartæ parti figuræ.

Sit Axis maior AB minor semiaxis CD,ducatur per D tangens DE,& applicetur EF, dico rectangulum AFB æquale esse quartæ parti figuræ.

Demonstratio. rectangulum AFB æquale est quadrato FE, hoc est semiaxis CD,ergo est æquale quartæ parti figuræ.



COROLLARIVM.

Vides quomodo inveniendus sit focus. nam in Ellypsi focus,seu polus,aut punctum ex comparatione, est illud quod ita dividit Axem maiorem, vt rectangulum AFB, æquale sit quartæ parti figuræ, aut quadrato semiaxis.

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

Linea ab vmbilico ad extremitatem minoris axis ducta,equalis est semiaxi maiori.

Sit vmbilicus F, iungaturque F D. dico eam æqualem esse lineæ AC.

Demonstratio. (*per præcedentem*) rectangulum AFB æquale est quadrato CD,& addito quadrato FC vtrinque,cum rectangulum AFB plus quadrato FC,æquale sit(*per* 5.2.)quadrato AC;& quadratum CD, plus quadrato FC, æquentur quadrato FD,(*per* 47.1.)erunt quadrata AC,FD æqualia, & consequenter lineæ. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Facilè ex his data Ellypsi eius vmbilicum inveniemus,si enim ex puncto D,intervallo semiaxis maioris AC, arcum describamus, secantem axem maiorem in puncto F,aut K, ea puncta erunt foci, vt patet.

PROPOSITIO XLIV.

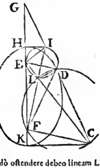
Theorema.

Si ab vmbilicis ad tactum ducantur lineæ ; hæ cum tangente æquales angulos comprehendent.

Sint vmbilici E & F, & linea tangens C D G, tactus D, ducantur ED, DF, dico angulos FDG, FDC æquales esse. ducantur tangentes HI, KC, iunganturque EC, IF, LD,FC, EI.

Demonstr. primò(*per* 37.)rectangulum sub KC, HI,est æquale quartæ parti figuræ;ergo & rectang.

KEH quare (*per* 14. 6.) vt KC ad KE, ita EH, ad HI. & cum anguli sint recti in K & H, triangula EHI, KIC erunt simi'ia, & anguli KEC, & HIE æquales, sunt antem HEI, & HIE æquales vni recto, ergo HEI, & FEC æquantur vni recto, ergo reliqnus IEC æqualis est vni rectô eôdem modô ostendendam rectum esse CFI.



Secundò ostendere debeo lineam LD esse perpendicularem ad IC Supponatut non ducta tangens E D. & super LI, L C, qne non iacent indirectum describantur circuli. hi se secabunt in duobus punctis, sint hæc puncta L & D, tum ducantur lineæ ID, CD, cum anguli LDC LDI sint recti lineæ ID, DC in directum iacent, ergo coincidunt cum priore tangente,

Denique cum anguli ELI, FLC oppositi a I verticem sint æquales;& angulo ELI, æqualis sit EDI, vt pote insistens eidem arcui E I. item angulo FLC, æqualis sit FDC, propter eandem rationem, erunt EDI, FDC æquales.

COROLLARIVM I.

Anguli IEC, IFC sunt recti.

COROLLARIVM II.

Linea LD perpendicularis est ad IC.

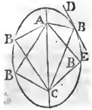
COROLLARIVM III.

Anguli LDE, LDF sunt æquales.

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

Si luminosum statuatur in vno foco. speculi Ellyptici; reflexio fiet ad alium focum.



Mirabilis est hæc proprietas Ellypsis, sit igitur corpus reflexiuum Ellypticum. sitque radius quilibet AB, procedens ab vno foco A, & incidens in superficiem Ellypticam, dico talium reflexum illi respondentem, transire per punctum C, cum enim in lineis curuis, angulos metiamur in ordine ad tangentem, si per B intelligatur duci tangens DBE, cum anguli ADB, CBE sint æquales, & anguli incidentiæ & reflexionis tales esse debeant, radius AB, reflectetur in BC.

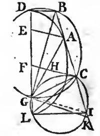
PROPOSITIO XLVI.

Theorema.

Si Ellypsin tangat recta linea, & à tactu ad focos ducantur duæ lineæ, & a centro ducatur parallela minori ad tangentem vsque, lineæ ductæ a verticibus ad tale punctum, comprehendent angulum rectum.

Linea AB tangat Ellypsin in puncto A. ducanturque ex focis E & G, duæ lineæ EA, AG, & ex puncto F, ducatur F C lineæ A E parallela, iungantutque DC, LC, dico angulum DCL esse rectum, producatur AC in K, sintque AC. CK æquales, iungaturque G K. ducantur item perpendiculares, seu tangentes DB. LI, item GI.BG.

Demonstratio. Cum EF, FG, sint æquales, sicut



AC, CK; & EA, F C, sint parallelæ; erit G K iisdem parallela. ergo angulus EAB, seu (*per* 44.) GAC erit angulo K æqualis. ergo latera A G, GK sunt æqualia, & in triangulis AGC, GCK, cum latera singula singulis sint æqualia; erunt anguli in C æquales, & consequenter recti. describatur super linea GI, circulus transiens per G & I, & cum anguli, GCI, G L I sint recti, transit hic circulus per L & C, pariter si supra lineam B G, describatur alius circulus, cum anguli B C G, BDG sint recti transibit per D & C. eruntque anguli DDB. DGB eidem arcui D B insistentes, æquales: sicut anguli G C L. G I L. eidem arcui GL insistentes, sed iam probavimus suprà, angulos DGB LIG esse æquales. ergo anguli GCL, D C A erunt æquales. quare si ab angulo recto ACG, aufetas angulum ACD; & pro illo substituas angulum æqualem GCL, erit angulus DCL rectus. quod erat demonstrandum.

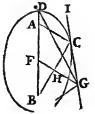
PROP.

PROPOSITIO XLVII.

Theorema.

Si ex focis Ellypsis, duæ lineæ in idem peripheriæ punctum concurrant; illæ simul sumptæ, erunt æquales axi maiori.

Sint foci A & B, à quibus ducantur duæ lineæ AC, BC, concurrentes in idem punctum C peripheriæ Ellypticæ, dico lineas AC, BC simul sumptas, æquales esse axi maiori D E, ex centro F, ducatur GF parallela A C, & per punctum C tangens GC.



Demonstratio. Cum FG, A C, sint parallelæ; erunt anguli F G C, A C I æquales, sed ACI, B C G, (*per* 44.) sunt æquales, ergo H G C, HCG sunt æquales, ergo (*per* 5.) H C, H G sunt æquales, & H G erit dimidia lineæ C B; FH item est dimidia lineæ A C, (*per* 4. 6.) cum FB sit dimidia lineæ BA, ergo linea FG est dimidia linearum AC, CB simul, sed F G æqualis est semiaxi maiori, cum angulus D G E (*per præcedentem*) sit rectus, ergo F G est æqualis semiaxi DF; & consequenter AC, C B æquales sunt toti axi. quod erat demonstrandum.

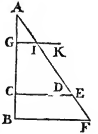
Huic propositioni innititur vulgaris methodos describendæ Ellypsis, ope funiculi.

PROPOSITIO XLVIII.

Problema.

Circa datam diametrum, data vnâ applicatâ Ellypsin describere.

Sit data diameter AB, & applicata, C D, in quocumque angulo CDA; perficienda proponitur Ellypsis; quadrato CD, æquale fiat rectangulum BCE, ducatur linea AE, occurrens parallelæ B F in puncto F, sumptis quibuslibet punctis G, fiat rectangulo B G I, æquale quadratum G I, erit (*per* 7.) punctum K in peripheria Ellypsis.

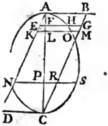


PROPOSITIO XLIX.

Problema.

Alia genesis Ellypsis.

Proponatur parallelogrammum ABCD, in quo diagonalis A C, ducatur E F G, sitque F H media proportionalis inter E F, & F G, & L O media proportionalis inter K L & L M, & P R media inter NP, & PS, dico puncta H, O, S, pertinere ad Ellypsin.



Demonstratio. Ratio rectanguli EFG, ad rectangulum KLM, componitur ex ratione EF ad KL, seu AF, ad AL, & ex ratione FG ad LM, seu CF ad CL: sed ratio rectanguli AFC, ad rectangulum ALC, componitur ex iisdem rationibus, nempe ex ratione AF, ad AL; & ex ratione CF, ad CL: ergo ita est rectangulum EFG, seu quadratum FH ad rectangulum ALC, ergo (*per def. Ell.*) puncta H & O pertinent ad Ellypsin, idem similiter de quibuscumque aliis demonstrabo.

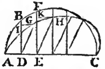
PROPOSITIO L.

Problema.

Alia genesis Ellypsis.

Sit semicirculus ABC, in quo ad diametrum AC, sint ductæ perpendiculares DB, EF, & aliæ quæcumque, quibus æquales ducantur inclinatæ eâdem inclinatione, hoc est, parallelæ inter se D G, EH,

EH,& aliæ quæcumque, dico puncta G,H esse in eadem Ellypsi, cuius diameter AC.



Demonstratio. cum DG, DB; EF, EH sint æquales, erunt eorum quadrata æqualia, sed quadratum DB æquale est rectangulo ADC, & quadratum EF, rectangulo AEC. ergo ita est quadratum DG ad quadratum EH, sicut rectangulum ADC ad rectangulum AEC, ergo puncta G,H & alia pertinent ad Ellypsin. Adde quod si ducantur GI, HK, & aliæ perpendiculares, puncta I & K ad aliam Ellypsin pertinebunt.

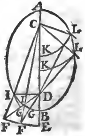
Demonstr. Cum lineæ DG, EH, sint parallelæ, erunt triangula EGD, KHE, æquiangula; ergo ita erit DI ad DG, seu DB; sicut EK, ad EH, seu EF. ergo pariter ostendam ita esse quadratum DI, ad quadratum EK; sicut rectangulum ADC, ad rectangulum AEC, ergo ex defin. puncta A,I,K, C, ad eandem Ellypsin pertinent, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LI.

Problema.

Ellypsin describere.

Praxis per funiculum vix in Charta adhiberi potest, eò quòd nec clavos vmbilicis, nec funes



adhibere possumus: proponatur linea AB, pro futura Ellypsis diametro, in qua determinentur vmbilici C & D, sit BE æqualis BD, & ex puncto C, vt centrô, intervallô CE, circulus describatur, eritque CE æqualis axi maiori AB, ducantur quæcumque lineæ CF, iunganturque DF, quæ dividantur bifariàm in puncto G, educanturque perpendiculares GI, dico puncta I, pertinere ad Ellypsin.

Demonstratio. in triangulis IGF, IGD, (*per* 4. 1.) sunt latera ID, IF æqualia; ergo latera CI, ID æqualia sunt lineæ CF, seu CE, hæc est axi maiori, ergo puncta I (*per* 45.) pertinent ad Ellypsin.

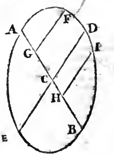
In idem recidit alia praxis sit pariter CE æqualis axi maiori, fiat ex C, vt centro quilibet arcus KL; sumaturque circinô reliquum intervallum KE, & ex D vt centrô, intervallô KE, arcus secans priores in punctis L, dico puncta L pertinere ad Ellypsin propter eandem rationem.

PROPOSITIO LII.

Theorema.

Si in Ellypsi coniugatæ diametri æquales fuerint, erunt applicatarum quadrata, æqualia rectangulis sub segmentis.

Proponantur in Ellypsi duæ diametri æquales AB, ED. dico quadrata applicatarum, vt GF æqualia esse rectangulis sub segmentis, nempe rectangulo AGB.



Demonstratio. Cum ita sit quadratum GF, ad quadratum CD, sicut rectangulum ACB, ad rectangulum AGB, & quadratum CD æquale sit rectangulo ACB, seu quadrato AC. cùm diametri AB, CD sint æquales; quadratum GF æquale erit rectangulo AGB.

COROLLARIVM.

Si fieret circulus circa diametrum AB; quæ similiter divideretur in G, applicata in circulo in puncto G, æqualis esset applicatæ GF, sed incideret perpendiculariter, in Ellypsi non item.

LIBER

LIBER TERTIVS

De Hyperbola.

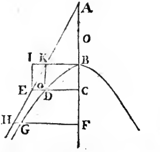
DEFINITIONES.

I. HYPERBOLA est figora lineâ curvâ conteota, in qoa ordinatarum quadtata, magis crescunt, quàm crescant sagittæ, seo interceptæ inter ordinatas & verticem: vt autem oon in concinne sed com aliqua regula crescaot; hanc regulam ponimus, nempe vt assumatur extra hyperbolam aliqua linea qoæ sit AB pro diametro, fiatque vt BC, ad CD, ita CD ad CE, ductaturque AE quæ producator, natura hyperbolæ hoc habet, vt GF sit media proportioonalis inter sagittam BF & HF, nempe vt quadtatum GF æquale sit rectangulo BFH

Ex qua proprietate datum est illi nomen hyperbolæ; ductâ enim lineâ BK, quæ sumatur pro mensurâ quadratorum applicatarum, dicaturque parameter, seu latus rectum; in parabola rectangulum comprehensum sub latere recto & sagittâ æquale est quadrato applicatæ.

In Ellypsi quadratum applicatæ deficit à rectangulo sub sagittâ, & latere recto.

In hyperbola verò quadratom applicatæ vt CD æquale rectangulo CI, atque adeo superat re-



ctangulum CK comprehensum sub sagittâ, & latere recto, ita vt excessus sit parallelogrammum IO, cuius vnum latus KO, æquale est sagittæ BC, & est simile rectangulo comprehenso sub AB, BK.

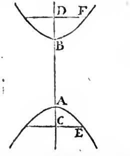
Atque sunt hæ proprietates qoas ostendit inesse hyperbolæ Apollonius.

Volo igitur vt assumptâ lineâ AB, & quæsitâ, duabus BC, CD, tertiâ proportioonali CE; lineis BF, FH, sit media proportionalis FG, & aliæ eandem observent regulam: tum extremitates harum applicatarum inteligaotur coniuogi lineâ curva, qood fieri non repugnat, hanc figuram voco hyperbolam, & ex hac eius naturâ, nihil attendendo quod ex cooo desumpta sit, cæteras omnes eius proprietates demoostrandas suscipio.

II. Linea exteriùs assumpta vt AB vocetur transversa diameter, hæc si dividatur bifariam in O, punctum O dicatur centrum hyperbolæ.

III. Oppositæ hyperbolæ, sunt quarum vertices opponuntor, eandemque diametrum habent suntque omninò similes.

Quamvis generatio propria hyperbolarom oppositarum, oriatur ex sectione conorum oppositorum ad verticem, vt tamen etiam hyperbolas oppositas independenter à Cono coosideremus aliquas illis conditiones adhibemus, nempe vt communem habeant diametrum; deinde vt sint similes, nempe vt applicatæ eidem diametro in vnâ, æquales sint, & parallelæ applicatis eidem



diametro in aliâ, intelligendo scilicet sob iisdem sagitis vt si sagittæ AC, BD sint æquales: applicatæ CE, DF, sint inter se parallelæ, & æquales.

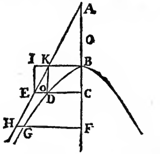
PROPOSITIO I.

Theorema.

In hyperbolâ, quadrata applicatarum se habent ad invicem sicut rectangula sub sagittis, & lineâ compositâ ex sagittâ, & diametro.

Sit hyperbola BDG, in qua applicatæ DC, CF; sagittæ BC, BF; diameter AB Dico ita esse quadratum D C ad quadratom CF, sicut rectangulum ACB, ad rectangulum AFB.

Demonftr. Per definitionem hyperbolæ quadratum DC æquale eft ractangulo BCF., & quadratū GF rectangulo BFH fed rectangolum BCE ha-



bet ad rectangulum ACB, cuins eadem altitudo BC, vt EC ad AC, feu vt HF ad AF *(per 4.6.)* & rectangulum BFH ad rectangulum AFB eiufdem altitudinis, FB fe habet vt FH, ad AF; ergo ita fe habet quadratum DC ad quadratum GF vt rectangulum ACB ad rectangulum AFB. Quod erat demonftandum.

COROLLARIVM I.

Ita fe habet quadratum DC, ad rectangulum ACB. ficut latus rectum ad diametrum; nam vidimus rectangulum BCE æquale quadrato DC, fe habere ad rectangulum ACB, vt CE ad AC, hoc eft vt FB ad BA.

COROLLARIVM II.

Si duceretur linea GD, hæc prodncta cum diametro conveniet. Cum enim rectangulum ACB minus fit rectangulo AFB, quadratum CD minus erit quadrato GF, ergo linea CD minor eft linea GF, & cum fint parallelæ linea GD conveniet cum AB.

COROLLARIVM III.

Ex his vides quod. Si fieret vt rectaogulum ACD, ad rectangulum AFB, ita quadratum CD, ad FG; puncta, D & G, effent in hyperbolâ.

PROPOSITIO II.

Theorema.

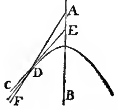
Si linea eccurrens hyperbolæ vtrimque extra fectionem cadat hæc producta cum diametro conveniet.

Hyperbolæ cuius diameter AB, occurrens recta linea CDE in puncto D, vtrinque producta extra fectionem cadat: dico lineam CDE cum diametro AB convenire. Affomatur in peripheriâ quodlibet punctum F, ducaturque recta FD.

Demonftratio. Linea FD (*per coroll.* 2. 1.) producta cum diametro conveniet; conveniat igitur in puncto A. cum linea CDE fit inter fectionem & punctum A neceffariò cum diametro conveniet. Quod erat demonftrandum.

COROLLARIVM.

Si ducatur linea diametro hyperbolæ parallela, hæc in vno tantum puncto hyperbolæ peripheriam attinget., fi enim in duobus cum diametro



conveniret (*per coroll.* 2. 1.) contra fuppofitionem, fupponitur enim ei parallela.

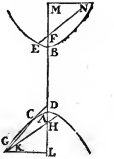
PROPOSITIO III.

Theorema.

Si vnam oppofitarum fectionum tangat recta linea cui intra alteram ducatur parallela, hæc producta vtrinque fectionem attinget.

Sint oppofitæ hyperbolæ quarum communis diameter AB, fitque tangens CD, cui intra oppofitam hyperbolam ducatur parallela EF. Dico lineam EF vtrinque cum hyperbola concurrere.

Demonftr. (*per præcedentem*) linea CD cum diametro AB convenit; ergo EF illi parallela cum eadem conveniet: conveniat in puncto F. fumatur AH æqualis BF, ducatur HK parallela CD. ducaturque quæcumque GC.



Cùm CD conveniat cum lineâ GC, lineâ HK, cum eadem conveniet; vel intra, vel extra fectionem, & vtroque modo, fieri non poteft vt fectionem non attingat, attingat igitur fectionem in puncto K, ex quo intelligatur ordinatim applicata KL, fumatur FM æqualis HL & ordinatim applicata MN occurrens lineæ EFN in puncto N, quod affero effe in peripheria hyperbolæ;

perbolæ; triangula enim KHL MFN sunt similia & æqualia ob parallelas FN, KH, & MN, KL ex definitione oppositarum hyperbolarum debet punctum N esse in superficie hyperbolæ.

Eodem modo ostendam lineam EF convenire cum sectione ad partes E; ergo convenit vtrinque eum sectione. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

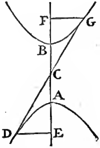
Linea tangenti parallela convenit vtrinqoe cum sectione vt linea KH, & quæcuoque diametrum intra sectionem secat.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

Si linea recta per centrum oppositarum hyperbolarum transiens vni earum occurrat, alteri etiam occurret.

Sit punctum C centrum oppositarum hyperbolarum; ducatur recta CD. occurrens vni hyperbolæ in puncto D. Dico lineam CD productam, alteram quoqoe hyperbolam attingere Intelligatur ordinatim applicata DE. sintque AE, BF æquales, ducaturque ordinatim applicata FG.



Demonstratio. Cum EA, BF, sint factæ æquales,& AB sit communis; rectangulum BEA rectangulo AFB æquale erit; & quia vt rectangulum BEA ad quadratum DE ita diameter A B ad parametrum(*per cor.1.1.*) rectangulum etiam AFB priori æquale ad quadratum FG, eandem rationem habebit. Eodem modo & punctum G in sectione erit. Ergo D C producta, attinget sectionem in puncto G.

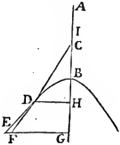
PROPOSITIO V.

Theorema.

Si ab aliquo puncto diametri hyperbolæ quod non minus distet ab eius vertice quam semidiametro linea recta hyperbolæ occurrat, eam secabit.

Sit punctum C centrum hyperbolæ, A B diameter, punctum I non minus distet à vertice B, quam semidiametro, & linea CD sectioni occurrat in puncto D. Dico eam productam intra sectionem cadere seu illam secare. Sit enim primò punctum C centrum hyperbolæ hoc est lineæ AC, CB sint æquales, & linea CB dicatur vlterius producta cadere extra sectionem in E. Ordinatim applicatæ intelligantur DH.FG.

Demonstratio si CD producta caderet extra hyperbolam in E, quadratum EG, ad quadratum DH majorem rationem haberet quam quadratum FG. sed vt quadratum EG ad DH; ita quadratum CG, ad quadratum CH (*per 4 & 22. 6.*) & vt quadratum FG,ad quadratum DH,ita (*per 1.huius*)



rectangulum AGB ad rectangulum AHB. Ergo maior esset ratio quadrati CG ad quadratum CH, quam rectanguli AGB ad rectangulum AHB: & permutando maior esset ratio quadrati CG, ad rectangulum AGB, quam quadrati CH ad rectangulum AHB. cum autem linea AB sit divisa bifariam in C eique recta adijciatur BG,(*erit per 6 2*) rectangulum AGB, vnâ cum quadrato CB æquale quadrato CG & rectangulum AHB vnâ cum quadrato CB,æquale quadrato CH,quare dividendo, auferendo scilicet consequens ex antecedenti,erit maior ratio quadrati B C ad rectangulum AGB, quam quadrati CB ad rectangulum AHB.quod est absurdum,nempe vt idem ad maius maiorem habeat quam ad minus. Non ergo CD producta cadit extra sectionem sed intra.

Moltò magis si punctum assumptum esset inter A & C quale est punctum I, & duceretur linea ID, hæc intra sectionem caderet.

COROLLARIVM.

Tangens hyperbolam, si producatur secat diametrum inter verticem, & centrum.

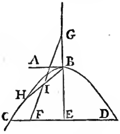
PROPOSITIO VI.

Theorema.

Omnis linea per verticem hyperbolæ ducta & parallela ordinatis ad eandem diametrum, est tangens.

Sit linea AB per verticem B ducta. & parallela lineæ CD ordinatæ ad diametrum GE. Dico lineam AB extra sectionem cadere. Si enim caderet intra, sectionem vt BH, dividatur BH in I,bifariam

riam eritque HB ad diametrum ordinatim applicata; ergo diameter GIF, lineam CD bifariam divideret in F, ex definitione diametri, & ap-



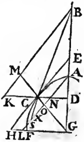
plicatæ; quod est absurdum, cum iam supponatur divisâ bifariam in E.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Si ducatur ordinata & ita sit composita ex diametro, & sagittâ, ad sagittam, sicut partes diametri, linea erit tangens.

Sit AB diameter hyperbolæ, à cuius puncto C, ducatur ordinata CD, sitque vt BD, ad DA; ita BE, ad EA. Dico lineam EC esse tangentem si enim fieri potest secet hyperbolam; sit CF linea recta; per F ordinatim applicetur GFH, & per puncta A & B ducantur parallelæ EC, nempe AL, BK; iungaturque BCX, DCK.



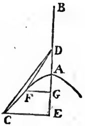
Demonstratio supponitur esse BD, ad DA, seu (*per* 4. 6.) BK ad AN, vt BE, ad EA; seu BC, ad CX (*per eandem*), & BK, ad XN, ob similitudinem triangulorum BCK, XCN. Ergo ita est BK ad AN, sicut BK ad XN. Sunt igitur AN, XN æquales, & cum AX sit divisâ bifariam in N, erit rectangulum ANX maius rectangulo AOX; ergo erit maior ratio lineæ NX ad XO, quam OA ad AN. Nam si fieret rectangulum AOS æquale rectangulo ANX, ita esset NX ad OS, vt AO ad AN; sed maior est ratio NX ad XO, quam OA ad AN: sed vt NX ad XO, ita BK ad BM, propter similitudinem triangulorum; Igitur rectangulum sub KB, AN, maius est rectangulo BM, AO; & consequenter primum ad quadratum CE maiorem habet rationem quam secundum. Sed vt rectangulum KB, AN, ad quadratum CE, sic rectangulum BDA ad quadratum DE (*per* 4. 6.) Pariter vt rectangulum sub MB, AO, ad quadratum CE, ita rectangulum BGA ad quadratum GE. Maior igitur est ratio rectanguli BDA ad quadratum DE, quam rectanguli BGA ad quadratum GE; & permutando maior erit ratio rectanguli primi ad secundum quam quadrati primi ad secundum; sed (*per* 1.) vt rectangulum BDA ad rectangulum AGB, ita quadratum CD ad quadratum GH; & vt quadratum DE, ad quadratum GE, ita quadratum CD ad quadratum FG. Maior est ergo ratio quadrati CD ad quadratum GH, quam quadrati CD ad quadratum GF; quod est absurdum. Non igitur EC producta intra sectionem cadet sed extra.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Si recta tangat hyperbolam, & à puncto contactûs ducatur ordinata; ita erit composita ex diametro, & sagittâ ad sagittam, sicut partes diametri.

Sit hyperbolæ diameter AB, linea tangens CD, & CE ordinata, Dico ita esse BE ad AE, sicut BD ad DA. Si enim non ita sit



fiat vt BD, ad DA, sic BG ad GA; ducatur applicata GF; essetque (*per præcedentem*) linea DF tangens, quæ post tactum in puncto F extra sectionem erit; ergo rursus secabit lineam DC, quod est absurdum; duæ enim lineæ rectæ clauderent spatium.

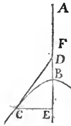
PROP

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Si per contactum ducatur ordinata erit quadratum semidiametri æquale rectangulo comprehenso sub composita ex semidiametro, & sagitta, & sub interiecta inter tangentem & centrum.

Sit hyperbolæ diameter AB, & centrom F, tangens CD, ordinata CF Dico quadratum FB, rectangulo EFD esse æquale.



Demonstratio. Ita est (*per* 8.) AD ad DB, sicut AE ad EB; ergo componendo vt vtraque AD, DB ad DB, ita AE, EB, ad EB, & antecedentiom semisses, nempe ita erit FB, seu AF ad DB, sicut FE ad EB; nam FE est dimidia iinearum AE, EB. Ergo per conversionem rationis, ita erit EF ad FB. sicut FB ad FD. Ergo quadrato FB æquale est rectangulum EFD. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO X.

Theorema.

Si per contactum ducatur applicata, erit eius quadratum, ad rectangulum sub composita ex semidiametro, & sagitta, & sub distantia applicata à tangente, vt rectum latus, ad diametrum.

Sit tangens CD, applicata CE. Dico ita esse rectangulum FED ad quadratum CE, vt diameter AB, ad parametrum. Vidimus enim in superiori ita esse FE, ad EB; vt AF ad BD; ergo permutando vt FE, ad AF ita BD ad BE, & componendo, vt AE, ad EF, ita DE, ad BE. Quare (*per* 14. 6.) rectangula AEB, FED sunt æqualia. sed rectangulum AEB, est ad quadratum CE, (*per cor.* 1. 1.) vt diameter AB ad parametrum; ergo rectang. FED est ad quadratum CE, vt diameter, ad parametrum. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Si per tactum ducatur ordinata; erit rectangulum sub segmentis diametri, æquale rectangulo sub distantia applicata à tangente, & sub distantia tangentis à vertice.

Sit eadem suppositio quæ prius, dico rectaogulum ADB, rectangulo EDF esse æquale.

Demonstr. Vidimus (*in* 9.) ita esse EF, ad FB sicut FB, ad DF. Ergo componendo, vt EA, ad FA; ita AD ad FD, & permutando, vt EA, ad AD; ita FA, ad FD, & dividendo, vt ED, ad AD; ita BD, ad DF. Quare rectangula sub mediis & extremis æquantur, oempe ADB, & EDF, Quod demoostrandum erat.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Si per tactum ducatur ordinata, erit rectangulum sub sagitta, & sub composita ex sagitta & diametro, æquale rectangulo sub composita ex semidiametro, & sagitta, & sub distantia ordinata, ab applicata.

Sit eadem suppositio dico rectangulum AEB æquale esse rectang lo FED

Demonstratio. (*per* 9.) ita est ED, ad BF; vt BF, ad DF; & per conversionem rationis, vt EF, ad EB; ita FB, ad DB; & permutando vt EF, ad FB; ita EB ad BD; & componendo, vt EF ad AE, ita EB, ad ED. Quare pariter rectangula sub mediis & extremis æquantur, nempe AEB, & FED. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

Si in hyperbola per contactum applicetur ordinata, & per extremitates diametri ducantur duæ parallelæ ordinatis, ad tangentem vsque; rectangulum sub ipsis comprehensum æquale est quartæ parti figuræ.

Sit linea BF tangens, ordioata BG, cui per extremitates diametri A, & D. ducaotur parallelæ IA, DH, ad tangeotem vsque, sitque parameter AK. Dico rectangulum comprehensum sub AI DH, esse quartam partem rectanguli sub AD, AK, comprehensi; quod rectangulum, figuram vocat. Appollonius.

Demonstr. Cum FB sit tangens, erunt (*per* 11.) rectaogula GFE, DFA, æqualia; eritque vt GF quadratum ad rectangul. GFE, seu vt GF ad E ita, quadratum GF, ad rectangulum DFA quæ ratio compooitur ex ratione GF, ad DF, seu BG, ad DH; & ex ratione GF, ad FA, seu BG, ad IA; & hæ duæ rationes componunt rationem quadrati BG, ad rectangulū sub AI, DH comprehensum, igitur ita se habet GF,

ad E F; seu rectangulum E G F ad rectangulum GEF, hoc est (*per* 9.) quadratum AE, sicut quadratum BG, ad rectangulum DH, AI, & permutando, vt rectangulum EGF, ad quadratum B G seu (*per* 10.) vt diameter DA, ad parametrum AK,



ita erit quadratum AE ad rectangulum A I, D H: sed vt BA, ad AK, ita est quadratum D A, ad rectangulum DAK; ergo ita est quadratum AE, ad rectangulum AI, DH, sicut quadratum DA, ad rectangulum DAK; sed primum est quarta pars secundi, nempe quadratum AE, quadrati A D; ergo rectangulum A I, D H, est quarta pars rectanguli DAK. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

Si in hyperbola per tactum ducatur ordinata, & per centrum, ei parallela ad tangentem vsque; erit rectangulum sub applicatá, & parallelá comprehensum, æquale quartæ parti figuræ.

Linea F B tangat hyperbolam in B, & applicetur B G, cui per centrum E, ducatur parallela E L, ad tangentem vsque. Dico rectangulum sub E L, B G, æquale esse quartæ parti figuræ, seu rectangulo DAK.

Demonstr. (*per* 11.) rectangula D F A, GFB, sunt æqualia; ergo ita est DF ad GF, seu D H, ad BG, sicut F E, ad F A, seu vt E L, ad I A; (*per* 4. 6.) Ergo ita est DH, ad BG, vt EL, ad IA; & rectangulum BG, EL, æquatur rectangulo DH, IA, seu per præcedentem, quartæ parti figuræ. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

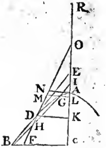
Ex his plurimos modos eliciemus tangentem ducendi, qui ex his propositionibus faciles sunt.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

Si hyperbolam tangat recta linea, & per contactum ducatur ex centro linea, hæc omnes parallelas tangenti, bifariam secat.

Sit hyperbola cuius diameter, aut etiam axis A C, centrum O, quam tangat linea D F; huic parallela ducatur BG; ducatur ex centro O, per contactum D, linea ODF. Dico lineam BG, à linea OD, bifariam secari.



Demonstratio. Quadrato O A æquale est rectangulum KOE; hoc est, ita est KO, ad O A, vt OA, ad OE. Quare ita est KO, ad OE, sicut quadratum KO, ad quadratum O A, seu triangulum KOD, ad simile triangulum AON; sed vt KO, ad OE; ita est triangulum KOD, ad triangulum ODE; (*per* 1. 6.) habent enim eundem verticem D. Ergo ita est triangulum KOD, ad triangulum ODE, vt idem triangulum KOD, ad triangulum AON; sunt ergo æqualia triangula, AON, ODE; & ablato eo quod commune est & addito communi, fient quadrilaterum N K, & triangulum DEK, æqualia. Vidimus item ita esse quadratum OK, ad quadratum OA, vt triangulum KOD, ad triangulum A O N; & permutando ita erit totum quadratum O K, ad totum triangulum KOD, vt ablatum quadratum OA, ad ablatum O A N; ergo ita erit reliquum ex quadratis, oempe rectangulum R K A, ad reliquum quadrilaterum N K, vt totum ad totum. oempe quadratum O K, ad triangulum O K D. Eodem modo ostendam, ita esse totum quadratum O L, ad triaogulum OLM, vt reliquum rectangulum RLA, ad reliquum quadrilaterum N L. Item ostendam, ita esse quadratum CO, ad triangulum COF, vt reliquum rectangulum R C A, ad quadrilaterum N A C F; est enim similis ratio: sed triangulo DKE, ostensum est æquale quadrilaterum N K; ergo & triangulo G L I, æquale erit quadrilaterum N L, & triangulo B I C, æquale quadrilaterum NC; ablatis ergo hinc inde æqualibus primò triangulo GIL, & quadrilatero NL, erit reliquum quadrilaterum LMFC, quadrilatero BGLC, æquale; & ablato eo quod commune est, erunt triangula B H F, GMH, æqualia; quæ cum sint similia ob angulos ad verticem in puncto H æquales, & parallela M G, B F, habent necessariò bases B H, H G, æquales, ergo linea ODF, per centrum O, & tactum D, ducta diuidit bifariam lineam BG, tangenti parallelam. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Constat ex his lineam OD, esse diametrum.

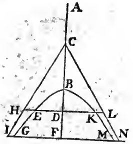
PROPOSITIO XVI.

Theorema.

In hyperbola, si fiat vt rectangulum sub composita ex diametro & sagittâ, & sub sagittâ, ad idem rectangulum, plus quadrato semidiametri, ita quadratum applicatæ ad quadratum alterius; linea ex centro ducta contingens hac puncta recta erit, & asymptotos; & quo magis producetur, eò magis ad hyperbolam accedet.

Supponatur hyperbola, cuius diameter A B, centrum C, eritque (*per* 1. *huius*) vt rectangulum ADB, ad rectangulum AFB, ita quadratum DE, ad quadratum F G, fiat vt rectangulum ADB, ad rectangulum ADB, plus quadrato C B, ita quadratum DE, ad quadratum DH.

Pariter fiat vt rectangulum AFB, ad rectangulum A F B, plus quadrato C B, ita quadratum G F, ad quadratum F I. Dico C H I esse lineam rectam asymptoton, &c.



Demonstratio. Cum recta A B, divisa sit bifariam in C, & addita BD, erit rectangulum ADB, vnà cum quadrato B C, æquale quadrato C D, (*per* 7. 2.) Pariter rectangulum A F B, vnà cum quadrato BC, æquatur quadrato C F; sed ponitur vt rectangulum ADB ad rectangulum ADB, plus quadrato BC, esse, ita rectangulum AFB, ad rectangulum AFB, plus quadrato BC: ergo ita erit rectangulum ADB ad quadratum CD, sicut quadratum DE ad quadratum D H; & vt rectangulu CFB, ad quadratum CF, ita quadratum FG ad quadratum F I; ergo ita erit quadratum C D, ad quadratum DH, vt quadratum CF ad quadratum FI; & lineæ eandem etiam rationem habebunt; ergo CHI est linea recta, (*per* 4. 6.) Quia autem quadratum FI superat quadratum F G, puncta G, & I, non coincident.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

Si fuerint asymptoti, & applicatæ; erunt rectangula applicatarum inter se æqualia.

Sint asymptoti CI, CN, & applicatæ eo ordine quo explicuimus in præcedenti. dico rectangula HEL, IGN, esse æqualia.

Demonstratio. Ita est quadratum C D, ad quadratum CF, vt quadratum DH, ad quadratum FI; & pariter ita est rectangulum ADB, ad rectangulum A F B, sicut quadratum D E, ad quadratum FG, quæ sunt partes quadratorum CD, CF, CH, FI; ergo & reliqua in eadem ratione erunt; nempe vt quadratum C B, ad quadratum C F, ita rectangulum HEL, ad rectangulum IGN; supponitur enim DL æqualis H D, & I F, æqualis F N: cum ergo HL divisa sit bifariam in D, & non bifariam in E, erit quadratum dimidiæ DH, æquale rectangulo H E L. Quare constat rectangula HEL, IGN, esse æqualia; immò cum ED, DK supponantur æquales, ex definitione applicatæ; erunt rectangula HEL, HKL, æqualia.

COROLLARIVM.

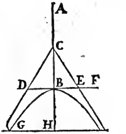
I G minor erit quam H E; cum enim rectangula HEL, IGN, sint æqualia, erit vt HE ad IG, ita GN ad EL; sed GN, maior est quam EL; ergo & HE, maior quam IG.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Si hyperbolam linea per verticem tangat, cuius quadratum æquetur quartæ parti figuræ; lineæ ex centro per eius extremitates ductæ erit asymptotos.

Sit hyperbolæ diameter AB, centrum C, linea DE, sectionem tangat in puncto B, vertice scilicet, sitque quadratum BD, aut BE æquale quartæ parti figuræ, hoc est rectanguli comprehensi, sub diametro A F & parametro B F, dico lineas CD, CE, esse asymptotos, seu non convenire, cum sectione: conveniat enim si fieri potest CD, cum hyperbola in puncto G, & ordinatim applicetur GH, quæ erit parallela DB.



Demonstr. Ita est A B, ad B F, vt quadratum A B, ad rectangulum ABF, sed quadratum B C est quarta pars quadrati A B, & quadratum BD, supponitur quarta pars rectanguli A B F; ergo ita est AB ad B F, vt quadratum B C, ad quadratum BD, seu (*per* 4. 6) vt quadratum CH, ad quadratum HG; sed (*per* 1. *huius*) vt AB ad BF, ita est

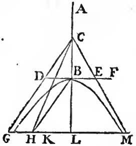
rectaogulom AHB , ad quadratum HG ; ergo ita etit rectangulum AHB,ad quadratum HG,vt quadratum CH ad quadratum HG;eſſent ergo æqualia rectangulum AHB & quadratum CH (*contra 6.2. Eucl.*) Quare linea CD, producta non convenit eum ſectione ; eſt ergo aſymptotus.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Ex centro nulla intra aſymptoton duci poteſt , quæ cum hyperbola non conueniat.

Factâ eâdem ſuppoſitione , dico intra aſymptotos C G , C M , ex centro C , nullam aliam aſymptoton duci poſſe : ſit enim ducta quæcumque C H, hanc aſſero cum hyperbola conuenire. Ducatur enim BH aſymptoto CDG,parallela;quia igitur CH coovenit in C,enm CDG, vnâ paralle-



atum , conveniet etiam cum alterâ nempe B H; conveniat in H,fiantqua æquales DG,BH ; ducatur GH,hæc erit parallela tangenti DBE, & conſequenter producta erit ordinatim applicata; eruntque GL, LM,æquales,eò quod DB, BE, ſint æquales:ſunt item GH,DB , æquales;quare ſi dicatur punctum H eſſe extra ſectionem, ita vt ſectio ſecet lineam GL in puncto K,quod ſit iotra punctum H eſſet GK maior quam DB.

Demonſtr. (*per 6. 2.*) rectangulum ALB cum quadrato BC,æquale eſt qoadrato C L. Item rectangulum MKG,maius eſt rectangulo DBE , ſeu quadrato DB,eſt autem vt AE.ad B F, ita quadratum A B, ad rectangulum ABF, & qoadratum CB ad quadratum B D , quartam ſcilicet partem rectanguli ABF : & vt AB ad BF , ita *(per coroll. 1.)* rectangulum ALB , ad quadratum LK;& vt quadratum BC ad quadratum BD,ita quadratom CL, ad quadratum L G : ergo ita eſt quadtatum C L ad quadratum LG , vt rectangulum ALB ad quadratum L K : cum ergo ſit totum quadratum C L , ad totum quadratom L G , vt ablatum rectangulum ALB ad ablatum quadratom LK ; erit reliquum quadratum B C ad reliquum rectangulum MKG , vt totum ad totum ; nempe vt quadratom CG , ſeu vt quadratum B C , ad quadratum B D : ergo ita erit quadratom B C, ad quadratum BD, vt idem quadtatum BC ad rectangulum M K B ; quod fieri non poteſt , cum rectangulum MKB , in hac ſuppoſitione haberet lineas GK, KM, maiores quam DB , BE.

COROLLARIVM.

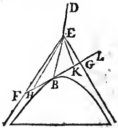
Oſtendimus in hac propoſitione rectangulum MKG æquale eſſe quadrato B C : Quare rectangulum quodcumque applicatarum cum aſymptotis, eſt æquale quartæ parti figuræ.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Omnis tangens hyperbolam ; vtramque ſecat aſymptoton , biſariamque in puncto tactûs ſecatur : & quadratum dimidiæ æquatur quartæ parti figuræ.

Linea B L , tangat hyperbolam ABC , in puncto B : ſit E centrum , & aſymptoti E F , E G.



Dico primò tangentem B G , ſecare vtramque aſymptoton. ducatur B E , ſiotque B E , E D , æquales ; eritque B D diameter (*per 7. huius*) abſcindantur hinc inde B K , B H , ita vt vtriuſque quadratum æquale ſit rectangulo comprehenſo ſub diametro B D , & parametro ; eſſentque EK, E H , aſymptoti quod eſt contra præcedentem: Quare neceſſariò B L producta vtramque aſymptoton ſecat ; & B G , B F , quadrata æqualia ſunt quartæ parti figuræ ; alioquin abſcindendo lineas, quarum quadrata æqualia eſſent quartæ parti figuræ , darentur aliæ aſymptoti.

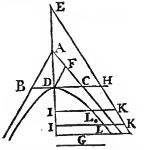
PROPOSITIO XXI.

Problema.

Datis duabus lineis angulum comprehendentibus , per punctum intra angulum poſitum , hyperbolam deſcribere , cuius prædictæ lineæ ſint aſymptoti.

Sint datæ duæ lineæ AB, AC , angulum BAC comprehendentes , ſitque aſſignatum punctum D,per quod deſcribenda eſt hyperbola, cuius AB, AC ſint aſymptoti ; ducatur D A , ſintque D A, A E,

AE, æquales; ducatur DF, parallela AB, fiantque AF, FC, æquales, & ducatur BDC; eruntque (*per 4. 6.*) AD, DC, æquales; tum lineis ED,



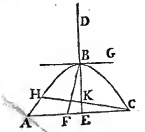
BC, quæratur tertia proportionalis G, quæ assumatur parameter. Datâ autem diametro DE, & parametro G, facilè hyperbolam describes. ponatur enim DH, æqualis parametro, ducaturque EH, quæ vlterius producatur; fiantque singulis rectangulis DIK, singula quadrata IL, æqualia; habebitur hyperbola, cui nempe conueniet definitio: & cum BC sit media inter ED, & DH parametrum, erit quadratum BC, æquale rectangulo EDH; & consequenter quadratum DC, erit quarta pars rectanguli EDH; ergo (*per 18.*) AB, AC, sunt asymptoti.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

Si hyperbolæ diameter lineam bifariàm secet: quæ per verticem ducitur tangens, ei est parallela.

Hyperbolæ diameter BD, diuidat bifariam lineam AEC, in puncto E, ducaturque per punctum B, tangens BG. Dico tangentem BG, esse parallelam lineæ AEC; si enim non sit parallela, ducatur CKH, parallela lineæ BG, quæ (*per 15.*) bifariam diuidetur in K; & cum iam AEC, supponatur diuisa bifariam; erit vt CK, ad KH,



ita CE ad AE; ergo (*per 2. 6.*) AH, erit parallela KE; cum tamen (*per coroll. 2. 1.*) cum illâ conueniat extra sectionem.

COROLLARIVM.

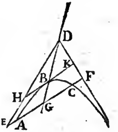
Si sit BG, tangens hyperbolam, in puncto B, sitque ei parallela AC, diuisa bifariàm in E, clarum est lineam BE, esse diametrum; si enim daretur alia, vt BF, hæc diuideret bifariam lineam AC in puncto F.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

Linea secans hyperbolam in duobus punctis, vtramque asymptoton secat; & eius segmenta sunt æqualia.

Linea AC, hyperbolam secet in punctis A, & C. Dico AC productam, cum vtraque asymptoto DE, DF conuenire; item segmenta AE, CF esse æqualia: diuidatur AC, bifariam in G, ducaturque ex centro D, linea DG, sectionem secans in puncto B, per quod ipsi AC, parallela ducatur HBK.



Demonst. DG, (*per 21.*) est diameter, & HK, est tangens (*per 22.*) quæ (*per 20.*) vtramque secat asymptoton; ergo & AC ipsi parallela cum vtraque conueniet, eruntque (*per 10.*) HB, BK æquales; ergo EG, GF, æquales erunt, & subtractis AG, GC, restabunt EA, CF, æquales.

COROLLARIVM.

Si recta linea vtramque asymptoton secans, bifariam ab hyperbola secetur, in vno tantum puncto sectionem secat.

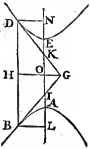
PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

Si duæ rectæ tangentes hyperbolas oppositas conueniant; & à concursu ad medium lineæ coniungentes contactus, recta ducatur, hæc erit diameter coniugata illi diametro, coniungenti parallela.

Sint lineæ BG, DG, tangentes hyperbolarum oppositarum, & hæ conueniant in puncto G; sit BD, coniungens contactus B; & D, quæ diuida-

tur bifariam in H dico lineam GH esse diametrum coniugatam diametro EA, parallelae ipsi DB, sint ad diametrum AE applicatae ordinatim BL, DN quae erunt parallelae inter se; & cum DB, AE, supponantur parallelae, erunt DN, BL, aequales; & (*per 1. huius*) rectangula A N E, E L A, erunt aequalia, & consequenter dividendo erunt E N, AL, aequales, sicut AN, EL.



Demonstratio Cum DG, sit tangens, & DN, applicata, ita erit (*per 7.*) AN ad NE, sicut AK ad KE; pariter cum BI sit tangens, ita erit EL, ad LA; sicut EI, ad IA; sed ita se habet E L, ad LA, sicut A N, ad N E; ergo ita erit A K, ad K E, sicut E I ad I A, & componendo vt AE, ad EK; ita EA, ad AI; sunt ergo aequales IA, KE. Item cum DH, HB, sint aequalia ex constitutione, & sint DB, KI, parallelae, erunt IO, OK aequales; quare OE, OA, aequales erunt, & punctum O, erit centrum; & per defin. GOH erit coniugata diameter ipsi A E, cum eam dividat bifariam, sicut lineam BD.

COROLLARIUM.

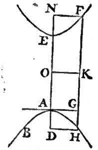
Si recta vtrinque oppositis sectionibus occurrens dividatur bifariam in H, & ex centro O, ducatur linea OH; haec erit coniugata diameter ipsi AE, quae ducitur parallela BD.

PROPOSITIO XXV.

Theorema.

Si vnam ex oppositis hyperbolis, recta linea tangat; cui per centrum ducatur parallela, haec erit coniugata diameter diametro per contactum ductae.

Vnam ex oppositis sectionibus tangat linea AG, cui per centrum O, ducatur parallela OK; Dico esse coniugatam diametro OA, per contactum A transeunti: Ducatur enim quaecumque HF, ipsi AO parallela, occurrens vtrique hyperbolae, in punctis H, & F, ducanturque FN, DH, ordinatim applicatae; quae sicut in antecedente ostendentur aequales esse sicut AD, EN; item ON, OD, & illis parallelae FK, KH; quare HF, bifariam divisa est in puncto K; quod cum de quacunque alia parallela demonstrari possit, erit OK, diametri AE, coniugata diameter,

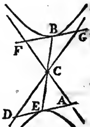


PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

Oppositarum hyperbolarum asymptoti communes sunt

Sint oppositae hyperbolae, quarum aliqua diameter AB, centrum C. Dico asymptotos communes esse vtrique. Ducantur per puncta A, & B, duae tangentes FBG, BAE, quae erunt parallelae ordinatim applicatis; sint lineae AE, ED BF, BG, aequales, sitque singularum quadratum aequale quartae parti figurae, quae ad diametrum AB constituitur, iunganturque CD, CG, CA, CF.



Demonstratio. Cum lineae BG, DE, sint parallelae, erunt alterni anguli CDA, CGB, aequales, & cum tam BG, DE, quam BC, CE, sint aequalia, (*per 4. 1.* triangula E C D, B G C sunt aequalia, & anguli. BCG, ECD aequales, qui cum sint oppositi ad verticem, lineae D C, CG, in directum iacebunt; & quia lineae D A. AE, FG, BG, possunt quartam partem figurae, erunt (*per 1. huius*) DG, FA, asymptoti, respectu vtriusque hyperbolae.

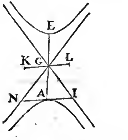
PROP.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

Si tangenti vnam hyperbolarum oppositarum, asymptotis terminatæ, ducatur per centrum equalis parallela, & bifariam divisa; hac erit hyperbolarum communis secunda diameter.

Sint oppositæ hyperbolæ quarom commune ceotrum G, asymptoti NG, GI, tangat autem alterutram linea NAI, terminata asymptotis, cui æqualia & parallela ducatur KGL bifariam secta in puncto G. Dico KGL, esse oppositarum hyperbolarum secundam diametrum: ducatur per contactum A, diameter AGE.

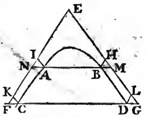


Demonstratio. (*per* 20.) quadratum AI æquale est quartæ parti figuræ, seu rectanguli sub AE & parametro conteoti; & consequenter quadratum totius. NI seu KL, erit æquale rectangulo sub diametro AE, & parametro; ergo KL, est media proportionalis inter diametrum AE, & parametrum; & cum transeat per centrum G, sitque bifariam divisa habebit omnes conditiones secundæ diametri.

PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

Si hyperbolam inter asymptotos constitutam secent dua parallela, & per puncta ducantur linea asymptotis parllela; illa erunt proportionales.



Lineæ AB, CD parallelæ inter se, secent hyperbolam inter asymptotos EF, EG, constitutam & per puncta sectionum AB, CD ducantur AI, CK parallelæ EG; item BH, DL, parallelæ EF. Dico ita esse DL, ad BH, sicut KC, ad IA.

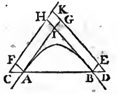
Demonstratio (*per* 17.) NA, BM, FC, DG, sunt æquales; sunt item triangula DLG. BHM, similia; cum constent parallelis lineis; sicut FKC, NIA, quæ tam inter se quam prioribus sunt similia; ergo habent latera proportionalia, oempe ita est DL ad BH, sicut KC, ad IA.

PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

Si linea hyperbolam secet, & per puncta sectionum ducantur asymptotis parallela, formabuntur rectangula aequalia.

Linea AB, secet hyperbolam inter sectionem A, & B, ducantur BF, AF, parallelæ asymptotis. Dico rectangulum FAG, æquari rectangolo EBH.



Demonstratio. (*per* 17.) CA, DB, sunt æquales & triangula BED, CFA, similia; ergo erunt BE AF, CF, ED, æquales. Pariter cum similia sint triangula EBD, DKC; ita erit BE, ad KC, sicut DE, seu FA, ad DK; & dividendo, vt BE, ad KF, ita FA, ad KE. Ergo rectangulum, aut parallelogrammum æquiangulum sub extremis BE & KE æquabitur parallelogrammo sub mediis KF, FA.

PROPOSITIO XXX.

Theorema.

Si vni asymptoto ducantur parallela, erunt segmenta asymptoti reciproca parallelis.

Ducantur in figura seqoenti lineæ AB CD, quæ sint parallelæ asymptoto EF. Dico ita esse CD, ad AB sicut BE, ad DE. Ducatur enim linea CAF, secans hypetbolam in A, & F, & per A, & C. lineæ CH, AG, asymptoto DE parallelæ; eruntque parallelogramma AGEB, CDEH, æqualia, ergo latera habent reciproca; nempe vt CD, ad AB, ita BE, ad ED.

COROLLARIVM.

Constat item ductis EC, EA, triangula EBA, EDC, æqualia esse.

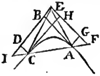
PROP.

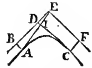
PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

Si eidem asymptoto ducantur parallelæ, & cum minore earum coniungatur ex angulo linea; hæc minor linea erit media proportionalis inter maiorem, & eius segmentum.

Sint asymptoti, BE, EF; & EF ducantur parallelæ AB, CD; ducatur EA, secans CD, in I. Dico ita esse DI, ad BA, vt BA, ad CD.





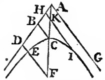
Demonstratio per præcedentem ita est CD, ad BA, sicut BE, ad DE: sed sicut BE, ad DE, ita est BA ad DI; ergo CD, BA, DI, sunt tres continuè proportionales. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

Si vni asymptoto ducantur duæ parallelæ, ducaturque ex angulo ad vnam linea recta fient tres continuè proportionales.

Sint asymptoti AD, AG; fiantque lineæ AG, duæ parallelæ BC, DE; ducaturque ACF, & producatur DEF. Dico DE, BC, DF, esse continuè proportionales.



Demonstratio (*per penultimam*) ita est DE, ad BC, sicut AB ad AD; sed sicut AB ad AD, ita est BC, ad DF; ergo BE, BC, DF, sunt continuè proportionales.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

Si per divisiones vnius asymptoti proportionales ducantur alteri asymptoto parallelæ, illæ erunt proportionales.

Sit vt AH, ad AB, ita AB, ad AD, ducanturque parallelæ alteri asymptoto per H, B, D, nempe DE, BC, HI. Dico lineas DE, BC, HI proportionales esse.

Demonstratio (*per* 30.) vt AH, ad AB, ita est BC ad HI, & vt AB, ad AD, ita DE, ad BC: & AH, AB, AD supponuntur proportionales: ergo DE, BC, HI, proportionales sunt.

COROLLARIVM I.

HI, & DF, sunt æquales; vidimus enim in vltimâ DE, BC, DF, proportionales esse; ita erunt HK, & DE æquales.

COROLLARIVM II.

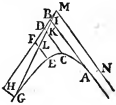
Sequitur item in eadem suppositione, AK, AC, AF proportionales, esse.

PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

Si ducantur plurimæ parallelæ vni asymptoto, & proportionales; & ad vltimam ex centro ducatur recta linea, continuabitur eadem proportio.

Asymptoto MN, ducantur parallelæ AB, CD, FE, HG, proportionales, iungaturque MG, Dico AB, CD, FE, HG, FL, DK, BI, esse in eadem proportione.



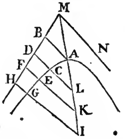
Demonstratio Cum AB, CD, EF, GH, sint continuè proportionales, etiam MB, MD, MF, MH, in eadem erunt ratione, sed inverso ordine; nempe erit, vt EF, ad GH, ita HM, ad FM (*per* 30.) sed vt HM, ad MF, ita HG, ad FL (*per* 4. 6. Ergo continuatur eadem ratio.

PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

Si ducantur plurimæ proportionales parallelæ vni asymptoto, & ducatur ex centro ad primam recta linea; continuabitur eadem proportio.

Sint AB, CD, EF, GH, parallelæ MN, & proportionales. dico HG, FE, DC, AB, DL, FK, HI, esse proportionales.



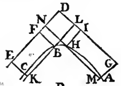
Demonstratio. Ita est (*per* 29.) D C, ad A B sicut BM ad MD, sed vt MB, ad MD, ita est BA ad DL; ergo continuatur eadem ratio DC, AB, DL, &c. quod erat demonstrandum.

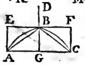
PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

Si duabus asymptotis ducantur vtrinque bina parallelæ proportionales; fient duo quadrilatera æqualia.

Sit hyperbola CBHA; ducantur asymptotis





parallelæ AG, HI; EC, FB. proportionales. Dico quadrilaterum AGIH, quadrilatero BFEC, esse æquale. fiant EK, FB; HI, MG, æquales, producanturque lineæ ad asymptotos. vt figura exhibet.

Demonstr. Supponitur ita esse AG, ad HI, sicut EC, ad BF; sed (*per* 29.) vt AG, ad HI, ita DI, ad DG, & vt EC, ad BF, sic DF, ad DE: ergo ita est DI ad DG, sicut DF, ad DE; ergo vt rectangulum DH, ad rectangulum DM, ita rectangulum DB, ad rectangulum DK; sed duo prima sunt æqualia (*per* 29.) ergo & rectangula DM, DK æqualia sunt, sicut residua IM, FK. Item quia ita est AG ad HI, seu GM, sicut EC, ad FB, seu EK; ita erit AG, ad AM, sicut EC, ad CK; & componendo GM ad AM, sicut EK, ad CK: sed vt M G, ad AM, ita rectangulum MI, ad rectangulum AMH; & vt EK, ad CK, ita rectangulum KF, ad rectangulum CKB: sed rectanguli AMH, dimidium est triangulum AHM, & rectanguli CKB, triangulum C K B; ergo ea triangula sunt æqualia, quibus vtrinque ablatis restant ECBF, AHIG, quadrilatera æqualia. Quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

Triangulum habens verticem cum hyperbola communem, est maximum omnium quæ illi inscribi possunt, maiusque est dimidiâ hyperbolâ.

Sit hyperbola ABC, terminata lineâ A C; sit centrum G, dividatur AC bifariam in G, ducatur diameter DG, eritque B vertex; per B, ducatur BF, parallela A C. quæ tanget hyperbolam in puncto B, ductis A B, B C. Dico triangulum ABC esse maximum quod in hyperbolâ inscribi potest; pertingit enim ad tangentem B F; alia omnia ad eam non pertingerent, & consequenter sub eadem basi minorem haberent altitudinem: ergo (*per* 1. 6.) minora essent.

Addo triangulum A B C. maius esse dimidiâ hyperbolâ; ducantur enim A E, C F, parallelæ B G; triangulum A B C, æquale est dimidio parallelogrammo A E F C; sed parallelogrammum A E F C, maius est hyperbolâ ABC; ergo triangulum ABC, maius est dimidiâ hyperbolâ.

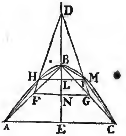
PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

Si segmento hyperbolæ inscribatur maximum triangulum; triangula maxima inscripta segmentis sibi hinc inde respondentibus sunt inter se æqualia.

Triangulum ABC, sit maximum, quod in hyperbolâ inscribi potest, sit D centrum, & linea DBE, dividat bifariam lineam A C; divisis bifariam AB, BC, in F, & G, ducantur diametri DIG, DHF. dico triangula AHB, BIC, quæ (*per præcedentem*) sunt maxima, quæ in segmentis A H B, B I C, inscribi possunt, esse æqualia. Ponatur ex H ordinatim applicata H M, quæ bifariam

dividetur in L;ducatur item FG.quæ erit paralle-la A C , divideturque bifariam in N. Applicata HM est parallela A C ; ergo & parallela F G , & bifariam dividitur in L , sicut HI bifariam dividitur ; ergo HM, HI, coincidunt.



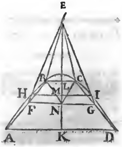
Demonstr. Cum F G , H I, sint parallelæ , erit (*per* 3. 6.) vt GI, ad MD , ita FH , ad HD. cum F N , N G sint æquales ; erunt triangula D N F, DNG, æqualia , sicut FBN , NBG ; ergo reliqua FBD , GBD , erunt æqualia, & cum vt GI ad ID, ita sit triangulum GBM,ad triangulum IBD (*per*. 1. 6.) & vt GI, ad I D , ita sit HF, ad H D , & triangulum F B N , ad triangulum HBD ; ita erit GBI , ad IBD, sicut FBH , ad HBD ; & compo-nendo FBD,ad HBF. GBD, ad GIB ; sed primum & tertium sunt æqualia ; ergo secundum & quartum , nempe FBH, G I B , sunt æqualia , & eorum dupla AHB, BIC , sunt æqualia. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

In hyperbolâ, coniungentes duas parallelas,auferunt segmenta, quorum triangula maxima sunt æqualia.

Lineæ AB, DC, coniungant in hyperbolâ duas parallelas AD,BC,dico triangula maxima segmen-



torum AB, CD, esse æqualia.dividatur AD, bifariam in K, ducaturque ex centro E, diameter EK; hæc dividet bifariam lineam BC;dividantur item bifariam AB,CD ,in F,& G, ducaturque FG;item ducantur diametri EHF, EIG;ducatur item ordinata HM,quæ vt in præcedenti ostendetur incidere in punctum I, item HI, esse parallelam A D,& consequenter FG;eritque (*per* 3. 6) vt GI,ad IE, ita FH ad HE. ducantur item BN,CN. BE, CE.

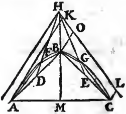
Demonstr. Cum BC, AD,sint parallelæ,sintque AB, DC, bifariam divisæ in F , & G , erunt FG, AD,parallelæ, & F G , erit bifariam divisa , sicut BC & AD:sunt ergo triangula FBN, NCG;BNL, CNL;BEL,CEL,æqualia;quibus sublatis ex triangulis æqualibus EFN,EGN,restant æqualia triangula FBE,GEC: & cum HI sit parallela FG , erit vt GI ad IE , ita FH , ad HE ; & ductis BH, CI, ostendam sicut in priore similiter dividi triangula FEB, IEC, & consequenter triangula CIG, BHF, & eorum dupla CID , ABH, esse æqualia. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Si ad diametrum ordinatim applicetur , ducta ab eius extremitatibus ad verticem linea auferunt segmenta conuexa æqualia ; & ductis per easdem extremitates parallelis vni asymptoto;auferuntur segmenta concaua æqualia.

Sit diameter HM,ad quam applicetur AC,& à punctis A , & C , ducantur ad verticem B, lineæ AD, BC. dico segmenta AFB, BGC esse æqualia; nam divisis AB,BC. bifariam in D, & E, ductisque diametris HD.& HE;ductisque AF, BF, BG, CG , fiunt triangula æqualia ; tum supra BF, BG, possunt fieri alia duo æqualia , & super FA, CG, possunt fieri (*per præcedentem*) æqualia triangula;



& per has sub divisiones tot fient in vno segmento, quot in alio ; & cum singula triangula auferant ex segmento cui inscribuntur plusquam mediam partem , tot fient divisiones in vno , vt id quod relinquetur,sit omni quantitate minus : cum ergo quodlibet triangulum in vno segmento habeat sibi æquale respondens in alio , erunt segmenta æqualia.

Per puncta A,C,& B,ducantur tres lineæ parallelæ AC,BO,CL.dico segmenta concava CLOB, ABOK, esse æqualia.

Demonstr. (*per* 28.) tres lineæ CL, BO , AF, sunt continuè proportionales , & rectilinea C L, BO,ABOK , (*per* 30.) sunt æqualia ; à quibus si auferas segmenta æqualia convexa, restabunt segmenta concava , CLOB, ABOK, æqualia, Quod secundo loco propositum fuerat.

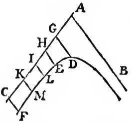
PROP.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Siinhyperbola secetur vna asymptotos proportionaliter, & per ea puncta ducantur lineæ alteri parallela; illa erunt proportionales, & internalla erunt æqualia. Ergo decrescentibus lineis Geometricè, internalla habebunt rationem logarithmorum.

Asymptntns AC, dividetut propottinnalitet, hoc est sint lineæ AG, AH, AI, AK, AC, in continua ptopottione. dico segmenta coneave GHED, HILE, IKLM, esse æqualia.



Demnnstr. Cum AG, AH, AI. &c. sint In continua enalogia, ergo (*per præcedentem*) erunt segmenta concave CM, KL, IE, HD, æqualia.

Atque hæc est ptoptietas micabilis hyperbolæ à P. à S. Vineentin primùm demnostrata, & à nnnoollis nnn eitetn euthnce ptnposita, exhibens logerithmns & nnmetos ipsis respnndentes. Perallelæ enim numerns Genmetricè crescentes exhibent, & segmenta cotum lngárithmns.

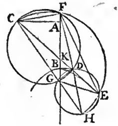
PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Linea ab vmbilicis ad contactum ducta æquales angulos cum tangente comprehendunt.

Sint hyperbulæ vmbilici G, & F; hne est sit AB axis & rectangule AGB, BFA, sint singula æqualia quartæ parti figuræ; & tecte EDC, hyperbolam tangat in puncto E. Dico si ducantur eb vmbilicis G, & F, lineæ FE, GE, eogulum GED, engulo FED esse æqualem. Ordinatim applicentut AC, BD, ad tangentem vsque In punctis C, & D.

Demoostr. (*per* 13. *huius*) rectangulnm AC, BD, æquale est quartæ perti figuræ, ergo & rectangulo AGB, aut BFA: quare vt AC, ed AG, ite GB, ad BD; & cum anguli in A, & B, sint recti, triangula CAG, BGD, erunt similia, & engolus BDG, engulo AGC æqualis, & consequenter CGD. erit ceĉtus: eodem modn nstendetut rectus CFD; si ergo fiat circulos citca diametrum CD, Is per puncta F, & G, transibit. sit EH perpendiculeris ad DE, occurrens lineæ FD productæ, in H; ducatur item HG, quam contendo vnam lineam efficere cum CG; fientque trian-



gule CFD, DEH, æquiangula, cum anguli CFD, DEH, sint recti, & anguli in puncto D, ad verticem æquales; quare ita erit FD, ad DC, vt DE, ad EH; sunt item triangule CGF, CAG, similia cum præter angulom rectum in A & F habeant angulos CGA, CDF, eidem arcui insistentes æquales; sed CAG triangulum est iam ostensom simile triangulo GBD; sunt igitur triangula CDF, CGA, GBD, similia, triangulum HDE, habens angulum E rectum, & HDE, æqualem opposito CDF, illis adhuc erit simile. Angulus BGD est complementum enguli CGA, ad angulum rectum, cum angulus CGD fuerit ostensus rectos; sunt ergo æquales enguli CGA, & BDG; est ergo vt FD, ad DC, ita BD, ad DG: ergn vt BD ad DG, ita est ED, ad DH, & permutando, vt BD, ad DE, ite GD, ad DH; item vt GD, ed DH, ita FC, ad CG; quare CG, GH, sunt vne eademque linea: si ergn circa CH, describatur circulus, is transibit per puncta E, & F. cum anguli in E, & F, sint recti: pariter circulus descriptus circa DH, transit per G, & E. Iam in maiori circulo CFEH, anguli CEF, CHF, eidem insistentes arcui CF, sunt æquales: in paruo circulo GHED, enguli CHD, GED, eidem insistentes arcui GD, sunt etiem æqoales; ergn enguli GED, DEF, sunt inter se æquales.

COROLLARIVM.

Cum angulus GEB, dividatur bifariam Ita erit GK, ed KF, sicut GE, ed FE.

PROPOSITIO XLIII.

Theoreme.

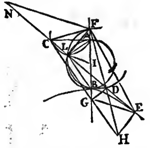
Si ab vtroque vmbilico, ad idem superficiei hyperbolica punctum, duæ ducantur lineæ; quæ vni earum parallela, per centrum ducetur, ad tangentem vsque, erit æqualis semidiametro.

Fiat eadem constructio quæ in præcedenti, & per centrum I, ducatur IL, parallela GE. Dico IL esse æqualem semidiametro IA. Ducatur FN parallela GE, erunt anguli alterni GEN, FNE, æquales.

Demnnstr. Habemns ex præcedenti, angulos GEN, FEN, esse æqueles; ergo anguli FNE, FEN

OOOoo a sunt

funt æquales ; & confequenter lineæ NF,FE,funt quoque æquales : & cum LI, fint parallelæ N F,



GE, fintque GI, IF,æquales,erunt EL,LN,æquales;& (*per 7.1.*) erunt anguli FLN, FLE, æquales & recti.Cum igitur anguli CLF, CAF,fint recti, circulus diametru C F , defcriptus tranfit per L, & per A. Pariter cum anguli FLD, FBD, fint recti , circulur circa lineam F D, defcriptus tranfibit per B & L. Probavimus autem in fuperiori angulos FCA , BFD , effe æquales eo quod lineæ AF, CA, BD, BF, fint proportionales , cum tam rectangulum fub extremis quam fub mediis æquetur quartæ parti figuræ. funt autem anguli FCA, FLA , æquales , item BFD , BLD , cum infiftant eidem arcui ; ergo anguli FLA , BLD , erunt æquales:quare fi loco prioris fubftituas fecundum, fiet angulus ALB,rectus ; & confequenter fi centro I , defcriberetur circulus intervallo I A , aut IB, tranfibit per B ; funt igitur LI , IA , æquales. quod erat demonftrandum.

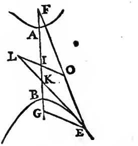
PROPOSITIO XLIV.

Theorema.

In hyperbola fi ab vmbilicis ad idem peripheria punctum , dua inclinentur linea maior minorem fuperabit quantitate tranfuerfi axis.

Sit AB axis tranfverfus byperbolæ , vmbilici F , & G , ad idem peripheriæ punctum E , ducantur duæ lineæ FE , GE. Dico rectam GE fuperari à lineà F E , quantitate axis A B. fit tangens EKL, ducaturque per centrum I , linea LIO, parallela GE.

Demonftratio. (*per præcedentem*) anguli KEO, & K E G , æquales funt , item æquales alterni KEG , K L O ; funt igitur æquales anguli KLO, OEK ; ergo lineæ OL , OE , funt æquales. Pariter (*per 4. 6.*) ita eft F O , ad O E , ficut F I, ad I G , quæ funt æquales ; ergo F O , OE , æquales erunt ; quare F E , ipfius O E , aut LO, erit dupla ; fed (*per præcedentem*) L I , æqualis eft I B ; ergo F E eft dupla I B , I O ; fed AB eft dupla IB , & GE eft dupla IO, (*per 4. 6.*) Ergo FE, eft æqualis AB, G E. quod erat demonftrandum,

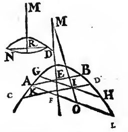


PROPOSITIO XLV.

Problema.

Data hyperbola diametrum, centrum.axem reperire.

Proponatur hyperbola , cuius quæritur primò diameter. ducantur duæ lineæ vtcumque parallelæ A B , C D , quæ dividantur bifariam in E , & F ; ducatur linea FE, hæc (*per 15.*) dividet omnes parallelas A B , bifariam ; ergo diameter erit.



2. Quæritur centrum. Ducantur aliæ duæ parallelæ GH , K L , quæ pariter dividantur bifariam in punctis I , & O ; ducatur diameter O I ; hæc fecabit priorem diametrum in puncto M : clarum eft (*per def.*) punctum M effe centrum.

3. Ducendus fit axis ex centro M. defcribatur arcus fecans hyperbolam in duobus punctis N & D;ducat ND , dividaturque bifariam in R; linea M R , erit axis ; incidit enim vt patet perpendiculariter in applicatam ND.

PROP.

PROPOSITIO XLVI.

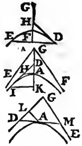
Problema.

Ex dato puncto lineam ducere quæ hyperbolam tangat.

Sit datum punctum D fig. 1. in peripheria hyperbolæ. Ducatur linea DE vt euoque; quâ diuisâ bifariam in A, inventoque (*per præcedentem*) centro G, ducatur diameter GA; tum quadrato FG, æquale fiat rectangulum AGH. Dico lineam esse tangentem.

Demonstratio. Ostendimus (*in* 9.) si ducatur tangens HD, semidiametrum FG, esse mediam portionalem inter AG, HG.

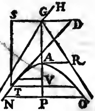
Secundò. Si punctum per quod ducenda est illa tangens, sit in aliqua diametro, inter verticem scilicet F, & centrum G vt in H; fiat quadrato FG, æquale rectangulum HGA; ad diametrum per A applicetur EAD; erit pariter HD, tangens.



Sit rursus datum punctum D fig. 2 intra asymptotos GE, CF. Ducatur Diameter DGAK; fiatque vt GD, ad DA, ita DA, ad AK; & per punctum A, ducatur tangens AH, cui fiat parallela IK, Dico lineam DI esse tangentem.

Sit datum punctum D, in vnâ asymptoto. Diuidatur DG, bifariam in L, ducaturque LA, parallela GE. Dico lineam DAM esse tangentem cum diuidatur bifariam in A.

Deinque punctum datum sit in angulo qui deinceps est. Inueniatur centrum G, ducaturque



DGS; ducatur item NO, diuisâque bifariam in P, ducatur diameter GP, secans sectionem in puncto A; ducatur AR, parallela NO; & quadrato AR æquale fiat rectangulum DGS; ducatur ST, parallela GP, & TV, parallela AR. Dico lineam DT esse tangentem.

Demonstratio. Clarum est GP esse diametrum, NO applicatam, AR item esse tangentem; & (*per* 18.) quadratum AR, æquale erit quadrati figuræ, seu quartæ parti rectanguli sub parametro comprehensi, huic autem quadrato AR, æquala fecimus rectangulum DGS, seu DG, TV: ergo *per* (14.) linea DT, hyperbolam tanget in puncto T.

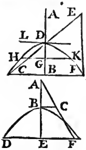
Si punctum datum esset in angulo opposito ad verticem, ei qui continet hyperbolam, impossibile erit problema.

PROPOSITIO XLVII.

Problema.

In hyperbola ad datam diametrum ordinatam applicare ex dato puncto; & tangentem per verticem ducere.

Sit in hyperbola data diameter AB, sitque ducenda ordinatim applicata per punctum C, in peripheria. Ducatur CDE, per verticem D, fiantque CD, DE, æquales & ducatur EF diametro AB parallela, clarum est ita esse CD, ad DE, sicut CB, ad BF, & consequenter CF esse diuisam bifariam & ordinatim applicatam.



2. Sit ducenda ordinata per punctum G, diametri. Primò ex puncto C peripheriæ, ducatur ordinata CBP, cui per punctum G, duces parallelam HGK, quæ vt patet erit ordinata.

3. Deinque per punctum D, ducta LD, parallela HK, erit tangens ducta per verticem.

PROPOSITIO XLVIII.

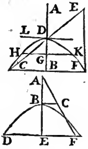
Problema.

Datâ hyperbola diametro parametrum inuenire.

Sit hyperbolæ quæcunque diameter AB, tum (*per præcedentem*) ducatur per punctum B, tangens

OOOoo 3

gens BC , & applicata DE : fiat item quadrato DE æquale rectaogulum BEF ; ducatur FA , se-



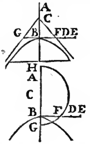
cans tangentem BC , in puncto C. Dico lineam BC esse diametri contiguam parametrum , vt constat (*ex prima.*

PROPOSITIO XLIX.

Problema:

Data hyperbola asymptotos reperire.

Inveniator datæ hyperbolæ quæcunque diameter A B , & ceotrum C , & per præcedentem ioveniatur BD ; tum ioter AB , BD , fit media proportionalis BE: quæ diuidatur bifariam in F: fiat item BG æqualis BF. Ducantur ex centro C, lineæ CG , CF. Dico CG , CF esse asymptotos.



Demonstratio. Quadratum BG , aut BF , est quarta pars quadrati BE , cum BE diuisa sit bifariam in F , & cum BE , sit media proportionalis ioter diametrum AB & parametrum BD;ergo eius quadratum æqoale est figuræ , seu rectangulo comprehenso sub AB, DB ; Ergo quadratum BF æquale est quartæ parti figuræ & erit CF , asymptotos, sicut & CG.

PROPOSITIO L.

Problem a.

Hyperbolæ vmbilicos reperire.

Proponantur hyperbolæ assignandi vmbilici. Quærantur per præcedentes , axis hyperbolæ ; qui sit A B , & paremeter B D , ducta scilicet tangente perpendiculari BD , sit BE , media proportionali ioter A B , BD , quæ dividatur bifariam in F ; tum ex C , vt centro , intervallo CF , fiat semicirculus G F H ; hic dabis vmbilicos H , & G.

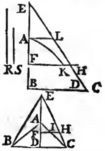
Demonstratio. Ostendam vt in præcedenti quadratum ex BF , æquale esse quartæ parti figuræ, sed rectaogulum HBG , seu AGB , æquale est quadrato BF , vt patet : est enim BF media proportionalis inter HB & BG , seu AG , GB ; ergo puncta G , & H , secundum definitionem sunt vmbilici.

PROPOSITIO LI.

Problema.

Circa datam diametrum , & applicatam , hyperbolam cuiuscunque speciei describere.

Sit futuræ hyperbolæ diameter AB , & applicata B C. : sit etiam ratio diametri transversæ ad contiguam parametrum , eadem quæ lineæ R ad S. Primò quadrato BC , æqoale fiat rectangulum ABD , hoc est sit BC , media inter AB , BD;



fiatque vt S , ad R , ita BD ; ad BE ; ducaturque media proportionalis FK , punctum K , pertinebit ad hyperbolam , cuius vertex A , transversa diameter AE , parametet AL. Atque ita habebis quotcunque volueris puncta , quæ lineâ curvâ coniunges.

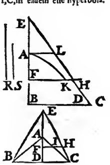
PROP

PROPOSITIO LII.

Problema.

Circa triangulum hyperbolam describere.

Sit datum quodcunque triangulum ABC. Basis BC, bifariam dividatur in puncto D, ducatur DA producenda in E, quantum libuerit; ducatur EC; ducatur quæcunque FG, parallela BC, fitque FI media inter FG, FH, hoc est sit quadratum FI, æquale rectangulo GFH. Dico puncta B,A,I,C,in eadem esse hyperbola.



Demonstratio. Ita est (*per* 4. 6.) DC ad FH, sicut DE, ad FE; & vt DC, ad FG, ita est AD, ad AF: ratio autem quadrati DC, ad rectangulum GFH, componitur ex ratione DC ad FH,& ratione DC, ad FG, seu DE, ad FE & DA, ad AF; quæ duæ componunt rationem rectanguli EDA, ad rectangulum EFA: quare (*per* 1.) si AE sit transversa diameter, erunt DC, FI ordinatim applicatæ. Sunt igitur puncta B,A,I,C, in eadem hyperbola.

PROPOSITIO LIII.

Problema.

Dato vtroque vmbilico & axe transverso, hyperbolam describere.

Sint dati vmbilici A, & B vertex C, Abscindatur C E æqualis CB,tum intervallo AE, describatur arcus EFG, ducatur quæcumque recta AFH secans arcum EG, in puncto F, iungaturque BF quæ dividatur bifariam io I, ducta perpendiculari IH, quæ occurrat lineæ AF, in puncto H. Dico punctum H, pertinere, ad hyperbolam, cuius sint vmbilici A, & B, vertex C.

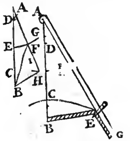
Demonstratio. Patet (*per* 4. 1.) BH, FH, esse æquales; AH, autem superat FH, lineâ AF, seu diametro AE; ergo AH superat BH, diametro AE, seu DC; ergo lineæ AH, BH, sunt ad idem punctum periphæriæ ab vmbilicis A, & B, ductæ, (*per* 43.

PROPOSITIO LIV.

Problema.

Alia descriptio hyperbolæ.

Proponatur describenda hyperbola cuius vmbilici A & B, vertex D, diameter DC. Habeatur regula volubilis circa vmbilicum A, in qua notetur AE æqualis diametro transversæ DC; assumatur funiculus BEG, æqualis lineæ FG,illiusque vnum extremum B annectatur vmbilico B, aliud verò puncto extremo regulæ G; habeatur autem stylus,qui ita applicet funem ipsi regulæ vt eum illa congruat secundum segmentum EC. Dico punctum E ad hyperbolam pertinere.



Demonstratio. Cum funiculus æqualis supponatur linea GF & funiculus EG, sit æqualis lineæ EG, reliquum BE, æquabitur reliquo EF, quare tota AE, superabit lineam BE, lineâ AF, quam æqualem fecimus diametro DC; ergo (*per* 43.) lineæ BE, AE, sunt ad idem punctum E, superficiei inclinatæ.

PROPOSITIO LV.

Problema.

Datis vmbilicis & vertice hyperbolam describere.

Sint dati vmbilici A, & B, vertex C, assumatur CD æqualis AC; ideoque erit reliqua BD, æqualis diametro EC. Ex centro B fiat quicunque arcus A F, & ex centro A intervallo FD fiat arcus G secans arcum A G in puncto G. Dico punctum G, pertinere ad hyperbolam. Pariter si ex B, vt centro intervallo BH, fiat arcus HI; & ex A intervallo H D fiat arcus secans arcum HI, in I. Dico punctum I, pertinere ad hyperbolam cuius vertex C, & vmbilici A & B.

Demonstratio. Lineæ AE, B F, sunt æquales, item AG, FD, ex constitutione; sed BF superat FD, diametro B D; ergo B G, superat A G diametro, ergo, (*per* 43.) A G, B G, sunt inclinatæ, ad idem punctum peripheriæ.

Hanc descriptionem facilè in numeris absolves supponatur enim BC esse partium 190. & AC,

20,

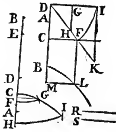
20, eritque differentia inter vtranque seu BD, partium 80. Supponatur AG, 24. partium, debebit BG eam superare diametro, seu partibus 80. Erit ergo 104. Si fuerit AG. 25. Erit BG, 105. & ita consequenter habebis omnes inclinatas, ex punctis B, & A, sibi respondentes quibus facilè totam descriptionem absolves.

PROPOSITIO LVI.

Problema.

Dato axe & ratione illius ad parametrum describere hyperbolam.

Sit data diameter AB, quæ bifariam dividatur in puncto C; sitque ratio diametri ad parametrum vt R, ad S. fiat vt R ad S, ita BC. quadratum ad quadratum CD, tum productis perpendicularibus DG, CH sit DG, æqualis DC; & GH, æqualis AC, aut BC; tum producatur DH: assumatur quodeuuque punctum I, per quod ducatur perpendicularis IK, & ex centro D, fiat arcus IF; per punctum F, ducatur perpendicularis FL, æqualis IK. Dico punctum L, esse in hyperbolâ, cuius vertex B, diameter AB, ratio diametri ad parametrum vt R, ad S. Ducatur perpendicularis LM.



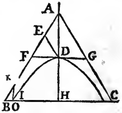
Demonstratio. Ita est quadratum DF, ad quadratum FL, sicut quadratum DI, ad quadratum IK, aut DG, ad GH, seu DC, ad BC, hoc est vt S ad R: est autem DF, æquale quadratis DC, CF; & FL quadratum quadrato CM, hoc est rectangulo AMB plus quadrato BC (*per* 7. 2.) Cum ergo ita sit totum quadratum DF ad rectangulum AMB, plus quadrato BC, vt ablatum quadratum DC, ad ablatum quadratum BC, erit reliquum quadratum CF seu ML, ad reliquum rectangulum AML, vt totum ad totum, aut vt ablatum ad ablatum, nempe vt quadratum DC, ad BC, nempe vt S, ad R, seu vt parameter ad diametrum: ergo (*per coroll.* 1. 1) punctum L, est in hyperbolâ. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LVII.

Problema.

Datis hyperbolæ asymptotis, & puncto pro vertice, hyperbolam perficere.

Sint datæ asymptoti AB, AC, & punctum D, pro vertice ducatur AD pro diametro; tum per D ducatur DE, parallela AC, sitque EF, æqualis AE, iungatur FDG, eritque FDG, bifariam divisa in D; Cum enim ED, AC, sint parallelæ, erit vt FE, ad EA, ita FD ad DG; sed primæ factæ sunt æquales, ergo & secundæ. Ducantur quæcunque parallelæ BC, quæ pariter erunt divisæ bifariam in H; ex singulis quadratis HB, auferantur quadrata FD, ita vt relinquantur quadrata HI: Erit vt in superiori punctum I, in hyperbola.



Quod si volumus vt punctum datum non sit vertex, sed inveniatur in peripheria hyperbolæ supponatur punctum datum esse I Dividatur angulus BAC bifariam lineâ ADH, & ex I, ducatur ad AH, perpendicularis IH: ex quadrato BH, vt in præcedente auferatur quadratum HI, & supponatur restare quadratum HO: ducatur per O linea KO parallela AH, secans AB, in K, & per F, agatur, FG parallala BC; punctum D, erit vertex; cætera vt priùs perficientur.

LIBER

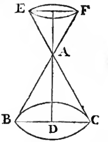
LIBER QVARTVS

De Conicis Sectionibus.

QVAS *seorsim, & absolutè considerauimus figuras nempe Parabolam, Ellypsin, & hyperbolam, in ipso cono intuebimur; ostendemusque facile easdem esse quas superioribus libris descripsimus, easdemque proprietates habere. Quia autem Ellypsis & circulus non tantum ex coni sectione generantur, sed in cylindro locum etiam habent, de sectione cylindri aliquid dicemus In sequenti.*

DEFINITIONES.

1. Conica superficies ea est, quæ describitur à linea percurrente integram circuli circumferentiam, circa punctum extra planum circuli assumptum.



Vt si linea A B ex puncto A immoto, & extra planum circuli B C posito ducta, percurrat totam circuli B C circumferentiam; duæ generabuntur coni superficies A B C, E A F, concurrentes in puncto A.

2. Vertex coni aut superficiei conicæ, est punctum illud immotum A.

3. Axis coni, aut superficiei conicæ, est recta linea, à vertice coni ad centrum circuli supradicti ducta, vt AD.

4. Conus est figura solida, conicâ superficie, & circulô comprehensa, vt ABC.

5. Vertex coni idem qui superficiei conicæ, sicut & axis.

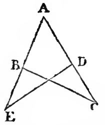
6. Basis coni, aut superficiei conicæ, est circulus cuius circumferentiam percurrit linea, conicam superficiem producens.

7. Conus rectus cuius axis ad planum suæ basis rectus est, *vt si linea A D ad planum basis B C fuerit recta.*

8. Conus scalenus cuius axis ad planum suæ basis obliquus est.

9. Subcontraria positio duorum triangulorum, est duorum triangulorum similium & eundem angulum verticalem habentium, dispositio, quâ bases nec congruentes, nec parallelas habent.

Vt si triangula similia ABC, ADE communem angulum A habentia, bases B C, D E, parallelas non habeant, sed angulus ABC, angulo ADE sit æqualis.



10. Subcontraria coni sectio, ea est quâ conus ita secatur, planis ad triangulum per axem rectis, vt fiant duo triangula subcontrariè posita.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Recta linea à vertice coni ad quodcumque superficiei conicæ punctum ducta, in ipsa est superficie.

A vertice coni A fig.1. ad punctum quodcumque B, superficiei conicæ ducatur recta AB, dico hanc lineam totam esse in superficie conica.

Demonstratio. Cùm superficies conica, producta sit motu rectæ per punctum A semper transeuntis; hæc linea motu suo aliquando per punctum B transibit, alioquin esset aliqua pars superficiei conicæ quæ à tali linea non describeretur: ergo linea recta à puncto A ad B ducta tota est in superficie conica. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Si à vertice coni, ad punctum intra superficiem

ficiem Conicam positum ducatur linea recta; hæc tota intra superficiem Conicam cadet.

COROLLARIVM II.

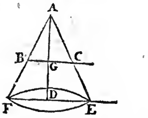
Si à vertice Coni ad aliquod punctum extra superficiem Conicam assumptum, ducatur recta linea, hæc tota extra superficiem Conicam erit.

PROPOSITIO II.

Theorema.

Si linea duo quælibet puncta superficiei Conicæ coniungens, per verticem non transeat; intra Conum erit; & producta cadet extra.

Superficiei Conicæ duo quælibet puncta B & C, coniungat linea recta B C, quæ per verticem A non transeat; dico totam lineam A C, intra Conum cadere. à puncto A, per puncta B & C ducantur duæ rectæ AB, AC, quæ productæ basin attingent in F & E.linea EF (*per* 2 3.) tota intra circulum erit, fietque triangulum AFE.



Demonstratio. Trianguli AFE, latera AF, AE sunt (*per* 1)in superficie Conica,ergo triangulum AFE est totum intra superficiem Conicam; ergo linea BC,quæ lineis AF,AE, clauditur; erit intra conum, & producta ex cono egredietur.

PROPOSITIO III.

Theorema.

Si Conus per verticem plano secetur; communis plani, & Coni sectio erit triangulum.

Conus cuius vertex A, basis EF, secetur plano per verticem A. dico communem plani secantis, & coni sectionem esse triangulum. sit enim FE communis sectio plani secantis, & basis, hæc (*per* 3.11.)erit linea:ducantur AF,AE,quæ erunt in superficie conica(*per* 1.)& in eodem plano,in quo & linea EF(*per* 1.11.*Eucl*) ergo communis sectio plani secantis, & coni erit triangulum AFE.

COROLLARIVM.

Si conus plano per axem secetur communis sectio erit triangulum.

PROPOSITIO IV.

Si in triangulo per axem omnes ordinatim applicatæ ad axem seu parallelæ basi fuerint, bifariam ab eo dividuntur, suntque inter se sicut distantiæ à vertice.

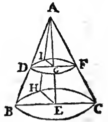
Sit A F E communis sectio coni, & plani per axem ducti; eritque (*per* 3.) AFE triangulum, dico omnes parallelas lineæ E F, vt B G C bifariàm divi li ab axe. nam ita est (*per* 4 6.) A D, ad DE; sicut AG, ad GC; item AD ad D F, sicut A G, ad B G, & cum F E sit circulus sunt F D & D E æquales; ergo & B G, G C æquales erunt, eritque vt E F, ad B C; ita A D ad A G. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO V.

Theorema.

Si conus planô basi parallelô secetur; communis sectio, erit circulus, cuius centrum in axe.

Conus ABC secetur planô D F, parallelô basi BC. dico DIF communem plani secantis, & coni sectionem, esse circulum, cuius centrum sit in axe AE.



Sit enim conus sectus per axem planô, seu triangulô ABC, erunt que communes sectiones planorum parallelorum, & trianguli ABC, BC, DF, parallelæ (*per* 16. 11.) ergo (*per* 3. 6)cum BC, DF, sint parallelæ ita erit AG ad AE, sicut DG ad BE, & sicut G F ad E C; & posito quocumque alio plano AEG per axem; ita erit A G, ad AE; sicut GI ad HE. & cum tres consequentes BE, EC, H E, ex defin. circoli æquales sint, tres antecedentes G D, G I, G F æquales erunt, ergo D I F est circulus cuius centrum est in axe A E.

COROLLARIVM.

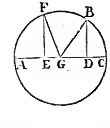
Figura DAE est etiam conus.

LEMMA

LEMMA.

Si in figura curvilinea perpendiculares ad aliquam, eam ita diuidant, vt quadrata perpendicularium, æqualia sint rectangulis segmentorum circulus erit hæc figura.

Sit figura curvilinea in qua ducantur DB, EF perpendiculares ad AC. sitque quadratum DB æquale rectangulo ADC, aut quadratum EF æquale rectangulo AEC, dico figuram ABC esse circulum, & AC eius diametrum diuidatur AC bifariam in G, ducanturque GB, & GF.



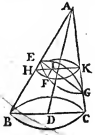
Demonstratio. Cùm AC sit diuisa bifariam in G. & non bifariam in D, erit (*per 5. 2 Eucl*) rectangulum ADC plus quadrato GD æquale quadrato GC; sed rectangulo ADC æquale supponitur quadratum BD, ergo quadratum DB cum quadrato GD, æquale erit quadrato GC. sed (*per* 47. 1.) quadrato DB & quadrato GD æquale est quadratum GB. ergo quadrata GB, GC, AG sunt æqualia & consequenter lineæ: ergo ABC est circulus. quod erat demonstr.

PROPOSITIO VI.

Problema.

Coni scaleni sectio subcontraria circulum exhibet.

Sit conus scalenus ABC, sitque ABC trian-



guli per axem planum, ad basin coni rectum, secetur item conus planô EFG recto ad planum ABC, sitque communis planorum sectio linea FG. & triangulum AEG, triangulo ABC simile, sed subcontrarie positum. dico EFG communem coni, & plani secantis sectionem circulum esse, ducatur enim in eo plano secante, recta IF perpendicularis ad EG, quæ (*per 4. def 11.*) erit recta ad planum ABC, ducatur per IF planum HFK parallelum basi, cuius consequenter communis sectio HIK erit parallela basi BC, & (*per 5. huius*) erit HIK circulus.

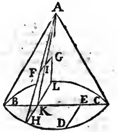
Demonstratio. Linea FI communis sectio vtriusque plani recta est ad planum ABC, ergo erit perpendicularis ad HK, & media proportionalis inter HI, & IK, seu quadratum FI æquale est rectangulo HIK; sed rectangulum EIG æquale est rectangulo HIK sunt enim triangula EIH, KIG similia cum anguli ad verticem in puncto I sint æquales, & angulus EHI æqualis angulo B, sicut æqualis angulo EGK, ergo (*per 5. 6 Eucl*) ita est EI, ad HI; sicut IK, ad IG: ergo (*per 13. 6*) rectang. EIG sub extremis, æquale est rectangulo HIK sub mediis ergo quadratum IF æquale est rectangulo EIG. & (*per lemma superius*) figura EFG circulus est quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

Omnis parallela perpendiculari ad basin trianguli per axem plano eius occurrit, ab eoque bifariam diuiditur.

Proponatur conus ABC sectus per axem planô, seu triangulô ABC, cuius basis BC, ad quam perpendicularis sit DE; tum ex quolibet superficiei conicæ puncto F ducatur FG parallela DE, dico lineam FG occurrere plano ABC, trianguli per axem, & productam ad superficiem vsque conicam, ab eo plano diuidi bifariam. Per punctum F ex A ducatur recta AFH secans basin in puncto H (*per 1.*) ducaturque HKL perpendicularis ad BC, & consequenter parallela lineis DE, FG, iungantur AL & AK.



Demonstratio. Cùm HK occurrat lineæ AK, ipsi parallela FG, in eodem plano existens, occurret eidem in puncto scilicet I, & cum AK sit communis sectio trianguli per axem, linea FI occurret

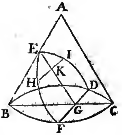
occurret plano trianguli per axem quod est primum. deinde cum ita fit AK, ad AI, vt HK, ad FI & vt KL, ad FG, finique HK, & KL æquales: erunt FI, IG æquales. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Si Conus planô per axem secetur, secetur & alio plano; cuius communis sectio cum basi Coni perpendicularis sit ad basin trianguli per axem, communis sectio vtriusque plani secantis, dividet bifariam omnes lineas in secundo plano ductas parallelas huic perpendiculari. In Cono quidem recto perpendiculariter, in Cono scaleno non semper.

Conus ABC secetur per axem triangulo ABC, cuius basis BC, secetur idem Conus aliô planô DEF, sitque DF, communis eius sectio cum base Coni, perpendicularis ad BC basin trianguli per axem, sit item communis sectio huius secundi plani, & superficiei Conicæ curua DEF in qua ducatur HI parallela FD. dico HI bifariam diuidi à linea FG communi sectione vtriusque plani.



Demonstratio. (*per 7.*) linea HI parallela perpendiculari DF, occurrit plano trianguli per axem, & ab eo bifariàm diuiditur; non occurrit autem huic plano nisi in communi sectione, vtriusque plani, nempe EG; ergo communis sectio EG diuidit bifariam lineam HI, & quamcumque illi parallelam dicatur EG diameter sectionis.

Secundò si triangulum per axem sit rectum ad basin Coni erit FG, quæ supponitur perpendicularis ad BC, recta ad planum trianguli ABC, (*cor 4. def. 11.*) ideoque angulus FGE rectus erit. & cum HI sit parallela DF, angulus HKG rectus erit, quod in Conis rectis semper verum est, eò quòd cum axis rectus sit ad basin coni, omne planum per axem ad eandem basin rectum erit in scalenis id tantum aliquando accidit.

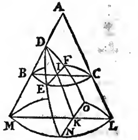
Notandum posse planum sectionis, secare lineam BC extra conum, in quo casu non desinit demonstratio totam suam vim obtinere.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

Si sectionis diameter alterum latus trianguli per axem, infra verticem non secet; in infinitum produci poterit sectio.

Suppono dati Coni sectionem obseruatis legibus supra positis, quas deinceps semper obseruari supponemus, nempe vt Conus ABC planô ABC per axem secetur, item aliô planô EDF cuius communis sectio cum base Coni sit EF perpendicularis ad BC basin trianguli per axem. Volo autem vt sectionis diameter DK, non attingat infra verticem rectam AL, latus scilicet trianguli per axem. sed aut illi sit parallela, aut attingat AL productam supra verticem A. dico sectionem EDF augeri posse quantum libuerit, sit enim linea DK cuiuscumque longitudinis, & intelligatur produci tam planum sectionis EDF, quàm Conus. & per punctum K ducatur linea NKO parallela EF, & ML parallela BC.



Demonstratio. Planum per lineas ML, NO ductum parallelum est plano BEC, & (*per 5. huius*) MNLO circulus erit, eruntque N, & O in superficie Conica, & in plano DEF: ergo in communi vtriusque sectione, quæ consequenter producta erit quod intendebatur.

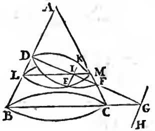
PROPOSITIO X.

Theorema.

Si sectionis diameter cum vtroque latere trianguli per axem conueniat; nec sit parallela basi, aut subcontrariè posita; sectio circulus non erit.

Ponantur omnia vt prius, sed DF diameter sectionis

sectionis secet vtrumque latus trianguli per axem, non tamen sit aut parallela basi B C, aut subcontrariè posita: dico sectionem DEF, non esse circulum.



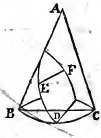
Demonstratio. Si DEF esset circulus, D F esset subcontrariè posita, contra suppositionem, quod ita demonstro. sit E I parallela G H, quæ perpendiculatis supponitur ad B C, ducaturque LIM parallela B C, eritque E I perpendicularis ad LIM, & planum per I E, & L I M ductum parallelum erit basi B C, & (*per 5 huius*) circulus, igitur I E media est proportionalis inter LI, IM. sed dicitur etiam DEF circulus esse; ergo & IE est media proportionalis inter D I, I F. sunt igitur æqualia rectangula D I F, L I M, vt pote æqualia eidem quadrato I E, quare (*per* 14. 6.) ita erit LI, ad DI; sicut I F, ad I M & cum anguli ad verticem in puncto I sint æquales, erunt triangula LID, FIM æquiangula, & consequenter sectio subcontraria, contra suppositionem.

PROPOSITIO XI.

Theorema.

Recta coniungens duo puncta sectionis intra sectionem & Conum cadit.

Sit sectio DEF, puncta E & F, quæ coniungantur lineâ rectâ EF; dico lineam E F totam & intra Conum, & intra sectionem esse.



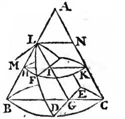
Demonstratio. Linea EF non transit per verticem: ergo (*per* 1.) est intra Conum, & cum DEF sit in superficie Conica linea EF intra sectionem erit.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

Sectio cuius diameter parallela est lateri trianguli per axem, parabola est.

Supponitur sectio facta servatis conditionibus consuetis, nempe vt Conus secetur triangulô per axem, secetur & aliô planô DLE ita vt DE communis eius sectio cum basi Coni sit perpendicularis ad B C, & diameter L G, sit parallela lineæ AC lateri trianguli per axem; dico sectionem D L E esse parabolam. sit enim F I parallela D E, hæc secabitur bifariam à diametro L G in puncto I (*per* 8) ducatur item per punctum I linea HK parallela BC.



Demonstratio. Cum HK, B C; F I, DE, sint parallelæ, planum per H K, I F ductum, parallelum erit plano per B C, D E ducto, hoc est basi Coni: ergo (*per* 5.) HFK circulus erit, & cum FI sit perpendicularis ad HK, sicut DE parallela ad BC; FI erit media proportionalis inter HI, IK; sicut GD inter BG, G C; quare quadratum F I æquale erit rectang. H I K, & quadratum G D rectangulo BGC. rectangulum autem BGC ad rectangulum H I K, cum habeant latera GC, IK æqualia ob parallelas LG, AC; se habet vt B G, ad H I; seu (*per* 4. 6.) vt L G, ad L I, ergo ita est quadratum D G, ad quadratum F I; vt sagitta L G, ad sagittam L I. ergo (*per definitionem parabolæ*) sectio DLE erit parabola. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Ea omnia quæ de parabola primô librô demonstravimus huic sectioni parallelæ conveniunt.

COROLLARIVM II.

Si vni sagittæ, & ordinatæ quæratur tertia proportionalis L M hæc erit parameter, seu latus rectum, vt si L I, sit media proportionalis inter sagittam L I, & lineam ML, erit ML latus rectum nempe quadratum F I, vt patet æquale erit rectangulo ILM.

Addo quod aliarum applicatarum quadrata æqualia erunt, rectangulo sub sagitta, & linea M L, vt quadratum D G æquale est rectangulo

 GLM,

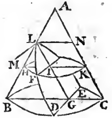
GLM, est enim quadratum DG, ad quadratum FI, vt IL ad GL & sumptâ eadem altitudine ML, vt rectangulum GLM, ad rectangulum ILM, sed quadratum FI æquale est rectangulo ILM: ergo quadratum DG rectangulo GLM æquale erit.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

In parabola parameter se habet ad interceptam Coni, & sectionis verticibus; vt quadratum basis triangali per axem, ad rectangalum sub eiusdem cruribus.

Sit Parabola DLE, cuius parameter LM dico ita esse LM ad LA, vt quadratum BC, ad rectangulum BAC ducatur LN parallela BC.



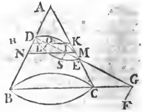
Demonstratio Primò constat LG, AC esse parallelas, sicut & LN, GC, est ergo parallelogrammum, GN & lineæ oppositæ LN, GC, sunt æquales. Certum est item (*per* 12.) quadratum DG æquale esse rectangulo MLG. Sed rectangulum MLG ad quadratum LG, se habet, vt ML, ad LG, (*per* 6 1) enim habeant eamdem altitudinem LG, seu sumptâ eâdem altitudine LA vt rectangulum MLA, ad rectangulum GLA, ita erit rectangulum MLG seu quadratum DG, aut etiam rectangulum AGC, ad quadratum LG, & permutando vt rectangulum BGC ad rectangulum MLA, ita quadratum LG, ad rectangulum GLA, est autem vt quadratum LG, ad rectang. GLA ita LG ad LA & sumpta eadem altitudine GL, vt rect. GLA ad quadratum LG: ergo ita erit rectang. BGC ad rectang. MLA, vt rectang. GLA ad quadratum LA. & permutando ita erit rect. BGC ad rect. GLA, vt rect. MLA. ad quadratum LA; seu vt LM ad LA sed ratio rectanguli BGC ad rectangulum GLA. Componitur ex ratione BG ad GL, BC, ad AC, quæ eadem est. & ex ratione GC seu LN ad LA; seu BC, BA. Ratio autem sic composita est eadem ac quadrati AC, ad rectangulum BAC: ergo vt ML ad LA; ita quadratum AC, ad rectangulum BAC. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

Si sectionis diameter cum vtroque latere triangali per axem conveniat non sub contrarie sectio erit Ellypsis.

Sit Conus ABC qui secetur per axem triangulô ABC, item aliô planô DLE, cuius communis sectio cum basi Coni, sit FG perpendicularis ad BG, basin trianguli per axem. DE communis plani secantis, & trianguli per axem sectio, cum vtroque latere AB, AC infra verticem conveniat, dico sectionem DLE esse Ellipsin: sint enim LO, SI lineæ FG parallelæ, & consequenter ordinatim applicatæ (*per* 7) tum per O, & I ducantur HOK NIM, parallelæ BC.



Demonstratio. Cum HK, OL; SI, MN, sint lineis BG, FG parallelæ plana per eas ducta basi Coni erunt parallela, & (*per* 5.) circuli erunt, & LO ad HK; SI ad NM, sicut FG ad BG perpendiculares erunt: ergo quadratum LO æquale erit rectangulo HOK, sicut quadratum SI, rectangulo NIM. ratio autem rectanguli HOK, ad rectangulum NIM, componitur ex ratione HO ad NI, seu DO ad DI, & ex ratione OK, ad IM; seu OE, ad IE, ratio autem sic composita ex ratione DO, ad DI; & OE, ad IE est eadem ac ratio rectanguli DOE, ad rectangulum DIE, ergo ita se habet quadratum LO, ad quadratum SI, vt rectangulum DOE, ad rectangulum DIE ergo ex definitione Ellypsis traditâ, sectio DLE est Ellypsis. Si esset sub contraria sectio & triangula DOH KOE essent similia; rectangulum HOK esset æquale rectangulo DOE, atque adeò quadratum LO æquale esset rectangulo DOE, fieretque circulus, saltem si LO esset perpendicularis ad DO.

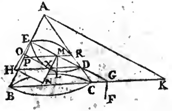
PROPOSITIO XV.

Theorema.

Si fiat vt quadratum parallelæ diametro Ellypsis, per verticem dactæ, ad rectangulum sub basis segmentis; ita sectionis diameter ad quartum terminum; hic parameter erit: deficietque quadratum applicatæ à rectangulo comprehenso sub sagitta & parametro, rectangulô sub sagitta, cuius latera eam rationem habent quam diameter, ad parametrum.

Conus ABC secetur per axem triangulô ABC, item

item aliô planô ELD, cuius communis sectio cum plano basis sit EDG ducatorque FG, perpendicularis ad BCK basin trianguli per axem sitq; sectio ELD, cuius diameter ED, vtrumque trianguli per axem latus secet in E, & D, non tamen subcontrariè sit EH perpendicularis ad ED, ductâque per verticem A, lineâ AK, parallela diametro ED; fiat vt quadratum AK ad rectangulum BKC; ita DE, ad EH; EH erit parameter. perficiatur EN rectangulum; tum ductâ lineâ DH fiat rectangulum MEOX, sitque ML ordinatim applicata ad diametrum ED Dico quadratum ML æquale esse rectangulo MO, & deficere à rectangulo MH comprehenso sub sagitta MO, & parametro EH, rectangulo XOHN, cuius vnum latus est sagitta EM, aux OX habetque ad alterum latus HO rationem quam diameter DE ad parametrum EH, ducatur per M linea PMR parallela BC.



Demonstratio Ita est DE, al EH, vt quadratum AK ad rectang. BKC, ex suppositione quæ ratio componitur ex ratione AK, ad KB; seu EG, ad GB, aut EM ad MP, & ex ratione AK, ad KC; seu DG, ad GC, aut DM, ad MR; quare ratiô DE, ad EH; componetur ex ratione EM ad MP, & ex ratione DM ad MR. Sed ratio sic composita eadem est ac rectanguli EMD, ad rectang. PMR, ergo ita est DE ad EH sicut rectangulum EMD ad quadratum ML, vt autem DE ad EH, ita DM ad MX (*per* 4. 6.) & sumptâ eâdem altitudine ME, ita rectangulum DME, ad rectangulum XME; ergo ita est rectangulum EMD ad quadratum ML, sicut idem quadratum EMD ad quadratum ML ergo quadratum ML æquale est rectangulo EMD.

Propter hunc defectum inditum est huic sectioni nomen Ellypsis.

COROLLARIVM I.

Hæc Ellypsis habet omnes conditiones & proprietates Ellypsis descriptæ secundô libro, atque adeò applicatæ æqualiter à centro distantes æquales sunt contra sensum aliquorum qui eò quòd Conos versus apicem sit gracilior existimât Ellypsin ex Coni sectione genetatam esse graciliorem ex parte verticis quod tamen falsum est, cum ostenderimos posita simplici definitione Ellypsis sequi applicatas à centro æqualiter distantes æquales esse, & huic figuræ convenire definitionem Ellypsis.

COROLLARVM II.

Ita est quadratum maioris semidiametri, ad quadratum minoris, vt quadratum parallelæ diametro per verticem Coni ductæ; ad rectangulum sub segmentis basis trianguli per axem, vt in figura si ED esset bifariam divisa in M, ita esset quadratum EM, ad quadratum ML vt quadratum AK ad rectangulum BKC nam ratio quadrati EM ad quadratum ML, est eadem ac quadrati EM ad rectangulum PMR: quæ componitur ex ratione EM ad PM, seu AK ad BK; & ex ratione EM, seu MD ad MR, seu AK ad KC. ratio autem quadrati AK, ad rectangulum BKC eisdem rationibus componitur, nempe AK, ad BK, & AK ad KC ergo ita est quadratum EM ad quadr. ML, vt quadratum AK ad rectangulum BKC.

COROLLARIVM III.

Vt vniversalius fiat præcedens Coroll. ita erit rectangulum sub segmentis diametri nempe EMD ad quadratum applicatæ ML, vt quadratum AK ad rectangulum BKC.

COROLLARIVM IV.

Ita est rectangulum EMD ad quadratum ML, vt rectangulum EGD, ad rectangulum BGC, quia ita est EM ad PM vt EG ad BG, & ita est MD ad MR, sicut DG ad GC, ergo ita est rectangulum EMD ad rectangulum PMR, seu quadr. ML vt rectang. EGD ad rectangulum BGC.

COROLLARIVM V.

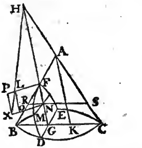
Ita etiam est rectang. EMD ad quadratum ML vt rectangulum EDG ad rectang. BCG cum enim ita sit rectang EMD ad quadr. ML, vt rectangulum EGD ad rectan. BGC, vt autem EGD ad BGC ita sit dividendo EDG ad BCG, ita erit rectang. EMD ad quadr. ML, vt rectang. EDG ad rectang. BCG.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

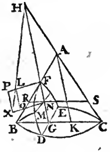
Si sectionis diameter cum latere trianguli per axem conveniat; sectio erit hyperbola.

Proponatur Conus, cuius per axem sit ABC, sectus item aliô planô DFE, cuius communis sectio cum basi Coni sit DE perpendicularis ad



BC basin trianguli per axem, diameter item sectionis cum CA latere trianguli per axem conveniat supra verticem; in punctô H, dico sectionem DFE esse

esse parabolam ducatur MN parallela DE, qua bifariam dividetur (*per 7.*) agatur per N lineæ RNS basi BC parallela.



Demonstratio cum RS, BC; MN, DG sint parallelæ erit planum per RS & MN ductum basi BDC parallelum, & (*per 5.*) circulus erit, ergo quadratum MN rectangulo RNS æquale erit. sicut quadratum DG æquale est rectangulo BGC ergo quadrata se habent vt rectangula; sed ratio BGC ad RNS, componitur ex ratione GC, ad NS, seu HG, ad HN; & ex ratione BG, ad RN, seu FG ad FN, & ratio sic composita est ratio rectanguli HGF, ad rectangulum HNF, ergo ita est quadratum DG, ad quadratum MN; vt rectangulum HGE, ad rectangulum HNF: ergo (*ex definitione hyperbolæ*) sectio DFE est hyperbola.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

In hyperbola si sit vt quadratum parallelæ diametro, per verticem Coni ductæ, ad rectangulum sub segmentis basis, ita diameter ad aliam, hæc erit parameter & quadratum applicatæ superabit rectangulum sub sagitta & parametro. rectangulo quod vnam sagittam habeat pro vno latere, & ad aliud se habeat vt diameter ad parametrum.

Sit hyperbola producta ex sectione Coni priùs descriptâ, sitque diameter FH, & ei parallela AK per verticem ducta, sitque vt quadratum AK, ad rectangulum BKC; ita diameter HF ad parametrum L F, sitque ordinatim applicata MN, dico eius quadratum æquale esse rectangulo NP, hoc est excedere rectangulum sub sagitta NF, & paramet ôFL, rectangulo OP, cuius latus OL æquale sit sagittæ FN, & sit ad aliud OX, vt HF, ad LF: per N agatur RNS lineæ BC parallela eritque vt priùs quadratum MN rectangulo RNS æquale.

Demonstratio supponitur ita esse HF, ad FL, vt quadratum AK ad rectangulum BKC, quæ ratio componitur ex ratione AK, ad KC; seu HG, ad GC; aut HN, ad NS; & ex ratione AK, ad KB seu FG, ad GB, aut FN ad NR, ergo ratio HF, ad FL, componitur ex ratione HN, ad NS; FN, ad NR quæ ratio sic composita est eadem ac rectanguli HNF ad rectang. RNS, seu quadratum MN. Ergo ita est rectangulum HNF, ad quadratum MN vt HF ad FL seu HN ad NX, & sumptâ FN communi altitudine vt rectangulum HNF, ad rectangulum FNX; quare rectangulum HNF ita se habet ad quadratum MN, ac ad rectangulum FNX, sunt ergo æqualia quadratum MN & rectangulum FNX quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Propter hunc excessum, quô quadratum applicatæ superat rectangulum sub sagitta, & parametro; huic sectioni inditum est nomen hyperbolæ, seu excedentis.

COROLLARIVM II.

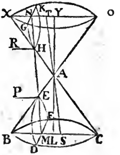
Vides lineam FH quam in hyperbola absolutè consideraui sine vllo respectu ad Conum consideravimus, esse interceptam inter verticem hyperbolæ, & latus Coni productum.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

Si duo Coni contrapositi eôdem planô secentur producetur in vtroque hyperbola; & vtriusque erit eadem diameter. Idcòque transuersum latus, seu diameter, & latera recta erunt æqualia.

Sint duæ Conicæ superficies quarum idem axis YL idem vertex A, & productæ motu eiusdem lineæ circa punctum A, hæ superficies secentur eôdem planô facientes communes sectiones DEF, GHK dico eas sectiones esse hyperbolas: sit enim circulus BDCP basis Coni ABC cui parallelum sit planum GOKX, producatur linea LY ducaturque per punctum Y, linea XO parallela BC ostendam facile sicut BC bifariam dividitur in L, XO bifariam dividi in Y & alias omnes ex centro Y ductas, lineæ YO esse æquales: suppono autem adesse omnes conditiones quas supra posuimus, nempe DF, esse perpendicularem ad BC, basis trianguli per axem, quare GK quæ (*per 13.11.*) DF est parallela erit etiam ad X O perpendicularis. Triangulum per axem secent sectiones in E & H eritque E H communis sectio plani secantis & trianguli per axem, & producta attinget bases



triangulorum

triangulorum per axem in M, & N ducantur per E & H, EP, HR perpendiculares ad MN, & per verticem A linea T A S parallela diametro E H, fiatque vt quadratum AS ad rectangulum B S C ita HE, ad EP. & vt quadratum AT ad rectangulum XTO ita HE ad ER.

Dico Primò vtramque sectionem esse hyperbolam.

Demonstratio vtrumque Conos sectos est planô per axem, secatur & vterque altetô plano secante basis trianguli perpendiculariter, ita vt diameter sectionis, alterum latus trianguli per axem secet supra verticem ergo vtraque sectio est hyperbola.

Secundò clarum est lineam HE esse vtriusque transversum latus.

Tertio dico parametros seu latera recta vtriusque sectionis esse æqualia.

Demonstratio ita est AS ad SC, sicut AT ad TX ob similitudinem triangulorum, pariter ita est AS, ad SB, sicut AT, ad TO quara ita erit quadratum AT ad rectangulum TXO, sicut quadratum AS, ad rectangulum BSC, sed vt quadratum AT ad rectangulum XTO, ita supposuimus lineam HE, ad HR, & vt quadratum AS ad rectangulum BSC, ita voluimus esse HE ad EP ergo ita est HE ad HR, sicut ad EP ergo parametri, HR, HP sunt æquales.

COROLLARIVM.

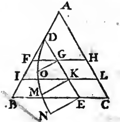
Sequitur hyperbolas prædictas esse omnino similes, nam cum applicatæ in vna, sint parallelæ applicatis in alia, & sit eadem parameter, applicatæ æqualiter à verticibus distantes, æquales erunt: iis igitur convenient omnes proprietates, quas hyperbolis oppositis tribuimus.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

Parabolam describere.

Sit describenda parabola proponatur triangulum ABC repræsentans triangulum per axem, ponatur DE parallela AC docaoturque FH, IL parallelæ BC, tum applicetur OG, MK, NE, in quocumque angulo, quæ sint mediæ proportionales, OG



quidem inter FG, GH, MK inter IK, KL: NE inter BE, EC, dico figuram DOMN esse parabolam.

Demonstratio quadratum O G æquale est rectangulo FGH, quadratum MK rectangulo IKL, ergo ita est quadratum M K, ad quadratum O G, vt rectangulum I K L, ad rectangulum F G H. habent autem altitudines æquales

KL, HG, ergo rectang. IKL, ad rectangulom FGH, se habet vt IK, ad FG, seu vt KD, ad GD, ergo quadratum MK ad quadratum OG sa habet vt sagitta KD ad sagittam GD.

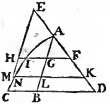
Quod si vlterius determinare velis fiat vt quadratum BC ad rectangulum BAC ita AD, ad parametrum vel vicissim.

PROPOSITIO XX.

Problema.

Circa datas diametrum, & basin in quocumque angulo convenientes parabolam describere.

Sit data diameter AB, basis CD divisa bifariam in B, conveniant in quocumque angulo ex puncto C ducatur CE, diametro AB parallela, cui occurrat DA in puncto E, ducantur FH, KM basi parallelæ, quæraturque lineis FG, GH, media proportionalis GI, lineis KL, LM media proportionalis LN, dico figuram AINC esse parabolam.



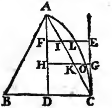
Demonstratio quadratum IG rectangulo FGH æquale est, sicut quadratum NL, rectangulo KLM, rectangula autem æquales habent altitudinis HG, ML, ergo se habent vt KL, ad FG, seu vt sagitta AL ad AG, ergo quadratum NL, ad quadratum IG, se habet vt sagitta AL, ad sagittam AG: ergo figura AI, NC est parabola quod erat demonstr.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

Aliter Parabolam describere circa datum triangulum

Sit datum triangulum ABC circa quod sit describenda parabola; dividatur AC bifariam in D, ducaturque A D & C E illi parallela, ducantur F E,



GH parallelæ basi BC, fiantque FL, HO mediæ proportionales inter FE, FI: HK, HG, dico ALOG esse parabolam.

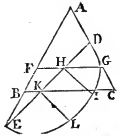
Demonstr. quadratum F L æquale est rectang. EFI,& quadratum HO,rectangulo GHK, sed rectangula habentes eadem altitudinem FE,HG, se habent vt HK,ad FI,seo AH ad AF,ergo quadratum HO,ad quadratum FL se haber vt AH,à AF: ergo figura A L O C est parabola per definitionem parabolæ.

PROPOSITIO XXII.

Problema.

Ellypsin describere.

Proponatur quodcunque triangulum ABC, in quo ducatur linea DE,secans vtrumque latus trianguli in D & E ducanturque quorcumque lineæ vt FG basi B C parallelæ, applicenturque H I, media proportionalis inter HF HG, & KL inter BK KC dico figuram DIL esse Ellypsin.



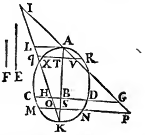
Demonstratio quadrata HI,KL sunt rectangulis FHG,BKC, æqualia;ratio autem rectanguli FHG ad rectang. BKC, componitur ex ratione FH ad BK:seu HE,ad EK;& HG,ad KC,seu HD ad HK, sed ratio rectanguli D H E, ad rectangulum D K E, ex iisdem componitur, nempe ex ratione H D ad D K, & ex ratione H E ad K E, ergo ita est rectangulum GHF, ad rectangulum, BKC,seu quadratum HI,ad quadratum KL,vt rectangulum DHE,ad rectangulum DKE. Ergo per defin. Ellyp. DILE est Ellypsis quod erat dem.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

Circa datam diametrum, & basin; in dato angulo, Ellypsin specie notam describere.

Sit data diameter AB non quidem integra & basis CD conuenientes in quocumque angulo sitque posita Ellypsis perficienda specie nota cuius nempe datur ratio diametri,ad parametrum sitque vt E ad F,sit BG æqualis AB fiatque vt BG, ad BD, ita BD,ad BH fiat item vt F ad E, seu vt parameter ad diametrum ita BH ad BK,ducanturq; KH,GA conuenientes in puncto I:ducantur quæcumque parallelæ QR, MP, fiatque inter TV. QT media proportionalis TX, sicut inter OS, & SP media proportionalis SM,aut SN, & ita de aliis,dico figuram ARDK esse Ellypsin propositam,Ducatur AL parallela CD, hæc erit parameter,est enim vt KB ad BH;seu E,ad F;ita AK,ad AL,



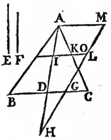
Demonstratio quadratum BC ex constructione æquale est rectangulo GBH, seu ABH, sunt enim AB,& BG æquales, item quadratum SM æquale est rectangulo PSO,seu ASO,ergo (*per 14.*) figura est Ellypsis.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

Circa datum triangulum Ellypsin specie notam describere.

Proponatur circa triangulum ABC describenda Ellypsis specie nota, nempe cuius diameter ad parametrum sit vt E ad F.diuisâ basi BC bifariam in D sit DC media proportionalis inter AD,DG, fiatque vt parameter ad diametrum seu vt F ad E ita DG ad DH.



Fiat rectangulo AIL æquale quadratum IO dico punctum O esse in Ellypsi transeunte per ABC, cuius parameter AM se habet ad diamet. um AH, sicut DG ad DH.

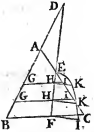
PROPOSITIO XX[illegible]

Problema.

Hyperbolam describere.

Proponatur triangulum ABC repræsent[illegible] i-

angulum per axem. ducatur linea DF secans latus AB supra verticem in puncto D, ducantur GHI parallelæ basi, sit HK media proportionalis inter GH, HI, sicut FL inter BF, FC dico figuram EKL esse hyperbolam.



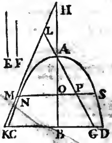
Demonstratio ita est DF ad DH sicut BF ad GH, & EF, ad EH sicut FC ad HI. Sed ratio rectanguli BFC ad rectangulum GHI componitur ex rationibus BF ad GH, & FC ad HI. & ratio rectanguli DFE ad rectangulum DHE componitur ex rationibus DF, ad DH, & EF ad EH ergo ita est rectangulum DFE, ad rectangulum DHE, sicut rectangulum DFC, ad rectangulum GHI, seu vt quadratum FL ad quadratum HK ergo ex defin. EKL est hyperbola.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

Circa diametrum & basin hyperbolam specie notam describere.

Proponatur diameter AB, basis CD, diuisa basi BD bifariam in B factoque quocumque angulo ABC, sit describenda hypebola specie nota, id est cuius diameter ad parametrum sit vt E ad F sit lineæ AB, æqualia BK fiatque quadrato BC, æquale rectangul. KBG, item fiat vt parameter ad diametrum, seu vt F ad E, ita BG, ad BH, iunganturque GAL, HK, ducatur quæcumque parallela MS fiatque quadratum NO, OS æquale rectangulo MOP dico puncta M & S esse in hyperbola CAD.



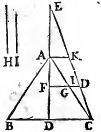
Demonstratio quadratum CB, æquale est rectangulo CBG, & quadratum NO rectangulo MOP ex constructione, sed ratio rectanguli KBG, ad rectangulum MOP componitur ex ratione KB ad MO, seu HB ad HO. & ex ratione BG, ad OP; seu AB ad AO ratio autem rectanguli HBA ad rectangulum HOA. ex iisdem componitur, nempe ex ratione HB, ad HO & AB ad AO; ergo ita est rectangulum HBA ad rectang. HOA, sicut quadratum BC, ad quadratum NO: igitur iam habemus esse hyperbolam eiusque ita diameter transuersa, ad parametrum vt rectangulum HBA seu HBK ad quadratum BC, seu rectangulum KBG & cum eadem sit altitudo KB seu AB se habet rectangulum HBA, ad rectangulum KBG vt HB, ad BG; ergo ita diameter transuersa ad parametrum sicut HB, ad BG, seu vt E, ad F, quod faciendum erat.

PROPOSITIO XXVII.

Problema.

Circa datum triangulum hyperbolam specie notam describere.

Proponatur triangulum ABC circa quod describenda sit hyperbola specie nota, nempe cuius data sit ratio diametri ad parametrum qualis est H ad I diuisa basi BC bifariam in D; ductaque diametro DA, fiat vt parameter, ad diametrum; ita quadr. DC, ad rectang. ADE iungaturque EC tum inter FD, & FG, quæratur media proportionalis FI; dico punctum I pertinere ad eandem hyperbolam.



Demonstr. cum ratio quadrati DC, ad rectangulum GFD, seu quadratum FI componatur ex rationibus DC, ad FG; seu DA, ad AF; & DC, ad FD; seu ED, ad EF, & ex iisdem rationibus componatur AD ad AF, & ED ad EF ex quibus componitur ratio rectanguli EDA, ad rectangulum EFA; ita erit rectangulum EDA, ad rectangulum EFA sicut quadratum CD ad quadratum FI eritque diameter ad parametrum vt rectangulum EDA, ad quadratum CD ergo est parabola proposita.

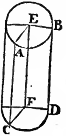
LIBER QVINTVS

De Sectionibus cylindricis.

Parabolam Ellypsin & hyperbolam absolutè, & in Cono considerauimus, æquum est vt circulum & Ellypsin in cylindro contemplemur, parabola enim & hyperbola in eo locum non habent. Primus hanc materiam attigit Serenus philosophus qui in eo præcipuè versatur, vt Ellypsin ex cylindro quocumque progenitam eandem esse cum Conica Ellypsi ostendat. nos eius vestigiis inhærentes paucis propositionibus complectemur, totam hanc materiam.

DEFINITIONES.

1. Cylindrica superficies ea est quæ producitur motu lineæ coniungentis radios circulorum æqualium, & parallelorum æquidistanter translatæ. *Sint duo circuli æquales & paralleli AB, CD, quorum radij AE, CF moueantur*, ita vt paralleli semper sint, linea AC coniungens extremitates radiorum describet cylindricam superficiem.



2. Cylindrus est figura solida tali superficie, & circulis parallelis comprehensa.

3. Basis cylindri sunt quilibet ex prædictis circulis.

4. Axis cylindri est recta linea centra circulorum coniungens.

5. Latus cilyndri est recta linea cuius translatione producitur cylindrica superficies.

6. Cylindrus Rectus ille est cuius axis, est ad bases rectus.

7. Cylindrus scalenus cuius axis est ad bases inclinatus.

8. Diameter sectionis est linea recta, omnes vni parallelas bifariam diuidens cuius medium punctum centrum est.

9. Ordinatim applicatæ dicantur quæ bifariam à diametro diuiduntur.

10. Ordinata per centrum transiens secunda diameter, seu coniugata dicatur.

11. Similes Ellypses sunt quarum coniugatæ diametri ad singulos æquales se secantes eandem habent rationem.

PROPOSITIO I.

Theorema.

Si cylindrus planô secetur, aut per axem, aut axi parallelô sectio parallelogrammum erit.

Ex generatione cylindri patet vtraque pars propositionis, si enim secatur per axem sectiones in vtraque erunt parallelæ, & cum lineæ coniungentes extrema diametrorum parallelorum & æqualium ipsam cylindricam sectionem producant, illæ erunt parallelæ & æquales ergo sectio parallelogrammum erit.

Secunda item patet, vt sit sectio parallela axi; debent sectiones communes plani secantis, & basium, non tantum esse parallelæ; sed etiam æqualiter à centris distare, & consequenter æquales esse ergo lineæ eas coniungentes erunt & æquales & parallelæ: ergo hac sectione generabitur parallelogrammum.

COROLLARIVM.

Sectio parallela axi est parallelogrammum parallelum ei quod fit per axem.

PROPOSITIO II.

Theoréma.

Si cylindrus planô basibus parallelô secetur; sectio erit circulus.

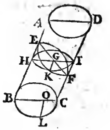
Cylindrus quilibet plano basibus parallelo secetur dico sectionem esse circulum, si enim cylindrus secetur quolibet plano per axem erunt sectiones in basibus, & in plano secante parallelæ ergo æquales, ergo omnes lineæ ductæ à puncto in quo secatur ab axe sunt æquales: ergo sectio érit circulus.

PROP

PROPOSITIO III.

Si cylindus scalenus planô per axem ad bases rectâ secetur; secetur & aliô planô sectionem subcontrarie positam faciente sectio erit circulus.

Sit cylindrus scalenus ABCD, qui secetur parallelogrammô per axem ABCD, cuius planum sit sectum ad bases secetur idem cylindrus aliô planô sectô ad parallelogrammum per axem, cuius communis sectio sit EF subcontrarie posita; hoc est angulus GEH angolo ADC aut ABC sit æqualis: dico communem sectionem cylindri plani secantis EKF; esse circulum Assumatur in EF cómuni sectione plani secantis & parallelogrammi per axem, punctum G, per quod ducatur perpendicularis GK, quæ secta erit ad parallelogrammum per axem cum secundum planum sit sectum ad idem ducatur per G, linea HGI parallela AD, aut BC ad quam erit recta linea K G (*per* 4.11.) ducatur OL perpendicularis ad BC. Cum lineæ HI, GK, sint parallelæ lineis BC, OL, plana per ipsas ducta erunt parallela ergo planum HKI erit circulus.



Demonstratio cum anguli EGH, ADC, seu IGF sint æquales, & anguli in puncto G, oppositi ad verticem sint æquales; erunt triangula EGH, IGF similia; ergo ita erit HG, ad GE, sicut GF, ad GI, immò lineæ EG, GH; GI, GF æquales sunt sed GK, est media proportionalis inter EG, GF, ergo ex lemmate propositô, cum de sectione subcontraria Coni, sectio EKF circulus erit.

COROLLARIUM.

Conversa huius propositionis facilè demonstrari potest, nempe quod si servatis conditionibus, angulus GEK fuerit inæqualis angulo D, seu GIF, erunt quidem triangula semper similia non tamen reciproce hoc est erit quidem vt HG, ad GE ita GI, ad GF, atque adeo rectangulum comprehensum sub HG, GI, seu quadratum GK erit æquale rectangulo comprehenso sub EF GF, ergo sectio EKF circulus non erit.

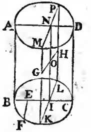
PROPOSITIO IV.

Theorema.

Si cylindrus planô per axem secetur & à quolibet puncto superficiei cylindricæ ducatur parallela perpendicularis ad basin parallelogrammi per axem; hæc eidem plano occurret & ab eo bifariam dividetur.

Sit cylindrus divisus parallelogrammo per axem, nempe ABCD, sitque EF perpendicularis ad BC basin parallelogrammi per axem, cui ex quocumque puncto G ducatur parallela GH, dico eam occurrere plano parallelogrammi per axem, & ab eo bifariam dividi.

Ducatur per G linea GK parallela axi, secans basin cylindri in puncto K ducatur KL perpendicularis ad BC, eruntque KL, GH in eodem plano ducatur LHP parallela axi item NI, quæ erit in plano parallelogrammi per axem.



Demonstratio. lineæ KL, GH, in eodem sunt plano MKLP, & cum KL, MP sint divisæ bifariam in N, & I; cum sint perpendiculares ad diametros circulorum linea G H, dividetur bifariam in O, à linea N I, quæ est communis sectio parallelogrammorum ergo G H occurrit plano parallelogrammo, per axem, & ab eo bifariam dividitur.

PROPOSITIO V.

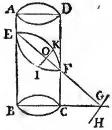
Theorema.

Si cylindrus plano ita secetur; vt communis plani secantis, & basis cylindri sectio sit perpendicularis ad basin trianguli per axem: omnes rectæ in sectione huic lineæ parallelæ, bifariam secabuntur, & in cylindro recto perpendiculariter, in scaleno non semper.

Cylindrus secetur per axem parallelogrammô ABCD secetur & aliô planô EFG, cuius communis sectio, cum planô basis cylindri, sit linea GH, perpendicularis ad BC, productam basin nempe parallelogrammi per axem, dico 1. lineam quamcumque IK parallelam HG bifariam dividi à linea EF communi sectione plani secantis & parallelogrammi per axem.

 Demon

Demonstratio. cum in superficie cylindrica sit sumptum punctum I per quod ducitur IK parallela, lineæ GH perpendiculari ad BC linea IK dividetur bifariam in O à plano parallelogrammi ABCD (*per præcedentem*) sed huic plano non occurrit nisi in linea EF communi sectione vtriusque plani, ergo IK à linea EF, bifariam dividitur quod primò propositum fuit.



Dico secundò quòd in cylindro recto, & in scaleno quando parallelogrammum per axem rectum est ad basin cylindri, quod IK sit perpendicularis ad EF.

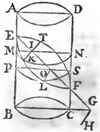
Demonstratio cum enim planum ABCG sit rectum, ad planum basis cylindri & GH supponatur perpendicularis ad BG, erit recta ad idem planum; & (*per* 4. 11. erit angulus HGE, rectus; & consequenter angulus IOE rectus erit; in omni autem cylindro recto omne planum per axem erit ad bases rectum, in scaleno non omne.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

Si cylindrus plano per axem secetur & alio plano cuius communis sectio cum plano basis, sit perpendicularis ad basin diametri per axem, nec sit sectio subcontraria generabitur Ellypsis.

Sit cylindrus sectus per axem parallelogrammô ABCD sectus item aliô planô EKF cuius commu-



nis sectio cum plano basis cylindri, nempe GH sit perpendicularis ad BC, basin parallelogrammi ABCD, dico sectionem EKF esse Ellypsin, sint enim IK, OL ordinatim applicatæ GH & per I & O ducantur MIN, POS; parallelæ BC et m lineæ MN, IK; PS, OL, sint parallelæ lineis BG, GH plana MKN, PLS erunt basi parallela & (*per* 4. 5.) circuli erunt, & cum GH sit perpendicularis ad BG, erunt IK, LO, perpendiculares ad MN, PS. & quadratum IK æquale rectangulo MIN, sicut quadratum LO rectangulo POS.

Demonstratio ita est quadratum KI, ad quadratum OL, sicut rectang. MIN ad rectangulum POS sed ratio rectanguli MIN ad rectang. POS. componitur ex ratione IN ad OS, seu IF ad OF & ratio rectanguli EIF, ad rectangulum EOF; componitur ex iisdem nempe ex ratione EI ad EO; & IF, ad OF; ergo ita est quadratum IK, ad quadratum OL; sicut rectangulum EIF, ad rectangulum EOF.

Quando autem sectio non erit subcontraria, hoc est IE, IM, IN, IF æquales, sed E I erit maior quam MI, erit rectangulum EIF maius quam rectangulum MIN, & consequenter, quam quadratum IK immo si esset rectangulum EIF æquale quadrato IK, si tamen angulus EIK rectus non esset non produceretur circulus, sed Ellypsis.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

In Ellypsi cylindrica rectangulum sub segmentis diametri ad quadratum applicatæ eam rationem habet quam quadratum diametri Ellypsis ad quadratum basis rectanguli per axem.

Proponatur Ellypsis cylindrica, cuius sit diameter EF applicata KI, dico ita esse rectangulum EIF, ad quadratum IK, sicut quadratum FE, ad quadratum BC.

Demonstratio cum sit vt EI, ad IM; ita IF ad, IN, ita erit rectangulum EIF ad rectangulum MIN, seu quadratum IK, vt ratio duplicata EI ad MI, seu componendo vt ratio duplicata FE ad MN; seu quadrati EF, ad quadratum MN, seu BC quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Tota doctrina Ellypsium est revocanda: est enim hæc Ellypsis omninò similis Conicæ Ellypsis cum ei conveniat eadem definitio quare quæcumque diximus de parametro, aliisque eius proprietatibus applicanda sunt.

COROLLARIVM II.

In Ellypsi cylindrica secunda diameter æqualis est diametro basis cylindri si enim EF esset divisa bifariam in I nempe I esset centrum, & KIT secunda diameter cum rectangulum EIF seu in tali casu quadratum EI, se habeat ad quadratum KI, vt quadratum EF ad quadratum BC, vt autem quadratum EI ad quadratum KI, ita quadratum EF, ad quadratum KT; ergo ita erit quadratum EF ad quadratum BC, sicut quadratum EF ad quadratum BC; ergo quadrata BC, KT æquantur.

PROP

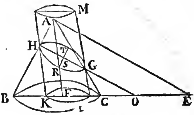
PROPOSITIO VIII.

Theorema.

Conus, & cylindrus eâdem Ellypsi secari possunt.

Proponatur quodcumque triangulom per axem ABC, Coni ABC; qui fecetur Ellypsi HRG; tum divisa HG bifatiam in S ordinatim applicetur RST, sit AE parallela HO sitque EF media proportionalis inter BE, & CE ducaturque AF cui sint parallelæ HK, GL perficiatur parallelogtaminum KM sitq;cylindrus cuios KM sit parallelogrammum per axem & basis circulus supta KL descriptus dico eandem Ellypsio HRG esse Ellypsin cylindricam erit aotem eadem Ellypsia cylindrica & Conica, si eadem sit ratio vtriusque diametri.

Demonstratio cum HK AF; AE HO, sint parallelæ;triangula AEF, HOK erunt similia:itaque erit quadratum AE ad quadratum EF, vt quadratum HO ad quadratum OK, sed qoadratom EF æquale est rectangulo BEC, eò quòd EF sit media proportionalis inter BE, EC, (*& per 13. 4. huius*) vt quadratum AE ad rectangulum BEC, ita rectangulum HSG ad quadratom SR, aut quadratum HG ad quadratum RT io Ellypsi Conica; ergo ita erit qoadratum HG ad quadratum RT Ellypsis Conicæ, vt qoadratum HO ad qoadratum OK sed vt quadratum HO ad quadratum OK, ita quadratum HG, ad quadratum KL & vt quadratum HG, ad quadratum LK ita per præcedentem qoadratum HS, ad quadratum RS; aot quadratum HG, ad quadratum RT in Ellypsi cylindrica: ergo ita est qoadratum HG ad quadratum RT applieatæ, in Ellypsi Conica, sicot quadratnm HG ac qoadratum RT in Ellypsi cylindrica ergo prima & secunda diameter in vtraque Ellypsi eadem est.



COROLLARIVM I.

Datô quôcumque Coonô ABC,& Ellypsi HRG; quærendo mediam proportionalem EF, & alia peragendo provt iaceot io propositione, inveniemus cylindtum cui congruat eadem Ellypsis.

COROLLARIVM II.

Pariter datô cylindrô sectô Ellypsi GH, inveniemua Cooom cui eadem Ellypsis congroat, si nemps ex quôcumque puocto F educatur FA, parallela KH aot LG. fiat item vt BE, ad FE.; ita FE, ad CE, ex poocto E docator EA parallela HO, & ex puocto A ducantur AHB, AGC, determinatur cylindros ABC cui eadem Ellypsis congroit vt applicanti demonstrationem superiorem facilè patebit:atqoe hæc sufficiant.

FINIS.